UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

GABRIEL MÜLLER KONFLANZ

DESENVOLVIMENTO DE UMA UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA PARA O ENSINO DE SÉRIES DE FOURIER

Bagé
2018

GABRIEL MÜLLER KONFLANZ

DESENVOLVIMENTO DE UMA UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA PARA O ENSINO DE SÉRIES DE FOURIER

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Vera Lúcia Duarte Ferreira

Coorientador: Márcio Marques Martins

Bagé
2018

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais).

K82 Konflanz, Gabriel Müller
Desenvolvimento de uma unidade de ensino potencialmente significativa para o ensino de Séries de Fourier / Gabriel Müller Konflanz.
70 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade Federal do Pampa, MATEMÁTICA, 2018.

1. Ensino de matemática. 2. Séries de Fourier. 3. Tecnologias de informação e comunicação. 4. Aprendizagem significativa. I. Título.

GABRIEL MÜLLER KONFLANZ

DESENVOLVIMENTO DE UMA UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA PARA O ENSINO DE SÉRIES DE FOURIER

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 11 de dezembro de 2018.

Banca examinadora:

Prof. Dra. Vera Lúcia Duarte Ferreira
Orientador
UNIPAMPA

Denice Menegais

Prof. Dra. Denice Aparecida Fontana Nisxota Menegais
UNIPAMPA

Prof. Dr. Fernando Luis Dias
UNIPAMPA

“A imaginação é mais importante que a ciência, porque a ciência é limitada, ao passo que a imaginação abrange o mundo inteiro”.

Albert Einstein

RESUMO

Atualmente, muitas têm sido as investigações acadêmicas centradas na análise das dificuldades em aprender Matemática no âmbito das ciências exatas, da natureza e engenharias. Em consonância com essa problemática, percebe-se que a cooperação entre professores e estudantes é a melhor forma de enfrentamento das dificuldades acadêmicas. Sendo esse um dos fatores de maior relevância para o sucesso no processo ensino-aprendizagem em matemática. Portanto, este trabalho teve por objetivo desenvolver, aplicar e avaliar uma proposta de ensino potencialmente significativa para o estudo de Séries de Fourier, embasado na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, via a utilização de tecnologias de informação e comunicação (TIC). Inserido nesse cenário, descreve-se a elaboração de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), no formato de oficinas temáticas, constituídas de conceitos matemáticos e atividades desenvolvidas em *softwares* livres, para o ensino de aproximações de funções mediante Séries de Fourier. Tendo como sujeitos da pesquisa, 19 estudantes do curso de Matemática-Licenciatura da UNIPAMPA – campus Bagé, RS. A pesquisa realizada foi do tipo intervenção pedagógica, com caráter qualitativo e quantitativo e procurou investigar o ganho percentual na aprendizagem relacionado à aplicação das oficinas temáticas. Através do Método do ganho normalizado na aprendizagem de Richard Hake foram utilizados pré e pós-testes sobre o conteúdo abordado. Como resultado, observou-se um ganho normalizado na aprendizagem de 30% dentre os participantes que se encontravam na primeira metade do curso. No intuito, de ratificar de modo qualitativo a aprendizagem são apresentados e analisados mapas conceituais elaborados pelos estudantes. As análises quali-quantitativas sinalizam que houve indícios de aprendizagem significativa. A produção educacional que resulta deste trabalho consiste em um material composto de três oficinas com os *softwares* GeoGebra e Scilab.

Palavras-Chave: Ensino de matemática. Séries de Fourier. Tecnologias de informação e comunicação. Aprendizagem significativa.

ABSTRACT

Contemporarily, many have been the academic investigations centred in the difficulties on learning Mathematics in the scope of Exact and Natural sciences as well as engineering. In line with this problematic, it is noticed that the cooperation between teachers and students is the best way of facing the academic difficulties. Being this one of the aspects of greater relevance for the success in the Mathematics teaching-learning. Furthermore, this paper has had as an objective to develop, apply and evaluate a proposal of potentially meaningful teaching for the study of Fourier Series, based upon the Ausubel's Learning Theory, via the utilisation of Information and Communications Technology. Inside this scenario, it is described the creation of a Potentially Meaningful Teaching Unit (PMTU), in the shape of themed workshops constituted by mathematical concepts and activities developed with free software, for the teaching of Fourier Analysis and Approximation of Functions. As subjects of research, 19 students of the Bachelor of Education in Mathematics of UNIPAMPA – Bagé campus, RS. The conducted research was of the Pedagogical Intervention kind, with qualitative and quantitative type itsought to investigate the percentual gain in learning related to the application of the themed workshops.Trough the method of gain normalised in the learning of Richard Hake, pre and post testswere used on the approached subject. As a result, it was observed a normalised gain in learning of 30% among the participants that found themselves in the first half of the course. With the intent of qualitatively ratifying the learning, conceptual maps elaborated by the students are presented and analysed. The quali-quantitative analysis signal that there have been indications of meaningful learning. The educational production which results from this work consists in a material composed by three workshops using the GeoGebra and Scilab softwares.

KeyWords: Mathematics teaching. Fourier Series. Information and communication technologies. Meaningful learning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

TAS – Teoria da Aprendizagem Significativa

TIC – Tecnologias de Informação e Comunicação

UEPS – Unidade de Ensino Potencialmente Significativa

SIPPEE – Sistema de Informações para Projetos de Pesquisa, Ensino e Extensão

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, o desenvolvimento tecnológico vem facilitando o nosso cotidiano atingindo e melhorando as mais diversas áreas da sociedade. É preciso enfatizar a intrínseca relação entre as evoluções socioculturais e tecnológicas do mundo moderno, no intuito de compreender os desafios e as possibilidades da educação nesse cenário (COSTA e SOUZA, 2017).

Vale ressaltar que, muita das tecnologias que presenciamos e desfrutamos, de modo globalizado, dependeram fundamentalmente da matemática e computação para serem criadas. Pois, conceitos matemáticos como geometria, e funções são alguns exemplos indispensáveis para o mundo da informática (PAZ *et. al.*, 2018).

Em especial, as Séries de Fourier e a Transformada de Fourier contribuíram, de modo relevante, para o desenvolvimento de vários aparelhos e serviços tecnológicos que nos são apresentados hoje. Como por exemplo, a digitalização da música e da imagem, bem como as tecnologias de aurilização (MELO, 2012) utilizada nos fones de ouvido para o cancelamento do ruído.

Sob essa ótica, inúmeras são as aplicações das Séries de Fourier nas engenharias, matemática, física, ciências químicas e biológicas. Perius (2012) ressalta a extrema importância do ensino de matemática no que se refere à elaboração de atividades que exploram a história do desenvolvimento das tecnologias, bem como suas aplicações.

Nesse contexto, é necessário ter-se um olhar atento e diferenciado em relação aos conteúdos matemáticos, como um conjunto de procedimentos contendo potenciais técnicas capazes de tornar significativo o aprendizado do estudante. Tal fato explica-se pela perspectiva de explorar novas formas de tratar e representar a informação, facilitando principalmente a visualização da situação e da solução do problema estudado. Caracterizando assim, a intrínseca relação entre pesquisa, ensino e prática com a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC).

As tecnologias utilizadas na área de matemática vêm ganhando um notável espaço nos projetos pedagógicos de cursos de formação superior, em especial os de formação de professores de ciências e matemática. Nesse sentido, consta do Projeto Pedagógico do Curso de Matemática-Licenciatura, da UNIPAMPA campus Bagé (PROJETO PEDAGÓGICO DE CURSO, 2013), que a metodologia de ensino se pautará no uso de tecnologias da informação e da comunicação, perpassando as várias áreas do conhecimento. O referido projeto ainda sugere a utilização dos mais variados métodos de avaliação, como por exemplo, formas orais e trabalhos em equipe, bem como o uso de novas tecnologias e materiais manipuláveis.

Inserido nesse cenário, este trabalho tem por objetivo o desenvolvimento e aplicação de uma proposta de ensino potencialmente significativa para o estudo de Séries de Fourier, estabelecendo um diálogo interdisciplinar entre a matemática e as tecnologias.

O caráter inovador em relação à utilização de tecnologias no desenvolvimento desta proposta, em se tratando especificamente das TIC, é embasado na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel (1978). Esse autor desenvolveu uma teoria focada principalmente no processo de ensino-aprendizagem que ocorre em sala de aula, ao referir-se que as ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva com aquilo que o estudante já sabe.

Dessa forma, a utilização de TIC em sala de aula pode apoiar-se na TAS, uma vez que essa sinaliza que a aprendizagem significativa potencializa a conexão entre teoria e prática, corroborando com o enfoque de função mediadora desempenhada por novas estratégias pedagógicas (DE LA TORRE, 2008).

Nessa perspectiva, foram desenvolvidas atividades e aplicadas via UEPS - Unidade de Ensino Potencialmente Significativa – proposta por Moreira (2011b) com base na TAS. Vale ressaltar que, de acordo com Moreira (*op. cit.*) UEPS:

> [...] são sequências de ensino fundamentadas teoricamente, orientadas a aprendizagem significativa, não mecânica, que podem estimular a investigação aplicada ao ensino, isto é, a investigação dedicada diretamente à prática do ensino no dia a dia em sala de aula. (Moreira, 2011b, p. 43, tradução nossa).

Com a intenção de buscar indícios de aprendizagem significativa, a avaliação da UEPS foi realizada via abordagens quali e quantitativa.

Na abordagem quantitativa, utiliza-se o ganho de aprendizagem normalizado de Hake (2002). Especificamente, o tratamento estatístico dos dados oriundos dos pré e pós-teste, que foram normalizados, no intuito de obter-se o ganho via um índice numérico. Também, é realizado um teste *t de Student* (*test t*), no intuito de interpretar o nível de significância do ganho, bem como de não se ter ocorrido por casualidade. De acordo com Oliveira (2010), a distribuição *t de Student* é utilizada para se obter inferências estatísticas de pequenas amostras (n<30).

Já no viés qualitativo, a análise é realizada pela construção de mapas conceituais pelos estudantes no intuito de proporcionar uma reflexão do processo de aprendizagem em relação à interpretação dos elementos que compõem esta pesquisa, corroborando Moreira (2012, p. 5) pontua que “mapas conceituais podem ser usados para mostrar relações significativas entre conceitos ensinados em uma única aula, em uma unidade de estudo ou em um curso inteiro.”

2 JUSTIFICATIVA

Muitas têm sido as investigações acadêmicas concentradas em analisar a dificuldade do aprendizado em Matemática no âmbito das ciências exatas, da natureza e engenharias. O enfrentamento dessas dificuldades requer uma cooperação entre professores e estudantes, sendo esse o fator mais significativo para sucesso no processo ensino-aprendizagem em matemática (FIRMINO e SIQUEIRA, 2017).

Nesse cenário, está inserida a Séries de Fourier, cujo ensino apresenta algumas dificuldades devido à complexidade do tema, que envolve conceitos teóricos e de grande abstração. A caracterização do grau de complexidade para os estudantes, principalmente os iniciantes, é evidenciada quando a grande maioria deles não consegue relacionar os conceitos estudados com a modelagem e as aplicações práticas. No que se refere ao binômio ensino-aprendizagem, Pabón e Rios (2014) sinalizam para importância do fortalecimento de estratégias didáticas adequadas, no intuito de se desenvolver metodologias mais apropriadas para o ensino de Séries de Fourier.

O uso de TIC é um dos fatores mais influentes atualmente no processo de ensino e aprendizagem. Os parâmetros curriculares nacionais defendem a incorporação de novas tecnologias nas aulas, em especial na formação de professores, pois:

> A busca e a articulação de informações são facilitadas pelos dados disponíveis na rede mundial de computadores. [...] Esse recurso também pode ser usado pelo professor ou pelo estudante, para a criação de seus próprios materiais: na redação de textos, simulação de experimentos, construção de tabelas e gráficos. [...] É também um meio ágil de comunicação entre o professor e os estudantes, possibilitando a troca de informações na resolução de exercícios, na discussão de um problema [...] (BRASIL, 2002, p.106).

Justifica-se a aplicação deste trabalho por se verificar a necessidade de se trabalhar no âmbito do ensino as Séries de Fourier fazendo o uso de tecnologias digitais. Tendo por objetivo propor aos estudantes do ensino superior, do curso de Matemática-Licenciatura, uma abordagem diferenciada da matemática. E ao fazer a utilização de uma UEPS podem-se verificar indícios de aprendizagem significativa, configurando-se como um material potencialmente significativo.

3 OBJETIVOS

Geral: Desenvolver e avaliar uma proposta de ensino potencialmente significativa para o estudo de alguns tópicos de Matemática, segundo a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, para ensinar os conteúdos pertinentes a Séries de Fourier, utilizando as tecnologias digitais.

Específicos:

- Desenvolver atividades para o ensino de Séries de Fourier, com a utilização de *softwares* e/ou aplicativos com interface gráfica;
- Fazer a análise das atividades, com a utilização de pré e pós-testes, em busca de indícios de aprendizagem significativa;
- Utilizar o método de Hake para o cálculo do ganho percentual normalizado na aprendizagem referente à intervenção pedagógica;
- Analisar os mapas conceituais elaborados pelos estudantes no intuito de auxiliar a averiguação de indícios de aprendizagem significativa.

4 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DE LITERATURA

No aprofundamento teórico deste trabalho apresenta-se uma síntese de discussões e análises trazidas por outros trabalhos relacionados à pesquisa. A seguir, são pontuados os referenciais que fundamentam o seu desenvolvimento. Com esses referenciais procura-se validar a investigação sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, a formulação matemática das Séries de Fourier e o uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no desenvolvimento de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS).

4.1 Teoria da Aprendizagem Significativa

Professor Emérito da Universidade de Columbia, David Ausubel (1918-2008) graduou-se em Psicologia e Medicina, doutorou-se em Psicologia do Desenvolvimento na Universidade de Columbia, onde foi professor no *Teacher's College* por muitos anos. Dedicou sua vida acadêmica ao desenvolvimento de uma visão cognitiva à Psicologia Educacional, debruçando-se a estudar a teoria da aprendizagem significativa (TAS), publicada inicialmente em 1968.

Segundo Ausubel (2000), existe uma estrutura em que se processam a organização e integração de aprendizagem. Sendo que o fator que mais influencia na aprendizagem é aquilo que o estudante já sabe funcionando como ponto de ancoragem para o aprendizado de novas ideias.

Essa teoria se relaciona diretamente com os ensinamentos e noções que os estudantes trazem em sua estrutura cognitiva e que os professores devem estar atentos. Ressalta-se que as informações se organizam cognitivamente de forma hierárquica, sendo aqueles pontos de maior relevância para os estudantes se sobrepondo aos demais (RONCA, 1994).

> Nesta perspectiva, a aprendizagem significativa é um processo cognitivo no qual o conceito de mediação está plenamente presente, pois para que haja aprendizagem significativa é necessário que se estabeleça uma relação entre o conteúdo que vai ser aprendido e aquilo que o estudante já sabe, seja uma imagem, um conceito ou uma proposição. (RONCA, 1994, p. 92)

A TAS está centrada no processo de aprendizagem e, em suas implicações para o ensino. A aprendizagem cognitiva é o foco primordial dessa teoria, pois se considera que tal aprendizagem resulta no armazenamento de informações, de forma super organizada na mente do estudante, que passa a ser designada como estrutura cognitiva, pela complexidade da disposição destes conhecimentos (MOREIRA, 2011a).

> É importante reiterar que a aprendizagem significativa se caracteriza pela *interação* entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é *não-literal* e *não-arbitrária.* Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva. (MOREIRA, 2010, p. 2)

Diante disso, considera-se aprendizagem significativa o processo em que uma nova informação se relaciona com um elemento específico e relevante, já existente na estrutura cognitiva do indivíduo. E a essa estrutura de conhecimento específica, que interage com a nova informação, Ausubel define como *subsunçor*. Palavra que é o mais próximo de uma tradução literal da palavra inglesa *subsumer* e, se equivale a facilitador ou também ideia-âncora.

No estudo de Séries de Fourier, por exemplo, se os conceitos de função periódica e função trigonométrica já existem na estrutura cognitiva do estudante, estes servem como subsunçores (âncoras) para o aprendizado de novas informações referentes a aplicações de funções trigonométricas como, por exemplo, a Equação de Onda, que é uma equação diferencial parcial, que faz uso das Séries de Fourier para o cálculo da solução analítica.

Considera-se que quando novos conhecimentos passam a ter significância ao estudante, além do mesmo ter a capacidade de resolver problemas novos, a aprendizagem é significativa.

> A aprendizagem por recepção significativa envolve, principalmente, a aquisição de novos significados a partir de material de aprendizagem apresentado. Exige quer um mecanismo de aprendizagem significativa, quer a apresentação de material potencialmente significativo para o aprendiz. Por sua vez, a última condição pressupõe (1) que o próprio material de aprendizagem possa estar relacionado de forma não arbitrária (plausível, sensível e não aleatória) e não literal com qualquer estrutura cognitiva apropriada e relevante (i.e., que possui significado 'lógico') e (2) que a estrutura cognitiva particular do aprendiz contenha ideias ancoradas relevantes, com as quais se possa relacionar o novo material. A interação entre novos significados potenciais e ideias relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz dá origem a significados verdadeiros ou psicológicos. Devido à estrutura cognitiva de cada aprendiz ser única, todos os novos significados adquiridos são, também eles, obrigatoriamente únicos. (AUSUBEL, 2000, p.17).

Dessa forma, das condições para a ocorrência da aprendizagem significativa, destacam-se: que o material a ser aprendido deve ser relacionável com a estrutura cognitiva do estudante e, materiais que possuem essa característica são descritos como "potencialmente significativos". Vale enfatizar que, essa condição implica na existência de um conteúdo mínimo na sua estrutura cognitiva do estudante, com os subsunçores necessários para o aprendizado. E, considera-se também que o estudante deve se manifestar disposto a aprender, fazendo então a associação desse material potencialmente significativo à sua estrutura cognitiva.

Segundo Ausubel (2000, p.17):

> A aprendizagem significativa não é sinónimo de aprendizagem de material significativo. Em primeiro lugar, o material de aprendizagem apenas é *potencialmente* significativo. Em segundo, deve existir um mecanismo de aprendizagem significativa. O material de aprendizagem pode consistir em componentes já significativas (tais como pares de adjectivos), mas cada uma das componentes da tarefa da aprendizagem, bem como esta como um todo (apreender uma lista de palavras ligadas arbitrariamente), não são ‘logicamente’ significativas. Além disso, até mesmo o material logicamente significativo pode ser apreendido por memorização, caso o mecanismo de aprendizagem do aprendiz não seja significativo.

Moreira (2011a) descreve como aprendizagem receptiva a grande parte das situações de ensino-aprendizagem ocorridas em sala de aula, onde o conteúdo é apresentado em sua forma final. Em contraponto com a aprendizagem por descoberta, em que o conteúdo a ser aprendido deve ser descoberto pelo estudante. Contudo, a aprendizagem em ambos os casos só será considerada significativa se o novo conteúdo incorpora-se a estrutura cognitiva do estudante.

Nos casos em que o estudante não possua os conceitos necessários para o aprendizado de novos conhecimentos, Ausubel recomenda o uso de organizadores prévios que sirvam de âncora para a nova aprendizagem e levem ao desenvolvimento dos subsunçores que irão facilitar a aprendizagem (MOREIRA, 2011a).

É primordial o papel do professor na facilitação da aprendizagem significativa. Nesse sentido, pode-se pontuar o envolvimento de pelo menos quatro tarefas fundamentais: 1) identificar os conceitos inclusivos com maior poder explanatório, e organizá-los hierarquicamente abrangendo os menos inclusivos até chegar aos mais específicos; 2) Fazer a identificação dos subsunçores relevantes á aprendizagem do conteúdo; 3) Diagnosticar aquilo que o estudante já sabe; 4) Utilizar recursos e princípios que facilitem a aquisição da estrutura conceitual da matéria de ensino de forma significativa (MOREIRA, 2011a).

4.2 Formulação Matemática - Séries de Fourier

A seguir serão apresentados alguns tópicos e definições importantes para compor inicialmente o referencial teórico referente às Séries de Fourier para este trabalho. Vale comentar que todas as definições e conceitos matemáticos inseridos neste capítulo têm como referência bibliográfica DeVries (1994) e Spiegel (1974).

Jean Baptiste Joseph Fourier nasceu na França, em Auxerre em 1768 e faleceu em Paris em 1830. Em 1807 Fourier apresentou um artigo à Academia de Ciências da França que deu inicio a um novo capitulo da história da Matemática, pois se tratava do problema prático da propagação do calor em barras de sódio metálico, no qual Fourier fez uma afirmação de que toda função definida num intervalo finito pode ser decomposta numa soma de funções de seno e cosseno. Para ser mais especifico, ele afirmou que uma função qualquer, não importando o quão "caprichosamente" seja definida no intervalo $(-\pi, \pi)$**,** pode ser representada neste intervalo por:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen}(nx) \quad \textbf{(1)}$$

Onde a_0, a_n e b_n são os coeficientes das Séries. Em sua forma geral, a Eq. 1 é escrita como:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad \textbf{(2)}$$

Para que se possa fazer o estudo dessas Séries, faz-se necessário definir algumas propriedades. Tais como: propriedades de funções pares e ímpares; propriedades de funções periódicas, bem como as funções seno e cosseno; e o cálculo dos coeficientes das Séries.

4.2.1 Propriedades de funções pares e ímpares

Uma função $f(x)$ é par se $f(-x) = f(x)$ e ímpar se $f(-x) = -f(x)$. Assim, são alguns exemplos de funções pares: $x^2, x^4, \cos(nx)$ e, alguns exemplos de funções ímpares: $x^3, x^5 + x, sen(nx)$, dado que $n \in \mathbb{N}$. Considerando que ainda existam funções que não são nem pares e nem ímpares, ou seja, não possuem paridade definida, como por exemplo, $g(x) = x^2 + x + 3$.

As funções com paridade definida possuem as seguintes propriedades:

a) O produto ou a razão de duas funções pares é par;
b) O produto ou a razão de duas funções ímpares é par;

c) O produto ou a razão de uma função par e uma função ímpar é ímpar;
d) A soma ou a diferença de duas funções pares é par;
e) A soma ou a diferença de duas funções ímpares é ímpar;
f) Se f é par, então $\int_{-L}^{L} f(x)dx = 2\int_{0}^{L} f(x)dx$;
g) Se f é ímpar, então $\int_{-L}^{L} f(x)dx = 0$;

4.2.2 Propriedades de funções Seno e Cosseno

Antes, necessita-se definir função periódica.
Uma função $f = f(t)$ é periódica se existir um T tal que

$$f(t) = f(t+T) \tag{3}$$

para qualquer t pertencente ao domínio de f. O menor valor T para o qual a igualdade da Eq. 3 é válida, é chamado de período de f e quando existe T que satisfaz a Eq. 3, diz-se que a função $f(t)$ é periódica.

Se $f(t) = f(t+T)$, então:

$$\int_{a-T/2}^{a+T/2} f(t)dt = \int_{T/2}^{T/2} f(t)dt \tag{4}$$

Ou seja, a integral de uma função periódica é invariante num intervalo de comprimento igual a T.

As funções seno e cosseno possuem período $T = 2\pi$ e, nessas quando se aplica uma integral definida num intervalo simétrico se podem observar algumas características relevantes para o cálculo dos coeficientes das Séries de Fourier.
Observam-se as seguintes integrais definidas no intervalo $[-\pi, \pi]$, dos produtos de funções seno e cosseno.
Para o produto de duas funções cosseno:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(nx) \cdot \cos(mx) \cdot dx = \begin{cases} \pi, se\ n = m \\ 0, se\ n \neq m \end{cases} \tag{5}$$

a) Para $n = m$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(nx) \cdot \cos(mx) \cdot dx = \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2(nx) \cdot dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1+\cos(2nx)}{2} \cdot dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}x + \frac{\text{sen}(2nx)}{4n}\right]\Bigg|_{-\pi}^{\pi} = \pi$$

b) Para $n \neq m$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(nx) \cdot \cos(mx) \cdot dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2}[\cos(nx + mx) + \cos(nx - mx)] \cdot dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi} \{sen[(n+m)x] - sen[(n-m)x]\} \cdot dx$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\frac{-\cos[(n+m)x]}{n+m} + \frac{\cos[(n-m)x]}{n-m}\right\}\Bigg|_{-\pi}^{\pi} = 0$$

Para o produto de duas funções seno:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \text{sen}(nx) \cdot \text{sen}(mx) \cdot dx = \begin{cases} \pi, se\ n = m \\ 0, se\ n \neq m \end{cases} \quad \textbf{(6)}$$

a) Para $n = m$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \text{sen}(nx) \cdot \text{sen}(mx) \cdot dx = \int_{-\pi}^{\pi} \text{sen}^2(nx) \cdot dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1 - \cos(2nx)}{2} \cdot dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}x - \frac{\text{sen}(2nx)}{4n}\right]\Bigg|_{-\pi}^{\pi} = \pi$$

b) Para $n \neq m$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \text{sen}(nx) \cdot \text{sen}(mx) \cdot dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2}[\cos(nx - mx) - \cos(nx + mx)] \cdot dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi} \{cos[(n-m)x] + cos[(n+m)x]\} \cdot dx$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\frac{\text{sen}[(n-m)x]}{n-m} - \frac{\text{sen}[(n+m)x]}{n+m}\right\}\Bigg|_{-\pi}^{\pi} = 0$$

Para o produto de uma função seno e uma função cosseno:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \text{sen}(nx) \cdot \cos(mx) \cdot dx = \begin{cases} 0, se\ n = m \\ 0, se\ n \neq m \end{cases} \quad \textbf{(7)}$$

a) Para $n = m$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \text{sen}(nx) \cdot \cos(mx) = \frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi} sen(2nx) \cdot dx = \frac{1}{4n}[-cos(2nx)]|_{-\pi}^{\pi} = 0$$

b) Para $n \neq m$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen}(nx) \cdot \cos(mx) = \frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi} [sen(nx+mx) + sen(nx-mx)] \cdot dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi} \{sen[(n+m)x] + sen[(n-m)x]\} \cdot dx$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\frac{-\cos[(n+m)x]}{n+m} - \frac{\cos[(n-m)x]}{n-m}\right\}\Bigg|_{-\pi}^{\pi} = 0$$

Essas integrais também podem ser definidas para um intervalo $[-L, L]$ qualquer.

4.2.3 Coeficientes das Séries de Fourier

Para o cálculo dos coeficientes de uma Série de Fourier deve-se primeiro supor que existe uma função f que seja dada por:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Dentro do intervalo $[-L, L]$.

Integrando a função acima de $[-L, L]$:

$$\int_{-L}^{L} f(x) \cdot dx = \int_{-L}^{L} \frac{a_0}{2} \cdot dx + \int_{-L}^{L} \left[\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\right] \cdot dx \qquad \textbf{(8)}$$

$$\int_{-L}^{L} f(x) \cdot dx = \frac{a_0}{2} \cdot 2L + 0$$

$$a_0 = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x) \cdot dx \qquad \textbf{(9)}$$

Com isso calcula-se o coeficiente a_0, como demonstrado na Eq. 9.

Para o cálculo de a_n devem-se multiplicar ambos os lados da Eq. 8 por $\cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$:

$$\int_{-L}^{L} f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot dx = \int_{-L}^{L} \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \left[\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\right] \cdot dx$$

$$\int_{-L}^{L} f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot dx = \frac{a_0}{2}\int_{-L}^{L} \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot dx$$

$$+ \left[a_n \int_{-L}^{L} \cos^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot dx + b_n \int_{-L}^{L} sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot dx\right] \Rightarrow$$

$$\int_{-L}^{L} f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot dx = a_n \int_{-L}^{L} \cos^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot dx \Rightarrow$$

$$a_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)\cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\cdot dx \qquad \textbf{(10)}$$

Para o cálculo de b_n devem-se multiplicar ambos os lados da Eq. 8 por $\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$:

$$\int_{-L}^{L} f(x)\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\cdot dx = \int_{-L}^{L}\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\left[\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n\cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\right]\cdot dx$$

$$\int_{-L}^{L} f(x)\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\cdot dx = \frac{a_0}{2}\int_{-L}^{L}\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\cdot dx$$

$$+\left[a_n\int_{-L}^{L} cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\cdot dx + b_n\int_{-L}^{L}\operatorname{sen}^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\cdot dx\right] \Rightarrow$$

$$\int_{-L}^{L} f(x)\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\cdot dx = b_n\int_{-L}^{L}\operatorname{sen}^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\cdot dx \Rightarrow$$

$$b_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\cdot dx \qquad \textbf{(11)}$$

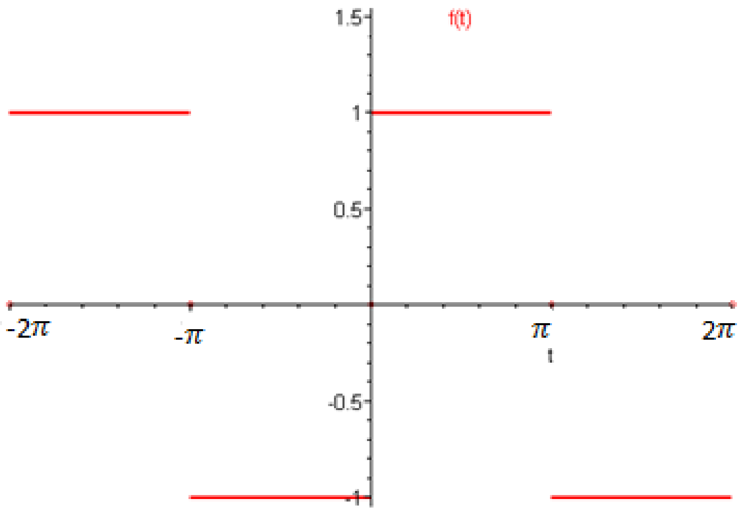
Exemplo:

Seja $f(x)$ uma função de mais de uma sentença definida pela Eq. 12, com periodicidade igual a 2π, conhecida pelo nome de onda quadrada. Busca-se aqui aproximar a esta função por uma Série de Fourier.

$$f(x) = f(x+2\pi) = \begin{cases} -1, -\pi < x < 0 \\ 1, 0 < x < \pi \end{cases} \qquad \textbf{(12)}$$

O gráfico de $f(x)$ é dado pela figura 1.

Figura 1 – Gráfico da função onda quadrada.



Fonte: Autor (2018)

Calculando os coeficientes a_0, a_n e b_n da Série de Fourier:

$$a_0 = \frac{2}{2\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} -1 \cdot dx + \int_{0}^{\pi} 1 \cdot dx\right] = \frac{1}{\pi}[-x|_{-\pi}^{0} + x|_{0}^{\pi}] = \frac{1}{\pi}[-\pi + \pi] = 0$$

Sabe-se então que $f(x)$ é uma função ímpar e que a função cosseno é par, não se faz necessário o calculo do coeficiente a_n, pois:

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{0}^{T} f(x) \cdot \cos(nx) = 0$$

Tem-se então que os coeficientes a_0 e a_n são iguais a zero, mas b_n não, como dada na Eq. 13.

$$b_n = \frac{2}{2\pi}\left[2\int_{0}^{\pi} 1 \cdot sen(nx) \cdot dx\right] = \frac{2}{\pi}\left(-\frac{\cos(nx)}{n}\right)\Bigg|_{0}^{\pi} = \frac{2}{\pi}\left[-\frac{\cos(n\pi)}{n} + \frac{\cos(0)}{n}\right]$$

Sabendo que $\cos(0) = 1$ e que $\cos(n\pi) = (-1)^n$. Então:

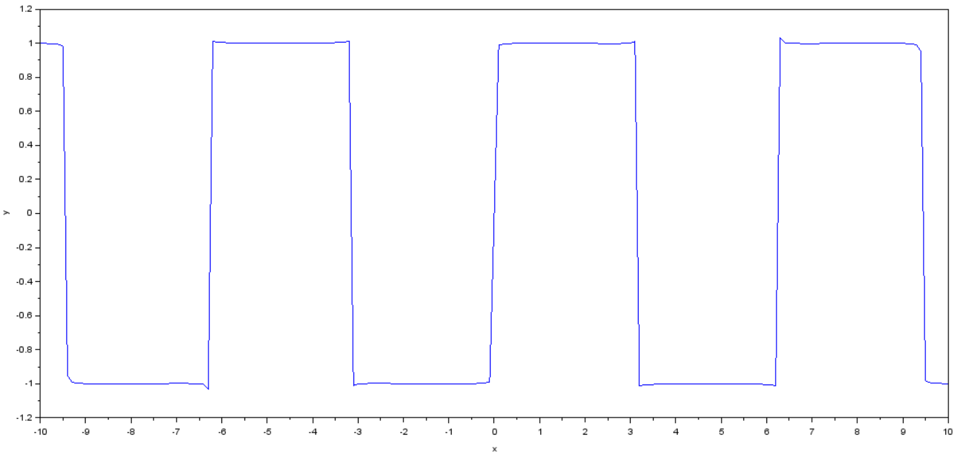
$$b_n = \frac{2}{n\pi}(-(-1)^n + 1) \qquad \textbf{(13)}$$

Logo, a aproximação de $f(x)$ pela Série de Fourier é dada pela Eq. 14.

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi}(1 - (-1)^n) \cdot sen(nx) \qquad \textbf{(14)}$$

Obtendo-se o gráfico da figura 2.

Figura 2 – Gráfico da função onda quadrada aproximada por Série de Fourier.



Fonte: Autor (2018)

4.3 Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC)

As últimas décadas têm evidenciado de forma clara o potencial educacional que incide do acesso às novas tecnologias e internet, oportunizando diferentes momentos e meios de aprendizagem, desenvolvendo competência, bem como motivando o interesse em aprender oportunizando a ligação dos espaços formais e informais do processo de aprendizagem escolar (MIRANDA, 2007; PEREIRA e SILVA, 2009).

A crescente presença do computador e de outros recursos tecnológicos em diversas atividades cotidianas nos remete a muitas questões, como por exemplo, a possibilidade de utilização do computador no processo de ensino-aprendizagem, tanto por parte do professor quanto por parte dos estudantes. Mas ainda se considera a disponibilidade desses recursos como um desafio a ser enfrentado, para que a utilização da informática na educação seja viável.

A utilização das TIC como estratégia de ensino justifica-se pelas novas formas de abordar e representar a informação. Ou seja, deve haver um redimensionamento do papel do professor e dos estudantes da forma que novas interações sejam estabelecidas a partir do potencial que as TIC proporcionam em relação ao material explorado.

Perrenoud (2000) afirma que, dentre outras qualidades essenciais para a qualidade do ensino, o professor deve conceber e fazer evoluir os dispositivos de ensino, saber trabalhar em equipe, participar da criação e da execução do projeto pedagógico da escola, utilizar novas tecnologias em benefício da educação, cuidar da própria formação contínua e ter compromisso com a aprendizagem coletiva e individual. Pois não basta ter posse de recursos e tecnologias de última geração se não se conseguir orientar os professores a fazer a utilização dos recursos tecnológicos disponíveis. Além disso, esses recursos apresentam-se como propícios para a consolidação da Educação pelo fato de facilitar o acesso às informações, conteúdos curriculares e conhecimentos em geral.

Diante disso, é preciso refletir sobre a forma com que as tecnologias são inseridas no processo de ensino-aprendizagem da matemática. Nesse sentido, deve-se fazer a incorporação das tecnologias disponíveis, sempre que possível, pois a geração do conhecimento matemático não pode ser dissociada da tecnologia disponível (D'AMBROSIO, 1996).

Apesar do nível de complexidade da tarefa de incorporar as tecnologias em sala de aula, levando em consideração que esta tarefa pode ser retratada de vários ângulos, opta-se por adotar uma metodologia de ensino que envolve o uso de tecnologias, pois, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

> O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com as máquinas. A velocidade do surgimento e renovação de saberes e de formas de fazer em todas as atividades humanas tornarão rapidamente ultrapassadas a maior parte das competências adquiridas por uma pessoa ao início de sua vida profissional (BRASIL, 2002, p. 41).

4.4 Unidades de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS)

Uma UEPS é uma alternativa de criação de elementos potencialmente significativos que compõem uma estruturação lógica e de significado para os estudantes. A elaboração de uma UEPS tem como embasamento um conjunto de teorias de aprendizagem cujo intuito é promover aprendizagem significativa.

Certos princípios são seguidos (MOREIRA, 2011a) com a intenção de fundamentar a criação e a aplicação de UEPS:

- Os conhecimentos prévios dos estudantes são necessários para a ancoragem dos novos conceitos;
- A integração de sentimentos e pensamentos são aspectos necessários para a aprendizagem significativa;
- O estudante deve se apresentar de maneira não arbitrária aos conhecimentos, ou seja, querer aprender;
- Organizadores prévios podem auxiliar o estabelecimento de relações entre os novos conhecimentos e os subsunçores;
- Aplicação de situações-problema, propostas em nível crescente de complexidade;
- O uso dos princípios de diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa nos temas estudados;
- Aprendizagem significativa crítica, não mecânica, visa à interação entre estudante, objeto do ensino e professor.

A avaliação de uma UEPS deve ser realizada durante a aplicação, pois se deve levar em conta o desempenho dos estudantes e o rumo da proposta. Tudo o que puder representar uma evidência de aprendizado significativo precisa constituir-se em dados. Se considerada a uma UEPS como exitosa, se no decorrer e após a aplicação da proposta os estudantes apresentarem evidências de aprendizado significativo (HILGER e GRIEBELER, 2013).

4.5 Estudos relacionados

Neste capítulo serão pontuados, de modo bastante sucinto, trabalhos de outros autores que dialoguem com o tema e com tópicos pontuados ao longo desta pesquisa. Nesse sentido, o capítulo foi organizado em duas secções, a saber: Trabalhos com Séries e transformadas de Fourier e Trabalhos com tecnologias no ensino de matemática.

4.5.1 Trabalhos com Séries de Fourier e transformada de Fourier

Pupin (2011) em seu trabalho de conclusão de curso apresenta a teoria das Séries de Fourier e das Transformadas de Fourier permitindo representar e estudar o comportamento de determinadas funções com respeito a propriedades de periodicidade. O trabalho tem como objetivo principal o estudo sistemático introdutório das Séries de Fourier e da Transformada de Fourier, obtendo-se então a aquisição de conhecimentos básicos, porém sólidos sobre a teoria estudada por Fourier. Discutindo-se por fim, a aplicação da teoria de Fourier ao estudo da atividade solar por meio da contabilização do número de manchas solares. O trabalho traz também as aplicações da Transformada de Fourier para o Processamento de Sinais e Digitalização da Imagem.

Pabón e Rios (2014) descrevem em seu trabalho os estilos de aprendizagem de estudantes de Engenharia da Universidade do Atlântico, ao estudarem as Séries de Fourier, notando que apresentam dificuldades devido à complexidade do tema e pelo desconhecimento de estratégias didáticas adequadas. Ressaltam que as questões levantadas na pesquisa serão de grande utilidade na comunidade acadêmica de matemáticos, formando uma visão para a criação de novos enfoques didáticos para o ensinamento da matemática nas universidades. Conclui com o resultado que o estilo de aprendizagem predominante dos estudantes de Engenharia da Universidade do Atlântico é o estilo pragmático, que se evidencia nos estudantes caracterizados como metódicos, lógicos, críticos e estruturados.

4.5.2 Trabalhos com tecnologias no ensino de Matemática

Cunha (2017) faz a constatação de que o acesso dos estudantes aos dispositivos móveis (*smartphones*) oportuniza sua inserção na educação e não sendo possível impedir essa inclusão. Sendo potenciais materiais educacionais, os aplicativos em dispositivos móveis viabilizam a prática da aprendizagem com mobilidade (*mobile-learning*), temática central da pesquisa. Tendo como objetivo a intervenção pedagógica, visou-se despertar nos estudantes a predisposição de aprender procurando mostrar, através da utilização da tecnologia, a importância das ligações químicas para a compreensão de eventos do dia a dia e para o prosseguimento das aprendizagens em química. O estudo foi desenvolvido baseado na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, criando uma UEPS.

No que se refere ao uso de questionários semiestruturados para a identificação de saberes prévios dos estudantes, Brum e Schuhmacher (2013) apresentam em sua pesquisa a identificação dos conhecimentos prévios sobre Geometria Euclidiana, Esférica e Hiperbólica, em estudantes da segunda série do ensino médio. Foi utilizado um questionário semiestruturado que favoreceu a exposição de ideias por meio de textos e desenhos, revelando diversas lacunas e fragilidades conceituais nas concepções des estudantes sobre geometria. Com a análise do questionário inferiu-se que os estudantes possuem alguns conhecimentos prévios presentes em sua estrutura cognitiva a respeito de Geometria Esférica e Hiperbólica, podendo-se identificar através da utilização de vídeos e textos como organizadores prévios, que os estudantes utilizaram conhecimentos de Geometria Euclidiana para resolver os problemas.

Com o objetivo de desenvolver uma sequência lógica utilizada para se criar uma UEPS, baseada na teoria de Ausubel, Kiefer e Pilatti (2014) desenvolveram um roteiro para a elaboração de uma aula significativa. O estudo caracterizou-se como aplicado e de natureza prática, do ponto de vista da metodologia utilizada, onde o roteiro foi estruturado em seis etapas principais: definição do conteúdo da aula, determinação dos aspectos mais relevantes do conteúdo e dos organizadores prévios, sequência do conteúdo curricular, avaliação da aprendizagem, estratégia e recursos utilizados e montagem do plano de aula. Pontuando em cada etapa as atividades a serem cumpridas, concluindo que o roteiro proposto é uma ferramenta que se alinha com a teoria de Ausubel, possibilitando a montagem de uma aula significativa.

5 CONTEXTO E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Apresenta-se aqui o contexto e os procedimentos metodológicos do para o qual este trabalho será desenvolvido. Constam nesse capítulo os procedimentos de análises: quantitativa e qualitativa, bem como o contexto da aplicação e os sujeitos envolvidos na aplicação. Também como estão constituídas as oficinas e os procedimentos metodológicos.

5.1 Abordagem quantitativa

Esta pesquisa possuiu uma abordagem quantitativa, seguindo a metodologia do Ganho de Hake (2002), a qual se procura investigar a porcentagem de ganho em aprendizagem por meio da aplicação de instrumentos de coletas de dados antes e após a aplicação da oficina. Segundo o autor:

> [...] alunos compreendem melhor um conceito se eles próprios o constroem, passo a passo, ao invés de serem informados sobre o que é e instruídos a simplesmente relembrar disso. Essa assim chamada aprendizagem ativa tornou-se uma estratégia popular para reformular todos os cursos introdutórios, pedindo aos alunos que fizessem previsões sobre os resultados de uma situação hipotética por meio do compartilhamento de informações em laboratórios e em discussões (HAKE, 2002, p. 2-3).

Utiliza-se de uma equação simples que permite avaliar o quanto um estudante progrediu na compreensão de determinado conteúdo. A Eq. 15 calcula o ganho médio normalizado $< g >$. A equação é definida por:

$$< g >= \frac{\% < ganho >}{\% < ganho >_{\boldsymbol{máx}}} \quad \text{ou ainda,} \quad < g >= \frac{< \% < pós - teste > -\% < pré - teste \gg}{100 - \% < pré - teste >} \qquad \textbf{(15)}$$

$\% < ganho >$ é a percentagem de aumento de acertos entre o pré-teste e o pós-teste.

$\% < pré - teste >$ é a percentagem de acertos do estudante individual ou da turma toda no pré-teste

$\% < pós - teste >$ é a percentagem de acertos do estudante individual ou da turma toda no pós-teste.

5.2 Abordagem qualitativa

Uma análise qualitativa pode ser descrita como o processo em que ocorre a interpretação dos acontecimentos e a atribuição de significados; por este motivo, não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas, sendo o ambiente da aplicação a fonte direta para a coleta dos dados e o pesquisador, o instrumento-chave. (GIL, 1991)

Esta pesquisa conta com essa abordagem, onde há um grande interesse na questão dos significados que se atribuem a eventos e objetos, em suas ações e interações dentro de um contexto na qual se busca a elucidação e exposição desses significados pelo pesquisador. Defende-se ainda que as pesquisas qualitativas foquem não somente os significados, mas também as experiências e as ações, onde se utilizam métodos como observação participativa, significados individuais e contextuais, interpretação e desenvolvimento de hipóteses. (MOREIRA, 2011a)

Partindo do ponto que os novos conhecimentos gerados na interação com os subsunçores (Ausubel) e as informações apresentadas, são naturalmente diferenciados pelo estudante, utilizam-se mapas conceituais (NOVAK, 1977; 1980) como uma forma de organizar as relações entre os conceitos aprendidos. “Mapa conceitual é um diagrama hierárquico de conceitos e relações entre conceitos, onde se percebe que alguns são mais relevantes, mais abrangentes, mais estruturantes, do que outros” (HILGER e GRIEBELER, 2013).

5.3 contexto e sujeitos da pesquisa

Nesse item, mostra-se a maneira como foi esquematizada a UEPS proposta para a aplicação do trabalho, desenvolvida de acordo com os métodos de intervenção pedagógica. E também os componentes envolvidos na aplicação, o local, o nível de ensino dos estudantes e o projeto de extensão ao qual a aplicação da oficina está ligada.

5.3.1 Oficina

O desenvolvimento da pesquisa se dá por meio de uma intervenção pedagógica, que são investigações que envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações) – destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam – e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências (DAMIANI *et. al.*, 2013).

Pesquisas do tipo intervenção pedagógica são aplicadas, pois têm como finalidade a contribuição para a solução de problemas práticos, se opondo às pesquisas básicas, objetivadas pela ampliação de conhecimentos, sem preocupação com possíveis benefícios práticos. Muitos estudos "enfatizam o potencial das pesquisas aplicadas para, por exemplo, subsidiar tomadas de decisões acerca de mudanças em práticas educacionais, promover melhorias em sistemas de ensino já existentes, ou avaliar inovações" (DAMIANI *et. al.*, 2013, p. 58).

A intervenção pedagógica aqui proposta tem como objetivo fazer o estudo das Séries de Fourier, utilizando aplicativos de interface gráfica, facilitando o entendimento da situação-problema.

Para tanto, desenvolveu-se uma oficina estruturada em três momentos, a saber: uma introdução, fazendo um histórico das Séries de Fourier; um estudo de funções trigonométricas, funções pares e ímpares; as Séries de Fourier e o cálculo computacional dos coeficientes das Séries.

Vale comentar que este trabalho está vinculado ao projeto "Laboratório de investigações matemáticas" da UNIPAMPA, que está sendo desenvolvido e coordenado pelo Profa. Dra. Sonia Maria da Silva Junqueira (registrado no SIPPEE sob nº 20170808161710), do qual faço parte da equipe executora.

5.3.2 Sujeitos da pesquisa

A intervenção pedagógica realizada neste trabalho é desenvolvida em um projeto de extensão denominado "Oficinas de extensão: capacitação para o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação no ensino", coordenado pelo Prof. Dr. Márcio Marques Martins (registrado no SIPPEE sob nº 02.024.18). A proposta de se desenvolver oficinas vai diretamente ao encontro dos objetivos do projeto de extensão, pois este tem a finalidade de capacitar novos estudantes de pós-graduação e de graduação para atuação como multiplicadores das técnicas de produção de material didático digital. O referido projeto de extensão ainda está calcado em três pilares: capacitação dos professores em formação inicial ou continuada para uso de TIC; capacitação para a produção de materiais didáticos digitais; inovação no ensino.

Inserido nesse cenário, os sujeitos dessa pesquisa são 19 estudantes do curso de Matemática-Licenciatura, da UNIPAMPA - Campus Bagé/RS. Participaram das oficinas, estudantes que se encontram na primeira metade do curso. As atividades das oficinas foram realizadas no ambiente universitário, no turno da noite, de 26 de setembro a 10 de outubro de 2018 com duração de 3 horas cada oficina.

5.4 Procedimentos metodológicos

Nessa secção é descrito o processo de desenvolvimento da oficina e dos instrumentos para coleta de dados. Apresenta-se aqui, o passo a passo da metodologia que constitui a elaboração da oficina, e posteriormente, o desenvolvimento do pré e pós-teste aplicados.

5.4.1 Constituição das oficinas

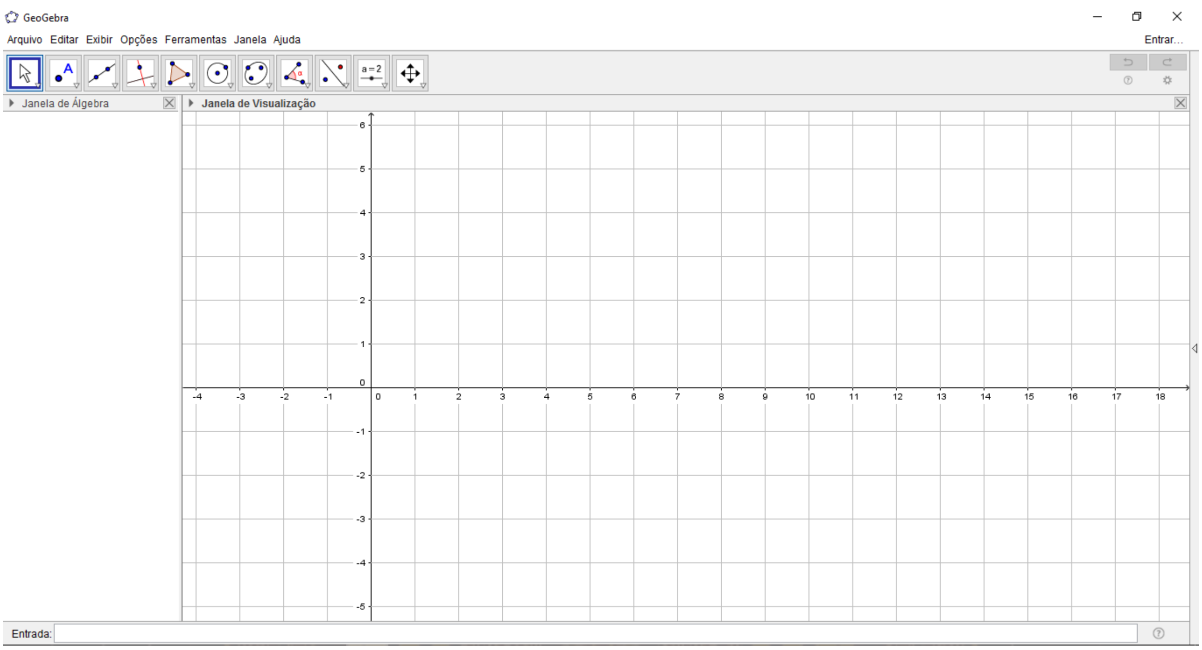
5.4.1.1 Oficina 1

Utilizamos para essa oficina a janela de visualização 2D, versão 4 do *Software* GeoGebra. Salienta-se que, essa janela é comum a todas as versões do referido *software*.

- **Considerações sobre o *software* GeoGebra:** Ao abrir o *software* podem ser vistos na Área de trabalho:

- no centro: a janela algébrica e a janela de visualização;
- na parte superior: as barras de menu e de ferramentas;
- na parte inferior: a caixa de entrada.

Figura 3 – Ambiente inicial do *software* GeoGebra.



Fonte: Autor (2018)

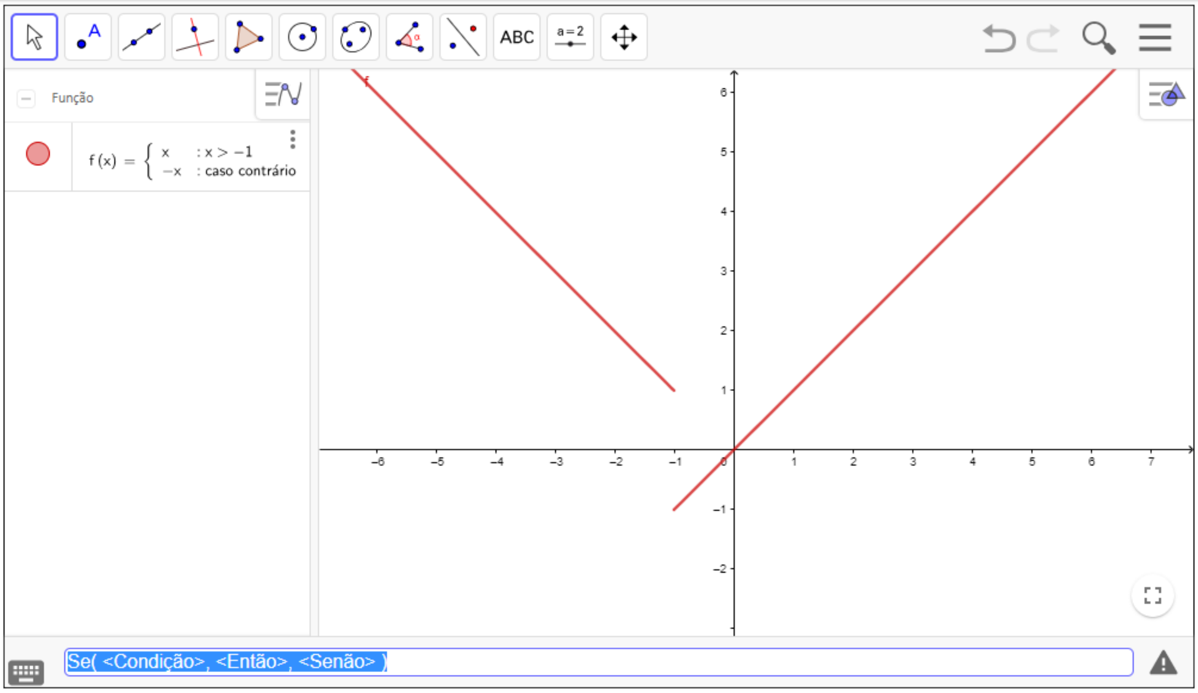
- **Noções de continuidade de funções utilizando o GeoGebra**

1) Funções contínuas, descontínuas e seccionalmente contínuas:

No *software*: Na caixa de entrada do GeoGebra, usaremos o comando “Se(<Condição>, <Então>, <Senão>)”.

Por exemplo: $f(x) = \begin{cases} x, se\ x < -1 \\ -x, se\ x \geq -1 \end{cases}$, digitaremos na caixa de entrada: “Se(x<-1, x, -x)”. E obtemos:

Figura 4 – Gráfico de um exemplo de função descontínua.



Fonte: Autor (2018)

Conclui-se que a função dada é descontínua em $x = -1$, mas é seccionalmente contínua em $(-\infty, -1)$ e em $(-1, +\infty)$.

Desafios propostos:

1) $f(x) = \begin{cases} sen(2x), se\ x < \pi \\ x - \pi, se\ x \geq \pi \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} sen\left(\frac{1}{2}x\right), se\ x < 2 \\ 0, se\ 2 \leq x < 3 \\ \ln(x), se\ x \geq 3 \end{cases}$

- **Noções de paridade de funções**

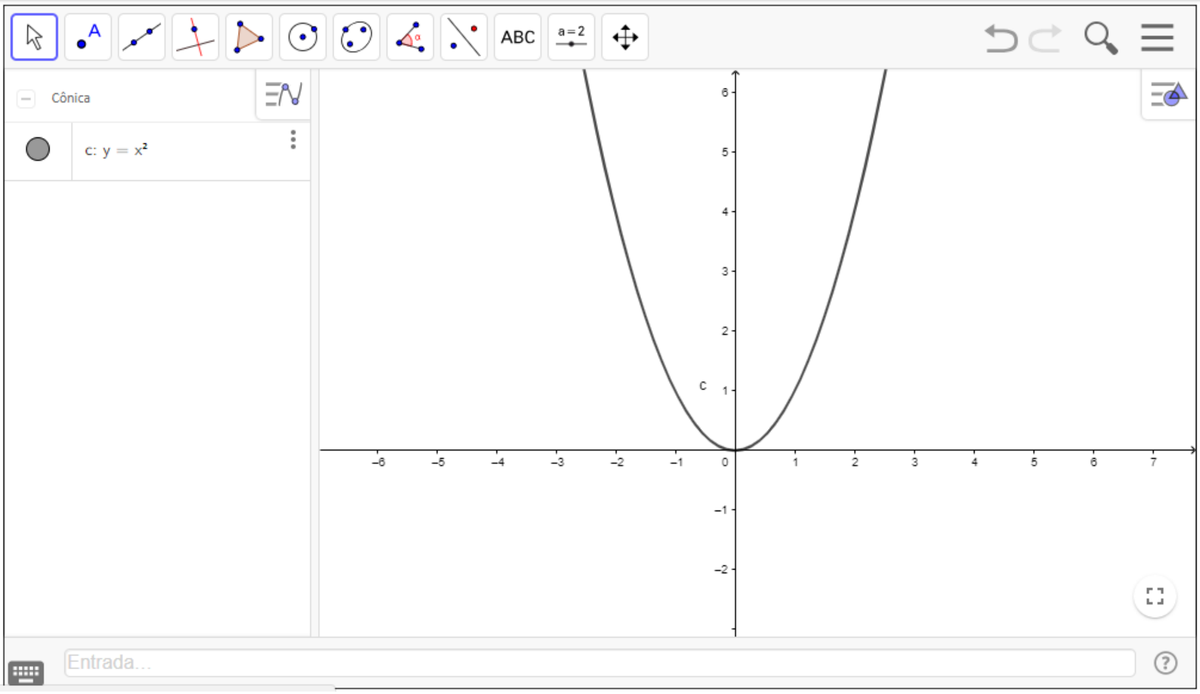
1) Funções pares e ímpares:

Conceito: A paridade de funções é um conceito sobre a simetria de funções. Se $f(-x) = f(x)$ a função é par, e é ímpar se $f(-x) = -f(x)$.

No *software*: Na caixa de entrada do GeoGebra, digitamos a função da seguinte forma: “f(x)=<função>” ou então “y=<função>”.

Por exemplo: f(x)=x^2

Figura 5 – Gráfico de um exemplo de função par.



Fonte: Autor (2018)

Desafios propostos:

1) $f(x) = sen(2x)$

2) $g(x) = x$

3) $h(x) = \cos(x)$

- **Noções de integral de Riemann**

1) Integral de funções:

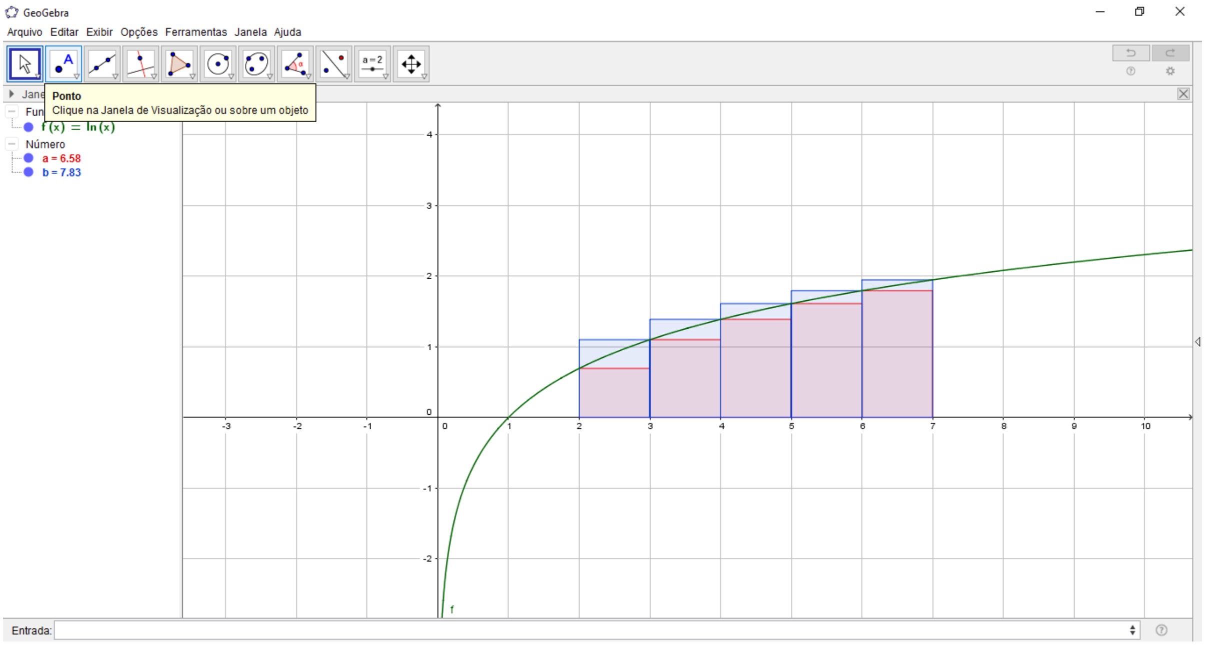
1.1) Somas de Riemann

Conceito: A integral por Somas de Riemann determina o valor aproximado da área sob curva de uma função dentro de um intervalo fechado.

No *software*: Na caixa de entrada do GeoGebra, digitamos a função e em seguida: “SomaDeRiemannInferior[<Função>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>, <Número de Retângulos>]” ou “SomaDeRiemannSuperior[<Função>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>, <Número de Retângulos>]”, ou também para calcular o valor real da área “Integral(<Função>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>, <Calcular (**true** | false)>)”.

Por exemplo: a integral de f(x)=ln(x) dentro do intervalo [2,7], utilizando 5 retângulos.

Figura 6 – Cálculo de área por Somas de Riemann.



Fonte: Autor (2018)

Desafios propostos:

1) $f(x) = sen(2x), [-2,2]$, por Somas de Riemann.

2) $f(x) = cos(x), [-3,3]$, valor real da integral.

5.4.1.2 Oficina 2

Utilizamos novamente a janela de visualização 2D do GeoGebra. Ressalta-se que, nesta oficina optamos por trabalhar com os conceitos matemáticos, uma vez que a grande maioria dos sujeitos desta pesquisa está cursando o segundo semestre do curso Matemática-licenciatura, não estando familiarizados com algumas definições formais da Álgebra Linear.

- **Noções de Geometria Analítica e Álgebra Linear**

1) Norma Euclidiana de vetores:

Conceito: É um número real ligado ao comprimento de um vetor.

Se tivermos um vetor $u = \binom{a}{b}$, pertencente no R^2, a Norma Euclidiana é definida por:

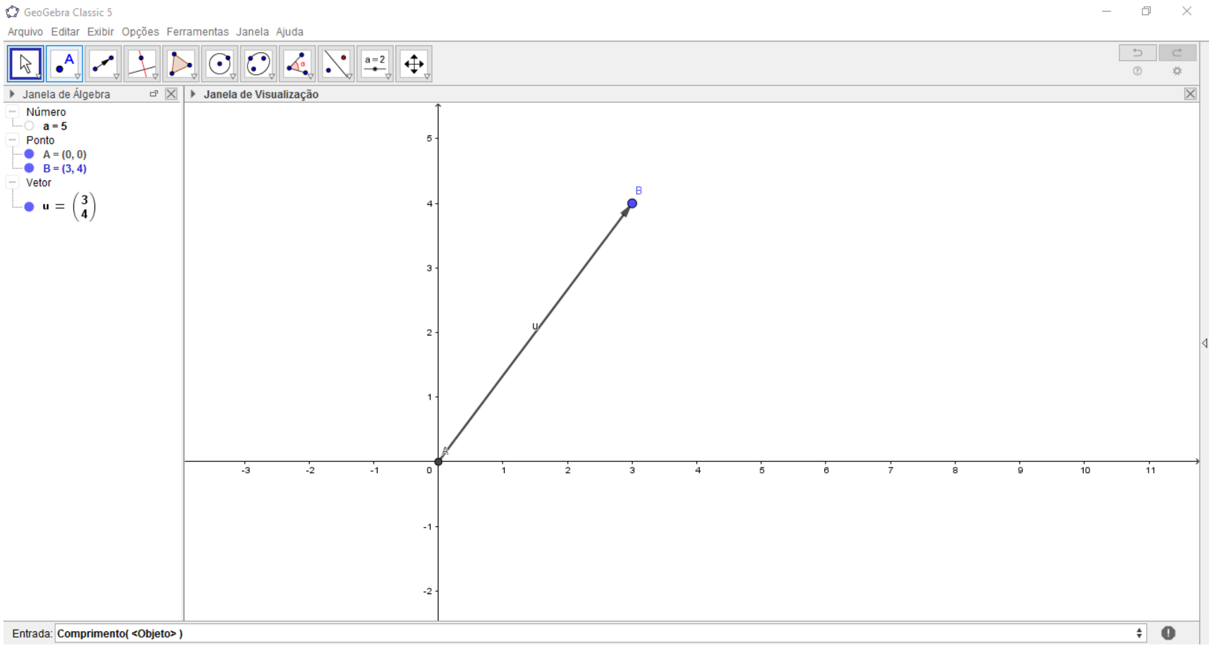
$$\|u\|_2 = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \textbf{(16)}$$

No *software*: Para criar um vetor usamos o comando “vetor” na terceira caixa da barra de ferramentas. E para calcular a norma do vetor digitamos na caixa de entrada: “Comprimento(<Objeto>)”.

Exemplo:

$u = \binom{3}{4}$, onde a norma é igual a 5.

Figura 7 – Vetor no plano cartesiano.



Fonte: Autor (2018)

Desafios:

a) $u = \binom{1}{5}$

b) $v = \binom{0}{\sqrt{3}}$

c) $w = \binom{-2}{0}$

2) Norma de funções[1]:

Conceito: É o comprimento generalizado de uma função, também chamado de comprimento de uma curva. Para uma função f determinada dentro de um intervalo $[a, b]$, a norma é calculada por:

[1] Para definição formal e propriedades, ver: LIMA, Elon Lages. Álgebra Linear. IMPA. p. 125. 2011.

$$\|f\| = \sqrt{\int_a^b [f(x)]^2 * dx} \quad \textbf{(17)}$$

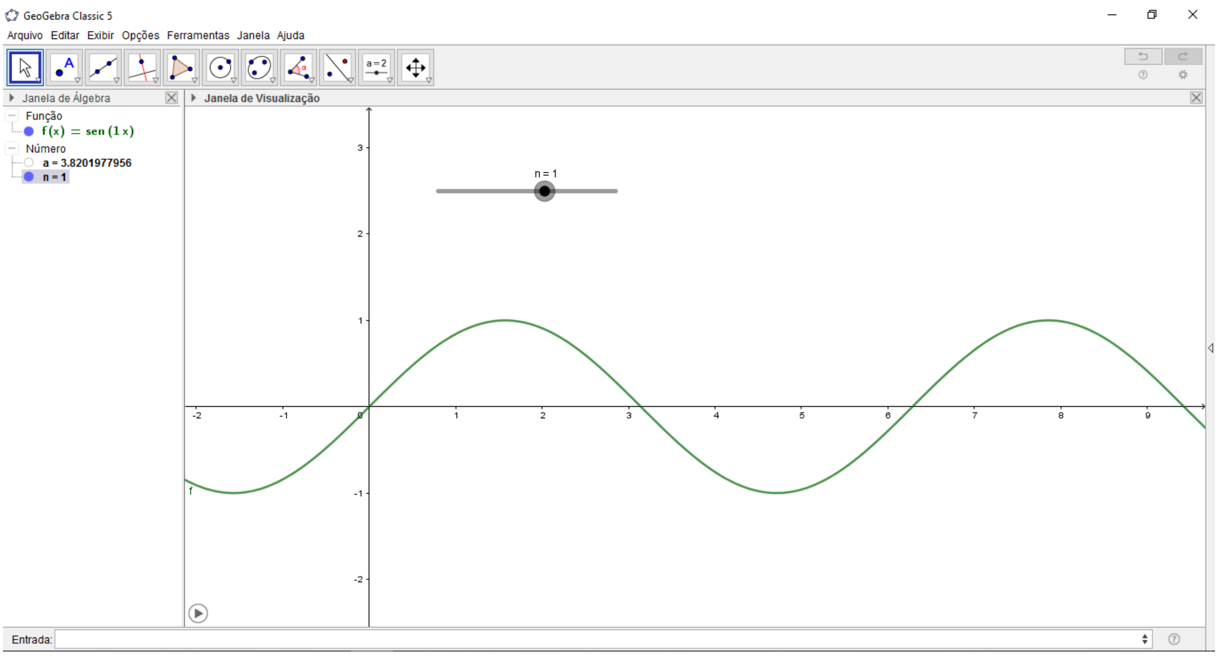
No *software*:

Depois de gerar o gráfico de uma função, usando o comando “f(x)=função”, na caixa de entrada usamos o comando “Comprimento(<Função>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>)”.

Exemplo:

$f(x) = sen(n * x)$, criando um controle deslizante, no intervalo $[0, \pi]$.

Figura 8 – Cálculo da norma de uma função.



Fonte: Autor (2018)

Desafios propostos:

a) $f(x) = \frac{1}{x}$, no intervalo [1,4]

b) $g(x) = \cos(n * x)$, no intervalo [0, 3], criando um controle deslizante

c) $h(x) = sen(n * x)$, no intervalo [0, 3], criando um controle deslizante

3) Produto interno e ortogonalidade de vetores:

Conceito: O produto interno de vetores relaciona o comprimento de dois vetores e o ângulo formado entre eles. Os dois vetores são ortogonais se o produto interno desses dois vetores for igual a zero. Calcula-se pela equação:

$$\langle u, v \rangle = |u| * |v| * \cos \alpha \qquad \textbf{(18)}$$

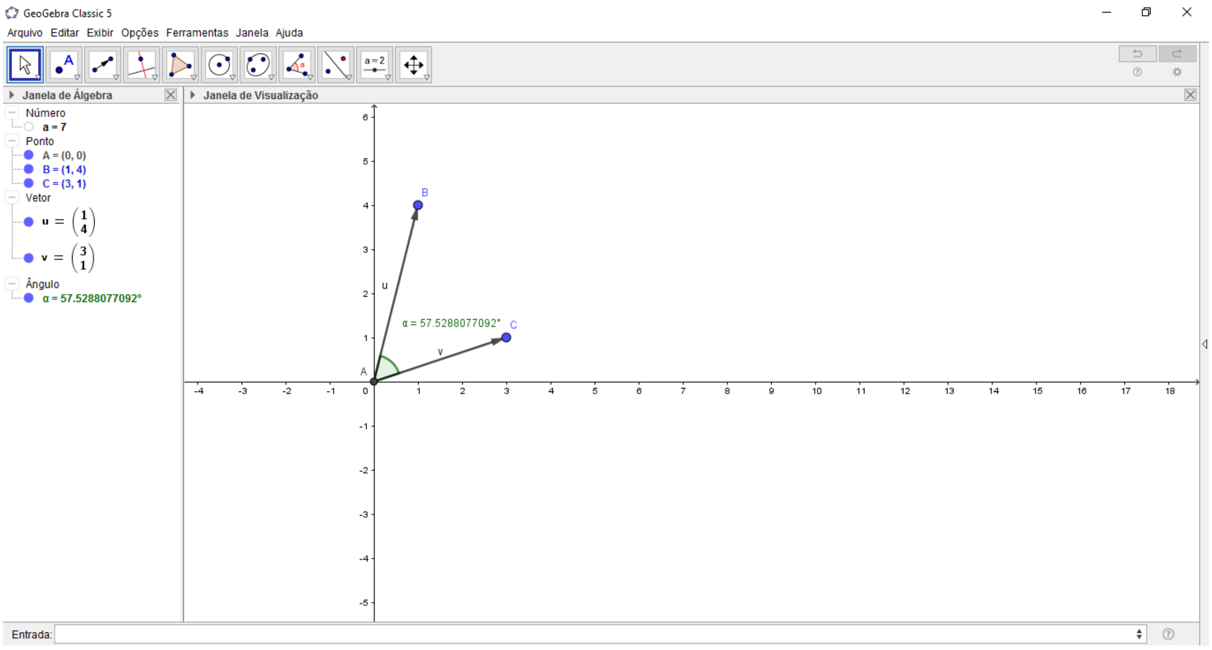
No *software*:

Depois de criar dois vetores, calcula-se o produto interno digitando na caixa de entrada: ”ProdutoEscalar(<Vetor>, <Vetor>)” ou “$|u| * |v| * \cos \alpha$”.

Exemplo:

$u = \binom{1}{4}$ e $v = \binom{3}{1}$, onde o produto interno é igual a 7.

Figura 9 – Cálculo do produto interno de dois vetores.



Fonte: Autor (2018)

Desafios propostos:

a) $u = \binom{-3}{3}$ e $v = \binom{2}{-2}$

b) $w = \binom{0}{3}$ e $z = \binom{2}{-3}$

c) $a = \binom{2}{4}$ e $b = \binom{-2}{-4}$

4) Produto interno e ortogonalidade de funções:

Conceito: A definição de produto interno para funções f e g num intervalo qualquer $[a, b]$, é dado por:

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x) \cdot g(x) \cdot dx \qquad \textbf{(19)}$$

As duas funções f e g são chamadas de ortogonais se o seu produto interno $\langle f, g \rangle$ é zero, para $f \neq g$.

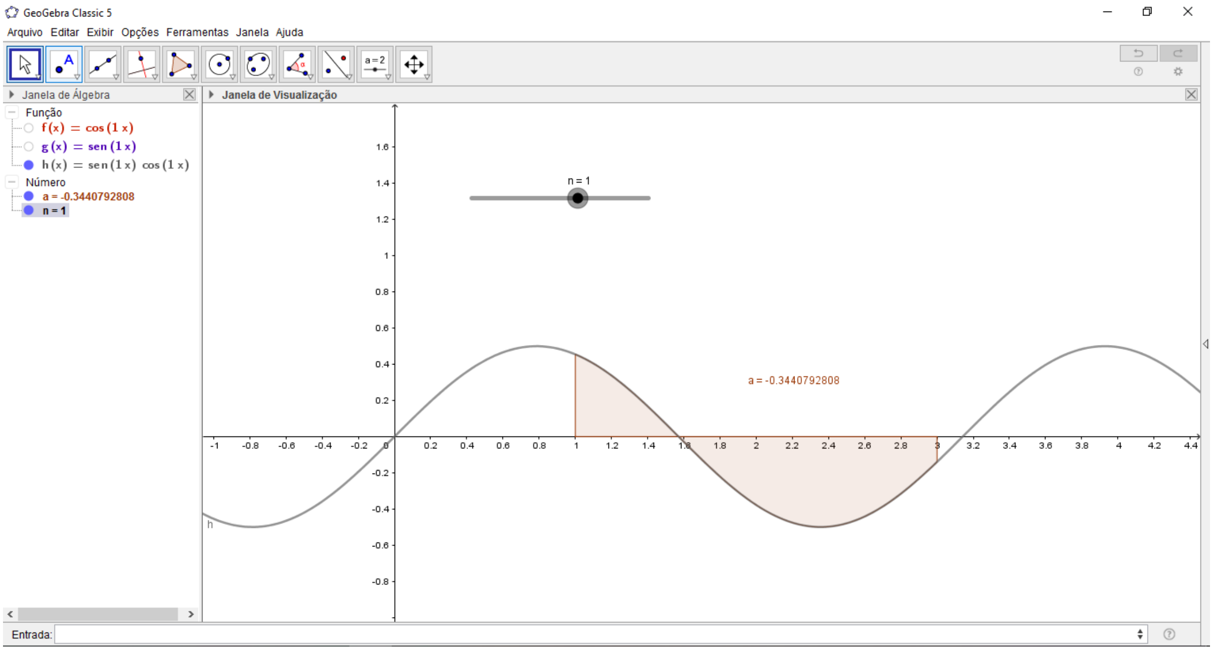
No *software*:

Digita-se na caixa de entrada “Integral(<Função>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>)”, sendo o comando “<função>”, o produto $f(x) * g(x)$.

Exemplo:

$f(x) = sen(n * x)$ e $g(x) = \cos(n * x)$ (criando um controle deslizante), no intervalo [1, 3].

Figura 10 – Cálculo do produto interno de duas funções.



Fonte: Autor (2018)

Desafios propostos:

a) $f(x) = sen(n * x)$ e $g(x) = \cos(n * x)$, no intervalo [-2, 2]

b) $f(x) = x$ e $g(x) = m * \cos(n * x)$, no intervalo [-3, 3]

c) $f(x) = x$ e $g(x) = m * \mathrm{sen}(n * x)$, no intervalo [-1, 1]

5.4.1.3 Oficina 3

Utilizamos o *software* Scilab, versão 5.4.1.

1) As Séries de Fourier

Figura 11 – Imagem de Jean Baptiste Joseph Fourier.

Fonte: Wikipédia (2018)

1768 – 1830
Francês
Físico e matemático
Atuou no comitê revolucionário durante a Revolução Francesa

Em 1807 Fourier apresentou um artigo à Academia de Ciências da França que deu inicio a um novo capitulo da história da Matemática, pois se tratava do problema prático da propagação do calor em barras de sódio metálico, no qual Fourier fez uma afirmação de que toda função definida num intervalo finito pode ser decomposta numa soma de funções de seno e cosseno. Para ser mais especifico, ele afirmou que uma função qualquer, não importando o quão caprichosamente seja definida no intervalo (-π, π), pode ser representada neste intervalo por:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 x) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen}(n\omega_0 x)$$

Sabendo que: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$

2) Cálculo dos coeficientes

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^T f(x) \cdot dx$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(x) \cdot \cos(n\omega_0 x) \cdot dx$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(x) \cdot \mathrm{sen}(n\omega_0 x) \cdot dx$$

3) Considerações:

- Podemos fazer a aproximação de qualquer função periódica ou não, pelas Séries de Fourier;

- Ao se fazer a aproximação pelas Séries de Fourier, uma função que não era periódica, se torna periódica. Considerando que se faz a aproximação dentro de um intervalo do domínio pré-definido, o comportamento da função será exatamente igual ao tomado nesse intervalo;

- Podemos também fazer a aproximação de funções descontínuas. Mas quando aproximada pelas Séries de Fourier esta passa a ser contínua;

- Em relação às funções pares e ímpares:

- quando $f(x)$ for par não teremos o termo b_n, pois este se anula;

- quando$f(x)$ for ímpar não teremos os termos a_0 e a_n, pois estes se anulam.

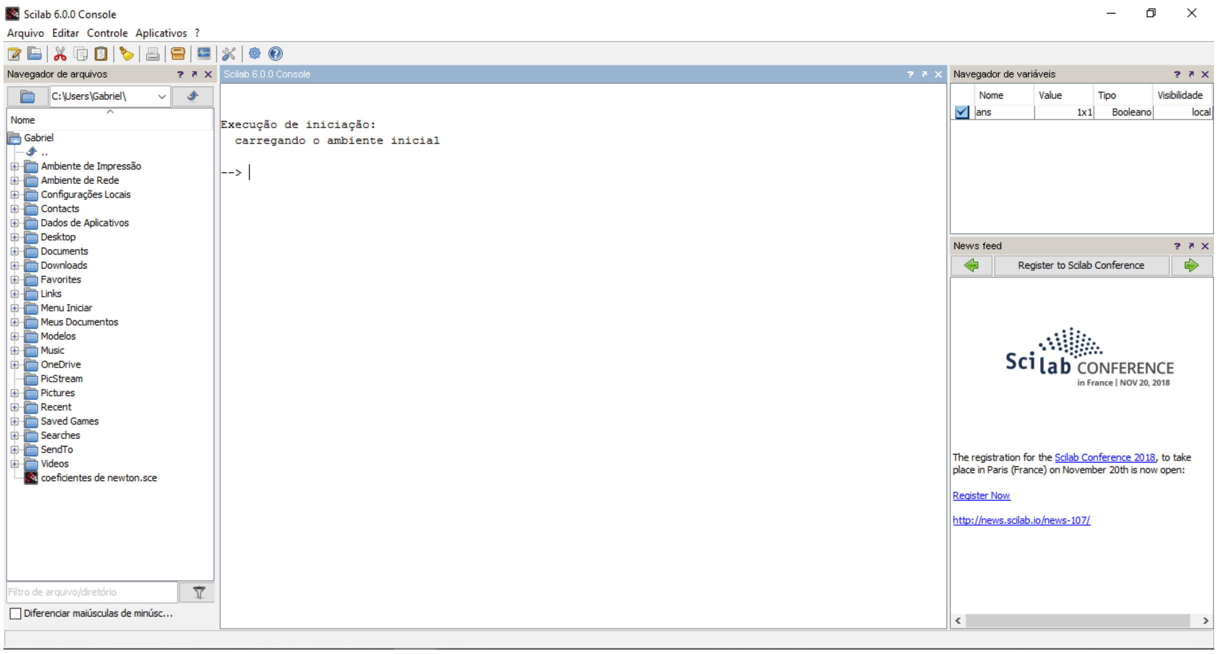
4) Utilizando o *software* Scilab

4.1) Considerações sobre o Scilab:

Ao abrir o *software* podem ser vistos na área de trabalho:

- na parte superior: a barra de ferramentas;
- do lado esquerdo: navegador de arquivos;
- no centro: o ambiente de navegação;
- do lado direito: navegador de variáveis, histórico e a caixa de notícias.

Figura 12 – Ambiente inicial do *software* Scilab.



Fonte: Autor (2018)

Para gerar o gráfico da solução no *software*, utilizaremos o programa editor de texto do Scilab: *SciNotes*, na barra de ferramentas.

4.2) Aplicação

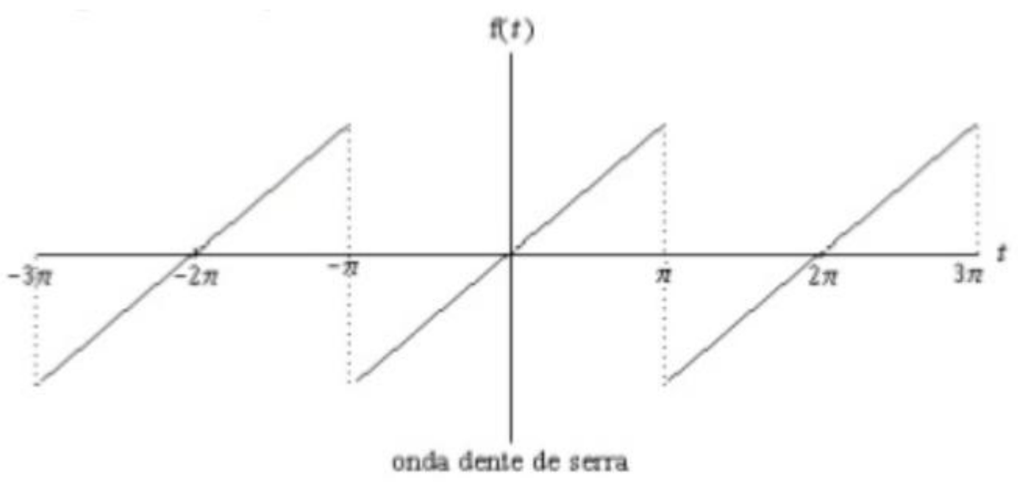
1º: Considerando a seguinte função:

$$f(x) = x, -\pi \leq x < \pi$$

$$f(x + 2\pi) = f(x)$$

Cujo gráfico é:

Figura 13 – Gráfico da função onda dente de serra.



Fonte: Autor (2018)

Como f(x) é uma função ímpar, não temos de calcular os termos a0 e an e podemos fazer a aproximação da função dada inicialmente. Esta então passa a ser:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{2}{n} \cdot \cos(n\pi) \cdot \mathrm{sen}(nx) \qquad \textbf{(20)}$$

Utilizando a lógica de programação, digitaremos os códigos.

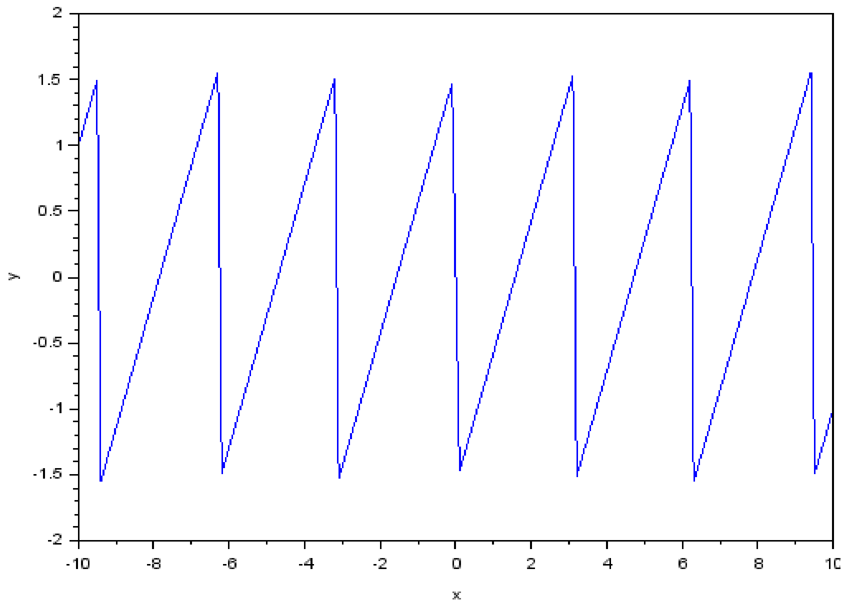
Quadro 1 – Códigos Scilab para a função onda dente de serra.

```
clear
clc
x0=-10;//início do intervalo de domínio
xn=10;//fim do intervalo de domínio
dx=0.1;//tamanho de cada intervalo da malha
x=x0:dx:xn;//gera o vetor x com os pontos da malha
f=size(x);//tamanho do vetor x
nt=5000;//numero de termos do somatório
for i=1:f(2)
   s=0
   for n=1:nt
      s=s+(-(2/n))*(cos(n*x(i)))*sin(n*x(i));//função em forma de somatório
      end
y(i)=s;//função
end
plot(x,y);//gerar grafico
xlabel("x");
ylabel("y");
```

Fonte: Autor (2018)

Gerando o gráfico:

Figura 14 – Gráfico da função onda dente de serra gerado no Scilab.



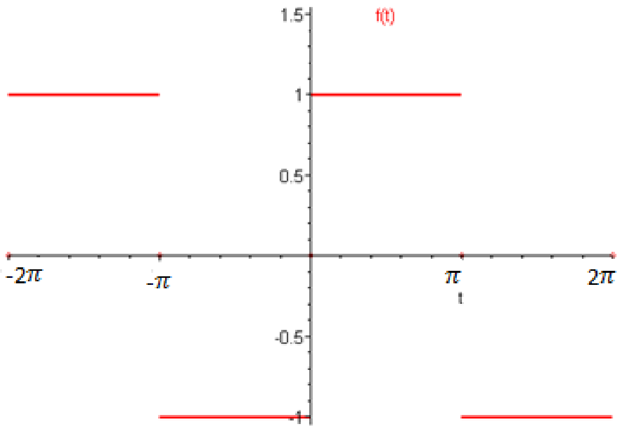
Fonte: Autor (2018)

2º: Considerando a seguinte função:

$$f(x) = \begin{cases} 1, \text{se } 0 < x < \pi \\ -1, \text{se } -\pi < x < 0 \end{cases} \quad \text{sendo, } f(x + 2\pi) = f(x)$$

Cujo gráfico é:

Figura 15 – Gráfico da função onda quadrada.



Fonte: Autor (2018)

Como $f(x)$ é uma função ímpar, não temos de calcular os termos a_0 e a_n e podemos fazer a aproximação da função dada inicialmente. Esta então passa a ser:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot \text{sen}(nx) \tag{21}$$

Utilizando a lógica de programação, digitaremos os códigos.

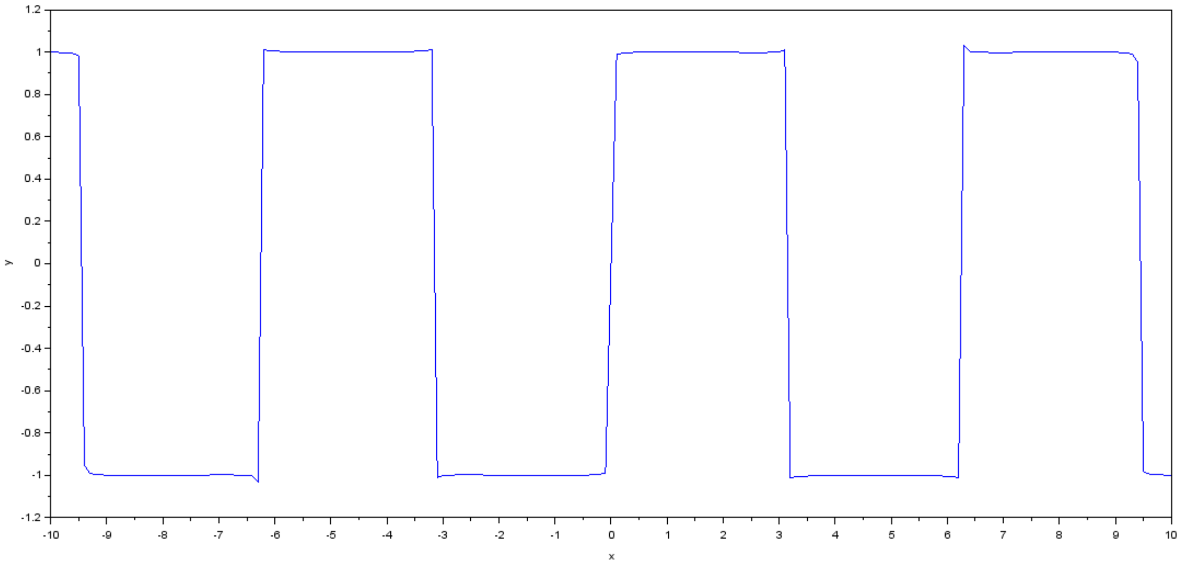
Quadro 2 – Códigos Scilab função onda quadrada

```
clear
clc
x0=-10;//início do intervalo de domínio
xn=10;//fim do intervalo de domínio
dx=0.1;//tamanho de cada intervalo da malha
x=x0:dx:xn;//gera o vetor x com os pontos da malha
f=size(x);//tamanho do vetor x
nt=500;//numero de termos do somatório
for i=1:f(2)
   s=0//valor inicial para o somatório
      for n=1:nt
      s=s+(2/(n*%pi))*(1-(-1)^n)*sin(n*x(i));//função em forma de somatório
      end
y(i)=s;//função - gerar o vetor imagem
end
plot(x,y);//gerar grafico
xlabel("x");//legenda para o eixo x
ylabel("y");//legenda para o eixo y
```

Fonte: Autor (2018)

Gerando o gráfico:

Figura 16 – Gráfico da função onda quadrada aproximada por Série de Fourier.



Fonte: Autor (2018)

5.4.2 Instrumentos utilizados para coletas de dados

Neste momento do trabalho, realiza-se a coleta de dados e o registro de informações reunidas durante a oficina, para que posteriormente seja feita a análise e a interpretação desses dados.

Para a coleta dos dados foram construídos dois instrumentos, pré e pós-teste, que contém questões sobre a temática trabalhada em cada etapa das oficinas. Esses dados são posteriormente analisados estatisticamente através do Método do Ganho de Hake. Os pré e pós-testes possuem perguntas fechadas de múltipla escolha e são aplicados antes e após, respectivamente, das oficinas, por meio de questionários desenvolvidos no *Google Docs*, disponível online. Os questionários não são identificados por nome, a fim de preservar a identidade dos estudantes que participam das oficinas.

Os questionários aplicados para fins de avaliação, segundo Cervo *et. al.* (2007), devem conter um conjunto de questões, todas logicamente relacionadas com um problema central, sendo as questões de múltipla escolha, de fácil aplicação e simples de codificar e analisar, já as perguntas abertas possibilitam recolher informações mais ricas e variadas, porém são analisadas e codificadas com mais dificuldades.

Após a coleta dos dados, realiza-se o tratamento das respostas pré e pós-aplicação das oficinas. Procurar-se-á aqui a verificação das atividades práticas, se o conjunto de métodos surtiu efeito no ganho na aprendizagem dos estudantes.

No item “Apêndice B” encontra-se as questões que constituem o pré e pós-testes, formulados e encaminhados online aos participantes, via *Google Docs*.

6 RESULTADOS E ANÁLISES

Este Capítulo apresenta os resultados desta pesquisa, bem como suas respectivas análises quantitativas e qualitativas. Vale ressaltar que, a aplicação da UEPS (no formato de oficinas) buscou obter indícios de aprendizagem significativa, bem como observar o ganho na aprendizagem dos estudantes com descrito por Hake (2002). As análises quantitativas foram realizadas a partir dos dados obtidos pela aplicação do pré e pós-testes. Já no viés qualitativo, foram realizadas análises dos mapas conceituais elaborados pelos sujeitos dessa pesquisa visando evidenciar indícios de aprendizagem significativa. Tais análises são apresentadas e discutidas não Seções 6.1 e 6.2, respectivamente.

6.1 Análise quantitativa

Como já mencionado no Capítulo Metodologia, aplicou-se um pré e pró-testes ambos constituídos de 20 questões elaboradas a partir de conceitos matemáticos fundamentais para a melhor aprendizagem das Séries de Fourier. Vale ressaltar que, o pré-teste foi aplicado antes da primeira intervenção pedagógica. Também é de relevância destacar que o pós-teste, aplicado após a ultima intervenção, continha as mesmas 20 questões. A justificativa para assim proceder, está no mapeamento diagnóstico que busca calcular o ganho de aprendizagem dos estudantes, via cálculo do ganho normalizado de Hake (2002).

Apresenta-se a seguir, nos Quadros 3 e 4, o número de acertos individuais dos 19 participantes da pesquisa e o nível de significância estatística calculado a partir das médias do pré e pós-teste.

Quadro 3 – Evolução do desempenho dos participantes entre o pré e pós-teste.

(continua)

Estudantes	**Pré**	**Pós**	**G (ganho: pré-pós)**	**G*G**
1	9	13	4	16
2	11	12	1	1
3	10	11	1	1
4	14	15	1	1
5	4	9	5	25
6	8	11	3	9
7	6	10	4	16
8	4	8	4	16

Quadro 3 – Evolução do desempenho dos participantes entre o pré e pós-teste.
(conclusão)

Estudantes	Pré	Pós	G (ganho: pré-pós)	G*G
9	5	9	4	16
10	6	10	4	16
11	4	9	5	25
12	7	8	1	1
13	4	5	1	1
14	5	9	4	16
15	5	10	5	25
16	6	11	5	25
17	5	9	4	16
18	8	10	2	4
19	7	9	2	4

Fonte: Autor (2018)

Quadro 4 – Cálculo do t-crítico.

Número de participantes (N)	19
Soma dos Ganhos (SG)	60,00
Ganho médio ($\bar{G}$)	3,16
Soma de G*G	234,00
Desvio Padrão do Ganho médio ($S_{\bar{G}}$)	0,36
t	**8,75**

Fonte: Autor (2018)

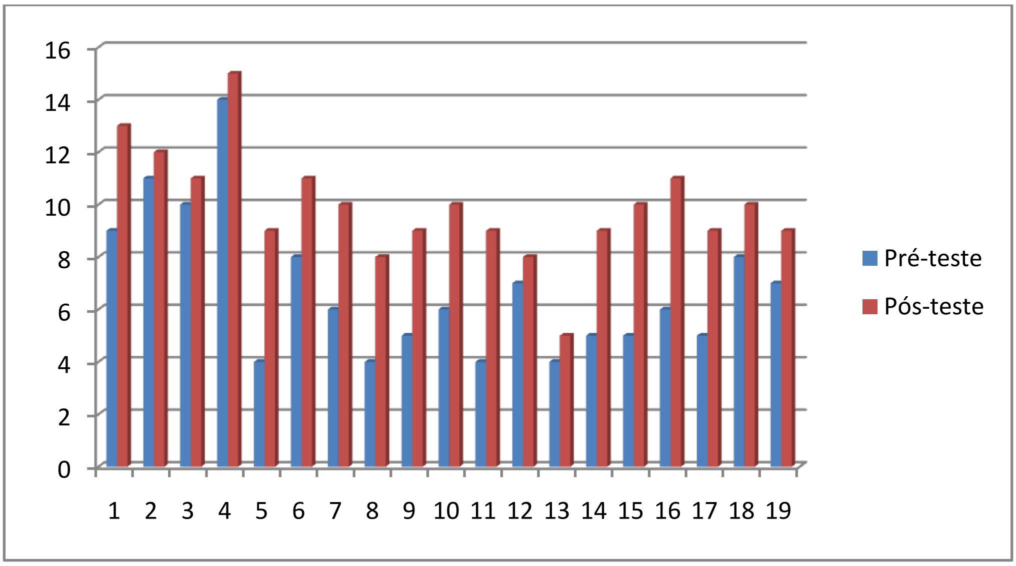
Onde t é calculado segundo a Eq. 15.

$$t = \frac{\bar{G}}{S_{\bar{G}}} \quad \textbf{(15)}$$

Para um grau de liberdade igual a 18, o t-crítico encontrado em uma tabela de valores de teste-t de Student é igual a 3,610. No entanto, o valor de t calculado é de 8,75, consideravelmente maior que o valor de t-crítico. Tal valor indica que a confiabilidade dos dados é elevada e a chance de as alterações no conhecimento dos estudantes sobre o assunto ser devida ao acaso é menor que 1%. Assim sendo, pode-se utilizar as respostas dos estudantes aos pré e pós-testes para calcular o ganho normalizado na aprendizagem segundo o método de Hake.

Na figura 21 apresenta-se uma comparação entre o número de acertos pré e pós-testes de cada um dos 19 sujeitos participantes dessa pesquisa. Observando o gráfico de barras, pode-se perceber que todos os estudantes apresentaram um melhor desempenho após a aplicação das oficinas (barras em vermelho).

Figura 17 – Gráfico de barras comparativo entre pré e pós-testes.



Fonte: Autor (2018)

Para melhor compreender a evolução no desempenho dos estudantes, apresenta-se no Quadro 5 o percentual de acertos individuais, do pré e pós- testes, em relação ao número de questões, bem como a diferença entre esses resultados.

Quadro 5 – Percentagem de acertos nos pré e pós-testes.

(continua)

Estudantes	Pré - percentual de acertos (%)	Pós - percentual de acertos (%)	Diferença entre pré e pós-teste (%)
1	45%	65%	20%
2	55%	60%	5%
3	50%	55%	5%
4	70%	75%	5%
5	20%	45%	25%
6	40%	55%	15%

Quadro 5 – Percentagem de acertos nos pré e pós-testes.
(conclusão)

Estudantes	Pré - percentual de acertos (%)	Pós - percentual de acertos (%)	Diferença entre pré e pós-teste (%)
7	30%	50%	20%
8	20%	40%	20%
9	25%	45%	20%
10	30%	50%	20%
11	20%	45%	25%
12	35%	40%	5%
13	20%	25%	5%
14	25%	45%	20%
15	25%	50%	25%
16	30%	55%	25%
17	25%	45%	20%
18	40%	50%	10%
19	35%	45%	10%

Fonte: Autor (2018)

Pela observação do Quadro 5, percebe-se que cinco estudantes (2, 3, 4, 12 e 13) apresentaram a menor diferença de desempenho entre pré e pós-teste, ficando com apenas 5%. Quatro estudantes (5, 11, 15 e 16) obtiveram a maior diferença entre pré e pós-teste, 25%. Dez estudantes (1, 6, 7, 8, 9, 10, 14, 17, 18 e 19) apresentaram melhora no desempenho acima de 10%. Considerando o total de 19 estudantes que participaram das oficinas, 11 deles apresentaram índices de melhora no desempenho igual ou superior a 20%, o que representa 57,90% dos participantes.

Visto que todos os estudantes da pesquisa tiveram algum aumento no desempenho entre o pré e o pós-teste, pode-se observar que as oficinas surtiram um efeito positivo na aprendizagem dos estudantes. Numa análise mais minuciosa dos dados obtidos, se pôde observar que os 8 estudantes que obtiveram entre 5% e 15% na diferença de desempenho entre pré e pós-teste, se encontram na segunda metade do curso. Acredita-se ser esse um possível motivo para pequena diferença no desempenho, pois tais estudantes obtiveram bom desempenho respondendo ao pré-teste, e o mantiveram no pós-teste, corroborando Miranda (2017) quando afirma que há relevante correlação entre o desempenho dos estudantes e o período em que esses estão matriculados, ou seja, períodos mais avançados são determinantes para o aprimoramento do processo de ensino e aprendizagem.

Visando avaliar o ganho na aprendizagem dos estudantes, foi aplicado o método de Hake (2002), o qual calcula a porcentagem média de acertos do pré (%<pré-teste>) e pós-testes (%<pós-teste>) dos 11 estudantes que obtiveram a diferença no desempenho entre o pré e pós-teste igual ou superior a 20%. Para tal, foi utilizada a Eq. 15, da Seção 5.1. Os resultados obtidos são apresentados no Quadro 6.

Quadro 6 – Valores percentuais de acertos nos pré e pós-testes e o ganho normalizado na aprendizagem dos participantes (%<g>).

Pré - percentual médio (%<pré-teste>)	27%
Pós - percentual médio (%<pós-teste)	49%
Ganho normalizado de Hake (%<g>)	30%

Fonte: Autor (2018)

Considera-se, segundo Hake (2002), cursos que apresentam um ganho normalizado na aprendizagem entre 30% e 70% são categorizados de ganho médio, nos permitindo avaliar que as atividades desenvolvidas promoveram um envolvimento interativo entre os estudantes e o material proposto, de forma que os estudantes progrediram na compreensão de um tópico em particular.

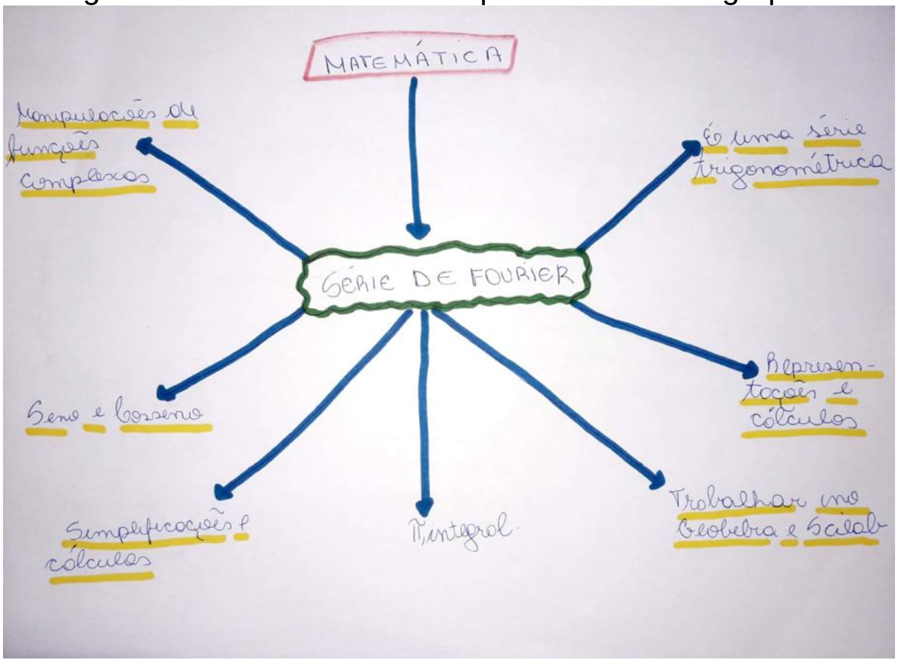
6.2 Análise qualitativa

Na perspectiva qualitativa, pontuada na Seção 5.2, parte-se do ponto que os novos conhecimentos gerados das informações apresentadas e a interação com os subsunçores são naturalmente diferenciados pelos estudantes. Nesse sentido se fez o uso de mapas conceituais para identificar a forma como conteúdos seriam organizados, se fariam menção e teriam relação aos temas abordados e, se podemos concluir que houveram indícios de aprendizagem significativa.

Os mapas conceituais desenvolvidos pelos estudantes foram classificados em dois grupos.

O primeiro grupo, com 12 estudantes, contém os mapas que fazem uma menção muito superficial aos conteúdos abordados nas oficinas. Esse grupo é composto por estudantes de período inicial do curso de Matemática-Licenciatura. Percebe-se que a estrutura representada no mapa é bastante simples, conectando alguns conceitos gerais (7, em especial) ao conceito de “Séries de Fourier”. Esse mapa (na figura 22) evidencia fracos indícios de aprendizagem significativa sobre o tema estudado, pois tem uma nuvem central contendo o tema ligado a sete outras nuvens menores. Esse resultado é interessante, pois demonstra que os estudantes ainda estão se apropriando dos conteúdos específicos e, portanto, não desenvolveram estratégias para realizar a reconciliação integrativa.

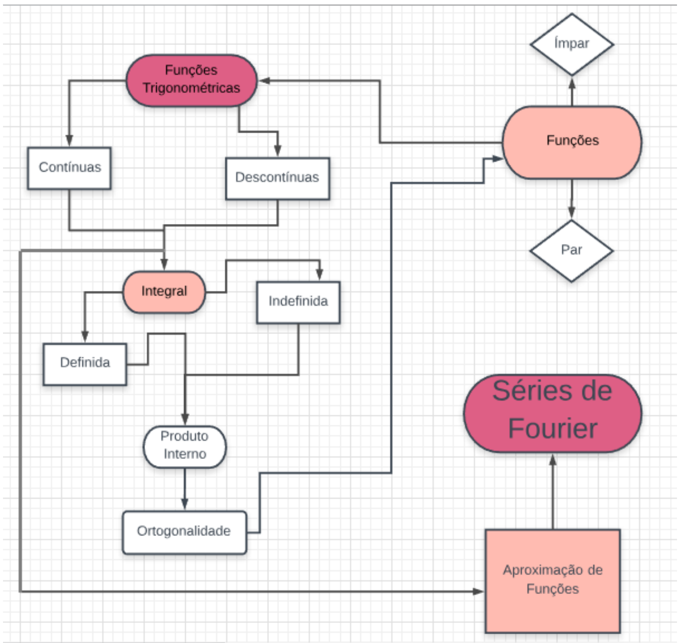
Figura 18 – Extrato de um mapa conceitual do grupo 1.



Fonte: Autor (2018)

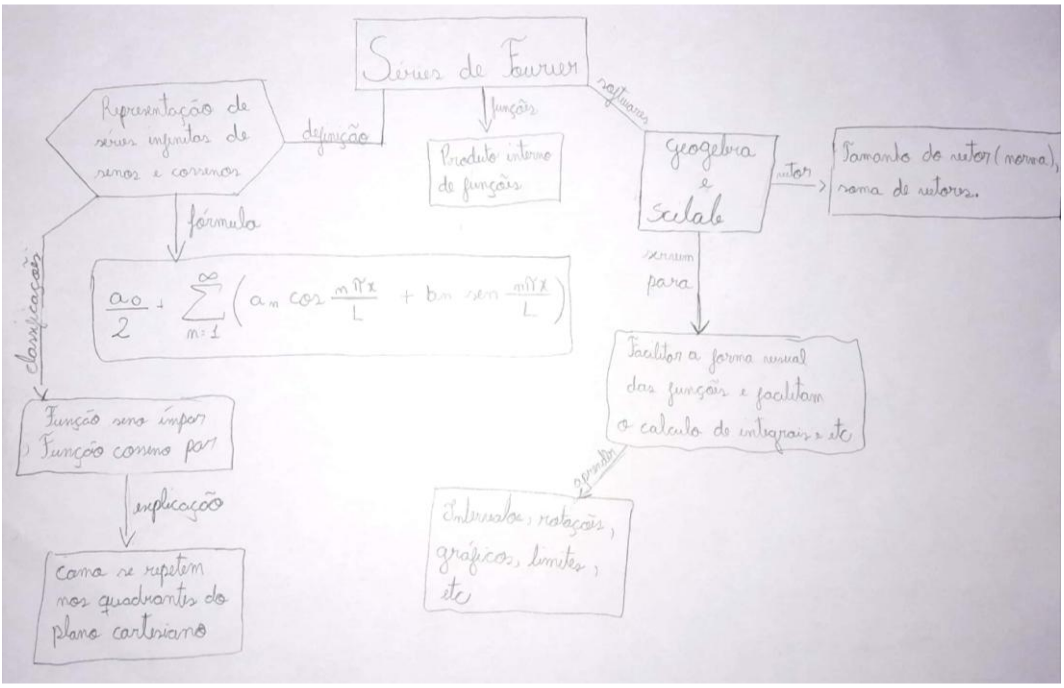
O segundo grupo, com 7 estudantes, reúne os mapas conceituais que conseguem fazer uma menção mais aprofundada dos conteúdos abordados e a respectiva conexão destes com as Séries de Fourier. Analisando a estrutura dos mapas (figuras 23 e 24), todos os conceitos-chave são apresentados em uma estrutura complexa e são conectados à nuvem referente às “Séries de Fourier”, que está em uma posição lateral e não central, como se esperaria. Esses estudantes conseguem realizar ligações mais sólidas entre os subsunçores próprios e os conteúdos abordados no decorrer das oficinas.

Figura 19 – Mapa conceitual do grupo 2.



Fonte: Autor (2018)

Figura 20 – Extrato de um mapa conceitual do grupo 3.



Fonte: Autor (2018)

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As tecnologias digitais podem ser consideradas como uma estratégia de ensino devido às novas formas de abordar e representar a informação. Havendo um redimensionamento do papel do professor e dos estudantes, de forma que interações sejam estabelecidas a partir do potencial que essas tecnologias proporcionam em relação ao conteúdo. Alves (2017) enfatiza o papel original que o professor desempenha frente à utilização das TIC, como mediador pedagógico, ou seja, aquele que planeja e dinamiza o processo de construção da aprendizagem do estudante.

O papel do professor é de suma importância na facilitação da aprendizagem significativa, pois por definição ele contém a função de mediar o aprendizado de novos conceitos (MOREIRA, 2010). E nesse sentido se discute quatro tarefas fundamentais:

1) Identificar os conceitos inclusivos com maior poder explanatório, e organizá-los hierarquicamente abrangendo os menos inclusivos até chegar aos mais específicos. Nesse sentido, o professor deve reconhecer os conteúdos gerais relevantes que facilitem a compreensão, por parte dos estudantes, dos conteúdos mais específicos;

2) Fazer a identificação dos subsunçores relevantes a aprendizagem do conteúdo. Buscar especificamente os conteúdos que são primordiais ao que o professor está propondo;

3) Diagnosticar aquilo que o estudante já sabe. Realizar uma pré-avaliação com os mesmos, em busca dos conhecimentos específicos que eles já possuem;

4) Utilizar recursos e princípios que facilitem a aquisição da estrutura conceitual da matéria de ensino de forma significativa. Fazer uso de TIC, por exemplo, mais especificamente utilizando *softwares* que facilitem a compreensão de conceitos mais abstratos de matemática.

Diante desses preceitos, justificou-se a aplicação deste trabalho buscando responder as questões de pesquisa, evidenciando-se a experiência da utilização das Unidades de Ensino Potencialmente Significativa no ensino das Séries de Fourier, bem como caracterizando a estratégia pedagógica desenvolvida que teve as tecnologias digitais como elemento atrativo e motivador para os estudantes no intuito de promover a aprendizagem significativa e obter índice do ganho de aprendizagem Hake (2002).

A abordagem quantitativa mostrou que os estudantes que se encontram na primeira metade do curso, obtiveram um maior ganho na aprendizagem, visto que não possuíam muito conhecimento do conteúdo explorado nas oficinas. Como os demais estudantes, que se encontravam na segunda metade do curso, já possuíam conhecimentos específicos e relevantes ao trabalho, e como tiveram um bom desempenho no pré-teste - utilizado para buscar os conhecimentos prévios, estes apenas mantiveram os seus bons resultados no pós-teste, corroborando Miranda (2017). E ao aplicar os dados no cálculo do ganho normalizado na aprendizagem de Hake (*op. cit.*), o resultado obtido foi de 30%. Um curso que tem como característica um índice entre 30% e 70%, é considerado de ganho médio, em nosso caso é um bom resultado visto que o conteúdo abordado possui grande grau de abstração e complexidade.

Já a abordagem qualitativa nos mostra que os estudantes em período inicial do curso, mesmo obtendo um bom resultado no índice do ganho de aprendizagem, ainda não conseguiram assimilar de forma integrativa os conceitos que já sabem, com os aprendidos nas oficinas. Podendo se observar nos mapas conceituais desenvolvidos por estes estudantes. Enquanto que os demais estudantes, que se encontram em período final do curso, conseguem fazer relações mais sólidas, articulando os conteúdos mais específicos e os mais gerais, abordados. Verificando-se que nos mapas conceituais construídos por eles, não está evidenciado o conceito mais geral “Séries de Fourier”, mas construíram uma relação entre os conteúdos mais específicos dando um enfoque maior a estes conceitos.

Os resultados desta pesquisa mostram que as tecnologias digitais utilizadas nas oficinas, auxiliaram no estabelecimento de um elo entre os conhecimentos que os estudantes já possuem e os adquiridos posteriormente, evidenciando que houve indícios de aprendizagem significativa. Concluindo que a UEPS desenvolvida constitui um material potencialmente significativo para o ensino de Séries de Fourier.

Considerando que o tempo hábil para o desenvolvimento da UEPS foi bastante reduzido, compreende-se que o ideal seria acompanhar uma componente curricular durante todo um semestre. Sugere-se para um trabalho futuro a aplicação de uma intervenção pedagógica ao longo do semestre, numa turma com aproximadamente 30 estudantes, a partir do quinto semestre, tendo o intuito de padronizar o ponto de partida das oficinas, de modo que fosse possível aprofundar as discussões a cerca dos conteúdos abordados.

REFERÊNCIAS

ALVES, Alda Franciele Gomes; ALMEIDA, Myrlei Rocha; ABREU, Sandra Elaine Aires. UMA NOVA POSTURA DOCENTE: O PROFESSOR COMO MEDIADOR PARA O USO DAS TIC'S. [**Anais**] Seminário de Pesquisa, Pós-Graduação, Ensino e Extensão do Campus Anápolis de CSEH. 2017.

AUSUBEL, David; NOVAK, Joseph; HANESIAN, Helen. **Educational psychology**: a cognitive view. 2. ed. Nova York: Holt, Rinehart and Winston, 1978.

AUSUBEL, David. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Tradução: Lígia Teopisto. 1. ed. Lisboa: Paralelo editora. 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais, Parte III, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, 2002. Disponível em: http://www.educacao.gov.br/. Acesso em: 15 de maio de 2018**.**

CERVO, Amado; BERVIAN, Pedro Alcino. **Metodologia Científica.** 6. ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall. 2007.

COSTA, Mayara Capucho; DE SOUZA, Maria Aparecida Silva. **O uso das TICs no processo ensino e aprendizagem na escola alternativa "Lago dos Cisnes"**. Revista Valore, v. 2, n. 2, p. 220-235, 2017.

DAMIANI, Magda Floriana; ROCHEFORT, Renato Siqueira; DE CASTRO, Rafael Fonseca; DARIZ, Marion Rodrigues; PINHEIRO, Silvia Siqueira. 2013. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**. Disponível em: https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822. Acesso: 15 jun. 2018.

D´AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: da teoria à práxis. Coleção Perspectivas em Educação Matemática. Campinas, SP: Papirus. 1996.

DE LA TORRE, Saturino (org.). **Estratégias didácticas en el aula**: Buscando la calidad y la innovación. Madri: Universidad Nacional de Educación a Distancia. 2008.

DEVRIES. Paul. **A first couse in computational Physics.** Oxford, OHIO: John Willey & Sons. 1994.

FIRMINO, Gilson Luis; SIQUEIRA, Antonio Marcos de Oliveira. **A matemática no ensino de engenharia.** The Journal of Engineering and Exact Sciences, v. 3, n. 3, p. 331-345. 2017.

HAKE, Richard. **Assessment of student learning in introductory science courses.** KAL Roundtable on the Future. Duke University 2002. Disponível em: http://www.pkal.org/events/roudtable2002/papers.htm. Acesso em: 12 jun. 2018.

HILGER, Thaís Rafaela; GRIEBELER, Adriane. **Uma proposta de unidade de ensino potencialmente significativo utilizando mapas conceituais.** Investigações em Ensino de Ciências. v. 18. 1. ed. 2013.

MELO, Viviane Suzey Gomes. **Avaliação de inteligibilidade em salas de aula do ensino fundamental a partir de respostas impulsivas biauriculares obtidas com cabeça artificial de dimensões infantis.** COPPE: UFRJ. Rio de Janeiro. 2012.

MIRANDA, Guilhermina Lobato. **Limites** e possibilidades das TIC na educação. *Sísifo*. **Revista de Ciências da Educação**. v. 3. 2007.

MIRANDA, Gilberto José; ARAUJO, Tamires Sousa; MARCELINO, Izabelle Almeida. O absenteísmo acadêmico e suas consequências mais óbvias. **Revista Gestão Universitária na América Latina-GUAL**. v. 10. 1. ed. p. 172-189. 2017.

MOREIRA, Marco Antônio. **A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel.** In: Marco Antônio Moreira. Teorias de aprendizagem. 2. ed. São Paulo: EPU. 2011a.

MOREIRA, Marco Antônio. **Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas** – UEPS. Aprendizagem Significativa em Revistas / Meaningful Learning Review. v. 1. 2. ed. 2011b.

MOREIRA, Marco Antônio. **O que é afinal aprendizagem significativa?**. Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais. Cuiabá: Universidade Federal do Mato Grosso, 2010.

MOREIRA, Marco Antonio. Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa (Concept maps and meaningful learning). **Aprendizagem significativa, organizadores prévios, mapas conceituais, digramas V e Unidades de ensino potencialmente significativas.** 2012.

PABÓN, Julio Cesar Romero; RIOS. Gabriel Mauricio Vergara. Estilos de Aprendizaje de los Estudiantes de Ecuaciones Diferenciales de Ingeniería de da Universidad del Atlántico frente la Serie de Fourier. **Revista Del Programa De Matemáticas**. v. 1. 2. ed. 2014.

PAZ, Anderson R.; OLIVEIRA, Josilene M. S.; LEITE, Eliana R. MATEMÁTICA: A REVOLUÇÃO DA TECNOLOGIA DA INFORMATIZAÇÃO E A INFLUÊNCIA NOS PROCESSOS EDUCACIONAIS. [**Anais**] SEMCITEC: Semana de Ciência, Tecnologia, Inovação e Desenvolvimento de Guarulhos, v. 1. ed. 1. 2018.

PERIUS, Ana Amélia Butzen. **A tecnologia aliada ao ensino de matemática.** Cerro Largo, RS: UFRGS. 2012.

PEREIRA, M. G. C. B.; SILVA, B. D. A relação dos jovens com as TIC e o fator divisão digital na aprendizagem. [***Actas***] *X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia*. Braga: Universidade do Minho. 2009.

PERRENOUD, Philippe. **10 novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed editora, 2000.

PROJETO PEDAGÓGICO DE CURSO. Universidade Federal do Pampa. 2013. Disponível em: http://dspace.unipampa.edu.br/bitstream/riu/89/3/PPC_Matem%C3%A1tica_%20Bag%C3%A9.pdf. Acessado em: 11 de maio de 2018.

OLIVEIRA, João Urbano Coutinho de. **Estatística**: Uma nova abordagem. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda. 2010.

RONCA, Antonio Carlos Caruso. **Teorias de Ensino**: A contribuição de David Ausubel. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Programa de Pós-Graduação em Psicologia da Educação. Temas em Psicologia. 1994.

SPIEGEL, Murray Ralph. **Theory and problems of Fourier Analysis with applications to boundary value problems.** Shaum’s Outline Series. Nova Yorque, EUA: McGraw-Hill. 1974.

APÊNDICE A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado aluno, reiteramos nosso compromisso com o anonimato de suas informações assim como ressaltamos que a colaboração não acarretará ônus de qualquer natureza. Tanto, Gabriel Müller Konflanz, quanto a professora orientadora, Vera Lúcia Duarte Ferreira e Co-orientador Professor Márcio Marques Martins, colocam-se à disposição para esclarecimentos adicionais que se fizerem necessários em que qualquer momento da realização deste estudo.

Eu,____,
CPF n.º_______________________, abaixo assinado, concordo que faça uso das imagens, falas e materiais escritos visando à colaboração na pesquisa que tem como objetivo a produção acadêmica intitulada como “Desenvolvimento de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para o ensino de Séries de Fourier”.

Local e data: ____.

____

Assinatura do Responsável

___________________________ ___________________________

Gabriel M. Konflanz
Pesquisador

Vera Lúcia D. Ferreira
Orientadora

APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO PRÉ E PÓS-TESTE

1) Definição de função:

a) Relação matemática estabelecida entre duas variáveis.

b) É a relação entre dois ou mais conjuntos.

c) É estabelecida por uma lei de formação.

d) Todas as alternativas são corretas.

2) O que é uma função seccionalmente contínua?

a) Se existir um intervalo para o qual a função é contínua.

b) Se não existir intervalo algum em que existam pontos de descontinuidade.

c) Se existir incontáveis intervalos em que a função é descontínua.

d) Nenhuma das alternativas é correta.

3) Marque a que representa uma função descontínua:

a) $f(x) = x, se\ x < -1\ e\ -x, se\ x \geq -1$

b) $f(x) = sen\ 2x, se\ x < \pi\ e\ x - \pi, se\ x \geq \pi$

c) $f(x) = x^3$

d) $f(x) = x^2$

4) Definição de função par:

a) $f(-x) = -f(x)$

b) $f(-x) = f(x)$

c) $f(x) = -f(x)$

d) Nenhuma das alternativas é correta.

5) A função $sen(2x)$ é:

a) par.

b) ímpar.

c) nem par e nem ímpar.

d) Nenhuma das alternativas é correta.

6) Uma função que não é par e nem ímpar, deve:

a) falhar apenas ao conceito de função par.

b) falhar apenas ao conceito de função ímpar.

c) f(x) deve ser igual a $f(-x)$.

d) Nenhuma das alternativas é correta.

7) Definição de integral de funções:

a) Determina a área sob curva de uma função dentro de um intervalo fechado.

b) Determina a função original a partir de sua derivada, é a operação inversa da diferenciação.

c) A integral indefinida também é chamada de anti-derivada.

d) Todas as alternativas são corretas.

8) De acordo com o conceito de integral definida:

a) uma função par com o intervalo de integração centrado em zero, é igual a zero.

b) uma função ímpar com o intervalo de integração centrado em zero, é igual a zero.

c) uma função ímpar com o intervalo de integração centrado em zero, é igual a duas vezes a integral da metade desse intervalo.

d) Nenhuma das alternativas é correta.

9) A integral indefinida:

a) também é chamada de diferencial.

b) determina a função original a partir da sua derivada.

c) é usada para o cálculo da área de uma região abaixo de uma curva.

d) Nenhuma das alternativas é correta.

10) Qual das funções abaixo tem sua integral igual a zero?

a) $f(x) = sen(x)\ no\ intervalo\ [-2,2]$

b) $g(x) = cos(x)\ no\ intervalo\ [-3,3]$

c) $h(x) = x\ no\ intervalo\ [1,2]$

d) $i(x) = x^2\ no\ intervalo\ [-1,1]$

11) Definição de produto interno:

a) Está ligado ao comprimento dos vetores e o ângulo que há entre eles.

b) Está ligado apenas ao comprimento dos vetores.

c) Está ligado apenas ao ângulo que há entre os vetores.

d) Nenhuma das alternativas é a correta.

12) Definição de produto interno de funções:

a) É um produto de duas funções.

b) É uma integral definida.

c) Leva-se em consideração se as funções são pares ou ímpares.

d) Todas as alternativas são corretas.

13) Definição de ortogonalidade:

a) Duas funções são ortogonais quando o produto interno é igual a 1.

b) Duas funções são ortogonais quando o produto interno é diferente de zero.

c) Duas funções são ortogonais quando o produto interno é igual a zero.

d) Nenhuma das alternativas é correta.

14) A norma de um vetor está associado à:

a) comprimento.

b) direção.

c) ângulo.

d) sentido.

15) As Séries de Fourier são:

a) séries trigonométricas.

b) séries harmônicas.

c) séries obtidas por meio de diferenciais.

d) séries quadráticas.

16) As Séries de Fourier possuem:

a) necessariamente dois coeficientes.

b) necessariamente uma função logarítmica.

c) necessariamente uma função exponencial.

d) três coeficientes calculados a partir de integrais definidas.

17) Após uma função ser aproximada pelas Séries de Fourier, ela:

a) se torna contínua, caso não fosse antes.

b) se mantém a mesma função.

c) diverge em relação à função anterior.

d) todas as alternativas são corretas.

18) Se $f(x)$ é uma função par:

a) Sua aproximação não terá os coeficientes A_0 e B_n.

b) Sua aproximação não terá os coeficientes A_n e B_n.

c) Sua aproximação não terá os coeficientes A_0 e A_n.

d) Sua aproximação será igual a zero.

19) Se f(x) é uma função ímpar:

a) Sua aproximação não terá os coeficientes A_0.

b) Sua aproximação não terá os coeficientes A_n.

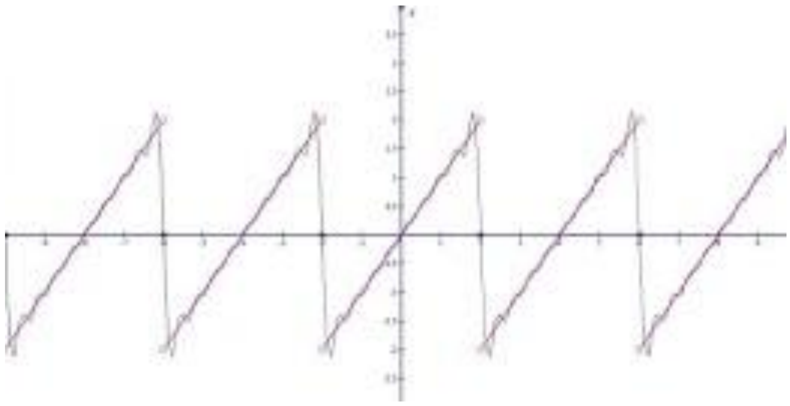
c) Sua aproximação não terá os coeficientes B_n.

d) Sua aproximação será igual a zero.

20) Qual das funções abaixo NÃO representa uma aproximação por Séries de Fourier?

Opção 1:

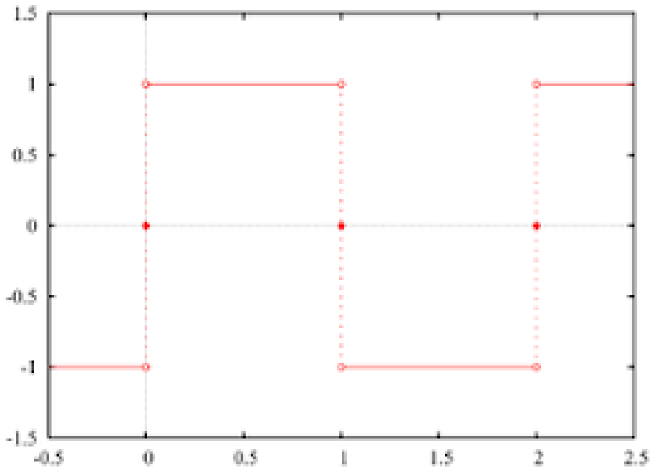
Figura 21 – Gráfico 1 da questão 20.



Fonte: Autor (2018)

Opção 2:

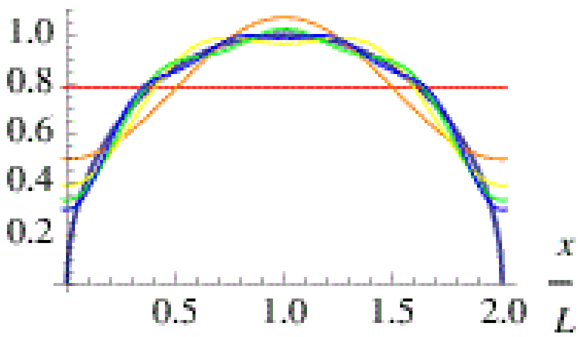
Figura 22 – Gráfico 2 da questão 20.



Fonte: Autor (2018)

Opção 3:

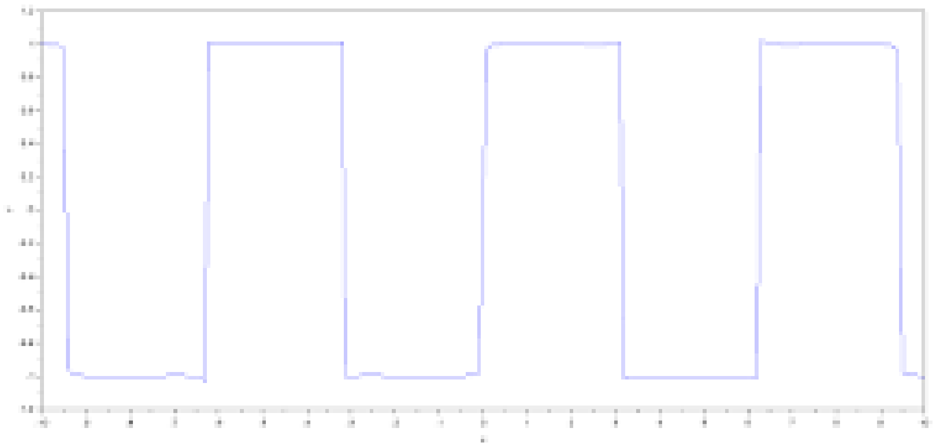
Figura 23 – Gráfico 3 da questão 20.



Fonte: Autor (2018)

Opção 4:

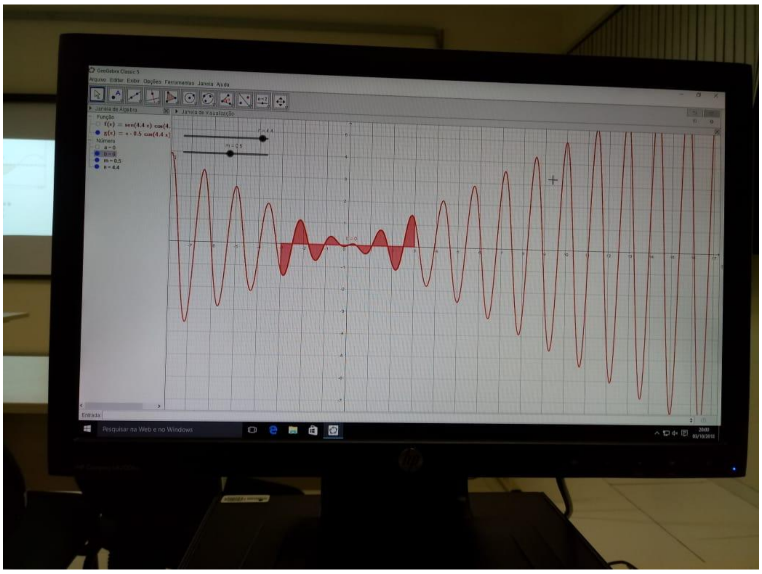
Figura 24 – Gráfico 4 da questão 20.



Fonte: Autor (2018)

APÊNDICE C – IMAGENS DAS OFICINAS

Figuras 25, 26, 27, 28 e 29 – Imagens das oficinas.



Fonte: Autor (2018)