

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

LUANA DE FREITAS OLIVEIRA

**UMA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO
FUNDAMENTAL ACERCA DA PLANIFICAÇÃO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

**Caçapava do Sul-RS
2021**

LUANA DE FREITAS OLIVEIRA

**UMA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO
ENSINO FUNDAMENTAL ACERCA DA PLANIFICAÇÃO DE
FIGURAS GEOMÉTRICAS**

Trabalho de Conclusão do Curso apresentado ao Curso de Ciências Exatas - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciada em Ciências Exatas - Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dra. Maria Arlita da Silveira Soares

**Caçapava do Sul-RS
2021**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais).

- O48a Oliveira, Luana de Freitas Oliveira
Uma análise de livros didáticos de matemática do Ensino
Fundamental acerca da planificação de figuras geométricas /
Luana de Freitas Oliveira Oliveira.
35 p.
- Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade
Federal do Pampa, CIÊNCIAS EXATAS, 2021.
"Orientação: Maria Arlita da Silveira Soares Soares".
1. Figuras geométricas espaciais. 2. Planificação. 3.
Livro Didático. 4. Ensino Fundamental. I. Título.

LUANA DE FREITAS OLIVEIRA

**UMA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL
ACERCA DA PLANIFICAÇÃO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Ciências Exatas da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciada em Ciências Exatas - Matemática.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 1, outubro de 2021.

Banca examinadora:

Profa. Dra. Maria Arlita da Silveira Soares

Orientadora

Unipampa

Profa. Dra. Elenize Rangel Nicoletti

Unipampa

Prof. Dr. Leugim Corteze Romio

Unipampa



Assinado eletronicamente por **MARIA ARLITA DA SILVEIRA SOARES, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 05/10/2021, às 21:36, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **ELENIZE RANGEL NICOLETTI, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 07/10/2021, às 12:31, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0632569** e o código CRC **60AC5826**.

UMA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL ACERCA DA PLANIFICAÇÃO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

Luana Freitas de Oliveira¹
Maria Arlita da Silveira Soares²

Resumo: Este trabalho tem por objetivo analisar como coleções de livros didáticos, elaboradas por mesmo autor e propostas tanto para os Anos Iniciais quanto para o Anos Finais do Ensino Fundamental, abordam atividades que requerem relacionar figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Para isso, buscou-se fundamentação teórica em propostas curriculares e pesquisas que tratam do processo de ensino e aprendizagem de geometria e do desenvolvimento do pensamento geométrico. A escolha metodológica é de uma pesquisa qualitativa na forma de análise documental. A análise dos dados permite concluir que, a ideia de planificação é abordada pelo autor das coleções em todos os anos do Ensino Fundamental, sendo a maior ênfase verificada no 6º ano. As atividades propostas, em sua maioria, exigem do estudante identificar a planificação correta entre várias possibilidades. Destaca-se, que não foram constatadas atividades que requerem do estudante desenhar a planificação a partir da percepção de uma figura espacial na forma de desenho em perspectiva ou a partir da análise de um objeto, o que pode limitar o desenvolvimento dessa habilidade.

Palavras-chave: Figuras geométricas espaciais. Planificação. Livro Didático. Ensino Fundamental.

AN ANALYSIS OF MATHEMATICS TEXTBOOKS OF ELEMENTARY SCHOOL ABOUT THE REPRESENTATIONS IN THE PLANE OF GEOMETRIC FIGURES

Abstract: This work aims to analyze how textbook collections, prepared by the same author and organized for both the Initial and Final Years of Elementary School, propose activities that require relating spatial figures to their representations in the plane and vice versa. For this, a theoretical basis was sought in curricular proposals and research dealing with the teaching and learning process of geometry and the development of geometric thinking. The methodological choice is a qualitative research in the form of document analysis. Data analysis allows us to conclude that the idea of planify figures is worked by the author of the collections in all years of elementary school, with the greatest emphasis being verified in the 6th year. The proposed activities, for the most part, require the student to identify the correct representation in the plane among several possibilities. It is noteworthy that there were no activities that require the student to draw the representation in the plane from the perception of a spatial figure in the form of perspective drawing or from the analysis of an object, which can limit the development of this skill.

Keywords: Spatial geometric figures. Representation in the plane. Textbook. Elementary School.

1 INTRODUÇÃO

O interesse por pesquisar sobre geometria e o desenvolvimento do pensamento geométrico, em particular, a geometria espacial emerge das discussões na componente de Geometria Euclidiana Espacial do Curso de Ciências Exatas - Licenciatura. O objetivo desta componente curricular é: “estudar as propriedades das figuras geométricas espaciais com rigor matemático, aperfeiçoando a visão tridimensional de objetos geométricos e preparando o futuro professor à prática docente de tal conteúdo” (UNIPAMPA, 2019, p. 185). Durante as aulas foram analisados livros didáticos do Ensino Médio em relação a geometria espacial de posição. Sendo verificado que os conceitos relacionados a este campo da geometria são abordados com

¹ Acadêmica do Curso de Ciências Exatas – Licenciatura.

² Orientadora do trabalho.

menor ênfase do que área e volume de sólidos, o que pode dificultar o desenvolvimento da visão tridimensional dos objetos geométricos e compreensão de suas propriedades.

Além das atividades oportunizadas pelo componente curricular pode-se destacar as vivências/experiências em uma turma do Ensino Fundamental no contexto do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) - Subprojeto Matemática ao desenvolver atividades relacionadas a geometria plana. Nessas vivências/experiências percebeu-se dificuldades dos estudantes no entendimento desses conceitos, em particular, na identificação de características de cada figura geométrica, por exemplo, quadriláteros.

As avaliações nacionais (em especial, SAEB³), também, mencionam dificuldades dos estudantes na resolução de situações-problema relacionadas a geometria. Por exemplo, em situações que requerem analisar a posição e o deslocamento de objetos no espaço; reconhecer formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais; identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações ou vistas; verificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema (BRASIL, 2018). No que tange a conceitos relacionados a geometria espacial, Viana (2012, 2015) afirma que, muitos estudantes do Ensino Médio confundem poliedros com polígonos e outros demonstram estar bem abaixo daquilo que é esperado para este nível.

No entanto, a aprendizagem de conceitos geométricos é fundamental para o desenvolvimento dos estudantes, pois este campo da Matemática possibilita resolver problemas do mundo físico, da própria Matemática e de diferentes áreas do conhecimento. O desenvolvimento do pensamento geométrico possibilita investigar propriedades, fazer conjecturas, testá-las, produzir argumentos convincentes e demonstrar, ações fundamentais para a aprendizagem matemática e resolução de problemas de diferentes áreas.

A importância da geometria espacial fica explícita ao analisar sua presença em diferentes formas naturais (cristais, planetas) e construídas (prédios em forma de paralelepípedos, bola de futebol, embalagens), sendo “essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços” (BRASIL, 2002, p. 123).

Segundo Mandarinó (2010, p. 4), “atualmente, no país, o livro didático é uma ferramenta fundamental no âmbito educacional, especialmente, no âmbito das escolas públicas”, pois é um dos recursos mais utilizados pelos professores na elaboração e desenvolvimento da prática.

³ Sistema de Avaliação da Educação Básica.

Além disso, “os livros acabaram determinando conteúdos, condicionando estratégias de ensino e marcando de forma bastante incisiva **o que** se ensina e **como** se ensina em nossas escolas” (LEMOS, 2006, p. 173, grifos da autora). Assim, torna-se importante analisar esses recursos.

Com intuito de assegurar a qualidade dos livros didáticos o Ministério da Educação (MEC) criou o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Este programa tem por objetivos a aquisição e distribuição gratuita de livros didáticos, para os alunos das escolas públicas da Educação Básica, bem como a avaliação pedagógica destes materiais. Esta avaliação é realizada por comissões técnicas específicas, integradas por especialistas das diferentes áreas do conhecimento. As comissões técnicas elaboram um documento denominado “Guia de Livros Didáticos”, “no qual todos os livros que reúnem qualidades suficientes para serem recomendados (com ou sem ressalvas) são apresentados aos professores para que possam escolher aqueles que julguem mais apropriados a seus propósitos” (LEMOS, 2006, p. 173).

Nesse guia são apresentadas resenhas de cada obra, nas quais é possível constatar uma descrição quantitativa e qualitativa quanto a abordagem dos conteúdos matemáticos, metodologia de ensino e aprendizagem, contextualização, linguagem e aspectos gráfico-editoriais (LEMOS, 2006; BRASIL, 2016). Cabe destacar que, essas resenhas apresentam aspectos gerais das coleções. Assim, torna-se essencial que o livro didático seja analisado de forma mais detalhada, em especial, pela comunidade acadêmica.

Diante desse contexto, esta pesquisa buscou responder a seguinte questão: *De que forma coleções de livros didáticos de Matemática, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático, para Educação Básica (Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental), abordam atividades que requerem associar figuras espaciais a suas planificações e vice-versa?* Para responder à questão norteadora, desta pesquisa, elaborou-se como objetivo: analisar como coleções de livros didáticos, elaborados por mesmo autor e propostas tanto para os Anos Iniciais quanto para os Anos Finais do Ensino Fundamental, abordam atividades que requerem relacionar figuras espaciais a suas planificações e vice-versa.

2 ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL: IMPORTÂNCIA DA ATIVIDADE DE PLANIFICAÇÃO

A compreensão de inúmeras atividades cotidianas e de outras áreas do conhecimento requer a busca por respostas para algumas questões, por exemplo, por que algumas estruturas de moléculas e cristais são representadas na forma cúbica? por que construções arquitetônicas privilegiam paralelepípedos e retângulos? por que alguns artistas preferem linhas paralelas e

perpendiculares ao elaborarem pinturas e esculturas? Para responder essas e outras questões, geralmente, é preciso mobilizar conhecimentos matemáticos, em especial, geométricos.

Conforme versa a Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

[...] o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. **A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico.** Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos. (BRASIL, 2018, p. 265, grifos nossos)

Nesta perspectiva, a aquisição do conhecimento matemático possibilita ao estudante a resolução de diversos problemas apresentados pela sociedade contemporânea, o desenvolvimento da criticidade e a responsabilidade social. A aplicação da Matemática na resolução de diversas situações se dá porque ela não se restringe à quantificação de fenômenos determinísticos, mas auxilia no estudo de fenômenos de caráter aleatório, além disso, elabora sistemas abstratos que organizam e inter-relacionam estes fenômenos.

No processo de ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica um dos objetivos principais é o desenvolvimento do letramento matemático. Na BNCC, o letramento matemático é exposto como:

[...] as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2018, p. 266)

O desenvolvimento do letramento matemático pode ser realizado a partir do trabalho com diferentes metodologias, por exemplo, resolução de problemas; investigação matemática; elaboração e desenvolvimento de projetos; e modelagem. Segundo a BNCC (BRASIL, 2018, p. 266), estas metodologias são “formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental” e Médio.

Dentre as metodologias supracitadas destaca-se a Resolução de Problemas. Nesta metodologia, a resolução de um problema é o ponto de partida da atividade matemática. “Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução” (BRASIL, 1998, p. 40). O que contrapõe a opção de apresentar primeiro o conteúdo e depois propor a resolução de problemas. Em que, os problemas são utilizados apenas como

uma forma de aplicação dos conhecimentos produzidos pelos estudantes após explicações do professor.

A geometria é um campo fértil para o professor trabalhar na perspectiva da Resolução de Problemas, pois o estudo do espaço e forma pode ser explorado a partir da resolução de problemas oriundos do mundo físico, das obras de arte, pinturas, esculturas, entre outros, permitindo que o estudante estabeleça conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Além disso, os conceitos geométricos podem ser tomados como ponto de partida para a resolução de problemas de números e medidas, pois estimulam o estudante a “observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades, etc.” (BRASIL, 1998, p. 51).

Entende-se que o professor, ao propor a resolução de problemas oriundos de diferentes contextos, em especial, do mundo físico, estará contribuindo para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, pois o

[...] pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. Por meio da observação e experimentação elas começam a discernir as características de uma figura, e a usar as propriedades para conceituar classes de formas. (BRASIL, 1997, p. 82)

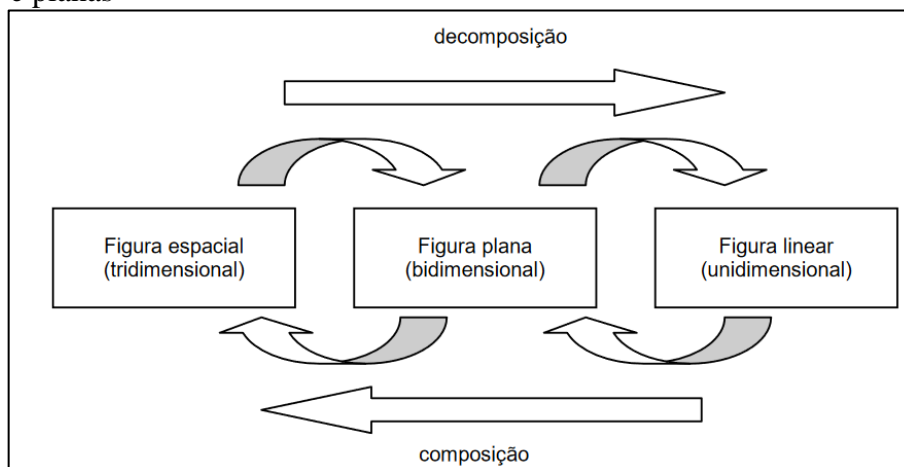
Considerando que, um dos objetivos essenciais do processo de ensino e aprendizagem da geometria na Educação Básica é: reconhecer figuras tridimensionais e bidimensionais, bem como identificar propriedades de figuras geométricas, este será alcançado a partir de um trabalho que valorize a observação e construção das formas, pois possibilitará ao estudante perceber semelhanças e diferenças entre elas. Para isso, podem ser propostas diferentes atividades, por exemplo, compor e decompor figuras (planificação) (BRASIL, 1997).

Propostas curriculares estaduais como as do Rio Grande do Sul (2009) e de São Paulo (2007) sugerem começar o estudo da geometria a partir das figuras tridimensionais e após a realização de planificações chegar no tratamento das figuras bidimensionais (formas, nomenclatura, classificações). A proposta curricular do Rio Grande do Sul menciona que:

As aprendizagens mais formais da Geometria são propostas partindo da espacial para a plana, utilizando embalagens como representações de sólidos geométricos, **planificando-as** e reconhecendo os polígonos que as compõem, bem como seus elementos, quando são apresentados o volume dos paralelepípedos, o perímetro e a área dos retângulos, e suas respectivas unidades de medida. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 57, grifos nossos)

A Figura 1 apresenta um esquema representativo de um trabalho que parte do estudo das figuras espaciais para chegar nas planas (decomposição) e que parte das figuras lineares e/ou planas para chegar nas espaciais (composição).

Figura 1 - Esquema representativo de um trabalho com figuras espaciais e planas



Fonte: PROENÇA, 2008, p. 28.

O mundo em que vivemos é tridimensional, assim, a observação e construção de figuras espaciais “facilitam” a compreensão das figuras planas, pois estas são abstrações. Segundo os PCN dos Anos Iniciais, o espaço se apresenta, primeiro para a criança, de forma prática. Ela “constrói suas noções espaciais iniciais por meio dos sentidos e dos movimentos” (BRASIL, 1997, p. 81). Esse espaço percebido pela criança é denominado *espaço perceptivo*, em que o conhecimento dos objetos vem do contato direto com eles, possibilitando a “construção de um espaço representativo” (idem), em que a criança é, capaz de imaginar os objetos em sua ausência. O ponto, a reta, o quadrado não pertencem ao espaço perceptivo, não fazendo parte desse espaço sensível.

Nesta perspectiva, a geometria “parte do mundo sensível e a estrutura no mundo geométrico - dos volumes, das superfícies, das linhas e dos pontos” (BRASIL, 1997, p. 81). Assim, a questão que emerge é: como propor atividades que proporcionem aos estudantes passarem de um espaço para o outro? Conforme Proença (2008), o professor pode propor aos estudantes a manipulação de diversos objetos (embalagens, latas), após estes objetos devem ser representados por meio de desenhos a partir de planificações e as partes nominadas, conforme o vocabulário geométrico.

Ainda, segundo Proença (2008, p. 19), a planificação de figuras tridimensionais contribui no estudo dos “polígonos e suas propriedades, bem como seus atributos definidores. Os atributos definidores correspondem às características dos objetos, que no caso dos polígonos, alguns deles seriam: figura plana, segmentos de reta, figura fechada”.

Ao analisar a BNCC do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018) percebe-se que conceitos relacionados a geometria espacial são propostos nas unidades intituladas Geometria e

Grandezas e Medidas em todos os anos deste nível da Educação Básica (Apêndice 1). Assim como as propostas curriculares estaduais, a BNCC também recomenda que o estudo da geometria inicie a partir de um trabalho com figuras espaciais para depois abordar as figuras planas.

Diante dos dados do Quadro 1 (Apêndice 1) pode-se constatar que, nos Anos Iniciais a BNCC (BRASIL, 2018) contempla, na unidade denominada Geometria, conhecimentos de geometria espacial relacionados a: figuras geométricas espaciais (prismas, pirâmides, cilindros, cones, esferas), seus elementos (vértice, aresta, face, base) e **planificações**. Para os Anos Finais do Ensino Fundamental, o documento indica a ampliação e aprofundamento no que tange às figuras geométricas espaciais como vistas e a relação do número de vértices, faces ou arestas de prismas ou pirâmides em função do seu polígono da base. Destaca-se que a ação de planificar faz parte dos objetos de conhecimento dos seguintes anos: 3º, 4º, 5º e 6º.

Conforme Viana (2012, 2015), a habilidade de planificar uma figura indica que o estudante possui conhecimento das propriedades desta figura. Em outras palavras, se o estudante identifica corretamente a planificação de uma pirâmide de base quadrangular, ele demonstra conhecimento das propriedades deste sólido geométrico. Compreende-se como “habilidade de planificação aquela em que o sujeito desenha a planificação a partir da percepção de uma figura espacial na forma de desenho em perspectiva” (VIANA, 2012, p. 6) ou identifica a planificação correta entre várias possibilidades. Para tanto, o sujeito precisa “formar a imagem mental da figura, [...] inspecioná-la e movimentá-la, mudando o referencial - ou o ponto de vista - de modo a rebater as faces de um poliedro ou de desenvolver as superfícies de corpos redondos em um único plano e de representar a imagem final pictoricamente” (VIANA, 2012, p. 9). Para essa pesquisadora a habilidade de planificar é essencial ao desenvolvimento do pensamento geométrico. Ela se sustenta no que Duval (2011 apud SOARES; FERNER; MARIANI, 2018) considera essencial na aprendizagem em geometria: o número de dimensões. Para este autor:

Mesmo uma figura aparentemente reduzida a uma única unidade de dimensão 2 (um quadrado, por exemplo), só é uma figura, em matemática, à condição de que seja considerada como uma configuração de unidades figurais de dimensão 1 (os segmentos que formam os lados). Isso porque são as relações (paralelismo, simetria, tangência, ...) entre as unidades figurais elementares que constituem o conteúdo pertinente de uma figura geométrica. (DUVAL 2011 apud SOARES; FERNER; MARIANI, 2018, p. 121).

O procedimento que permite efetuar a redução no número de dimensões de uma figura geométrica, identificando as unidades de representação pertinentes a resolução de problemas de geometria, é denominado por Duval (2011 apud SOARES; FERNER; MARIANI, 2018) de *desconstrução dimensional*. “A causa do insucesso em muitos problemas em geometria está na

dificuldade de olhar uma figura nas dimensões inferiores ao que é dada” (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 602).

Dada a importância da planificação para a aprendizagem de conceitos geométricos, considera-se relevante analisar de que forma esta habilidade vem sendo explorada em coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental.

3 METODOLOGIA

Para a realização desta investigação foram adotados pressupostos da pesquisa qualitativa. Segundo Franco (2005), a pesquisa qualitativa não se detém em resultados numéricos, mas em informações baseadas em dados que identifiquem o porquê das coisas, sendo capaz de produzir novas informações.

Os resultados que foram discutidos, nesta investigação, partiram de uma organização de pesquisa que teve inspiração na Análise de Conteúdo, proposta por Bardin (1977). A análise de conteúdo na perspectiva de Bardin (1977, p. 38), pode ser entendida como:

[...] um conjunto de técnicas, de análise de comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição dos conteúdos das mensagens [...] A intenção da análise do conteúdo é a inferência dos conhecimentos relativos as condições de produção e de recepção das mensagens, inferência esta que recorre a indicadores (quantitativos ou não).

Neste sentido, “uma análise de conteúdo não deixa de ser uma análise de significados, ao contrário, ocupa-se de uma descrição objetiva, sistemática e quantitativa do conteúdo extraído das comunicações e sua respectiva interpretação” (SANTOS, 2012, p. 2).

Ao assumir que esta investigação utilizou de pressupostos desse método de análise qualitativa, deve-se enfatizar que ele não foi utilizado em sua completude, seguindo à risca todas as normas indicadas. Assim, apropriou-se de alguns dispositivos analíticos, por exemplo, procedimentos de fragmentação e reorganização, de forma a culminar em um texto que sintetiza as compreensões dos dados produzidos a partir da análise de coleções de livros didáticos.

A análise de conteúdo é organizada em três fases, a saber: *pré-análise*; *exploração do material*; e *tratamento dos resultados, inferência e interpretação*. A *pré-análise*, para Bardin (1977), é a fase em que se organiza o material a ser analisado com o objetivo de torná-lo operacional e, assim, sistematizar as ideias iniciais. Nesta pesquisa, a forma como foi organizada a *seleção dos documentos* (coleção de livros didáticos) pautou-se nas obras mais distribuídas nas escolas brasileiras, via dados do PNLD, e coleções que fossem elaboradas pelo mesmo autor. Assim, as duas coleções selecionadas para a análise foram elaboradas por Luiz Roberto Dante, sendo a coleção *Ápis Matemática*, organizada para os Anos Iniciais do Ensino

Fundamental e publicada pela editora Ática em 2017 e a coleção Teláris Matemática, organizada para os Anos Finais do Ensino Fundamental, publicada pela mesma editora em 2018.

Após a seleção dos documentos foi realizada a *leitura flutuante* para estabelecer o primeiro contato com os livros didáticos a analisar e expor as primeiras impressões, em particular, localizar os capítulos/unidades que tratam da geometria espacial que constituíram o *corpus* da pesquisa, ou seja, o conjunto de mensagens que foram submetidos aos procedimentos analíticos.

A *formulação das hipóteses e objetivos* é outra etapa da pré-análise. Para esta investigação, antes de compor o *corpus*, foram elaborados questão de pesquisa e objetivo geral. Assim, após a leitura flutuante tanto a questão de pesquisa quanto o objetivo foram (re)avaliados, optando-se por mantê-los.

A última etapa da pré-análise é a referenciação dos *índices* e a elaboração de indicadores (BARDIN, 1997). A escolha dos índices e indicadores foi elaborada a partir da interpretação das propostas curriculares (BRASIL, 1997; BRASIL, 1998; BRASIL, 2017) e pesquisas acerca do ensino e aprendizagem de geometria espacial (PROENÇA, 2008; VIANA, 2012; SOARES; FERNER; MARIANI, 2018), principalmente, sobre a habilidade de planificar. Após, foram elaboradas as categorias de análise, a saber: forma como a planificação é apresenta (implícita ou explícita); tipo de atividades (desenho; identificação da planificação dentre outras apresentadas); composição; e sólidos explorados.

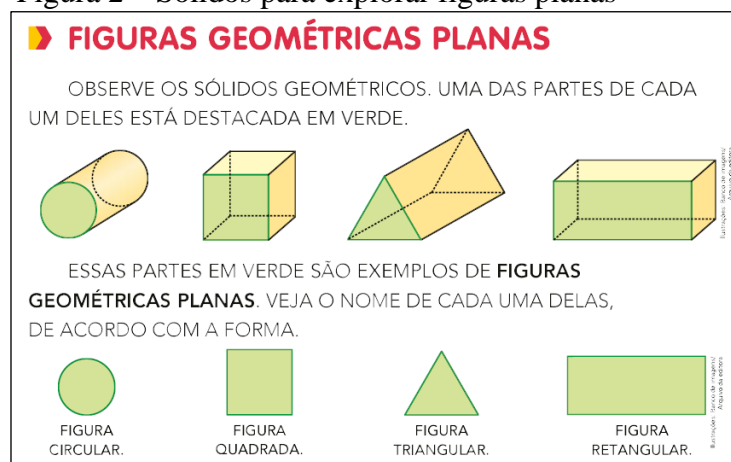
A segunda fase da Análise de Conteúdo denominada exploração do material é considerada por Bardin (1977) a mais importante, mais longa e fastidiosa, pois será por meio dela que será possível apresentar a riqueza das interpretações. Os dados obtidos foram organizados a partir da busca por palavras chaves como: planificação, espacial, tridimensional e suas ramificações, os termos escolhidos expressam a ideia de compreender como se apresentam as atividades e orientações, para o professor, relacionadas com os conceitos de planificação que os livros didáticos trazem, os mesmos foram utilizados em cada coleção para a obtenção desses dados.

A terceira fase diz respeito ao tratamento dos achados da pesquisa, inferência e interpretação. Esta é dedicada ao tratamento dos resultados; ocorre nela a condensação e o destaque das informações para uma análise mais profunda, culminando nas interpretações dos dados. Este será o momento da intuição, da análise reflexiva e crítica dos dados da pesquisa. (BARDIN, 1977).

4 ANÁLISE DE DADOS

A apresentação e análise das coleções selecionadas para esta investigação seguirá a ordem crescente dos anos que compõem o Ensino Fundamental. Assim, ao analisar o livro do 1º ano dos Anos Iniciais percebe-se que o autor explora as figuras geométricas planas a partir dos contornos de algumas partes de figuras espaciais (Figura 2). Não explorando diretamente a planificação, mas já apresentando uma ideia inicial. Talvez não tenha abordado a planificação porque ela não é uma habilidade estabelecida na BNCC para esse ano.

Figura 2 – Sólidos para explorar figuras planas



Fonte: Livro Didático 1º ano, p. 88.

No livro do 2º ano observa-se que uma ideia de planificação é abordada na atividade exposta na Figura 3. Nesta atividade, os estudantes devem observar a figura decomposta (planificação) e compô-la, ou seja, identificar o sólido que será formado. Observa-se que, para auxiliar o estudante na identificação do sólido, o autor expõe marcações (círculos, semicírculos) nas faces das figuras. Sublinha-se que, mesmo a planificação não sendo foco da BNCC para o 2º ano, o autor optou por propor uma atividade que explora essa habilidade.

Figura 3 – Atividade envolvendo planificação do cubo

6 IMAGINE QUE VOCÊ VAI MONTAR AS CAIXINHAS IDENTIFICADAS COM NÚMEROS. FAÇA A CORRESPONDÊNCIA DO NÚMERO COM A LETRA QUE CORRESPONDE À CAIXINHA DESMONTADA.

A-4 B-3 C-1 E D-2

Fonte: Livro Didático 2º ano, p. 61.

Outra atividade que explora a ideia de planificação, sem utilizar o termo, é apresentada na Figura 4. Nesta atividade, o autor sugere ao estudante abrir uma caixa de creme dental e observar as regiões planas que as formam (planificação do paralelepípedo). Este tipo de atividade é observado, também, para situações que envolvem o cubo e a pirâmide de base quadrada.

Figura 4 – Planificação de uma caixa de creme dental

5 OBSERVE O QUE ACONTECEU NO EXPLORAR E DESCOBRIR.
 A CAIXA DE CREME DENTAL TEM A FORMA DE UM PARALELEPÍPEDO.

AS FACES DO PARALELEPÍPEDO SÃO REGIÕES PLANAS CHAMADAS REGIÕES RETANGULARES.

PARALELEPÍPEDO REGIÕES RETANGULARES

AGORA, RESPONDA DE ACORDO COM AS FIGURAS ACIMA.

A) QUANTAS FACES O PARALELEPÍPEDO TEM? **6 faces.**

B) COMO SÃO AS FACES DO PARALELEPÍPEDO?
Retangulares; iguais 2 a 2.

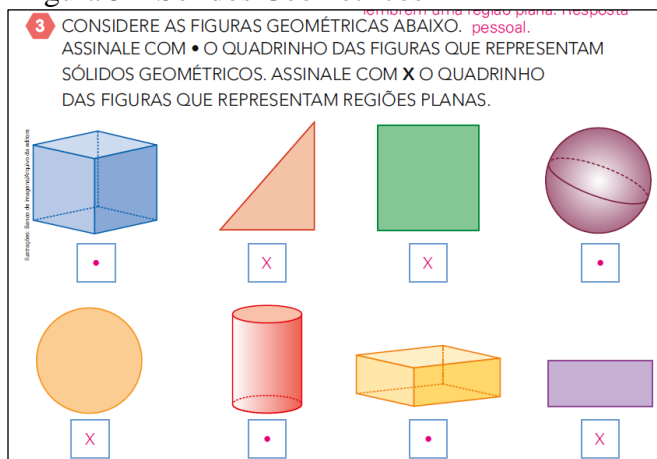
Fonte: Livro Didático 2º ano, p. 71.

Ao propor atividades como a da Figura 4, o autor segue as recomendações dos referenciais curriculares (PCN, RC/RS, BNCC), pois estes documentos apontam que as aprendizagens mais formais da geometria espacial e plana são construídas quando explora-se embalagens como representações de sólidos geométricos, planificando-as e reconhecendo os polígonos que as compõem, bem como seus elementos.

Assim como no livro do 1º ano, o autor ao tratar de figuras planas apresenta atividades em que os estudantes precisam identificar estas figuras em sólidos geométricos, como pode-se

observar na Figura 5. Entende-se que esse tipo de atividade explora de forma implícita a habilidade de planificação, contribuindo no reconhecimento de formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais.

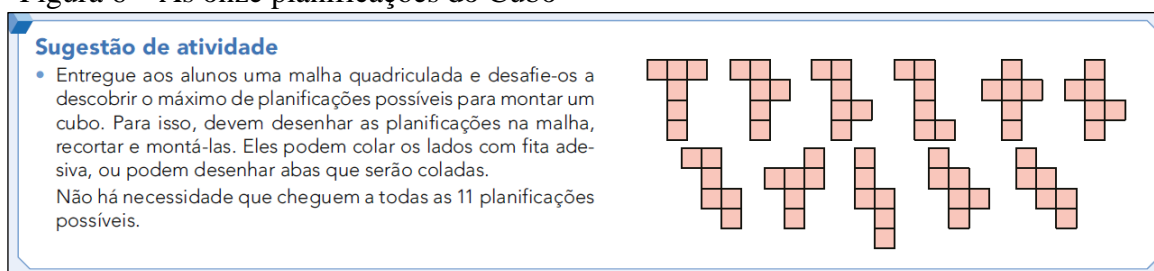
Figura 5 – Sólidos Geométricos



Fonte: Livro Didático 2º ano, p. 70

Além dessas atividades verificou-se, nas orientações didáticas, uma sugestão para o professor explorar as 11 possíveis planificações do cubo (Figura 6). Essa orientação é, também, apresentada em outros volumes da coleção.

Figura 6 – As onze planificações do Cubo




Fonte: Livro Didático 2º ano, p. 61.

No livro do 3º ano, o autor apresenta a planificação de um sólido ao tratar de figuras planas a partir da ideia de “desmontar o sólido” (Figura 7 (a)). Este tipo de situação é identificado, também, nos livros do 4º (Figura 7 (b)) e 5º ano (Figura 7 (c)) ao retomar o estudo de regiões planas. Observa-se que a planificação do paralelepípedo é apresentada nos três livros didáticos. A ênfase no paralelepípedo (bloco retangular) pode ser interpretada em função das indicações da BNCC, pois este sólido está presente em habilidades do 1º ao 5º ano.

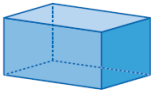
Figura 7 – “Casca” (planificação) de alguns sólidos

▶ Regiões planas

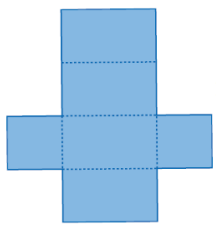
Vamos precisar novamente dos sólidos geométricos que você montou do **Meu bloquinho!**
 Quando a “casca” de alguns sólidos geométricos é desmontada, surgem **regiões planas**. Veja o exemplo.



Caixa de papelão.



Sólido geométrico.




Regiões planas.


▶ Regiões planas


1 Quando desmontamos ou planificamos a “casca” de alguns sólidos geométricos, surgem **regiões planas**.

a) Observe e complete.




Cubo.

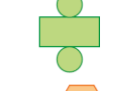





Região quadrada




Cilindro.






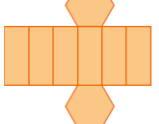
Região retangular




Região circular
ou círculo




Prisma.





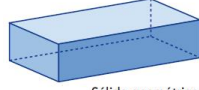
Região retangular




Região hexagonal

▶ Regiões planas


Região plana é uma parte do plano.
 Veja Marina recortando peças que lembram regiões planas triangulares.
 Quando planificamos alguns sólidos geométricos, também podemos obter regiões planas. Observe.



Sólido geométrico (paralelepípedo).




Planificação.



Região plana retangular.

(a)



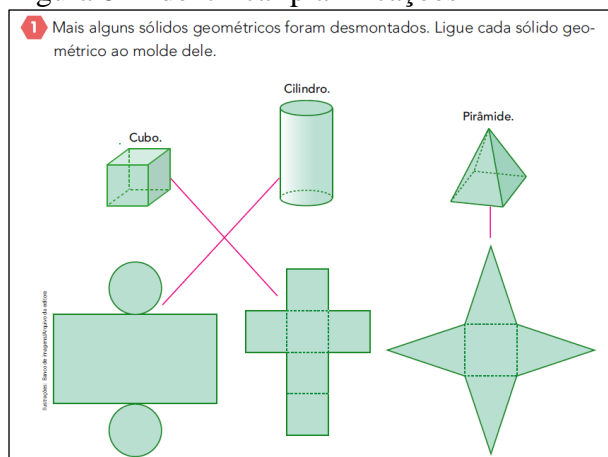
(b)
(c)

Fonte: Livros Didáticos 3º, 4º e 5º anos, p. 44; p.45; p. 39, respectivamente.

Em relação as atividades propostas para o 3º ano, foram identificadas três atividades que exploram a ideia de planificação, por exemplo, a atividade exposta na Figura 8. Nessas atividades, o estudante precisa reconhecer a planificação correta do sólido entre várias possibilidades, sendo o reconhecimento realizado por meio de uma ação de ligar as figuras. Conforme Viana (2012), a capacidade de reconhecer a planificação de um sólido é tão importante quanto a habilidade de construir/desenhar essa planificação, em especial, nos Anos Iniciais. Isso porque, neste nível, a maioria dos estudantes reconhece as figuras geométricas por “suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades” (BRASIL, 1997, p. 82). Contudo, é por meio de atividades, como a exposta na Figura 8, que eles começam a distinguir as características de um sólido e a usar as propriedades para reconhecer suas planificações. Sublinha-se que atividade de planificação é sugerida na BNCC desse ano.

17

Figura 8 – Identificar planificações



Fonte: Livro Didático 5º ano, p. 44.

Nas orientações didáticas verificou-se que as diferentes planificações do cubo são, novamente, sugeridas ao professor. A planificação do cubo, também, é identificada no livro do 4º ano, para explorar o conceito de contorno (Figura 9). A ideia de explorar conceitos da geometria plana a partir da análise de sólidos, já identificada nos volumes anteriores (Figura 5 e Figura 7), é uma escolha do autor e segue as sugestões da literatura e das propostas curriculares quanto a aprendizagem de conceitos geométricos.

Figura 9 – Planificação do cubo para explorar a ideia de contorno

▶ **Contornos de regiões planas**

1 Observe as figuras.

Imagem de um livro didático mostrando a exploração de contornos de regiões planas para um cubo. A sequência começa com uma caixa de presente (Figura 1), seguida por um cubo (Figura 2), uma planificação completa (Figura 3), e depois faces individuais (Figuras 4, 5, 6, 7). Uma atividade de completar frases é apresentada.

a) Você já sabe! Complete.

- A caixa de presente (figura 1) lembra um cubo (figura 2).
- Na figura 3, a "casca" desse sólido foi desmontada ou planificada.
- Nas figuras 4 e 5, temos algumas das faces dele, que são regiões planas.

Fonte: Livro Didático 4º ano, p. 52.

Quanto as atividades envolvendo planificação, destaca-se que no livro do 4º ano apenas a atividade reproduzida na Figura 9 foi identificada. Nela o estudante precisa identificar as regiões planas que compõem o sólido, assim, a planificação está dada. Em outras palavras, o estudante não irá realizar nenhuma das ações (construir a planificação ou reconhecer a planificação correta entre várias) sugeridas por Viana (2012) para desenvolver a habilidade de planificação. Considerando que a planificação é uma das habilidades a serem desenvolvidas no

4º ano, conforme a BNCC, e a forma como essa ideia vinha sendo construída nos volumes anteriores da coleção, entende-se que a não proposição de atividades que exijam uma das ações pode prejudicar o desenvolvimento dessa habilidade e a apropriação de conceitos geométricos relacionados a ela.

Nas orientações didáticas, o termo planificação foi identificado no momento em que o autor relembra o que foi trabalhado em livros anteriores, fazendo um relato sobre as formas geométricas estudadas. Segundo o autor, “já foram estudados os sólidos geométricos, como o cubo, o paralelepípedo, o prisma, a pirâmide, o cilindro, o cone, etc. Agora, vamos “desmanchar” (planificar) os sólidos para obter as regiões planas, ou seja, as partes do plano, como a região plana quadrada, a retangular, a hexagonal, etc.” Porém, essa ação de “desmanchar” os sólidos foi proposta apenas na atividade já mencionada (Figura 9).

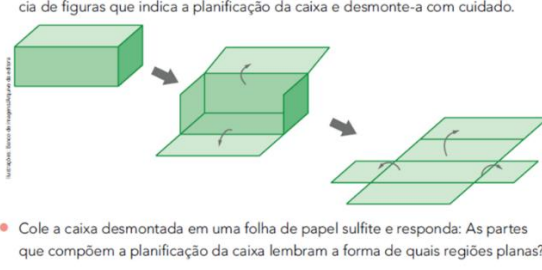
No livro do 5º ano, também, aparece a ideia de planificação, com decomposição e composição de formas geométricas, conforme Figura 10.

Figura 10 – Decomposição e composição do bloco retangular

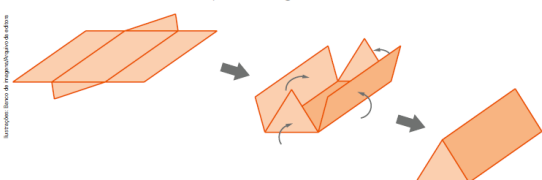
Explorar Descobrir

Para esta atividade você vai precisar de uma caixa de creme dental.

- Responda: Essa caixa lembra a forma de qual sólido geométrico?
Prisma de base retangular, ou paralelepípedo, ou bloco retangular.
- Quando desmontamos a “casca” de um sólido geométrico, dizemos que foi feita a **planificação** do sólido geométrico ou que ele foi planificado. Observe a sequência de figuras que indica a planificação da caixa e desmonte-a com cuidado.



- Quando fazemos o caminho inverso, dizemos que foi feita a **montagem** do sólido geométrico ou que ele foi montado. Observe a sequência de figuras que indica a montagem de outra caixa e responda: Essa caixa lembra a forma de qual sólido geométrico? Prisma de base triangular.



- Cole a caixa desmontada em uma folha de papel sulfite e responda: As partes que compõem a planificação da caixa lembram a forma de quais regiões planas?
Regiões retangulares.

Fonte: Livro Didático 5º ano, p. 37.

O reconhecimento da planificação de alguns sólidos geométricos é proposto em duas atividades no livro do 5º ano (Figura 11). Conforme o autor, atividades em que o sólido é dado e solicita-se sua planificação (Figura 11 (a)) e aquelas em que a planificação é dada e pede-se o sólido (Figura 11 (b)) são importantes no desenvolvimento da visualização espacial ou percepção espacial.

Figura 11 – Atividades envolvendo planificação de sólidos no 5º ano

1 Observe as imagens e ligue cada sólido geométrico à planificação dele.

2 Escreva o nome do sólido geométrico que pode ser montado com cada planificação.

a) Cubo.

b) Pirâmide de base quadrada.

c) Prisma de base hexagonal.

d) Pirâmide de base triangular.

e) Cilindro.

f) Desafio Pirâmide de base triangular.

Fonte: Livro Didático 5º ano, p. 38.

Concorda-se com o autor que as ações de decomposição e composição de figuras são importantes, mas destaca-se também a importância da proposição de atividades que requerem construção da planificação de alguns sólidos, em especial, no 5º ano para que os estudantes se apropriem das propriedades das figuras.

Outra atividade envolvendo planificação identificada no livro do 5º ano é reproduzida na Figura 12. Percebe-se que a atividade requer que o estudante componha o sólido (cubo) e verifique as cores das faces opostas. Como essa não é a planificação usual do cubo, ou seja, a mais apresentada em livros, os estudantes podem ter dificuldades em resolvê-la. Assim, a reprodução da planificação em malha quadriculada pode auxiliar os estudantes na resolução da atividade.

Figura 12 – Planificação do cubo

2 Observe uma planificação de um cubo.
 Ao ser montado, quais serão as cores das faces opostas do cubo?

Laranja e rosa; amarela e verde; azul e marrom.

Fonte: Livro Didático 5º ano, p. 161.

Além disso, constatou-se que a planificação é apresentada no livro didático do 5º ano em quatro atividades, as quais exigem ações de decomposição e composição, enfatizando o reconhecimento da planificação de sólidos. Assim, as duas ações envolvendo a planificação, apontadas por Viana (2012), não foram identificadas.

Nas orientações didáticas, o autor sugere que professores proponham outras atividades envolvendo planificação, por exemplo, apresentar duas planificações iguais para cada dupla de

estudantes, com objetivo de que construam o sólido geométrico a partir de uma das planificações dadas. Após, observem e comparem a planificação que sobrou com o sólido geométrico construído. Outro exemplo de atividade que os professores podem explorar com os estudantes é exposta na Figura 13.

Figura 13 – Sugestão de atividade envolvendo planificação

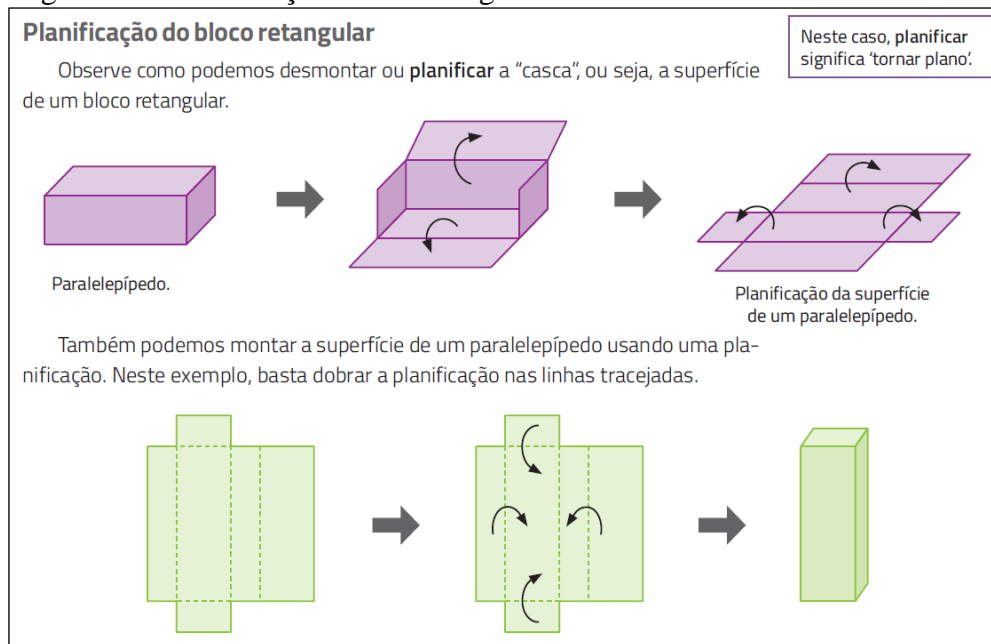
<p>Sugestão de atividade</p> <ul style="list-style-type: none">Nesta coleção, os alunos tiveram diversas oportunidades de montar moldes para obter sólidos geométricos. Agora, no 5º ano, você pode propor a ampliação desse tema pedindo a eles que confeccionem a planificação de um sólido geométrico. Para isso, peça a eles que levem embalagens com a forma de sólidos geométricos, ou escolham objetos com essas formas.	<p>Dê um tempo para que eles manipulem as embalagens e objetos e criem estratégias para desenhar os moldes, por exemplo, contornando cada face e deixando algumas arestas em comum, para que possam montar o molde depois. Por fim, eles devem testar a montagem dos moldes, colando as arestas com fita adesiva e verificando se obtiveram a mesma forma e o mesmo tamanho das embalagens ou dos objetos.</p>
--	--

Fonte: Livro Didático 5º ano, p. 37.

Na atividade, o autor sugere ao professor explorar a construção de planificações de sólidos. Para tanto, recomenda que estudantes construam a planificação de embalagens com a forma de sólidos geométricos, pois a manipulação delas contribuirá na elaboração de estratégias para resolver a atividade, principalmente, no reconhecimento dos polígonos que as compõem.

Após a análise dos livros que compõem a coleção dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, apresenta-se a análise dos volumes que compõem a coleção dos Anos Finais do Ensino Fundamental. No livro didático do 6º ano a ideia de planificação é abordada com o intuito de desenvolver a visualização espacial, retomando e ampliando as discussões já realizadas nos volumes da coleção dos Anos Iniciais. A primeira vez que essa ideia aparece no volume é no capítulo que trata de sólidos geométricos e tem por objetivo explorar a decomposição e composição de um bloco retangular (Figura 14), um dos sólidos mais explorados nos livros dos Anos Iniciais por sua aproximação com objetos reais, por exemplo, embalagens. Em seguida, a planificação de um cubo é apresentada, outro sólido bastante explorado nos livros da coleção dos anos iniciais. Ao apresentar as planificações do bloco retangular e do cubo, o autor sugere ao professor que peça aos estudantes que levem várias embalagens para explorar as planificações e identificar as figuras geométricas planas que as compõem.

Figura 14 – Planificação bloco retangular no 6º ano



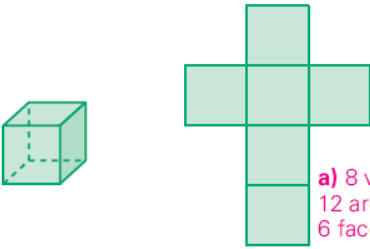
Fonte Livro Didático 6º ano, p. 81.

Observa-se na Figura 14 que, assim como na coleção dos Anos Iniciais, o autor utiliza o termo “casca” para se referir a superfície que forma o bloco retangular, pois ao explorar atividades de planificação o que está em foco é o conjunto de faces (“casca”) e não, a região do espaço tridimensional limitada pelas faces.

A primeira atividade proposta aos estudantes envolvendo a ideia de planificação é apresentada na Figura 15. Esta atividade expõe a representação de um cubo e sua planificação que auxiliam o estudante a identificar faces, vértices e arestas que compõem o sólido, bem como descrever semelhanças e diferenças em relação aos blocos retangulares. Para tanto, o estudante precisa conhecer as características e propriedades desses sólidos.

Figura 15 – Planificação do cubo no 6º ano

14 ▶ Examine a imagem de um cubo e da planificação da superfície dele e responda no caderno.



a) 8 vértices,
12 arestas e
6 faces.

a) Quantos vértices, arestas e faces o cubo tem?
b) Qual é a forma geométrica das faces? *Quadrada.*
c) Em que o cubo é semelhante aos demais blocos retangulares?
d) Em que ele é diferente dos demais blocos retangulares?

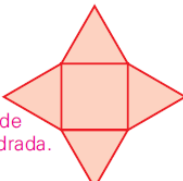
Fonte: Livro Didático 6º ano, p. 83.


Assim como na coleção dos anos iniciais, o autor aproveita a atividade supracitada para sugerir ao professor o trabalho com as 11 planificações do cubo.

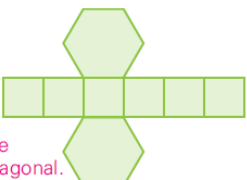
A ação de identificar o sólido a partir da planificação dada (composição) é explorada na atividade reproduzida na Figura 16. Este tipo de atividade, também, foi proposto no livro do 5º ano. Os sólidos envolvidos na atividade são poliedros, classificação, também, já abordada no 4º e 5º ano. Dos poliedros, são abordados pirâmides e prismas. Se as atividades propostas na coleção dos anos iniciais forem exploradas, provavelmente, os estudantes não terão dificuldades para resolver essa situação, pois já sabem as semelhanças e diferenças entre prismas e pirâmides, bem como algumas propriedades desses poliedros.

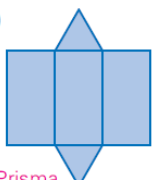
Figura 16 – Sólidos planificações no 6º ano

19 ▶ Escreva no caderno o nome do sólido geométrico que pode ser montado com cada planificação.

a)  *Pirâmide de base quadrada.*

c)  *Pirâmide de base triangular ou tetraedro.*

b)  *Prisma de base hexagonal.*

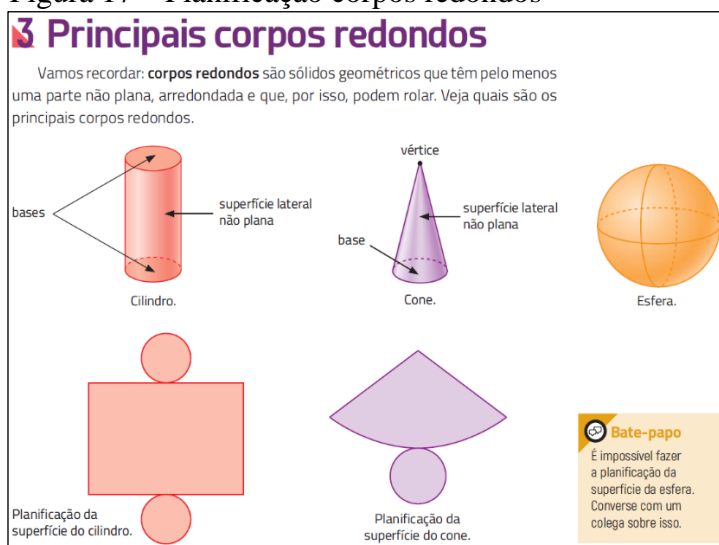
d)  *Prisma de base triangular.*

Fonte: Livro Didático 6º ano, p. 85.

Ainda com o objetivo de retomar e ampliar os conceitos relacionados a poliedros, o autor sugere ao professor utilizar o software Poly⁴. Este software permite a construção de diferentes poliedros e apresenta suas planificações. Outro software que permite a construção de diversos sólidos geométricos, não apenas poliedros, é o GeoGebra⁵.

Além disso, a planificação de alguns corpos redondos é explorada (Figura 17). O autor aproveita o trabalho com esses tipos de sólidos e propõe que os estudantes discutam se é possível planificar uma esfera.

Figura 17 – Planificação corpos redondos



Fonte: Livro Didático 6º ano, p. 88.

Destaca-se que nos livros dos anos iniciais (3º, 4º e 5º anos) apenas a planificação do cilindro foi explorada. Uma interpretação para essa escolha pode estar no fato de que a face lateral do cone não é um polígono e sim um setor circular, conceitos estes não abordados na coleção dos anos iniciais.

A identificação da superfície lateral do cone não é explorada em atividades neste volume, apenas a superfície lateral do cilindro (Figura 18), pois esta é representada por um polígono (retângulo).

Figura 18 – Planificação do cilindro

27 ▶ Quando a superfície do cilindro é planificada, qual forma a superfície lateral tem? **Retangular.**

Fonte: Livro Didático 6º ano, p. 88.


⁴ Este software pode ser acessado a partir do seguinte link: <www.peda.com/download/>.

⁵ Este software pode ser acessado a partir do seguinte link <<https://www.geogebra.org/>>.

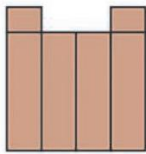
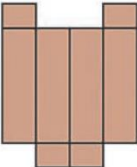
A coleção dos anos finais apresenta uma seção intitulada “Testes Oficiais”, com questões de avaliações oficiais sobre conteúdos em estudo. Nesta seção, foram identificadas três atividades envolvendo a ideia de planificação (Figura 19), o que indica que essa habilidade está presente em diferentes avaliações externas.

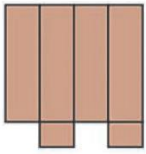
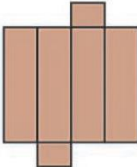
Figura 19 – Atividades envolvendo planificação no 6º ano

2 ▶ (Saresp) Observe a caixa representada abaixo.



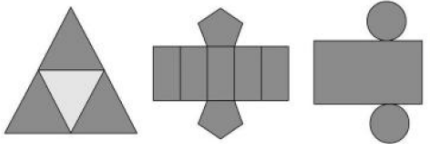
Uma planificação dessa caixa é:

a)  **x** c) 

b)  d) 

(a)

3 ▶ (Enem) Maria quis inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.




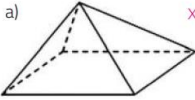
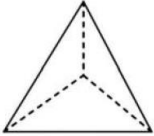
Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

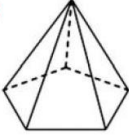
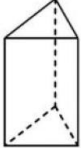
x a) Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.
 b) Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
 c) Cone, tronco de pirâmide e prisma.
 d) Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
 e) Cilindro, prisma e tronco de cone.

(b)

4 ▶ (Saresp) Bia recortou a figura ao lado e, em seguida, fez uma colagem para obter um sólido de papelão. O sólido que Bia obteve foi:



a)  **x** c) 

b)  d) 

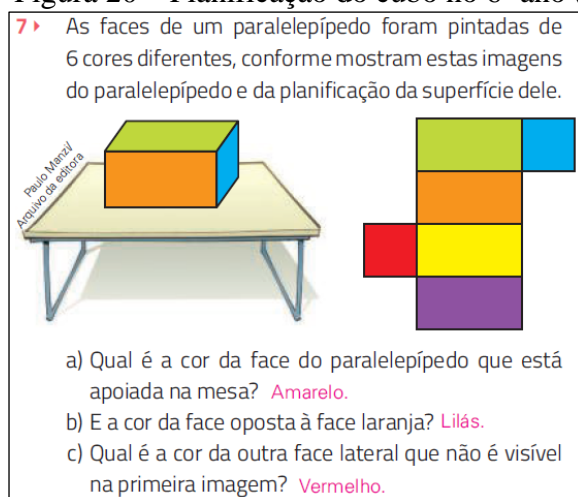
(c)

Fonte: Livro Didático 6º ano, p. 92.

A atividade, exposta na Figura (19 (a)), exige do estudante a ação de identificar a planificação de um bloco retangular, ação esta explorada neste volume e nos volumes dedicados aos anos iniciais. Talvez a justificativa para que o autor tenha explorado esse sólido em todos os volumes analisados até aqui não esteja apenas nas orientações da BNCC (BRASIL, 2018), mas no que as avaliações oficiais exigem. As outras duas atividades (Figura 19 (b) e (c)) requerem a ação de compor o sólido a partir de sua planificação. As planificações apresentadas nas avaliações, também, foram exploradas pelo autor nas duas coleções.

Na seção denominada “Verifique o que estudou”, com atividades de revisão e verificação de conteúdos abordados ao longo do capítulo, identificou-se uma atividade envolvendo planificação (Figura 20). Observa-se que, uma atividade semelhante a esta foi proposta no livro didático do 5º ano (Figura 12).

Figura 20 – Planificação do cubo no 6º ano (a)



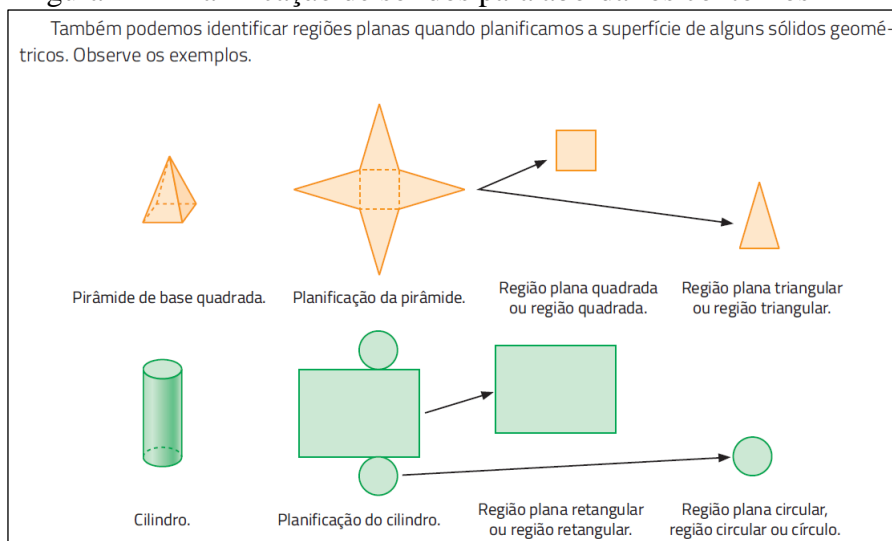
Fonte: Livro Didático do 6º ano, p. 93.

Assim, percebe-se que a ideia de retomar os conceitos já estudados em anos anteriores, conforme propõe a BNCC (BRASIL, 2018), é atendida pelo autor, em particular, no estudo da ideia de planificação. Concorda-se com essa perspectiva de retomar os conceitos ao longo do Ensino Fundamental, mas ressalta-se que o autor poderia propor atividades como a reproduzida na Figura 20 envolvendo outros sólidos. Sublinha-se que a organização de atividades envolvendo a planificação de outros sólidos pode ser realizada pelo professor.

Sublinha-se que todas as situações apresentadas até aqui foram identificadas no capítulo denominado “Sólidos Geométricos”. Segundo o autor, o trabalho com sólidos geométricos, assim como nos anos iniciais, deve partir de objetos do cotidiano, por exemplo, embalagens. Sendo importante, durante as aulas, incentivar os estudantes a observarem semelhanças e diferenças entre embalagens, bem como identificarem características dos sólidos geométricos correspondentes. Além disso, nomear e classificar os sólidos geométricos.

Assim como na coleção dos anos iniciais, o autor explora a ideia de planificação para exemplificar em quais situações podem ser identificadas regiões planas. Esta afirmação pode ser verificada na Figura 21 retirada do capítulo intitulado “Regiões Planas e Contornos”.

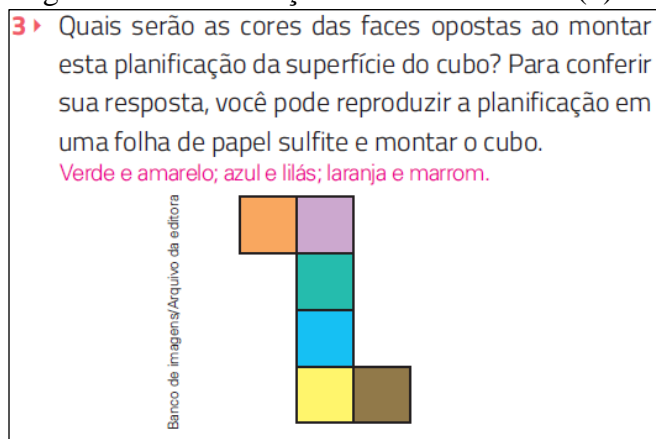
Figura 21 – Planificação de sólidos para abordar os contornos



Fonte: Livro Didático, 6º ano, p. 140.

A última atividade envolvendo a ideia de planificação (Figura 22) foi proposta na seção intitulada “Revisando seus conhecimentos”. Esta seção apresenta atividades com o objetivo de revisar conceitos e procedimentos já estudados, em anos ou capítulos anteriores. Percebe-se que a atividade exige os mesmos conhecimentos mobilizados para resolver a atividade apresentada na Figura 20 e na Figura 12 (livro didático do 5º ano). Ressalta-se, novamente, que este tipo de atividade proporciona explorar a visualização espacial, capacidade essencial para o desenvolvimento do pensamento geométrico, entretanto, é preciso abordar outros sólidos, pois em todas as atividades o sólido escolhido foi o cubo. A ênfase no cubo pode ser explicada em função da sua presença em embalagens e por ser composto apenas por quadrados, o que facilita o estudo de suas propriedades.

Figura 22 – Planificação do cubo no 6º ano (b)

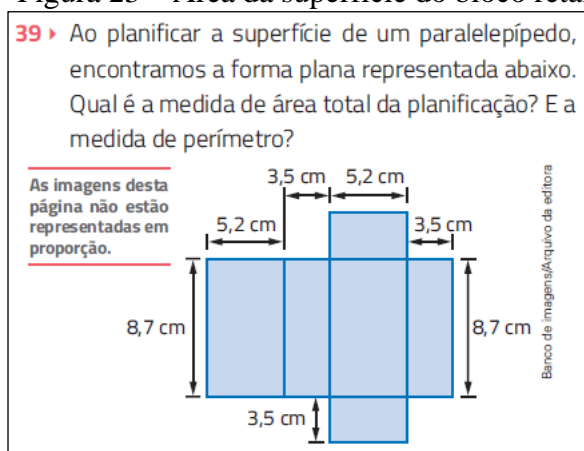


Fonte: Livro Didático 6º ano, p. 269.

A análise do livro didático do 6º ano indica que foram propostas oito atividades envolvendo a ideia de planificação. Este número é maior que nos livros dos anos iniciais, mas mesmo assim pode ser considerado pequeno, pois muitas atividades exigiram a mesma ação, ou seja, identificar a planificação de um sólido e os sólidos explorados foram blocos retangulares (paralelepípedos e cubos).

No livro do 7º ano a ideia de planificação foi identificada em apenas uma atividade (Figura 23).

Figura 23 – Área da superfície do bloco retangular (a)



Fonte: Livro Didático 7º ano, p. 88.

Na atividade, a planificação de um bloco retangular é apresentada para que seja calculada a área total da “casca” e o perímetro. Assim, o objetivo volta-se para o entendimento das grandezas área e perímetro, os quais podem ter a contribuição da planificação quando a situação envolve sólidos. É importante mencionar que, os objetos de conhecimentos, propostos na BNCC do 7º ano, não destacam as figuras espaciais, assim como nos anos anteriores. Talvez por isso o autor não tenha abordado outras atividades envolvendo planificação.

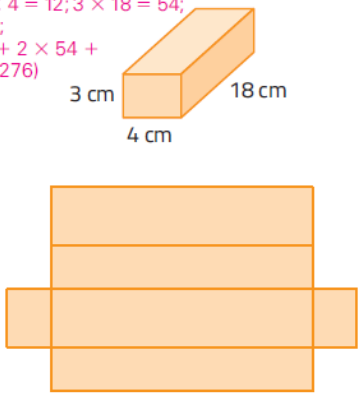
Nas orientações didáticas, o autor não menciona a ideia de planificação. Assim, fora situação supracitada, o termo planificação só foi identificado nas páginas que reproduzem os objetos de conhecimentos e habilidades da BNCC.

No livro didático do 8º ano, o autor explora a ideia de planificação para que os estudantes possam calcular a medida de área da planificação, usando as técnicas de cálculo de medidas de área de regiões planas. Em outras palavras, a planificação é explorada para que os estudantes possam perceber qual é a medida da área a ser calculada, como pode ser observado na Figura 24.

Figura 24 – Área da superfície do bloco retangular (b)

7 ▶ Uma caixa de creme dental com a forma de um bloco retangular tem as seguintes medidas de dimensões: 3 cm, 4 cm e 18 cm. Determine no caderno a medida de área da caixa planificada.

276 cm^2 ($3 \times 4 = 12$; $3 \times 18 = 54$;
 $4 \times 18 = 72$;
 $A = 2 \times 12 + 2 \times 54 + 2 \times 72 = 276$)



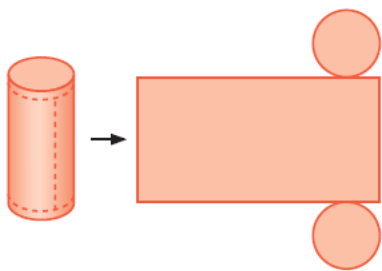
Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Fonte: Livro Didático 8º ano, p. 163.

Nas orientações didáticas, o autor recomenda que seja explorada a planificação do cilindro para exemplificar a área lateral. O cálculo da área total de um cilindro é solicitado na questão proposta em uma avaliação oficial, conforme Figura 25. Entende-se que a planificação apresentada facilita o cálculo solicitado.

Figura 25 – Atividade envolvendo planificação cilindro

3 ▶ (Saresp) Cortando-se um cilindro na linha pontilhada da figura, obtém-se sua planificação. Veja:



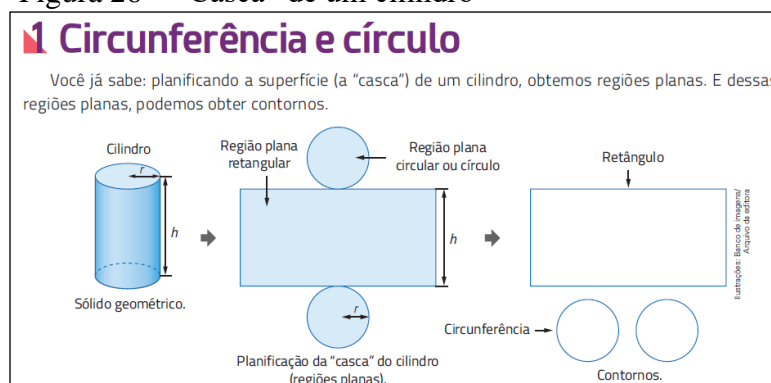
Banco de imagens/Arquivo da editora

Se o raio de cada base mede 5 cm e o cilindro tem 10 cm de altura, qual é a área total de sua superfície?
 (Use $\pi = 3,1$) 465 cm^2 ($A = 2 \times 3,1 \times 5^2 + 2 \times 3,1 \times 5 \times 10 = 155 + 310 = 465$)

Fonte: Livro Didático 8º ano, p. 188.

A planificação do cilindro volta a ser explorada no livro didático do 9º ano (Figura 26). Aqui, o objetivo é ampliar o estudo das regiões planas ao explorar propriedades da circunferência e círculo.

Figura 26 – “Casca” de um cilindro



Fonte: Livro Didático 9º ano, p. 208.

Sublinha-se que as figuras geométricas espaciais são objetos de conhecimento da BNCC do 9º ano e o trabalho deve destacar as vistas ortogonais dessas figuras. Entende-se que a habilidade de planificar é fundamental para identificar as diferentes vistas de um objeto, no entanto, o autor não destaca essa relação.

Diante desses resultados, pode-se afirmar que nos anos finais o conceito de planificação é estudado somente no sexto ano, visto que nos demais anos ele é explorado para compreender outros conteúdos como medidas de áreas e perímetro, vistas ortogonais das figuras geométricas planas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A finalidade desta pesquisa foi analisar como coleções de livros didáticos de Matemática elaboradas para os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental abordam atividades que requerem relacionar figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Ao analisar as duas coleções selecionadas (Ápis Matemática – anos iniciais - e Teláris Matemática – anos finais) foi possível constatar que a ideia de planificação é abordada, pelo autor das coleções, em todos os anos do Ensino Fundamental, sendo a maior ênfase verificada no 6º ano.

Nos anos iniciais, o autor propõe situações nas quais os estudantes precisam manipular/manusear objetos, embalagens e sólidos geométricos (bloco retangular, cubo, pirâmides, prismas e corpos redondos, cujas planificações foram disponibilizadas no final de cada volume) para que percebam as características ou as propriedades deles e identifiquem também as diferenças e semelhanças entre eles. Nesta perspectiva, o trabalho com a Geometria é voltado para uma geometria experimental. A planificação de sólidos geométricos, nesse nível, foi explorada, principalmente, no estudo das regiões planas, pois o estudo dessas ideias partiu, na maioria das vezes, da exploração de objetos tridimensionais. Em relação as atividades

propostas, pode-se afirmar que exigem dos estudantes a identificação da planificação correta de sólidos entre várias possibilidades. Assim, não foram constatadas atividades que requerem dos estudantes desenhar a planificação a partir da percepção de uma figura espacial na forma de desenho em perspectiva ou a partir da análise de um objeto. Talvez isso não tenha sido exigido pois essa ação requer a desconstrução dimensional, ou seja, a redução no número de dimensões de uma figura geométrica, identificando as unidades de representação pertinentes e propriedades, conforme aponta Duval (2011 apud SOARES; FERNER; MARIANI, 2018), o que, ainda, não seria possível para estudantes dos anos iniciais, pois o estudo do conceito de ângulos, paralelismo, perpendicularismo, entre outros, não foi aprofundado.

As ideias apresentadas nos anos iniciais, quanto as figuras espaciais e suas planificações, foram retomadas nos anos finais, principalmente, no 6º ano. As atividades propostas, também, não exigiram dos estudantes o desenho da planificação de um objeto ou de um desenho (representação em perspectiva). Entende-se que essa ação poderia ser explorada, em especial, no 9º ano, pois os conceitos necessários para que os estudantes realizem a desconstrução dimensional foram retomados e ampliados nos anos finais. Ressalta-se que as situações propostas no 7º, 8º e 9º ano apresentaram a planificação de alguns sólidos para auxiliar no estudo de outros conceitos, por exemplo, perímetro e área.

Sublinha-se que o número de atividades, envolvendo a ação de planificar, poderia ser maior, dada a importância desta habilidade para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Além disso, poderia ser explorada uma variedade maior de sólidos geométricos, pois a maioria das atividades envolve a planificação somente do cubo.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. (L. de A. Rego & A. Pinheiro, Trad.). Lisboa: Edições 70, 1977.

BRASIL. **Ministério da Educação e do Desporto**. Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática 5ª a 8ª série. Brasília: SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio - Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ciência da Natureza, Matemática e Tecnologia. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

BRASIL. **Ministério da Educação**. Base Nacional Comum Curricular. Ensino Fundamental 1º a 9º ano. Brasília, 2018.

BRASIL. **Ministério da Educação**. Sistema de avaliação da educação básica: documentos de referência. Brasília: DAEB, 2018.

DANTE, L. R. **Ápis matemática, 1º ano**: ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.

DANTE, L. R. **Ápis matemática, 2º ano**: ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.

DANTE, L. R. **Ápis matemática, 3º ano**: ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.

DANTE, L. R. **Ápis matemática, 4º ano**: ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.

DANTE, L. R. **Ápis matemática, 5º ano**: ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.

DANTE, L. R. **Teláris matemática, 6º ano**: ensino fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018.

DANTE, L. R. **Teláris matemática, 7º ano**: ensino fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018.

DANTE, L. R. **Teláris matemática, 8º ano**: ensino fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018.

DANTE, L. R. **Teláris matemática, 9º ano**: ensino fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018.

LEMOS, M. P. F. O estudo do tratamento da informação nos livros didáticos das séries iniciais do ensino fundamental. In: **Ciência e Educação**, v. 12, n. 2, p. 171-184, 2006.

MANDARINO, M. C. F. O livro didático de matemática: da avaliação ao uso em sala de aula. In: **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática** Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador – BA, 2010.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras. In: **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.17, n.3, pp.597-616, 2015.

PROENÇA, M. C.; Um Estudo Exploratório sobre a Formação Conceitual em Geometria de Alunos do Ensino Médio; **Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” Faculdade de Ciências Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência**. Bauru, 2008.

RIO GRANDE DO SUL. **Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: Matemática / Secretaria de Estado da Educação**. Porto Alegre, SE/DP, 2009.

SÃO PAULO. Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática. FINI M. I (coord.), São Paulo: SEE, 2008.

SANTOS, F. M. Análise de conteúdo: a visão de Laurence Bardin. In: **Revista eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, mai., 2012.

SOARES, M. A. S.; FERNER, D. L.; MARIANI, R. C. P. Visualização em produções que exploram software: uma metanálise no campo da geometria. In: SCHEFFER, Nilce Fátima; COMACHIO, E.; CENCI, D. **Tecnologias da informação e comunicação na Educação Matemática**: articulação entre pesquisas, objetos de aprendizagem e representações. Curitiba: CRV, 2018.

VIANA, O. A. A identificação de propriedades e a habilidade de planificação de figuras geométricas espaciais. In: **Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Petrópolis, Rio de Janeiro, 2012.

VIANA, O. A. Avaliação dos desenhos de planificação de figuras geométricas no ensino básico. *Est. Aval. Educ.*, São Paulo, v. 26, n. 63, p. 838-871, set./dez. 2015.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA. **Projeto Político Pedagógico do curso de Ciências Exatas – Licenciatura**. 2013.

APÊNDICE 1

Quadro 1: Figuras espaciais e planas na BNCC do Ensino Fundamental

Ano	Objeto de Conhecimento	Habilidades
1º	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico	(EF01MA13) Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico.
	Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais	(EF01MA14) Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.
2º	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características	(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.
	Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características	(EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.
3º	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento, análise de características e planificações	(EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras. (EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.
	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características.	(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.
4º	Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características.	(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.
5º	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características.	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.	(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
6º	Figuras geométricas espaciais: Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
7º	Figuras geométricas planas: Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem	(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.

8º	Figuras geométricas planas: Área de figuras planas Área do círculo e comprimento de sua Circunferência.	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
9º	Figuras geométricas espaciais: Vistas ortogonais de figuras espaciais	(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

Fonte: BRASIL, 2018.