

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

GUILHERME SCHUMACHER DA SILVA

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO FATOR DE ESCALA NA SUPERFÍCIE
BIAXIAL E OBTENÇÃO DA SUPERFÍCIE TRIDIMENSIONAL DE FALHA
DE MATERIAIS QUASE FRÁGEIS COM O MÉTODO DOS ELEMENTOS
DISCRETOS**

Alegrete

2015

GUILHERME SCHUMACHER DA SILVA

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO FATOR DE ESCALA NA SUPERFÍCIE
BIAXIAL E OBTENÇÃO DA SUPERFÍCIE TRIDIMENSIONAL DE FALHA
DE MATERIAIS QUASE FRÁGEIS COM O MÉTODO DOS ELEMENTOS
DISCRETOS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Engenharia
Mecânica da Universidade Federal do
Pampa, como requisito parcial para
obtenção do Título de Bacharel em
Engenharia Mecânica.

Orientador: Luis Eduardo Kostaschi

Alegrete

2015

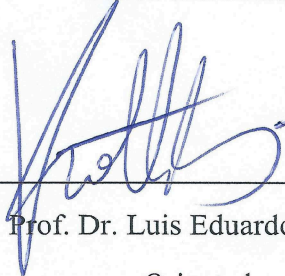
GUILHERME SCHUMACHER DA SILVA

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO FATOR DE ESCALA NA SUPERFÍCIE
BIAXIAL E OBTENÇÃO DA SUPERFÍCIE TRIDIMENSIONAL DE FALHA
DE MATERIAIS QUASE FRÁGEIS COM O MÉTODO DOS ELEMENTOS
DISCRETOS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Engenharia
Mecânica da Universidade Federal do
Pampa, como requisito parcial para
obtenção do Título de Bacharel em
Engenharia Mecânica.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 11/12 /2015.

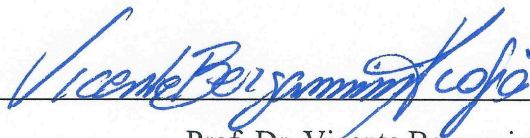
Banca examinadora:



Prof. Dr. Luis Eduardo Kostascki

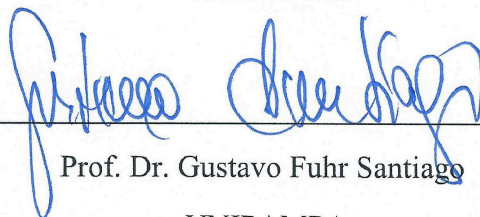
Orientador

UNIPAMPA



Prof. Dr. Vicente Bergamini Puglia

UNIPAMPA



Prof. Dr. Gustavo Fuhr Santiago

UNIPAMPA

Dedico este trabalho a meu pai e minha mãe que sempre me apoiaram, independentemente da situação e, aos meus amigos os quais sempre estiveram ao meu lado.

AGRADECIMENTO

Agradeço a minha mãe pelo apoio incondicional e a meu pai pelos bons exemplos que me fizeram chegar até onde estou, e a ambos pela fé que depositaram em mim me fazendo acreditar que com dedicação tudo é possível.

Ao professor Luis Eduardo Kostascki por ter aceito ser meu orientador, sempre trazendo muita sabedoria em seus auxílios e pela paciência que realmente ele demonstrou durante a elaboração deste trabalho.

Aos meus colegas Matheus, Gabriel, Guilherme e Renato e a todos os demais que de alguma forma ajudaram-me a alcançar meus objetivos.

Aos demais professores pela qualidade do ensino das disciplinas que ministraram, mostrando a qualidade da universidade a qual estudo.

Aos amigos, Társis, Maicon, Lucas, Ricardo e aos outros por sempre terem me ajudado quando precisei.

"Deus nos concede, a cada dia, uma página de vida nova no livro do tempo. Aquilo que colocarmos nela, corre por nossa conta."

Chico Xavier

RESUMO

O estudo da fratura em materiais frágeis sempre foi um dos principais problemas enfrentados na simulação computacional, devido à complexidade do assunto nos ramos da engenharia atual. O trabalho objetiva verificar a influência do efeito de escala e obter a superfície tridimensional de falha para materiais frágeis com o método dos elementos discretos formado por barras (do inglês DEM). O DEM diferentemente do método dos elementos finitos representa o sólido pelo arranjo cúbico de barras de treliça o que se torna muito vantajoso para se estudar fraturas, onde o método possui autonomia para remover alguma dessas barras e dar continuidade a simulação através da integração numérica explícita. Utiliza-se como material base um espécime com características frágeis similar a uma rocha, a condição de contorno que se utiliza para a verificação do efeito de escala é o contorno dos deslocamentos prescritos, enquanto que na obtenção da superfície tridimensional se utiliza o contorno das forças prescritas. O efeito de escala mostra-se um fenômeno que não se relaciona com a tensão máximo do corpo mas com a taxa de fissuração do mesmo, acontecendo somente nos casos em tração a proporcionalmente nos tamanhos dos elementos cúbicos até o tamanho equivalente a 40 módulos onde percebe-se que não há mudança de característica posteriormente, a superfície tridimensional apresenta-se de forma similar à proposta teórica conhecida de William e Warnke, onde a superfície apresenta resistência tendendo ao infinito em casos de compressão hidrostática. Por fim constata-se que o fenômeno do efeito de escala afeta a taxa de propagação da fissura para alguns casos de tração e a superfície tridimensional para materiais frágeis no DEM apresenta o comportamento proposto pelo critério de William e Warnke.

Palavras chave: método dos elementos discretos, efeito de escala, superfície tridimensional.

ABSTRACT

The study of fractures in brittle materials always was one of the main problems faced in computer simulation because of the complexity of the subject in the branch of engineering. The main goal of this work is check the influence of the scale effect and built the three-dimensional failure surface for brittle materials using the Discrete Element Method formed by bars. The DEM, differently throw the Finite Element Method, represents the solid by a cubic arrangement of truss bars that becomes much advantageous to study fractures, where the method has autonomy to remove some of these bars and give continuity to the simulation across explicit numeric simulation. It is used as base material a specimen with brittle characteristics like a rock. The boundary condition that is used to check the scale effect is the contour of prescribed displacements, while to obtain three-dimensional failure surface it is used the contour of prescribed forces. The scale effect uses to be phenomenom that is not relate to the maximum tensile strenght of the body but to the rate of cracking propagation of the same, happening only in traction cases proportionally to the size of the cubic elements until the size equals to 40 modules, when we realize that there is not anymore changes of the characteristics. After, the three-dimensional failure surface presentes itself similarly to the theoretical proposal from William e Warnke, where the surface presents resistance tending to infinite on the cases of hydrostatic compression. Lastly it is noted that the phenomenom of scale effect affects the rate of cracking propagation for some cases of traction loads, and the three-dimensional failure surface for brittle materials in DEM shows the behaviour proposed by the criterion of William e Warnke.

Keywords: Discrete Element Method, scale effect, three-dimesional failure surface.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Comparativo dos módulos cúbicos do a) MEF com o b) DEM.....	4
Figura 2 - Representação cúbica do DEM.	5
Figura 3 – a) Plano de fratura paralelo a uma das faces do elemento cúbico, b) elementos que compartilham a energia dissipada por dano.	7
Figura 4 - Lei de Hillerborg.	8
Figura 5 – Incorporação da aleatoriedade no DEM utilizando a lei de Hillerborg e a distribuição estatística do tipo Weibull.	10
Figura 6 – a) Critérios de Tresca e Von Mises para carregamentos biaxiais, b) e c) critérios de Tresca e Von Mises no espaço tridimensional.	12
Figura 7 - Superfície de falha de Tresca e Von Mises no plano hidrostático de tensões.	12
Figura 8 - a) Critério de Rankine no espaço 3D, b) critério de Rankine no plano bidimensional.	13
Figura 9 - Critério de Rankine na vista dos planos ao longo do eixo hidrostático de tensões.	13
Figura 10 - Comparação entre os critérios de Mohr e Griffith vistos do plano.....	14
Figura 11 - Critério de William e Warnke, vista tridimensional e no plano hidrostático de tensões.....	15
Figura 12 - Lei não linear de Bazânt.....	16
Figura 13 - Condições de engaste para o elemento de teste.	18
Figura 14 - Condições de contorno para os testes. a) Vista bidimensional e b) vista tridimensional.	19
Figura 15 - Pontos obtidos a simulação no Fortran.	20
Figura 16 - Carregamentos utilizados para obtenção da superfície tridimensional...	21
Figura 17 - Forma da superfície de falha para os casos de compressão.	33
Figura 18 - Forma de falha para os casos de tração.....	33
Figura 19 - Vistas hidrostáticas da superfície tridimensional.....	38
Figura 20 - Vista da superfície tridimensional através de um corte na região perpendicular ao eixo hidrostático das tensões.....	38
Figura 21 - Transição da forma da superfície da região de tração hidrostática para compressão hidrostática.....	39
Figura 22 - Superfície de falha tridimensional vista do plano σ_1 - σ_2	39
Figura 23 - Comparação entre a) a superfície obtida com b) a superfície de William e Warnke.....	40
Figura 24 - Comparação entre as vistas hidrostáticas da superfície obtida e da superfície de William e Warnke.	40
Figura 25 – a) Elemento do DEM aplicado com deslocamentos prescritos e b) elemento do DEM aplicado com forças prescritas.	2
Figura 26 - Comparação entre forças prescritas e deslocamento prescritos em compressão.	3
Figura 27 - Comparação entre forças prescritas e deslocamentos prescritos na superfície de tração.	3
Figura 28 - Comparação entre o método dos deslocamentos prescritos e das forças prescritas na superfície de falha.....	4

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Propriedades do elemento cúbico utilizado para as simulações.	17
Tabela 2 - Resistências uniaxiais do elemento.	21
Tabela 3 - Resultados obtidos na análise do efeito de escala.	23
Tabela 4 - Resultados encontrados para superfície 3D.	34

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Curvas tensão x tempo para os carregamentos triaxiais.....	22
Gráfico 2 – Carregamento aplicado para obtenção da superfície 3D.	23
Gráfico 3 - Superfície de falha trativa.	25
Gráfico 4 - Curva tensão x deformação para os carregamentos uniaxiais trativos....	26
Gráfico 5 - Superfície de falha compressiva.....	26
Gráfico 6 - Curvas tensão x deformação para os carregamentos uniaxiais de compressão.	27
Gráfico 7 - Superfície de falha final com a variação do efeito de escala.....	28
Gráfico 8 - Curvas de energia cinética trativa.	28
Gráfico 9 - Curvas de energia cinética trativa com destaque no momento de ruptura.	29
Gráfico 10 - Energias elásticas dos carregamentos de tração.	30
Gráfico 11 - Energias de dano para os carregamentos de tração.	31
Gráfico 12 - Energias cinéticas dos carregamentos de compressão.	31
Gráfico 13 - Energias elásticas dos carregamentos de compressão.....	32
Gráfico 14 - Energias de dano para os carregamentos de compressão.	32
Gráfico 15 - Superfícies de falha bidimensionais em função da intensidade do carregamento na terceira direção.	36
Gráfico 16 - Superfícies de falha sobre o plano e em tração na terceira direção.....	36
Gráfico 17 - Superfícies de falha na região do plano e na parte trativa.....	37
Gráfico 18 - Tensão x tempo para compressão 120%.	2
Gráfico 19 - Carregamento do teste com compressão 120%.....	3

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DEM – método dos elementos discretos (discrete element method)
L – comprimento da aresta do módulo cúbico do DEM
 A_l – área de seção transversal do elemento longitudinal
 A_d – área de seção transversal do elemento diagonal
MEF – método dos elementos finitos
 ν - coeficiente de Poisson
M – matriz de massas
C – matriz de amortecimento
F(t) – força internas dos nós
P(t) – força externa dos nós
 x - deslocamento nodal
 \dot{x} - velocidade nodal
 \ddot{x} - aceleração nodal
 C_p – velocidade de propagação da onda longitudinal
E – módulo de elasticidade longitudinal
 ρ - densidade
 Δt – incremento de tempo
A – área de fratura
 G_f – energia específica de fratura
 Γ - energia dissipada durante a fratura de um material
 Γ_{DEM} - energia dissipada durante a fratura no DEM
 ε – deformação específica
 A_l^f - área de fratura equivalente da barra longitudinal
 A_d^f - área de fratura equivalente da barra diagonal
 c_A – constante de equivalência entre Γ e Γ_{DEM}
 ε_p – deformação crítica de falha
 R_f – fator de falha
Y – parâmetro adimensional da trinca
a – comprimento da trinca
 ε_r – deformação limite
 K_r – constante que correlaciona a deformação crítica com a limite
 β - parâmetro de escala
 γ - parâmetro de forma
 σ - tensão
 σ_r – tensão de ruptura
 σ_e – tensão equivalente
 σ_1 – tensão na direção 1
 σ_2 – tensão na direção 2

σ_3 – tensão na direção 3
 σ_t – tensão de tração
 σ_c – tensão de compressão
 σ_0 – esforço hidrostático
 θ - ângulo de Lode
 τ_t – função do esforço hidrostático
 τ_j – função da resistência uniaxial do elemento
 f_1 – tensão plástica
 B – constante do material
 b_0 – constante do material
 b – tamanho do espécime
 α – variável que relaciona a intensidade do carregamento na direção 1 com a 2
 V_f – taxa de aplicação da carga
 N – número de nós na direção y do elemento

Sumário

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	Contextualização.....	1
1.2	Hipóteses.....	1
1.3	Objetivos.....	2
1.4	Justificativa	2
1.5	Divisão do Trabalho.....	3
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1	Método dos Elementos Discretos	4
2.2	Modelo Constitutivo Não-Linear.....	6
2.3	Lei Constitutiva Bilinear (Hillerborg)	7
2.4	Modelo de Distribuição Estatística do tipo Weibull	9
2.5	Introdução aos Critérios de Falha	10
2.6	Efeito de Escala.....	15
3.	METODOLOGIA	16
3.1	Propriedades do Elemento Cúbico Utilizado para Teste	16
3.2	Metodologia utilizada no teste do Efeito de Escala.....	17
3.3	Metodologia utilizada na Superfície 3D	20
4.	RESULTADOS	23
4.1	Resultados do Efeito de Escala.....	23
4.2	Resultados da Superfície Tridimensional	34
5.	CONCLUSÃO	40
5.1	Trabalhos Futuros	42
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	42
	ANEXO A.....	2
	ANEXO B.....	2

1. INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

Ainda hoje a mecânica da fratura é um campo da ciência pouco desenvolvido. Este fato se deve à dificuldade e complexidade do assunto, principalmente quando se trata de materiais frágeis, que apresentam a característica da falha abrupta. Segundo Callister e Rethwisch (2013) a fratura frágil sempre ocorre de forma repentina e catastrófica sem nenhum aviso prévio, pois, a trinca propaga muito rapidamente. A simulação computacional, quando há iminência de fratura, apresenta problemas com relação às condições de contorno do teste, por isto é imprescindível que se tenha uma simulação o mais próximo possível do caso real.

O efeito de escala é um fenômeno existente em todos os materiais de natureza frágil e é responsável por grandes variações no comportamento mecânico destes. A importância do efeito de escala surgiu a muito tempo. Já em meados do século XVI Leonardo Da Vinci disse que se dois cordões tivessem a mesma espessura, o mais longo seria o mais fraco.

O avanço mais significativo no efeito de escala ocorreu em 1921, com o engenheiro Griffith, que estudou as discrepâncias existentes entre a baixa resistência mecânica do vidro e a elevada tensão necessária para quebrar uma ligação inter-atômica. A partir disso ele percebeu que a medida que a fibra de vidro apresentasse menor espessura, maior seria a tensão necessária para quebrá-la, e, mais próxima a tensão de ruptura ficava da tensão teórica necessária.

Este trabalho apresenta um estudo da superfície de falha para materiais frágeis obtida através do Método dos Elementos Discretos ambientado na plataforma Fortran. Este método, diferentemente dos demais, é indicado para estudar especialmente fraturas devido à sua elevada autonomia nestes casos, pois, a dinâmica do método consiste em representar um sólido por arranjos cúbicos de barras de treliça unidas por nós, e, quando alguma barra atingir a carga máxima de ruptura, ela é apagada pelo programa, podendo assim estudar o fenômeno de ruptura de forma mais próxima aos casos reais.

1.2 Hipóteses

Como hipóteses iniciais da pesquisa, têm-se:

- I. O efeito de escala está diretamente relacionado com a resistência mecânica do material, de forma que quanto maior o tamanho do elemento, menor a resistência mecânica devido ao aumento de aleatoriedades;
- II. Na tração o efeito de escala é bem menos significativo que na compressão, pois a resistência a tração é tão baixa que o fator de escala não apresenta influência na superfície de falha;
- III. O critério de William e Warnke é a superfície de falha que melhor define o comportamento tridimensional dos materiais frágeis simulados pelo DEM.

1.3 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é analisar como muda a superfície de falha bidimensional com o efeito de escala e obter a superfície tridimensional de falha com o método dos elementos discretos (DEM).

Como objetivos específicos, têm-se:

- Avaliar a influência do efeito de escala sobre a resistência mecânica do elemento;
- Buscar para quais tamanhos de elemento ocorre esse fenômeno;
- Comparar as energias obtidas nos testes para verificar se ocorre influência do efeito de escala no balanço energético;
- Verificar se o fenômeno da variação da escala afeta as curvas tensão x deformação do material;
- Verificar se a superfície tridimensional obtida se aproxima de alguma superfície teórica conhecida da resistência dos materiais;
- Testar se a superfície tridimensional apresenta mudança da forma da superfície de falha vista do plano hidrostático ao longo das variações de carregamento hidrostático.

1.4 Justificativa

O estudo do efeito de escala é de suma importância, pois conforme Colpo (2014) é um dos fatores críticos para materiais quase-frágeis e deve receber atenção especial. Sabendo como este fator influencia na falha e a na sua forma de fratura é fundamental para selecionar uma boa aplicação para este tipo de material. A simulação computacional com o DEM se torna uma ótima ferramenta para o estudo do efeito de escala, pois com uma mesma rotina e mudanças simples nos tamanhos característicos pode-se simular o efeito

de escala de forma sucinta e rápida. Como mostrado por Rios *et al* (2002) o efeito de escala é um fator crucial quando se fala em estruturas de concreto devido à presença das suas heterogeneidades. Ainda segundo estes autores o efeito de escala pode ser explicado por 2 fenômenos distintos ou uma ação conjunta deles:

1. Teoria de distribuição estatística proposta por Weibull (1939) que leva em conta a variabilidade das propriedades mecânicas;
2. Efeito de escala da mecânica da fratura e derivados, incluindo a teoria proposta por Bazânt (1976);
3. Teoria que seria a união dos fenômenos 1 e 2.

Entender como o comportamento mecânico do material varia em condições de triaxialidade de tensões é um dos principais problemas dos ramos da engenharia atual, encontrar uma superfície que se caracterize coerente e que possa ser aplicada em outros métodos de simulação de materiais frágeis de forma que se gerem resultados plausíveis.

1.5 Divisão do Trabalho

O presente trabalho apresenta no capítulo dois a revisão de literatura, bem como os fundamentos básicos do método dos elementos discretos. Assim, apresenta-se uma revisão sobre o que estudiosos já constataram sobre o efeito de escala e os parâmetros de funcionamento do DEM, exceção as condições triaxiais usando esse método, pois, este tema ainda não foi estudado afundo.

No capítulo três são apresentadas as formas de carregamento do corpo para realização dos testes, juntamente com as propriedades físicas, os principais parâmetros envolvidos, a definição das condições de contorno e os métodos de carregamento.

O capítulo quatro é responsável por apresentar os resultados obtidos com o fenômeno do efeito de escala, correlacionando os tipos de carregamento com as formas das curvas encontradas, comentando as possíveis fontes de discrepâncias e variações para os resultados e salientando suas similaridades. Também apresenta a superfície tridimensional obtida com o método dos elementos discretos e compara com as superfícies existentes nas teorias clássicas da resistência dos materiais.

O capítulo cinco apresenta as conclusões acerca do fenômeno do efeito de escala e caracteriza a coerência da superfície tridimensional com o esperado deste tipo de material,

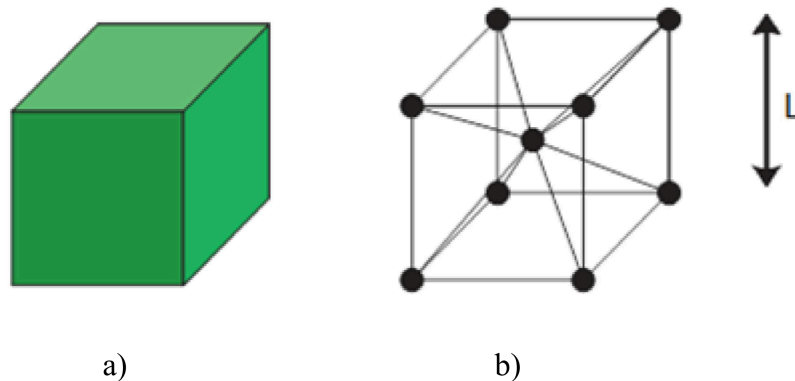
bem como os principais problemas enfrentados pela pesquisa desenvolvida, sendo também apresentadas propostas para possíveis futuros trabalhos.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Método dos Elementos Discretos

O método dos elementos discretos, originalmente proposto por Nayfeh e Hefzy (1978), conhecido desta forma por ser constituído de barras de treliças e as massas estarem apenas presentes nos nós entre elas. Esse método é amplamente utilizado para o estudo de fraturas, uma vez que, diferentemente dos outros métodos como o MEF (método dos elementos finitos, ver fig. 1) a simulação trabalha de forma que quando uma barra atingir a tensão de ruptura, esta é apenas apagada do programa que por sua vez dá continuidade a simulação, sendo este comportamento a representação do fenômeno da fissuração que ocorre nos materiais.

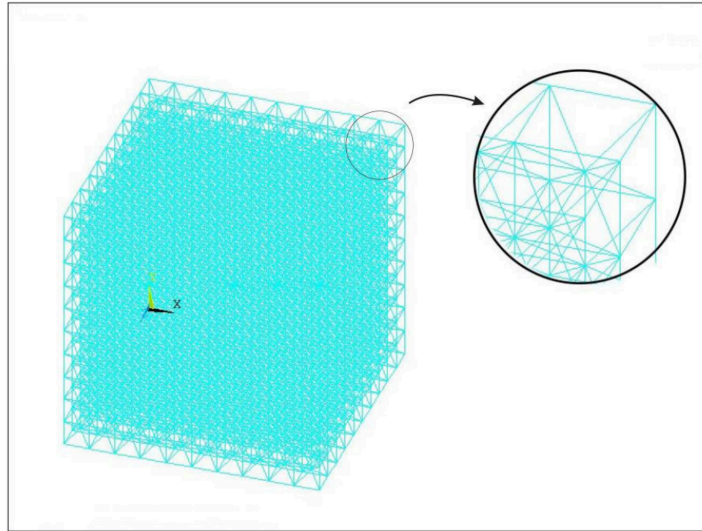
Figura 1 - Comparativo dos módulos cúbicos do a) MEF com o b) DEM.



Fonte: Autoria própria.

A letra L é comumente utilizada para representar o comprimento da aresta do módulo cúbico. As barras do método dos elementos discretos suportam apenas cargas axiais, com isto, os modelos envolvendo dinâmica estrutural podem ser resolvidos com interações numéricas explícitas das equações do movimento. O módulo cúbico (fig. 2) é constituído de 20 elementos de barra e 9 nós. As equações do movimento e iterações são aplicadas nos nós, por isso, cada nó apresenta 3 graus de liberdade correspondentes as 3 componentes vetoriais de deslocamento em coordenadas no plano cartesiano.

Figura 2 - Representação cúbica do DEM.



Fonte: Adaptado do software Ansys, Inc.

A relação entre as seções transversais da barra e as propriedades do elemento cúbico, são apresentadas na expressão 1.

$$A_l = \frac{L^2}{2(1+\nu)}, A_d = \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\nu}{1-2\nu} \right) A_l \quad \dots(1)$$

Na qual ν é o coeficiente de poisson do material, L é o comprimento da barra e, A_l e A_d representam as áreas de seção transversal do elemento longitudinal e do elemento diagonal.

O sistema de equações de movimento que regem o método é representado por:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + F(t) - P(t) = 0 \quad \dots(2)$$

Onde M é a matriz das massas, C a matriz de amortecimento, $F(t)$ e $P(t)$ são as forças internas e externas aplicadas nos nós e \ddot{x} , \dot{x} e x são os vetores de aceleração nodal, velocidade nodal e deslocamento nodal, respectivamente.

A estabilidade do sistema de integração numérica é garantida, através de um incremento de tempo expresso da seguinte forma:

$$\Delta t \leq 0,6 \frac{L}{C_p} \quad \dots(3)$$

A expressão (3) foi extensamente estudada por Dalguer *et al* (2003) e deve-se respeitá-la para que qualquer efeito dinâmico da emissão acústica possa ser desconsiderado, conferindo o espaço de tempo mínimo para que a onda elástica propague através do módulo cúbico elementar. O símbolo C_p na expressão (3) representa a velocidade de propagação da onda longitudinal que é definida por:

$$C_p = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \dots(4)$$

Na qual E representa o Módulo de Young do Material e ρ representa a densidade do mesmo. A condição de convergência dos resultados, expressa em (3) deve ser respeitá-la, pois os resultados se tornam insatisfatórios para incrementos maiores que este.

2.2 Modelo Constitutivo Não-Linear

Este modelo leva em conta a energia de fratura dissipada no processo de ruptura, impondo que a energia dissipada no processo de ruptura do contínuo tem que ser equivalente à dissipada no discreto. Com isto a o elemento cúbico apresentará uma fratura em um plano paralelo a uma de suas faces (fig. 3.a). Na expressão a seguir se apresenta esta energia:

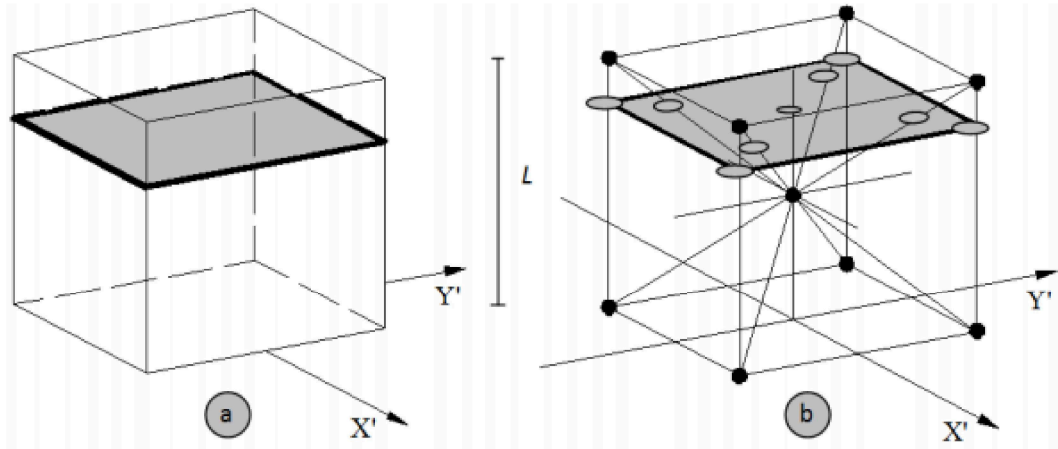
$$\Gamma = G_f A = G_f L^2 \quad \dots(5)$$

Onde A é a área de fratura, porém, quando o módulo do DEM é dividido em duas partes, essas partes levam a contribuição de cinco elementos longitudinais (sendo um deles interno) e quatro diagonais (ver fig. 3.b), assim a energia dissipada na fratura fica da seguinte forma:

$$\Gamma_{DEM} = G_f \left(4 \cdot 0,25 \cdot c_A + c_A + 4 \cdot c_A \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 \right) L^2 \quad \dots(6)$$

Na qual o primeiro termo da soma considera o fator de 0,25 porque cada elemento é compartilhado por 4 módulos, o segundo termo representa a contribuição do elemento longitudinal interno e o último termo representa a contribuição das barras diagonais.

Figura 3 – a) Plano de fratura paralelo a uma das faces do elemento cúbico, b) elementos que compartilham a energia dissipada por dano.



Fonte: Adaptado de Silva e Kostaski (2014).

O fator c_A da expressão (6) nada mais é que uma constante de equivalência entre Γ e Γ_{DEM} . Assim, igualando as expressões (5) e (6), obtemos:

$$G_f L^2 = G_f \left(\frac{22}{3} c_A \right) L^2 \quad \dots(7)$$

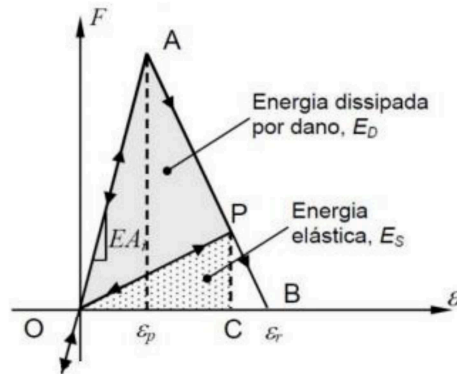
Onde vemos que c_A deve ser $22/3$ para garantir a equivalência dos dois métodos. Resolvendo encontramos a área de fratura equivalente $A_i^f = c_A L_i^2$, para as longitudinais e diagonais, a expressão fica:

$$A_l^f = \left(\frac{3}{22} \right) L^2, \quad A_d^f = \left(\frac{4}{22} \right) L^2 \quad \dots(8)$$

2.3 Lei Constitutiva Bilinear (Hillerborg)

Esta lei baseia-se na relação constitutiva elementar (RCE), foi proposta por Hillerborg (1978), que segundo Penna *et al* (2013) a tensão vai subindo até atingir um valor máximo e a partir daí ocorre uma diminuição da tensão com aumento da deformação regido pela energia de fratura do material. Pode ser empregada para materiais quase-frágeis. A lei é ilustrada na fig. 4.

Figura 4 - Lei de Hillerborg.



Fonte: Adaptado de Silva e Kostascki (2014).

Na qual F é a força axial no elemento, que é função da deformação específica ε . A relação entre F e ε é dada pelo produto do módulo de Young e a área de seção transversal da barra. A energia específica de fratura G_f , assim como o módulo de elasticidade (E), são propriedades do material. A deformação específica ε_r é a deformação na qual o material perde a capacidade de suportar carga. Este valor é obtido para equivaler a densidade de energia dissipada com a área de fratura equivalente vezes a energia específica de falha sobre o comprimento básico do módulo (L) (ver eq. (15)).

$$\int_0^{\varepsilon_r} F(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{G_f A_i^f}{L_i} \quad \dots(15)$$

Onde o sub-índice i , caso for uma barra longitudinal ele se torna l e se for uma diagonal é substituído por d .

Nesta formulação a falha por tração ocorre caso a energia sob a curva força x deformação for equivalente à densidade de energia para fraturar o elemento (área de fratura equivalente). Sob tensões compressivas as barras falham através da carga gerada pelo coeficiente de poisson e a aleatoriedade introduzida na carga última do material.

A deformação crítica de falha ε_p é a deformação atingida pelo elemento antes de iniciar o dano, a relação entre a deformação crítica e energia específica de fratura é dada pela mecânica da fratura, como:

$$\varepsilon_p = R_f \sqrt{\frac{G_f}{E}} \quad \dots(16)$$

Onde R_f é o fator de falha e leva em conta a presença de um defeito de comprimento a no material.

$$R_f = \frac{1}{Y\sqrt{a}} \quad \dots(17)$$

Y é um parâmetro adimensional que depende tanto das dimensões como do tipo de trinca.

O elemento perde sua capacidade de carregamento quando a deformação limite ε_r é atingida. Utilizando a equação (18), obtemos a relação entre a deformação crítica e a deformação limite através da constante K_r .

$$\varepsilon_r = K_r \varepsilon_p \quad \dots(18)$$

A eq. (15) mostra que área sob a curva força x deformação é equivalente ao produto da área equivalente de fratura vezes a energia específica de fratura sobre o comprimento do módulo. Esta expressão denota outras relações importantes entre outros parâmetros de fratura como a deformação limite ou o coeficiente K_r (expressão (19)).

$$\frac{G_f A_i^f}{L_i} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_p E A_i}{2} = \frac{K_r \varepsilon_p^2 E A_i}{2} \quad \dots(19)$$

O coeficiente K_r é uma função das propriedades do material e do comprimento L do elemento:

$$K_r = \left(\frac{G_f}{E \varepsilon_p^2} \right) \left(\frac{A_i^f}{A_i} \right) \left(\frac{2}{L_i} \right) \quad \dots(20)$$

Para garantir a estabilidade do processo de simulação, a condição de que $K_r \geq 1$ deve ser respeitada (RIERA, ROCHA, 1991), ou seja, ε_r deve ser maior que ε_p .

2.4 Modelo de Distribuição Estatística do tipo Weibull

As aleatoriedades presentes na tenacidade do material (G_f), originalmente propostas por Rocha (1989) são decorrentes de uma distribuição de probabilidades tipo Weibull de dois parâmetros:

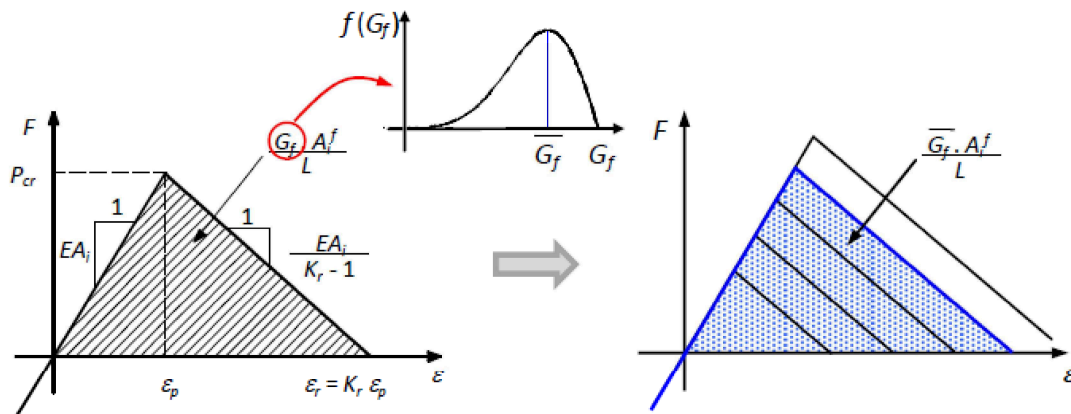
$$F(G_f) = 1 - e^{-(G_f/\beta)^\gamma} \quad \dots(21)$$

No qual β e γ são os parâmetros de escala e de forma, respectivamente. A função de densidade de probabilidade da tenacidade é obtida da derivada da expressão (21). Como G_f pode ser escrito em função da deformação crítica, temos:

$$G_f = c \varepsilon_p^2, \text{ com } c = E(1 - \nu^2) / R_f \quad \dots(22)$$

O processo de incrementação da aleatoriedade na energia específica de fratura para a lei de Hillerborg é apresentado na fig. 5. Para estabelecer o campo de valores de G_f é necessário definir um valor médio para a energia específica, o coeficiente de variação e o comprimento de correlação e, por último, como muda a forma da área sob a curva em função da variação. Com isto diferentes elementos apresentarão diferentes áreas sob a curva força x deformação, conforme mostrado na fig. 5.

Figura 5 – Incorporação da aleatoriedade no DEM utilizando a lei de Hillerborg e a distribuição estatística do tipo Weibull.



Fonte: Adaptado de Silva e Kostascki (2014).

2.5 Introdução aos Critérios de Falha

Os critérios de falha são utilizados quando ocorrem carregamentos biaxiais ou triaxiais. Quando se tem um carregamento uniaxial apenas se compara a tensão que o material está submetido (σ) com a tensão de ruptura (σ_r) para aquele tipo de carregamento, se for menor que a tensão de ruptura o material não falha, ou seja, se $\sigma < \sigma_r$. Para os casos bi e triaxiais é necessária uma superfície de falha (ou critério de falha) que diga quando o material está seguro e quando ocorrerá a ruptura. Existem diferentes superfícies de falha para cada tipo de material, sendo uns aplicados a materiais dúcteis, enquanto outros, são utilizados para materiais frágeis.

Para os materiais dúcteis os critérios mais utilizados são o critério de Tresca (ou da máxima tensão de cisalhamento) e o de Von Mises (ou critério da energia de distorção máxima). O critério de Tresca prediz que quando a tensão de cisalhamento equivalente ultrapassar o valor da máxima tensão de cisalhamento obtida num ensaio uniaxial de tensão, o corpo romperá. Ou seja:

$$\sigma_e = \sigma_1 - \sigma_3 \quad \dots(9)$$

$$\sigma_e = |\sigma_1| \quad \dots(10)$$

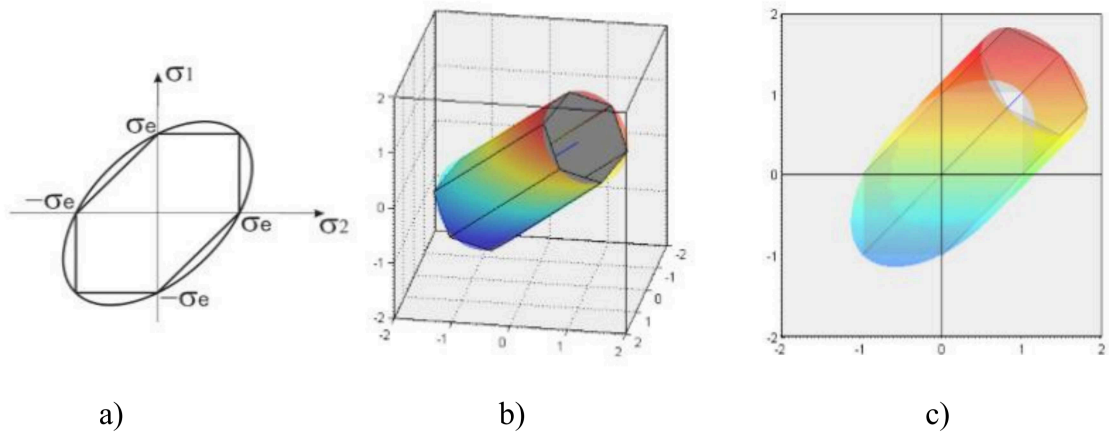
A expressão (9) é utilizada se a tensão σ_1 for positiva e a tensão σ_3 for negativa, ou seja, as duas com sinais opostos da forma que, $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. Já a equação (10) é definida de caso as tensões apresentem o mesmo sinal, então a maior tensão modular deve ser comparada a tensão máxima do material.

O critério de Von Mises estabelece que a energia de distorção de um carregamento deve ser menor ou igual à aquela de um corpo na iminência da fratura num ensaio uniaxial de tensão. De forma que:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]} \quad \dots(11)$$

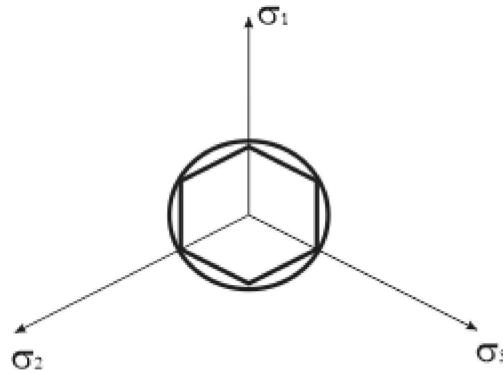
Ambos os critérios podem ser utilizados tanto para carregamentos biaxiais, $\sigma_3 = 0$, (fig. 6.a) como para triaxiais, $\sigma_3 \neq 0$ (fig. 6.b e 6.c). A fig. 7 apresenta a vista das superfícies de Tresca e Von Mises no plano hidrostático de tensões.

Figura 6 – a) Critérios de Tresca e Von Mises para carregamentos biaxiais, b) e c) critérios de Tresca e Von Mises no espaço tridimensional.



Fonte: Adaptado de Silva e Kostascki (2014).

Figura 7 - Superfície de falha de Tresca e Von Mises no plano hidrostático de tensões.

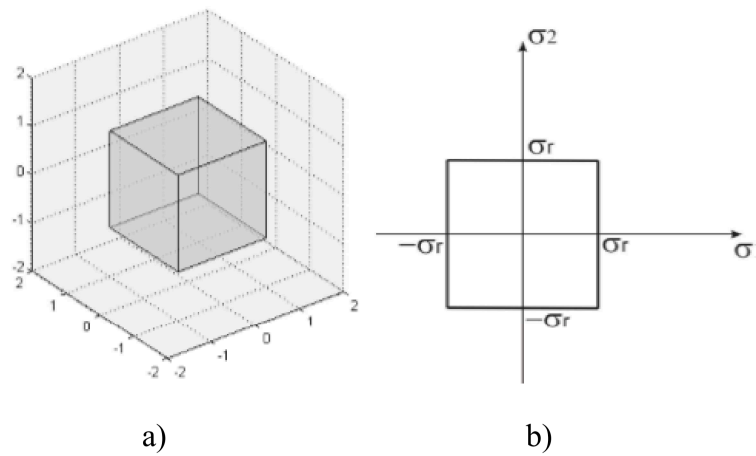


Fonte: Autoria Própria.

Os critérios de falha para materiais frágeis diferem dos de materiais dúcteis, pois estes, apresentam a característica da falha por tensões normais, baseiam-se na tensão normal máxima, conforme o critério de Rankine (figs. 8 e 9), segundo Hibbeler (2004) define que quando o material atingir a tensão máxima, ele falha, independente da direção do carregamento:

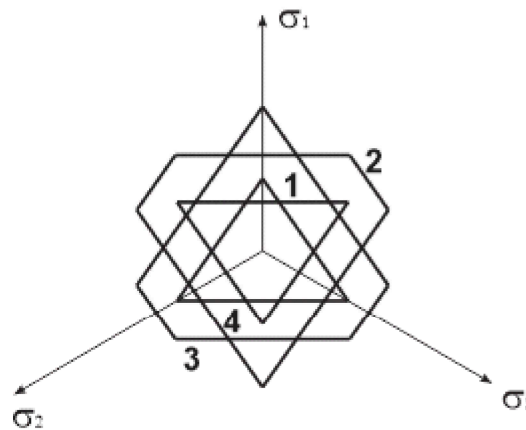
$$\begin{aligned}
 |\sigma_1| &= \sigma_r \\
 |\sigma_2| &= \sigma_r \\
 |\sigma_3| &= \sigma_r
 \end{aligned}
 \quad \dots(12)$$

Figura 8 - a) Critério de Rankine no espaço 3D, b) critério de Rankine no plano bidimensional.



Fonte: Adaptado de Silva e Kostascki (2014).

Figura 9 - Critério de Rankine na vista dos planos ao longo do eixo hidrostático de tensões.

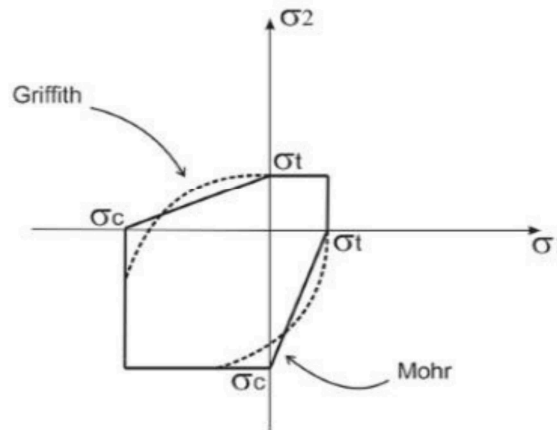


Fonte: Autoria Própria.

Os materiais frágeis quase em sua totalidade apresentam diferentes propriedades em relação a natureza do carregamento, como sendo trativo e compressivo. Mohr propôs um modelo que representa a maior resistência quando o material está sofrendo compressão comparado à tração. Realizou três testes para compor seu critério, formulou um de seus círculos para a resistência a tração, um para a compressão e o último para o cisalhamento do material. Assim com os três círculos ele pôde estabelecer a forma de um envelope tangente aos três círculos, este envelope é que originou a superfície de falha. A região de tração biaxial no espaço de tensões possui uma menor amplitude que a de compressão, para os quadrantes onde se tem carregamento misto (compressão em um direção e tração

na outra) se considera que a variação ocorre de forma linear, Griffith refinou essa ideia considerando que as energias de propagação são diferentes para as diferentes naturezas de carregamento (fig. 10).

Figura 10 - Comparação entre os critérios de Mohr e Griffith vistos do plano.



Fonte: Autoria própria.

No espaço tridimensional de tensões, os critérios de falha frágeis apresentam uma superfície parecida com a da curva de Von Mises (POPOV, 1999), sendo a diferença que em vez de formar uma superfície cilíndrica, estas apresentam uma superfície cônica em função de que a resistência aos carregamentos de tração se torna menor do que os de compressão, seguido o princípio suposto pela superfície de Mohr. Esta superfície é conhecida como critério de William e Warnke (1975) (fig. 11). A expressão que define a superfície de William e Warnke é definida por:

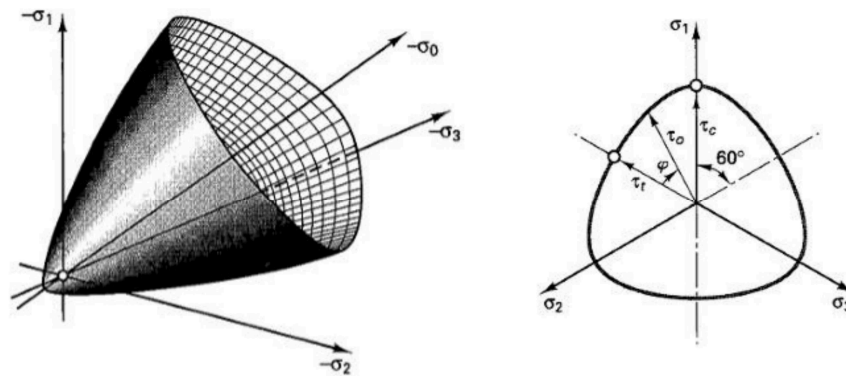
$$\tau_0(\sigma_0, \theta) = \tau_c \frac{a\eta + b\sqrt{a(\eta^2 - 1) + b^2}}{a\eta^2 + b^2} \quad \dots(13)$$

No qual:

$$a = \tau_c^2 - \tau_t^2; \quad b = 2\tau_t - \tau_c; \quad \eta = 2\cos\theta \quad \dots(14)$$

σ_0 é o esforço hidrostático e θ o ângulo de Lode (SILVA, KOSTESKI, 2014). A expressão (13) define a superfície de falha no plano desviador e na eq. (14) os parâmetros τ_t e τ_c são funções do esforço hidrostático e da resistência uniaxial aos carregamentos trativos e compressivos.

Figura 11 - Critério de William e Warnke, vista tridimensional e no plano hidrostático de tensões.



Fonte: Adaptado de Silva e Kostascki (2014).

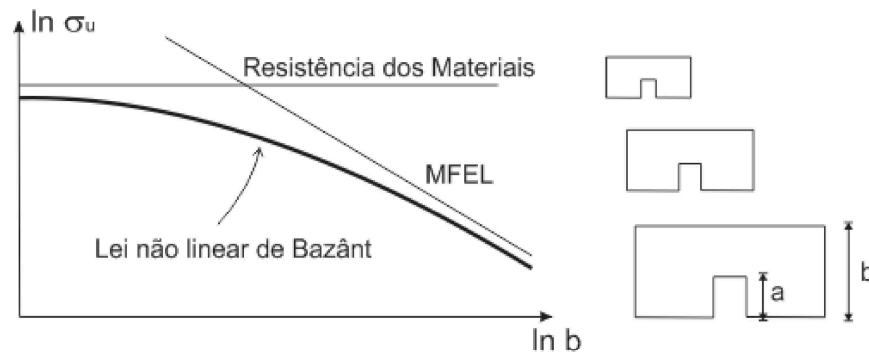
2.6 Efeito de Escala

O estudioso Mariote (1686) realizou um experimento com papel, estanho e cordas e conseguiu denotar uma observação referente ao efeito de escala que se estuda atualmente. Comparando duas cordas uma longa e uma curta e apoiando um peso, ele denotou que a corda que rompia primeiro seria a que apresentasse o maior número de defeitos. Ele propôs que o material tem menor resistência em algum lugar comparado a outro dando início à teoria estatística do efeito de escala.

Segundo Maders *et al* (2012) para todos os casos, com o aumento do fator de escala da placa, observa-se um aumento na instabilidade da propagação de trincas. A ruptura passa de propagação estável de uma trinca para propagação instável, ou da propagação instável de uma fissura para a geração e propagação de múltiplas fissuras com bifurcações. Os autores salientam que para uma mesma RCE, a maiores coeficientes de variação maior o número de placas que falham de forma estável.

O fenômeno do efeito de escala para materiais frágeis poderia ser melhor representado por uma curva gradual entre a teoria da MFEL e a teoria da resistência dos materiais, conhecida como Lei não linear de Bazânt (KOSTESKI, 2012). A fig. 12 apresenta a representação gráfica desta lei.

Figura 12 - Lei não linear de Bazânt.



Fonte: Adaptado de Kostascki (2012).

Para corrigir essa lei, Bazânt e Oh (1983), propôs que o consumo de energia fosse considerado não somente para a área de fratura, mas também para o volume de uma banda de fissuração hipotética. Essa nova lei chamada de efeito de escala para o concreto (do inglês SEL) é definida por:

$$\sigma_u = \frac{Bf_1}{[1+(b/b_0)]^{1/2}} \quad \dots(23)$$

No qual f_1 é a tensão plástica limite, B e b_0 são duas constantes a serem determinadas em cada caso. O autor ainda assume que, a energia total liberada é proporcional ao quadrado do comprimento da fissura a , que muda proporcionalmente com o tamanho do espécime b ($a/b = \text{cte}$).

3. METODOLOGIA

3.1 Propriedades do Elemento Cúbico Utilizado para Teste

O elemento cúbico utilizado basicamente para os testes apresentados, contém as seguintes propriedades intrínsecas (tab. 1) que definem as mesmas características adotadas para o teste no trabalho de Maders *et al* (2012).

Tabela 1 - Propriedades do elemento cúbico utilizado para as simulações.

Propriedade	Símbolo	Valor
Comprimento da Barra	L	5 mm
Coefficiente de Poisson	ν	0,25
Densidade	ρ	2700 kg/m ³
Módulo de Young	E	75 GPa
Energia Específica de Fratura	G_f	1300 N/m
Fator de Falha	R_f	0,8

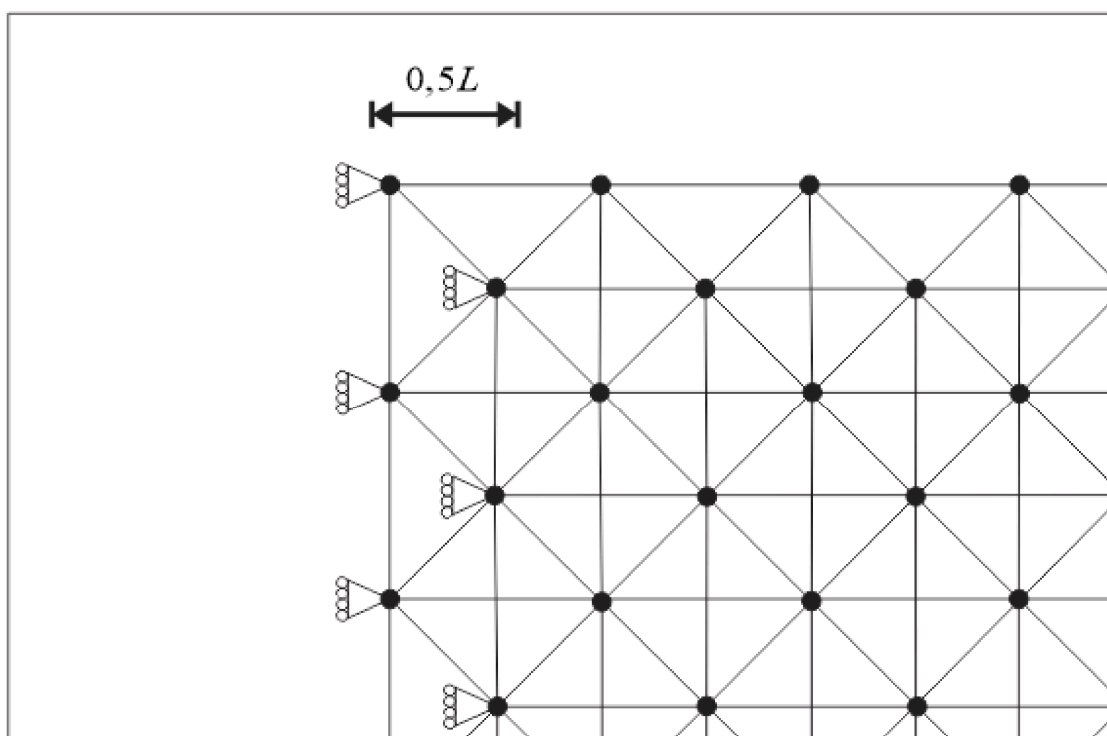
Fonte: Autoria própria.

3.2 Metodologia utilizada no teste do Efeito de Escala

Nesta condição utiliza-se a variação do tamanho do cubo aplicado com o contorno dos deslocamentos prescritos, através do comprimento de suas arestas. Este teste foi proposto pois se espera que, aumentando as dimensões do elemento cúbico, este apresente uma maior quantidade de aleatoriedades e, por sua vez, isto cause uma diminuição na resistência do elemento. Com esta variação do efeito de escala utilizamos uma aleatoriedade padrão para a energia específica de fratura, que foi de 40%, e o parâmetro K_r , que correlaciona a deformação crítica e a deformação de ruptura, ficou estabelecido em 202,9.

Cada teste foi feito em 4 amostras, para que se obtivesse um valor médio dentre os resultados, alguns casos específicos demandaram a necessidade de 8 amostras para gerar representatividade, uma vez que, alguns computadores não conseguiam obter resultados significativos com somente quatro amostras. A necessidade de um número de ensaios maiores que um se faz necessária, pois na distribuição estatística do tipo Weibull, se tem a possibilidade de que com uma única amostra o resultado se apresente como um dos pontos longe do valor médio da curva, o que apresentaria um resultado incoerente.

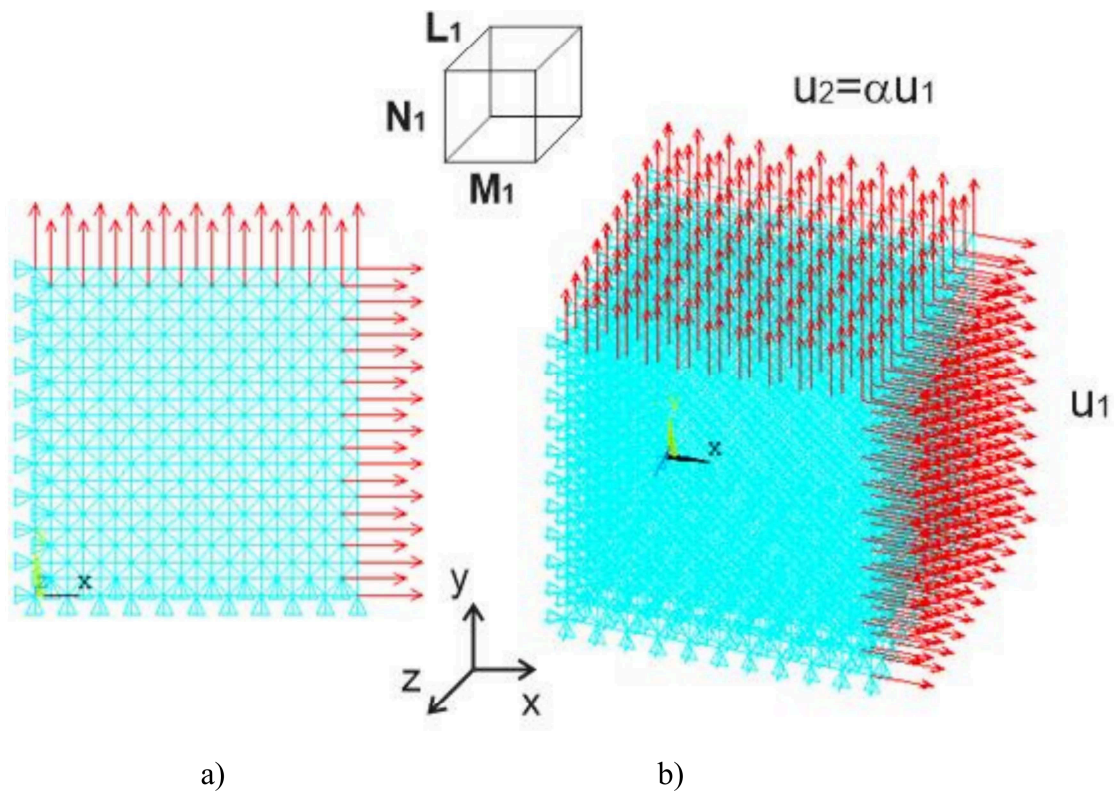
Figura 13 - Condições de engaste para o elemento de teste.



Fonte: Autoria própria.

As cargas foram aplicadas na forma de deslocamentos prescritos em uma das faces (para detalhes, ir ao anexo B) do cubo e na oposta foi aplicado um engaste (fig. 13), a intensidade dos deslocamentos aplicados entre a direção 1 e a direção 2 foi estabelecida por um valor α (ver fig. 14), este valor variou sua intensidade desde 1 que representa o valor de tensão igual para as duas direções até o valor de 0 na qual o corpo não apresentaria tensão naquela direção (fig. 14), como aplicam-se taxas de deslocamento isto equivaleria a dizer que a taxa de deslocamento de uma direção é x por cento do deslocamento decorrente na outra. Desta forma utilizou-se tanto os valores compressivos, como trativos, excluindo-se carregamentos mistos (compressão e tração) que em estudos anteriores já provaram que não são capazes de proporcionar coerência com o esperado deste tipo de material. Os valores de α utilizados foram 1; 0,5; 0,2; 0,1 e 0. Na figura 13 pode-se ver que os engastes são colocados em todos os nós até uma distância de meio módulo, o que correspondem a engastar os nós externos e os nós internos do primeiro módulo que conforme já foi mencionado serve para garantir a estabilidade na hora da integração numérica.

Figura 14 - Condições de contorno para os testes. a) Vista bidimensional e b) vista tridimensional.



Fonte: Adaptado do software Ansys, Inc.

Pela figura 14.b percebe-se que quando o valor de α for 0, o carregamento será apenas uniaxial. No DEM definiu-se como *outputs* as energias cinética, elástica e de dano de cada cubo, juntamente com as curvas tensão x deformação para cada uma das direções principais e o tempo correspondente. A taxa de deslocamentos seguiu um padrão no qual utilizou-se um valor, chamado de V_f tanto para tração como para compressão, uma vez que, para compressão o ensaio necessita muito mais tempo para romper o material, aplica-se uma taxa maior em decorrência disto. A taxa de aplicação para:

Tração:

$$V_f = 0,001 \times N_1$$

Compressão:

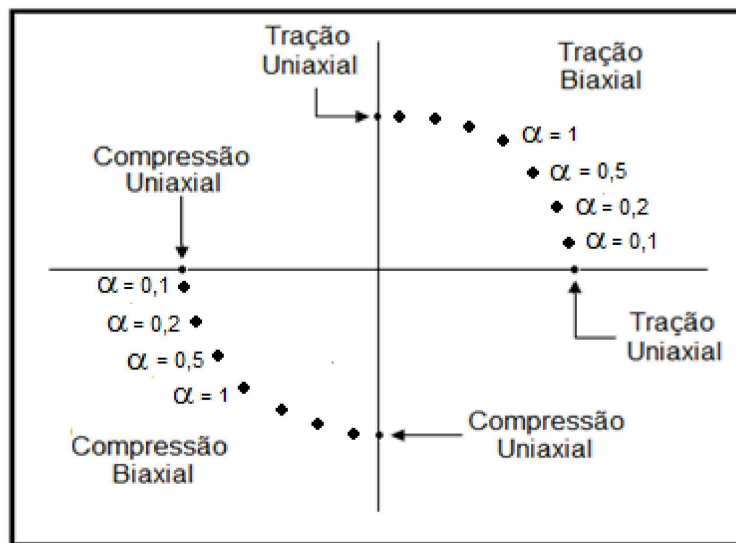
$$V_f = 0,01 \times N_1$$

Onde N_1 é o número de módulos na direção y do elemento, com esta lógica o corpo com 40 módulos apresentaria uma taxa de 0,04 em tração e 0,4 em compressão. Neste trabalho

apresentam-se os diferentes tamanhos de escala representados em função do número de módulos.

A ordem de obtenção dos pontos para construção da superfície é da mesma forma que o efetuado por Fernandes (2014) no qual os pontos seguem a descrição da figura 15, em que se nota que a curva é simétrica ao longo de um eixo que passa 45° em relação a qualquer um dos outros eixos cartesianos no primeiro e terceiro quadrante, com isto constrói-se a superfície de falha.

Figura 15 - Pontos obtidos a simulação no Fortran.



Fonte: Adaptado de Fernandes (2014).

3.3 Metodologia utilizada na Superfície 3D

A metodologia utilizada nesta seção é bem similar a utilizada para obtenção do efeito de escala, sendo aplicado a condição de carga das forças prescritas. Inicialmente ocorre-se um pré-carregamento a uma determinada tensão na terceira direção, tanto trativa como compressiva. Estes valores de pré-carga são correlacionados aos valores de tensão de testes uniaxiais, por exemplo, pré-carga de tração 80% corresponde a uma pré-carga de 80% da resistência uniaxial do elemento em tração. As resistências uniaxiais do elemento são apresentadas na tabela 2. Para a tração utilizam-se pré-cargas nos valores de: 100; 90; 80; 48; 19,2 e 3,84%, para a compressão: 120; 80; 48; 19,2 e 3,84%, além do estado plano de tensões $\sigma_3 = 0$, ou seja, pré-carga 0%. A partir deste pré-tensionamento; aplica-se a mesma metodologia do efeito de escala, porém com o contorno das forças prescritas (ver fig.16). Os carregamentos aplicam-se de forma gradual, inicialmente ocorrendo o pré-tensionamento de forma lenta para garantir a inexistência de efeitos dinâmicos e

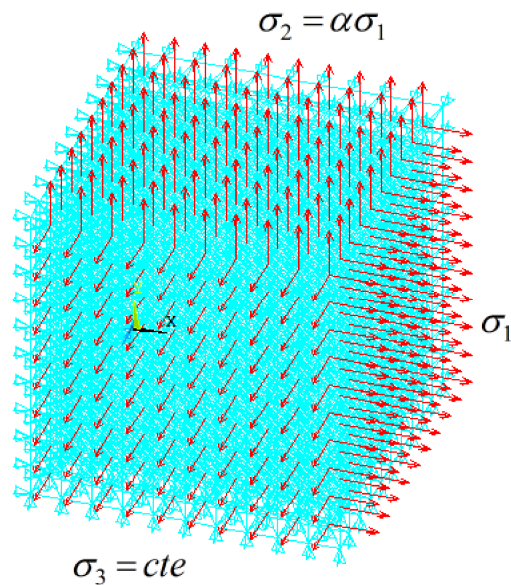
posteriormente as cargas biaxiais são empregadas seguindo o princípio gradual para garantir que o ensaio ocorra de forma quase-estática.

Tabela 2 - Resistências uniaxiais do elemento.

Resistência Uniaxial (Pa)	
Tração (σ_t)	Compressão (σ_c)
$1,37727 \times 10^7$	$5,82982 \times 10^8$

Fonte: Autoria própria.

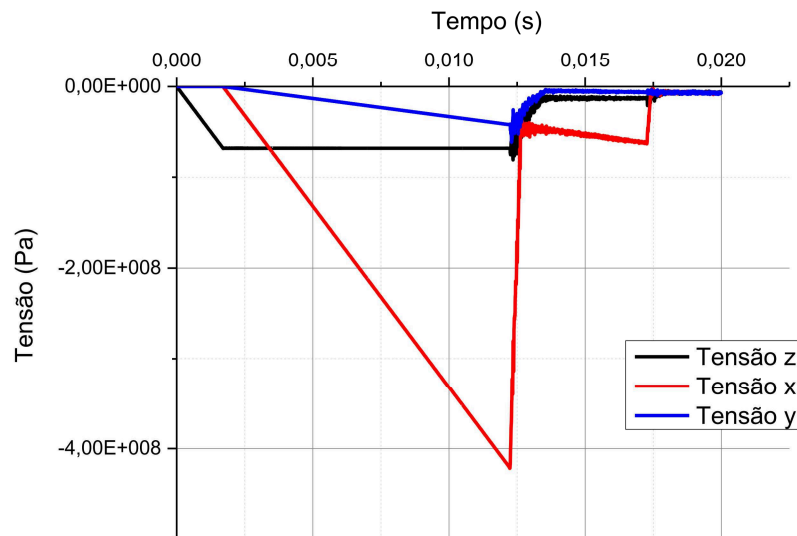
Figura 16 - Carregamentos utilizados para obtenção da superfície tridimensional.



Fonte: Autoria própria.

No gráfico 1 se apresenta as curvas tensão x tempo de como os carregamentos foram aplicados em cada uma das três direções cartesianas.

Gráfico 1 - Curvas tensão x tempo para os carregamentos triaxiais.



Fonte: Autoria própria.

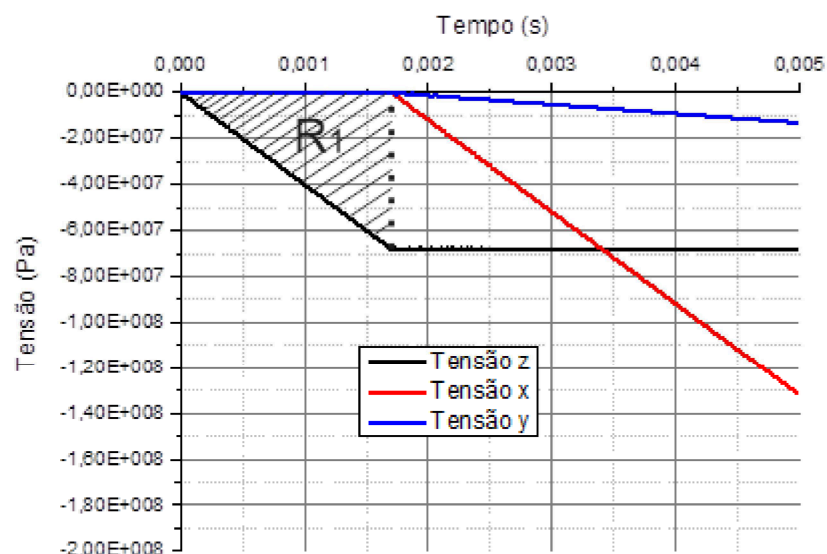
O carregamento da terceira direção carrega o corpo até determinado ponto onde estabiliza e a partir daí são carregadas as outras direções conforme a metodologia apresentada do efeito de escala utilizando os valores de alpha. As taxas também seguiram o entendimento de utilizar valores diferentes para compressão e para tração, os valores padrões (isto é, $\alpha = 1$) são:

Tração: $F = 100000 \times tempo$

Compressão: $F = 1000000 \times tempo$

O gráfico 2 apresenta o gráfico 1 com destaque na região o carregamento gradual e posterior carga nas outras duas direções (x e y conforme o gráfico). Esta metodologia garante que não se apresentem danos decorrentes dos efeitos dinâmicos.

Gráfico 2 – Carregamento aplicado para obtenção da superfície 3D.



Fonte: Autoria própria.

No gráfico 2, R_1 representa a região de pré-carga gradual do corpo, pela região nota-se que após a carga se manter constante na direção z o corpo começa a ser carregado nas demais direções.

4. RESULTADOS

4.1 Resultados do Efeito de Escala

A tabela 3 apresenta um resumo de todos os resultados encontrados com o efeito de escala para todos os tamanhos dos elementos cúbicos relacionando com a variação dos valores de α para os testes.

Tabela 3 - Resultados obtidos na análise do efeito de escala.

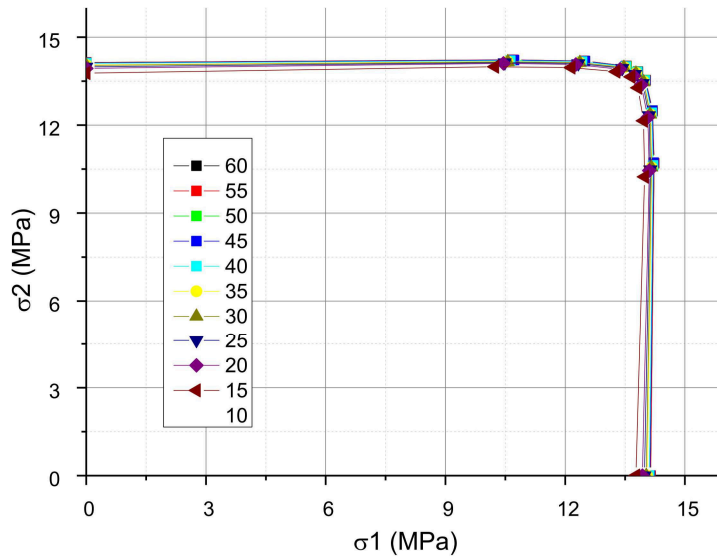
Tipo do Carregamento	Valores de α	Tamanho do Elemento Cúbico			
		10 x 10 x 10		15 x 15 x 15	
		σ_1 (Pa)	σ_2 (Pa)	σ_1 (Pa)	σ_2 (Pa)
Tração	0	1,377x10 ⁷	0	1,393x10 ⁷	0
	0,1	1,399x10 ⁷	1,023x10 ⁷	1,410x10 ⁷	1,045x10 ⁷
	0,2	1,396x10 ⁷	1,214x10 ⁷	1,407x10 ⁷	1,226x10 ⁷
	0,5	1,382x10 ⁷	1,327x10 ⁷	1,390x10 ⁷	1,337x10 ⁷
	1	1,365x10 ⁷	1,364x10 ⁷	1,372x10 ⁷	1,367x10 ⁷
Compressão	0	-5,829x10 ⁸	0	-6,497x10 ⁸	0
	0,1	-6,972x10 ⁸	-7,458x10 ⁷	-6,782x10 ⁸	-7,140x10 ⁷
	0,2	-6,838x10 ⁸	-1,414x10 ⁸	-6,695x10 ⁸	-1,372x10 ⁸
	0,5	-6,491x10 ⁸	-3,273x10 ⁸	-6,315x10 ⁸	-3,177x10 ⁸
	1	-5,477x10 ⁸	-5,476x10 ⁸	-5,676x10 ⁸	-5,677x10 ⁸
20 x 20 x 20		25 x 25 x 25		30 x 30 x 30	
σ_1 (Pa)	σ_2 (Pa)	σ_1 (Pa)	σ_2 (Pa)	σ_1 (Pa)	σ_2 (Pa)

1,398x10 ⁷	0	1,403x10 ⁷	0	1,405x10 ⁷	0
1,413x10 ⁷	1,048x10 ⁷	1,415x10 ⁷	1,056x10 ⁷	1,416x10 ⁷	1,055x10 ⁷
1,410x10 ⁷	1,232x10 ⁷	1,412x10 ⁷	1,236x10 ⁷	1,414x10 ⁷	1,236x10 ⁷
1,394x10 ⁷	1,342x10 ⁷	1,396x10 ⁷	1,347x10 ⁷	1,397x10 ⁷	1,348x10 ⁷
1,375x10 ⁷	1,373x10 ⁷	1,377x10 ⁷	1,376x10 ⁷	1,378x10 ⁷	1,378x10 ⁷
-6,442x10 ⁸	0	-6,305x10 ⁸	0	-6,399x10 ⁸	0
-6,769x10 ⁸	-7,044x10 ⁷	-6,749x10 ⁸	-7,025x10 ⁷	-6,804x10 ⁸	-7,102x10 ⁷
-6,680x10 ⁸	-1,360x10 ⁸	-6,664x10 ⁸	-1,358x10 ⁸	-6,713x10 ⁸	-1,367x10 ⁸
-6,327x10 ⁸	-3,180x10 ⁸	-6,376x10 ⁸	-3,204x10 ⁸	-6,347x10 ⁸	-3,187x10 ⁸
-5,675x10 ⁸	-5,676x10 ⁸	-5,718x10 ⁸	-5,715x10 ⁸	-5,609x10 ⁸	-5,606x10 ⁸
35 x 35 x 35		40 x 40 x 40		45 x 45 x 45	
σ_1 (Pa)	σ_2 (Pa)	σ_1 (Pa)	σ_2 (Pa)	σ_1 (Pa)	σ_2 (Pa)
1,408x10 ⁷	0	1,410x10 ⁷	0	1,412x10 ⁷	0
1,418x10 ⁷	1,060x10 ⁷	1,420x10 ⁷	1,062x10 ⁷	1,421x10 ⁷	1,071x10 ⁷
1,415x10 ⁷	1,240x10 ⁷	1,416x10 ⁷	1,242x10 ⁷	1,418x10 ⁷	1,249x10 ⁷
1,398x10 ⁷	1,349x10 ⁷	1,399x10 ⁷	1,352x10 ⁷	1,400x10 ⁷	1,351x10 ⁷
1,380x10 ⁷	1,379x10 ⁷	1,380x10 ⁷	1,380x10 ⁷	1,381x10 ⁷	1,380x10 ⁷
-6,376x10 ⁸	0	-6,200x10 ⁸	0	-6,003x10 ⁸	0
-6,766x10 ⁸	-7,058x10 ⁷	-6,815x10 ⁸	-7,118x10 ⁸	-6,879x10 ⁸	-7,152x10 ⁷
-6,699x10 ⁸	-1,363x10 ⁸	-6,705x10 ⁸	-1,369x10 ⁸	-6,773x10 ⁸	-1,381x10 ⁸
-6,376x10 ⁸	-3,205x10 ⁸	-6,369x10 ⁸	-3,202x10 ⁸	-6,424x10 ⁸	-3,233x10 ⁸
-5,631x10 ⁷	-5,629x10 ⁸	-5,577x10 ⁸	-5,561x10 ⁸	-5,832x10 ⁸	-5,825x10 ⁸
50 x 50 x 50		55 x 55 x 55		60 x 60 x 60	
σ_1 (Pa)	σ_2 (Pa)	σ_1 (Pa)	σ_2 (Pa)	σ_1 (Pa)	σ_2 (Pa)
1,412x10 ⁷	0	1,414x10 ⁷	0	1,414x10 ⁷	0
1,421x10 ⁷	1,066x10 ⁷	1,422x10 ⁷	1,070x10 ⁷	1,422x10 ⁷	1,069x10 ⁷
1,418x10 ⁷	1,249x10 ⁷	1,418x10 ⁷	1,247x10 ⁷	1,418x10 ⁷	1,249x10 ⁷
1,400x10 ⁷	1,353x10 ⁷	1,401x10 ⁷	1,353x10 ⁷	1,401x10 ⁷	1,353x10 ⁷
1,381x10 ⁷	1,381x10 ⁷	1,381x10 ⁷	1,380x10 ⁷	1,382x10 ⁷	1,382x10 ⁷
-6,184x10 ⁸	0	-6,223x10 ⁸	0	-6,192x10 ⁸	0
-6,737x10 ⁸	-7,109x10 ⁷	-6,818x10 ⁸	-7,158x10 ⁷	-6,806x10 ⁸	-7,117x10 ⁷
-6,653x10 ⁸	-1,369x10 ⁸	-6,770x10 ⁸	-1,375x10 ⁸	-6,694x10 ⁸	-1,364x10 ⁸
-6,389x10 ⁸	-3,223x10 ⁸	-6,306x10 ⁸	-3,176x10 ⁸	-6,380x10 ⁸	-3,204x10 ⁸
-5,598x10 ⁸	-5,594x10 ⁸	-5,865x10 ⁸	-5,858x10 ⁸	-5,643x10 ⁸	-5,640x10 ⁸

Fonte: Autoria própria.

Pelo gráfico 3, pode-se perceber que as superfícies não diferiram na parte tratativa média, é possível correlacionar este fato pois a tensão de ruptura por tração é tão baixa que independe de outros fatores, como a quantidade de aleatoriedades.

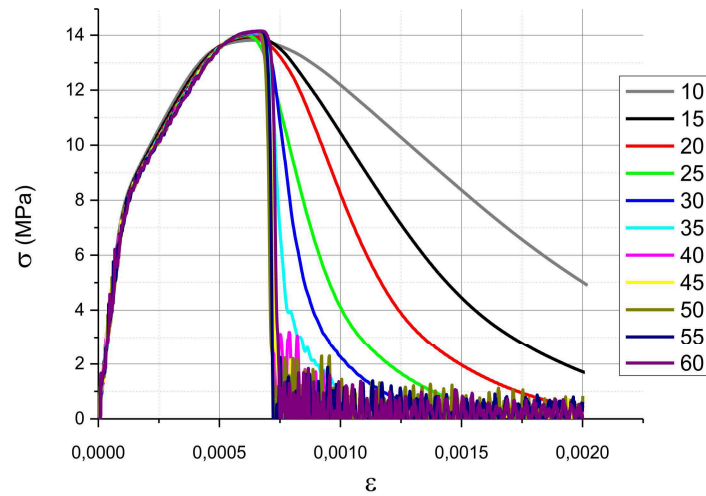
Gráfico 3 - Superfície de falha trativa.



Fonte: Autoria Própria.

Analisando as curvas tensão x deformação para os carregamentos uniaxiais (gráfico 4), selecionada uma amostra de cada uma das 4 curvas utilizadas para construção da superfície, consegue-se perceber que o efeito de escala age como um parâmetro fundamental no formato das curvas nas quais pode-se ver que ocorre uma variação no formato até o modelo cúbico de 40x40x40. Após isto as curvas mantêm a mesma forma, denotando que o efeito de escala afeta as curvas até o tamanho de 40x40x40 tornando a fratura mais rápida a medida que se aumenta o fator de escala. As curvas apresentam menor região de deformação plástica após a tensão máxima ser atingida.

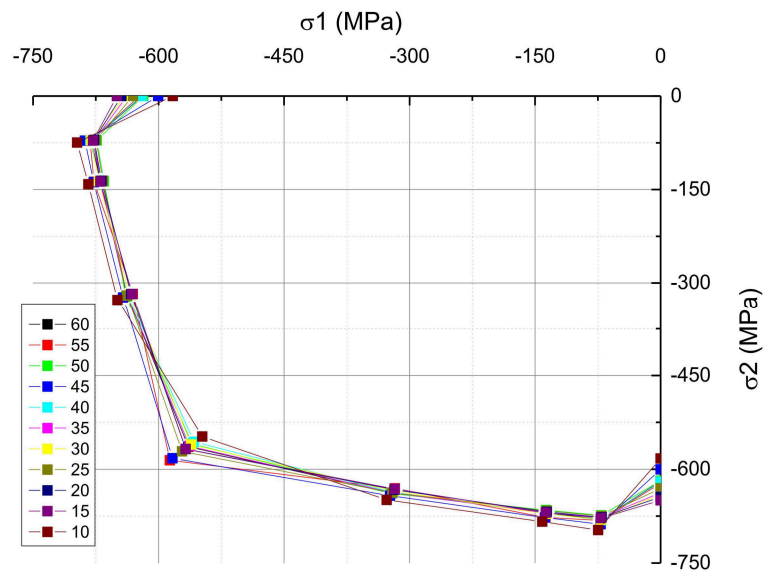
Gráfico 4 - Curva tensão x deformação para os carregamentos uniaxiais trativos.



Fonte: Autoria própria.

Pelo gráfico da parte de compressão média (gráfico 5) da superfície de falha, pode-se perceber que as discrepâncias entre os resultados foram bem maiores que na superfície tratativa, isto se deve ao fato de que o rompimento por compressão ocorre de forma aleatória o que sempre gerará discrepâncias, mesmo se o material for de carácter dúctil ocorrerá sempre um coeficiente de variação de resultados maior na compressão do que na tração.

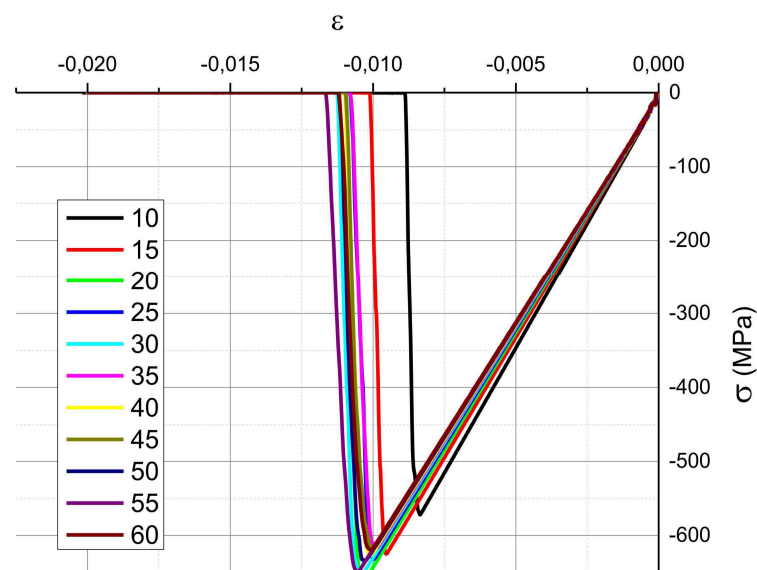
Gráfico 5 - Superfície de falha compressiva.



Fonte: Autoria própria.

Nas curvas compressivas uniaxiais, selecionadas de mesmo modo que as trativas (ver gráfico 6), não se consegue notar nenhuma discrepância relacionada com o fenômeno do efeito de escala. O que ocorre diferentemente das curvas de tração é que as curvas de compressão apresentam picos, uma vez que a fratura por compressão ocorre de forma abrupta similarmente a uma explosão do corpo, pois diferente da tração não ocorre formação da área de fratura. Analisando percebe-se que o tamanho de 10x10x10 módulos apresenta uma resistência máxima um pouco menor que os demais tamanhos.

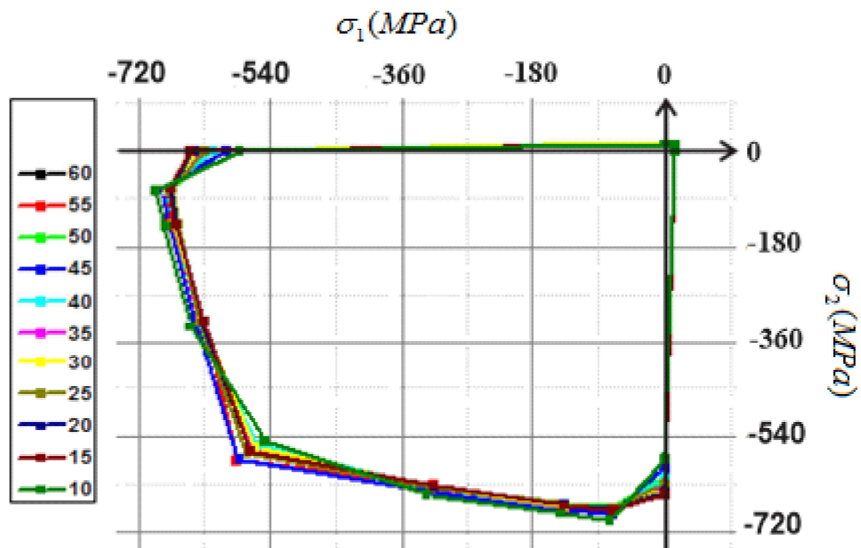
Gráfico 6 - Curvas tensão x deformação para os carregamentos uniaxiais de compressão.



Fonte: Autoria própria.

O gráfico 7 apresenta a superfície de falha completa para todos os diferentes tamanhos do efeito de escala, é possível constatar que na resistência máxima do material não há qualquer indicação de que o efeito de escala causou algum efeito, as únicas discrepâncias que se pode notar são em compressão, mas conforme já foi explicado este fato se deve somente à forma como as rupturas por compressão acontecem, de forma que sempre são geradas aleatoriedades.

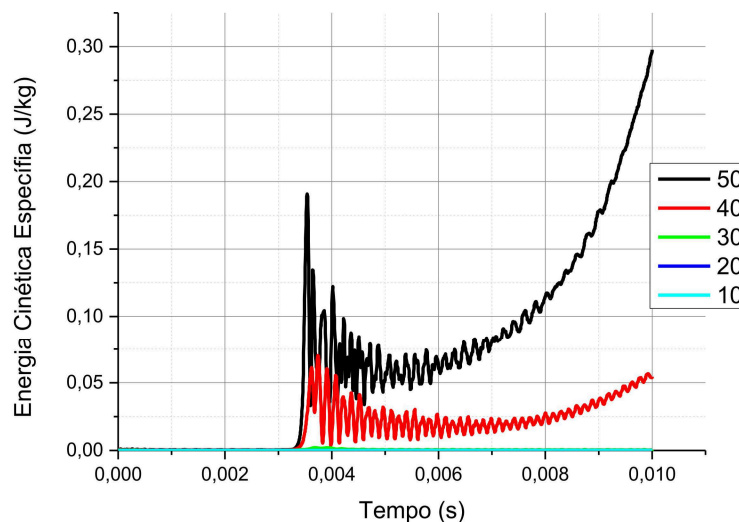
Gráfico 7 - Superfície de falha final com a variação do efeito de escala.



Fonte: Autoria própria.

Nas curvas de energia cinética das amostras aleatórias de cada tamanho é possível perceber que os carregamentos se deram de forma quase-estática, somente aparecendo energia cinética relevante no momento da fratura, o gráfico 8 apresenta estas curvas.

Gráfico 8 - Curvas de energia cinética tratativa.

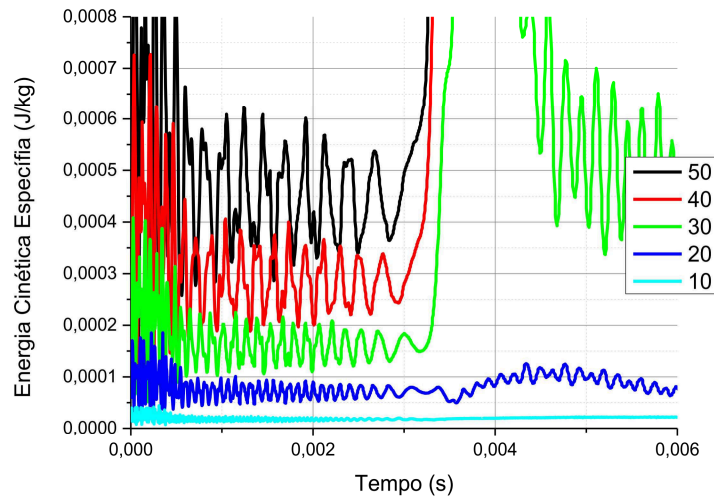


Fonte: Autoria própria.

No gráfico 9, com ênfase no momento de ruptura, nota-se que as energias cinéticas saltam no momento da fratura, mas este fenômeno só ocorre com os corpos a partir do

corpo de 30x30x30 módulos, no elemento com 10x10x10 percebe-se que a fratura ocorre de forma estática não evidenciando nenhuma variação da energia cinética, para os elementos com 20x20x20 e 30x30x30 módulos percebe-se uma pequena variação nas energias cinéticas no momento da ruptura.

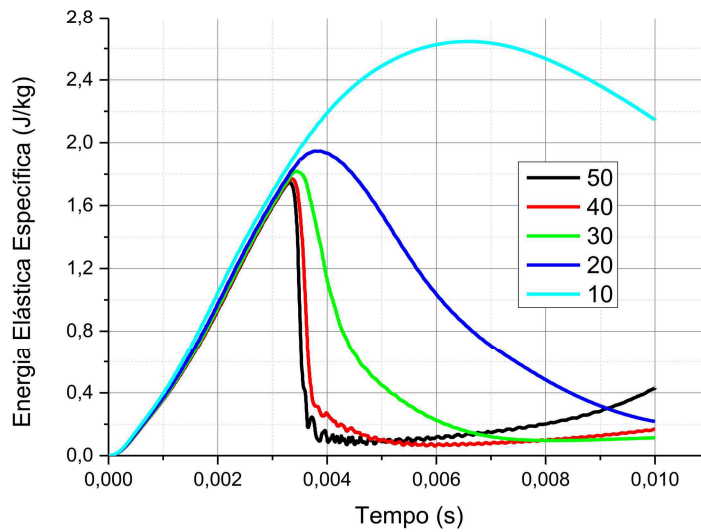
Gráfico 9 - Curvas de energia cinética trativa com destaque no momento de ruptura.



Fonte: Autoria própria.

Pela análise do gráfico 10, fica evidente que ocorreu uma variação na forma de ruptura dos corpos em tração com o efeito de escala, a energia elástica do elemento cúbico 10x10x10 se apresenta bem mais elevada que as demais, isto se deve ao fato da fratura ter sido o mais elástica possível, ocorre uma variação desta forma de ruptura até os tamanhos de 40x40x40 módulos, onde, nota-se que posteriormente não ocorre mais mudança no comportamento da energia elástica que subitamente cai no momento da ruptura.

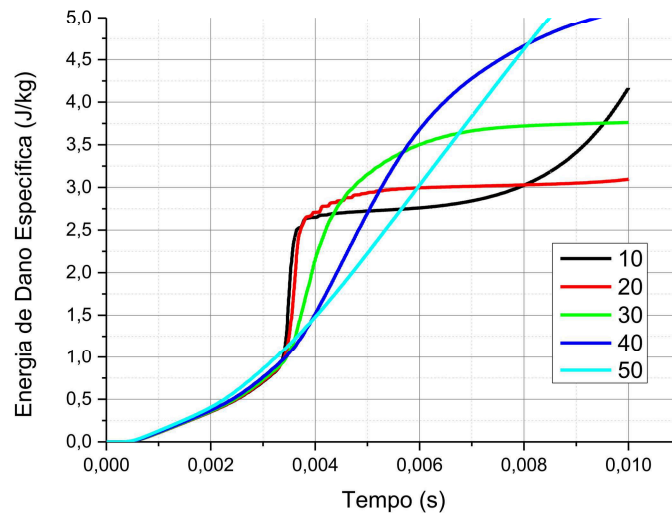
Gráfico 10 - Energias elásticas dos carregamentos de tração.



Fonte: Autoria própria.

Nas energias de dano em tração (gráfico 11) pode-se destacar esta mudança de comportamento com o efeito de escala, o elemento cúbico 10x10x10 módulos apresenta uma variação da energia de dano de forma linear, quase a uma taxa de dano constante, o que denota uma propagação lenta da trinca ao longo do corpo, conforme visto nas energias elásticas, ocorre uma variação do comportamento até o elemento 40x40x40 onde a partir daí o comportamento é praticamente o mesmo, uma súbita ascensão de energia de dano, indicando que ocorreu rápida ruptura, ou seja, elevada taxa de propagação da fissura.

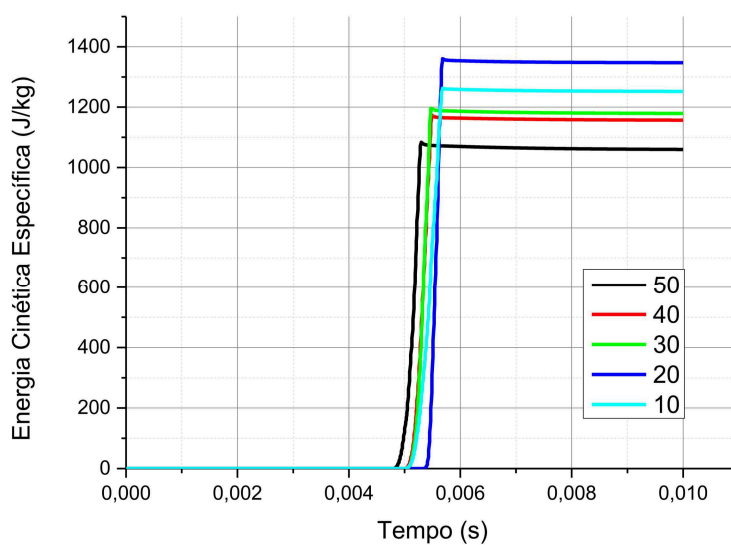
Gráfico 11 - Energias de dano para os carregamentos de tração.



Fonte: Autoria própria.

Na energia cinética que o elemento apresenta na fratura por compressão (gráfico 12), pode-se perceber claramente que nenhuma influência é denotada pelo efeito de escala, as curvas são todas da mesma forma a diferença está apresentada apenas no elemento cúbico de 10x10x10 módulos que apresentou a elevação da energia um pouco antes dos demais e atingindo uma energia máxima um pouco menor que para os demais tamanhos.

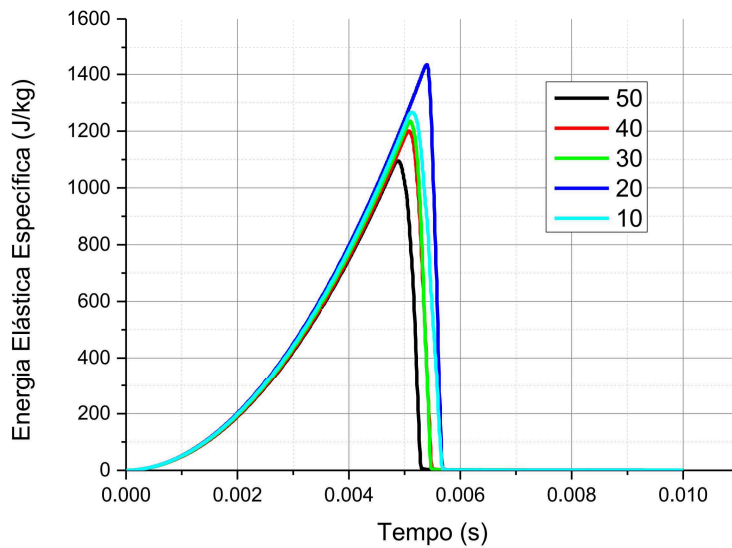
Gráfico 12 - Energias cinéticas dos carregamentos de compressão.



Fonte: Autoria própria.

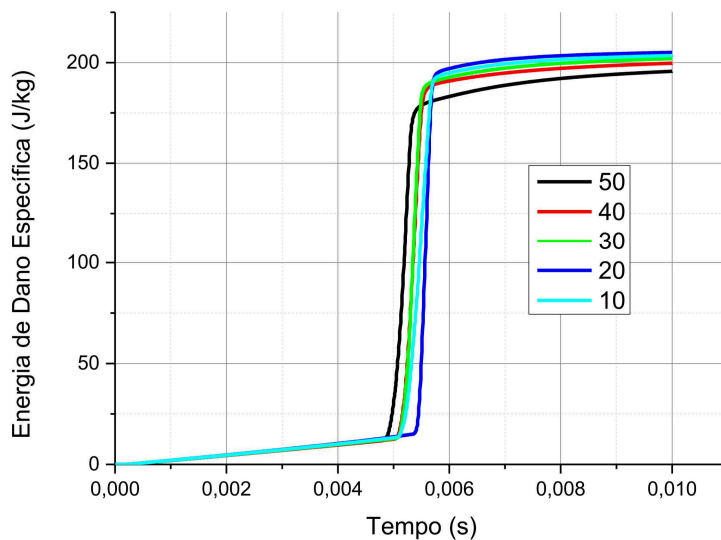
De forma similar às energias cinéticas, as energias elástica e de dano (gráficos 13 e 14) não apresentam nenhuma relação com o efeito de escala. Apenas como já se destacou o elemento cúbico 10x10x10 teve suas alterações de regime na curva ocorrendo antecipadamente comparando aos demais tamanhos a atingindo picos a uma energia um pouco menor.

Gráfico 13 - Energias elásticas dos carregamentos de compressão.



Fonte: Autoria própria.

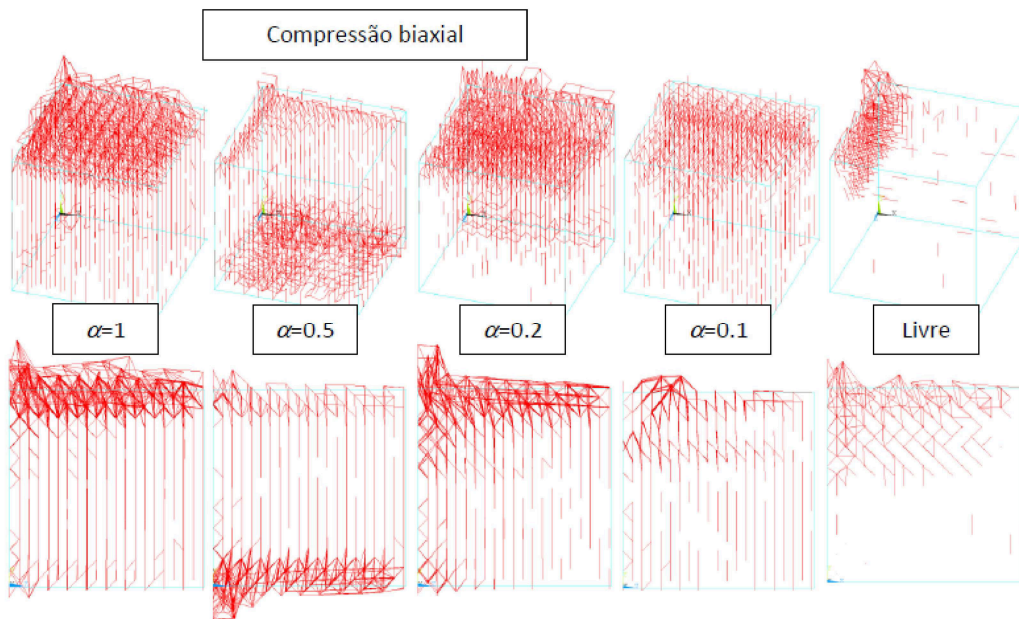
Gráfico 14 - Energias de dano para os carregamentos de compressão.



Fonte: Autoria própria.

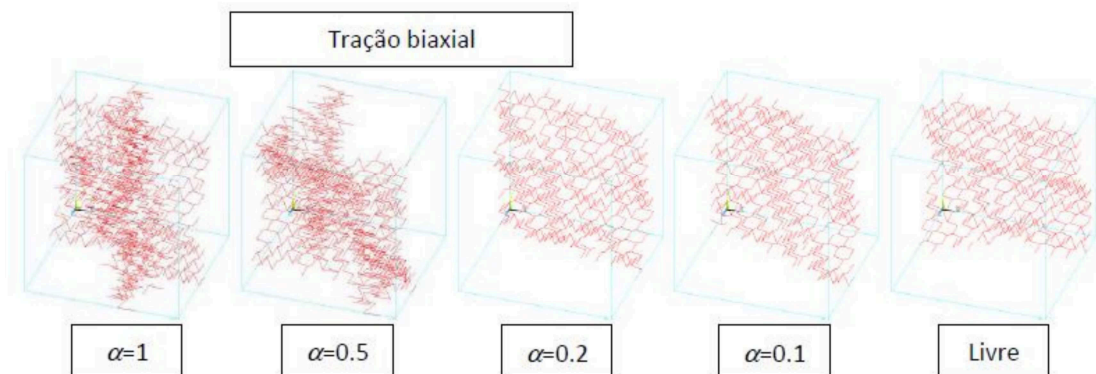
A forma da superfície de falha é apresentada nas figs. 17 e 18 onde pode se ver a variação da forma de falha em função do valor de alpha, conforme pode-se perceber para casos de tração ocorre-se a formação clara da superfície de falha, já nos casos de compressão podemos perceber que a forma de fratura ocorre totalmente aleatória conforme o esperado para um teste compressivo. A forma das curvas apresentada é a mesma obtida no trabalho de Silva e Kostaski (2014), pois os autores utilizaram como padrão o mesmo corpo que se utilizou neste trabalho, o de tamanho 10x10x10.

Figura 17 - Forma da superfície de falha para os casos de compressão.



Fonte: Adaptado de Silva e Kostaski (2014).

Figura 18 - Forma de falha para os casos de tração.



Fonte: Adaptado de Silva e Kostaski (2014).

4.2 Resultados da Superfície Tridimensional

A tabela 4 apresenta todos os resultados encontrados para obtenção da superfície tridimensional de falha, sendo os primeiros 9 valores de cada carregamento, os de natureza trativa e os outros 9 os de natureza compressiva seguindo a forma de construção das superfícies do mesmo modo que foi proposto por Fernandes (2014) (ver fig. 15).

Tabela 4 - Resultados encontrados para superfície 3D.

Carregamentos								
Compressão 120% (Anexo A)			Compressão 80%			Compressão 48%		
$\sigma_1 - x10^5$ Pa	$\sigma_2 - x10^5$ Pa	$\sigma_3 - x10^5$ Pa	$\sigma_1 - x10^5$ Pa	$\sigma_2 - x10^5$ Pa	$\sigma_3 - x10^5$ Pa	$\sigma_1 - x10^5$ Pa	$\sigma_2 - x10^5$ Pa	$\sigma_3 - x10^5$ Pa
-	-	-1703,85	44,75	0	-1137,89	99,70	0	-680,25
-	-		46,07	4,62		98,84	9,95	
-	-		46,35	9,38		98,87	19,71	
-	-		47,34	24,01		99,16	49,84	
-	-		39,00	38,57		83,98	83,97	
-	-		24,01	47,34		49,84	99,16	
-	-		9,38	46,35		19,71	98,87	
-	-		4,62	46,07		9,95	98,84	
-	-		0	44,75		0	99,70	
*	*		-1165,86	0		-1346,32	0	
-4048,92	-406,749		-4171,72	-416,19		-4207,82	-420,06	
-9678,92	-1937,75		-7553,19	-1518,48		-5688,27	-1138,11	
-9628,89	-4814,27		-7520,57	-3757,57		-5468,78	-2732,59	
-7864,51	-7864,46		-6264,25	-6266,23		-4750,98	-4750,23	
-4814,27	-9628,89		-3757,57	-7520,57		-2732,59	-5468,78	
-1937,75	-9678,92	-1518,48	-7553,19	-1138,11	-5688,27			
-406,749	-4048,92	-416,19	-4171,72	-420,06	-4207,82			
*	*	0	-1165,86	0	-1346,32			
Compressão 19,2%			Compressão 3,84%			Plano ($\sigma_3 = 0$)		
$\sigma_1 - x10^5$ Pa	$\sigma_2 - x10^5$ Pa	$\sigma_3 - x10^5$ Pa	$\sigma_1 - x10^5$ Pa	$\sigma_2 - x10^5$ Pa	$\sigma_3 - x10^5$ Pa	$\sigma_1 - x10^5$ Pa	$\sigma_2 - x10^5$ Pa	$\sigma_3 - x10^5$ Pa
133,63	0	-272,16	138,34	0	-51,93	137,96	0	0
134,45	13,02		139,66	13,31		138,66	13,50	
134,47	26,69		139,56	27,48		138,55	27,65	
123,72	61,18		126,57	62,66		126,70	62,85	
92,28	92,29		95,57	95,57		98,69	101,72	
61,18	123,72		62,66	126,57		62,85	126,70	
26,69	134,47		27,48	139,56		27,65	138,55	
13,02	134,45		13,31	139,66		13,50	138,66	
0	133,63		0	138,34		0	137,96	
-1368,43	0		-1350,81	0		-1419,16	0	
-3213,81	-322,05		-1691,40	-167,46		-1387,98	-139,33	
-3277,27	-654,94		-1684,32	-334,61		-1381,71	-276,18	
-3179,62	-1586,62		-1645,99	-820,53		-1348,65	-673,27	
-2799,22	-2799,03		-1422,44	-1371,43		-1198,23	-1195,27	
-1586,62	-3179,62		-820,53	-1645,99		-673,27	-1348,65	
-654,94	-3277,27	-334,61	-1684,32	-276,18	-1381,71			
-322,05	-3213,81	-167,46	-1691,40	-139,33	-1387,98			
0	-1368,43	0	-1350,81	0	-1419,16			
Tração 3,84%			Tração 19,2%			Tração 48%		
$\sigma_1 - x10^5$ Pa	$\sigma_2 - x10^5$ Pa	$\sigma_3 - x10^5$ Pa	$\sigma_1 - x10^5$ Pa	$\sigma_2 - x10^5$ Pa	$\sigma_3 - x10^5$ Pa	$\sigma_1 - x10^5$ Pa	$\sigma_2 - x10^5$ Pa	$\sigma_3 - x10^5$ Pa
137,99	0	5,03	137,53	0	25,99	123,27	0	65,25
139,22	13,72		138,66	13,74		126,92	12,51	
139,13	27,82		138,64	27,76		126,89	25,27	
126,91	62,85		126,90	62,90		126,60	62,99	

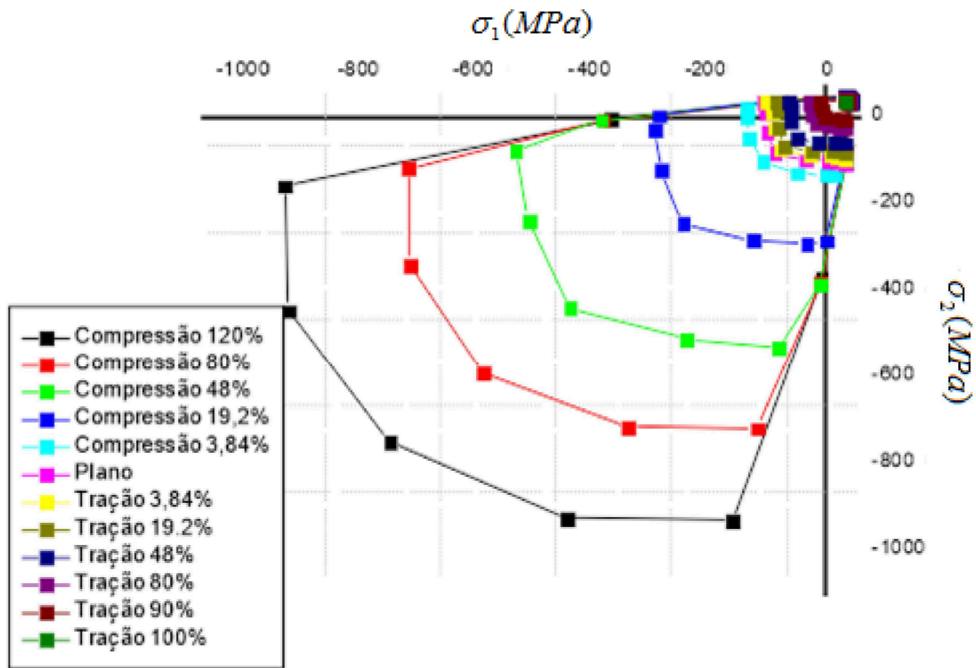
95,90	95,92		95,90	95,92		95,85	95,83	
62,85	126,91		62,90	126,90		62,99	126,60	
27,82	139,13		27,76	138,64		25,27	126,89	
13,72	139,22		13,74	138,66		12,51	126,92	
0	137,99		0	137,53		0	123,27	
-1354,06	0		-1190,01	0		-960,15	0	
-1267,80	-127,01		-1151,77	-115,47		-943,75	-94,78	
-1258,23	-251,39		-1146,25	-228,95		-938,20	-187,40	
-1237,89	-619,18		-1152,15	-576,01		-928,03	-464,20	
-1110,00	-1110,03		-1032,03	-1032,02		-825,99	-825,96	
-619,18	-1237,89		-576,01	-1152,15		-464,20	-928,03	
-251,39	-1258,23		-228,95	-1146,25		-187,40	-938,20	
-127,01	-1267,80		-115,47	-1151,77		-94,78	-943,75	
0	-1354,06		0	-1190,01		0	-960,15	
Tração 80%			Tração 90%			Tração 100%		
$\sigma_1 - x10^5 Pa$	$\sigma_2 - x10^5 Pa$	$\sigma_3 - x10^5 Pa$	$\sigma_1 - x10^5 Pa$	$\sigma_2 - x10^5 Pa$	$\sigma_3 - x10^5 Pa$	$\sigma_1 - x10^5 Pa$	$\sigma_2 - x10^5 Pa$	$\sigma_3 - x10^5 Pa$
79,76	0		65,10	0				
82,87	8,17		67,55	6,73				
82,84	16,53		67,55	13,48				
82,40	41,50		67,80	33,95				
60,75	59,81		45,77	45,75				
41,50	82,40		33,95	67,80				
16,53	82,84		13,48	67,55				
8,17	82,87		6,73	67,55				
0	79,76	108,65	0	65,10	123,53	0	0	137,96
-597,99	0		-421,98	0				
-592,21	-59,08		-414,24	-41,15				
-583,89	-116,81		-414,16	-82,68				
-562,08	-280,89		-377,56	-189,43				
-490,35	-490,35		-345,93	-345,99				
-280,89	-562,08		-189,43	-377,56				
-116,81	-583,89		-82,68	-414,16				
-59,08	-592,21		-41,15	-414,24				
0	-597,99		0	-421,98				

Fonte: Autoria própria.

Pela análise da tabela, o valor de tração 100% apresenta apenas um conjunto triaxial de tensões, isto se deve ao fato de que este valor representa a tensão de ruptura em tração uniaxial, o caso especial acontece para o carregamento de compressão com 120% de pré-carga, onde a explicação encontra-se no anexo A.

As superfícies vistas do plano bidimensional, com todos os valores são apresentadas no gráfico 15, por elas é possível ver que conforme muda-se a intensidade do carregamento na terceira direção, muda-se o tamanho da superfície de falha, que quanto mais trativa menor sua área e vice-versa.

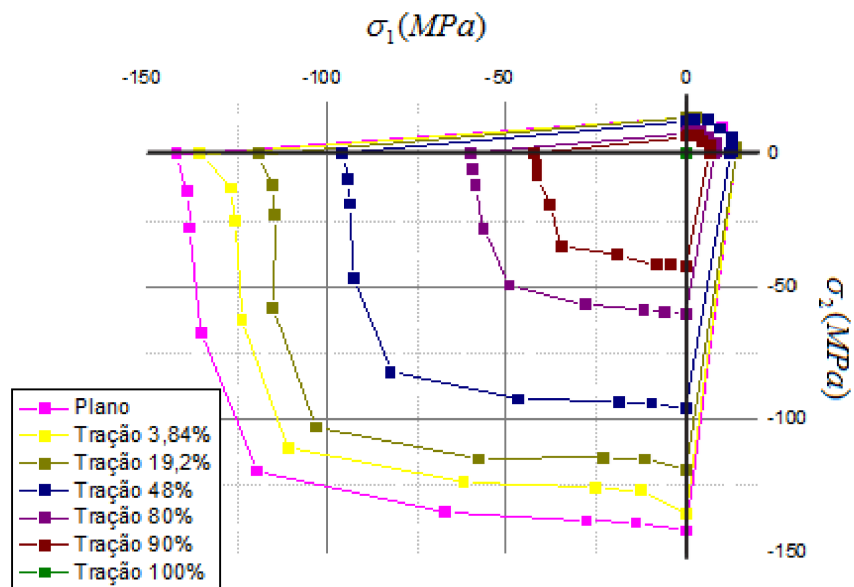
Gráfico 15 - Superfícies de falha bidimensionais em função da intensidade do carregamento na terceira direção.



Fonte: Autoria própria.

O gráfico 16 apresenta as superfícies na região do plano e regiões trativas do gráfico 15, conforme se aumenta a carga na direção trativa, ocorre uma diminuição brusca da resistência máxima da superfície.

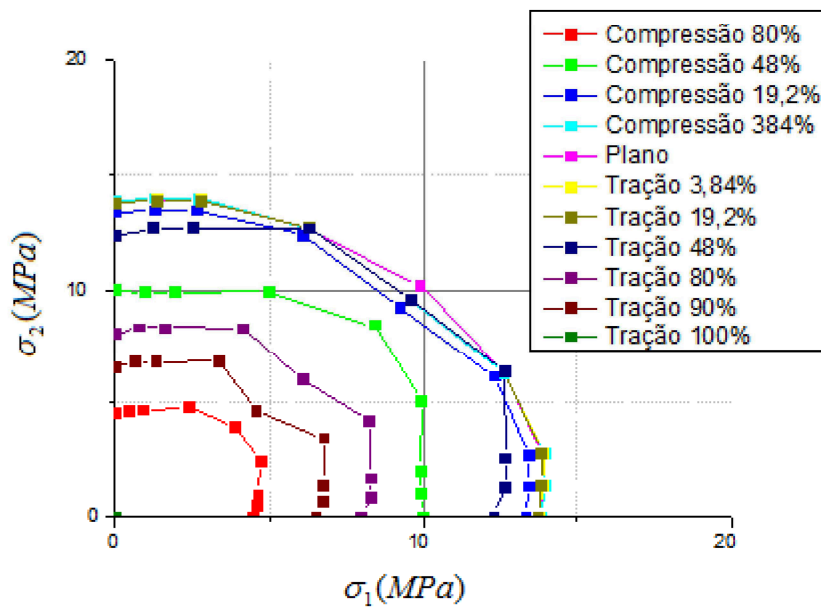
Gráfico 16 - Superfícies de falha sobre o plano e em tração na terceira direção.



O gráfico 17 mostra como se deu a variação das superfícies de falha apenas no campo trativo do plano $\sigma_1 - \sigma_2$, onde é possível perceber que quanto maior a compressão, tanto quanto a tração, menor se torna a abrangência da superfície de falha, indicando que a maior superfície biaxial de tração é obtida quando se encontra livre a terceira direção, ou seja, sem a ocorrência da pré-carga.

Fonte: Autoria própria.

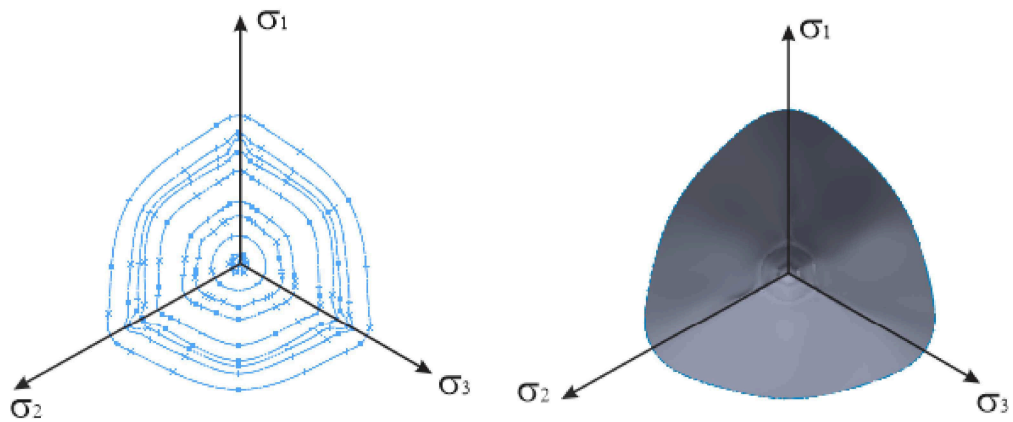
Gráfico 17 - Superfícies de falha na região do plano e na parte trativa.



Fonte: Autoria própria.

As superfícies de falha vistas no plano hidrostático de tensões (figura 19) apresentam-se de forma clara uma mudança de comportamento quando o material está submetido hidrostáticamente sobre tração e hidrostáticamente sobre compressão, na tração os planos sugerem um formato circular, enquanto que a medida que se aumenta compressão ele apresenta um formato de curvatura suave mas com característica mais triangular, similar ao visto no corte da superfície de William e Warnke (ver fig. 11).

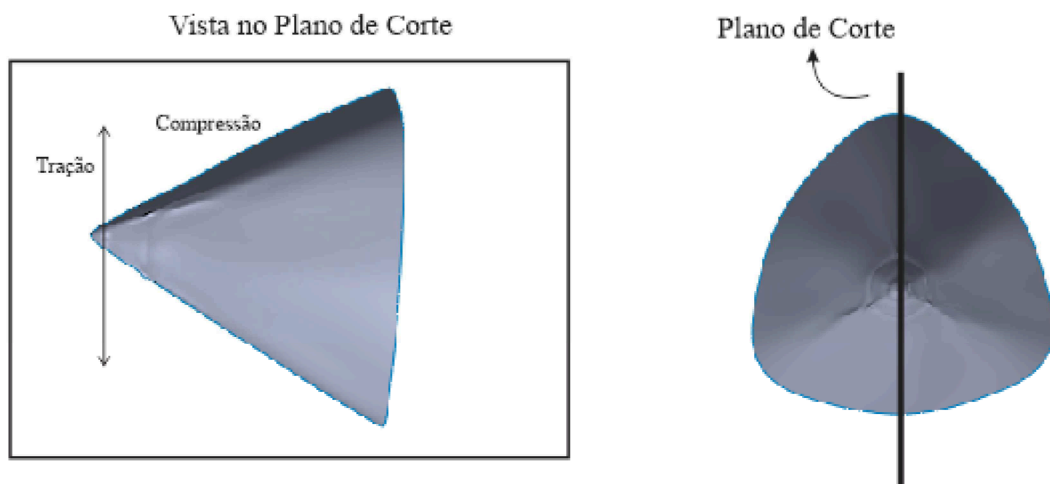
Figura 19 - Vistas hidrostáticas da superfície tridimensional.



Fonte: Autoria própria.

A figura 20 mostra a superfície de falha tridimensional em corte através do plano perpendicular ao hidrostático de tensões, nela fica evidenciado a diferença entre as resistências de tração e compressão, sendo a tração hidrostática com limite sendo em um ponto e a compressão hidrostática a princípio crescendo infinitamente.

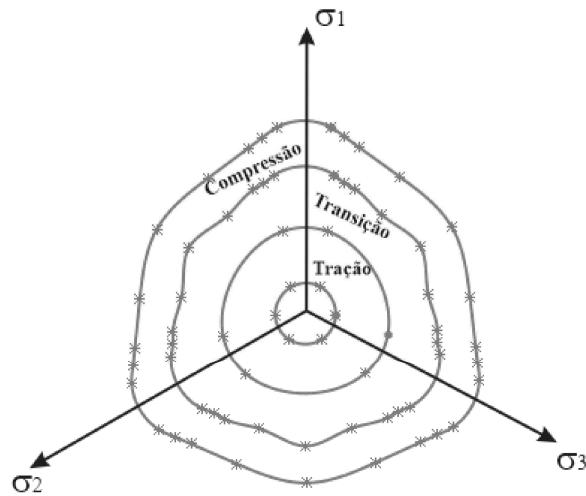
Figura 20 - Vista da superfície tridimensional através de um corte na região perpendicular ao eixo hidrostático das tensões.



Fonte: Autoria própria.

Na figura 21 tem-se os planos no momento da transição de tração pura para compressão pura, onde pode-se evidenciar a mudança da característica da curva que em tração apresenta forma circular e em compressão uma forma similar a algo “ovular”.

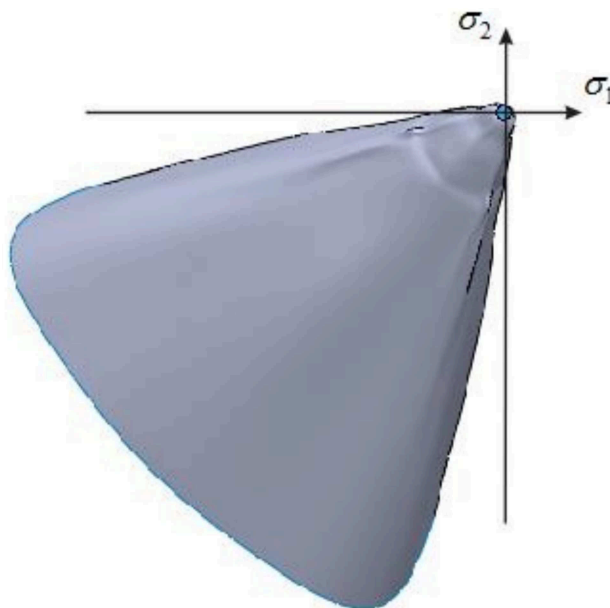
Figura 21 - Transição da forma da superfície da região de tração hidrostática para compressão hidrostática.



Fonte: Autoria própria.

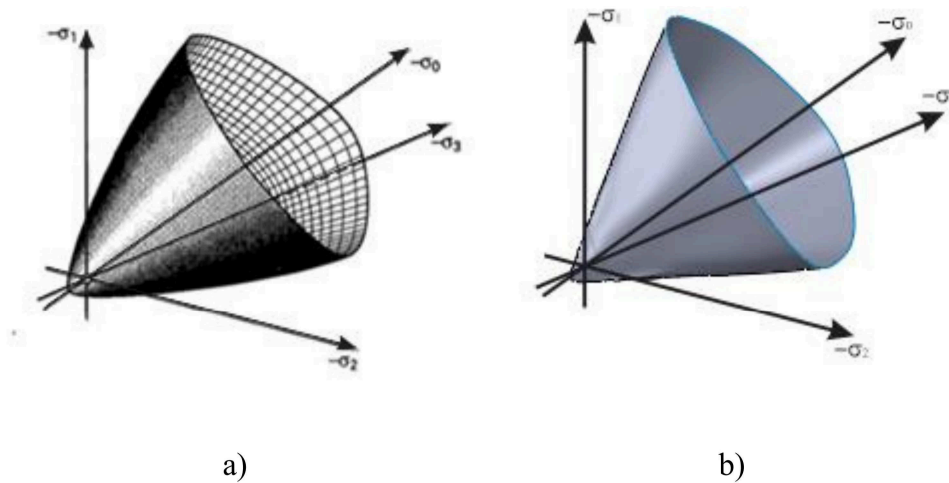
A fig. 22 mostra a superfície de falha tridimensional, em vista do plano $\sigma_1 - \sigma_2$, pode-se perceber que a resistência a compressão do material é muito maior que a resistência a tração conforme já mostrado nos casos de carregamentos biaxiais, a resistência a tração torna-se quase imperceptível comparada a tensão de compressão que a superfície suporta. Já as figuras 22 e 23 comparam a superfície obtida com a superfície teórica conhecida de William e Warnke na vista tridimensional e do plano hidrostático de tensões.

Figura 22 - Superfície de falha tridimensional vista do plano $\sigma_1 - \sigma_2$.



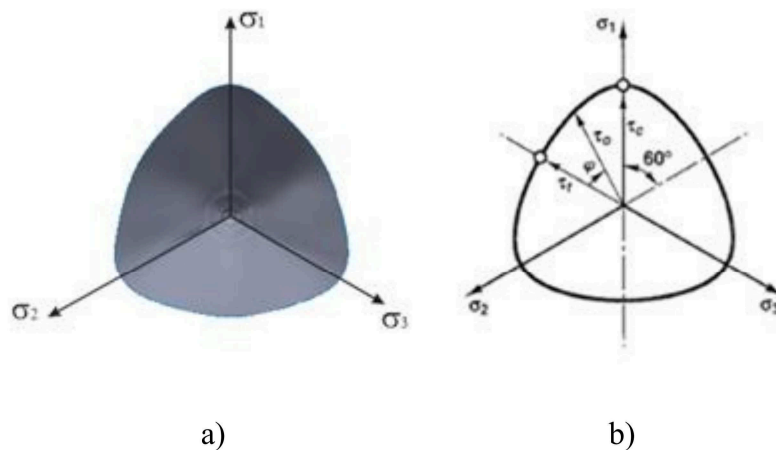
Fonte: Autoria própria.

Figura 23 - Comparação entre a) a superfície obtida com b) a superfície de William e Warnke.



Fonte: Autoria própria.

Figura 24 - Comparação entre as vistas hidrostáticas da superfície obtida e da superfície de William e Warnke.



Fonte: Autoria própria.

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho se estuda a verificação da influência do efeito de escala e a obtenção da superfície de falha tridimensional em materiais de natureza frágil utilizando o contorno dos deslocamentos prescritos para o primeiro intuito do trabalho e a condição das forças prescritas para o segundo. O efeito de escala mostra-se como um fenômeno que afeta a taxa de propagação da trinca do elemento em tração e a superfície tridimensional apresenta-se seguindo a proposta teórica de William e Warnke.

Em caráter conclusivo nota-se que o efeito de escala não altera a forma da superfície de falha bidimensional, somente gerando influência na taxa de propagação da fratura em tração a qual não interfere na resistência mecânica máxima do elemento. Com relação à superfície tridimensional de falha fica claro que a superfície encontrada se assemelha à proposta teórica de William e Warnke.

Com relação aos objetivos específicos conclui-se que:

- O efeito de escala não afeta a resistência mecânica do elemento, pois pela análise dos resultados a superfície bidimensional não apresentou nenhuma mudança de comportamento significativa com a variação da escala do elemento;
- O efeito de escala gera influência na forma da fratura em tração para os tamanhos cúbicos de até 40 módulos, para os quais, a partir deste valor, não se apresenta nenhuma variação em função da escala;
- No balanço energético fica evidente que o efeito de escala age como um parâmetro que aumenta a velocidade de fissuração, conforme se aumenta a escala, as energias elásticas caem bruscamente no momento da fissura e as energias de dano sobem abruptamente, enquanto que nas energias cinéticas ocorre um aumento brusco em função do tamanho evidenciando uma alta velocidade de ruptura;
- Em compressão as curvas tensão x deformação não apresentaram mudança de comportamento com o efeito de escala, já em tração nota-se que após atingir a tensão máxima o corpo ainda apresentava significativa deformação até a fratura. Este comportamento se alterou conforme o aumento da escala causando uma ruptura sem praticamente nenhuma deformação após atingir o limite máximo, esta variação ocorre até o tamanho de 40 módulos.
- A superfície tridimensional obtida apresenta a forma proposta por William e Warnke onde em compressão hidrostática a resistência do elemento tende ao infinito;
- Ao longo dos planos hidrostáticos de tensões a superfície tridimensional apresenta variação de comportamento, no qual os planos de corte (fig. 21) evidenciam que em tração ocorre uma forma circular para a superfície e em compressão, que se assemelha a uma geometria “ovular”.

5.1 Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros espera-se realizar o estudo da superfície de falha gerada nos cubos para os elementos grandes ($>30 \times 30$), para os quais os computadores de nossa universidade não obtiveram uma boa visualização devido ao fato de que a quantidade excessiva de nós presentes nos cubos demanda muita memória de processamento, mesmo para os melhores computadores que estavam disponíveis. Dentre as críticas do trabalho, saliento a incapacidade de simulação em alguns casos compressivos para os elementos de 45×45 a 60×60 , este “empecilho” fez com que se simulasse 8 amostras para se ter bons resultados, ao invés de 4, com exclusão dos resultados errôneos, pois, simulando 4 amostras, não se poderia obter um valor médio plausível para a resistência do material, e este processo ocorreu de forma demasiadamente longa.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAZÂNT, Z. P.; OH, B. H. **Crack band theory for fracture of concrete**. Mater Struct, v. 16, pg. 155-177, 1983.

CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, D. G. **Ciência e Engenharia de Materiais: uma introdução**. 8ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

COLPO, A. B. **Análise do Efeito de Escala em Materiais Quase Frágeis**. Trabalho de Conclusão do Curso de Graduação em Engenharia Mecânica, Unipampa, Campus Alegrete, 2014.

DALGUER, L. A.; IRIKURA, K.; RIERA J. D. **Simulation of tensile crack generation by three-dimensional dynamic shear rupture propagation during an earthquake**. J. Geophys. Res., 108(B3), 2144, 2003.

FERNANDES, F. G.; **Análise dos Critérios de Falha por Intermédio do Método dos Elementos Discretos formado por Barras**. Trabalho de Conclusão do Curso de Graduação em Engenharia Mecânica, Unipampa, Campus Alegrete, 2014.

GRIFFITH, A. Phenomena of rupture and now in solids, **Phil. Trans. R. Soc. Lond**, 1921.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais**, 5ª. Ed. São Paulo, Prentice Hall. 2004.

HILLERBORG, A. **A Model for Fracture Analysis**. Cod LUTVDG/TV BM-3005/1-8, 1978.

MADERS, L.; KOSTESKI, L. E.; ITURRIOZ, I. **Estudo do Efeito de Escala no Método dos Elementos Discretos Formado por Barras**. Mecânica Computacional Vol XXXI, págs. 1857-1876. Salta, Argentina, 13-16 de Novembro, 2012.

MARIOTTE, E. (1686). Traile du mouvernement des eaux, English transl by Desvaguliers. **Hire M**, p. 248-450, 1718.

NAYFEH, A. H.; HEFZY, M. S. **Continuum modeling of three-dimensional truss-like space structures**. AIAA Journal, v. 16(8), p. 779-787, 1978.

PENNA, S. S.; PITANGUEIRA, R. L. S.; FUINA, J. S. **Estudo Comparativo de Modelos de Fissuração Distribuída para Estruturas de Concreto**. Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas, Londrina, v. 34, n. 2, p. 211-228, jul./dez. 2013.

POPOV, E. P. **Mecânica dos Sólidos**. Prentice Hall, 1999.

RIERA, J. D.; ROCHA, M. M. **A note on velocity of crack propagation in tensile fracture**. Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, v. XII/3, p. 217-240, 1991.

RIOS, R. D.; RIERA, J. D.; ITURRIOZ, I. **Uma Contribuição ao Entendimento do Efeito de Escala em Estruturas de Concreto**. Mecânica Computacional Vol. XXI, pp. 979-991, Santa Fé – Paraná, Argentina, 2002.

ROCHA, M. M. **Ruptura e Efeitos de Escala em Materiais não Homogêneos**. Tese (Mestrado), CPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 1989.

SILVA, G. S.; KOSTESKI, L. E.; **Caracterização da Superfície de Falha Obtida com o Método dos Elementos Discretos formado por Barras**. Mecânica Computacional Vol XXXIII, págs. 843-860. San Carlos de Bariloche, 23-26 de Setembro, 2014.

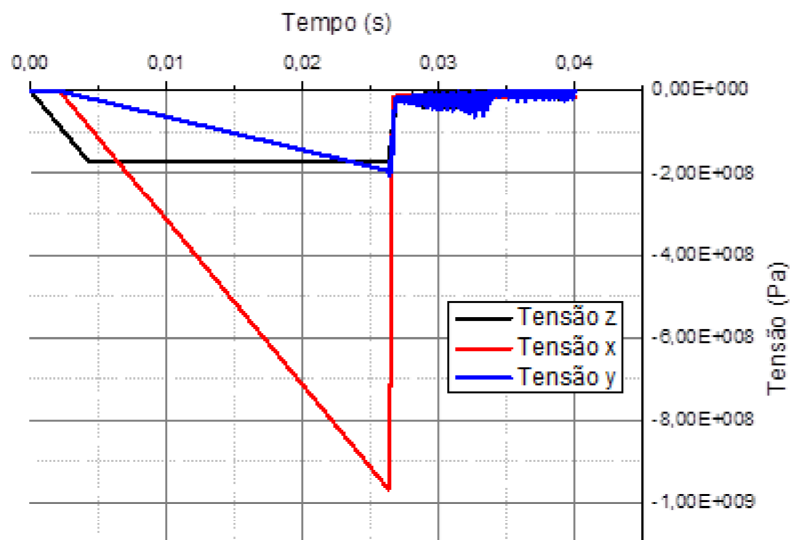
WEIBULL, W. Phenomenon of rupture in solids. **Proc Royal Swedish Inst of Eng Res**, 1939.

WILLIAM, K. J.; WARNKE, E. P. **Constitutive model for triaxial behavior of concrete**, Int. Association for Bridge and Struct. Engrg. Proc., v.19, p.1-30, 1975.

ANEXO A

Os resultados de compressão 120% necessitaram de uma forma especial de carregamento, na qual antes do carregamento na direção z, ou seja, σ_3 se manter constante, as cargas nas outras duas direções foram aplicadas, este caso especial precisa ser comprimido nas três direções (gráfico 18) para funcionar, desta forma os casos trativos desta superfície não puderam ser simulados e o caso em que alpha é igual a 0 precisou ser rejeitado, pois sem ocorrer a compressão em todas direções de forma simultânea, em uma das direções o corpo fraturava em uma tensão menor que o equivalente a 120% de carga comparada a tensão uniaxial de compressão.

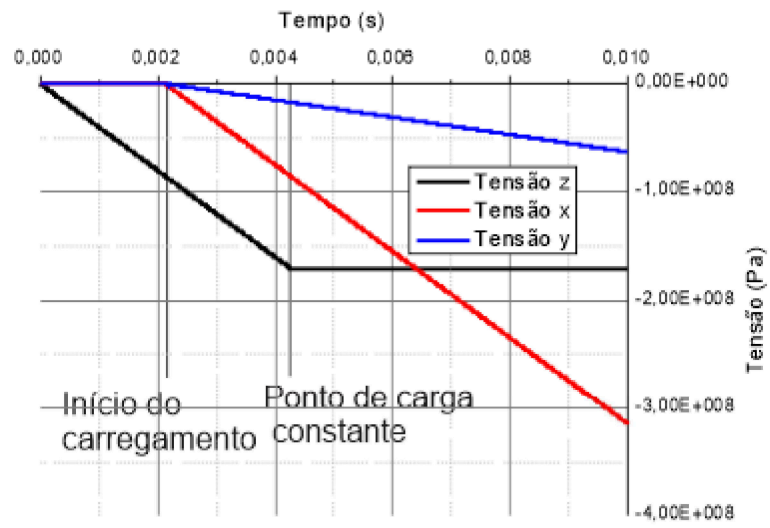
Gráfico 18 - Tensão x tempo para compressão 120%.



Fonte: Autoria própria.

O gráfico 19 mostra como se deram os carregamentos seguindo este raciocínio. Para evitar que o corpo rompesse antes o carregamento da terceira direção foi posto antes do corpo atingir os 120%, pois se o corpo atingisse ultrapassaria a tensão uniaxial então ele romperia, para isto utilizou-se a metodologia de que quando o carregamento atingisse metade do tempo necessário para chegar na compressão equivalente a 120%, o carregamento das direções x e y começasse, conforme o gráfico 19. Com isto a carga nas outras direções foi efetivamente aplicada com uma pré-carga de em torno de 60%.

Gráfico 19 - Carregamento do teste com compressão 120%.

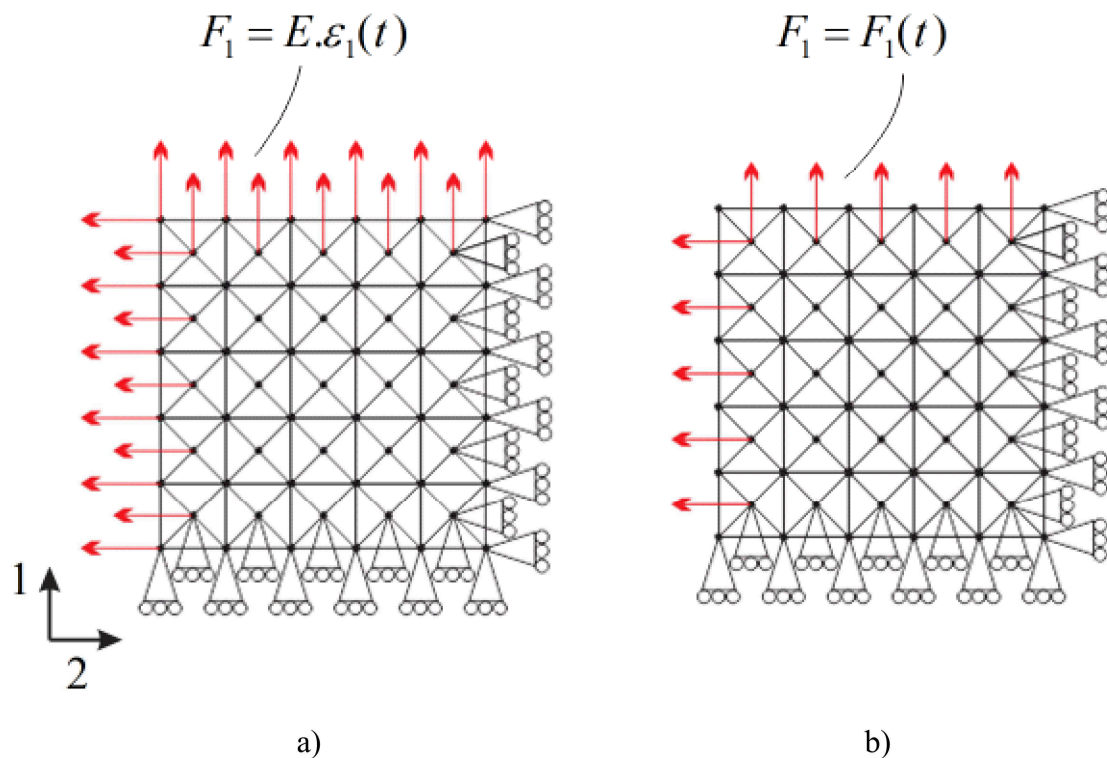


Fonte: Autoria própria.

ANEXO B

Existem duas condições de contorno possíveis para se aplicar carregamentos ao elemento no DEM, a das forças prescritas e a dos deslocamentos prescritos. A condição de contorno dos deslocamentos prescritos no DEM representa a aplicação de uma taxa de deformação e a condição de contorno das forças prescritas a aplicação de uma carga, normalmente as cargas são aplicadas apenas nos nós centrais dos módulos e as taxas são aplicadas nos nós extremos e nos nós centrais das faces (ver fig. 25), os engastes em ambos os métodos são aplicados nos nós centrais do cubo e nos nós extremos para garantir estabilidade durante o sistema de integração.

Figura 25 – a) Elemento do DEM aplicado com deslocamentos prescritos e b) elemento do DEM aplicado com forças prescritas.

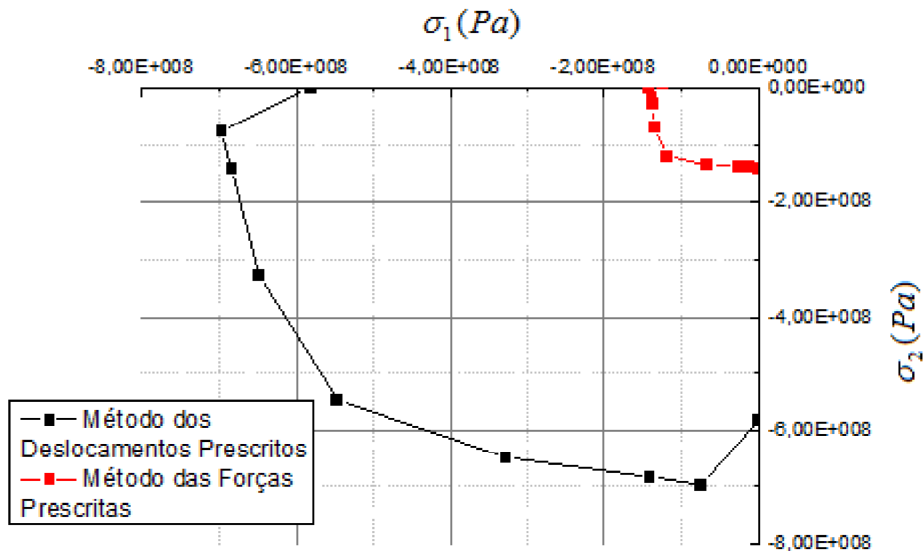


Fonte: Autoria própria.

Se obtém as superfícies de falha com os carregamentos mostrados na figura 25, onde o carregamento é biaxial, sendo a intensidade da direção 2 correlacionado com a da direção 1 através de um valor α (apresenta-se explicação detalhada na seção 3.2). A resistência de um material a cada um destes tipos de carregamento é diferente, conforme apresentam as figuras 26 e 27, a resistência do elemento a deslocamentos prescritos é bem maior que a forças prescritas, alterando tanto a forma da superfície como a resistência máxima a mesma. Na figura 26 percebe-se claramente que em compressão a resistência

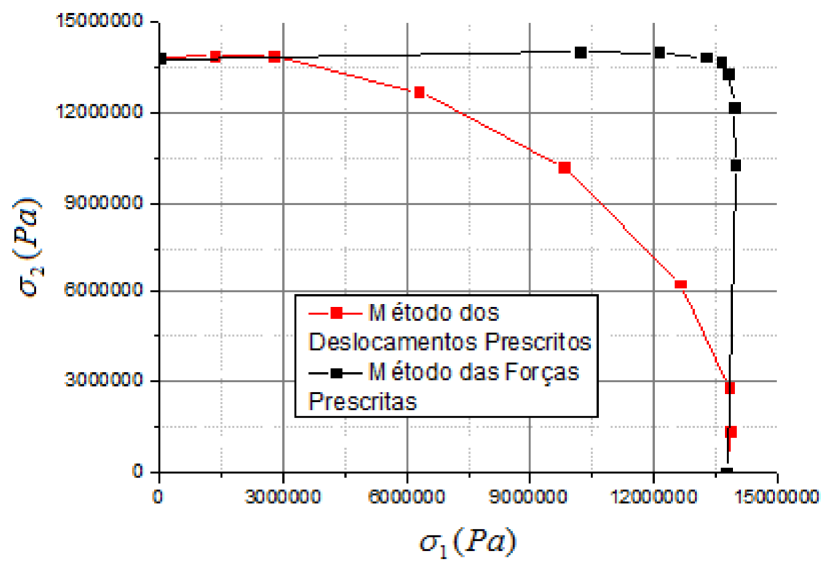
mecânica do material diminui bastante com o método das forças prescritas e na figura 27 o que se vê claramente é a mudança de comportamento da curva, que passa de uma forma bem conhecida da superfície frágil para uma superfície que apresenta traços de curvatura suave que são comuns quando se tem ductilidade.

Figura 26 - Comparação entre forças prescritas e deslocamento prescritos em compressão.



Fonte: Autoria própria.

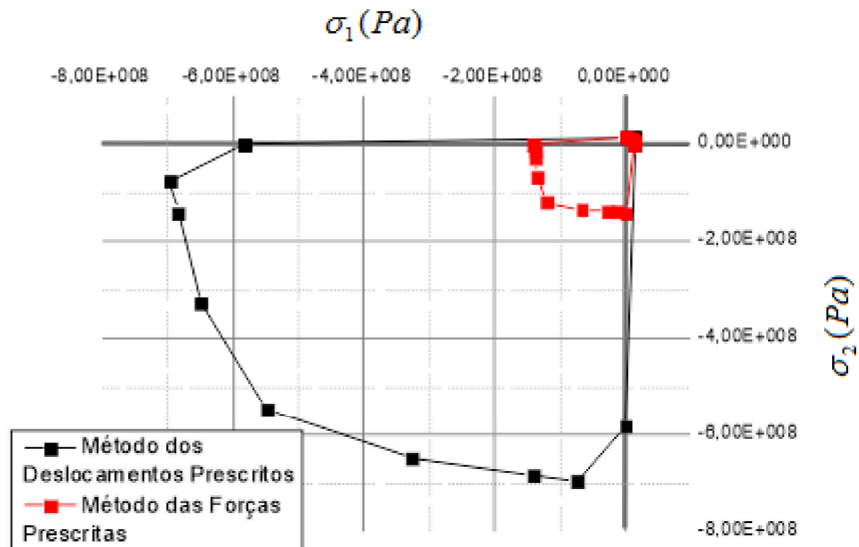
Figura 27 - Comparação entre forças prescritas e deslocamentos prescritos na superfície de tração.



Fonte: Autoria própria.

A figura 28 compara as duas superfícies de falha obtidas com os dois métodos diferentes, no qual se salienta a diferença entre ambas as superfícies, sendo que em compressão o método das forças prescritas resiste cerca de apenas 25% do que resiste submetido a deslocamentos prescritos.

Figura 28 - Comparação entre o método dos deslocamentos prescritos e das forças prescritas na superfície de falha.



Fonte: Autoria própria.