UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

CAROLINA MOREIRA DA SILVA

O LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA PARA O PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

Bagé
2022

CAROLINA MOREIRA DA SILVA

O LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA PARA O PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Dionara Teresinha Aragon

Bagé
2022

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

SS586ol Silva, Carolina Moreira
O Laboratório de matemática para o processo de aprendizagem de frações / Carolina Moreira Silva.
97 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade Federal do Pampa, MATEMÁTICA, 2022.
"Orientação: Dionara Teresinha Aragon".

1. Laboratório de Matemática. 2. Material concreto. 3. Aprendizagem. 4. Frações. I. Título.

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal do Pampa

CAROLINA MOREIRA DA SILVA

O LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA PARA O PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciada em Matemática.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 12 de agosto de 2022.

Banca examinadora:

Profa. Dra. Dionara Teresinha Aragon Aseff
Orientadora
UNIPAMPA

Prof. Dr. Cristiano Peres Oliveira
UNIPAMPA

Profa. Claudia Laus Angelo Orientadora

UNIPAMPA

Assinado eletronicamente por **CRISTIANO PERES OLIVEIRA**, **PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 16/08/2022, às 13:22, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.

Assinado eletronicamente por **DIONARA TERESINHA ARAGON ASEFF**, **PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 16/08/2022, às 13:49, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.

Assinado eletronicamente por **CLAUDIA LAUS ANGELO**, **PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 16/08/2022, às 16:12, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0898028** e o código CRC **4D099AA7**.

Referência: Processo nº 23100.016979/2022-29 SEI nº 0898028

RESUMO

O presente trabalho teve por objetivo mapear e reunir elementos pela via da investigação que possibilitem analisar, refletir e compreender a aprendizagem de frações por meio do Laboratório de Matemática do Ensino Fundamental e foi desenvolvida a partir de duas atividades investigativas envolvendo os materiais concretos Tangram e Régua de Frações. A pesquisa foi realizada em uma turma de Laboratório para o Ensino Fundamental do Curso de Matemática-Licenciatura e posteriormente foi complementada com uma observação da aplicação de uma dessas atividades em uma Escola Municipal de Bagé, por intermédio de duas professoras, uma em formação inicial e outra egressa. Trata-se de uma pesquisa qualitativa. Os dados analisados na pesquisa foram produzidos pelas respostas das atividades dos acadêmicos e por questionários respondidos pelos referidos sujeitos da pesquisa e pela professora egressa participante. A análise desses dados demonstrou as potencialidades desses materiais para a aprendizagem de frações.

Palavras-chave: Material concreto. Laboratório de matemática. Aprendizagem. Frações.

ABSTRACT

The present work aimed to map and gather elements through the investigation that make it possible to analyze, reflect and understand the learning of fractions through the Mathematics Laboratory of Elementary School and was developed from two investigative activities involving the concrete materials Tangram and Régua of Fractions. The research was carried out in a Laboratory class for the Elementary School of the Mathematics-License Course and was later complemented with an observation of the application of one of these activities in a Municipal School of Bagé, through two teachers, one in initial training and another graduate. This is qualitative research. The data analyzed in the research were produced by the answers of the academics' activities and by questionnaires answered by the referred research subjects and by the participating professor. The analysis of these data demonstrated the potential of these materials for learning fractions.

Keywords: Concrete material. Mathematics lab. Learning. Fractions.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

O Laboratório de Matemática é um espaço de formação e inclusão, que possibilita discutir o currículo e metodologias para o ensino de Matemática, assim como construir e analisar materiais para realização de atividades didáticas. Nesse ambiente é possível trabalhar com a criação e solução de problemas, em que os alunos participam de maneira ativa e interativa nas aulas, facilitando a percepção de relações, propriedades, padrões e conceitos matemáticos. No que se refere a essa pesquisa, foi proposta a realização de duas atividades práticas e investigativas, aplicadas em uma turma de Laboratório para o Ensino Fundamental, do curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal do Pampa-Campus Bagé, em que os acadêmicos convidados compartilharam seus saberes por meio das atividades propostas, que envolviam os materiais concretos: Tangram e Régua de Frações. Para agregar a esta pesquisa, também foi realizada uma observação de uma aplicação da atividade envolvendo o material concreto Régua de Frações na Escola Municipal de Ensino Fundamental Cívico-Militar São Pedro, com a participação de uma professora em formação inicial e uma professora egressa que ao final da atividade aplicada compartilharam seus conhecimentos e experiências mediante um questionário.

O interesse e curiosidade em pesquisar sobre o tema surgiu durante a minha trajetória acadêmica no curso de Matemática-Licenciatura, no Campus Bagé, ao cursar os componentes curriculares de Laboratório para o Ensino Fundamental e Laboratório para o Ensino Médio, que visam o estudo de metodologias para o ensino e aprendizagem de matemática nesses níveis de ensino. A partir de então, compreendi a importância da utilização de recursos didáticos, tanto os materiais concretos que são adquiridos quanto os que podem ser construídos na própria sala de aula, os quais passam a compor métodos e estratégias para a construção do conhecimento.

Durante as atividades propostas pelos professores, esse espaço de ensino e aprendizagem é explorado com o objetivo de promover ações didáticas de maneira criativa e desenvolver os conceitos a serem trabalhados, de forma que o aluno se torne participativo com a produção dos recursos, o trabalho em grupo, desenvolvendo o raciocínio lógico.

O estudo de frações não é visto pelos alunos como um conteúdo de fácil compreensão. Segundo Alves e Martens (2011) isso ocorre “[...] porque nem sempre quem ensina tem clareza dos conceitos fundamentais e não dispõe de conhecimentos didático-metodológicos suficientes para abordá-lo adequadamente […]”. Por isso, sem o entendimento desses conceitos nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, esses alunos chegarão ao Ensino Médio e até mesmo no Ensino Superior com lacunas no conhecimento, o que dificulta o processo de aprendizagem. Pensando nisso, podemos utilizar o Laboratório de Matemática para facilitar esse processo e também para resgatar esses conhecimentos.

A ideia de trabalhar com frações surgiu após o convite da minha orientadora para aplicar duas atividades investigativas na turma de Laboratório para o Ensino Fundamental do Curso de Matemática-Licenciatura, Campus Bagé.

Comecei a pesquisar sobre o assunto e logo as frações chamaram minha atenção, pois segundo Campos e Rodrigues (2007) os números racionais se constituem em um dos temas de construção mais difíceis aos alunos e o laboratório entraria como um espaço facilitador para a aprendizagem desse conteúdo. Portanto, optei por trabalhar com o uso de materiais concretos no ensino de frações, pois estes me possibilitaram realizar atividades práticas de forma remota e/ou presencial e discutir os resultados neste trabalho de pesquisa.

Durante o semestre 2021/2 foram realizadas as atividades que compõem parte desta pesquisa e nesse período a comunidade acadêmica estava desenvolvendo os trabalhos sob a forma de Atividades de Ensino Remoto Emergenciais (AEREs), que são "[...] atividades pedagógicas não presenciais, síncronas e assíncronas, desenvolvidas para garantir o atendimento aos discentes com o uso de tecnologias de apoio à aprendizagem, durante o período de exceção da pandemia” (Norma Operacional UNIPAMPA n°4/2020).

No caso do componente curricular Laboratório para o Ensino Fundamental, as aulas foram desenvolvidas com possibilidades de encontros presenciais para a realização das atividades práticas. Assim, a aplicação das atividades foi pensada em dois momentos: um de forma remota e outro de forma presencial.

A primeira etapa, que aconteceu de forma remota, exigiu um planejamento diferenciado, com o uso de *kits* de materiais concretos, os quais foram entregues para os acadêmicos e recursos digitais como os aplicativos do *Google*: *Meet*, *Classroom*, *Forms* e o uso das plataformas *Wordwall* e *Padlet* para colaborar nessa execução.

Alguns desses recursos conheci por meio do convívio com os professores na Universidade, pois eles mesmos utilizaram durante a regência e, também, no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), do qual fiz parte de fevereiro de 2021 até março de 2022. O detalhamento dessas atividades será descrito no capítulo 4, que trata sobre a metodologia.

Nos capítulos a seguir irei delinear a questão e os objetivos desta pesquisa, apresentar um estudo sobre a teoria que trata sobre o Laboratório de Matemática, a revisão da literatura, descrever a metodologia utilizada para produção dos dados, a proposta que operacionalizou a pesquisa, apresentar a análise e discussão dos dados produzidos e as considerações finais.

2 OBJETIVOS E PROBLEMA

Os fatos relatados anteriormente conduziram-me à formulação da seguinte questão de pesquisa: Como os materiais concretos podem potencializar a aprendizagem de frações no laboratório de matemática?

Em busca de respostas para essa questão, elaborei os seguintes objetivos:

2.1 Objetivo Geral

- Mapear e reunir elementos pela via da investigação que possibilitem analisar, refletir e compreender a aprendizagem de frações por meio do Laboratório de Matemática do Ensino Fundamental.

2.2 Objetivos Específicos

- Mapear elementos por meio da investigação, relacionados ao processo de aprendizagem de frações com a utilização de materiais concretos.

- Pensar e escrever sobre as estratégias que podem ser seguidas nas aulas de matemática, que contribuam na formação inicial dos futuros professores envolvidos na investigação.

3 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DE LITERATURA

3.1 O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM)

O Laboratório de Ensino de Matemática é definido por Lorenzato (2006, p. 7), como:

> [...] um local da escola reservado preferencialmente não só para aulas regulares de matemática, mas também para tirar dúvidas de alunos; para os professores de matemática planejarem suas atividades, sejam elas aulas, exposições, olimpíadas, avaliações, entre outras, [...].

De acordo com o autor, o Laboratório é também um lugar para criar e desenvolver atividades experimentais, inclusive de construir materiais instrucionais que busquem aprimorar a prática pedagógica e facilitar o ensino-aprendizagem da matemática (LORENZATO, 2006).

O papel do Laboratório para os licenciandos em matemática é colaborar para uma melhor formação, de maneira que o discente "[...] começa a ser um pesquisador de sua prática pedagógica tentando promover assim a interação entre ensino, pesquisa e extensão [...]" (BRITO; SILVA; ANDRADE, 2011, p. 5). O LEM traz para o licenciando possibilidades de aprender e refletir sobre as metodologias que ele poderá utilizar como futuro docente.

Muitos de nós aprendemos e/ou ensinamos matemática da forma tradicional, ou seja, uma carteira atrás da outra, em fileiras, e entendemos assuntos abstratos somente com a ajuda de um quadro-negro e do(a) professor(a) (LORENZATO, 2006). O Laboratório, porém, proporciona metodologias de ensino "[...] para aqueles que possuem uma visão atualizada de educação matemática" (LORENZATO, 2006, p. 7).

Como afirma Lorenzato (2006), os métodos utilizados pela maioria dos professores ainda são os mesmos, tradicionais. Não que os professores de matemática devam excluir de suas práticas as aulas tradicionais ou torná-las frequentemente um laboratório. "Essa é uma utopia que enfraquece a concepção possível e realizável do LEM, porque ela pode induzir aos professores a não tentarem construir o LEM num certo local [...]" (LORENZATO, 2006, p. 8). Mas, as dificuldades encontradas pelos alunos na matemática são diversas e o Laboratório pode entrar como provedor em atender a essas necessidades nas escolas.

No que delineia essa pesquisa, o LEM é tratado como um espaço de aprendizagem que atende às necessidades de resgate e construção de conceitos na formação inicial de professores.

O autor sustenta minhas reflexões e compreensões nesse estudo quando afirma que o LEM é um espaço principalmente para aprender:

> Enfim, o LEM, nessa concepção, é uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender (LORENZATO, 2006, p. 8).

O uso do Laboratório em algumas escolas tem se tornado um espaço unicamente para armazenar livros didáticos, materiais manipuláveis, filmes, entre outras coisas. Contudo, o autor relata que "[...] mais que um depósito de materiais, sala de aula, biblioteca ou museu de matemática [...]" (LORENZATO, 2006, p. 6) o LEM é um instrumento para a aprendizagem "[...] onde os professores estão empenhados em tornar a matemática mais compreensível aos alunos" (LORENZATO, 2006, p. 7).

Por meio dessas reflexões, podemos compreender a importância de utilizar o Laboratório como uma ferramenta facilitadora para o aprendizado dos estudantes em relação às dificuldades encontradas na matemática. No que tange esta pesquisa, o LEM está sendo um espaço de investigação para a aprendizagem do conteúdo de frações.

3.2 A Aprendizagem de Frações

A aprendizagem de frações tem sido consideravelmente difícil para os estudantes. Campos e Rodrigues (2007) relatam que essa divergência acontece "[...] pois sua compreensão envolve uma variedade de aspectos que se configuram como obstáculos ao seu pleno domínio" (CAMPOS; RODRIGUES, 2007, p. 69).

Esses aspectos, segundo os autores, são comparados também à matemática como um todo, pois ela é interligada e necessita de uma continuidade para ser compreendida de forma eficaz. Por isso é preciso "[...] que o aluno desenvolva a capacidade de estabelecer relações entre conceitos, construindo uma teia de saberes relacionados, que possibilite agregar novos conhecimentos ao seu repertório [...]”. (CAMPOS; RODRIGUES, 2007, p. 69).

As lacunas no conhecimento de frações, ganham mais visibilidade quando, principalmente, esses alunos chegam no Ensino Médio e/ou até mesmo no Ensino Superior, pois eles “[...] apresentam dificuldades no trato com as frações e demonstram não conhecer aspectos relevantes [...], o que acarreta prejuízos à compreensão de novos conceitos matemáticos” (CAMPOS; RODRIGUES, 2007, p. 70).

Neste estudo e pesquisa, destaco ainda como fundamentação a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que propõe habilidades necessárias a serem trabalhadas, para que os alunos construam essas aprendizagens durante a vida escolar. Ao se tratar sobre o ensino de frações para turmas de 6° ano do Ensino Fundamental, lente investigativa deste trabalho, duas delas foram utilizadas como base para a construção das atividades aplicadas, que são:

> (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes; (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária (BRASIL, 2018, p. 301).

É essencial que os professores busquem instrumentos norteadores para abordar e desenvolver essas habilidades em suas salas de aula. Pensando nas maneiras de aplicá-las, a utilização do LEM foi o meio para vincular a intencionalidade dessa investigação à proposta de frações para alunos de Laboratório para o Ensino Fundamental do Curso de Matemática-Licenciatura, da Universidade Federal do Pampa. Essas atividades serão detalhadas no capítulo 4 que abordará sobre a metodologia.

3.3 Materiais Concretos

Os materiais concretos também são conhecidos como materiais manipuláveis ou manipulativos (CAVALCANTI, 2006).

Esses materiais podem ser construídos ou se tratam de objetos já prontos. São chamados de materiais de ordem natural ou artificial, como por exemplo: pedras, flores, frutas, terra, ou lápis, folhas de papel, bola, tabuleiros, que podem ser construídos pelas mãos do homem (BARBOSA, 2003, p. 1 *apud* CAVALCANTI, 2006, p. 18).

Os materiais concretos proporcionam prática à teoria ensinada. Sabemos que o ensino da matemática se dá, na maioria das vezes, com o ensino teórico, a explicação do conteúdo e os exercícios para fixação. Como dizem Santi, Santos e Webler (2018, p. 2): “[...] primeiramente o professor apresenta a definição do conteúdo, posteriormente exemplos seguidos de exercícios de fixação, onde o aluno simplesmente decora as regras".

Desse modo, muitos alunos encontram dificuldades para compreender regras e fórmulas matemáticas e os que decoram, depois, passado o momento avaliativo acabam esquecendo o conteúdo (PAULA; BIDA, 2008, p. 4).

Assim, os materiais concretos fortalecem o processo de aprendizagem, tornando o ensino mais eficaz aos alunos. É importante a teoria, mas também que ela esteja unida com a prática. Por isso, envolvendo os alunos com a utilização de materiais manipuláveis podemos proporcionar uma familiarização com os conhecimentos matemáticos, sendo um método essencial para a educação (GERVÁZIO, 2017).

Podemos também levar em conta que alguns professores têm dúvidas e dificuldades acerca do uso ou não desses materiais e “Muitas vezes, incorporam um discurso a favor do ‘concreto’, sem uma reflexão do que seria concreto em Matemática” (NACARATO, 2005, p. 2).

Para se valer desses recursos didáticos é preciso conhecer os conceitos a serem trabalhados e saber relacioná-los com os materiais de maneira correta. Na falta desse entendimento, o docente acaba trazendo elementos que dificultam esse aprendizado (NACARATO, 2005, p. 3). Lorenzato (2006, p. 11) também compartilha esse modo de pensar ao afirmar que “[...] mais importante que ter acesso aos materiais é saber utilizá-los corretamente [...]”. É preciso que os professores entendam o propósito do material com que pretendem trabalhar e quais os efeitos que ele trará em sua sala de aula, para que não haja prejuízos, tanto de materiais como perda para os alunos com certa desordem de conceitos.

Outra questão a ser considerada, é a respeito de professores que não trabalham com o concreto pela falta de condições. Com turmas superlotadas, a conversa entre os alunos pode ser um fator que prejudica o andamento de uma atividade (NACARATO, 2005, p. 3) ou também por não conhecerem a maior parte das funcionalidades que abrangem determinados materiais concretos. Como é o exemplo da escala de Cuisenaire:

> Por ser um material que representa grandezas contínuas, ele possibilita explorar a fração em seu significado de medida, bem como a representação dos algoritmos das operações com frações e, no caso de volume, é possível, com o uso das peças compor e decompor poliedros convexos e não-convexos de diversos volumes. No entanto, muitas dessas potencialidades do material são desconhecidas dos professores que as reduzem apenas ao trabalho com numeração na Educação Infantil e 1ª série do Ensino Fundamental (NACARATO, 2005, p. 4).

As palavras do autor sobre esse recurso auxiliam a compreender e planejar o uso dos materiais concretos que foram explorados durante esta pesquisa: o Tangram e a Régua de Frações. Entende-se a importância dos materiais concretos, sendo essenciais para a aprendizagem. Ao professor cabe a responsabilidade de refletir sobre a metodologia a ser utilizada, buscando recursos e conhecimentos necessários para as suas aulas, partindo dos conceitos teóricos como base e do estudo das funcionalidades e aplicações dos materiais concretos selecionados.

3.4 Atividades investigativas

Uma atividade investigativa baseia-se na resolução de problemas, como afirma Azevedo (2018, p. 31) com relação a esta que “[...] não é nada mais do que a busca pela solução de um problema [...] com a intenção de levar os sujeitos envolvidos à aprendizagem por meio da construção de conhecimentos”.

Corroborando com Brum e Bisognin (2011, p. 1) quando relatam sobre a investigação matemática, pois ela “[...] desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas.” Para que se realize esse processo de investigação é necessário obter clareza sobre quais serão os problemas, as necessidades e os motivos para a aplicação de tal atividade (AZEVEDO, 2008, p. 31).

Aplicar atividades investigativas em sala de aula trata-se de uma ótima estratégia segundo os autores Silva *et al.* (2018, p. 4), pois possibilita aos docentes uma aula inovadora, “[...] proporcionando subsídios para o estudante construir seu próprio conhecimento”. Essas atividades podem englobar: “identificar questões, formular, testar e provar conjecturas, argumentar, refletir e avaliar” (CUNHA; OLIVEIRA; PONTE, 1995, p. 1).

O professor atua na sala de aula como um mediador da aprendizagem e o aluno como centro nesse processo de construção dos seus conhecimentos, pois o docente ao motivá-los com a resolução de questões norteadoras que são discutidas, enriquece a aula na troca de ideias e os sujeitos ao exporem suas opiniões, desenvolvem o senso crítico (SILVA *et al*. 2018).

Os autores Silva *et al.* (2018) defendem que é necessário levar para a sala de aula problemas que venham a conduzir o aluno a ter curiosidade sobre o tema: "[...] se não for algo instigante e não suscitar no educando a busca do conhecimento, não alcançará resultados satisfatórios em relação a aprendizagem" (SILVA *et al*. 2018, p. 4).

Por meio de atividades investigativas o aluno encontra-se motivado, ao se deparar com o desafio de descobrir soluções para determinados problemas, realizando uma conexão entre a teoria e a realidade. Segundo Brum e Bisognin (2011, p.1) "[...] o aluno aprende quando consegue pôr em prática seus recursos cognitivos e seu envolvimento ativo [...]".

É possível estabelecer relações entre o que já se conhece, chamado de conhecimentos prévios pela autora Cavalcanti (2006), para que haja a construção de novos saberes.

A realização de atividades investigativas nas aulas de matemática é importante, pois, segundo Cunha, Oliveira e Ponte (1995, p. 1), elas:

> (a) constituem uma parte essencial da experiência matemática e, por isso, permitem uma visão mais completa desta ciência; (b) estimulam o envolvimento dos alunos, necessário a uma aprendizagem significativa; (c) podem ser trabalhadas por alunos de ciclos diferentes, a níveis de desenvolvimento também diferentes; e (d) potenciam um modo de pensamento holístico (ao relacionarem muitos tópicos), essencial ao raciocínio matemático".

Portanto, com base neste referencial teórico foram realizadas duas atividades investigativas matemáticas com o uso de materiais concretos. A seguir veremos na metodologia como sucederam as aplicações na sala de aula.

4 METODOLOGIA

4.1 Características da pesquisa

A finalidade desta pesquisa é reunir elementos por meio da investigação que possibilitem analisar, refletir e compreender a aprendizagem de frações por meio do Laboratório de Matemática do Ensino Fundamental.

Para isso, foram realizadas duas atividades investigativas que ocorreram em três etapas: a primeira foi realizada de maneira remota com a participação de 7 acadêmicos em formação inicial do componente curricular de Laboratório para o Ensino Fundamental (LEF) envolvendo o material concreto Tangram; a segunda, de maneira presencial com a participação dos mesmos acadêmicos da turma de LEF, dessa vez com a utilização do material concreto Régua de Frações; a terceira etapa foi uma observação na Escola Municipal de Ensino Fundamental Cívico-Militar São Pedro diretamente com alunos de 6° e 9° anos com a participação de uma professora em formação inicial, sendo essa também participante na etapa desenvolvida na universidade, e uma professora egressa por meio do Projeto de Extensão “Resgate do Aprender”.

Esse projeto visa desenvolver ações, compostas por objetivos que intencionam resgatar a aprendizagem e colaborar com o ensino de Matemática em 24 escolas municipais de Bagé. Os discentes do curso de Matemática-Licenciatura, assim como os egressos, foram distribuídos conforme a disponibilidade dos mesmos para atenderem os horários e demandas de cada escola. Os objetivos são:

-Desenvolver atividades para as séries finais do Ensino Fundamental, no turno inverso, nas escolas municipais de Bagé;

-Compartilhar conhecimentos matemáticos entre discentes, egressos e docentes do curso de Matemática-Licenciatura, Campus Bagé e a comunidade escolar, a qual envolve alunos e professores de Matemática das séries finais do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Bagé;

-Colaborar através do desenvolvimento de ações a fim de contemplar a demanda emergente do resgate da aprendizagem nos contextos da pandemia e pós- pandemia.

-Estreitar a aproximação entre a Universidade Federal do Pampa e a comunidade escolar a fim de pluralizar sentidos na formação inicial e continuada de professores.

A metodologia da pesquisa foi embasada pela abordagem qualitativa. Lüdke e André (1986) apresentam características de uma pesquisa qualitativa, das quais destaco as que considero que vêm ao encontro desta investigação:

- Tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento;
- Os dados coletados são predominantemente descritivos;
- A preocupação com o processo é muito maior do que com o produto;
- O significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador (BOGDAN; BIKLEN, 1982 *apud* LÜDKE; ANDRE, 1986, p. 11-12).

Essas características vêm ao encontro do estudo realizado nesta pesquisa. O ambiente natural foi constituído por um encontro remoto via *Google Meet,* outro presencial na Universidade Federal do Pampa-Campus Bagé, com acadêmicos do Curso de Matemática-Licenciatura, e um encontro na Escola Municipal, envolvendo estudantes da rede municipal. Todos eles tiveram a participação ativa da pesquisadora para observar o desenvolvimento dos alunos em relação às atividades propostas.

Os dados produzidos são descritivos (transcrição das atividades realizadas pelos acadêmicos, questionário, análise das respostas das atividades). O foco da pesquisa foi voltado mais para o processo de desenvolvimento das atividades elaboradas e para a participação dos acadêmicos e estudantes da rede, na forma remota e presencial, do que nos resultados em termos de avaliação.

5 APRESENTAÇÃO DA PESQUISA

A turma de Laboratório para o Ensino Fundamental, na qual foram realizadas a primeira e a segunda etapa dessa investigação, era composta por 12 acadêmicos, sendo que 7 concordaram em participar da pesquisa.

Os dados produzidos para análise foram constituídos a partir das atividades realizadas pelos acadêmicos participantes, na primeira e segunda etapas, com registros por meio do recurso digital *Padlet* e por um questionário aplicado via *Google Forms* (Apêndice B). As atividades realizadas foram postadas pelos acadêmicos para a professora da turma na plataforma *Google Classroom*, que as repassou, salientando que somente as atividades daqueles que concordaram em participar da pesquisa constituíram dados a serem analisados.

Além dessas atividades, após os encontros foram elaborados também um questionário (Apêndice E) a respeito delas, no qual os acadêmicos que participaram puderam avaliar essas propostas envolvendo frações através dos materiais concretos Tangram e Régua de Frações e expor seus relatos pessoais.

Na terceira etapa, desenvolvida durante uma ação que aconteceu na Escola Municipal de Ensino Fundamental Cívico-Militar São Pedro de Bagé, os dados foram produzidos mediante as observações da pesquisadora no momento da aplicação da atividade com o material concreto da Régua de Frações para 4 alunos presentes.

Também constituíram dados para esta pesquisa um questionário respondido pela professora em formação inicial e pela professora egressa, ambas do curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé.

No próximo capítulo apresentarei uma análise desses dados considerados para esta pesquisa.

6. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo são descritos e analisados os dados produzidos na pesquisa por meio das atividades aplicadas numa turma de Laboratório para o Ensino Fundamental e numa Escola Municipal de Bagé. Os sujeitos da investigação estão identificados por pseudônimos que eles mesmos escolheram ao preencher o Termo de Consentimento. Os participantes que não indicaram nenhum pseudônimo são identificados da seguinte maneira: Participante 1, Participante 2, Participante 3, Participante 4, Participante 5.

6.1 A aprendizagem de frações com o Tangram

A primeira parte desta pesquisa foi aplicada remotamente pelo *link* da sala do *Google Classroom* da turma de Laboratório para o Ensino Fundamental, usando o aplicativo *Google Meet* com duração de 1 hora/aula com 45 minutos. Foi apresentado à turma o roteiro de atividades (Apêndice A) com a utilização do material concreto Tangram, sendo que esse material já havia sido entregue aos alunos anteriormente à aula.

A professora da turma iniciou compartilhando na tela o roteiro de atividades (Figura 1), conforme abaixo, e na sequência expliquei a eles cada etapa do trabalho proposto.

Figura 1– A proposta da atividade com o Tangram

1. Supondo que o triângulo C ou E vale 1, relacione-o com as demais figuras e determine: a) Qual o valor da figura D? b) Qual o valor da figura F? c) Qual o valor da figura G? d) Qual o valor da figura A ou B? e) Qual o valor do TANGRAM inteiro?

2. Sabendo que a figura C ou E corresponde a fração 1/16, construa algumas figuras geométricas utilizando 2, 3, 4, 5, 6 ou 7 peças do Tangram e determine em frações quanto representa cada uma delas.
1) Triângulo 2) Quadrado 3) Trapézio 4) Retângulo 5) Paralelogramo.

3. As figuras formadas no jogo disponível no link https://wordwall.net/pt/resource/27980797 foram construídas com as peças do Tangram, relacione cada uma delas com frações e realize as operações matemáticas como se pede.

Fonte: Autora (2022).

Essas atividades têm como objetivo reconhecer frações associadas de partes de inteiros, divisão de frações e frações equivalentes, manuseando o material concreto Tangram, conforme a habilidade específica da BNCC: “(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes” (BRASIL, 2018, p. 301).

Primeiramente deixei à disposição um vídeo explicando como construir o material concreto Tangram caso alguém não tivesse pego uma placa do material com a professora. Após, expliquei que seria necessário nomear cada peça do Tangram da seguinte forma: Nos triângulos grandes escrever A e B, no triângulo médio G, nos triângulos pequenos C e E, no quadrado D e no paralelogramo F, para que eles pudessem relacionar as peças e compreender que cada uma delas fazia parte de um todo.

As 2 peças menores eram referência para as demais, valendo 1 cada, pois as menores peças (triângulos pequenos) cabem dentro de todas as outras, assim eles iriam perceber que no Tangram inteiro cabem 16 peças pequenas ao todo, escolhendo somente um triângulo como referência, conforme sugerido no exercício 1.

Em seguida, no exercício 2, solicitei que os acadêmicos montassem figuras geométricas e as relacionassem com frações. Com a minha câmera aberta mostrei a eles que dois triângulos pequenos formam um só e expliquei que se cada um dos pequenos triângulos vale 1/16, a fração correspondente a essa figura geométrica formada é 2/16, pois soma-se 1/16 + 1/16.

Após essa explicação, alguns comentaram que compreenderam melhor o exercício, mas que só obteriam certeza quando resolvessem as atividades.

Depois disso, expliquei o exercício 3, no qual eles deveriam acessar o *link* disponível da plataforma *Wordwall* e com base no que haviam aprendido no exercício anterior, conseguiriam responder as questões do jogo *online* (Apêndice C). Esse jogo complementa e reforça os exercícios anteriores, de maneira dinâmica e *online*.

Em seguida, apresentei a eles a plataforma *Padlet*, realizando um breve tutorial das potencialidades desse recurso que funciona como um mural digital, possui interface intuitiva para postagens de trabalhos em vídeos, fotos, arquivos, *links* entre outras opções, e solicitei para que tirassem fotos das atividades realizadas e postassem nesse mural.

Apresentei o *Padlet* a eles, também, como uma opção de trabalho, pois como futuros professores poderiam necessitar desse recurso *online*. Os acadêmicos comentaram não conhecer essa plataforma e que gostariam de utilizá-la caso fosse preciso.

Depois desse momento, foi encerrada a aula e os alunos enviaram as atividades realizadas durante a semana para a professora por meio do *Google Classroom* e para a pesquisadora por meio do *Padlet* e de um questionário no *Google Forms* (Apêndice B), no qual também ficaram disponíveis aos acadêmicos todos os exercícios que estavam no roteiro de atividades, para enviarem suas respostas.

A seguir são apresentados os dados produzidos e a análise dessa primeira atividade com o Tangram.

6.1.1 Análise das resoluções com o material Tangram

Na atividade com o Tangram, esperava-se que os acadêmicos respondessem no exercício 1 que o quadrado D, o paralelogramo F e o triângulo médio G valessem 2, os triângulos maiores A e B valessem 4 e que o valor do Tangram inteiro fosse igual a 16. De 6 alunos que participaram, 4 responderam a esse exercício. Dois alunos relacionaram o valor de cada peça diretamente às frações e dois com valores numéricos. Serão analisadas todas as respostas, pois cada uma delas possui particularidades.

A figura abaixo (Figura 2) mostra as respostas do acadêmico Barbosa:

Figura 2 – Respostas do acadêmico Barbosa para o exercício 1

TRIANGULO MAIOR CORRESPONDE A 1/4,TRIANGULO MEDIO CORREPONDE 1/8,TRIANGULO PEQUENO CORRESPONDE A 1/16,QUADRADO CORRESPONDE 1/8 & PARALELOGRAMO 1/8. Podemos concluir que:
1/4 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/16 + 1/8 + 1/8 = 1
ou
0,25 + 0,25 + 0,125 + 0,625 + 0,625 + 0,125 + 0,125 = 1

Fonte: Produção do acadêmico Barbosa (2022).

O acadêmico Barbosa demonstrou entender o exercício resolvendo além do que foi pedido, relacionando cada valor das peças com frações e também realizando as divisões destas para mostrar que em ambos os casos o Tangram completo equivale a 1 inteiro.

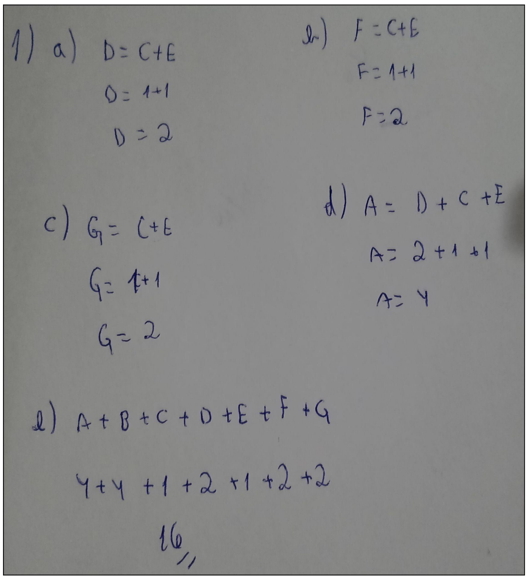
A seguir veremos as respostas de outros 2 acadêmicos que também alcançaram o objetivo do exercício.

Figura 3 – Resposta da acadêmica Serena para o exercício 1

a)D=2,b)F=2,c)G=2,d)A=4 e B=4,e)O TANGRAM vale 16.

Fonte: Produção da acadêmica Serena (2022).

Figura 4 – Resposta do acadêmico Participante 3 para o exercício 1



Fonte: Produção do acadêmico Participante 3 (2022).

A acadêmica Serena respondeu exatamente o que exercício pedia e o acadêmico Participante 3 demonstrou relacionar o que foi pedido com as dimensões das outras peças, percebendo que a soma dos triângulos menores formava outras figuras geométricas, assim bastou somá-las encontrando o valor das demais.

Abaixo (Figura 5) segue as produções da acadêmica que escolheu como pseudônimo a identificação de colaboradora, salientando que esta participou também do Projeto Resgate da Aprendizagem.

Figura 5 – Resposta da acadêmica colaboradora para o exercício 1

C e E =1/16 , D=1/8 , F=1/8 , G=1/8 , A e B= 1/4 O valor inteiro do tangram é 100

Fonte: Produção da acadêmica colaboradora (2022).

A acadêmica colaboradora conseguiu também como o acadêmico Barbosa relacionar às peças diretamente com frações corretamente, porém houve um equívoco ao responder que o valor total do Tangram é igual a 100, pois no caso dessa atividade não está sendo solicitado para relacionar o valor total do Tangram com porcentagem, mas sim ao valor total numérico das peças que é igual a 1.

No exercício 2 foram recebidas respostas de 5 acadêmicos. Era solicitado para que eles montassem figuras geométricas de triângulos, quadrados, trapézios, retângulos e paralelogramos a partir de 2 peças do Tangram, e conforme a figura formada, eles deveriam escrever qual fração está associada à figura.

Analisando as respostas, os acadêmicos Participante 3 e Serena responderam corretamente conforme o esperado. Os outros quatro acertaram na formação das figuras, mas não totalmente ao associá-las com frações.

Para exemplificar, serão comentadas as respostas da acadêmica Serena, pois obteve o mesmo desenvolvimento que o acadêmico Participante 3, e dos acadêmicos Participante 2 e Barbosa.

Figura 6 – Respostas da acadêmica Serena para o exercício 2

(continua)

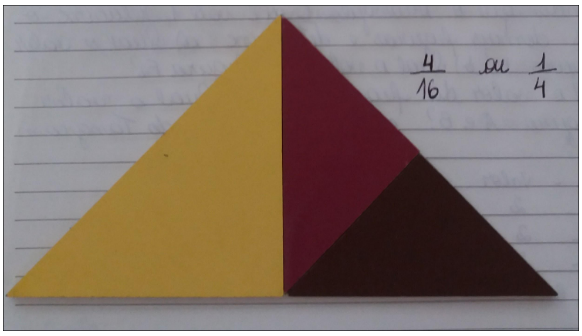


Figura 6 – Respostas da acadêmica Serena para o exercício 2

(continuação)

Figura 6 – Respostas da acadêmica Serena para o exercício 2

(continuação)

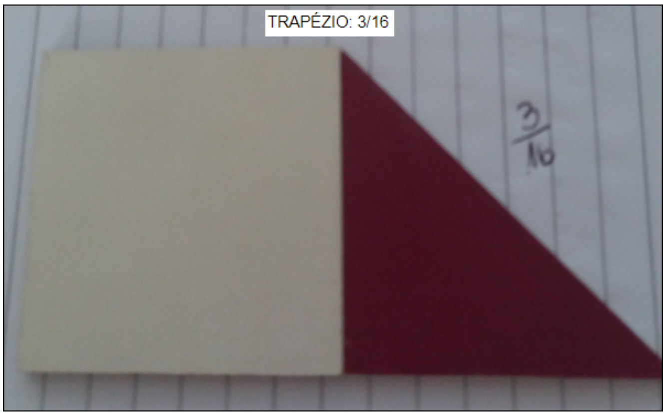


Figura 6 – Respostas da acadêmica Serena para o exercício 2

(continuação)

Figura 6 – Respostas da acadêmica Serena para o exercício 2

(conclusão)

Fonte: Produção da acadêmica Serena (2022).

A acadêmica Serena conseguiu associar as figuras geométricas com as frações correspondentes. Ela demonstrou que para determinar uma fração a partir de uma figura geométrica era preciso relacionar a quantidade de peças retiradas, que formam a figura, identificando o numerador, e o número total de peças (16) identificando assim o denominador. Também, que era possível simplificar as frações, mostrando que duas frações podem corresponder a mesma figura (equivalência de frações).

A seguir (Figura 7) veremos as produções da acadêmica Participante 2 para o exercício 2.

Figura 7 – Respostas da acadêmica Participante 2 para o exercício 2

(continua)

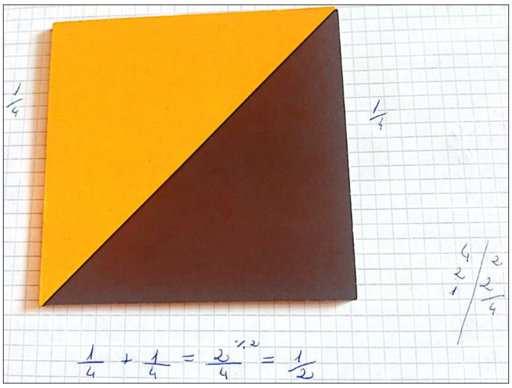


Figura 7 – Respostas da acadêmica Participante 2 para o exercício 2

(continuação)

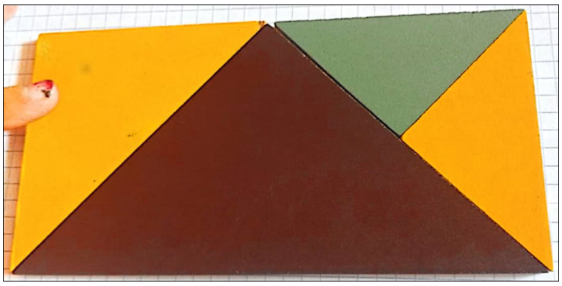
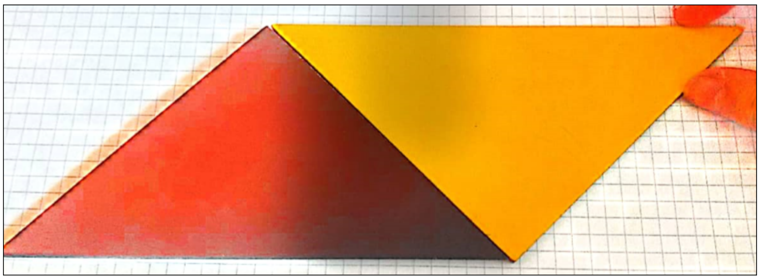


Figura 7 – Respostas da acadêmica Participante 2 para o exercício 2

(conclusão)



Fonte: Produção da acadêmica Participante 2 (2022).

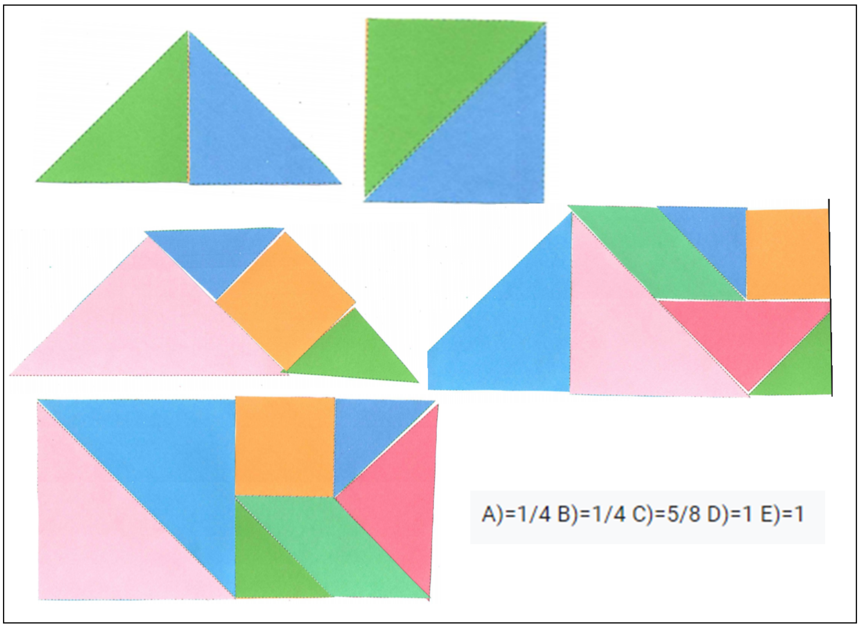
A acadêmica Participante 2 resolveu três das cinco questões do exercício.

Não se sabe os motivos pelos quais não conseguiu concluir a atividade, mas nota-se que ela desenvolveu corretamente a elaboração das figuras realizadas e que relacionou todas com uma única fração.

Nas figuras do quadrado e do paralelogramo, ela utilizou as mesmas peças, unindo os dois triângulos maiores do Tangram e respondeu corretamente que cada peça corresponde a 1/4 e que somando-as resulta na fração ½ (metade do Tangram). Na figura do retângulo, ela utilizou um triângulo médio e dois triângulos pequenos que somados representam a fração ¼ e um dos triângulos maiores como já utilizado anteriormente, que equivale a ¼. Somando-as temos a fração ½ novamente. Percebe-se que todas as figuras formadas têm um único resultado, pois ela compreendeu que os triângulos maiores correspondiam à fração ¼ e assim elaborou as figuras.

A seguir (Figura 8) veremos o desenvolvimento do acadêmico Barbosa para esse exercício.

Figura 8 – Respostas do acadêmico Barbosa para o exercício 2



Fonte: Produção do acadêmico Barbosa (2022).

O acadêmico Barbosa enviou as fotos das figuras geométricas conforme a ordem na Figura 8, começando da esquerda para a direita e de cima para baixo.

Ele enviou as respostas das frações identificando-as por letras, mas as questões solicitadas no exercício 2 estavam identificadas por números: 1) Triângulo 2) Quadrado 3) Trapézio 4) Retângulo 5) Paralelogramo.

A análise será feita levando em consideração a ordem das letras de 1 a 5.

No caso das figuras do triângulo e do quadrado foram utilizados dois triângulos pequenos, em que cada um conforme o exercício equivalem a 1/16, somando os dois resulta em 2/16 = ⅛. Logo a resposta está errada nas letras A e B, quando o acadêmico diz que as frações correspondem a ¼.

Na figura do primeiro trapézio foram utilizadas quatro peças (um triângulo maior, um quadrado e dois triângulos pequenos), por isso a resposta certa seria ½.

Já nas figuras do segundo trapézio e do retângulo, representam 1 inteiro pois são utilizadas todas as peças do Tangram, logo as respostas das letras D e E estão corretas, quando o acadêmico Barbosa diz que as frações correspondem a 1.

Para o exercício 3 foram elaboradas questões em forma de game para complementar essa primeira atividade do Tangram. Foi disponibilizado aos acadêmicos um *link* de acesso à plataforma *Wordwall* (Apêndice C), no qual era solicitado que relacionassem algumas figuras geométricas com as frações correspondentes.

Nesse exercício, para exemplificar, serão comentados somente os dados recebidos da acadêmica Serena.

A acadêmica Serena respondeu da seguinte forma (Figura 9):

Figura 9 – Respostas da acadêmica Serena para o exercício 3

1)2/16;2)8/16;3)6/16;4)6/16;5)1 iNTEIRO;6)6/1616;7=10/16 ou 1/4; 8)4/16 ;9)1/2 ;10)10/16

Fonte: Produção da acadêmica Serena (2022).

Nesse exercício era solicitado que os acadêmicos realizassem a associação de algumas figuras geométricas formadas com as peças do Tangram e as relacionassem com frações. Depois disso, no mesmo jogo era solicitado para eles resolverem as operações de adição e subtração com as frações encontradas. No jogo, organizei duas opções de respostas, uma com a fração de forma exata e outra simplificada.

Antes de iniciar o jogo havia uma mensagem no título para lembrá-los de que os triângulos pequenos correspondem a 1/16, pois sabendo que o denominador era sempre 16, bastaria que eles somassem a quantidade de triângulos pequenos que havia dentro de cada figura e assim poderiam descobrir o valor da fração.

A acadêmica Serena, na maioria das suas respostas, utilizou esse raciocínio, pois em somente duas questões ela respondeu que poderia ser uma fração na sua forma simplificada. Em se tratando de um jogo, há uma expectativa de que se deve responder rapidamente, mesmo que não haja marcação de contagem regressiva e que também não havia placar para comparação de pontos. Contudo a acadêmica compreendeu as questões propostas e realizou o exercício como esperado.

Nessa primeira análise foi possível perceber a importância do uso do material concreto Tangram Os acadêmicos responderam de formas diferentes, mas me chamou atenção a resolução do acadêmico Participante 3 ao associar o material concreto com as letras e assim associar valores a cada peça. Como diz Cavalcanti (2006) que é possível estabelecer relações entre o que já se conhece para que haja a construção de novos saberes.

Percebe-se que a maioria dos acadêmicos conseguiu relacionar as peças do material concreto com frações, visto que segundo Brum e Bisognin (2011) "[...] o aluno aprende quando consegue pôr em prática seus recursos cognitivos e seu envolvimento ativo [...]".

6.2 A aprendizagem de frações com a Régua Fracionária

A segunda atividade foi aplicada de maneira presencial numa sala da Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, para a mesma turma na qual foi aplicada a atividade com o Tangram. Porém, para eles seria a primeira aula presencial pós pandemia.

Eles relataram estarem felizes por esse dia e empolgados pela atividade diferenciada. Da mesma forma que a atividade anterior, foi entregue a eles um *kit* do material concreto Régua de Frações pela professora com antecedência e também o roteiro de atividades que foi disponibilizado aos acadêmicos por meio do aplicativo

Google Classroom. A professora, no dia da aula, levou mais 3 *kits* extras do material concreto caso algum aluno não conseguisse levar para a universidade.

Ela iniciou apresentando a pesquisadora para a turma. Estavam presentes quatro alunos e um via *Google Meet*, pois, por motivos de deslocamento não pôde participar presencialmente. Após, entreguei a eles as folhas que continham os exercícios propostos e depois o material concreto para uma aluna que não havia levado.

As questões para início da atividade foram os seguintes (Figura 10):

Figura 10 – A proposta da atividade com a Régua de Frações

1ª atividade: representando frações com réguas

1º PASSO – EXPLORANDO O MATERIAL

– Sobreponha as réguas pretas à vermelha.
– Quantas réguas pretas utilizaram?
– Repitam o procedimento com as demais réguas e observem quantas réguas cabem sobre a régua vermelha.

2º PASSO – DEFININDO A UNIDADE

* Vamos definir a régua vermelha como unidade.
* E todas as comparações a seguir serão feitas a partir dessa régua.

3º PASSO – NOMEANDO AS RÉGUAS

* Sobreponham uma régua preta à vermelha.
- Que pedaço da régua vermelha foi coberto pela preta? ______________________________

* Sobreponham uma régua verde escuro à vermelha.
- Que pedaço da régua vermelha foi coberto pelo verde escuro?________________________

4º PASSO – DEFININDO FRAÇÕES A PARTIR DAS RÉGUAS

* Pegar duas réguas que representam "quintos" e sobrepor à régua vermelha.
- Qual fração corresponde a parte coberta da régua vermelha?__________________________

* Pegar quatro réguas que representam "sextos" e sobrepor à régua vermelha.
- Qual fração dessa régua obtiveram? ____

5º PASSO – INTRODUZINDO A NOTAÇÃO FRACIONÁRIA

Agora que já conheceram os nomes das réguas, podemos construir a representação de fração:

* O termo ***numerador*** se refere à quantidade de réguas tomadas;
* O termo ***denominador*** se refere ao nome dado a tais réguas.

Fonte: Autora (2022).

Essa atividade (Apêndice D) tem como objetivo introduzir o conceito de frações com auxílio do material concreto Régua Fracionária e construir, por meio de observações sobre o material, o conceito de equivalência entre frações.

Foi pensado em resolver os exercícios juntamente com os alunos para explicá-los passo a passo, conforme descrito no roteiro.

O primeiro passo foi a exploração do material, em que solicitei para que colocassem sobre a régua vermelha (régua inteiro) todas as demais réguas, uma por vez, assim poderiam notar que todas possuíam o mesmo tamanho, mas eram divididas em partes diferentes. No segundo passo, definimos a régua vermelha como sendo a régua correspondente ao “inteiro” e que todas as comparações seriam a partir dela.

No terceiro passo, nomeamos as réguas e solicitei para que colocassem uma régua preta (régua meio) sobre a vermelha, assim nomeamos a régua preta como a régua meio, pois cobria metade da régua vermelha, depois solicitei que fizessem o mesmo com a régua verde-escura e a nomeamos como a régua terço.

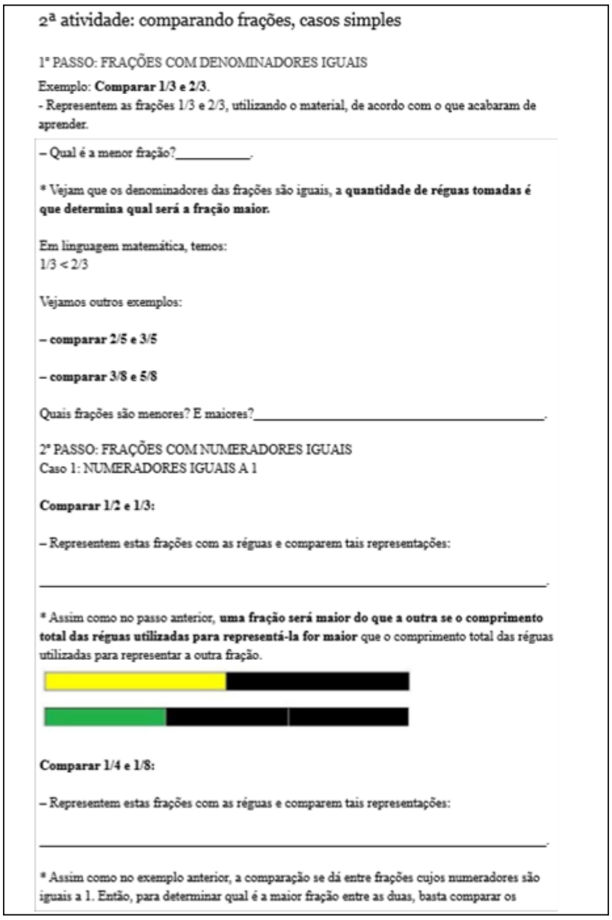
Expliquei que da mesma maneira as outras réguas são identificadas de acordo com a quantidade de divisões que possuem, como por exemplo: régua vermelha (inteiro), régua preta (meio), verde-escura (terço), marrom (quarto), azul (quinto), verde-clara (sexto), amarela (sétimo), roxa (oitavo), laranja (nono) e branca (décimo). As cores podem variar de acordo com o material concreto. Na aplicação dessa atividade somente uma aluna tinha um *kit* de réguas de frações com cores diferentes. Nesse caso expliquei que isso não teria problema mas que ela somente precisaria atentar-se em quantas partes cada régua estaria dividida.

No quarto passo começamos a associar as réguas com frações. Nesse exercício era solicitado retirar do *kit* 2 réguas que representam “quintos” e depois da mesma forma retirar 4 réguas que representam “sextos” e sobrepor uma de cada vez à régua vermelha. Após isso a pesquisadora questionou “Quais frações podem corresponder a parte que foi coberta da régua vermelha?” e todos os acadêmicos responderam corretamente que as frações seriam 2/4 e 4/6. Expliquei (5° passo) que a quantidade de réguas tomadas representa o numerador e o número total em que essa régua está dividida representa o denominador.

Os acadêmicos até este momento não relataram dúvidas e conseguiram compreender e responder rapidamente. Percebi que isso ocorreu porque se trata de um conteúdo básico do ensino fundamental, mas principalmente pelo uso do material concreto Régua de Frações, que nesse momento produziu significados para esses universitários, participantes da pesquisa. Eles comentaram que trabalhar com esse material foi uma novidade, visto que era a primeira vez que estavam estudando frações dessa forma. Observei no momento da aplicação que o mesmo poderia ser potencializador da aprendizagem, enquanto ferramenta para resgate de conhecimentos.

Entendida essa parte, começamos a atividade 2 (Figura 11) sobre comparação de frações, primeiro com denominadores iguais. Solicitei aos alunos que representassem as frações ⅓ e ⅔ utilizando o material e após questionei-os “Qual seria a menor fração?” todos visualizaram nas réguas e responderam corretamente a fração ⅓. Expliquei que se os denominadores são iguais, a quantidade de réguas tomadas é que determina qual fração será maior ou menor.

Figura 11 – Atividade 2 Régua de Frações



2ª atividade: comparando frações, casos simples

1º PASSO: FRAÇÕES COM DENOMINADORES IGUAIS

Exemplo: **Comparar 1/3 e 2/3.**
- Representem as frações 1/3 e 2/3, utilizando o material, de acordo com o que acabaram de aprender.

– Qual é a menor fração?___________.

* Vejam que os denominadores das frações são iguais, a **quantidade de réguas tomadas é que determina qual será a fração maior.**

Em linguagem matemática, temos:
1/3 < 2/3

Vejamos outros exemplos:

– comparar 2/5 e 3/5

– comparar 3/8 e 5/8

Quais frações são menores? E maiores?____.

2º PASSO: FRAÇÕES COM NUMERADORES IGUAIS
Caso 1: NUMERADORES IGUAIS A 1

Comparar 1/2 e 1/3:

– Representem estas frações com as réguas e comparem tais representações:

____.

* Assim como no passo anterior, **uma fração será maior do que a outra se o comprimento total das réguas utilizadas para representá-la for maior** que o comprimento total das réguas utilizadas para representar a outra fração.

Comparar 1/4 e 1/8:

– Representem estas frações com as réguas e comparem tais representações:

____.

* Assim como no exemplo anterior, a comparação se dá entre frações cujos numeradores são iguais a 1. Então, para determinar qual é a maior fração entre as duas, basta comparar os

Fonte: Autora (2022).

Depois realizamos mais dois exemplos comparando as frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{8}$. O próximo passo foi comparar frações com numeradores iguais a 1. Solicitei que comparassem as frações, utilizando o material, $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$.

Após isso, expliquei que vale esta regra $m < n \;\; vale \;\; 1/m > 1/n$ (Figura 12), ou seja, quando temos numeradores iguais a 1 quanto maior for o denominador menor será a fração, pois em mais vezes o inteiro foi dividido. Alguns acadêmicos relataram que não se lembravam mais dessa regra, mas que por meio do material concreto ficou fácil a visualização de cada fração e perceber a diferença.

Figura 12 – Continuação da atividade 2

comprimentos de uma régua quarto e de uma régua oitavo. Nesse caso,

1/8 < 1/4.

Comparar 1/7 e 1/10:

Conseguiram perceber alguma regra ou padrão?

Observe que sempre que os denominadores forem **m < n vale 1/m > 1/n**.

– Por que é válida a regra indicada acima?

Note que o denominador maior significa que o inteiro foi dividido em mais partes, logo cada parte resulta menor do que quando tomamos uma fração com denominador menor.

Conclusão:

– Como 2 < 3 e as frações 1/3 e 1/2 têm numerador igual a 1, pode-se concluir que 1/3 <1/2.

– Como 4 < 8 e as frações 1/8 e 1/4 têm numerador igual a 1, pode-se concluir que 1/8 < 1/4.

Mais exemplos (sem as réguas):
Comparar 1/5 e 1/9:

1° – Quais os numeradores? ______________________

2° – Quais são os denominadores? __________________

3° – Comparar os denominadores: __________________

4° – Conclusão: ____.

Comparar 1/6 e 1/10:

1° – Quais os numeradores? _____________________

2° – Quais são os denominadores? _________________

3° – Comparar os denominadores:__________________

4° – Conclusão:____.

Fonte: Autora (2022).

Conforme o roteiro, realizamos ainda mais algumas comparações utilizando as réguas, mas dessa vez com numeradores iguais e diferentes de 1 (Figura 13) e com a realização dos experimentos os alunos perceberam que a mesma regra vista anteriormente se assemelha nesse caso.

Figura 13 – Numeradores iguais

Caso 2: NUMERADORES IGUAIS

Comparar 2/3 e 2/7:

* Neste presente exemplo, para comparar as duas frações, temos que tomar duas réguas de cada e comparar os comprimentos totais. Isto é, deve-se comparar os comprimentos de duas réguas terços e de duas réguas sétimos:

Pela representação acima, é possível perceber que:

2/7 < 2/3

Comparar 5/6 e 5/7:

____.

Comparar 4/5 e 4/8:

____.

– Conseguem perceber uma regra?

Notem que mesmo que os numeradores não sejam 1, se eles forem iguais, a fração com menor denominador será maior do que aquela com denominador maior.

3º PASSO: FRAÇÕES COM NUMERADORES E DENOMINADORES DISTINTOS
Exemplo: **Comparar 2/3 e 4/5**

* Observem que as frações 2/3 e 4/5 não possuem numeradores ou denominadores iguais.

* Então, não é possível compará-las apenas contando a quantidade de réguas utilizadas para representar cada uma delas (como no caso das frações com denominadores iguais), nem comparar os denominadores a fim de concluir que a fração com menor denominador é a maior dentre as duas (no caso dos numeradores serem iguais).

– Representem, a partir das réguas, as frações dadas e, em seguida, comparem tais

Fonte: Autora (2022).

Conforme íamos avançando na atividade, os alunos respondiam as questões na folha de atividades. Como o tempo do encontro estava terminando, realizamos até a parte de comparação de frações com numeradores iguais. Por isso solicitei aos alunos que continuassem a resolver os exercícios em casa e que durante a semana enviassem fotos das respostas pelo *Google Classroom*.

Alguns alunos me relataram ao final da aula que o material concreto Régua de Frações facilitou o entendimento das atividades, pois puderam visualizar e compreender o conteúdo, ajudando a resgatar os seus conhecimentos sobre frações.

A seguir serão comentadas as produções dos acadêmicos na realização dessa atividade com a Régua de Frações.

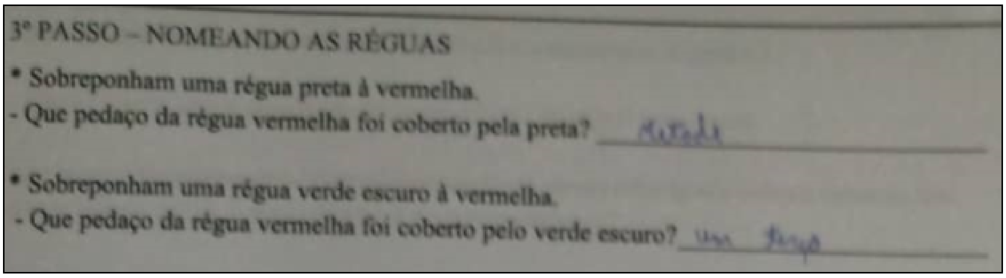
6.2.1 Análise das resoluções com o material Régua de Frações

Nessa atividade os seis acadêmicos que concordaram em participar desta pesquisa enviaram suas resoluções. Percebi que o fato da atividade ter ocorrido presencialmente pode ter impulsionado os estudantes a participar e enviar suas produções. Mas a acadêmica Participante 2 enviou suas resoluções somente até a 2ª atividade sobre comparações de frações. A acadêmica colaboradora foi a única que enviou fotos utilizando o material concreto para as atividades. Os demais enviaram fotos das respostas no roteiro. Todos enviaram suas respostas a partir do 3° passo, que fala sobre as nomeações das réguas, pois é a partir desse item que começam as indagações do exercício.

Nesse passo esperava-se que os acadêmicos identificassem o nome das réguas conforme as divisões que cada uma possui, atentando para a quantidade de réguas retiradas. Dois acadêmicos enviaram respostas semelhantes e quatro na forma de fração. Para exemplificar, serão comentadas as respostas de três acadêmicos que eu considerei mais completas e detalhadas para essa análise.

A seguir (Figura 14 e Figura 15) temos as produções de dois acadêmicos que responderam de forma semelhante.

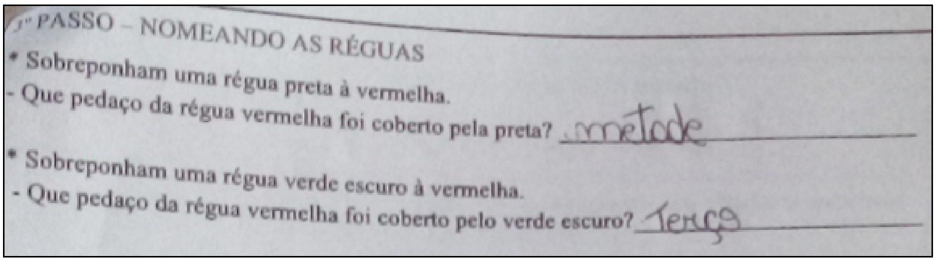
Figura 14 – Respostas do acadêmico Participante 3 para a Atividade 1 passo 3


3° PASSO – NOMEANDO AS RÉGUAS

- Sobreponham uma régua preta à vermelha.
- Que pedaço da régua vermelha foi coberto pela preta? ________
- Sobreponham uma régua verde escuro à vermelha.
- Que pedaço da régua vermelha foi coberto pelo verde escuro? ________

Fonte: Produção do acadêmico Participante 3 (2022).

Figura 15 – Respostas da acadêmica Participante 1 para a Atividade 1 passo 3


3º PASSO – NOMEANDO AS RÉGUAS

* Sobreponham uma régua preta à vermelha.
- Que pedaço da régua vermelha foi coberto pela preta? metade

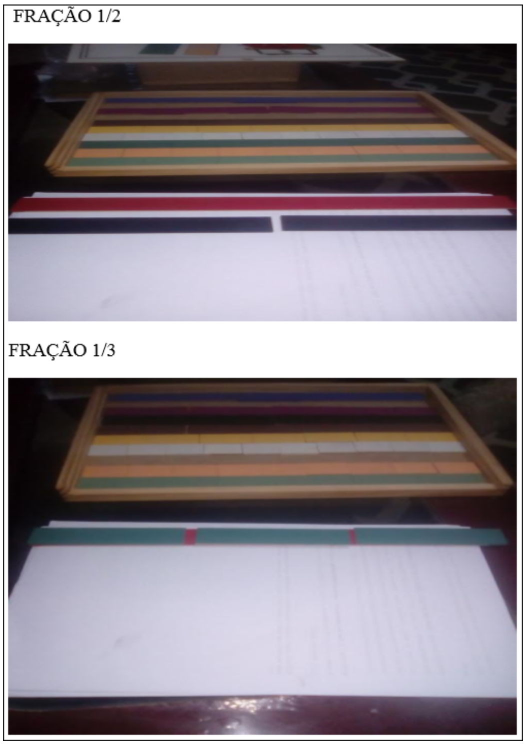
* Sobreponham uma régua verde escuro à vermelha.
- Que pedaço da régua vermelha foi coberto pelo verde escuro? Terço

Fonte: Produção da acadêmica Participante 1 (2022).

Os acadêmicos Participante 3 e Participante 1 nomearam as réguas meio e régua terço de forma correta. Cabe ressaltar que quando a Participante 1 diz que uma parte da régua terço corresponde a “terço” está se referindo ao todo da régua terço e não somente uma parte dela como pedido no exercício.

Outros 4 acadêmicos associaram esta questão diretamente a frações. Vejamos a seguir a resolução da acadêmica colaboradora.

Figura 16 – Respostas da acadêmica colaboradora para a Atividade 1 passo 3



Fonte: Produção da acadêmica colaboradora (2022).

A acadêmica colaboradora ao manusear as réguas percebeu que a régua meio representava ½ e a régua terço à ⅓ , não retirando as réguas conforme a quantidade pedida no exercício, mas associou corretamente as frações.

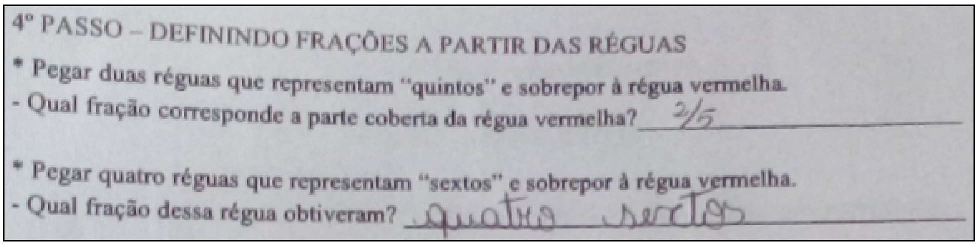
Lembro-me que essa universitária não pôde participar no dia em que a aula ocorreu presencialmente. Talvez por isso ela tenha se confundido um pouco na resolução das questões.

Vejamos agora o 4° passo, que fala sobre definir frações a partir das réguas.

Nesse exercício, quatro acadêmicos responderam de forma numérica e outros dois na forma escrita. Serão comentadas somente 3 resoluções para exemplificar.

Abaixo seguem as respostas dos acadêmicos Participante 1, Participante 3 e colaboradora (Figura 17, Figura 18 e Figura 19 respectivamente).

Figura 17 – Respostas da acadêmica Participante 1 para a Atividade 1 passo 4

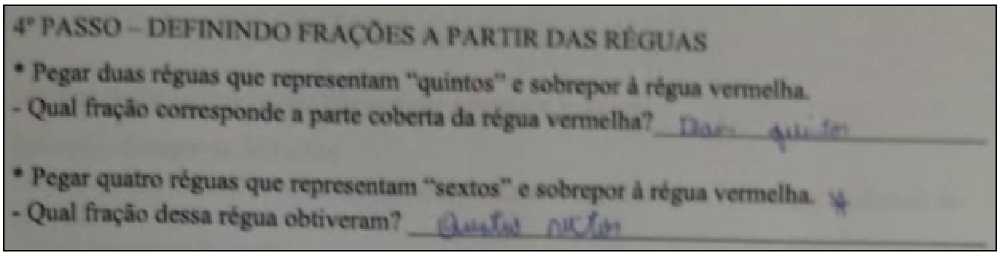

4° PASSO – DEFININDO FRAÇÕES A PARTIR DAS RÉGUAS

* Pegar duas réguas que representam "quintos" e sobrepor à régua vermelha.
- Qual fração corresponde a parte coberta da régua vermelha? 2/5

* Pegar quatro réguas que representam "sextos" e sobrepor à régua vermelha.
- Qual fração dessa régua obtiveram? quatro sextos

Fonte: Produção da acadêmica Participante 1 (2022).

Figura 18 – Respostas do acadêmico Participante 3 para a Atividade 1 passo 4


4° PASSO – DEFININDO FRAÇÕES A PARTIR DAS RÉGUAS

* Pegar duas réguas que representam "quintos" e sobrepor à régua vermelha.
- Qual fração corresponde a parte coberta da régua vermelha? Dois quintos

* Pegar quatro réguas que representam "sextos" e sobrepor à régua vermelha. 4
- Qual fração dessa régua obtiveram? Quatro sextos

Fonte: Produção do acadêmico Participante 3 (2022).

Figura 19 – Respostas da acadêmica colaboradora para a Atividade 1 passo 4

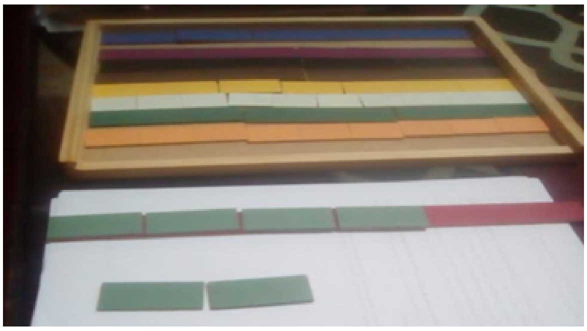
4º PASSO – DEFININDO FRAÇÕES A PARTIR DAS RÉGUAS

* Pegar duas réguas que representam "quintos" e sobrepor à régua vermelha.

- Qual fração corresponde a parte coberta da régua vermelha? **2/5**

* Pegar quatro réguas que representam "sextos" e sobrepor à régua vermelha.

- Qual fração dessa régua obtiveram? **4/6**



Fonte: Produção da acadêmica colaboradora (2022).

Nesse 4° passo era solicitado que os acadêmicos relacionassem a quantidade de réguas tomadas com a quantidade total em que as réguas foram divididas, percebendo a relação do material concreto com a representação das frações. Todos os acadêmicos compreenderam essa proposta realizando perfeitamente essa relação por meio do contato manual e visual do material.

O 5° passo serviu para estabelecer de forma numérica as frações. Agora, nesse passo, os acadêmicos puderam associar o número de réguas tomadas como sendo numerador e o número total das divisões das réguas (ou o nome dado a essa régua, por exemplo, a régua "terço" possui o denominador igual a 3) como sendo o denominador.

Nesse exercício todos os acadêmicos compreenderam essa relação. Porém, será comentada a resposta da acadêmica colaboradora, pois foi enviada por meio de imagens que servem perfeitamente para exemplificar as demais recebidas.

Figura 20 – Respostas da acadêmica colaboradora para a Atividade 1 passo 5

Fonte: Produção da acadêmica colaboradora (2022).

A acadêmica colaboradora colocou primeiramente 3 réguas marrons sobre a régua vermelha, percebendo que ao tomar 3 réguas de um total de 4, as réguas tomadas representam o numerador e o número total que o inteiro foi dividido representa o denominador. Da mesma forma, ela relacionou sete réguas laranja com a fração 7/9 (Figura 20).

A 2ª atividade se tratava da comparação de frações com denominadores iguais (Passo 1). Neste passo, era necessário perceber a diferença entre os comprimentos das réguas e então determinar quais frações eram maiores e quais eram menores. Para essa atividade os 6 acadêmicos conseguiram realizar conforme o esperado. Serão comentadas as produções da acadêmica colaboradora (Figura 21) e acadêmica Participante 1 (Figura 22) pois suas resoluções são semelhantes com a dos demais colegas.

Figura 21 – Respostas da acadêmica colaboradora para a Atividade 2 passo 1

(continua)

Figura 21 – Respostas da acadêmica colaboradora para a Atividade 2 passo 1

(continuação)

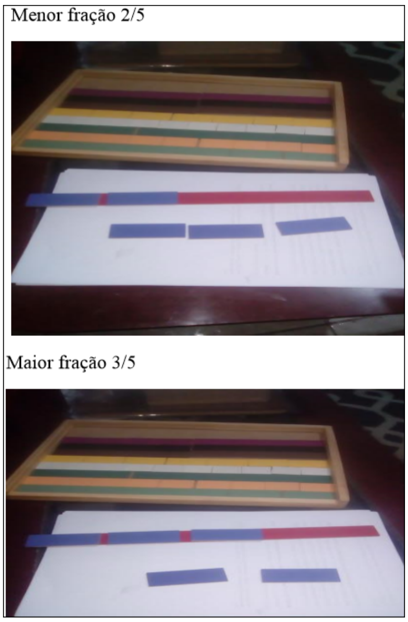


Figura 21 – Respostas da acadêmica colaboradora para a Atividade 2 passo 1

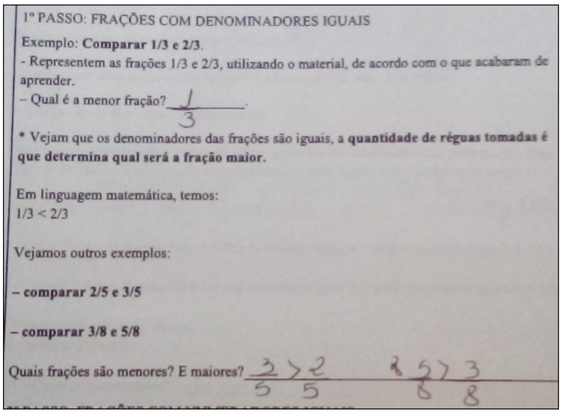
(conclusão)

Fonte: Produção da acadêmica colaboradora (2022).

A acadêmica colaboradora ao comparar as frações ⅓ e ⅔, representou a fração ⅓ sobrepondo todas as réguas “terço” sobre a régua inteiro, representando 1 inteiro e não a fração ⅓. Mas ao representar as demais frações pôs sobre a régua vermelha somente as réguas necessárias, relacionando-as corretamente.

A resolução da acadêmica colaboradora assemelha-se com a de outros dois acadêmicos em relação a não utilizar a linguagem matemática, os símbolos de maior (>) e menor (<), com uma linguagem mais direta, mas percebendo as frações por meio do material concreto.

Figura 22 – Respostas da acadêmica Participante 1 para a Atividade 2 passo 1



1° PASSO: FRAÇÕES COM DENOMINADORES IGUAIS

Exemplo: **Comparar 1/3 e 2/3**.

- Representem as frações 1/3 e 2/3, utilizando o material, de acordo com o que acabaram de aprender.

– Qual é a menor fração? $\frac{1}{3}$.

* Vejam que os denominadores das frações são iguais, a **quantidade de réguas tomadas é que determina qual será a fração maior.**

Em linguagem matemática, temos:
1/3 < 2/3

Vejamos outros exemplos:

– comparar 2/5 e 3/5

– comparar 3/8 e 5/8

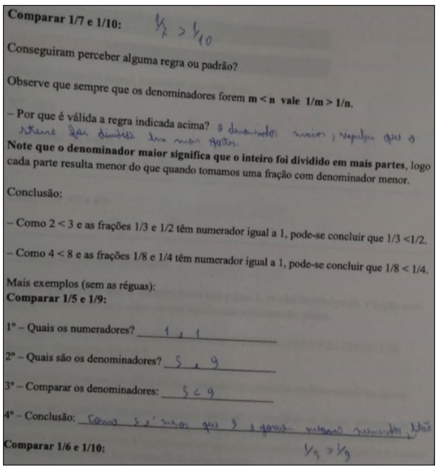
Quais frações são menores? E maiores? $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$ $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$

Fonte: Produção da acadêmica Participante 1 (2022).

A resolução da Participante 1 assemelha-se com a de outros dois acadêmicos por utilizar uma linguagem matemática mediante o uso dos símbolos de maior (>) e menor (<) seguindo o exemplo dado no roteiro de atividades. Ela conseguiu associar ambas as frações percebendo quais eram menores e maiores corretamente com o auxílio do material concreto.

No 2° Passo sobre frações com numeradores iguais, cinco acadêmicos demonstraram compreender e comparar quais eram as frações maiores e quais eram menores. Vejamos abaixo as resoluções dos acadêmicos Participante 3 (Figura 23), Participante 1 (Figura 24) e Participante 2 (Figura 25).

Figura 23 – Respostas do acadêmico Participante 3 para a Atividade 2 passo 2



Comparar 1/7 e 1/10: $\frac{1}{7} > \frac{1}{10}$

Conseguiram perceber alguma regra ou padrão?

Observe que sempre que os denominadores forem **m < n vale 1/m > 1/n.**

– Por que é válida a regra indicada acima? o denominador maior, significa que o inteiro foi dividido em mais partes.

Note que o denominador maior significa que o inteiro foi dividido em mais partes, logo cada parte resulta menor do que quando tomamos uma fração com denominador menor.

Conclusão:

– Como 2 < 3 e as frações 1/3 e 1/2 têm numerador igual a 1, pode-se concluir que 1/3 <1/2.

– Como 4 < 8 e as frações 1/8 e 1/4 têm numerador igual a 1, pode-se concluir que 1/8 < 1/4.

Mais exemplos (sem as réguas):
Comparar 1/5 e 1/9:

1° – Quais os numeradores? 1, 1

2° – Quais são os denominadores? 5, 9

3° – Comparar os denominadores: 5 < 9

4° – Conclusão: [illegible]

Comparar 1/6 e 1/10: [illegible]

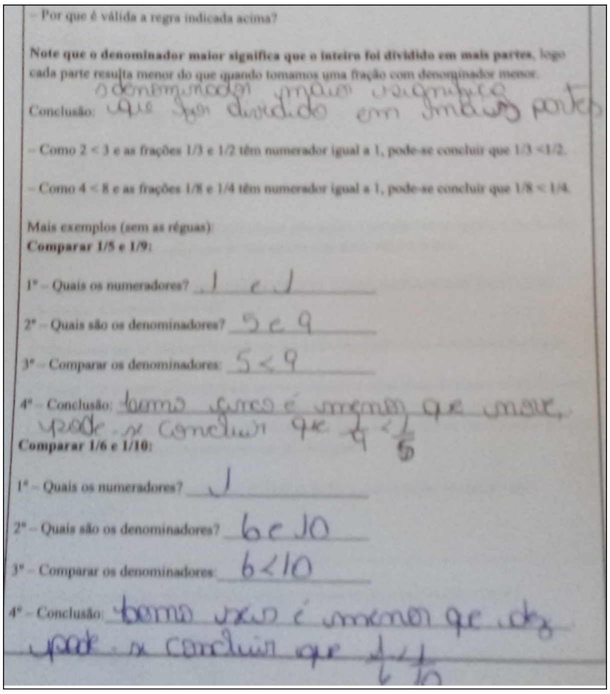
Fonte: Produção do acadêmico Participante 3 (2022).

Nesse exercício, era solicitado primeiramente que os acadêmicos realizassem a comparação das frações com numeradores iguais, notando a diferença por meio do comprimento das réguas.

O Participante 3 realizou as comparações corretamente e após, quando questionado sobre a percepção de uma regra, detalhou dizendo: “O denominador maior, significa que o inteiro foi dividido em mais partes.” Logo, nas questões (Figura 23) em que foi solicitado resolver sem o uso das réguas comparando as frações $1/5$ e $1/9$, ele concluiu que “Como 5 é menor que 9 e possuem o mesmo numerador, então $1/5 > 1/9$.”

As acadêmicas Participante 1 e Participante 2 também chegaram à conclusão de que quando os denominadores são maiores, significa que determinada fração está sendo dividida mais vezes, portanto ela será menor, como segue abaixo (Figura 24 e Figura 25).

Figura 24 – Respostas da acadêmica Participante 1 para a Atividade 2 passo 2


– Por que é válida a regra indicada acima?

Note que o denominador maior significa que o inteiro foi dividido em mais partes, logo cada parte resulta menor do que quando tomamos uma fração com denominador menor.

Conclusão: o denominador maior significa que foi dividido em mais partes

– Como 2 < 3 e as frações 1/3 e 1/2 têm numerador igual a 1, pode-se concluir que 1/3 <1/2.

– Como 4 < 8 e as frações 1/8 e 1/4 têm numerador igual a 1, pode-se concluir que 1/8 < 1/4.

Mais exemplos (sem as réguas):
Comparar 1/5 e 1/9:

1º – Quais os numeradores? 1 e 1

2º – Quais são os denominadores? 5 e 9

3º – Comparar os denominadores: 5 < 9

4º – Conclusão: Como cinco é menor que nove, pode se concluir que $\frac{1}{9} < \frac{1}{5}$

Comparar 1/6 e 1/10:

1º – Quais os numeradores? 1

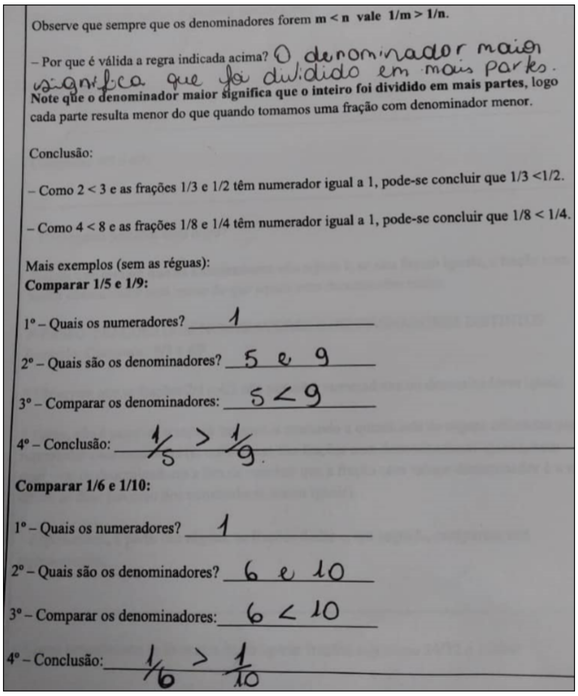
2º – Quais são os denominadores? 6 e 10

3º – Comparar os denominadores: 6<10

4º – Conclusão: Como seis é menor que dez pode se concluir que $\frac{1}{6} < \frac{1}{10}$

Fonte: Produção da acadêmica Participante 1 (2022).

Figura 25 – Respostas da acadêmica Participante 2 para a Atividade 2 passo 2



Observe que sempre que os denominadores forem **m < n vale 1/m > 1/n.**

– Por que é válida a regra indicada acima? O denominador maior significa que foi dividido em mais partes.

Note que o denominador maior significa que o inteiro foi dividido em mais partes, logo cada parte resulta menor do que quando tomamos uma fração com denominador menor.

Conclusão:

– Como 2 < 3 e as frações 1/3 e 1/2 têm numerador igual a 1, pode-se concluir que 1/3 <1/2.

– Como 4 < 8 e as frações 1/8 e 1/4 têm numerador igual a 1, pode-se concluir que 1/8 < 1/4.

Mais exemplos (sem as réguas):

Comparar 1/5 e 1/9:

1° – Quais os numeradores? 1

2° – Quais são os denominadores? 5 e 9

3° – Comparar os denominadores: 5 < 9

4° – Conclusão: $\frac{1}{5} > \frac{1}{9}$.

Comparar 1/6 e 1/10:

1° – Quais os numeradores? 1

2° – Quais são os denominadores? 6 e 10

3° – Comparar os denominadores: 6 < 10

4° – Conclusão: $\frac{1}{6} > \frac{1}{10}$

Fonte: Produção da acadêmica Participante 2 (2022).

O 3° passo sobre frações com numeradores e denominadores distintos foi solicitado para que eles, por meio das réguas, realizassem a comparação das frações ⅔ e ⅘ a fim de um exemplo. Pois não é possível identificarmos essas frações como sendo maiores ou menores somente atentando-se para o número maior do numerador (denominadores iguais) ou comparando os denominadores para perceber que o maior denominador seria a menor fração (numeradores iguais), como eles aprenderam anteriormente. Diante disso, só poderiam resolver com o uso das réguas ou pela divisão dos termos.

Nesse passo, somente dois acadêmicos realizaram as comparações e de maneira correta. Penso que os demais não tenham respondido pois a explicação dada acima estava no roteiro e como já haviam realizado outros exercícios parecidos, não opinaram. Após isso, foi solicitado um exercício para comparar as frações 24/32 e 18/36, abrangendo a mesma situação de numeradores e denominadores distintos.

Dando continuidade, foi proposto a eles continuarem suas resoluções a partir da 3ª atividade sobre equivalência de frações, na qual puderam realizar as simplificações, perceber as equivalências e após retornar resolvendo o exercício.

Será comentado somente o primeiro exercício proposto para essa atividade, pois as respostas para os demais exercícios foram análogas.

As respostas recebidas para essa atividade foram de cinco acadêmicos: Barbosa e Serena responderam exatamente conforme solicitado no exercício, os acadêmicos Participantes 1 e Participante 3 se aproximaram das respostas esperadas e a acadêmica colaboradora não conseguiu compreender a atividade proposta.

Para demonstrar as resoluções, serão comentados os dados dos acadêmicos Serena, Participante 1 e Participante 3.

Figura 26 – Respostas da acadêmica Serena para a Atividade 3

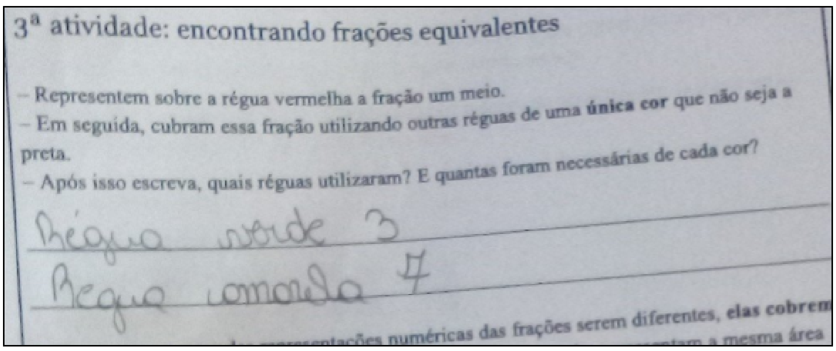
______2 reguas quartos, ou 3 reguas sextos, ou 4 reguas oitavos, ou 5 reguas decimos.

Fonte: Produção da acadêmica Serena (2022).

Pude perceber que a acadêmica Serena, utilizando uma régua meio, que representa a fração ½, encontrou as demais frações possíveis equivalentes por meio do material concreto.

Abaixo seguem as resoluções dos acadêmicos Participante 1 e Participante 3.

Figura 27 – Respostas da acadêmica Participante 1 para a Atividade 3

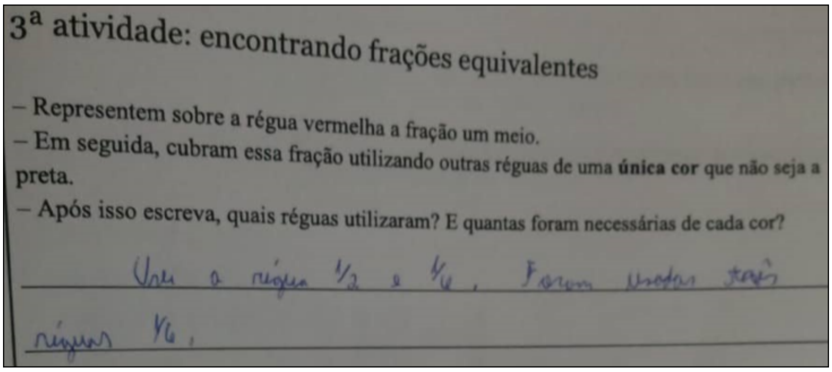

3ª atividade: encontrando frações equivalentes

– Representem sobre a régua vermelha a fração um meio.
– Em seguida, cubram essa fração utilizando outras réguas de uma **única cor** que não seja a preta.
– Após isso escreva, quais réguas utilizaram? E quantas foram necessárias de cada cor?

Régua verde 3
Regua amarela 4

Fonte: Produção da acadêmica Participante 1 (2022).

Figura 28 – Respostas do acadêmico Participante 3 para a Atividade 3


3ª atividade: encontrando frações equivalentes

– Representem sobre a régua vermelha a fração um meio.
– Em seguida, cubram essa fração utilizando outras réguas de uma **única cor** que não seja a preta.
– Após isso escreva, quais réguas utilizaram? E quantas foram necessárias de cada cor?

Usei a régua 1/2 e 1/6. Foram usadas três réguas 1/6.

Fonte: Produção do acadêmico Participante 3 (2022).

A acadêmica Participante 1 descreveu utilizar 3 réguas verdes como equivalente da fração ½. Como dito na seção 6.2 as cores das réguas podem ser diferentes conforme o material utilizado. Lembro-me que no dia da aula presencial, essa acadêmica possuía cores diferentes em seu material. Pensando nas possibilidades para essa resposta, a única régua que se relaciona ao número 3 é a régua três sextos, pois é equivalente à régua um meio.

Já na segunda resposta, quando ela descreve a utilização de 7 réguas amarelas, o número 7 não está dentre as equivalências possíveis, pois multiplicando ½ por 7 percebemos que a fração 7/14 não se encontra em meio as réguas do material concreto as quais totalizam 10 divisões.

O acadêmico Participante 3 descreve que utilizou as réguas meios e sextos identificando-as com as frações ½ e ⅙ respectivamente. Porém relaciona a equivalência existente entre elas corretamente quando diz que utilizou 3 réguas da régua ⅙ , ou seja, entende-se que compreendeu a equivalência entre 3/6 e ½.

Para a atividade 4 sobre simplificação de frações, foram recebidas 5 respostas das quais destaco as resoluções dos acadêmicos Serena, Participante 1 e Participante 3 que considerei mais completas e específicas para essa análise.

Figura 29 – Respostas da acadêmica Serena para a Atividade 4

– Com isso, estamos buscando ***simplificar a fração*** 24/32:

– De maneira análoga, simplifiquem também a fração 18/36.

* Observe que a fração 24/32 é equivalente à fração ____3/4____ e a fração 18/36 é equivalente à fração ___1/2_____.
Agora que já obtemos as simplificações, representem com as réguas estas frações. E diga qual destas duas frações é a maior? E a menor?

– Como poderíamos ter resolvido sem usar as réguas?

______Através de simplificações de frações…

Vejamos mais exemplos:

– comparar as frações 6/15 e 4/16 6/5 > 1/4

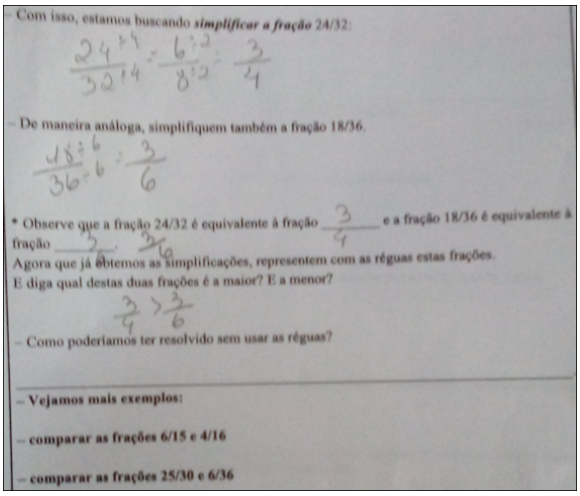
– comparar as frações 25/30 e 6/36 25/30 > 1/6

Fonte: Produção da acadêmica Serena (2022).

A acadêmica Serena encontrou as frações equivalentes de 24/32 e 18/36 por meio das simplificações, mas sem compará-las, por isso quando questionada sobre como comparar tais frações, descreve a maneira como encontrou as equivalências. Nos exemplos finais realiza a simplificação somente das frações 4/16 e 6/36. Observando o modo como ela comparou as frações 25/30 e ⅙, entendo que ela possa ter errado ao digitar, pois ao invés de 6/15 > ¼ tenha digitado 6/5 > ¼.

A seguir (Figura 30) as resoluções da acadêmica Participante 1.

Figura 30 – Respostas da acadêmica Participante 1 para a Atividade 4


– Com isso, estamos buscando *simplificar a fração* 24/32:

$\frac{24^{\div 4}}{32^{\div 4}} = \frac{6^{\div 2}}{8^{\div 2}} = \frac{3}{4}$

– De maneira análoga, simplifiquem também a fração 18/36.

$\frac{18^{\div 6}}{36^{\div 6}} = \frac{3}{6}$

• Observe que a fração 24/32 é equivalente à fração $\frac{3}{4}$ e a fração 18/36 é equivalente à fração $\frac{3}{6}$.
Agora que já obtemos as simplificações, representem com as réguas estas frações.
E diga qual destas duas frações é a maior? E a menor?

$\frac{3}{4} > \frac{3}{6}$

– Como poderíamos ter resolvido sem usar as réguas?

– **Vejamos mais exemplos:**

– **comparar as frações 6/15 e 4/16**

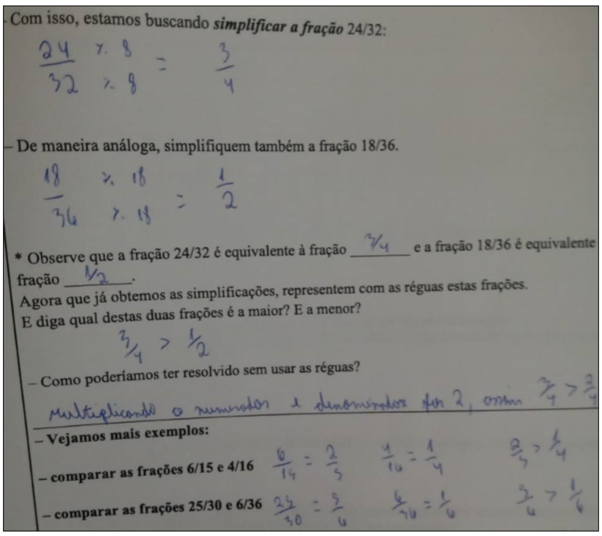
– **comparar as frações 25/30 e 6/36**

Fonte: Produção da acadêmica Participante 1 (2022).

A acadêmica Participante 1 resolveu detalhadamente as simplificações de maneira correta, realizando as respectivas equivalências, porém ela ao simplificar 18/36 não simplificou até o último fator comum, mas ao comparar a fração ¾ e 3/6, por possuírem os mesmos numeradores fica mais fácil associar com o conteúdo visto, visualizando que ¾ > 3/6.

Por fim, as resoluções (Figura 31) do acadêmico Participante 3 para esta atividade.

Figura 31 – Respostas do acadêmico Participante 3 para a Atividade 4


Com isso, estamos buscando *simplificar a fração* 24/32:

$\frac{24}{32} \begin{matrix} \div 8 \\ \div 8 \end{matrix} = \frac{3}{4}$

– De maneira análoga, simplifiquem também a fração 18/36.

$\frac{18}{36} \begin{matrix} \div 18 \\ \div 18 \end{matrix} = \frac{1}{2}$

• Observe que a fração 24/32 é equivalente à fração $3/4$ e a fração 18/36 é equivalente fração $1/2$.
Agora que já obtemos as simplificações, representem com as réguas estas frações.
E diga qual destas duas frações é a maior? E a menor?

$3/4 > 1/2$

– Como poderíamos ter resolvido sem usar as réguas?

Multiplicando o numerador e denominador por 2, assim $\frac{3}{4} > \frac{2}{4}$

– **Vejamos mais exemplos:**

– **comparar as frações 6/15 e 4/16** $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ $\frac{2}{5} > \frac{1}{4}$

– **comparar as frações 25/30 e 6/36** $\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$ $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ $\frac{5}{6} > \frac{1}{6}$

Fonte: Produção do acadêmico Participante 3 (2022).

O acadêmico Participante 3 assim como a acadêmica Participante 1 detalhou as simplificações de maneira correta até o último fator comum, relacionando as respectivas simplificações encontradas com as frações equivalentes e determinou que ¾ > ½ . Ao ser questionado se haveria outra forma de resolver as comparações sem utilizar as réguas, ele explicou que "Multiplicando o numerador e denominador por 2, assim ¾ > 2/4". Ele relembrou o conceito apresentado no roteiro que é possível compará-las de outra forma se conseguirmos obter frações com denominadores iguais. Nos exemplos finais o acadêmico desenvolve as frações e suas respectivas frações equivalentes e após realiza as comparações corretas dessas.

Nessa segunda análise foi perceptível para a pesquisadora que os acadêmicos, por intermédio do material concreto Régua de Frações, puderam manusear e visualizar as frações de maneira a notar quantidades e equivalências, proporcionando "[...] subsídios para o estudante construir seu próprio conhecimento" (SILVA et al, 2018, p. 4).

Além de o material concreto ter sido utilizado como meio facilitador para a aprendizagem, também consideramos o fato da aula ter ocorrido de maneira presencial, por meio do Laboratório e que esse espaço, como diz Lorenzato, possibilita "[...] facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender" (LORENZATO, 2006, p. 8).

6.3 A aplicação da atividade envolvendo a Régua de Frações em uma Escola Municipal

A pesquisa deste trabalho ampliou-se, visto uma oportunidade em decorrência da participação da pesquisadora no Projeto de Extensão intitulado Resgate do Aprender. Por intermédio deste, foi possível observar a aplicação da mesma atividade investigada anteriormente, com a utilização do material concreto Régua de Frações, em uma aula proposta por duas colaboradoras desse projeto: uma em formação inicial, e também participante das atividades anteriores na turma de Laboratório para o Ensino Fundamental, e outra professora egressa. Ambas são participantes do projeto na Escola Municipal de Ensino Fundamental Cívico-Militar São Pedro para alunos de 6° e 9° anos.

As observações ocorreram no dia 13 de julho de 2022, com a turma de 6° ano, com 3 alunos presentes.

A professora Participante 4 iniciou se apresentando aos alunos e após, apresentando a professora colaboradora e a pesquisadora. Em seguida, as professoras entregaram aos alunos as folhas contendo as atividades e dispuseram para eles o material concreto Régua de Frações. Os estudantes começaram a realizar as atividades com auxílio delas. A professora Participante 4 acompanhou dois alunos e a professora colaboradora acompanhou uma.

Em certo momento, a professora Participante 4 questiona-os: “Qual fração é a menor 1⁄2 ou 1⁄3 ?" Uma das alunas respondeu 1/3. Nesse momento, a pesquisadora percebe que a aluna responde corretamente pois compara por meio do material concreto o tamanho das réguas respectivas a ½ e ⅓ e percebe que uma régua terço é menor que uma régua meio. A maior dúvida observada dos alunos é sobre as frações maiores e menores. Quando as frações possuem numeradores iguais e denominadores diferentes, quando um denominador é maior que outro, eles dizem que aquela fração é maior.

As professoras corrigem explicando que quanto maior o número no denominador, mais vezes o inteiro foi dividido. Os alunos conseguem perceber a maneira correta ao olhar para as frações por meio do material concreto. Comparando ambas, eles concluem: “o quadrinho maior” é a maior fração.

A professora Participante 4 conclui dizendo: “Quanto maior é o denominador menor é a fração”. Após esse momento, às 16h deu início a aula para os alunos do 9° ano, com uma aluna presente.

A professora Participante 4 a questiona se ela se lembra de qual fração representa um meio? Ela se lembra de forma numérica respondendo ½. Mas, a professora ao pedir que ela mostrasse nas réguas, não conseguiu relacionar o número às peças.

Após isso, a professora mostra a régua meio, e pede que ela encontre outras réguas que cubram a régua meio. A aluna diz que a fração 2/4 é ½ pela fração ser igual a régua meio e a professora diz que ela é 2 partes de quatro, por isso são equivalentes. Depois, a aluna associa a fração 4/6 retirando 4 peças da régua quartos, mas a professora diz que 4/4 é igual a 1 inteiro e demonstra colocando toda a régua “quartos” sobre a inteiro. Após isso ela explica que para ser 4/6 ela precisa retirar 4 peças de 6. Em seguida, a aluna escolhe as peças corretamente. A professora ainda utiliza o erro anterior colocando todas as peças 6 de 6 sobre o inteiro dizendo que isso significa 1 inteiro.

No decorrer da atividade a aluna percebeu as equivalências entre as frações por meio das réguas. A estudante, no momento de entender sobre simplificação, escreve somente um número 2 para simplificar. Nesse momento a professora Participante 4 intervém explicando que é necessário realizar a simplificação “em cima e em baixo” da fração. A professora também explica que só podemos realizar a simplificação por números que sejam divisores do numerador e do denominador.

A pesquisadora pôde perceber que quando os alunos estudam sobre as frações por meio do material concreto (Figura 32) conseguem associar melhor os conceitos envolvendo o conteúdo de frações, notando as frações equivalentes, observando tamanhos e compreendendo regras. Quando os estudantes olham somente para os números que formam as frações, os mesmos associam logo à quantidade que aquele número separadamente representa como um número natural. Assim, quando os alunos se deparam com as frações é preciso ressignificar o que já conhecem sobre os números, pois a operação da divisão realizada transforma os números em um novo formato visualmente e em proporção.

Cabe ressaltar que essas observações confirmam o que o autor Barbosa *apud* Cavalcanti (2006) diz sobre os materiais concretos proporcionarem prática à teoria ensinada.

Pude notar que quando os alunos manusearam os materiais concretos houve uma familiarização com os conhecimentos matemáticos, conforme afirma Gervásio (2017). Por meio deles, foi possível construir uma ligação entre o concreto e o conteúdo de frações.

Abaixo (Figura 32) algumas imagens dos alunos trabalhando com a Régua de Frações.

Figura 32 – Alunos do Projeto trabalhando com a Régua de Frações

Fonte: Autora (2022).

7 ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS

Foram realizados dois questionários para os participantes desta pesquisa, a fim de que relatassem suas experiências e opiniões. O questionário realizado com a turma de Laboratório para o Ensino Fundamental (Apêndice C) obteve 8 respostas (uma acadêmica respondeu duas vezes) e o acadêmico Participante 5 respondeu somente esse questionário, sem entregar nenhuma das atividades propostas. Contendo 6 perguntas descritivas cujas respostas serão comentadas. Abaixo (Figura 32), temos as respostas à questão 1.

Figura 33 – Respostas dos acadêmicos para a 1ª Questão

1) Sobre a sua experiência nas atividades com o Tangram, você considera que este material lhe ajudou para que você compreendesse ou resgatasse seus conhecimentos sobre frações?

8 respostas

Sim, ajudou muito

Sim ajudou bastante no resgate dos conceitos de frações

sim bastante consegui relembrar até aprender melhor

Sim, muito.

Sim

Sim ,foi muito bom pode explora ao material concreto ,foi possível resgatar conhecimentos com o tempo acaba ficando esquecidos .

Sim, nunca tive tanta dificuldade em frações mas me ajudaram a relembrar o básico que já era automático

sim me ajudou a compreender

Fonte: Autora (2022).

Quando questionados, todos os acadêmicos disseram que o material concreto Tangram ajudou-os a compreender o conteúdo de frações e também resgatar esses conhecimentos. Duas acadêmicas detalharam, dizendo que o Tangram colaborou para relembrar esses conceitos.

As respostas para a questão 2 (Figura 33) podem ser vistas a seguir.

Figura 34 – Respostas dos acadêmicos para a 2ª Questão

2) Você encontrou dificuldades para montar duas ou mais peças do Tangram e relacioná-las com frações? Conte um pouco como foi esse momento da atividade, por gentileza.

8 respostas

Tive alguma dificuldade com a montagem, mas depois de montada a peça ficava fácil relacionar

No inicio ,fiquei um pouco perdida depois fui com prendendo os conceitos e a forma de utilizar o tangram

não achei super fácil consegui entender como fazer

Senti um pouco de dificuldade por questão de interpretação das peças.

Não encontrei dificuldades, a partir do momento que entendi a relação entre cada peça, ficou muito tranquilo para relacionar as formas geométricas montadas e suas respectivas frações.

Não encontrei dificuldade. Com a montagem das peças achei bem fácil ,depois que começa a explorar o material da para ver que juntando os triângulos pequenos montamos um quadrado pequeno ,e as junções das peças forma várias formas geométricas e até desenhos .

De certa forma as que ví foram bem simples e este trabalho é uma forma bem diferente de se trabalhar, eu mesmo nunca tinha visto na epoca de escola

não encontrei dificuldade pois com o tangram foi bem fácil de compreender as frações

Fonte: Autora (2022).

Quando questionados sobre as dificuldades encontradas ao relacionar as peças com frações, três acadêmicos relataram sentir dificuldades no início das atividades mas que ao manusearem as peças e conforme decorreu a atividade, conseguiram relacioná-las com as frações, como detalhou a acadêmica Serena “a partir do momento que entendi a relação entre cada peça, ficou muito tranquilo para relacionar as formas geométricas montadas e suas respectivas frações.”

Outros três acadêmicos disseram não encontrarem dificuldades como relatou o Participante 5 “não encontrei dificuldade pois com o tangram foi bem fácil de compreender as frações”. Esse acadêmico não entregou nenhuma das atividades, mas participou no dia da aula remota com o material Tangram e também esteve presencialmente na aula com a atividade envolvendo o material concreto Régua de Frações.

Figura 35 – Respostas dos acadêmicos para a 3ª Questão

3) No jogo online onde haviam figuras montadas com as peças do Tangram, primeiro deveríamos relacioná-las com as frações e após, resolver. Você conseguiu realizar os cálculos necessários? Se teve alguma dificuldade, relate por gentileza?

8 respostas

Sim consegui, tive certa dificuldade em marcar qual fração era a simplificada

Tive dificuldade no segunda parte da montagem das frações.

não tive dificuldade

Consegui resolver, porém no início fiquei com algumas dúvidas. Mas conforme orientações da professora e da colega consegui compreender.

A prática anterior com o tangram facilitou muito com esses cálculos no jogo, então para mim foi muito mais tranquilo.

sim consegui fazer ,mas tive dificuldades na formação da fração quando envolvia números maiores depois com o desenvolvimento da exploração do material concreto comecei a perceber como era a formação e o desenvolvimento dos exercícios.

Nenhuma

sim

Fonte: Autora (2022).

Para a questão 3 foi questionado aos acadêmicos se eles conseguiram realizar os cálculos necessários e caso tivessem encontrado dúvidas, relatar. Cinco acadêmicos relataram dificuldades. O acadêmico Participante 3 disse conseguir realizar os cálculos mas que teve “[...] certa dificuldade em marcar qual fração era a simplificada”. A acadêmica colaboradora respondeu: “Tive dificuldade no segunda parte da montagem das frações”. Cabe ressaltar que as atividades com o Tangram não foram entregues por ela e a acadêmica Participante 1 disse que “sim consegui fazer ,mas tive dificuldades na formação da fração quando envolvia números maiores depois com o desenvolvimento da exploração do material concreto comecei a perceber como era a formação e o desenvolvimento dos exercícios.”

Figura 36 – Respostas dos acadêmicos para a 4ª Questão

4) Ainda sobre o jogo online, você percebeu que haviam duas respostas certas? Como identificou isso? Qual era a diferença entre elas?

8 respostas

Sim percebi, uma sempre tinha o 16 no denominador, a outra um inteiro, ou o 2,4,8 no denominador

Numerador e o denominador são diferentes

sim por ser inteiro o valor total

Sim, com interpretação.

Sim, a diferença era basicamente onde uma das respostas se encontrava em sua versão fatorada da outra, mesmo equivalendo o mesmo valor.

Sim percebi que na formação da fração da soma e depois a subtração da fração com isso da o mesmo resultado .

Não havia percebido

sim pois e era o valor do inteiro

Fonte: Autora (2022).

Havia duas respostas certas em todas as questões do jogo *online*, uma de forma simplificada e outra com os numeradores representando a quantidade de triângulos menores implícitos na figura e o denominador 16. Seis acadêmicos comentaram perceber duas respostas certas mas não souberam explicar porque.

Figura 37 – Respostas dos acadêmicos para a 5ª Questão

5) Sobre a sua experiência com o material Régua de Frações, você já havia trabalhado com o mesmo durante sua trajetória escolar? Se não conhecia, conte por gentileza como foi manuseá-lo e utilizá-lo para entender certos conceitos sobre frações como por exemplo: relacionar frações a partir de um inteiro, equivalência de frações, frações com numeradores iguais?

8 respostas

Não eu nunca trabalhei com materiais concretos em minha trajetória escolar, nem conhecia
foi uma experiência muito interessante e ajuda muito mesmo , foi uma atividade muito boa pra mim resgatar os conhecimentos que estavam esquecidos.

Não conhecia e achei muito bom trabalhar com a régua aprendemos de uma forma diferente podendo testar ,as peças achei interessante para o desenvolvimento e raciocínio logico que faz com que o aluno busque achar o resultado através do manuseio

Não tinha trabalhado foi muito bom se tivesse trabalhando quando criança teria sido bem mais fácil de apreender ,foi bem tranquilo porque pude ver e tocar digamos assim entender as frações a partir de um inteiro

Não. Foi muito interessante para compreender melhor.

Foi a primeira vez que os usei. Acredito que foi uma experiência memorável e muito mais estimulante que o simples papel e caneta.

Não tinha trabalhado ainda .
Foi muito bom utilizar a régua ,poder trabalhar com os conceitos através de um inteiro o desenvolvimento fica claro na divisão da fração ,quando um numero e dividido em partes , o denominar e o numerador .

Na minha epoca não, usei uma amiga minha que não tinha muito conhecimento em matemática e ela adorou, então poso afirmae que funciona e é bem legal, para relacionar as de numeradores iguais, vemos assim, quanto menor o denominador maior ela será.

não tinha ainda trabalhado gostei muito porque fez com que consegui se entender e calcular e perceber

Fonte: Autora (2022).

Em relação à experiência que eles tiveram com o material concreto Régua de Frações, foi questionado se eles já haviam trabalhado com ele em suas trajetórias escolares e todos afirmaram que nunca tinham utilizado. A maioria também ressaltou a pertinência do uso desse material. A acadêmica colaboradora disse “Não tinha trabalhado foi muito bom se tivesse trabalhando quando criança teria sido bem mais fácil de aprender ,foi bem tranquilo porque pude ver e tocar digamos assim entender as frações a partir de um inteiro”.

Como relatado nesta pesquisa pelos autores Campos e Rodrigues (2007), o conteúdo de frações é interligado e necessita de uma continuidade para ser compreendido de forma eficaz. Percebe-se no relato da acadêmica colaboradora que o uso de materiais concretos é necessário e importante desde a base do conhecimento matemático, para assim, se apropriar melhor durante o processo de aprendizagem sobre frações.

A acadêmica Participante 1 relatou que “Na minha época não, usei uma amiga minha que não tinha muito conhecimento em matemática e ela adorou, então posso afirmar que funciona e é bem legal, para relacionar as de numeradores iguais, vemos assim, quanto menor o denominador maior ela será.”

E o acadêmico Participante 5 “não tinha ainda trabalhado gostei muito porque fez com que conseguisse entender e calcular e perceber”.

Figura 38 – Respostas dos acadêmicos para a 6ª Questão

6) Para concluirmos, você considera que o uso dos materiais concretos poderá colaborar no aprendizado de frações? Por quê? Você como futuro professor(a) têm interesse em utilizar algum desses materiais em suas aulas?

8 respostas

Sim ajuda muito. Porque ajuda a ver a diferença concretamente, entender o conceito de inteiro, metade, terço, etc... Sim pretendo utilizar se conseguir chegar a formação.

Sim , e muito bom para o aluno desenvolver senso investigativo e procurar saber o resultado através do manuseio das peças nesta dinâmica trabalha o raciocínio lógico para resolver problemas , é um auxilio muito bom desperta o interesse do aluno com peças coloridas e a forma da dinâmica trás a união e troca de saberes de uma forma mais leve .

sim e mais fácil aprender quando é olhado e você mesmo consegue manusear ,como futuro professor ter sim interesse em utilizar os matérias com meus alunos

Certamente ajudará, pelo modo de ensino.
Irei utilizar os materiais sim.

Sim, após utilizar esses materiais acredito que no futuro com certeza irei utilizar esse tipo de material para o ensino. Acredito que trabalhar com formas, estimulando a visão e tato, seja algo que falta para o desenvolvimento do estudante quanto a esta área do conhecimento, não somente para frações, mas também para todo tipo de conteúdo. A fase inicial de estudo na infância pode ser por isso, muito mais estimulante e menos metódica, o que além de facilitar o ensino, deixa o estudo mais divertido.

Concordo sim e muito bom para o raciocínio lógico faz com que o aluno busque investigar através do material o resultado fica mais claro com a exploração do material ,e uma forma diferente de aprendizado mudando do tradicional tem a possibilidade da troca do professor com os alunos entre eles.

Sim para ambas as respostas, tive testes funcionais com eles, e se um dia cair em educação infantil eu com certeza irei usar

SIM PORQUE AJUDA A COMPREENDER E QUANDO VOCÊ manipula fica mais fácil o aprendizado

Fonte: Autora (2022).

Na última pergunta, quando questionados se o uso de materiais concretos pode colaborar no aprendizado de frações e se utilizariam algum desses recursos em suas aulas, todos afirmaram que sim. A acadêmica Participante 1 relatou que após ter participado dessa atividade e conhecido o material Régua de Frações, utilizou com uma amiga e pôde perceber as suas potencialidades na aprendizagem.

A acadêmica Serena disse que “Sim, após utilizar esses materiais acredito que no futuro com certeza irei utilizar esse tipo de material para o ensino. Acredito que trabalhar com formas, estimulando a visão e tato, seja algo que falta para o desenvolvimento do estudante quanto a esta área do conhecimento, não somente para frações, mas também para todo tipo de conteúdo. A fase inicial de estudo na infância pode ser por isso, muito mais estimulante e menos metódica, o que além de facilitar o ensino, deixa o estudo mais divertido." Ela percebe a importância de aprender envolvendo todos os cinco sentidos do corpo humano, levando em consideração que os materiais concretos atingem esse objetivo facilitando na aprendizagem.

A seguir serão apresentados os dados do questionário aplicado às professoras que atuaram na Escola Municipal São Pedro. As duas professoras responderam ao questionário elaborado contendo 4 questões.

Vejamos abaixo como decorreram os relatos.

Figura 39 – Respostas das professoras para a 1ª Questão

1. Como foi a experiência com relação a aplicação da régua de frações no ensino e quais aspectos relacionados à aprendizagem você observou?

2 respostas

A utilização da régua foi muito boa na aplicação os alunos conseguirão visualizar a fração de foram que no quadro as vezes na~conseguem entender na parte de divisão as peças em pedacinhos e a formar a fração de uma forma diferente possibilitou manusear e dividir a fração de uma forma mais concreta e diferenciá-la através de outra fração .

Foi uma excelente atividade, eu nunca havia trabalhado com o material e achei uma forma bem prática de explicar frações. Uma atividade concreta para a percepção dos alunos.

Fonte: Autora (2022).

Quando questionadas sobre suas experiências com a Régua de Frações e quais aspectos relacionados a aprendizagem observaram, ambas concordaram dizendo que é uma ótima ferramenta para possibilitar que os alunos compreendam ao manusear os "pedacinhos" como relata a professora colaboradora: "é diferente quando os professores colocam as frações somente no quadro". Também a professora Participante 4 relatou que é uma forma bem prática de explicar frações e que nunca havia trabalhado com o material.

Figura 40 – Respostas das professoras para a 2ª Questão

2. Prezada professora, o que você observou com relação aos alunos no momento em que eles manusearam o material concreto e resolveram os exercícios? Conte-nos um pouco sobre essa experiência.

2 respostas

Como falei na pergunta anterior os alunos conseguem perceber a diferença de uma fração para outra com o manuseio da régua principalmente com a régua inteira e depois dividindo as fração.

Para o 9º ano achei que ficou bem fácil de interpretar as atividades e que tiveram mais facilidade para resolver. Já o 6º ano percebi que foi uma descoberta para alguns e outros tiveram facilidade, conforme iam avançando já iam resolvendo sem hesitar.

Fonte: Autora (2022).

Na questão 2 as professoras relataram o que perceberam quando os alunos manusearam o material concreto. A professora colaboradora disse que pelo manuseio das réguas os alunos conseguiram perceber as diferenças entre uma fração e outra, pelas divisões que possui o material comparando com a régua inteiro.

A professora Participante 4 relatou que conforme o decorrer da atividade os alunos conseguiram desenvolver e compreender as atividades.

Figura 41 – Respostas das professoras para a 3ª Questão

3. Quais foram as dúvidas dos alunos que surgiram durante a aplicação da atividade envolvendo a régua de frações?

2 respostas

As duvidas surgiram foi quando tinham numeradores e denominador diferente

Durante as equivalências até entenderem, depois não tiveram mais dificuldade.

Fonte: Autora (2022).

Em relação às dúvidas dos alunos a professora colaboradora disse que as dúvidas foram em relação às frações que possuíam numeradores e denominadores distintos, já a professora Participante 4 disse que as dúvidas surgiram no momento das equivalências e que após isso não tiveram mais dúvidas.

Figura 42 – Respostas das professoras para a 4ª Questão

4. Durante a aplicação da atividade envolvendo a régua fracionária surgiram desafios e dúvidas por parte dos alunos? Caso tenha surgido, conte-nos um pouco sobre os mesmos.

2 respostas

Na aplicação a dúvida foi as frações com numeradores e denominadores distintos na hora de comparar uma fração com o numerador e denominador menor e outra fração com numerador e denominador maior eles visualizavam e resolviam de cabeça no uso da régua os alunos conseguiam ver a diferença que e logo compreenderam que a de menor valor era a maior na divisão da fração.

Sim. Sobre a simplificação, porque dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número.

Fonte: Autora (2022).

Nesta questão foi solicitado às professoras que comentassem sobre as dúvidas dos alunos. A professora colaboradora reafirmou a dúvida já comentada anteriormente sobre numeradores e denominadores distintos e acrescentou que “na hora de comparar uma fração com o numerador e denominador menor e outra fração com numerador e denominador maior eles visualizavam e resolviam de cabeça no uso da régua os alunos conseguiam ver a diferença que e logo compreenderam que a de menor valor era a maior na divisão da fração.” Pude perceber quando observei a aplicação da atividade que quando os alunos visualizavam um número maior no denominador, no caso de numeradores iguais, logo eles diziam que aquela fração era maior, mas ao visualizar aquela fração nas réguas notavam que essa fração foi na verdade dividida em um número maior de vezes, por isso era menor.

Já a professora Participante 4 apontou outra questão além da que relatou anteriormente dizendo sobre as simplificações, em que uma aluna tentou dividir o numerador e denominador com um único número. O que também percebi e relatei nas observações para esse dia de atividades na escola.

Essa atividade complementar foi uma oportunidade significativa visto que enlaçou a experiência entre a aprendizagem anterior da acadêmica em formação inicial, a qual participou da pesquisa na Universidade e o seu olhar frente a aprendizagem dos alunos da escola municipal, mediado pela aplicação do material concreto envolvendo aprendizagem de frações. Da mesma forma, considerei importantes a atuação e a participação da professora egressa, no sentido de ampliar a produção dos dados da pesquisa, levando em conta o campo representado pela sala de aula da escola municipal, em que os dados foram produzidos, mediados pela profissional e com a presença das crianças e jovens no desenvolvimento das atividades.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciei esta pesquisa com o desejo de investigar: "Como os materiais concretos podem potencializar a aprendizagem de frações no Laboratório de Matemática?".

Para isso, com base nos estudos realizados sobre Laboratório de Matemática, materiais concretos, a aprendizagem de frações e atividades investigativas, foram elaboradas duas atividades para investigação com a utilização dos materiais concretos Tangram e Régua de Frações. As quais foram aplicadas em uma turma de acadêmicos do componente Laboratório para o Ensino Fundamental e em uma Escola Municipal com a participação de uma professora em formação inicial e outra professora egressa.

Diante da análise de dados produzidos pelos participantes deste trabalho, a pesquisadora pôde analisar, refletir e compreender que o uso dos materiais concretos ajudam a potencializar a aprendizagem de frações, de maneira que os estudantes realizam a compreensão da teoria por meio do manuseio e da visualização que esses materiais proporcionam.

Conforme relatam as autoras Brum e Bisognin (2011, p.1) "[...] o aluno aprende quando consegue pôr em prática seus recursos cognitivos e seu envolvimento ativo [...]". Contanto que os professores estudem e compreendam as funcionalidades dos materiais, de acordo com o autor Nacarato (2005), servindo também estes para resgatar conhecimentos, como no caso dos acadêmicos participantes.

Como sugestão de uma pesquisa futura é possível destacar sobre o Laboratório de Matemática para o processo de aprendizagem de conteúdos do Ensino Médio.

Este trabalho acrescentou outros conhecimentos à minha formação como a oportunidade de ministrar duas aulas no Ensino Superior, uma de maneira remota e outra presencial, de aprender sobre os recursos digitais em aulas remotas, de estudar sobre o processo da aprendizagem de frações, de planejar duas atividades investigativas e de compreender sobre a importância do uso de materiais concretos.

REFERÊNCIAS

ALVES, Denis Rogério Sanches; MARTENS, Adam Santos. **Desafios para a construção do conhecimento de frações nas séries intermediárias do ensino fundamental**. Curitiba, PR: X Congresso Nacional de Educação - EDUCERE, p. 9365-9378, nov. 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Norma operacional Unipampa Nº 4/2020**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 19 ago 2020. Assunto: AEREs.

BRITO, Leonardo Lira de; SILVA, Elivelton Serafim; ANDRADE, Silvanio de. **O Laboratório De Ensino De Matemática**: Surgimento, Concepções e Desafios. Campina Grande, PB: Encontro de Iniciação à Docência Da UEPB, c2011. [8] p.

BRUM, Maria Gorete; BISOGNIN, Eleni. **Atividades investigativas no ensino de matemática:** Relato de uma experiência. UNIJUÍ: II CNEM Congresso Nacional de Educação Matemática, IX EREN Encontro Regional de Educação Matemática, 7 a 10 jun, 2011, [10] p.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; RODRIGUES,Wilson Roberto. **A idéia de unidade na construção do conceito do número racional**. Santa Catarina, SC: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 2.4, p.68-93, UFSC: 2007.

CAVALCANTI, Lialda Bezerra. **O uso de material concreto com representações retangulares na construção do conceito de decomposição multiplicativa**. 2006. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco - CE. Educação, 2006.

CUNHA, Helena; OLIVEIRA, Hélia; PONTE, João Pedro. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Conferência: ProfMat 95 - Encontro Nacional de Professores de Matemática, p. 1-9, jan 1995.

GERVÁZIO, Suemilton Nunes. **Materiais concretos e manipulativos:** uma alternativa para simplificar o processo de ensino/aprendizagem da matemática e incentivar à pesquisa. Revista Eletrônica Paulista de Matemática, São Paulo, v. 9, p. 42-45, jul. 2017.

LORENZATO, Sergio. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** [livro eletrônico]. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2021. (Coleção formação de professores). ISBN 978-65-88717-52-3. Disponível em: https://www.google.com.br/books/edition/O_laborat%C3%B3rio_de_ensino_de_matem%C3%A1tica/I4RNEAAAQBAJ?hl=pt-BR&gbpv=1. Acesso em: 21 mar. 2022.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: E.P.U. p. 11-12, 1986.

NACARATO, Adair Mendes. (ed.). **Eu trabalho primeiro no concreto**. São Paulo, SP: Revista de Educação Matemática, v. 9, Nos 9-10, p. 1-6, 2005.

PAULA, Gilma Maria Carneiro de; BIDA, Gislene Lossnitz. **A importância da aprendizagem significativa**. Ponta Grossa, PR. p. 2-20, c2008.

SANTI ,Cassia Bordim; SANTOS, Rafael Marques dos; WEBLER, Geovane. **Material concreto na compreensão dos conceitos matemáticos:** Educação Inovadora e Transformadora. Santa Maria, RS: Compartilhando Saberes, c2018. [8] p.

SILVA, Maria; PEREIRA, Maria; SILVA, Ayrton; SILVA, Crislaine; SANTANA, Samuel. **Atividade investigativa:** Um caminho para construção do conhecimento. V Congresso Internacional das Licenciaturas COINTER - PDVL 2018, [12] p.

APÊNDICE A - Atividade 1 Tangram e Frações

Instrumento de Investigação		
Local da Realização: Unipampa Campus Bagé	**Orientadora:** Dionara Teresinha Aragon Aseff **Discente colaboradora:** Carolina Moreira da Silva	**Nível de Ensino:** Séries finais do Fundamental

I. Dados de Identificação:

Data:

Carga horária: 2 horas/aula - 1h30min

Título da atividade: Tangram e Frações

II. Tema

Números

III. Objetivos

Objetivo Geral: (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

Objetivos específicos: Através do quebra-cabeça Tangram reconhecer frações associadas de partes de inteiros, divisão de frações e frações equivalentes.

IV. Conteúdos: Frações.

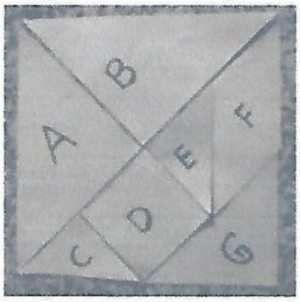
V. Recursos necessários: Jogo do Tangram, folha de ofício ou caderno, folhas coloridas (opcional), papelão, lápis de cor, tesoura, régua, questionário Forms e Padlet.

VI. Tempo sugerido: 2 horas

VII. Desenvolvimento do tema e os procedimentos de ensino

Prezado acadêmico, assista ao vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=7mtf0NVWPFU caso você queira construir o seu Tangram em casa ou se preferir poderá usar o kit que foi entregue pela professora Dionara.
Você pode escrever com um lápis as letras atrás das peças, como a figura abaixo.
Nos triângulos grandes escreva A e B, no triângulo médio G, nos triângulos pequenos C e E,

no quadrado D e no paralelogramo F, como a figura abaixo.



Após obter seu jogo do Tangram e identificar com as letras clique neste link https://forms.gle/PWTQJ2Gbh5sw7fag9 e participe das atividades propostas.

1. Supondo que o triângulo C ou E vale 1, relacione-o com as demais figuras e determine: a) Qual o valor da figura D? b) Qual o valor da figura F? c) Qual o valor da figura G? d) Qual o valor da figura A ou B? e) Qual o valor do TANGRAM inteiro?

2. Sabendo que a figura C ou E corresponde a fração 1/16, construa algumas figuras geométricas utilizando 2, 3, 4, 5, 6 ou 7 peças do Tangram e determine em frações quanto representa cada uma delas.
1) Triângulo 2) Quadrado 3) Trapézio 4) Retângulo 5) Paralelogramo.

3. As figuras formadas no jogo disponível no link https://wordwall.net/pt/resource/27980797 foram construídas com as peças do Tangram, relacione cada uma delas com frações e realize as operações matemáticas como se pede.

Observação importante: Faça registros de todas as etapas das atividades construídas e salve numa pasta digital para a etapa final que será no dia 04 de fevereiro de 2022.

Aula do dia 04 de fevereiro:

VIII. Avaliação: Solicitar aos alunos fotos da realização das atividades no caderno e postar no Padlet. https://padlet.com/carolinamoreiraaluno/k7dipxtbnfdpqm5w

IX. Referências:
Secretaria da Educação do Estado do Paraná. OS DESAFIOS DA ESCOLA PÚBLICA PARANAENSE NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR PDE: Produções Didático-Pedagógicas. Vol 2. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular.

https://www.youtube.com/watch?v=MIg5NBBnZVc

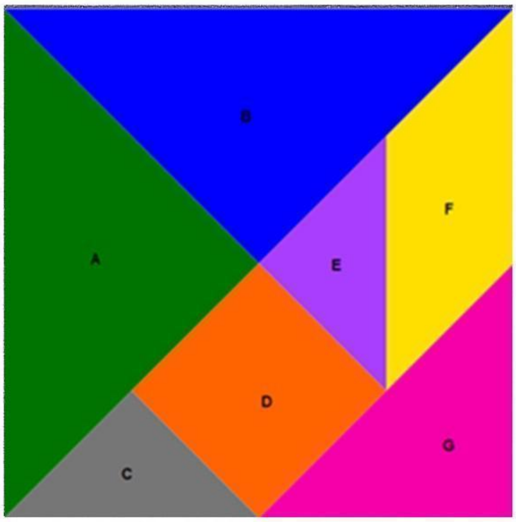
APÊNDICE B - Formulário *Google Forms* Tangram

Tangram e Frações:

Vamos Pensar um pouco?! :D

*Obrigatório

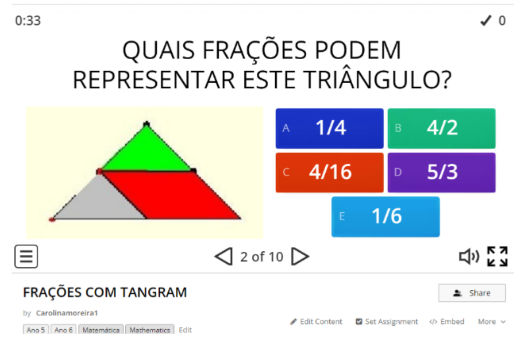
1. 1) Supondo que o triângulo C ou E vale 1, relacione-o com as demais figuras e determine: a) Qual o valor da figura D? b) Qual o valor da figura F? c) Qual o valor da figura G? d) Qual o valor da figura A ou B? e) Qual o valor do TANGRAM inteiro? *

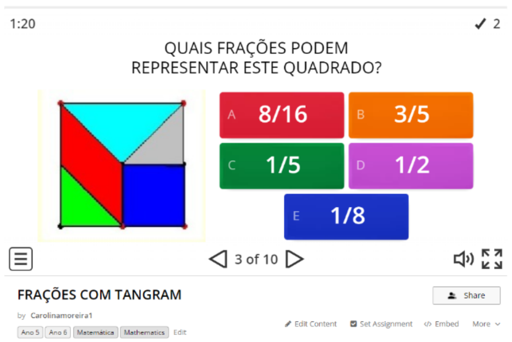


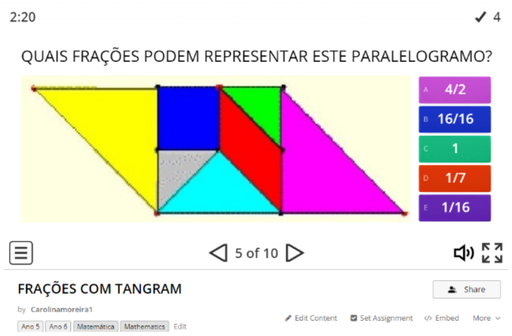
2. 2)Sabendo que a figura C ou E corresponde a fração 1/16, construa algumas figuras geométricas utilizando 2, 3, 4, 5, 6 ou 7 peças do Tangram e determine em frações quanto representa cada uma delas. 1) Triângulo 2) Quadrado 3) Trapézio 4) Retângulo 5) Paralelogramo. *

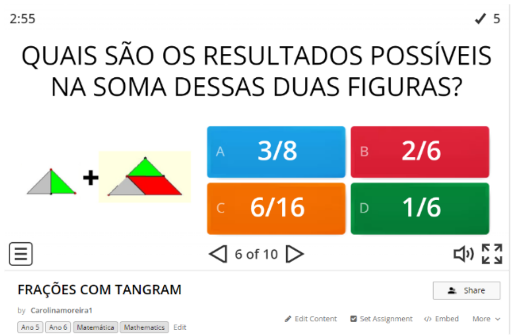
3. 3. As figuras formadas no jogo disponível no link https://wordwall.net/pt/resource/27980797 foram construídas com as peças do Tangram, relacione cada uma delas com frações e realize as operações matemáticas como se pede.

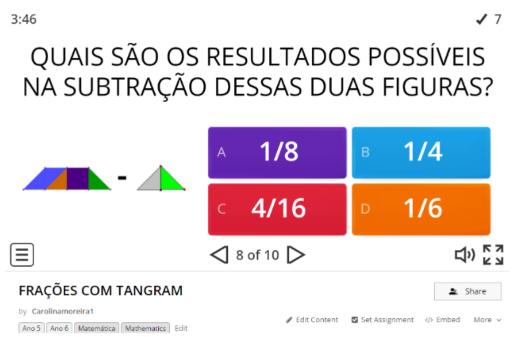
APÊNDICE C - Questões propostas no *Wordwall*

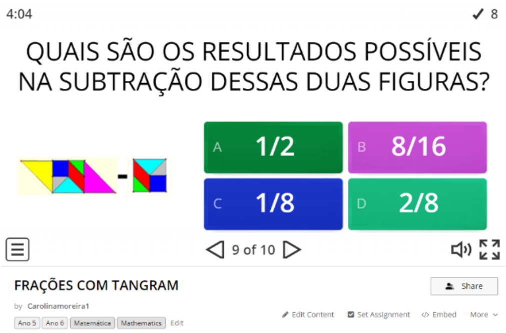


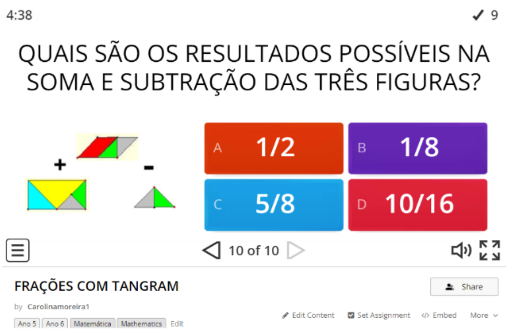









4:04
✓ 8
QUAIS SÃO OS RESULTADOS POSSÍVEIS NA SUBTRAÇÃO DESSAS DUAS FIGURAS?
-
A 1/2
B 8/16
C 1/8
D 2/8
9 of 10
FRAÇÕES COM TANGRAM
Share
by Carolinamoreira1
Edit Content
Set Assignment
Embed
More
Ano 5
Ano 6
Matemática
Mathematics
Edit


4:38
✓ 9
QUAIS SÃO OS RESULTADOS POSSÍVEIS NA SOMA E SUBTRAÇÃO DAS TRÊS FIGURAS?
+
-
A 1/2
B 1/8
C 5/8
D 10/16
10 of 10
FRAÇÕES COM TANGRAM
Share
by Carolinamoreira1
Edit Content
Set Assignment
Embed
More
Ano 5
Ano 6
Matemática
Mathematics
Edit

APÊNDICE D - Atividade 2 Régua de Frações

Local da Realização: Unipampa Campus Bagé	**Orientadora:** Dionara Teresinha Aragon Aseff **Discente colaboradora:** Carolina Moreira da Silva	**Nível de Ensino:** Séries Finais do Fundamental

Instrumento de Investigação

I. Dados de Identificação: **Data:** 04/03/2022

Carga horária: 2 horas/aula - 1h 30min

Título da atividade: Introdução ao estudo de Frações com a Régua Fracionária

II. Tema: Frações

III. Objetivos
– Introduzir o conceito de frações com auxílio do jogo Régua Fracionária;
– Construir, através de observações sobre o material concreto, a noção de equivalência entre frações.

IV. Conteúdos: Números

V. Recursos necessários: Régua de frações (1 kit por aluno ou dupla), disponibilizar impresso aos alunos o conteúdo das atividades.

VI. Habilidade da BNCC: (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

VII. Tempo sugerido: 3 horas

VIII. Desenvolvimento do tema e os procedimentos de ensino

Prezado acadêmico, para iniciarmos este estudo de frações é necessário obter um kit do material concreto régua fracionária, após isso escolha um colega para trabalharem juntos em dupla.

1ª atividade: representando frações com réguas

1º PASSO – EXPLORANDO O MATERIAL

– Sobreponha as réguas pretas à vermelha.
– Quantas réguas pretas utilizaram?
– Repitam o procedimento com as demais réguas e observem quantas réguas cabem sobre a régua vermelha.

2º PASSO – DEFININDO A UNIDADE

* Vamos definir a régua vermelha como unidade.
* E todas as comparações a seguir serão feitas a partir dessa régua.

3º PASSO – NOMEANDO AS RÉGUAS

* Sobreponham uma régua preta à vermelha.
- Que pedaço da régua vermelha foi coberto pela preta? ______________________________

* Sobreponham uma régua verde escuro à vermelha.
- Que pedaço da régua vermelha foi coberto pelo verde escuro?________________________

4º PASSO – DEFININDO FRAÇÕES A PARTIR DAS RÉGUAS

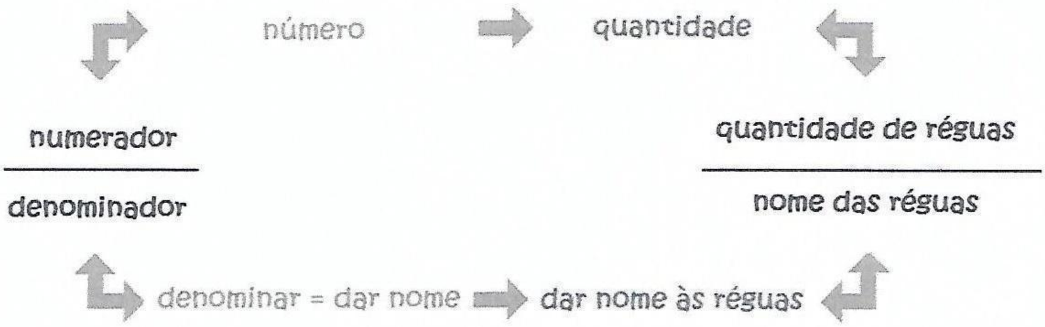
* Pegar duas réguas que representam “quintos” e sobrepor à régua vermelha.
- Qual fração corresponde a parte coberta da régua vermelha?__________________________

* Pegar quatro réguas que representam “sextos” e sobrepor à régua vermelha.
- Qual fração dessa régua obtiveram? ____

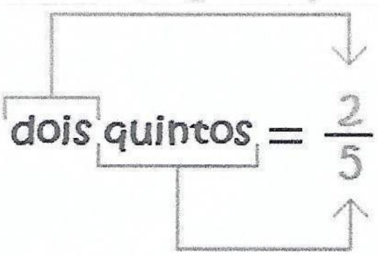
5º PASSO – INTRODUZINDO A NOTAÇÃO FRACIONÁRIA

Agora que já conheceram os nomes das réguas, podemos construir a representação de fração:

* O termo ***numerador*** se refere à quantidade de réguas tomadas;
* O termo ***denominador*** se refere ao nome dado a tais réguas.



– Partindo do exemplo anterior, dois quintos significa tomar duas partes de um total de cinco. Assim, o total de partes em que foi dividido o inteiro chama-se denominador e o número de partes tomadas chama-se numerador.
Desse modo, chegamos à representação:



Vamos ver mais alguns exemplos:

– Qual é a fração obtida quando se toma três réguas marrons? Três quartos.

<u>Três quartos</u>: Significa que o inteiro foi dividido em quatro partes iguais e foram tomadas três

dessas partes. Isto é, o denominador é igual a 4 e o numerador é igual a 3.

– Qual a fração obtida quando se toma sete réguas laranjas? Sete nonos.

Sete nonos: Significa que o inteiro foi dividido em nove partes iguais e foram tomadas sete dessas partes. Isto é, o denominador é 9 e o numerador é 7.

2ª atividade: comparando frações, casos simples

1º PASSO: FRAÇÕES COM DENOMINADORES IGUAIS

Exemplo: **Comparar 1/3 e 2/3.**
- Representem as frações 1/3 e 2/3, utilizando o material, de acordo com o que acabaram de aprender.
– Qual é a menor fração?___________.

* Vejam que os denominadores das frações são iguais, a **quantidade de réguas tomadas é que determina qual será a fração maior.**

Em linguagem matemática, temos:
$1/3 < 2/3$

Vejamos outros exemplos:

– comparar 2/5 e 3/5

– comparar 3/8 e 5/8

Quais frações são menores? E maiores?____.

2º PASSO: FRAÇÕES COM NUMERADORES IGUAIS
Caso 1: NUMERADORES IGUAIS A 1

Comparar 1/2 e 1/3:

– Representem estas frações com as réguas e comparem tais representações:
____.
* Assim como no passo anterior, **uma fração será maior do que a outra se o comprimento total das réguas utilizadas para representá-la for maior** que o comprimento total das réguas utilizadas para representar a outra fração.

Comparar 1/4 e 1/8:

– Representem estas frações com as réguas e comparem tais representações:

____.

* Assim como no exemplo anterior, a comparação se dá entre frações cujos numeradores são iguais a 1. Então, para determinar qual é a maior fração entre as duas, basta comparar os comprimentos de uma régua quarto e de uma régua oitavo. Nesse caso,

$1/8 < 1/4$.

Comparar 1/7 e 1/10:

Conseguiram perceber alguma regra ou padrão?

Observe que sempre que os denominadores forem **$m < n$ vale $1/m > 1/n$.**

– Por que é válida a regra indicada acima?

Note que o denominador maior significa que o inteiro foi dividido em mais partes, logo cada parte resulta menor do que quando tomamos uma fração com denominador menor.

Conclusão:

– Como $2 < 3$ e as frações 1/3 e 1/2 têm numerador igual a 1, pode-se concluir que $1/3 < 1/2$.

– Como $4 < 8$ e as frações 1/8 e 1/4 têm numerador igual a 1, pode-se concluir que $1/8 < 1/4$.

Mais exemplos (sem as réguas):
Comparar 1/5 e 1/9:

1° – Quais os numeradores? ______________________

2° – Quais são os denominadores? ________________

3° – Comparar os denominadores: ________________

4° – Conclusão: ____.

Comparar 1/6 e 1/10:

1° – Quais os numeradores? ______________________

2° – Quais são os denominadores? ________________

3° – Comparar os denominadores:_________________

4° – Conclusão:____.

Caso 2: NUMERADORES IGUAIS

Comparar 2/3 e 2/7:

* Neste presente exemplo, para comparar as duas frações, temos que tomar duas réguas de cada e comparar os comprimentos totais. Isto é, deve-se comparar os comprimentos de duas réguas terços e de duas réguas sétimos:

Pela representação acima, é possível perceber que:

2/7 < 2/3

Comparar 5/6 e 5/7:

____.

Comparar 4/5 e 4/8:

____.

– Conseguem perceber uma regra?

Notem que mesmo que os numeradores não sejam 1, se eles forem iguais, a fração com menor denominador será maior do que aquela com denominador maior.

3º PASSO: FRAÇÕES COM NUMERADORES E DENOMINADORES DISTINTOS
Exemplo: **Comparar 2/3 e 4/5**

* Observem que as frações 2/3 e 4/5 não possuem numeradores ou denominadores iguais.

* Então, não é possível compará-las apenas contando a quantidade de réguas utilizadas para representar cada uma delas (como no caso das frações com denominadores iguais), nem comparar os denominadores a fim de concluir que a fração com menor denominador é a maior dentre as duas (no caso dos numeradores serem iguais).

– Representem, a partir das réguas, as frações dadas e, em seguida, comparem tais representações:

____.

– Como procederiam se tivessem de comparar frações tais como 24/32 e 18/36?

* Note que o uso das réguas neste caso deixará de ser um método prático de comparação. É necessário estudarmos o próximo tópico à fim de solucionarmos este exercício – frações equivalentes.

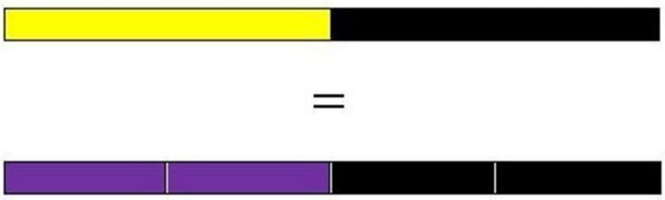
3ª atividade: encontrando frações equivalentes

– Representem sobre a régua vermelha a fração um meio.
– Em seguida, cubram essa fração utilizando outras réguas de uma **única cor** que não seja a preta.
– Após isso escreva, quais réguas utilizaram? E quantas foram necessárias de cada cor?

____

____

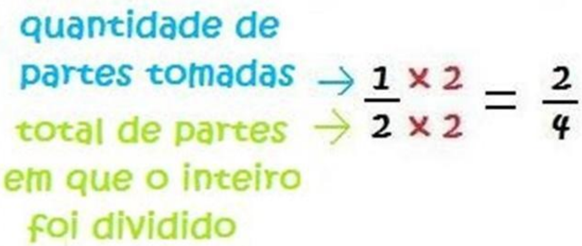
* Observe que apesar das representações numéricas das frações serem diferentes, **elas cobrem o mesmo pedaço do inteiro** (metade da régua vermelha), ou seja, representam a mesma área colorida do inteiro. **Logo, são equivalentes.**
Por exemplo:



Então,

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

– Compare as representações das frações 1/2 e 2/4 através das réguas.
Observamos que:



Outro exemplo:

– Representem sobre a régua vermelha a fração quatro sextos.

– Após isso, encontrem réguas de uma **única cor** que cubram as quatro réguas sextos.

– Quais réguas foram utilizadas? E quantas delas foram necessárias?

____.

* Comparando as representações das frações 4/6 e 2/3 através das réguas, temos que, para cada duas réguas sextos há uma régua terço que ocupa o mesmo espaço.

* Notem que o comprimento dessas novas réguas é o dobro do comprimento da régua sexto, pois as réguas sextos foram agrupadas duas a duas.

Numericamente, temos:

– Representem sobre a régua vermelha a fração três sextos.

– Após isso, encontrem réguas de uma **única cor** que cubram três sextos.

– Quais réguas foram utilizadas? E quantas delas foram necessárias?

____.

* Observe que, sempre que uma fração tem seu numerador e seu denominador multiplicados (ou divididos) pelo **mesmo número**, a nova fração obtida é equivalente à inicial.

4ª atividade: simplificando frações (e mais um pouco de comparação)

Retomando o exemplo do final da segunda atividade (comparação de frações), use o que foi aprendido sobre frações equivalentes para resolvê-lo.

Compare as frações 24/32 e 18/36:
– Encontrem uma fração equivalente à fração 24/32 e com menor denominador (usando o que aprenderam na atividade anterior sobre frações equivalentes).

Observação: Diminuindo-se o denominador, diminui-se também o numerador.

Relembrando: Na atividade de comparação de frações foi possível perceber que frações com numeradores e denominadores menores são mais fáceis de comparar. Isso porque:
*é possível representá-las através das réguas; ou

*optando pela divisão do numerador pelo denominador, essa conta se torna mais simples com números menores.

– Com isso, estamos buscando ***simplificar a fração*** 24/32:

– De maneira análoga, simplifiquem também a fração 18/36.

* Observe que a fração 24/32 é equivalente à fração ________ e a fração 18/36 é equivalente à fração ________.
Agora que já obtemos as simplificações, representem com as réguas estas frações.
E diga qual destas duas frações é a maior? E a menor?

– Como poderíamos ter resolvido sem usar as réguas?

____.

– Vejamos mais exemplos:

– comparar as frações 6/15 e 4/16

– comparar as frações 25/30 e 6/36

Obs: após a realização de cada etapa da atividade, registre por escrito e com uma foto o resultado. Poste na sala de aula virtual até o dia 14 de março, por gentileza.

X. Referências:

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC publicacao.pdf. Acesso em: 03 de março de 2022

BRANCO, Liliane; CALVO, Helena; DYSMAN, Anne. Frações: uma introdução com réguas de frações. Matemática com vida, 2022. Disponível em: <http://matematicacomvida.uff.br/2020/01/23/fracoes-uma-introducao-com-reguas-de-fracoes/>. Acesso em: 03 de fevereiro de 2022.

APÊNDICE E - Questionário Final para os acadêmicos

Frações com o uso de Materiais Concretos:

Olá acadêmico! Espero que tenha gostado de participar das atividades envolvendo Frações! Para concluirmos, relate um pouco como foi a sua experiência, por gentileza. Obrigada!

*Obrigatório

1. Nome: *

2. 1) Sobre a sua experiência nas atividades com o Tangram, você considera que este material lhe ajudou para que você compreendesse ou resgatasse seus conhecimentos sobre frações? *

3. 2) Você encontrou dificuldades para montar duas ou mais peças do Tangram e relacioná-las com frações? Conte um pouco como foi esse momento da atividade, por gentileza. *

4. 3) No jogo online onde haviam figuras montadas com as peças do Tangram, primeiro deveríamos relacioná-las com as frações e após, resolver. Você conseguiu realizar os cálculos necessários? Se teve alguma dificuldade, relate por gentileza? *

Link do jogo online, caso queira relembrar:
https://wordwall.net/result/shareable/a/a3bbffdd4f8440fe9311d92303c89220

5. 6) Ainda sobre o jogo online, você percebeu que haviam duas respostas certas? Como identificou isso? Qual era a diferença entre elas? *

6. 7) Sobre a sua experiência com o material Régua de Frações, você já havia trabalhado com o mesmo durante sua trajetória escolar? Se não conhecia, conte por gentileza como foi manuseá-lo e utilizá-lo para entender certos conceitos sobre frações como por exemplo: relacionar frações a partir de um inteiro, equivalência de frações, frações com numeradores iguais? *

7. 8) Para concluirmos, você considera que o uso dos materiais concretos poderá colaborar no aprendizado de frações? Por quê? Você como futuro professor(a) têm interesse em utilizar algum desses materiais em suas aulas? *

APÊNDICE F - Questionário para as professoras

Uso de materiais concretos para ensino de fração:

Olá professoras Carla e Juliana, agradeço pela participação em minha pesquisa, peço por favor que respondam este breve questionário para que eu possa concluir minhas reflexões sobre a pesquisa! Obrigada.

1. 1. Como foi a experiência com relação a aplicação da régua de frações no ensino e quais aspectos relacionados à aprendizagem você observou?

2. 2. Prezada professora, o que você observou com relação aos alunos no momento em que eles manusearam o material concreto e resolveram os exercícios? Conte-nos um pouco sobre essa experiência.

3. 3. Quais foram as dúvidas dos alunos que surgiram durante a aplicação da atividade envolvendo a régua de frações?

4. 4. Durante a aplicação da atividade envolvendo a régua fracionária surgiram desafios e dúvidas por parte dos alunos? Caso tenha surgido, conte-nos um pouco sobre os mesmos.

ANEXO A - Termos de Consentimento

unipampa
Universidade Federal do Pampa

Matemática
Curso de Matemática - Licenciatura

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO CESSÃO DE DIREITOS SOBRE DEPOIMENTO ORAL E ESCRITO

1. Pelo presente documento, eu..______________........................., CPF nº. ______________ CI nº. ______________...., emitida por..S.S.P.................................., nacionalidade, Brasileiro, Bagé.................... estado civil..solteiro...................., profissão, .estudante............., residente e domiciliado...em Bagé...

______________........................cedo e transfiro neste ato, gratuitamente, em caráter universal e definitivo a **CAROLINA MOREIRA DA SILVA**, a totalidade dos direitos patrimoniais de autor sobre as respostas oral/escritas realizadas no Trabalho de Conclusão de Curso do curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA, campus Bagé durante os semestres 2021/02 e 2022/01.

2. Deixo plenamente autorizadas a utilizar o referido depoimento, no todo ou em parte, editado ou integral.

3. Declaro ter total confiabilidade na investigadora, disponibilizando-me a participar dessa investigação, permitindo que seja utilizado minhas respostas (parciais ou totais) nos resultados deste Trabalho de Conclusão de Curso, por tempo indeterminado, de forma anônima. Para isso desejo que seja utilizado o seguinte nome/pseudônimo ______________

4. Asseguro ter sido esclarecido sobre os procedimentos e desenvolvimento da pesquisa de autoria de Carolina Moreira da Silva, orientada por Dionara Teresinha Aragon Aseff.

Assinatura do(a) participante:______________

(essa assinatura poderá ser digital)

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO
CESSÃO DE DIREITOS SOBRE DEPOIMENTO ORAL E ESCRITO

1.Pelo presente documento, eu ...ra, CPF nº. ..., CI nº. ....., emitida por...SSP......, nacionalidade, ...brasileira...... estado civil união estável, profissão...professora..., residente e domiciliado......em ...Bagé... ...cedo e transfiro neste ato, gratuitamente, em caráter universal e definitivo a **CAROLINA MOREIRA DA SILVA**, a totalidade dos direitos patrimoniais de autor sobre as respostas oral/escritas realizadas no Trabalho de Conclusão de Curso do curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA, campus Bagé durante os semestres 2021/02 e 2022/01.

2. Deixo plenamente autorizadas a utilizar o referido depoimento, no todo ou em parte, editado ou integral.

3. Declaro ter total confiabilidade na investigadora, disponibilizando-me a participar dessa investigação, permitindo que seja utilizado minhas respostas (parciais ou totais) nos resultados deste Trabalho de Conclusão de Curso, por tempo indeterminado, de forma anônima. Para isso desejo que seja utilizado o seguinte nome/pseudônimo ....

4. Asseguro ter sido esclarecido sobre os procedimentos e desenvolvimento da pesquisa de autoria de Carolina Moreira da Silva, orientada por Dionara Teresinha Aragon Aseff.

Assinatura do(a) participante: ______________
(essa assinatura poderá ser digital)

unipampa
Universidade Federal do Pampa

Matemática
Curso de Matemática - Licenciatura

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO
CESSÃO DE DIREITOS SOBRE DEPOIMENTO ORAL E ESCRITO

1. Pelo presente documento, eu..., CPF nº. .... CI nº. ...., emitida por SSP.................................., nacionalidade, Brasileira.................... estado civil solteira................, profissão, ...do....lar....., residente e domiciliado..
.
....cedo e transfiro neste ato, gratuitamente, em caráter universal e definitivo a **CAROLINA MOREIRA DA SILVA**, a totalidade dos direitos patrimoniais de autor sobre as respostas oral/escritas realizadas no Trabalho de Conclusão de Curso do curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA, campus Bagé durante os semestres 2021/02 e 2022/01.

2. Deixo plenamente autorizadas a utilizar o referido depoimento, no todo ou em parte, editado ou integral.

3. Declaro ter total confiabilidade na investigadora, disponibilizando-me a participar dessa investigação, permitindo que seja utilizado minhas respostas (parciais ou totais) nos resultados deste Trabalho de Conclusão de Curso, por tempo indeterminado, de forma anônima. Para isso desejo que seja utilizado o seguinte nome/pseudônimo ....

4. Asseguro ter sido esclarecido sobre os procedimentos e desenvolvimento da pesquisa de autoria de Carolina Moreira da Silva, orientada por Dionara Teresinha Aragon Aseff.

Assinatura do(a) participante:______________________________

(essa assinatura poderá ser digital)

unipampa
Universidade Federal do Pampa

Matemática
Curso de Matemática - Licenciatura

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO
CESSÃO DE DIREITOS SOBRE DEPOIMENTO ORAL E ESCRITO

1. Pelo presente documento, eu. CPF nº. , CI nº. ...., emitida por...RS. SSD..................., nacionalidade, ...brasileira....................., estado civil....solteira..........., profissão, ...Vendedor(a)..., residente e domiciliado.. ....cedo e transfiro neste ato, gratuitamente, em caráter universal e definitivo a **CAROLINA MOREIRA DA SILVA**, a totalidade dos direitos patrimoniais de autor sobre as respostas oral/escritas realizadas no Trabalho de Conclusão de Curso do curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA, campus Bagé durante os semestres 2021/02 e 2022/01.

2. Deixo plenamente autorizadas a utilizar o referido depoimento, no todo ou em parte, editado ou integral.

3. Declaro ter total confiabilidade na investigadora, disponibilizando-me a participar dessa investigação, permitindo que seja utilizado minhas respostas (parciais ou totais) nos resultados deste Trabalho de Conclusão de Curso, por tempo indeterminado, de forma anônima. Para isso desejo que seja utilizado o seguinte nome/pseudônimo ....

4. Asseguro ter sido esclarecido sobre os procedimentos e desenvolvimento da pesquisa de autoria de Carolina Moreira da Silva, orientada por Dionara Teresinha Aragon Aseff.

Assinatura do(a) participante:

(essa assinatura poderá ser digital)

unipampa
Universidade Federal do Pampa

Matemática
Curso de Matemática - Licenciatura

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO CESSÃO DE DIREITOS SOBRE DEPOIMENTO ORAL E ESCRITO

1. Pelo presente documento, eu..,
CPF nº. ...., CI nº. ...1..............., emitida por..........SSPI........................., nacionalidade, ...Brasileiro.................................... estado civil.....solteiro...................., profissão, ...estudante..............., residente e domiciliado.....em.....Bagé - RS..
.
....cedo e transfiro neste ato, gratuitamente, em caráter universal e definitivo a **CAROLINA MOREIRA DA SILVA**, a totalidade dos direitos patrimoniais de autor sobre as respostas oral/escritas realizadas no Trabalho de Conclusão de Curso do curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA, campus Bagé durante os semestres 2021/02 e 2022/01.

2. Deixo plenamente autorizadas a utilizar o referido depoimento, no todo ou em parte, editado ou integral.

3. Declaro ter total confiabilidade na investigadora, disponibilizando-me a participar dessa investigação, permitindo que seja utilizado minhas respostas (parciais ou totais) nos resultados deste Trabalho de Conclusão de Curso, por tempo indeterminado, de forma anônima. Para isso desejo que seja utilizado o seguinte nome/pseudônimo ....

4. Asseguro ter sido esclarecido sobre os procedimentos e desenvolvimento da pesquisa de autoria de Carolina Moreira da Silva, orientada por Dionara Teresinha Aragon Aseff.

Assinatura do(a) participante:___________________________

(essa assinatura poderá ser digital)

unipampa
Universidade Federal do Pampa

Matemática
Curso de Matemática - Licenciatura

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO CESSÃO DE DIREITOS SOBRE DEPOIMENTO ORAL E ESCRITO

1. Pelo presente documento, eu.. ...., CPF nº. , CI nº. ...., emitida por..SSPi..............................., nacionalidade, Brasileiro...Bagé....................., estado civil...solteiro..................., profissão, ..estudante............., residente e domiciliado...em...Bagé...
.
. ...cedo e transfiro neste ato, gratuitamente, em caráter universal e definitivo a **CAROLINA MOREIRA DA SILVA**, a totalidade dos direitos patrimoniais de autor sobre as respostas oral/escritas realizadas no Trabalho de Conclusão de Curso do curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA, campus Bagé durante os semestres 2021/02 e 2022/01.

2. Deixo plenamente autorizadas a utilizar o referido depoimento, no todo ou em parte, editado ou integral.

3. Declaro ter total confiabilidade na investigadora, disponibilizando-me a participar dessa investigação, permitindo que seja utilizado minhas respostas (parciais ou totais) nos resultados deste Trabalho de Conclusão de Curso, por tempo indeterminado, de forma anônima. Para isso desejo que seja utilizado o seguinte nome/pseudônimo

4. Asseguro ter sido esclarecido sobre os procedimentos e desenvolvimento da pesquisa de autoria de Carolina Moreira da Silva, orientada por Dionara Teresinha Aragon Aseff.

Assinatura do(a) participante:

(essa assinatura poderá ser digital)

unipampa
Universidade Federal do Pampa

Matemática
Curso de Matemática - Licenciatura

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO
CESSÃO DE DIREITOS SOBRE DEPOIMENTO ORAL E ESCRITO

1. Pelo presente documento,____________________ CPF ______________ CI nº____________ emitido por SSP ,nacionalidade brasileira ,estado civil, solteira, profissão estudante. residente e domiciliado _______________.cedo e transfiro neste ato,gratuitamente, em caráter universal e definitivo a **CAROLINA MOREIRA DA SILVA**, a totalidade dos direitos patrimoniais de autor sobre as respostas orais/escritas realizadas no Trabalho de Conclusão de Curso do curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA, campus Bagé durante os semestres 2021/02 e 2022/01.

2. Deixo plenamente autorizadas a utilizar o referido depoimento, no todo ou em parte, editado ou integral.

3. Declaro ter total confiabilidade na investigadora, disponibilizando-me a participar dessa investigação, permitindo que seja utilizado minhas respostas (parciais ou totais) nos resultados deste Trabalho de Conclusão de Curso, por tempo indeterminado, de forma anônima. Para isso desejo que seja utilizado o seguinte nome/pseudônimo colaboradora

4. Asseguro ter sido esclarecido sobre os procedimentos e desenvolvimento da pesquisa de autoria de Carolina Moreira da Silva, orientada por Dionara Teresinha Aragon Aseff.

Assinatura do(a) participante: ______________________________

(essa assinatura poderá ser digital)

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO
CESSÃO DE DIREITOS SOBRE DEPOIMENTO ORAL E ESCRITO

1.Pelo presente documento, eu…………………………………,

CPF nº. …..……..........., CI nº. ….….................., emitida

por…………..…SSP……........, nacionalidade, ……………..…. brasileira..........................

estado civil……......casada ……., profissão……….…do lar………., residente e domiciliado……em Bagé………………………………………………………………………….

....cedo e transfiro neste ato, gratuitamente, em caráter universal e definitivo a **CAROLINA MOREIRA DA SILVA**, a totalidade dos direitos patrimoniais de autor sobre as respostas oral/escritas realizadas no Trabalho de Conclusão de Curso do curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA, campus Bagé durante os semestres 2021/02 e 2022/01.

2. Deixo plenamente autorizadas a utilizar o referido depoimento, no todo ou em parte, editado ou integral.

3. Declaro ter total confiabilidade na investigadora, disponibilizando-me a participar dessa investigação, permitindo que seja utilizado minhas respostas (parciais ou totais) nos resultados deste Trabalho de Conclusão de Curso, por tempo indeterminado, de forma anônima. Para isso desejo que seja utilizado o seguinte nome/pseudônimo ....

4. Asseguro ter sido esclarecido sobre os procedimentos e desenvolvimento da pesquisa de autoria de Carolina Moreira da Silva, orientada por Dionara Teresinha Aragon Aseff.

Assinatura do(a) participante: ____________________________________
(essa assinatura poderá ser digital)