

# SIMULAÇÃO NUMÉRICA E DESIGN CONSTRUTAL APLICADOS À FLAMBAGEM ELÁSTO-PLÁSTICA BIAXIAL DE PLACAS RETANGULARES COM PERFURAÇÕES RETANGULARES

Leonardo Willian Barbosa Pinto<sup>1</sup>

Thiago da Silveira<sup>2</sup>

## RESUMO

A utilização de placas finas na engenharia está cada dia mais comum. Por ser um elemento de fácil empregabilidade na indústria naval, aeroespacial, civil e de plataformas offshore. Em grande parte do seu regime de trabalho, elas estão submetidas a carregamentos compressivos, o que as torna mais expostas ao fenômeno de flambagem, uma instabilidade estrutural que provoca deslocamento fora do seu plano. A flambagem elasto-plástica ocorre após a flambagem elástica, que é determinada de acordo com a carga crítica. Isso ocorre porque há uma reorganização das tensões de membrana, fazendo com que a placa possa suportar carregamentos superiores. A presença de perfurações faz com que seja necessário ter o conhecimento a respeito da interferência das mesmas no comportamento das placas. Este trabalho analisou a flambagem elasto-plástica para placas retangulares com furos retangulares que estão sob compressão biaxial. As configurações para diferenciar as mesmas foram escolhidas de acordo com a razão entre os volumes do furo e da placa, a fração volumétrica, com valores de 5%, 10% e 15% em relação ao volume total da placa. O Design Construtal foi aplicado, após ter eficácia comprovada em problemas de mecânica dos sólidos, aliado ao Método dos Elementos Finitos e à técnica da Busca Exaustiva. A geometria ótima foi encontrada para as três configurações de fração volumétrica. Notou-se que a melhor configuração geral ocorreu na primeira fração volumétrica e apresentou uma Tensão Última Normalizada de  $NUS = 0,84375$ , e representou um aumento de 13,85% em relação a melhor configuração da segunda fração volumétrica e aumento de 29,45% em relação a melhor configuração da terceira fração volumétrica.

**Palavras-Chave:** Flambagem de placas; Design Construtal; Método dos Elementos Finitos; Flambagem Elasto-plástica; Simulação Numérica.

## ABSTRACT

The use of thin plates in engineering is increasingly common. For being an element of easy employability in the naval, aerospace, civil and offshore platforms industry. In much of their work regime, they are subjected to compressive loads, which makes them more exposed to the phenomenon of buckling, a structural instability that causes displacement outside their plane. Elastoplastic buckling occurs after elastic buckling, which is determined according to the critical load. This is because there is a reorganization of the membrane stresses, causing the plate to withstand higher loads. The presence of perforations makes it necessary to have knowledge about their interference in the behavior of the plates. This work analyzed elastoplastic buckling for rectangular plates with rectangular holes that are under biaxial compression. The configurations to differentiate them were chosen according to the ratio between the hole

<sup>1</sup> Acadêmico de Engenharia Mecânica na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA. Alegrete – RS. E-mail: leonardopinto.aluno@unipampa.edu.br

<sup>2</sup> Professor Doutor do Curso de Engenharia Mecânica na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA. Alegrete – RS. E-mail: thiagods@unipampa.edu.br

and plate volumes, the volumetric fraction, with values of 5%, 10% and 15% in relation to the total volume of the plate. The Construtal Design was applied, after having proven efficacy in solid mechanics problems, combined with the Finite Element Method and the Exhaustive Search technique. Optimal geometry was found for the three volume fraction configurations. It was noted that the best general configuration occurred in the first volumetric fraction and presented a NUS Last Normalized Stress = 0.84375, and represented an increase of 13.85% in relation to the best configuration of the second volumetric fraction and an increase of 29.45 % in relation to the best configuration of the third volume fraction.

**Keywords:** Plate Buckling; Elastoplastic Buckling; Constructal Design; Finite Elements Method; Numerical Simulation.

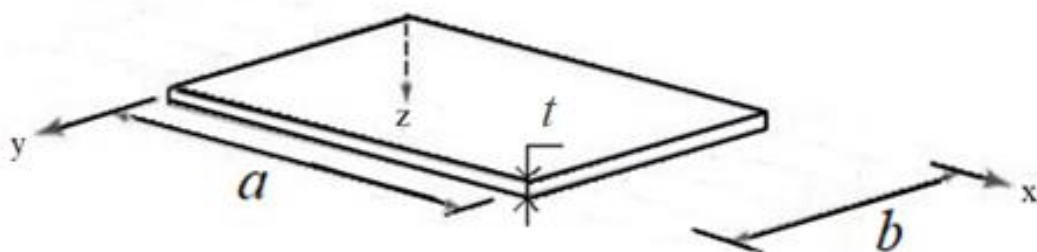
## 1. INTRODUÇÃO

O transporte de todo e qualquer produto é um fator muito importante para a economia mundial, grande parte do mesmo é realizado através de embarcações ou aeronaves que transitam diariamente em diferentes localidades pelos portos e aeroportos. Novas tecnologias surgem a todo momento com o propósito de aprimorar essas atividades. Da Silveira et al. (2016) afirmam que no Brasil, boa parte da economia ainda se baseia em atividades navais. Embarcações cargueiras atracam diariamente nos portos brasileiros, navios estes que, a cada dia que passa, trazem uma quantidade maior de cargas e requerem um calado maior. Em decorrência dos grandes volumes transportados, as estruturas das embarcações devem estar adequadas à capacidade de transporte.

Da Silveira (2021) afirma que diariamente, ao redor do mundo, novas estruturas são inventadas, corrigidas ou adaptadas, buscando sempre maximizar as variáveis desejadas (alta resistência, estabilidade e aumento da rigidez estrutural) e minimizar as indesejáveis (custo, peso, dentre outras). Para atender às mais variadas aplicações, são utilizados diferentes tipos de estruturas. Uma das estruturas mais pesquisadas na engenharia atual é a estrutura de placa, visto o seu grande campo de aplicação nas mais diversas áreas da engenharia. Birman (2011) complementa, afirmando que as placas são componentes estruturais que trabalham, geralmente, submetidas à flexão ou carregamentos no plano e possuem grande aplicação na engenharia, sendo aplicadas em projetos aeroespaciais, mecânicos, civis e navais.

Jones (2006) diz que placa é um elemento estrutural plano que possui a dimensão fora do plano, a espessura  $t$ , muito menor que as dimensões  $a$  e  $b$  do plano da placa. A figura 1 mostra a geometria da placa.

Figura 1 - Geometria da Placa



Fonte: Adaptado de Jones (1999).

Segundo Folkze et al. (2016) e Paik (2007), as placas precisam ser perfuradas a fim de reduzir o peso da estrutura, para permitir o acesso e até mesmo para melhorar a estética. Por exemplo, furos são necessários para fazer escotilhas de navios. El-Sawy et al. (2004), El-Sawy e Martini (2007) e Paik (2007), complementam, afirmando que a presença de furos redistribui as tensões de membrana nas placas e devem fazer com que a sua estabilidade seja significativamente reduzida. Logo, o estudo do efeito dessas perfurações em placas quando submetidas à flambagem elasto-plástica se justifica.

De acordo com Da Silveira et al. (2016), A flambagem de estruturas é um fenômeno de instabilidade presente em corpos esbeltos quando submetidos a cargas de compressão, Da Silveira (2021) complementa afirmando que este processo pode ocorrer de duas formas: flambagem elástica, quando as placas são esbeltas e a instabilidade se dá no regime elástico do material, e flambagem elasto-plástica, que ocorre conforme a esbeltez da placa diminui e a carga atinge o regime de deformação plástica do material. Paik e Thayamballi (2007) corroboram ao ressaltar que estruturas aeroespaciais, navais e offshore são atualmente projetadas baseadas na carga última, que levará à flambagem elasto-plástica da estrutura, ao invés de utilizar a tensão admissível de trabalho.

Um conhecimento mais aprofundado dos elementos estruturais que estão sendo aplicados, pode trazer uma redução significativa no tempo e no capital despendido para a realização de um projeto. Com o conhecimento dos carregamentos presentes na aplicação fim do projeto, e das respostas mecânicas da estrutura para cada tipo de carga, é possível melhorar o comportamento mecânico da estrutura através da sua variação geométrica, mantendo o mesmo volume de material. (Da Silveira, 2021).

## **1.1. Objetivos**

O presente trabalho busca analisar a influência de perfurações retangulares inseridas em placas finas retangulares submetidas à carregamento compressivo biaxial, para que seja possível encontrar as geometrias ótimas. Com a aplicação do Método dos Elementos Finitos (MEF) aliado ao método do Design Construtal (DC) e através da técnica da Busca Exaustiva (BE), a avaliação será em relação ao comportamento mecânico das placas submetidas à flambagem elasto-plástica.

## **1.2. Objetivo geral**

O objetivo geral do presente estudo é utilizar as simulações numéricas através do software ANSYS®, associando ao método Design Construtal e a Busca Exaustiva, para comprovar a aplicabilidade do DC no estudo da flambagem de placas perfuradas, e então, buscar a geometria ótima para as configurações pré-definidas de placas finas.

## **1.3. Objetivos específicos**

- Determinar a carga última ( $P_u$ ) para o estado de flambagem elasto-plástica biaxial em placas retangulares com perfuração retangular;
- Avaliar a influência da relação da fração volumétrica ( $\phi$ ) da perfuração e da placa quanto à carga última;
- Avaliar, utilizando o método do Design Construtal, a influência das perfurações retangulares em placas planas, através do Princípio da Ótima Distribuição das Imperfeições;

- Comparar os resultados obtidos com os que foram previamente encontrados na bibliografia.
- Avaliar os resultados utilizando como parâmetros de performance, a Tensão Última Normalizada, o fator *NUS* (*Normalized Ultimate Stress*), e a Deflexão Máxima Normalizada, o fator *NMD* (*Normalized Maximum Deflection*) para a otimização da placa.
- Verificar a influência da geometria da perfuração retangular, através do grau de liberdade  $b_0/a_0$  (razão entre a largura e comprimento da perfuração) nos resultados esperados.

#### 1.4. Justificativa

Com a ampla utilização de materiais cada vez mais tecnológicos em estruturas da indústria naval, automobilística, aeronáutica e civil, é necessário encontrar opções com aplicabilidade mais acessível, em questão financeira, adequação estrutural ou estética.

Existem diversas configurações de placas finas, a escolha é feita conforme a necessidade de cada projeto, a utilização das mesmas com furos pode ser muito benéfica, pois pode proporcionar maiores resistência e fluidez a tensões suportadas com menores volume de material e peso, respectivamente.

Desta forma, a escolha do tema é justificada em função da grande utilização de placas com furos em estruturas muito robustas, submetidas a esforços biaxiais, já que as mesmas podem oferecer uma melhor distribuição de tensões segundo o Design Construtal e do princípio da Ótima Distribuição das Imperfeições, com economia financeira e de material se comparadas às placas sólidas.

Por se tratar de uma área pouco estudada pela literatura até então, o método Design Construtal aplicado em problemas de mecânica dos sólidos, se torna justificado, pois o comportamento mecânica e estrutural da placa sob flambagem elasto-plástica está incluso e pode ser muito benéfico para a área.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta seção apresenta uma revisão bibliográfica, apresentando a teoria sobre os conceitos e os métodos utilizados para a elaboração do presente trabalho.

### 2.1. FLAMBAGEM DE PLACAS

Quando aplicada uma força de pequena amplitude, as deformações da placa são contidas no plano médio desta resultando em um deslocamento, para fora do plano da placa, nulo. Porém, com o aumento da magnitude destas cargas há alteração no modo de deformação da placa. Para cada placa existe um determinado valor de carga que começa a causar deflexões transversais ao plano médio, alterando o estado da placa de estável para instável à medida que a intensidade das cargas aumenta (Szilard, 2004).

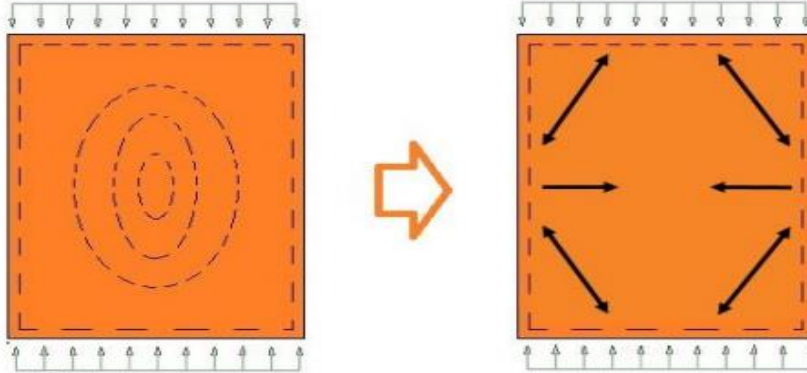
Pfeil e Pfeil (2012) e Abed et al. (2016) dizem que flambagem é um modo de falha que se observa em membros sob compressão devido, principalmente, à instabilidade estrutural. Quando a flambagem é dita elástica, a carga que determina a sua instabilidade é chamada carga crítica ( $P_{cr}$ ) e depende principalmente da esbeltez da placa analisada. o El-Sawy e Martini (2010) complementam afirmando que se a placa é robusta, a flambagem ocorre no regime plástico, causando a chamada flambagem inelástica, ou elasto-plástica, a qual tem a carga que determina o fenômeno chamada de carga última ( $P_u$ ).

Segundo Akesson (2007) a placa possui capacidade de suportar um incremento de carga mesmo após a flambagem elástica e, ainda, presume-se que a placa não sofre colapso no seu

ponto de equilíbrio neutro. Isto se dá pela reorganização das tensões de membrana de forma a estabilizar a flambagem através de uma faixa de tensão transversal.

A figura 2 mostra o sistema de redistribuição de carga no estado limite último.

Figura 2 – Sistema de redistribuição de carga.



Fonte: Adaptado de Da Silveira (2021)

## 2.2. MODELAGEM COMPUTACIONAL

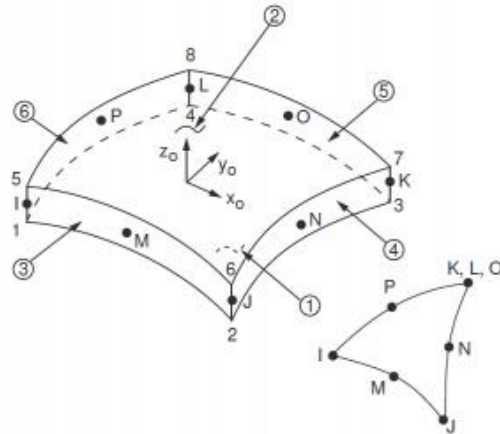
A aplicação do Método dos Elementos Finitos, aliado à técnica da Busca Exaustiva, foi feita através do ANSYS®, que é um software muito utilizado para a realização de problemas envolvendo análises estáticas, dinâmicas e de flambagem, cujo problema está presente nesse estudo.

Boa parte dos problemas de engenharia estrutural tem a sua solução baseada em equações diferenciais e as soluções destas fornecem resultados com certa precisão. De uma forma geral, para problemas que envolvam aspectos geométricos, carregamentos e condições de contorno mais simples, é possível encontrar a solução através de métodos analíticos. Porém, conforme a complexidade dos problemas aumenta, a Modelagem Computacional pode ser aplicada uma vez que oferece boas soluções, ainda que estas soluções resultem de métodos numéricos aproximados (Blaauwendraad, 2010).

A análise numérica foi realizada a partir da modelagem para flambagem elasto-plástica utilizando o elemento SHELL281, pois ANSYS® Element Manual (2009) diz que este é o elemento mais indicado para a análise de estruturas finas. O mesmo tem oito nós e seis graus de liberdade para cada nó, sendo eles: translações ao longo dos eixos x,y e z, e rotações em torno dos eixos x,y e z.

É possível ver a geometria do elemento na figura 3.

Figura 3 – Geometria do elemento SHELL281.



Fonte: Adaptado de ANSYS® User's Manual (2009).

A simulação numérica consiste em uma técnica que avalia o comportamento de um determinado sistema por meio de modelos computacionais, que reproduzem na totalidade ou em parte as propriedades e comportamentos do sistema, sendo assim permitida a manipulação e o estudo detalhado do caso (Zienkiewicz, 1971; Kardestuncer e Norrie, 1987; Devloo, 2005).

O material foi considerado linear elástico – perfeitamente plástico, que é o caso mais crítico para o material de aço. Uma imperfeição geométrica inicial que segue o modo de flambagem de uma pré-análise elástica de auto valor é assumido. O valor dessa imperfeição é de  $b/2000$ , onde  $b$  é a largura da placa (El-Sawy et al., 2004).

Para determinar a carga última responsável pela flambagem elasto-plástica, faz-se uso de uma carga de referência  $P_y = \sigma_y t$ , onde  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento do material, que é aplicada em pequenas porções nas arestas da placa. O método de Newton-Raphson é aplicado em cada uma dessas porções, para determinar os deslocamentos que correspondem à configuração de equilíbrio da placa (Helbig, 2016).

Lima et al. (2020) diz que no início da etapa de carregamento  $i + 1$ , existe um vetor de cargas em desequilíbrio  $\{\psi\}$ , igual ao incremento de carga  $\{\Delta \bar{N}\}$ , entre o vetor de carregamentos externos,  $\{\bar{N}\}_{i+1}$ , e o vetor de forças internas não lineares  $\{F_{NL}\}$ , o qual é igual ao vetor de carregamentos externos precedente,  $\{\bar{N}\}_i$ , como pode ser visto na Eq. (1). Então, o método de Newton-Raphson é aplicado iterativamente para reduzir o vetor de cargas em desequilíbrio,  $\{\psi\}$ , à um valor abaixo da tolerância prescrita, aplicando as Eqs. 2 a 4.

$$\{\psi\} = \{\Delta \bar{N}\} = \{\bar{N}\}_{i+1} - \{F_{NL}\} = \{\bar{N}\}_{i+1} - \{\bar{N}\}_i \quad (1)$$

$$\{\psi\}_{r+1} = \{\bar{N}\}_{i+1} - \{F_{NL}\}_r \quad (2)$$

$$\{\psi\}_{r+1} = [K_t]_r \{\Delta U\}_{r+1} \quad (3)$$

$$\{U\}_{r+1} = \{U\}_r + \{\Delta U\}_{r+1} \quad (4)$$

onde  $\{\psi\}_{r+1}$  é o vetor de cargas em desequilíbrio atualizado,  $\{F_{NL}\}_r$  é o vetor de forças não lineares na iteração  $r$ ,  $[K_t]_r$  é a matriz de rigidez tangente calculada a partir do vetor deslocamento  $\{U\}_r$ ,  $\{\Delta U\}_{r+1}$  é o vetor de incremento de deslocamento, atualizado, e  $\{U\}_{r+1}$  é o vetor deslocamento atualizado.

Helbig et al. (2016), Lima et al. (2020) e Madenci e Guven (2015) dizem que, se em um determinado passo de carga a convergência não pode ser atingida, ou seja, um incremento finito

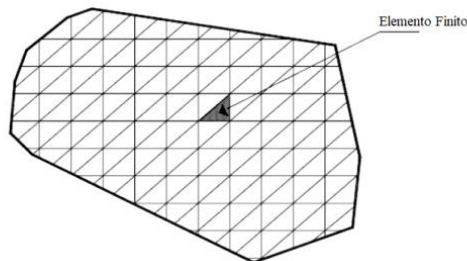
no vetor de deslocamentos não pode ser determinado de forma que o vetor de forças desequilibradas  $\{\psi\}$  seja anulado, significa que a carga última da estrutura foi atingida, pois independentemente do quão grande os deslocamentos e a deformação sejam, as tensões, e as forças internas não atingirão a magnitude necessária para equilibrar o carregamento externo, ou seja, o material chegará ao limite de sua resistência.

### 2.3. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Segundo Da Silveira (2021), O MEF é uma técnica computacional utilizada para a obtenção de soluções aproximadas para uma grande variedade de problemas de engenharia do “mundo real”, possuindo domínios complexos submetidos a condições gerais de contorno. O MEF é baseado na decomposição do domínio em um número finito de subdomínios, conhecidos na metodologia como elementos, para os quais a solução aproximada sistemática é construída pela aplicação dos métodos residual variacional ou residual ponderado (Madenci e Guven, 2015).

Vanalli (2004) e Szilard (2004) mostram que o problema é reduzido a um número finito de incógnitas, transformando o meio contínuo em discreto, através de uma malha de elementos finitos, onde os pontos de intersecção das linhas dessa malha denominam-se nós. Sendo assim, cada elemento e/ou malha de elementos tem uma condição de forma mais aproximada ao problema real. É possível ver um exemplo de divisão de domínio na figura 4.

Figura 4 – Divisão de um domínio em elementos finitos.



Fonte: Adaptado de Vanalli (2004).

### 2.4. MÉTODO DO DESIGN CONSTRUTAL

Em 1997, o Design Construtal, foi proposto como uma visualização mental de que os sistemas de fluxo animados ou inanimados seguem um princípio físico fundamental, que é a Lei Construtal. O Design Construtal se baseia em três princípios fundamentais para descrever como as formas geométricas são determinadas (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008; Bejan e Zane, 2012), são eles:

- 1) A vida é um fluxo, ou seja, todos os sistemas de fluxo são sistemas vivos, tanto o animado como o inanimado;
- 2) Geração de design e a sua evolução são fenômenos da física, baseados em um princípio físico fundamental;
- 3) Os Sistemas têm a tendência para evoluir em um determinado sentido no tempo.

A TC é a visão mental de que a geração de estruturas de fluxo/escoamento que existem na natureza (bacias hidrográficas, pulmões, circulação atmosférica, tecidos vascularizados, etc.) podem ser fundamentadas com base em um princípio evolutivo de aumento do acesso ao

fluxo/escoamento no tempo. Este princípio é chamado Lei Construtal (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008).

Da Silveira (2020) ainda diz que para a avaliação das geometrias ótimas que levam ao melhor comportamento mecânico da placa é aplicado o método Design Construtal, através do qual é possível comparar as distribuições das tensões, baseado na ótima distribuição das imperfeições para cada fração volumétrica ( $\phi$ ). O DC define o espaço de busca com base nos graus de liberdade, e através do método da Busca Exaustiva é obtida a otimização geométrica, baseado no parâmetro de performance, sendo este a tensão última ( $\sigma_u$ ) obtida.

### 3. MATERIAIS E MÉTODOS

Para chegar ao principal objetivo do presente trabalho, o estudo da flambagem elasto-plástica em placas finas de aço com perfuração retangular, sob esforços compressivos biaxiais, a modelagem computacional será utilizada através do software ANSYS®.

O software irá se valer do Método dos Elementos Finitos, que é amplamente utilizado para resolução de problemas de engenharia. Os parâmetros são determinados a partir do método do Design Construtal utilizando a técnica da Busca Exaustiva, a Tensão última Normalizada, o *NUS*, será o principal parâmetro de performance, e para casos onde o *NUS* for o mesmo para diferentes geometrias, a deflexão máxima normalizada, *NMD*, será utilizada como um segundo parâmetro para encontrar a geometria ótima e o melhor desempenho mecânico.

O método utilizado para aplicação da Lei Construtal na engenharia é denominado de Design Construtal, sendo esse um método que relaciona os graus de liberdade, restrições globais e indicador de desempenho, para encontrar a geometria que proporciona um melhor desempenho do sistema quando submetido a alguma espécie de fluxo e/ou escoamento, devendo este ser maleável (Bejan e Zane, 2012).

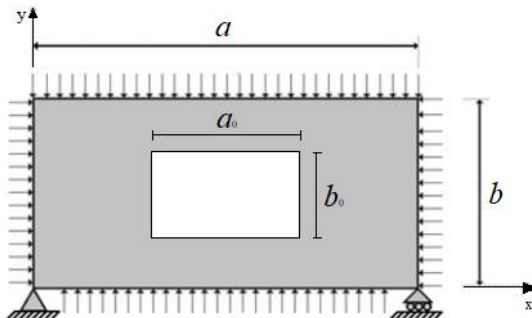
Segundo Da Silveira (2020), a aplicação do método Design Construtal é condicionada à existência de restrições e de um ou mais graus de liberdade, para que então possa ser satisfeita a função objetivo. Desta forma, este estudo considera dois graus de liberdade sendo: a razão de aspecto  $b/a$  da placa e a relação  $b_0/a_0$  do furo. Nesse estudo, o Design Construtal é aplicado utilizando a fração volumétrica em relação ao volume total da placa ( $V$ ) e ao volume da perfuração ( $V_0$ ).

A fração volumétrica da placa retangular com perfuração retangular, é escrita através da equação abaixo:

$$\phi = \frac{V_0}{V} = \frac{b_0 a_0 t}{bat} = \frac{b_0 a_0}{ba} \quad (5)$$

onde as dimensões estão dispostas na Figura 5,  $\phi$  é a fração volumétrica e  $t$  é a espessura da placa.

Figura 5 - Placa com perfuração retangular centralizada, simplesmente apoiada e submetida a compressão biaxial.



Fonte: Autoria própria.



Segundo Da Silveira (2020), outra restrição, de forma a evitar resultados afetados pelo efeito de bordas na placa, deve ser adotado um limite da distância entre o contorno do furo e a borda da placa de 10% do comprimento total da placa na mesma direção.

A análise será realizada respeitando as frações volumétricas de  $\phi = 0,05; 0,10; 0,15$ , fazendo com que a variação geométrica do furo aconteça a partir da alteração das variáveis  $a_0$  e  $b_0$ , que correspondem ao comprimento e a largura da perfuração, respectivamente, mantendo a fração volumétrica e as dimensões da placa, constantes.

Da Silveira (2021) diz que a aplicação do método Design Construtal associado à Busca Exaustiva é condicionada à existência de restrições e de um ou mais graus de liberdade, visando a melhoria de um ou mais parâmetros de performance. Para este trabalho, o volume total da placa, a fração volumétrica e a espessura  $t$  foram considerados como restrições. Como parâmetro de performance foi utilizada a Tensão Última Normalizada (*NUS*) e para os casos em que o *NUS* foi igual para diferentes configurações, a Deflexão Máxima Normalizada (*NMD*) foi utilizada como segundo parâmetro.

O fator de normalização utilizado recebe o nome de *NUS* é calculado pela razão entre a tensão última da placa perfurada e a tensão última da placa de referência (placa sem furo) e a Máxima Deflexão Normalizada, com a finalidade de analisar qual das geometrias apresenta o menor valor do *NMD*, ou seja, qual das placas apresenta a menor deflexão lateral quando atingida a tensão última da flambagem elasto-plástica. (DA SILVEIRA, 2021). As equações para a obtenção do *NUS* e *NMD* encontram-se abaixo:

$$NUS = \frac{\sigma_u}{\sigma_{ur}} \quad (6)$$

onde  $\sigma_u$  é a tensão última da placa analisada e  $\sigma_{ur}$  é a tensão última da placa de referência.

$$NMD = \frac{U_z}{U_{zr}} \quad (7)$$

onde  $U_z$  é a máxima deflexão da placa perfurada e  $U_{zr}$  é a máxima deflexão da placa de referência (sem perfuração).

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esta seção apresenta os resultados obtidos para o teste de determinação da malha utilizada, das simulações numéricas para as placas e os resultados das mesmas em relação aos parâmetros de performance.

### 4.1. TESTE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA

Para a utilização do MEF na solução de problemas de flambagem de placas, é necessário que seja pré-determinado o tamanho do elemento finito utilizado. O teste da convergência da malha é importante para que seja analisada a resposta obtida de acordo com o refino da malha, possibilitando a escolha de um número de elementos que ao mesmo tempo apresente resultados precisos e exija um esforço computacional menor. A placa escolhida para a realização do teste tem dimensões de  $a = 2000$  mm,  $b = 10000$  mm,  $a_0 = 750$  mm,  $b_0 = 400$  mm e  $t = 12$  mm, o material escolhido foi o aço AH-36, conhecido como aço naval, com módulo de elasticidade de  $E = 210$  GPa, coeficiente de Poisson de  $\nu = 0,3$  e tensão de escoamento de  $\sigma_y = 355$  MPa.

A tabela 1 apresenta os valores obtidos para o teste de convergência.

Tabela 1 – Teste de convergência de malha.

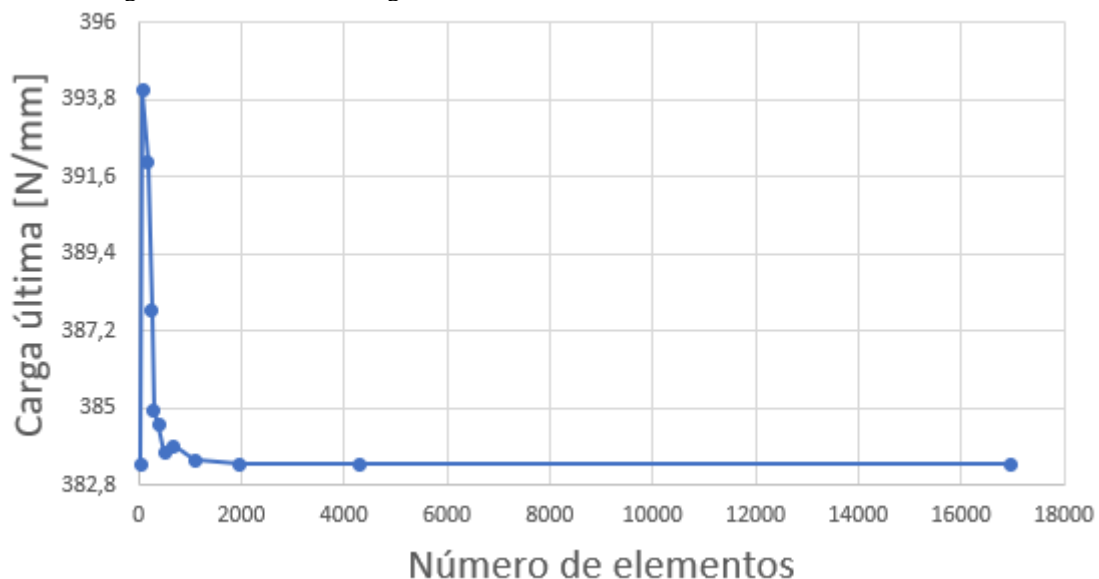
Tamanho do elemento (mm)	Número de elementos	Carga de (N/mm)	Última Tempo Aprox. de Simulação (s)
200	51	383,4	3
150	82	394,05	4
100	172	392,01	6
90	250	387,8	8
80	289	384,9	8
70	388	384,5	9
60	503	383,7	9
50	684	383,9	14
40	1097	383,5	15
30	1962	383,40	15
20	4302	383,40	28
10	16973	383,40	134

Fonte: Autoria própria.

A partir da tabela 1, é possível verificar que para elementos de tamanho entre 80 e 40 mm, há uma variação pequena nos resultados obtidos, porém, a partir do tamanho 30 até 10 mm, a carga última converge para um mesmo resultado. No entanto, com um elemento de tamanho 30 mm o resultado obtido é bastante satisfatório, com um tempo menor de simulação, significando um esforço computacional menor se comparado à malha de 10 mm.

A figura 6 mostra uma curva da carga última em relação ao número de elementos que fica estável a partir de 1962 elementos, ou seja, com tamanho de 30 mm. A partir desses resultados, é possível determinar que esse será o tamanho de elemento para o presente estudo.

Figura 6 – Teste de convergência de malha.



Fonte: Autoria própria.

## 4.2. SIMULAÇÕES

Todas as análises foram realizadas com base na placa de referência sem perfuração com as medidas presentes na tabela 2.

Tabela 2 – Placa fina sem perfuração utilizada como referência.

Dados	Placa
$a$ (mm)	2000
$b$ (mm)	1000
$t$ (mm)	12
$E$ (GPa)	210
$\nu$	0,3
$\sigma_y$ (MPa)	355

Fonte: Autoria própria.

A tensão última de referência encontrada foi de  $\sigma_{ur} = 596,4$  MPa e a deformação máxima de referência foi de  $U_{Zr} = 39,412$  mm.

As simulações numéricas para a fração volumétrica de  $\phi = 0,05$  foram realizadas e os resultados obtidos estão apresentados na tabela 3.

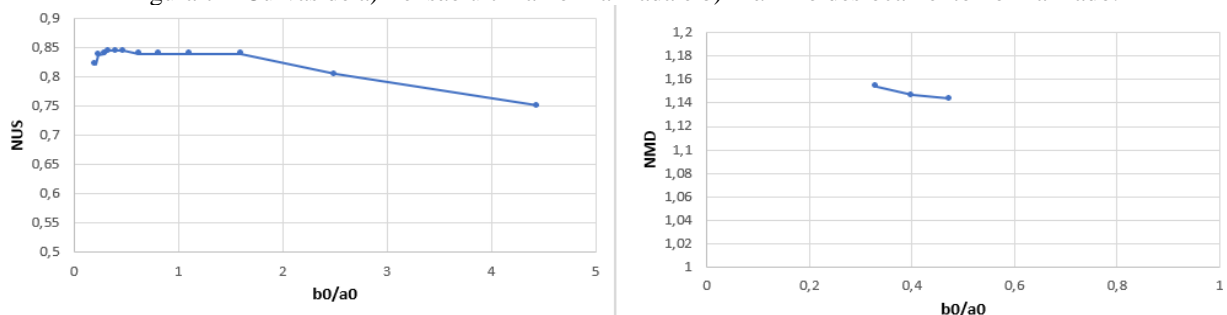
Tabela 3 – Simulações para fração volumétrica de  $\phi = 0,05$ .

Placa	$a_0$ (mm)	$b_0$ (mm)	$b_0/a_0$	$NUS$	$NMD$
0,05-01	700	142,857	0,20408	082143	1,14278
0,05-02	650	153,846	0,23669	0,83705	1,18453
0,05-03	585	170,94	0,29221	0,83929	1,15294
0,05-04	550	181,818	0,33058	0,84375	1,15435
0,05-05	500	200	0,4	0,84375	1,14652
0,05-06	460	217,391	0,47259	0,84375	1,14387
0,05-07	400	250	0,625	0,83929	1,13385
0,05-08	350	285,714	0,81633	0,83929	1,14673
0,05-09	300	333,333	1,111	0,83929	1,17948
0,05-10	250	400	1,6	0,83929	1,27841
0,05-11	200	500	2,5	0,80357	1,27445
0,05-12	150	666,667	4,444	0,75	1,20371

Fonte: Autoria própria.

A partir dos resultados obtidos, foi possível plotar os gráficos para o  $NUS$  e para o  $NMD$ . Os mesmos encontram-se na figura 7.

Figura 7 – Curvas de a) Tensão última normalizada e b) Máximo deslocamento normalizado.

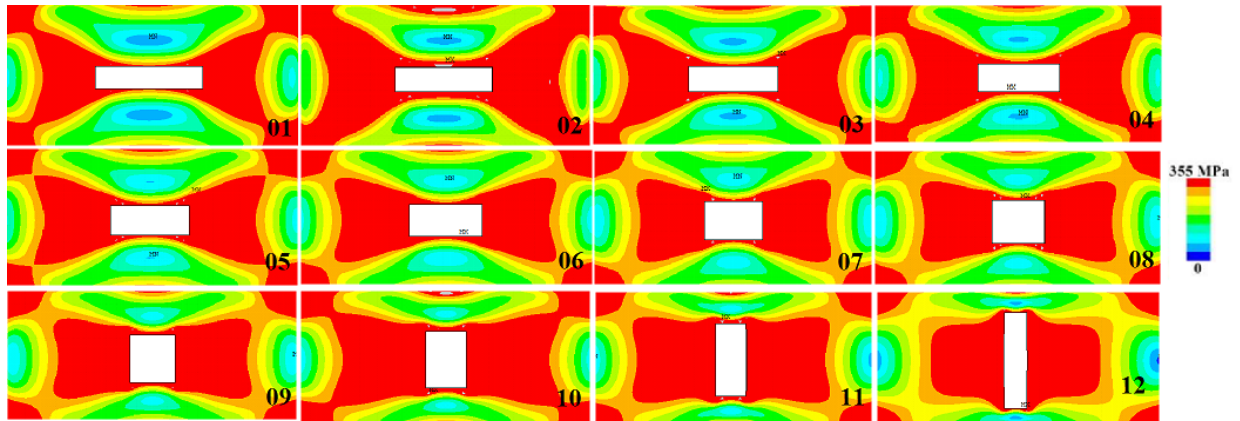


Fonte: Autoria própria.

Analisando a figura 7 através de uma análise quantitativa do  $NUS$  para essa fração volumétrica, nota-se que a geometria ótima está entre as placas 04, 05 e 06, para  $NUS = 0,84375$  e valores do grau de liberdade  $0,33 < b_0/a_0 < 0,47$ . Como as três configurações obtiveram o mesmo valor para o  $NUS$ , foi necessário analisar o menor valor do fato  $NMD$ , sendo este obtido pela placa 06 com valor de  $NMD = 1,14387$  para  $b_0/a_0 = 0,47259$ .

Por fim, a figura 8 apresenta as distribuições de tensões de von Mises para as placas analisadas com fração volumétrica de 0,05.

Figura 8 – Distribuições de tensões de von Mises.



Fonte: Autoria própria.

Analisando de forma qualitativa, através do Princípio da Ótima Distribuição das Imperfeições, da Lei Construtal, nota-se na figura 8 que a geometria ótima (placa 06) apresenta uma grande área submetida às máximas tensões (na cor vermelha) e, ainda, nota-se que quando comparada às piores geometrias esta configuração da placa apresenta superfícies menores submetidas às tensões baixas ou nulas (na cor azul). Esta observação vai ao encontro do Princípio da Ótima Distribuição das Imperfeições uma vez que a geometria ótima é aquela que consegue melhor distribuir as suas imperfeições, neste caso, as tensões limite.

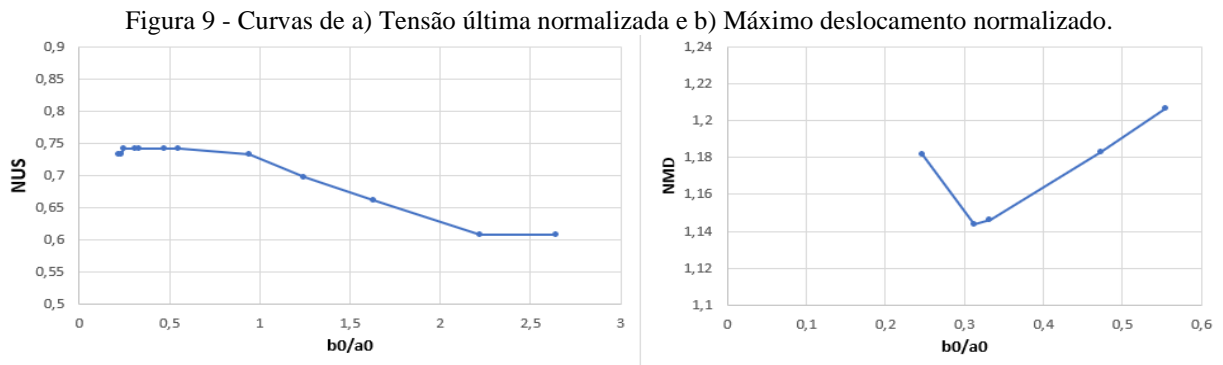
As simulações para a fração volumétrica de  $\phi = 0,10$  foram realizadas e os resultados encontram-se na tabela 4.

Tabela 4 – Simulações para fração volumétrica de  $\phi = 0,10$ .

Placa	$a_0$ (mm)	$b_0$ (mm)	$b_0/a_0$	$NUS$	$NMD$
0,10-01	950	210,526	0,22161	0,73214	1,12692
0,10-02	925	216,216	0,23375	0,73214	1,11689
0,10-03	900	222,222	0,24691	0,74107	1,18169
0,10-04	800	250	0,3125	0,74107	1,14355
0,10-05	775	258,065	0,33299	0,74107	1,14619
0,10-06	650	307,692	0,47337	0,74107	1,1827
0,10-07	600	333,333	0,55556	0,74107	1,20637
0,10-08	460	434,783	0,94518	0,73214	1,319
0,10-09	400	500	1,25	0,69643	1,18139
0,10-10	350	571,429	1,63265	0,66071	1,02936
0,10-11	300	666,667	2,22222	0,60714	0,65164
0,10-12	275	727,273	2,64463	0,60714	0,62891

Fonte: Autoria própria.

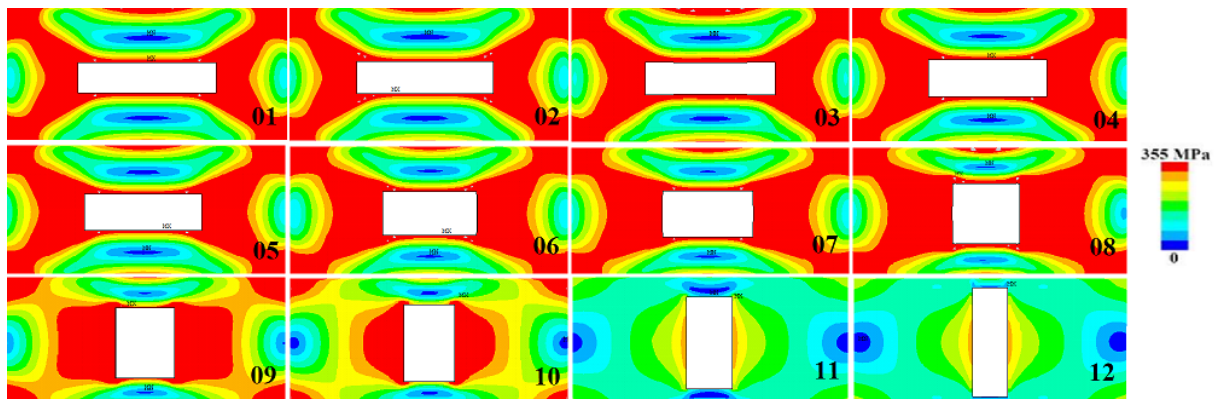
A partir dos resultados obtidos, foi possível plotar os gráficos para o *NUS* e para o *NMD*. Os mesmos encontram-se na figura 9.



Fonte: Autoria própria.

A análise dos valores de *NUS* para essa fração volumétrica mostra que a geometria ótima está entre as placas 03 a 07, com um valor de  $NUS = 0,74107$  e  $0,24 < b_0/a_0 < 0,55$ . Como cinco geometrias apontaram o mesmo valor para *NUS*, foi necessário analisar o menor valor do *NMD*, sendo este obtido peça placa 04 com  $NMD = 1,14355$ . A figura 10 apresenta as distribuições de tensões de von Mises para as placas analisadas com fração volumétrica de 0,10.

Figura 10 – Distribuições de tensões de von Mises.



Fonte: Autoria própria.

Analisando qualitativamente a figura 10, nota-se que as geometrias que maximizaram o *NUS* são as que apresentam as maiores regiões submetidas às máximas tensões (na cor vermelha). Se comparada a geometria ótima (placa 04) com as piores performances obtidas (Placas 10, 11 e 12, por exemplo) nota-se que a geometria ótima do furo retangular apresenta superfícies menores submetidas às tensões baixas ou nulas (na cor azul) além de apresentar regiões maiores submetidas às máximas tensões. Isto é a representação de que a geometria do furo que conduziu ao melhor comportamento mecânico é a mesma que consegue melhor distribuir as imperfeições do sistema.

Por fim, as simulações para a fração volumétrica de  $\phi = 0,15$  foram realizadas e os resultados encontram-se na tabela 5.

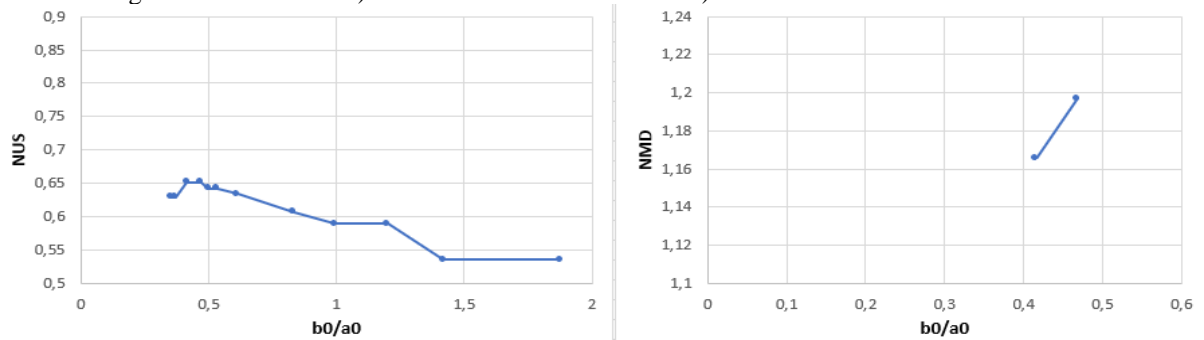
Tabela 5 – Simulações para fração volumétrica de  $\phi = 0,15$ .

Placa	$a_0$	$b_0$ (mm)	$b_0/a_0$	$NUS$	$NMD$
0,10-01	925	324,324	0,35062	0,62947	1,03875
0,10-02	900	333,333	0,37037	0,62947	1,05015
0,10-03	850	352,941	0,41522	0,65179	1,16565
0,10-04	800	375	0,46875	0,65179	1,1971
0,10-05	775	387,097	0,49948	0,64286	1,17136
0,10-06	750	400	0,53333	0,64286	1,19077
0,10-07	700	428,571	0,61224	0,63393	1,18832
0,10-08	600	500	0,83333	0,60714	1,1292
0,10-09	550	545,455	0,99174	0,58929	1,06303
0,10-10	500	600	1,2	0,58929	1,11592
0,10-11	460	652,174	1,41777	0,53571	0,68425
0,10-12	400	750	1,875	0,53571	0,40696

Fonte: Autoria própria.

A partir dos resultados obtidos, foi possível plotar os gráficos para o  $NUS$  e para o  $NMD$ . Os mesmos encontram-se na figura 11.

Figura 11 - Curvas de a) Tensão última normalizada e b) Máximo deslocamento normalizado.

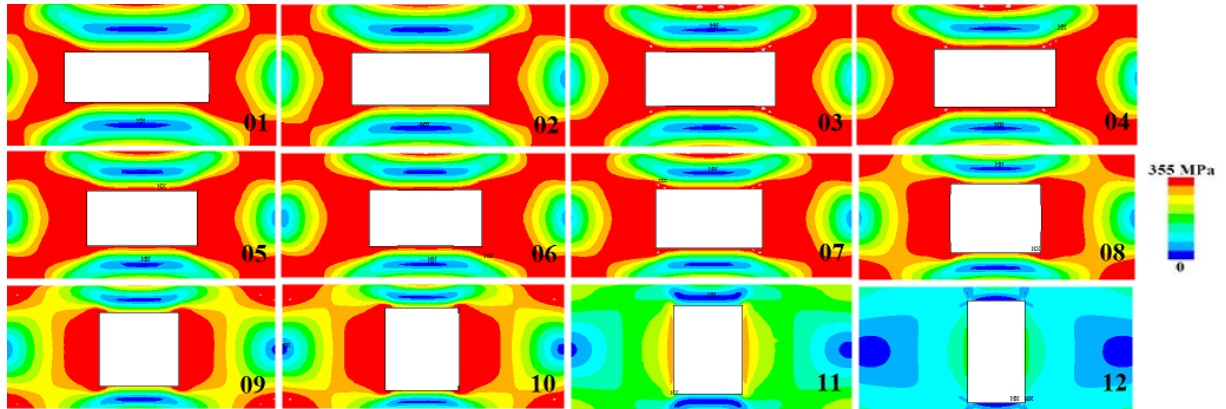


Fonte: Autoria própria.

No caso de  $\phi = 0,15$  os maiores valores da tensão última normalizada encontram-se nas placas 03 e 04 com  $NUS = 0,65179$  e  $b_0/a_0 = 0,415$  e  $0,468$ , respectivamente. Sendo assim, foi necessário selecionar o menor valor para o fator  $NMD$ , sendo obtido  $NMD = 1,16565$  para a placa 03.

Para  $\phi = 0,15$ , as distribuições das tensões de von Mises encontram-se na figura 12.

Figura 12 – Distribuições de tensões de von Mises.

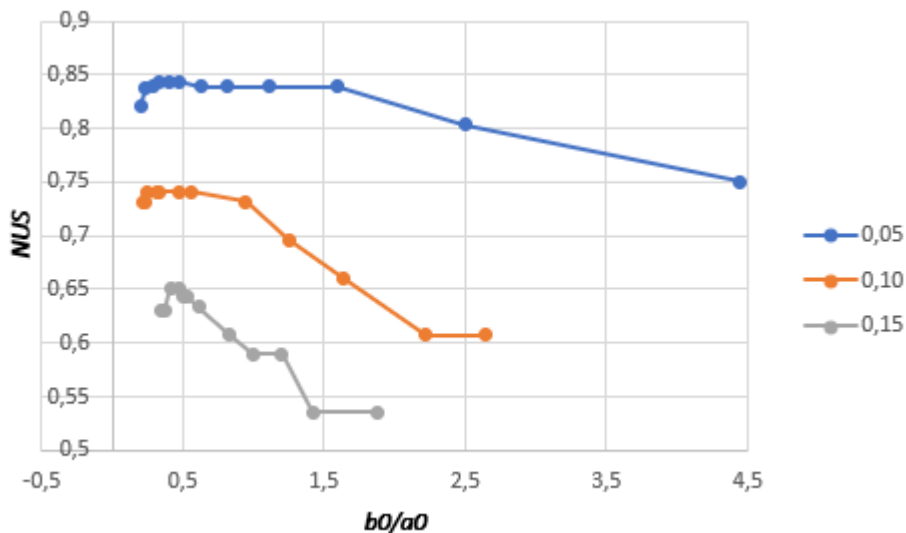


Fonte – Autoria própria.

Conforme diz o princípio da Ótima Distribuição das Imperfeições, a geometria ótima é a que distribui melhor as imperfeições da placa, ou seja, para estas análises, são consideradas como imperfeições as concentrações de tensões máximas, logo, as geométricas ótimas são as que mostram uma melhor distribuição destas tensões. Para este caso, as geometrias que apresentam o melhor comportamento mecânico (Placas 03 e 04) mostram uma maior região sob as tensões máximas de von Mises (representada pela cor vermelha). Já as configurações da perfuração que levam às piores performances apresentam regiões maiores nas cores azuis (tensões baixas ou nulas) e verdes (tensões de valores medianos).

Após obter todos os resultados, o gráfico comparativo para as três frações volumétricas foi plotado, e nele foi possível identificar um valor de  $NUS$  maior para a fração volumétrica de  $\phi = 0,05$  e menor para  $\phi = 0,15$ . Os resultados podem ser visualizados na figura 13.

Figura 13 – Gráfico de  $NUS$  para as frações volumétricas.



Fonte: Autoria própria.

Nota-se a partir da figura 13 que o incremento da fração volumétrica afeta diretamente o comportamento mecânico da placa, reduzindo o fator  $NUS$  à medida que o furo aumenta.

## 5. CONCLUSÕES

A análise da flambagem elasto-plástica de placas perfuradas é muito interessante em aplicações onde se busca uma redução de material utilizado e peso com um aumento da capacidade de suportar aos carregamentos. As aplicações são diversas e muitas vezes inevitáveis, fazendo com que o entendimento da influência da perfuração no comportamento mecânico da placa tenha grande relevância na análise estrutural.

Pôde-se notar que existe um limite da relação da perfuração com a placa total considerando os efeitos das condições de contorno. Ainda, notou-se que em casos em que as perfurações são muito alongadas em uma direção os resultados são prejudicados por concentrações de tensões que surgem no entorno da perfuração. Portanto foi necessária a limitação dos graus de liberdade de  $b_0/a_0 = 0,20$  até  $b_0/a_0 = 4$ .

Para a fração volumétrica  $\phi = 0,05$ , a placa que apresentou a melhor geometria foi a placa 05, com dimensões da perfuração de  $a_0 = 460$  mm e  $b_0 = 217,391$  mm ( $b_0/a_0 = 0,47258$ ), com valor de  $NUS = 0,84375$ . A inserção da perfuração apresenta uma redução de 15,6% do  $NUS$  quando comparado à placa de referência e a variação geométrica da perfuração pode melhorar em 12,5% a performance da placa quando comparada a geometria ótima com a pior. Já para a fração volumétrica  $\phi = 0,10$ , a geometria ótima obtida foi a 04, com dimensões da perfuração de  $a_0 = 800$  mm e  $b_0 = 250$  mm ( $b_0/a_0 = 0,3125$ ) com  $NUS = 0,74107$ . A inserção do furo reduz em 25,9% o  $NUS$  quando comparado à referência e a variação geométrica da perfuração melhora em até 22,6% quando comparada a geometria ótima com a pior. Para a fração volumétrica  $\phi = 0,15$ , a placa que apresentou a ótima geometria foi a 02, com dimensões da perfuração de  $a_0 = 850$  mm e  $b_0 = 352,941$  mm ( $b_0/a_0 = 0,41522$ ), e  $NUS = 0,65179$ . Houve uma redução de 34,8% no  $NUS$  quando comparado à referência e a variação geométrica do furo possibilita uma melhoria de até 21,7% no comportamento mecânico da placa quando comparadas as geometrias ótima e pior.

Por fim, o Método DC associado ao MEF e à BE mostrou-se efetivo na determinação das geometrias ótimas, através da análise qualitativa das tensões de von Mises baseada no Princípio da Ótima Distribuição das Imperfeições da Lei Construtal, possibilitando a determinação das geometrias que conduzem ao melhor desempenho mecânico da placa.

## REFERÊNCIAS

ANSYS. **User's Manual: Analysis Systems**. ANSYS Inc., 2009.

ABED, F. H.; MEGAHED, M.; AL-RAHMANI, A. **On the improvement of buckling of pretwisted universal steel columns**. Structures, v. 5, p. 152 – 160, 2016.

ÅKESSON, B. **Plate Buckling in Bridges and Other Structures**. London, UK: Taylor & Francis, 2007. ISBN 978-0-415-43195-8.

BEJAN, A. **Shape and Structure, From Engineering to Nature**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000. ISBN 0521793882.



BEJAN, A.; LORENTE, S. **Design with constructal theory**. New Jersey: John Wiley Sons, 2008.

BEJAN, A.; ZANE, J. P. **Design in Nature. How the Constructal Law Govern Evolution in Biology, Physics, and Social Organization**. New York, USA: Doubleday, 2012.

BEJAN, A., LORENTE, S. **Constructal Theory of generation of configuration in nature and engineering**. Journal of Applied Physics, vol. 100, pp. 041301, 2006.

BIRMAN, V. **Plates Structures**. New York, USA: Springer, 2011.

BLAAUWENDRAAD, J. **Plates and FEM: Surprises and Pitfalls**. London, UK: Springer, 2010.

DA SILVEIRA, T. et al. **Design construtal e método de elementos finitos aplicados à flambagem biaxial de placas perfuradas laminadas simetricamente**. Rio Grande: FURG, 2016.

DA SILVEIRA, T. et al. **Verificação de um modelo computacional baseado no método de elementos finitos aplicado à flambagem biaxial de placas delgadas laminadas**. Rio Grande: MCSUL, 2016.

DA SILVEIRA, T. **Simulação numérica e design construtal aplicados à flambagem biaxial elasto-plástica de placas perfuradas**. Rio Grande: FURG, 2020.

DA SILVEIRA, T. **Simulação numérica e design construtal aplicado à flambagem biaxial elasto-plástica de placas perfuradas**. Tese (Doutorado em Modelagem Computacional) – Universidade Federal do Rio Grande. Rio Grande. 2021.

DEVLOO, P. R. B. **Simulação Numérica**. Revista Multiciência, v. 4, n. 4, p. 1-13, 2005.

EL SAWY, K. M.; NAZMY, A. S.; MARTINI, M. I. **Elasto-plastic buckling of perforated plates under uniaxial compression**. Emirados Árabes Unidos: Science Direct, 2004.

EL-SAWY, K. M. & MARTINI, M. I. “Elastic stability of bi-axially loaded rectangular plates with a single circular hole”. Thin-Walled Structures, Vol. 45, pp. 122–133, 2007.

FOLKZE, E. G. G. et al. **Numerical simulation and constructal design applied to the study of elastic buckling in thin steel plates with oblong perforations**. Rio Grande: FURG, 2016.

HELBIG, D. et al. **Numerical Simulation and Constructal Design Method Applied to the Study of the Cutouts Shape Influence in the Mechanical Behavior of Perforated Plates Subjected to Buckling**. XXXV CILAMCE. Fortaleza, 2016.

JONES, R. M. **Buckling of bars, plates and shells**. Blacksburg, USA: Bull Ridge Publishing, 2006. ISBN 0978722302

JONES, R. M., 1999. **Mechanics of Composite Materials**. Segunda Edição. Philadelphia: Taylor & Francis.

KARDESTUNCER, H.; NORRIE, D. H. **Finite Element Method Handbook**. London, UK: McGraw-Hill, 1987. ISBN 978007033055

MADENCI, E. e GUVEN, I. **The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS**. New York, USA: Springer, 2015. ISBN 978-1-4899-7549-2.

PAIK, J.K.; THAYAMBALLI, A. K. **Ship-shaped offshore structures: Design, building, and operation**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2007.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de Aço: Dimensionamento Prático**. Rio de Janeiro, Brasil: LTC, 2012.

LORENTE, S.; LEE, J.; BEJAN, A. **The “flow of stresses” concept: The analogy between mechanical strength and heat convection**. Amsterdam: Elsevier, 2010.

SHANMUGAM, N. E.; THEVENDRAN, V.; TAN, Y. H. **Design formula for axially compressed perforated plates**. Thin-Walled Structures, v. 34, n. 1, p. 1-20, 1999.

SZILARD, R. **Theories and Applications of Plate Analysis: Classical Numerical and Engineering Methods**. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 2004. ISBN 0471429899.

VANALLI, L. **O MEC e o MEF aplicados à análise de problemas viscoplásticos em meios anisotrópicos e composto**, 2004. Tese de Doutorado, São Carlos, SP, Brasil: Universidade de São Paulo - USP.

ZIENKIEWICZ, O. C. **The Finite Element Method in Engineering Science**. London, UK: McGraw-Hill, 1971.