

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

ARTHUR MACEDO CARVALHO

**APLICAÇÃO DE MODELOS HÍBRIDOS LDEM-FEM NO ESTUDO DA
RESISTÊNCIA À TRAÇÃO DO CONCRETO**

**Alegrete
2022**

ARTHUR MACEDO CARVALHO

**APLICAÇÃO DE MODELOS HÍBRIDOS LDEM-FEM NO ESTUDO DA
RESISTÊNCIA À TRAÇÃO DO CONCRETO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Luis Eduardo Kostascki

**Alegrete
2022**

ARTHUR MACEDO CARVALHO

**APLICAÇÃO DE MODELOS HÍBRIDOS LDEM-FEM NO ESTUDO DA RESISTÊNCIA À
TRAÇÃO DO CONCRETO**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Engenharia
Civil da Universidade Federal do
Pampa, como requisito parcial para
obtenção do Título de Bacharel em
Engenharia Civil.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 08 de março de 2022.

BANCA EXAMINADORA:

PROF. DR. LUIS EDUARDO KOSTESKI - UNIPAMPA
ORIENTADOR

PROF. DR. ALISSON SIMONETTI MILANI - UNIPAMPA

PROF. DR. TELMO EGMAR CAMILO DEIFELD - UNIPAMPA



Assinado eletronicamente por **ALISSON SIMONETTI MILANI, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 16/03/2022, às 19:55, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **TELMO EGMAR CAMILO DEIFELD, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 17/03/2022, às 09:49, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **LUIS EDUARDO KOSTESKI, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 17/03/2022, às 15:05, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site
[https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?
acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0](https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador
0755839 e o código CRC 79437840.

RESUMO

Quando se busca obter respostas precisas acerca do comportamento do concreto submetido aos processos de dano e fratura por tração, tem-se os ensaios experimentais como a opção mais viável para alcançar tal objetivo. Contudo, com o avanço tecnológico e o crescente número de estudos envolvendo a aplicação de métodos numéricos na resolução de problemas da engenharia, surge a possibilidade do emprego de técnicas complementares capazes de contribuir para um melhor entendimento sobre os resultados obtidos por meio da análise experimental. Devido a isso, o presente trabalho busca validar a aplicação do Método dos Elementos Discretos formado por Barras (LDEM) no estudo do comportamento mecânico do concreto submetido à tração direta e indireta, através da utilização conjunta desse método com o Método dos Elementos Finitos (FEM) na simulação dos ensaios de tração direta, tração por compressão diametral e tração na flexão. Os parâmetros utilizados para representar as propriedades do material simulado foram coletados dos estudos de Silva (2019). A partir disso, foi implementada a aleatoriedade de distribuição das propriedades do material no sólido, para analisar a variabilidade da tenacidade nas amostras modeladas numericamente. Para os três ensaios simulados, foram utilizados dois tipos de abordagens, uma baseada em uma configuração tridimensional e a outra utilizando um modelo bidimensional. Para o ensaio de tração direta, as dimensões finais da amostra representada pelos modelos em 3D e 2D foram, respectivamente, 25 mm x 100 mm x 400 mm e 5 mm x 100 mm x 400 mm. Para o ensaio de compressão diametral, os dois modelos tiveram o mesmo diâmetro de 100 mm, porém comprimentos diferentes, sendo 200 mm para o modelo tridimensional e 5 mm para a configuração em 2D. Já para o ensaio de tração na flexão, o modelo em 3D teve as dimensões de 100 mm x 100 mm x 400 mm, enquanto que o modelo em 2D teve as mesmas dimensões da configuração bidimensional do ensaio de tração direta. Os resultados obtidos com a metodologia adotada foram bastante satisfatórios, tendo em vista que, nos três ensaios simulados, pelo menos um dos modelos empregados foi capaz de obter valores representativos de resistência à tração, além de captar as deformações e os mecanismos de ruptura corretamente, o que contribui de forma positiva para a validação da aplicação do LDEM no estudo do comportamento do concreto submetido à tração.

Palavras-chave: Método dos Elementos Discretos formado por Barras; Método dos Elementos Finitos; Abaqus/Explicit; simulações numéricas; resistência à tração do concreto.

ABSTRACT

When accurate answers about the behavior of concrete subjected to the processes of damage and fracture by tensile are wanted, experimental tests are the most viable option to achieve this objective. However, with the technological advance and the growing number of studies involving the application of numerical methods in solving engineering problems, the possibility of using complementary techniques capable of contributing to a better understanding of the results obtained through experimental analysis arises. Due to this, the present work seeks to validate the application of the Lattice Discrete Element Method (LDEM) in the study of the mechanical behavior of concrete subjected to direct and indirect tensile, through the joint use of this method with the Finite Element Method (FEM) in the simulation of direct tensile, splitting and flexural tensile tests. The parameters used to represent the properties of the simulated material were collected from studies by Silva (2019). From this, the random distribution of material properties in the solid was implemented to analyze the variability of toughness in numerically modeled samples. For the three simulated tests, two types of approaches were used, one based on a three-dimensional configuration and the other using a two-dimensional model. For the direct tensile test, the final dimensions of the sample represented by the 3D and 2D models were, respectively, 25 mm x 100 mm x 400 mm and 5 mm x 100 mm x 400 mm. For the splitting test, the two models had the same diameter of 100 mm, but different lengths, being 200 mm for the three-dimensional model and 5 mm for the 2D configuration. As for the flexural tensile test, the 3D model had dimensions of 100 mm x 100 mm x 400 mm, while the 2D model had the same dimensions as the two-dimensional configuration of the direct tensile test. The results obtained with the adopted methodology were quite satisfactory, considering that, in the three simulated tests, at least one of the models used was able to obtain representative values of tensile strength, in addition to correctly capturing the deformations and failure mechanisms, which contributes positively to the validation of the application of LDEM in the study of the behavior of concrete subjected to tensile.

Keywords: Lattice Discrete Element Method; Finite Element Method; Abaqus/Explicit; numerical simulations; concrete tensile strength.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Discretização utilizada no LDEM. a) módulo cúbico básico, b) geração de corpo prismático	32
Figura 2 - Relação constitutiva elementar do LDEM, Modelo de Hillerborg	33
Figura 3 - Modelo cúbico do LDEM com seções modeladas no Abaqus/Explicit.....	34
Figura 4 - Modelo cúbico do LDEM com a representação das massas discretizadas	35
Figura 5 - Modelo de tensão pós-falha vs deslocamento vinculada à energia de fratura utilizado no <i>Abaqus/Explicit</i>	36
Figura 6 – Fluxograma da metodologia utilizada.....	38
Figura 7 – Distribuição da tenacidade nas amostras modeladas para ensaios de: a) tração direta, b) tração por compressão diametral, c) tração na flexão.	42
Figura 8 – Gráfico de tensão máxima por velocidade de carregamento	44
Figura 9 – Configuração do ensaio experimental de tração direta	45
Figura 10 - Modelo híbrido para a tração direta utilizado por Silva (2019).....	45
Figura 11 - Modelo simplificado para a tração direta utilizado por Silva (2019)	46
Figura 12 – Modelo numérico tridimensional para o ensaio de tração direta	47
Figura 13 – Modelo numérico bidimensional para o ensaio de tração direta.....	48
Figura 14- Configuração do ensaio experimental de tração por compressão diametral.....	48
Figura 15 - Conjunto para a tração por compressão diametral utilizado por Silva (2019).....	49
Figura 16 - Esquema para o ensaio de compressão diametral utilizado por Santos (2017)	49
Figura 17 – Modelo numérico tridimensional para o ensaio de tração por compressão diametral	50
Figura 18 – Modelo numérico bidimensional para o ensaio de tração por compressão diametral	51
Figura 19 - Esquema para o ensaio de tração na flexão utilizado por Silva <i>et al.</i> (2018)	52
Figura 20 – Configuração utilizada por Silva (2019) para simular o ensaio de tração na flexão	52
Figura 21 – Modelo numérico tridimensional para o ensaio de tração na flexão.....	53
Figura 22 – Modelo numérico bidimensional para o ensaio de tração na flexão	54
Figura 23 – Curvas Tensão x Deformação do ensaio experimental de tração direta e das simulações de Silva (2019).....	56

Figura 24 - Curvas Tensão x Deformação do ensaio de tração direta para os modelos em 3D e 2D	57
Figura 25 – Modo de ruptura por tração direta (experimental)	58
Figura 26 – Modo de ruptura por tração direta das simulações realizadas por Silva (2019) ...	58
Figura 27 – Modo de ruptura por tração direta das simulações realizadas com o modelo tridimensional	59
Figura 28 - Modo de ruptura por tração direta das simulações realizadas com o modelo bidimensional	59
Figura 29 – Modo de ruptura à tração por compressão diametral das simulações realizadas por Silva (2019)	61
Figura 30 – Modo de ruptura à tração por compressão diametral (experimental)	62
Figura 31 - Modo de ruptura à tração por compressão diametral das simulações realizadas com o modelo tridimensional	63
Figura 32 - Modo de ruptura à tração por compressão diametral das simulações realizadas com o modelo bidimensional	64
Figura 33 – Curvas Força x Deslocamento do ensaio experimental de tração na flexão e das simulações de Silva (2019).....	66
Figura 34 - Curvas Força x Deslocamento do ensaio de tração na flexão para o modelo em 3D	67
Figura 35 - Curvas Tensão x Deslocamento do ensaio de tração na flexão para os modelos em 3D e 2D.....	69
Figura 36 – Modo de ruptura por tração na flexão (experimental)	69
Figura 37 – Modo de ruptura por tração na flexão das simulações realizadas por Silva (2019)	70
Figura 38 – Modo de ruptura por tração na flexão das simulações realizadas com o modelo em 3D	71
Figura 39 – Modo de ruptura por tração na flexão das simulações realizadas com o modelo em 2D	71
Figura A.1 - Modelo bidimensional para ensaio de tração direta, L_c igual a: a) 0,001 m, b) 0,0025 m, c) 0,005 m, d) 0,01 m, e) 0,025 m, f) 0,01 m	82
Figura A.2 - Modo de ruptura por tração direta do modelo bidimensional com L_c igual a: a) 0,001 m, b) 0,0025 m, c) 0,005 m, d) 0,01 m, e) 0,025 m, f) 0,05 m.....	83

Figura A.3 – Gráfico de tensão máxima por L_c utilizado	83
Figura B. 1 – Deslocamento máximo obtido no <i>Ftool</i> para o modelo em 3D do ensaio de tração na flexão. a) simulação 1, b) simulação 2, c) simulação 3, d) simulação 4.....	86
Figura B.2 - Deslocamento máximo obtido no <i>Ftool</i> para o modelo em 2D do ensaio de tração na flexão. a) simulação 1, b) simulação 2, c) simulação 3, d) simulação 4.....	87
Figura B.3 – Esquema para a determinação da equação de deslocamento em função de x para o ensaio de tração na flexão.....	87

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades utilizadas nas simulações.	39
Tabela 2 – Valores iniciais de CV, Lc e Lcor testados nas simulações.	40
Tabela 3 – Valores finais de CV, Lc e Lcor utilizados nas simulações	41
Tabela 4 – Comparação entre os parâmetros utilizados nos modelos de Silva (2019) e nas simulações deste trabalho	41
Tabela 5 – Resistência à tração direta dos ensaios experimentais.....	55
Tabela 6 – Resistência à tração direta das simulações realizadas por Silva (2019)	56
Tabela 7 – Resistência à tração direta das simulações realizadas com os modelos em 3D e 2D	57
Tabela 8 – Resistência à tração por compressão diametral dos ensaios experimentais	60
Tabela 9 – Resistência à tração por compressão diametral das simulações realizadas por Silva (2019)	61
Tabela 10 - Resistência à tração por compressão diametral das simulações realizadas com os modelos em 3D e 2D	62
Tabela 11 – Resistência à tração na flexão dos ensaios experimentais.....	65
Tabela 12 – Resistência à tração na flexão das simulações realizadas por Silva (2019)	65
Tabela 13 - Resistência à tração na flexão das simulações realizadas com os modelos em 3D e 2D	66
Tabela 14 – Deslocamento máximo determinado para as simulações do ensaio de tração na flexão	68
Tabela 15 – Parâmetros finais utilizados nas simulações.....	72
Tabela 16 – Resistência máxima média à tração de cada ensaio.....	73
Tabela A.1 – Número de módulos cúbicos para cada valor de Lc (modelo bidimensional para ensaio de tração direta).....	82
Tabela B.1 – Resultados de deslocamento máximo coletados do <i>Ftool</i> para o modelo em 3D (ensaio de tração na flexão).....	85
Tabela B.2 - Resultados de deslocamento máximo coletados do <i>Ftool</i> para o modelo em 2D (ensaio de tração na flexão).....	86

Tabela B.3 - Resultados de deslocamento máximo obtidos pelo método de integração para o modelo em 3D (ensaio de tração na flexão)	90
Tabela B.4 - Resultados de deslocamento máximo obtidos pelo método de integração para o modelo em 2D (ensaio de tração na flexão)	90

LISTA DE SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

BEM – *Boundary Element Method*

CAD – *Computer Aided Design*

CP – Corpo de prova

DEM – *Discrete Element Method*

FDM – *Finite Difference Method*

FEM – *Finite Element Method*

FVM – *Finite Volume Method*

IGA – *Isogeometric Analysis*

LDEM – *Lattice Discrete Element Method*

NBR – Norma Brasileira

NURBS – *Non-Uniform Rational Basis Spline*

PUM – *Partition of Unity Method*

RPIM – *Radial Point Interpolation Method*

XFEM – *Extended Finite Element Method*

XIGA – *Extended Isogeometric Analysis*

LISTA DE SÍMBOLOS

- A – Área da seção transversal
- b – Espessura do corpo de prova
- CV – Coeficiente de variação da energia de fratura
- c_1, c_2, c_3 ou c_4 - Constante
- d – Diâmetro ou largura do corpo de prova
- E – Módulo de elasticidade
- E_{c90} – Módulo de elasticidade longitudinal da madeira na compressão normal às fibras
- F – Força axial
- F_u – Força máxima obtida na simulação do ensaio
- f_{ct} – Resistência à tração direta
- $f_{ct,fl}$ – Resistência à tração na flexão
- $f_{ct,sp}$ – Resistência à tração por compressão diametral
- G_f – Tenacidade do sólido ou energia de fratura
- I – Inércia da seção transversal
- L – Distância do vão entre apoios no ensaio de tração na flexão
- L_c – Comprimento característico do módulo cúbico básico
- L_{cor} – Comprimento de correlação
- l – Comprimento do corpo de prova
- M, M_1 ou M_2 – Momento fletor
- S^A - Seção atribuída aos elementos das arestas do modelo global
- S^C - Seção atribuída aos elementos das faces do modelo global
- S^D - Seção atribuída aos elementos das diagonais do modelo global
- S^I - Seção atribuída aos elementos internos do modelo global
- U_x – Deslocamento na direção x
- U_y – Deslocamento na direção y
- U_z – Deslocamento na direção z
- v, v_1 ou v_2 – Deslocamento pelo método de integração
- ε – Deformação específica
- ε_p – Deformação crítica de falha
- ε_r – Deformação limite de falha
- θ, θ_1 ou θ_2 – Inclinação da linha elástica deformada

μ_n – Deslocamento normal

μ_{n0} – Deslocamento máximo

ρ – Massa específica do material ou densidade

σ_t – Tensão de tração

σ_{tu} – Tensão onde ocorre o primeiro dano

ν – Coeficiente de Poisson

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 Objetivos.....	17
1.1.1 Objetivo Geral	17
1.1.2 Objetivos Específicos	17
1.2 Justificativa	18
1.3 Organização do trabalho	18
2 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DE LITERATURA	20
2.1 Métodos Numéricos	20
2.1.1 Método das Diferenças Finitas (FDM)	21
2.1.2 Método dos Volumes Finitos (FVM).....	21
2.1.3 Método dos Elementos Finitos (FEM)	22
2.1.4 Método dos Elementos Finitos Estendidos (XFEM).....	23
2.1.5 Método dos Elementos de Contorno (BEM)	24
2.1.6 Análise Isogeométrica Estendida (XIGA)	25
2.1.7 Métodos sem malha	26
2.1.8 Método dos Elementos Discretos (DEM).....	26
2.1.9 Método dos Elementos Discretos formado por Barras (LDEM).....	27
2.1.10 Combinação LDEM-FEM	28
2.2 Resultados encontrados na literatura	28
2.2.1 Saleh e Aliabadi (1995).....	28
2.2.2 Unger, Eckardt e Könke (2007).....	29
2.2.3 Kwan, Ng e Wang (2017)	30
2.2.4 Farahani <i>et al.</i> (2017).....	30
2.2.5 Silva (2019).....	31
3 IMPLEMENTAÇÃO DO LDEM NO AMBIENTE ABAQUS	32
3.1 Lei constitutiva do modelo	32
3.2 Modelagem da treliça espacial.....	34
3.3 Discretização das massas	34
3.4 Modelo híbrido.....	35
3.5 Inclusão do caráter aleatório	36
4 MATERIAIS E MÉTODOS	38

4.1 Materiais.....	39
4.1.1 Parâmetros de referência.....	39
4.2 Métodos	42
4.2.1 Tração direta.....	44
4.2.2 Tração por compressão diametral	48
4.2.3 Tração na flexão	51
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	55
5.1 Tração direta.....	55
5.2 Tração por compressão diametral	60
5.3 Tração na flexão	64
5.4 Contribuição do estudo realizado	72
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	74
6.1 Sugestões para trabalhos futuros	75
REFERÊNCIAS	77
APÊNDICE A – Análise de malha e determinação do comprimento característico do módulo cúbico do LDEM.....	81
A.1 Simulações realizadas.....	81
A.1.1 Resultados.....	83
A.2 Conclusões	84
APÊNDICE B – Determinação do deslocamento máximo pelo <i>Ftool</i> e pelo método de integração para o ensaio de tração na flexão	85
B.1 Determinação do deslocamento pelo <i>Ftool</i>	85
B.2 Cálculo do deslocamento pelo método de integração	87

1 INTRODUÇÃO

O conhecimento acerca das propriedades do concreto tem sido objeto de estudo de diversos pesquisadores ao longo dos anos. Devido a isso, foram desenvolvidos diferentes métodos experimentais para analisar as características mecânicas deste compósito, como, por exemplo, suas resistências à tração e compressão e seu módulo de elasticidade. Entretanto, alguns desses métodos ainda possuem certas desvantagens devido à complexidade na realização de seus modelos. Com isso, torna-se necessária a busca por novas alternativas que possam complementar a análise experimental e contribuir para interpretação de seus resultados.

Com o avanço tecnológico e o desenvolvimento da mecânica computacional, a utilização de métodos numéricos na análise de problemas relacionados à engenharia tem ganhado destaque, visto que sua aplicação na construção de modelos virtuais pode ser utilizada para o estudo de modelos físicos de difícil análise experimental, através da utilização de parâmetros obtidos da experimentação de modelos mais simples. Para isso, é primordial a realização de um estudo prévio do desempenho de diferentes métodos numéricos na simulação de dano e fratura, para determinar a confiabilidade da aplicação de cada método neste campo, bem como suas respectivas limitações na obtenção de resultados representativos.

Segundo Mohammadi (2012), devido às limitações e à natureza inflexível dos métodos analíticos no estudo de geometrias complexas, condições de contorno e propagação geral de trincas, várias técnicas foram desenvolvidas para resolver problemas da mecânica da fratura. Dentre essas técnicas estão: o Método dos Elementos Finitos (FEM), o Método dos Elementos Finitos Estendido (XFEM), o Método dos Elementos de Contorno (BEM), a Análise Isogeométrica Estendida (XIGA), uma variedade de métodos sem malha e o Método dos Elementos Discretos (DEM).

De acordo com Kostas (2012), os melhores métodos desenvolvidos para a aplicação em problemas de dano e fratura são o FEM e o BEM. Entretanto, como ambos os métodos são baseados em uma análise contínua, torna-se complexo o estudo da origem e propagação da trinca no modelo. Nessas situações, segundo Riera e Iturrioz (1995), uma abordagem baseada em uma representação discreta da estrutura, em conjunto com um esquema de integração explícito no domínio do tempo, além de sua simplicidade intrínseca, tem se mostrado extremamente vantajosa. Além disso, conforme descrito por

Mohammadi (2012), a utilização do FEM em problemas de propagação geral de trincas é amplamente limitada, a menos que combinado com um esquema utilizando o DEM.

Com base nisso, no presente trabalho foi utilizada uma versão do Método dos Elementos Discretos formado por Barras (LDEM), o qual foi aplicado dentro do ambiente *Abaqus* e combinado com o FEM para simular os ensaios de tração direta, tração por compressão diametral e tração na flexão. Os resultados numéricos obtidos neste trabalho foram comparados com os resultados numéricos encontrados por Silva (2019) e os resultados experimentais observados em Santos (2017) e Silva *et al.* (2018).

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é validar a aplicação do Método dos Elementos Discretos formado por Barras (LDEM) na análise do comportamento mecânico do concreto submetido à tração direta e indireta, através da simulação dos ensaios de tração axial, compressão diametral e flexão em quatro pontos. Para isso, buscou-se obter resultados de tensão máxima semelhantes aos encontrados em ensaios experimentais, bem como representar corretamente, para cada ensaio, os mecanismos de ruptura do material ensaiado.

1.1.2 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos deste trabalho, é possível citar:

- Realizar abordagens diferentes dos modelos numéricos já utilizados por outros autores em pesquisas com a mesma temática do presente trabalho;
- Obter resultados mais representativos do que aqueles obtidos por Silva (2019) para os ensaios de tração direta e tração na flexão;
- Construir modelos híbridos formados por LDEM e FEM para estudar o comportamento do concreto sob tração direta e indireta;
- Utilizar o software comercial *Abaqus/Explicit* para simular os ensaios de tração axial, compressão diametral e flexão em quatro pontos;

- Comparar as respostas encontradas numericamente com os resultados experimentais observados na literatura.

1.2 Justificativa

O concreto é um material amplamente utilizado na construção civil devido a sua alta resistência à compressão. Entretanto, quando se trata da sua resistência à tração, este compósito possui características que ainda são pouco conhecidas no campo da engenharia. Portanto, para estudar o comportamento deste material submetido aos processos de dano e fratura por tração, há hoje diversas técnicas de experimentação baseadas em modelos de escala reduzida. Para isso, é realizada a modelagem de amostras de concreto as quais são submetidas a esforços de tração direta ou indireta até a sua ruptura. Contudo, todas as etapas envolvidas neste processo estão suscetíveis a fatores externos que podem influenciar ou até mesmo comprometer a confiabilidade dos resultados obtidos, especialmente quando na realização de modelos mais complexos. Devido a isso, a presente pesquisa tem origem na necessidade de emprego de novos métodos que, através do estudo de modelos mais simples, possibilitem a obtenção de informações precisas acerca deste material para que, futuramente, possam ser aplicados no estudo de modelos mais complexos e de difícil análise experimental.

1.3 Organização do trabalho

O trabalho é composto por 6 capítulos, sendo que no primeiro está apresentada a introdução, o objetivo geral, os objetivos específicos e a justificativa do estudo proposto. No capítulo 2, é realizada uma abordagem sobre os conceitos gerais dos métodos numéricos mais utilizados no campo da engenharia e uma introdução ao método utilizado neste trabalho. Além disso, também é apresentada uma revisão da literatura sobre os trabalhos desenvolvidos com a utilização dos diferentes métodos descritos na resolução de problemáticas semelhantes ao assunto estudado neste trabalho.

No capítulo 3, é abordada a forma de implementação do Método dos Elementos Discretos formado por Barras (LDEM), utilizado neste trabalho, no software *Abaqus/Explicit*, através de uma introdução às bases teóricas do modelo, como as leis constitutivas, as características do módulo cúbico de referência e o modo de inclusão do caráter aleatório. No capítulo 4, está apresentada a metodologia que foi utilizada para a

simulação dos ensaios propostos. No capítulo 5, encontram-se os resultados das simulações realizadas e uma discussão comparando esses com os resultados numéricos e experimentais adotados como referência. Por fim, no capítulo 6, estão apresentadas as considerações finais do trabalho realizado e as sugestões para trabalhos futuros. No Apêndice A, está explicada, de forma detalhada, a metodologia utilizada para a determinação do comprimento característico do módulo cúbico básico do LDEM. E, no Apêndice B, estão apresentados os métodos adotados para a obtenção dos valores de deslocamento máximo associados ao ensaio de tração na flexão.

2 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo serão introduzidas as bases teóricas dos métodos numéricos mais conhecidos e utilizados para resolver problemas no campo da engenharia. Para isso, será realizada uma revisão bibliográfica para descrever as principais características de cada método, dando ênfase aos seus conceitos, aplicabilidade e limitações. Na sequência, será abordado o método numérico utilizado neste trabalho e serão apresentados alguns resultados encontrados na literatura para a aplicação de alguns métodos aqui citados em assuntos com a mesma temática do presente estudo. Esta revisão é realizada com o intuito de promover a utilização conjunta do Método dos Elementos Discretos formado por Barras (LDEM) com o Método dos Elementos Finitos (FEM) para a análise da ruptura no concreto, tendo em vista a eficiência de aproximação desta técnica frente aos demais métodos apresentados.

2.1 Métodos Numéricos

Durante muito tempo, as técnicas disponíveis para a resolução de problemas relacionados à engenharia estavam restritas à utilização de métodos analíticos. Entretanto, devido às limitações desses métodos em resolver sistemas de equações matemáticas complexas, a confiabilidade dos resultados obtidos ainda era questionável. Com base nisso, foram desenvolvidos diversos meios alternativos para o estudo do comportamento mecânico de elementos submetidos aos processos de dano e fratura.

Com o advento da tecnologia e o desenvolvimento da computação, tornou-se possível a aplicação de técnicas baseadas em métodos numéricos, os quais, segundo Moczo, Kristek e Halada (2004), são utilizados para resolver equações diferenciais através da substituição das derivadas existentes por expressões algébricas simplificadas. Segundo Krajcinovic (1996 apud Riera, Miguel e Iturrioz, 2014), os métodos numéricos propostos para prever o processo de dano em materiais quase-frágeis podem ser classificados em dois grandes grupos, aqueles fundamentados na mecânica contínua e os embasados em uma abordagem de modelos estatísticos.

De acordo com Gonçalves (2007), a escolha de um método numérico depende do modelo matemático no qual esse método se baseia. Isso se dá ao fato de que todo método numérico atua através da simplificação de um conjunto particular de equações

matemáticas, sendo necessário um estudo aprofundado do problema no qual se deseja aplicar o método, a fim de minimizar os erros de aproximação associados à sua aplicação.

2.1.1 Método das Diferenças Finitas (FDM)

O princípio de aplicação do Método das Diferenças Finitas (FDM) tem como base a conservação da equação na forma diferencial. A partir disso, o domínio da solução da equação é discretizado através de uma malha, na qual, em cada nó, substitui-se as derivadas parciais por funções algébricas aproximadas. Conforme descrito por Gonçalves (2007), esse método é aplicável a malhas estruturadas de geometrias simples, em que as linhas da malha funcionam como coordenadas locais, nas quais a primeira e segunda derivadas de cada variável são aproximadas através de expansões em séries de Taylor ou regressões polinomiais.

Segundo Moczo, Kristek e Halada (2004), devido à sua definição, o FDM é um dos mais importantes métodos numéricos em sismologia e certamente é ainda o método dominante na modelagem de terremotos e movimentações do solo, sendo amplamente utilizado, devido à simplicidade de preparação do modelo e da teoria por trás de sua aplicação. Além disso, Batista e Coelho (2018) já aplicaram esse método no estudo dos efeitos térmicos resultantes da transferência de calor entre elementos de concreto, através de algoritmos desenvolvidos com o auxílio da linguagem de programação Python, obtendo-se resultados de forma rápida e com baixo custo computacional.

De acordo com Lisitsa, Tcheverda e Botter (2016), o FDM combina simplicidade de implementação, incluindo implementação paralela e otimização de baixo custo, alta eficiência, robustez e precisão adequada. Ademais, com modificações adequadas nos parâmetros do modelo, é possível preservar a sua precisão, mesmo quando se busca aplicá-lo em geometrias complexas com interfaces fortemente irregulares. Contudo, segundo Moczo, Kristek e Halada (2004), tendo em vista que nenhuma suposição é feita sobre os valores entre os nós da malha, a precisão da aproximação do método é bastante afetada, sendo necessária a obtenção desses valores através de interpolação.

2.1.2 Método dos Volumes Finitos (FVM)

Em concordância com a definição de Moukalled, Mangani e Darwish (2016), o Método dos Volumes Finitos (FVM) é uma técnica numérica que transforma equações

diferenciais parciais, que representam leis de conservação sobre volumes diferenciais, em equações algébricas discretas sobre volumes finitos. Este processo é realizado através da discretização do domínio geométrico de solução em volumes de controle contíguos, onde no centro de cada volume encontra-se um nó, para o qual são calculados os valores das variáveis das equações algébricas de aproximação. Segundo Eymard, Gallouet e Herbin (2019), o FVM é localmente conservador, porque é baseado em uma abordagem de equilíbrio, ou seja, um equilíbrio local é escrito em cada volume de controle pela fórmula de divergência, resultando na obtenção de uma formulação integral dos fluxos ao longo das fronteiras de cada volume. De acordo com Gonçalves (2007), as integrais de volume e de superfície são aproximadas através de fórmulas de quadratura, obtendo-se, deste modo, uma equação algébrica para cada volume de controle, na qual é possível determinar os valores das variáveis no nó analisado e nos nós contíguos a esse.

Conforme descrito por Barth e Ohlberger (2004), o FVM é um método de discretização que provou ser bastante eficaz na resolução de diversos sistemas de leis de conservação, sendo amplamente utilizado em mecânica dos fluidos, meteorologia, eletromagnetismo, simulação de dispositivos semicondutores, modelagem de processos biológicos e muitos outros campos da engenharia governados por sistemas conservadores que podem ser descritos na forma integral de volumes de controle. Entretanto, de acordo com Clain, Diot e Loubère (2011), o FVM apresenta uma desvantagem que é a presença de uma grande quantidade de difusão numérica, podendo levar a uma baixa precisão e a necessidade do emprego de técnicas auxiliares para melhorar a acurácia da aproximação do método.

2.1.3 Método dos Elementos Finitos (FEM)

O Método dos Elementos Finitos (FEM), assim como o FVM, é aplicado na resolução de equações diferenciais parciais provenientes das leis de conservação, através da discretização do domínio de solução em um conjunto de elementos finitos. Embora semelhante ao FVM, no FEM, entretanto, segundo Gonçalves (2007), as equações algébricas de aproximação são previamente multiplicadas por uma função peso. A partir disso, as equações resultantes são integradas no domínio para cada nó da malha de elementos finitos, buscando-se encontrar o sistema de equações no qual a derivada do integral associado aos valores dos nós seja igual a zero. Essa condição é imposta para que seja possível encontrar a melhor solução de contorno para as geometrias representadas.

De acordo com Oden (2006), o FEM foi originalmente desenvolvido para resolver problemas relacionados à mecânica dos sólidos. Contudo, devido a sua teoria geral e formulação, este método passou a ser frequentemente aplicado em assuntos de natureza não linear, como, por exemplo, mecânica dos fluidos, eletromagnetismo e outros problemas compostos por sistemas de equações diferenciais parciais. Além disso, o FEM já foi utilizado por Booker e Huebner (1972) para a análise de lubrificação, na qual o filme lubrificante é representado por um sistema de elementos componentes interconectados através de nós. A partir disso, os fluxos são somados e as pressões equacionadas, deduzindo-se as propriedades do sistema com base nas propriedades e conexões dos elementos componentes.

Conforme descrito por Gonçalves (2007), a principal vantagem do FEM está relacionada à sua aplicação em geometrias arbitrárias, pois, para isso, a malha de elementos finitos pode ser facilmente refinada, dividindo-se os elementos componentes quantas vezes forem necessárias, para representar com maior precisão o formato geométrico de interesse. Todavia, quando se trata do estudo de problemas envolvendo propagação geral de trincas, segundo Mohammadi (2012), a utilização do FEM possui muitas limitações. Isso ocorre, pois, as faces das trincas devem ser correspondentes ao contorno dos elementos finitos, ficando essas restritas à estruturação e refino da malha utilizada.

2.1.4 Método dos Elementos Finitos Estendidos (XFEM)

O Método dos Elementos Finitos Estendido (XFEM) é uma extensão do FEM e, segundo Khoei (2015), é uma das técnicas mais populares na modelagem de propagação de trincas que não precisa de um processo de alteração da malha. O efeito da trinca no campo tensão-deformação é incorporado dentro do elemento, através de partição da unidade (PUM), deixando a geometria e malha inalteradas. Além disso, de acordo com Mohammadi (2012), enquanto a presença da fissura não é modelada geometricamente e a malha não precisa se adaptar ao caminho virtual da trinca, as soluções analíticas exatas para tensões singulares e campos de deslocamento descontínuo ao redor da trinca são reproduzidas pela inclusão de um conjunto de funções de forma enriquecidas que são extraídas das soluções analíticas assintóticas.

Baseado no FEM e na teoria da mecânica da fratura, o XFEM, conforme descrito por Zhuang *et al.* (2014), pode ser aplicado para resolver problemas complexos de

descontinuidade, incluindo problemas de fratura, interface e danos, com grande potencial para uso em multi-escala computacional e problemas de acompanhamento multifásico. Outrossim, a aplicação do XFEM também aparece nos estudos de Sosa e Karapurath (2012) para a solução de problemas de delaminação em vigas cantilever dupla feitas de laminados de alumínio reforçado com vidro. Para isso, foram utilizadas funções especiais de enriquecimento ortotrópico adaptadas para compósitos, buscando-se modelar a propagação da delaminação, a qual apresentou resultados semelhantes aos encontrados na literatura, tanto experimental quanto utilizando o FEM, mas com reduzido custo computacional, uma vez que nenhuma alteração na malha foi necessária.

Apesar de suas vantagens, o XFEM pode apresentar algumas limitações que tornam necessário o emprego de técnicas auxiliares para otimizar a utilização do método. Segundo Weinhardt (2016), a precisão de aproximação do XFEM pode ser afetada pela instabilidade numérica relacionada às funções de enriquecimento no entorno da trinca e ao mal condicionamento das matrizes, o que provoca a perda de acurácia dos resultados. Portanto, para evitar que isso ocorra, uma alternativa é adaptar o método através de técnicas de estabilização voltadas para uma análise dinâmica e realizar um estudo prévio das funções de enriquecimento para garantir que essas estejam corretamente condicionadas.

2.1.5 Método dos Elementos de Contorno (BEM)

O Método dos Elementos de Contorno (BEM) é atualmente uma técnica alternativa aos métodos clássicos de diferenças finitas e elementos finitos, capaz de ser utilizada para solucionar problemas de diversos campos da engenharia. De acordo com Cheng e Cheng (2005), neste método, a discretização é realizada em dimensão espacial reduzida, ou seja, para geometrias tridimensionais, a discretização ocorre na superfície de fronteira, e para problemas em duas dimensões, a discretização é realizada no contorno geométrico limitante.

Segundo Kirkup (1998), no BEM a equação diferencial parcial governante é reformulada para uma equação integral, que envolve apenas as funções definidas na fronteira do domínio. Com isso, através da representação do contorno ou superfícies como um conjunto de painéis e as funções de limite por uma forma paramétrica simplificada para cada painel, a equação integral de limite é reduzida a um sistema linear de equações, tornando possível obter uma solução numérica.

Consoante os estudos de Partridge, Brebbia e Wrobel (1991), a principal vantagem do BEM é a sua capacidade de fornecer uma solução completa para os problemas analisados apenas em termos dos limites do domínio, o que exige reduzido custo computacional de tempo e memória para a preparação e simulação dos modelos. Entretanto, apesar de suas vantagens, o BEM possui limitações, pois, segundo Mohammadi (2012), este método não pode ser aplicado para sistemas não lineares e não é adequado para o estudo de propagação geral de trincas.

2.1.6 Análise Isogeométrica Estendida (XIGA)

A Análise Isogeométrica Estendida (XIGA) é uma técnica baseada em uma combinação de Análise Isogeométrica (IGA) e XFEM, utilizada para a resolução de problemas de propagação geral de trincas (GHORASHI; VALIZADEH E MOHAMMADI, 2011). Para isso, segundo Mohammadi (2012), este método utiliza os conceitos do XFEM para enriquecer os pontos de controle da IGA com a função Heaviside e funções de enriquecimento de ponta de fissuras. Além disso, tendo em vista que o XIGA é uma extensão do IGA, este método, de acordo com Jia *et al.* (2015), geralmente incorpora as mesmas funções básicas utilizadas no projeto auxiliado por computador (CAD) para análises, com funções do tipo *splines* de bases racionais não uniformes (NURBS), usadas para descrever a geometria do domínio e representar seções cônicas como círculos, cilindros e esferas.

Em concordância com o descrito por Luycker *et al.* (2011), a aplicação do XIGA produz altos níveis de precisão com taxas de convergência ideais para a mecânica de fratura linear. Ademais, segundo Jia *et al.* (2015), o XIGA, quando aplicado na resolução da equação de Poisson para problemas contendo descontinuidades fracas, atinge a taxa de convergência ideal, o que demonstra o sucesso de utilização do método em problemas de interface de materiais curvos.

Embora o XIGA possua grandes vantagens, de acordo com Bailey e Carayon (2007), as funções do tipo NURBS, comumente utilizadas neste método, podem apresentar limitações, uma vez que o ajuste dos pontos de controle ao longo das *splines* pode exigir um grande número de polígonos facetados para obter uma estrutura fina. Portanto, torna-se necessário o emprego de novas funções bases para simplificar a adição de pontos de controle, de modo que mais detalhes da superfície de controle possam ser alcançados e o refinamento local possa ser viável.

2.1.7 Métodos sem malha

Segundo Mohammadi (2012), o principal objetivo desses métodos é evitar conexões fixas entre os nós usados para descrever a geometria e estabelecer os graus de liberdade necessários para discretizar a equação governante. Com isso, devido a essa falta de conexão nodal, quaisquer fissuras existentes ou caminhos de propagação de trincas podem ser facilmente incorporados ao modelo numérico. Ainda, de acordo com Belytschko *et al.* (1996), quando se trata da análise de descontinuidades móveis, esses métodos possibilitam resolver diversos problemas que são muito complicados com métodos que utilizam malha, visto que a malha precisaria ser refeita em cada estágio de evolução da descontinuidade.

Dentre as vantagens que acompanham a utilização dos métodos sem malha, pode-se citar: o custo computacional reduzido, uma vez que nenhuma malha é necessária; a possibilidade de maior precisão computacional através da adição de nós, principalmente quando se deseja um maior refinamento; facilidade de construção de funções de forma de alta ordem e a capacidade de lidar com grandes deformações e problemas não lineares quando comparado ao FEM, visto que a conectividade entre nós é gerada como uma parte da computação e pode ser alterada com o tempo (LI; MULAY, 2013).

Contudo, conforme descrito por Mohammadi (2012), apesar da maior precisão e esquemas adaptativos flexíveis, a maioria dos métodos sem malha são ainda de fraca versatilidade para lidar com condições de contorno e geometrias arbitrárias e bases teóricas complexas, além de apresentar a necessidade de análise de sensibilidade e calibração com difíceis esquemas de estabilização.

2.1.8 Método dos Elementos Discretos (DEM)

O Método dos Elementos Discretos (DEM) é uma técnica baseada no uso de um esquema numérico explícito no qual a interação das partículas é monitorada contato por contato e os seus movimentos modelados partícula por partícula (CUNDALL; STRACK, 1979). Segundo Masson e Martinez (2000), esse método deriva da Dinâmica Molecular desenvolvida em 1959 por B. J. Alder e T. E. Wainwright, para a modelagem microscópica de fluidos, e sua primeira aparição remete ao trabalho pioneiro de P. A. Cundall de 1971, aplicado a sistemas de blocos rochosos.

De acordo com Kruggel-Emden *et al.* (2008), o DEM passou a ser um método computacional muito atraente para a modelagem e compreensão de materiais granulares, principalmente quando se busca analisar o comportamento estático e dinâmico desses materiais nos equipamentos projetados para o seu transporte e manuseio, como rampas, tambores e correias. Além disso, segundo Tavares e Plesha (2006), este método também tem grande potencial para a modelagem de problemas contínuos, como falhas em estruturas de concreto, fragmentação de rochas devido a explosões e fratura de materiais quase-frágeis sob impacto de alta velocidade.

2.1.9 Método dos Elementos Discretos formado por Barras (LDEM)

A versão do Método dos Elementos Discretos formado por Barras (LDEM) faz parte da classe de modelos estatísticos utilizados para a análise dos processos de dano em materiais quase-frágeis e, segundo Kostaski (2012), este método tem sido utilizado com sucesso para resolver diversos problemas de dinâmica estrutural, como superfícies submetidas a cargas impulsivas, fratura em fundações elásticas assentes em solos moles, geração de onda sísmica durante a ocorrência de processos de ruptura, efeitos de escala no concreto e rochas, entre outros.

De acordo com Puglia *et al.* (2010), o LDEM atua através da discretização do contínuo em um conjunto constituído por massas localizadas em nós e interligadas por elementos uniaxiais, os quais são arrançados na forma de uma treliça espacial regular, onde as rigidezes das barras correspondem ao contínuo representado.

Conforme descrito por Kostaski (2012), com a utilização do LDEM, a análise da fratura em materiais submetidos a esforços solicitantes pode ser realizada de modo direto e intuitivo, pois as descontinuidades podem ser facilmente inseridas no modelo, uma vez que, para isso, basta romper as ligações entre os elementos discretos. Ademais, quando se trata do estudo de materiais heterogêneos, a inclusão da aleatoriedade de distribuição das propriedades do material pode ser feita através de modelos estatístico, o que promove maior precisão de aproximação do método numérico em relação ao real comportamento do material.

2.1.10 Combinação LDEM-FEM

Apesar dos benefícios que acompanham a utilização do LDEM em problemas da engenharia, esse método, entretanto, de acordo com Kostaski (2012), apresenta muitas limitações quando se busca realizar a representação de geometrias complexas, a inclusão de não linearidades provenientes das condições de contorno e as relações constitutivas. Devido a isso, uma alternativa utilizada com frequência para superar essas restrições é aplicar o LDEM em conjunto com o FEM, através de um modelo híbrido.

De acordo com Mohammadi (2012), ao se utilizar este tipo de combinação, parte do modelo híbrido, que está suscetível aos danos causados durante uma análise de fratura, é representada por elementos discretos, enquanto que o restante da amostra pode ser modelado com elementos finitos mais grosseiros, para reduzir o custo computacional. Além disso, as propriedades não lineares do material e as não linearidades geométricas podem ser consideradas na formulação básica do FEM, viabilizando, desse modo, a modelagem de estruturas mais complexas. Portanto, para o presente trabalho, foi utilizado o LDEM implementado dentro do ambiente *Abaqus* para a configuração de modelos híbridos compostos por LDEM e FEM, os quais foram utilizados para simular a propagação de trincas em amostras de concreto submetidas aos ensaios de tração axial, compressão diametral e flexão em quatro pontos.

2.2 Resultados encontrados na literatura

A análise de dano e fratura no concreto, através da utilização de métodos numéricos, já foi objeto de pesquisa de diversos estudiosos no campo da engenharia. Com isso, foram propostos, ao longo dos anos, diversos modelos numéricos, baseados nos diferentes métodos apresentados nas subseções do item 2.1, na tentativa de encontrar a melhor abordagem que representasse com precisão o comportamento mecânico deste material. Portanto, através de uma revisão da literatura, é possível encontrar os seguintes trabalhos que mais se assemelham ao estudo proposto nesta pesquisa.

2.2.1 Saleh e Aliabadi (1995)

O artigo é baseado na utilização do Método dos Elementos de Contorno (BEM) para a análise do comportamento não linear da fissuração no concreto. O modelo de trinca

fictício foi usado para simular a propagação de trincas no modo de energia I e no modo misto no concreto. A fissura fictícia na zona de fratura na frente da ponta de trinca real foi substituída pelas forças de fechamento que atuam em ambas as superfícies da trinca. Quando a força na ponta da trinca fictícia ultrapassasse a resistência máxima à tração do concreto, a trinca se propagaria perpendicularmente à tensão principal máxima. A simulação numérica foi controlada através do comprimento da trinca como uma função crescente monotônica durante o processo de fratura. Modelos de flexão em três pontos e cisalhamento em quatro pontos foram usados para verificar os resultados numéricos para o modo I e modo misto, respectivamente. Por fim, de acordo com os autores, a relação entre carregamento e deslocamento obtida mostrou-se em conformidade com a análise utilizando o Método dos Elementos Finitos (FEM), realizada por A. Carpinteri em 1994.

2.2.2 Unger, Eckardt e Könke (2007)

O trabalho é baseado na aplicação do Método dos Elementos Finitos Estendido (XFEM) para a simulação de fissuras discretas no concreto, usando um algoritmo adaptativo de propagação de fissuras. Para isso, diferentes critérios para prever a direção da extensão de uma fissura coesiva foram investigados no contexto do XFEM. Com base em três exemplos, realizou-se uma comparação entre o critério de tensão circunferencial máxima, a taxa máxima de liberação de energia e o critério de energia potencial mínima com dados experimentais.

Neste artigo, observou-se que, para problemas dominados pelo modo I, em que a energia de fratura do concreto é menor, a suposição de que uma fissura coesiva cresce na mesma direção que uma fissura sem tensão, como estabelecido para o critério de tensão circunferencial máxima e para a taxa máxima de liberação de energia, é verificada, enquanto que, para problemas de modo misto, a influência de forças coesivas na direção da fissura não pode ser desprezada. Além disso, no que diz respeito ao comprimento prescrito dos segmentos de fissura, o algoritmo que usa o critério de energia potencial mínima requer uma malha mais fina em comparação aos outros critérios. Portanto, devido a essa desvantagem, a utilização do critério de energia potencial mínima deve ser restrita a modelos para os quais uma influência considerável do modo II, em que a energia de fratura do concreto é maior, é esperada. Caso contrário, é preferível adotar o critério da taxa de liberação de energia com base na mecânica da fratura linear elástica.

2.2.3 Kwan, Ng e Wang (2017)

O trabalho apresenta uma análise numérica da origem e propagação de fissuras no concreto a nível mesoscópico, através da utilização do Método dos Elementos Finitos (FEM). Para isso, o concreto foi tratado e modelado como um sistema trifásico constituído por agregado graúdo, matriz de argamassa endurecida e zonas de transição interfacial entre agregado graúdo e matriz de argamassa. As propriedades constitutivas não lineares dos materiais antes e depois da fissuração foram incorporadas na modelagem. Além disso, um critério de fissuração integrado com base na resistência à tração e tenacidade à fratura foi proposto para atender à concentração de tensão nas pontas das trincas, e um algoritmo de enfileiramento de trincas foi empregado para simular a redistribuição de tensão no modelo e o alívio de tensão na região fissurada. Por fim, constatou-se que as abordagens apresentadas foram utilizadas com sucesso para a análise da origem e propagação de trincas no modelo.

2.2.4 Farahani *et al.* (2017)

O trabalho é baseado na utilização de um Método de Interpolação de Ponto Radial (RPIM), que é um método sem malha, para a realização de um modelo de análise da mecânica de dano não linear em elementos de concreto. Para isso, a formulação de dano local foi modificada considerando um critério de dano constitutivo não local em relação ao potencial de energia livre de Helmholtz. Os campos variacionais internos, como as variáveis de danos locais e não locais, foram determinados por um algoritmo de mapeamento de danos. Além disso, para implementar a não linearidade no modelo, uma abordagem iterativa de Newton-Raphson controlada por deslocamento foi adotada para obter a solução de dano não linear. No final, o desempenho do modelo de dano não local proposto foi avaliado usando um teste experimental de flexão em três pontos de uma viga entalhada disponível na literatura. Com isso, a solução obtida mostrou que os métodos sem malha são capazes de analisar com eficácia estruturas de concreto, assumindo um modelo de dano contínuo não local e não linear.

2.2.5 Silva (2019)

O estudo é baseado no emprego do Método dos Elementos Discretos formado por Barras (LDEM), implementado dentro do ambiente *Abaqus*, para a simulação numérica dos ensaios de tração direta, tração por compressão diametral e tração na flexão. Para isso, os parâmetros de entrada utilizados nos modelos foram obtidos por meio de testes experimentais. Ainda, para a aferição do modelo, foi feita uma simulação do ensaio de compressão uniaxial em cilindros de concreto com diâmetro de 100 mm e altura de 200 mm. O material utilizado foi caracterizado através de propriedades variáveis, seguindo uma distribuição do tipo Weibull. Na sequência, foram realizadas as simulações para os ensaios de tração direta, tração na flexão e tração por compressão diametral. Para esses ensaios, foram utilizadas amostras prismáticas de 25 mm x 100 mm x 400 mm e de 100 mm x 100 mm x 400 mm, e amostras cilíndricas de 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura, respectivamente. Com isso, observou-se que os resultados numéricos obtidos para alguns ensaios apresentam semelhança com os estudos experimentais. Os ensaios de compressão uniaxial e tração por compressão diametral apresentaram tensões máximas e mecanismos de falha bastante próximos aos ensaios experimentais. Entretanto, as simulações de tração direta e tração na flexão mostraram que o modelo utilizado ainda precisa ser aprimorado para se obter resultados mais representativos.

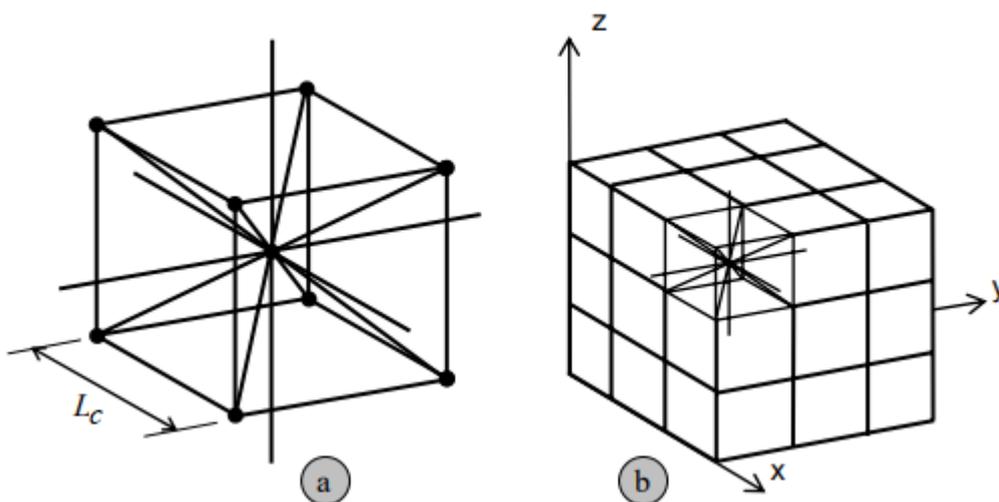
Devido à semelhança desse estudo com a abordagem proposta na presente pesquisa, os modelos numéricos utilizados por Silva (2019) para os ensaios de tração direta, tração por compressão diametral e tração na flexão serviram de base para a realização dos modelos apresentados neste trabalho, e podem ser observados, de forma mais detalhada, no capítulo 4 deste documento. Além disso, no capítulo 5, há uma comparação entre os resultados numéricos obtidos por Silva (2019) e os resultados provenientes das simulações realizadas no trabalho em questão.

3 IMPLEMENTAÇÃO DO LDEM NO AMBIENTE ABAQUS

Neste capítulo será descrita a forma de implementação do método utilizado dentro do software comercial *Abaqus/Explicit*, através de uma introdução às bases teóricas que constituíram o modelo.

A configuração do LDEM empregada para representar o contínuo de análise teve como base a proposta de Riera (1984), a qual utiliza o módulo cúbico descrito nos estudos de Nayfeh e Hefzy (1978). Este módulo é formado por vinte elementos de barras e nove nós, sendo oito nós localizados nas extremidades e um contido no centro do cubo, como mostrado na Figura 1a. Cada nó possui três graus de liberdade, dados pelas componentes do vetor deslocamento associado às coordenadas cartesianas globais. A partir do conjunto de módulos básicos, é possível gerar corpos prismáticos como o observado na Figura 1b.

Figura 1 - Discretização utilizada no LDEM. a) módulo cúbico básico, b) geração de corpo prismático

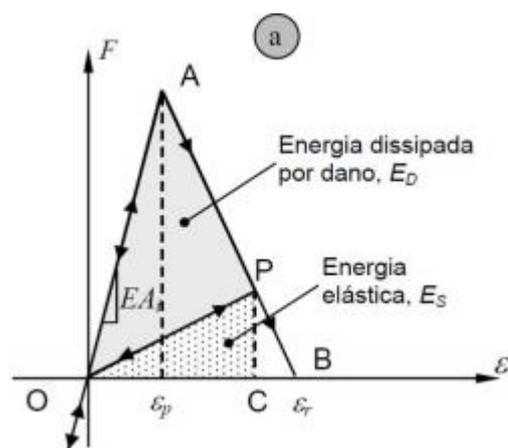


Fonte: Adaptado de Kostas (2012, p. 37).

3.1 Lei constitutiva do modelo

Para estudar o comportamento de materiais quase-frágeis submetidos aos processos de dano e fratura, Hillerborg (1978) propôs um modelo baseado em uma relação constitutiva elementar triangular, que está apresentada na Figura 2. Este modelo foi utilizado para a composição do método definido para o presente trabalho.

Figura 2 - Relação constitutiva elementar do LDEM, Modelo de Hillerborg



Fonte: Zydeck (2017, p. 43).

A partir deste modelo, pode-se analisar a relação entre carregamento e deformação de materiais como o concreto, o qual está suscetível à ruptura frágil e à permanente perda de resistência resultante da nucleação e propagação de trincas. Contudo, para que o modelo seja aplicado, deve-se pressupor que o sólido esteja sob a ação de tensões de tração. Essa condição é imposta devido ao fato de que esses materiais, quando comprimidos, apresentam comportamento linear elástico, fazendo com que os danos causados pelo carregamento sejam induzidos por tração indireta.

Com base na Figura 2, tem-se que o triângulo OAB, contido abaixo da curva carregamento-deformação, representa a densidade total de energia de fratura relacionada à área de influência do elemento analisado. Portanto, quando a energia dissipada por esse elemento for equivalente à energia de fratura, significa que o material perdeu toda a sua capacidade de suporte de cargas, devido aos danos causados pelo carregamento. Além disso, observa-se também que, para um dado ponto P na curva, enquanto o triângulo OPC representa a energia elástica residual no elemento, o triângulo OAP ilustra a densidade de energia dissipada pelos danos causados.

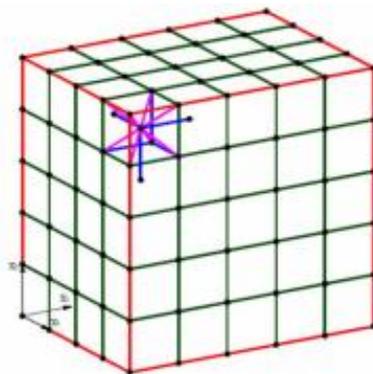
Alguns dos parâmetros utilizados no desenvolvimento do modelo que podem ser vistos na Figura 2 são: a força axial (F); a deformação específica (ϵ); a deformação crítica de falha (ϵ_p); a deformação limite de falha (ϵ_r), a qual, quando ultrapassada, causa a perda total de resistência do elemento; o módulo de elasticidade (E), que associado à área da seção transversal do elemento representa a sua rigidez; e a área da seção transversal (A).

3.2 Modelagem da treliça espacial

Por meio da superposição dos módulos cúbicos e da composição resultante da treliça espacial, gerada por elementos finitos de barra tridimensional com dois nós, o modelo utilizado pode ser implementado dentro do ambiente *Abaqus*.

Com o modelo implementado dentro do ambiente *Abaqus*, é atribuída uma seção para cada elemento e, para cada seção, um tipo de material, podendo ser observados quatro tipos de seções diferentes correspondentes aos elementos posicionados nas arestas (S^A), faces (S^C), internos (S^I) e diagonais (S^D) (KOSTESKI, 2012). Essa correspondência pode ser observada na Figura 3, onde as seções das arestas, faces, internos e diagonais se encontram representadas, respectivamente, pelas barras vermelhas, verdes, azuis e roxas.

Figura 3 - Modelo cúbico do LDEM com seções modeladas no Abaqus/Explicit



Fonte: Kostascki (2012, p. 98).

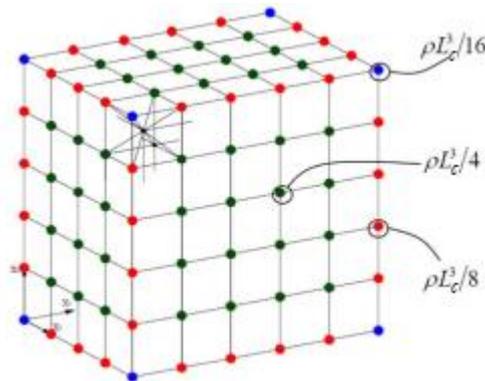
3.3 Discretização das massas

O contínuo representado pelo LDEM é discretizado em um conjunto no qual as massas estão localizadas nos nós da treliça espacial e os seus valores são dependentes do volume de influência de cada nó.

Tendo como base o módulo apresentado na Figura 1a, observa-se que o volume desse é composto pelo volume total do seu nó central mais 8 vezes a oitava parte dos volumes dos nós dos vértices. Portanto, sabendo-se que a massa total de um módulo cúbico é igual a ρL_c^3 , sendo ρ a massa específica do material, e o volume total de um nó igual a $L_c^3/2$, é possível determinar as massas dos nós do modelo global. A partir disso,

tem-se que as massas dos nós dos vértices, arestas e faces que constituem o modelo global são iguais, respectivamente, a $\rho L_c^3/16$, $\rho L_c^3/8$ e $\rho L_c^3/4$, como mostrado na Figura 4.

Figura 4 - Modelo cúbico do LDEM com a representação das massas discretizadas



Fonte: Adaptado de Kostaski (2012, p. 99).

Contudo, tendo em vista que no *Abaqus* não é possível atribuir valores somente aos nós da treliça, deixando as barras sem massa, pois geraria erros de cálculo, densidades equivalentes às massas nodais foram atribuídas às barras para contornar este problema. Kostaski (2012), Silva (2015), Colpo (2016), Zydeck (2017), Silva (2018) e Silva (2019) já utilizaram esta solução, a qual se mostrou bastante eficiente.

3.4 Modelo híbrido

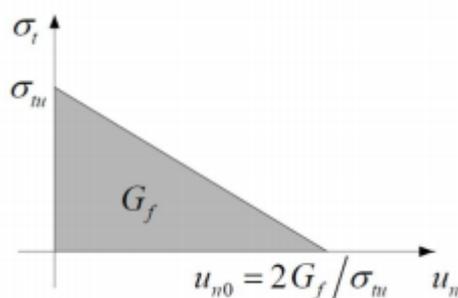
Para os casos em que a região de falha do sólido em estudo é conhecida, pode-se utilizar um modelo híbrido composto parte por elementos discretos e parte por elementos finitos. Essa combinação é eficiente quando se aplica o LDEM na região suscetível à falha e o restante do contínuo é modelado com o FEM, o que reduz os custos computacionais de tempo de processamento e memória. Portanto, com base nesta técnica, foi utilizado no presente trabalho o software comercial *Abaqus/Explicit* para a aplicação conjunta do LDEM com FEM.

O *Abaqus* é um conjunto de programas que utiliza elementos finitos para a análise de materiais sólidos e sistemas estruturais. O software é extremamente eficiente em lidar com grandes problemas de efeitos não lineares. Para isso, possui dois módulos principais de análise que são: o *Abaqus/Standard*, utilizado para análises gerais de tensão e deformação e transferências de calor e massa; e o *Abaqus/Explicit*, o qual permite uma análise avançada de discontinuidades associadas ao estudo da fratura, através de

simulações realizadas com integração de tempo explícita, possibilitando o estudo de casos com complexas condições de contato.

O modelo de ruptura utilizado pelo *Abaqus/Explicit* para materiais quase-frágeis tem preceitos semelhantes aos do modelo de Hillerborg, pois considera que o comportamento é linear elástico quando os elementos estão submetidos à compressão ou quando a tração exercida pelo carregamento ainda não provocou danos na área de influência do sólido. Além disso, para representar o comportamento frágil do concreto, é utilizado o modelo de fissuras distribuídas (Smearred Crack Model), o qual, assim como o modelo de Hillerborg, define a fratura através da taxa de dissipação de energia em Modo I. Na Figura 5, está apresentada a relação constitutiva após a fratura do elemento analisado. Os parâmetros μ_n , μ_{n0} , σ_t , σ_{tu} e G_f são, respectivamente, o deslocamento normal, o deslocamento máximo, a tensão de tração, a tensão onde ocorre o primeiro dano e a tenacidade do sólido.

Figura 5 - Modelo de tensão pós-falha vs deslocamento vinculada à energia de fratura utilizado no *Abaqus/Explicit*



Fonte: Kostascki (2012, p. 101).

3.5 Inclusão do caráter aleatório

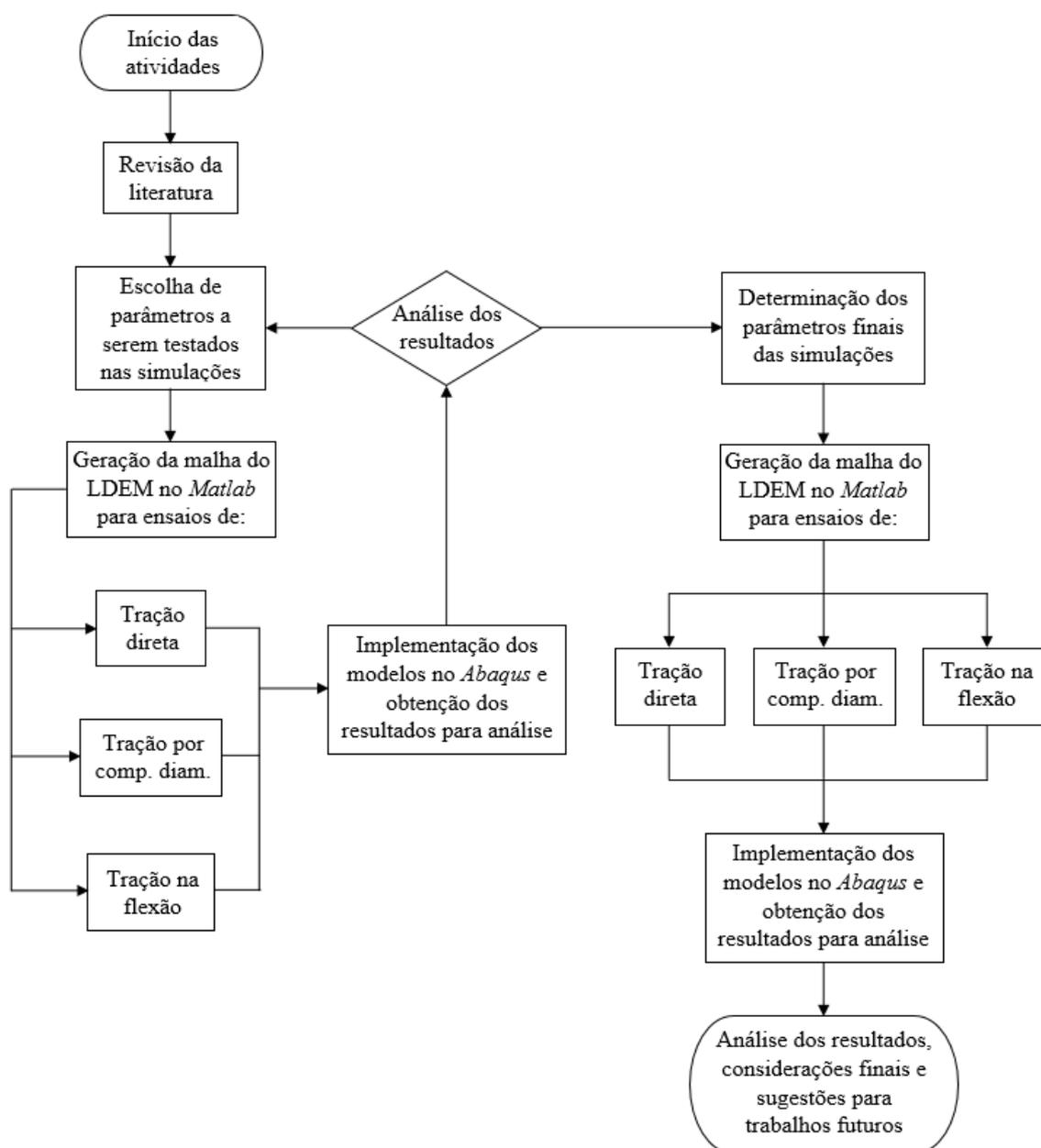
Para que fosse possível obter maior precisão de aproximação do método utilizado, incluiu-se a aleatoriedade de distribuição das propriedades do material no modelo implementado dentro do ambiente *Abaqus*. Para isso, definiu-se um número x de conjuntos de propriedades associadas ao material, e, para cada conjunto, quatro tipos de seções, sendo essas seções correspondentes aos elementos localizados nas arestas, faces, internos e diagonais do modelo global. Logo, para que o elemento possuísse uma propriedade aleatória, foi preciso apenas sortear um número do conjunto contido no

intervalo $[1; x]$ e atribuir o material resultante a este elemento. Isso fez com que a tenacidade (G_f) atribuída ao sólido descrito apresentasse distribuição de probabilidades do tipo Weibull.

4 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo se encontram todas as etapas realizadas para a preparação dos modelos que foram utilizados no presente trabalho, desde a modelagem da malha do LDEM no software *Matlab* à implementação dos modelos dentro do ambiente *Abaqus*, para a configuração e simulação dos ensaios de tração direta, tração por compressão diametral e tração na flexão. Na Figura 6 é possível observar um esquema da metodologia adotada para alcançar os objetivos propostos.

Figura 6 – Fluxograma da metodologia utilizada



Fonte: Elaboração própria.

4.1 Materiais

Para cada ensaio foram utilizados modelos híbridos constituídos parte por LDEM e parte por FEM. Para a caracterização das regiões que foram modeladas com o LDEM, foi necessária a utilização de algumas propriedades do material representado, tais como: o módulo de elasticidade (E), a densidade (ρ), a energia de fratura (G_f), a deformação crítica de falha (ε_p) e o coeficiente de Poisson (ν). E, para as partes modeladas com o FEM, os parâmetros necessários foram apenas o módulo de elasticidade, a densidade e o coeficiente de Poisson.

4.1.1 Parâmetros de referência

A modelagem com o LDEM foi baseada na representação de um concreto da classe C50, o qual já foi objeto de estudo de Silva (2019). Portanto, para a configuração das regiões formadas pelo LDEM, todas as propriedades citadas anteriormente para a representação do material foram retiradas desse estudo. Já para as partes formadas pelo FEM, foram utilizados os mesmos valores de densidade e coeficiente de Poisson do concreto modelado com o LDEM, adotando-se, entretanto, um valor de módulo de elasticidade dez vezes maior, com o intuito de proporcionar maior rigidez a essas regiões. Essa condição foi estabelecida em cada ensaio para que não ocorresse ruptura nas regiões de apoio e aplicação do carregamento, as quais foram constituídas pelo FEM.

As propriedades adotadas para caracterizar as regiões formadas pelo LDEM e pelo FEM, que constituíram os modelos utilizados nas simulações, estão apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Propriedades utilizadas nas simulações.

Propriedades	LDEM	FEM
E [GPa]	32,47	324,7
ρ [kg/m ³]	2000	2000
ν	0,25	0,25
G_f [N/m]	108,55	-
ε_p	0,0001	-

Fonte: Adaptado de Silva (2019, p. 28).

Ainda, para que fosse possível a configuração da malha formada pelo LDEM, foi necessária a definição de parâmetros adicionais, como o comprimento característico do módulo cúbico (L_c), o comprimento de correlação (L_{cor}) e o coeficiente de variação da energia de fratura (CV). Esses dados foram obtidos através do método de tentativas, utilizando-se, desse modo, os valores que retornaram os melhores resultados nas simulações realizadas. Para isso, como ponto de partida, foram empregados os dados encontrados em Silva (2019), os quais estão apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Valores iniciais de CV , L_c e L_{cor} testados nas simulações.

Dados iniciais	
CV [%]	20
L_c [m]	0,005
L_{cor} [m]	0,04

Fonte: Adaptado de Silva (2019, p. 28).

Como a caracterização do campo de distribuição espacial das propriedades é difícil de definir experimentalmente assim como os valores numéricos que representam de forma correta essa distribuição, para os três ensaios propostos, foram realizadas várias simulações com diferentes valores de CV e L_{cor} , alterando-se um parâmetro por vez, enquanto o restante das propriedades permanecia com os valores iniciais. Com isso, foram escolhidos os valores de CV e L_{cor} para os quais os resultados de tensão máxima obtidos em cada ensaio simulado mais se aproximavam dos resultados experimentais utilizados como referência. Além disso, como está explicado no Apêndice A deste trabalho, também foi realizada uma análise de malha com diferentes valores de L_c , a qual determinou que o valor final de L_c adotado para as simulações poderia ser igual ao valor inicial da Tabela 2. A partir disso, foi escolhido o conjunto com os valores que retornaram os melhores resultados nos três ensaios. Os valores finais de CV , L_c e L_{cor} estão apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Valores finais de CV, Lc e Lcor utilizados nas simulações

Dados finais	
CV [%]	50
Lc [m]	0,005
Lcor [m]	0,025

Fonte: Elaboração própria.

Na Tabela 4 está apresentada uma comparação entre os parâmetros finais utilizados nas simulações realizadas neste trabalho e os parâmetros utilizados para a configuração dos modelos simulados por Silva (2019).

Tabela 4 – Comparação entre os parâmetros utilizados nos modelos de Silva (2019) e nas simulações deste trabalho

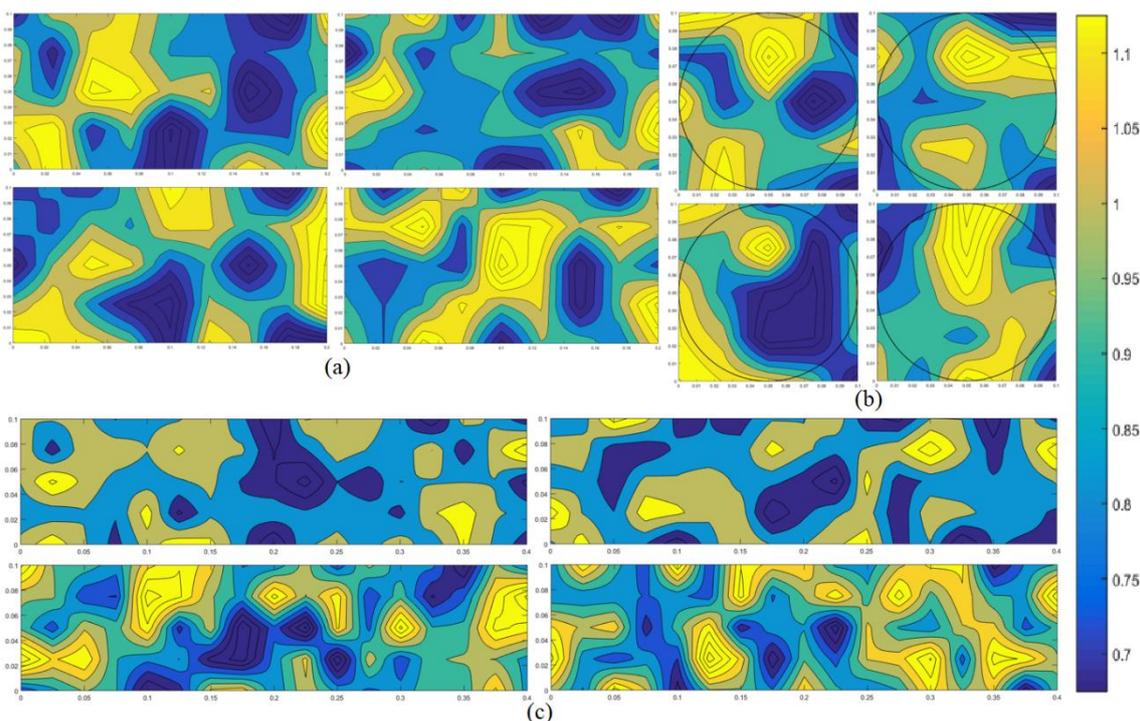
Propriedades	Modelos simulados por Silva (2019)			Modelos simulados neste trabalho	
	LDEM	FEM		LDEM	FEM
		Aço	Madeira		
E [GPa]	32,47	200	-	32,47	324,7
Ec90 [GPa]	-	-	1,225	-	-
ρ [kg/m ³]	2000	7850	800	2000	2000
ν	0,25	0,30	0,30	0,25	0,25
G _f [N/m]	108,55	-	-	108,55	-
CV [%]	20	-	-	50	-
ϵ_p	0,0001	-	-	0,0001	-
Lc [m]	0,005	-	-	0,005	-
Lcor [m]	0,04	-	-	0,025	-

Fonte: Adaptado de Silva (2019, p. 28 e p. 33).

Além disso, para considerar a heterogeneidade do concreto, foi incluída a aleatoriedade de distribuição das propriedades no sólido através do parâmetro denominado semente. Com isso, para cada ensaio, foram realizadas quatro simulações com sementes distintas, para analisar a variabilidade na tenacidade do material, como descrito no item 3.5. Isso pode ser observado nas imagens da Figura 7, em que, para cada amostra modelada para cada ensaio, está ilustrado um mapa de temperatura no qual, para cada região, é atribuído um coeficiente adimensional que é utilizado para determinar a energia de fratura dessa região, através da multiplicação desse coeficiente pela energia de fratura (G_f) da Tabela 1, resultando em um valor em Newton por metro. Portanto, com

base na escala de coeficientes mostrada na barra lateral da Figura 7, as regiões quentes, para as quais o coeficiente é maior que um, representam os locais com maiores energias de fratura e as regiões frias, que possuem coeficiente menor que um, correspondem aos locais com menores energias de fratura.

Figura 7 – Distribuição da tenacidade nas amostras modeladas para ensaios de: a) tração direta, b) tração por compressão diametral, c) tração na flexão.



Fonte: Elaboração própria.

4.2 Métodos

Para cada ensaio, foi determinada a amplitude de simulação de modo que a velocidade de carregamento não influenciasse significativamente nos resultados de tensão máxima obtidos. Para isso, foram realizadas várias simulações com amplitudes diferentes para determinar para qual faixa de valores de velocidade de carregamento a tensão máxima observada permanece aproximadamente constante. Desse modo, foi escolhido o maior valor de amplitude desse intervalo, para que fosse possível reduzir o tempo necessário para a simulação de cada ensaio sem prejudicar a precisão dos resultados obtidos. Essa consideração foi adotada com o intuito de otimizar o tempo de processamento computacional, uma vez que, não havendo nenhum prejuízo aos

resultados finais, seria possível utilizar, para as simulações, uma velocidade de carregamento maior que a utilizada nos ensaios experimentais.

A tensão máxima resistente foi calculada para os ensaios de tração direta, tração por compressão diametral e tração na flexão, através da Equação (1), Equação (2) e Equação (3), respectivamente.

$$f_{ct} = \frac{F_u}{A} \quad \dots(1)$$

Onde:

f_{ct} – resistência à tração direta [MPa];

F_u – força máxima obtida na simulação do ensaio [N];

A – área da seção de ruptura [mm²].

$$f_{ct,sp} = \frac{2.F_u}{\pi.d.l} \quad \dots(2)$$

Onde:

$f_{ct,sp}$ – resistência à tração por compressão diametral [MPa];

F_u – força máxima obtida na simulação do ensaio [N];

d – diâmetro do corpo de prova [mm];

l – comprimento do corpo de prova [mm].

$$f_{ct,fl} = \frac{\left(\frac{F_u}{2}\right).L}{b.d^2} \quad \dots(3)$$

Onde:

$f_{ct,fl}$ – resistência à tração na flexão [MPa];

F_u – força máxima obtida na simulação do ensaio [N];

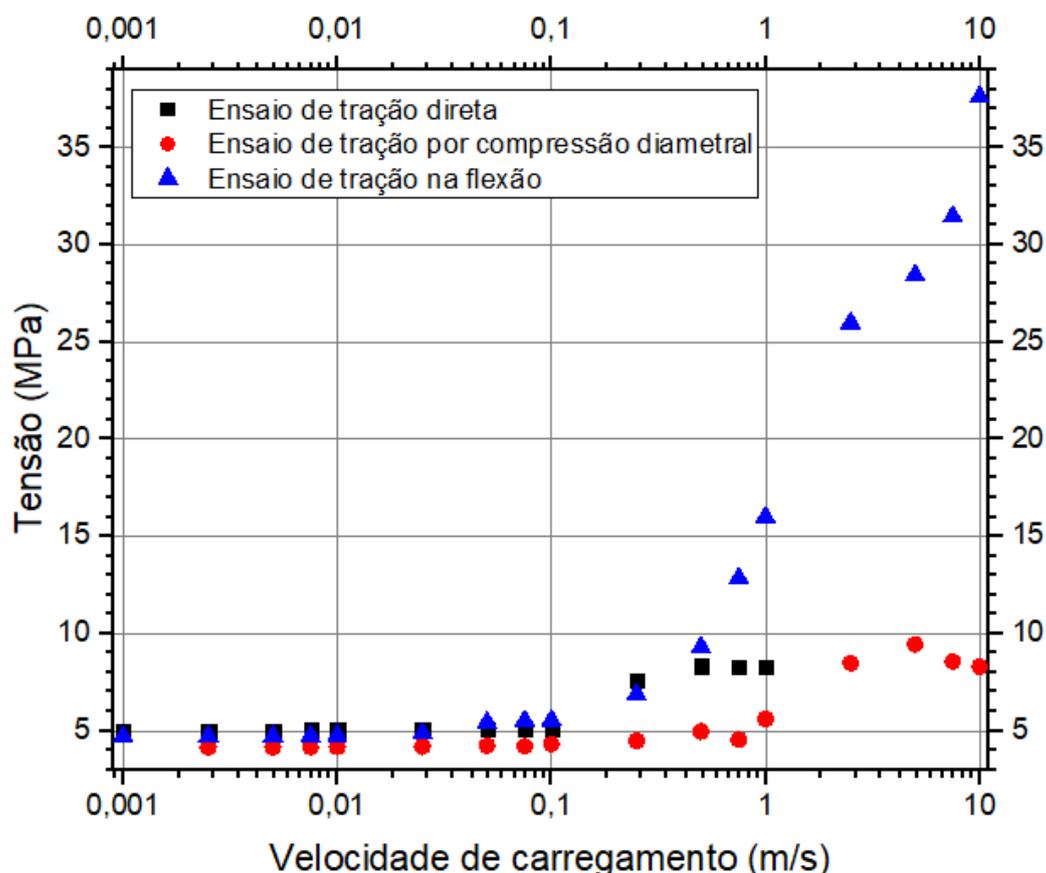
d – largura do corpo de prova [mm];

b – espessura do corpo de prova [mm];

L – distância do vão entre apoios [mm].

Os resultados de tensão máxima associados a cada velocidade de carregamento utilizada na simulação dos três ensaios estão apresentados no gráfico da Figura 8.

Figura 8 – Gráfico de tensão máxima por velocidade de carregamento



Fonte: Elaboração própria.

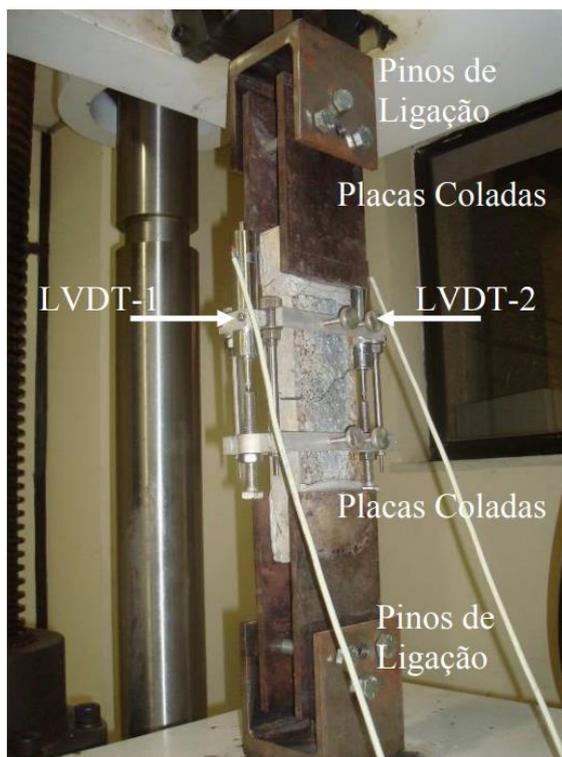
Com base no gráfico da Figura 8, observou-se que nos três ensaios, para valores de velocidade de carregamento entre 0,001 m/s e 0,01 m/s, a tensão máxima obtida é aproximadamente constante. Portanto, para as simulações apresentadas neste trabalho, foi utilizada a amplitude de 0,01 m/s para os três ensaios e um tempo de simulação diferente para cada ensaio.

Ainda, para cada ensaio, foram realizados dois tipos de modelo, um bidimensional e outro em 3D, para que, caso houvesse semelhança entre os resultados obtidos com ambas as configurações, fosse preferível, em trabalhos futuros, a utilização do modelo em 2D, uma vez que o tempo de simulação para esse é menor.

4.2.1 Tração direta

Para este ensaio, utilizou-se como referência o modelo experimental constituído por placas metálicas coladas nas extremidades de uma amostra prismática de concreto e fixadas à máquina de ensaio através de pinos metálicos, conforme mostrado na Figura 9.

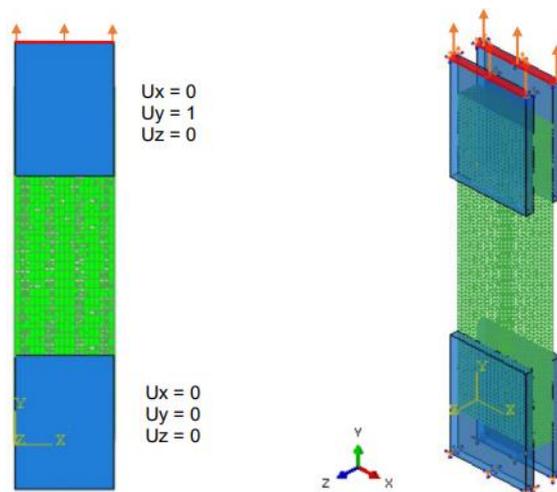
Figura 9 – Configuração do ensaio experimental de tração direta



Fonte: Marangon (2011, p. 69).

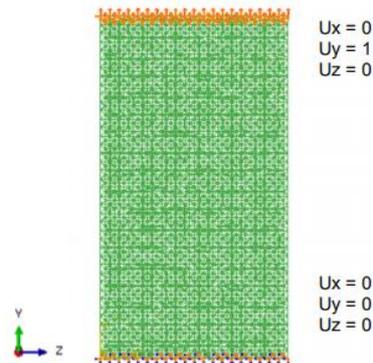
Este ensaio já foi simulado por Silva (2019), adotando-se duas configurações diferentes: uma utilizando um modelo híbrido composto por LDEM e FEM, e a outra empregando somente o LDEM para constituir o modelo e aplicando o carregamento diretamente na malha treliçada. A primeira e a segunda configuração estão apresentadas, respectivamente, na Figura 10 e Figura 11.

Figura 10 - Modelo híbrido para a tração direta utilizado por Silva (2019)



Fonte: Silva (2019, p. 31).

Figura 11 - Modelo simplificado para a tração direta utilizado por Silva (2019)



Fonte: Silva (2019, p. 32).

Entretanto, como será abordado no capítulo 5, os valores de tensão máxima média obtidos com esses modelos, quando comparados aos resultados experimentais observados por Silva *et al.* (2018), apresentaram uma diferença significativa. Portanto, na tentativa de aumentar a precisão de aproximação do método utilizado e melhorar a representatividade dos resultados obtidos através das simulações numéricas, neste trabalho a combinação do LDEM com o FEM foi abordada de forma diferente dos modelos propostos por Silva (2019), como será mostrado a seguir.

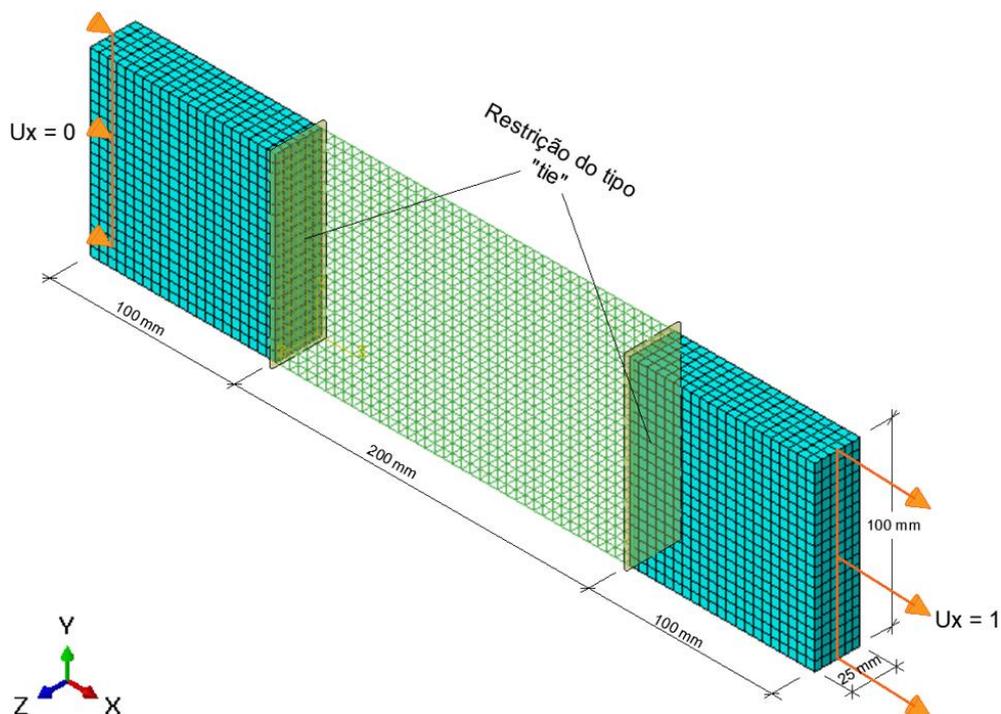
Inicialmente foi proposto um modelo tridimensional para representar o concreto utilizado no ensaio. Para isso, foi configurada a malha do LDEM no software *Matlab* e gerado um arquivo “.inp” que foi carregado dentro do ambiente *Abaqus*. A representação final do modelo numérico deveria possuir 25 mm de espessura, 100 mm de largura e 400 mm de comprimento, para compará-la com o esquema utilizado por Silva *et al.* (2018).

Contudo, diferente do modelo híbrido da Figura 10 proposto por Silva (2019), que é constituído por chapas de aço, representadas pelo FEM, coladas nas extremidades da amostra de concreto constituída pelo LDEM, o modelo numérico utilizado neste trabalho se resume apenas a uma amostra de concreto na qual a sua região central é formada pelo LDEM e as suas extremidades constituídas pelo FEM. Essa configuração foi adotada tendo em vista que, para a análise correta dos resultados obtidos por este ensaio, a trinca deveria se originar na região central da amostra simulada.

Portanto, com base na utilização do comprimento característico do módulo cúbico (L_c) da Tabela 3, a malha do LDEM teve 5 módulos na direção da espessura, 20 módulos na direção da largura e 40 módulos na direção do comprimento, o que corresponde a um corpo de prova de 25 mm x 100 mm x 200 mm. Na sequência, com o arquivo “.inp” carregado dentro do ambiente *Abaqus*, configurou-se a malha de elementos finitos com

as propriedades do FEM apresentadas na Tabela 1 e um comprimento característico compatível com a malha treliçada, ou seja, 5 mm, para que fosse aplicado o FEM nas extremidades da malha do LDEM e adicionadas as condições de contorno necessárias para simular o ensaio de tração direta. A união dos componentes distintos do modelo foi feita através da condição de restrição do tipo “tie” entre as superfícies do FEM e os nós do LDEM. A configuração final do modelo tridimensional está apresentada na Figura 12.

Figura 12 – Modelo numérico tridimensional para o ensaio de tração direta



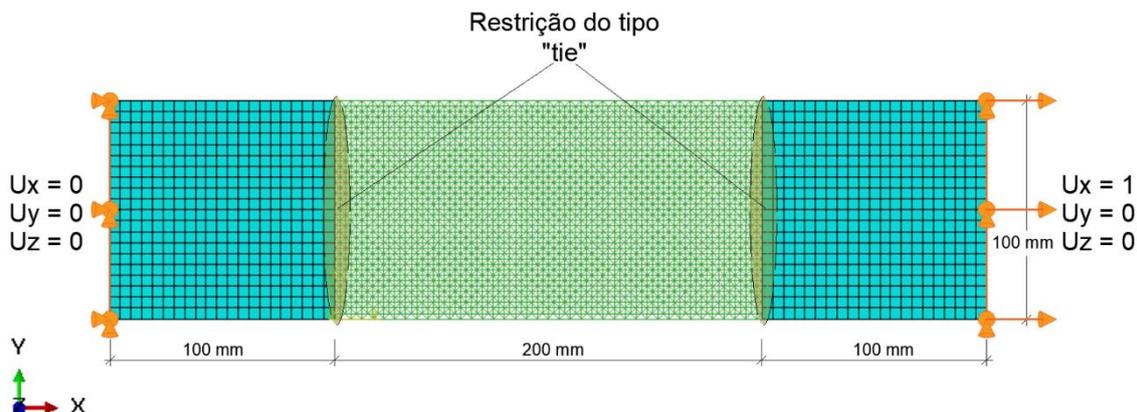
Fonte: Elaboração própria.

Como pode ser observado na Figura 12, aplicou-se um deslocamento na direção x em apenas uma das extremidades laterais do FEM, enquanto a outra permaneceu com o deslocamento restringido nessa mesma direção, gerando, desse modo, um esforço de tração perpendicular à seção transversal da amostra modelada. A amplitude da simulação foi de 0,01 m/s, conforme determinado no item 4.2, e o tempo de simulação foi de 0,005 s.

Além do modelo em 3D, também foi realizado um modelo bidimensional para analisar se, em um estado plano de tensões, o comportamento do material simulado era semelhante ao observado no estado tridimensional. Para isso, a malha do LDEM teve apenas 1 módulo na direção da espessura, permanecendo com as mesmas dimensões do modelo em 3D nas outras direções. Ainda, para que o estado plano de tensões fosse

alcançado, foi restringido o deslocamento na direção da espessura em toda a malha do LDEM e nas regiões compostas FEM. O restante das etapas de preparação do modelo seguiu a mesma sequência executiva adotada para a configuração do modelo tridimensional. O modelo bidimensional está apresentado na Figura 13.

Figura 13 – Modelo numérico bidimensional para o ensaio de tração direta

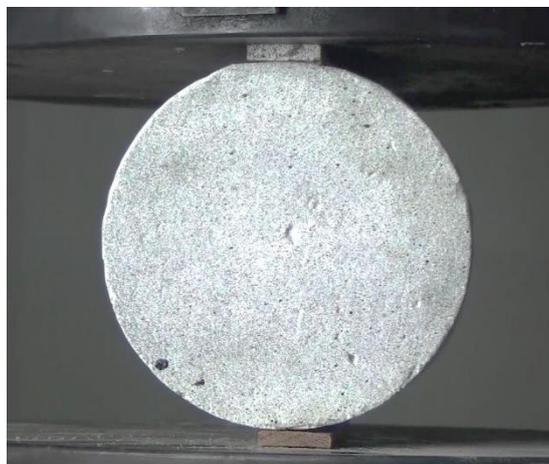


Fonte: Elaboração própria.

4.2.2 Tração por compressão diametral

O ensaio experimental de tração por compressão diametral é executado segundo a norma NBR 7222 (ABNT, 2011), em que são utilizadas amostras cilíndricas de concreto, moldadas de acordo com a NBR 5738 (ABNT, 2016), e tiras de madeira colocadas entre os pratos da máquina de teste e os corpos de prova, conforme pode ser observado na Figura 14.

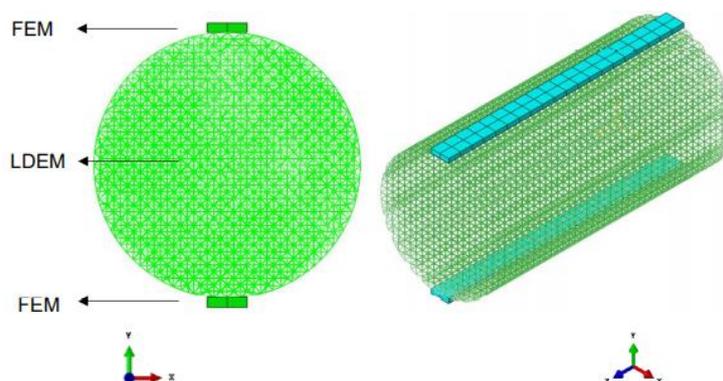
Figura 14- Configuração do ensaio experimental de tração por compressão diametral



Fonte: Silva (2019, p. 33)

Para este ensaio, o modelo numérico simulado foi baseado em uma simplificação do modelo adotado por Silva (2019), em que foi utilizado um conjunto composto por taliscas de madeira, representadas pelo FEM, e um corpo de prova cilíndrico de concreto, representado pelo LDEM, como mostrado na Figura 15.

Figura 15 - Conjunto para a tração por compressão diametral utilizado por Silva (2019)

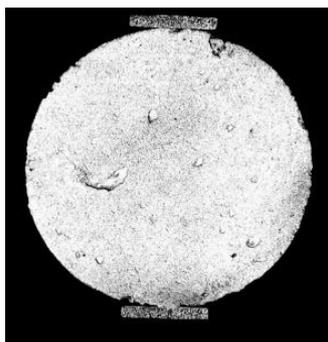


Fonte: Silva (2019, p. 34).

Apesar desse modelo ter apresentado resultados satisfatórios, como será mostrado no capítulo 5, decidiu-se utilizar um esquema mais simples para tentar analisar o comportamento do concreto simulado de forma mais direta. Assim, diferente do modelo apresentado na Figura 15, não foram modeladas as taliscas de madeira, acreditando-se que as propriedades utilizadas para representar a madeira poderiam fazer com que esses componentes secundários tivessem influência sobre o modo de ruptura da amostra ensaiada.

O modelo tridimensional simulado neste trabalho tinha 100 mm de diâmetro e 200 mm de comprimento, tendo como referência o corpo de prova utilizado no ensaio experimental realizado por Santos (2017), que pode ser observado na Figura 16.

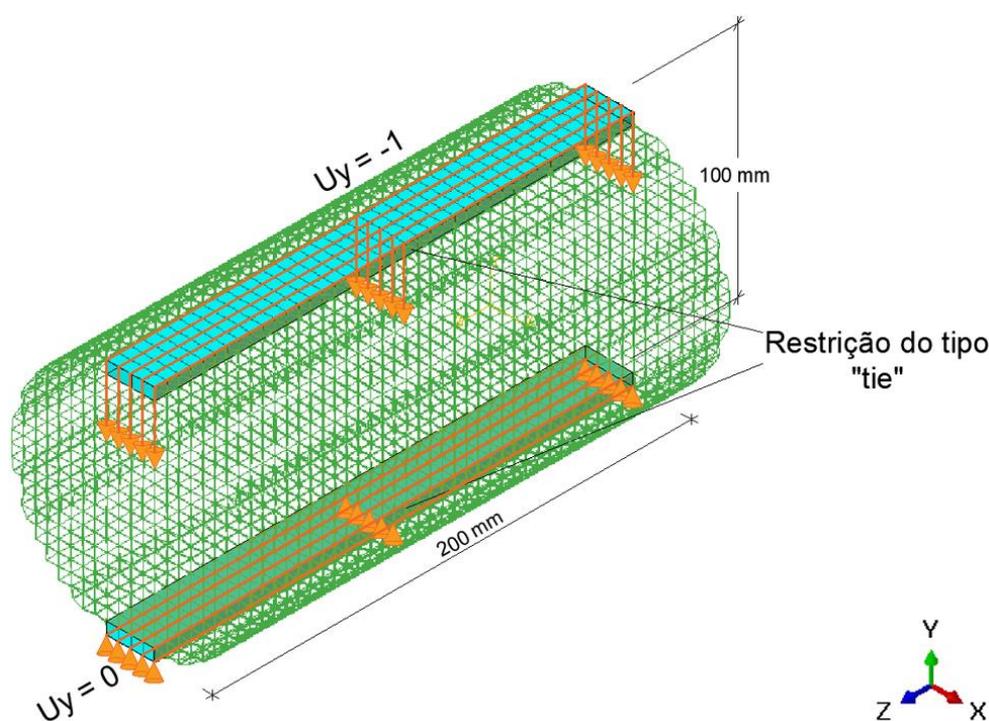
Figura 16 - Esquema para o ensaio de compressão diametral utilizado por Santos (2017)



Fonte: Adaptado de Santos (2017, p. 55).

Para isso, a malha do LDEM foi configurada com 20 módulos representando o diâmetro e 40 módulos na direção do comprimento. Portanto, de forma análoga ao ensaio de tração direta, foi gerado um arquivo “.inp”, o qual foi implementado dentro do *Abaqus/Explicit*. A partir disso, para evitar que ocorresse o surgimento de zonas com concentração de tensões na malha do LDEM e, conseqüentemente, a ruptura do material nesses locais, foi configurada uma malha de elementos finitos, da mesma forma que para o ensaio de tração direta, para ser empregada no lugar do LDEM nas regiões de apoio e aplicação do carregamento. Em vista disso, foram substituídos em cada região 4 módulos que representavam a seção transversal e, para cada um desses, 40 módulos na direção do comprimento. E, assim como no esquema de tração direta, a união entre as superfícies do FEM e os nós do LDEM foi realizada através da condição de restrição do tipo “tie”. A configuração final deste modelo está apresentada na Figura 17.

Figura 17 – Modelo numérico tridimensional para o ensaio de tração por compressão diametral



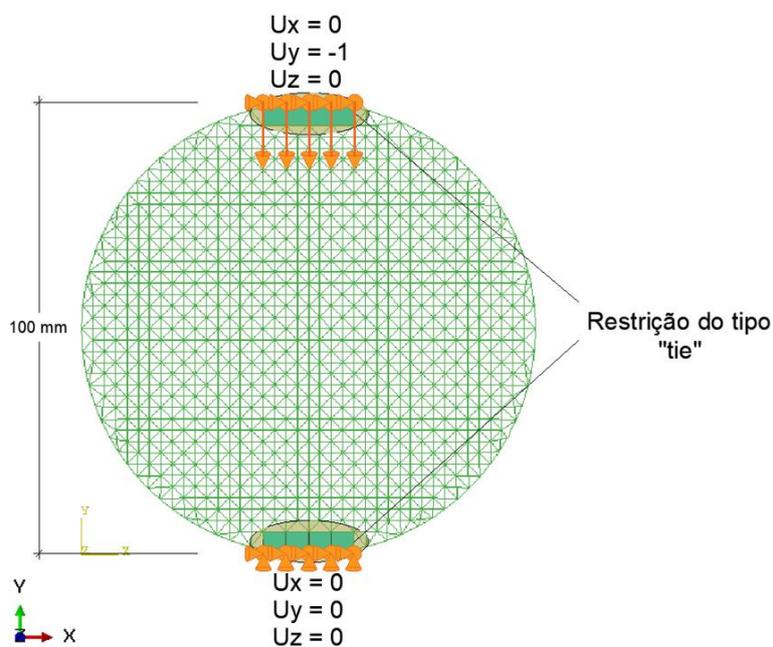
Fonte: Elaboração própria.

As simulações foram realizadas considerando as condições de contorno observadas na norma NBR 7222 (ABNT, 2011). Para isso, o carregamento foi aplicado na região superior composta pelo FEM, enquanto a região inferior permaneceu simplesmente apoiada, restringindo somente o deslocamento na direção y . Por fim,

utilizou-se um tempo de simulação de 0,006 s e a mesma amplitude do ensaio de tração direta.

Para a configuração do modelo em duas dimensões, as etapas construtivas foram semelhantes, diferenciando-se pelo fato de que o arquivo “.inp” teve somente 1 módulo na direção do comprimento. Além disso, diferente do modelo tridimensional, foram restringidos os deslocamentos de toda a seção transversal na direção z, para reproduzir o estado plano de tensões, e das regiões formadas pelo FEM na direção x, para que a amostra cilíndrica não girasse em torno do eixo do seu comprimento. Essa configuração pode ser observada na Figura 18.

Figura 18 – Modelo numérico bidimensional para o ensaio de tração por compressão diametral



Fonte: Elaboração própria.

4.2.3 Tração na flexão

O ensaio experimental de tração na flexão é executado com amostras prismáticas moldadas de acordo com a NBR 5738 (ABNT, 2016) e ensaiadas segundo as especificações da NBR 12142 (ABNT, 2010). Em vista disso, para o modelo tridimensional utilizado para simular este ensaio, a configuração final da amostra deveria ter 100 mm de espessura, 100 mm de largura e 400 mm de comprimento, representando um corpo de prova semelhante ao ensaiado por Silva *et al.* (2018), que está apresentado na Figura 19.

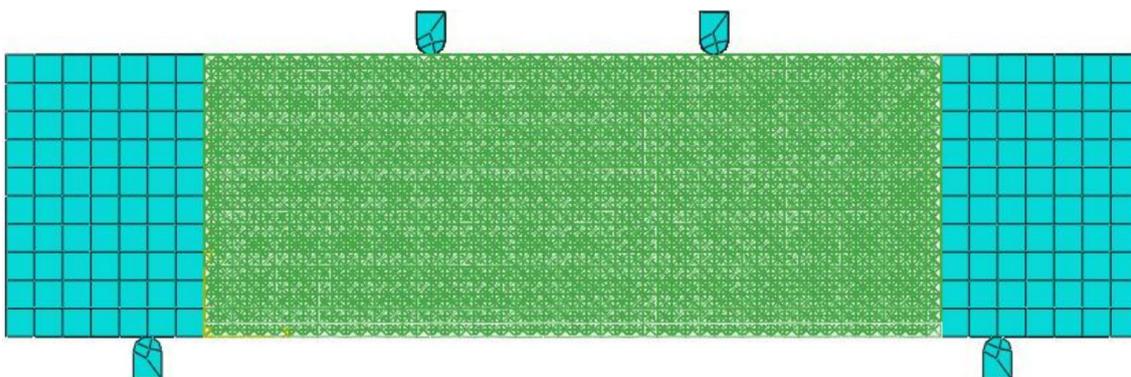
Figura 19 - Esquema para o ensaio de tração na flexão utilizado por Silva *et al.* (2018)



Fonte: Silva (2019, p. 35).

Assim como os ensaios de tração direta e tração por compressão diametral, este ensaio também já foi simulado por Silva (2019), utilizando-se uma configuração na qual a parte central da amostra de concreto era modelada com o LDEM e a parte externa e os apoios metálicos eram formados pelo FEM com propriedades que representam o aço. Essa configuração pode ser observada na Figura 20.

Figura 20 – Configuração utilizada por Silva (2019) para simular o ensaio de tração na flexão

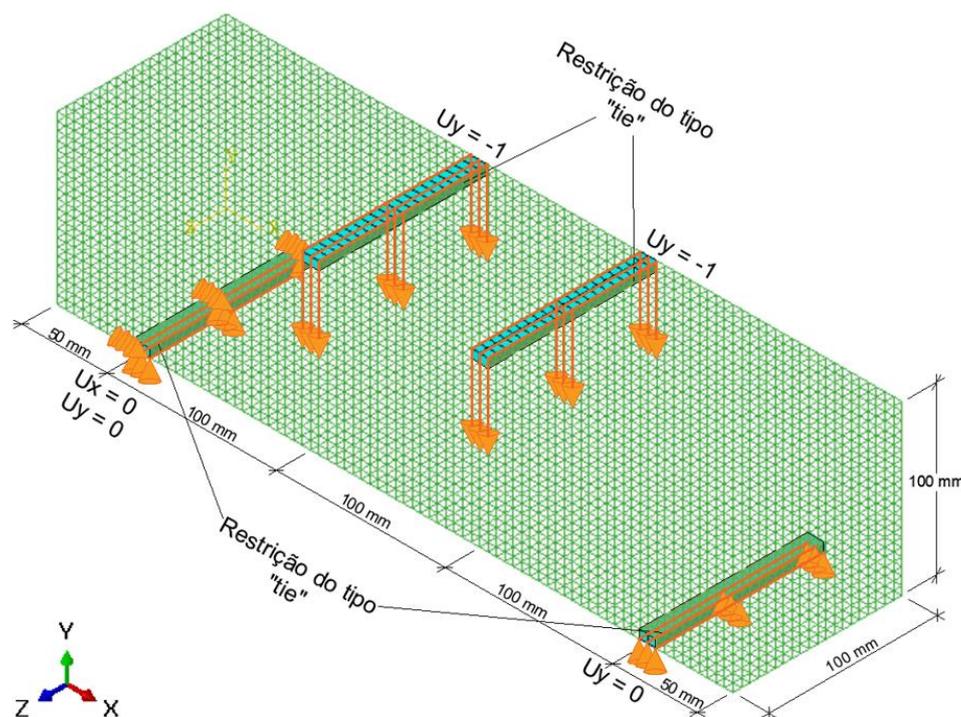


Fonte: Silva (2019, p. 35).

Tendo em vista que o modelo de Silva (2019) não obteve resultados satisfatórios, como será mostrado no capítulo 5, neste trabalho foi adotada uma configuração diferente para simular este ensaio. Devido a isso, para o modelo tridimensional, o arquivo de entrada gerado no *Matlab* teve 20 módulos na direção da espessura e da largura e 80

módulos na direção do comprimento. Contudo, uma vez que, assim como no ensaio de compressão diametral, a aplicação do carregamento diretamente na malha treliçada poderia provocar o acúmulo de tensões e o esmagamento das barras do LDEM, foi utilizado o FEM para compor esses locais. Assim, após a implementação do LDEM no *Abaqus/Explicit*, foi configurada a malha do FEM, da mesma forma que para os demais ensaios, e, em cada região de apoio e aplicação do carregamento, substituiu-se 1 módulo na direção da largura, 2 módulos na direção do comprimento e 20 módulos na direção da espessura. Além disso, assim como nos itens 4.2.1 e 4.2.2, a ligação entre o FEM e o LDEM foi estabelecida através da condição de restrição do tipo “tie”. A configuração final deste modelo está apresentada na Figura 21.

Figura 21 – Modelo numérico tridimensional para o ensaio de tração na flexão

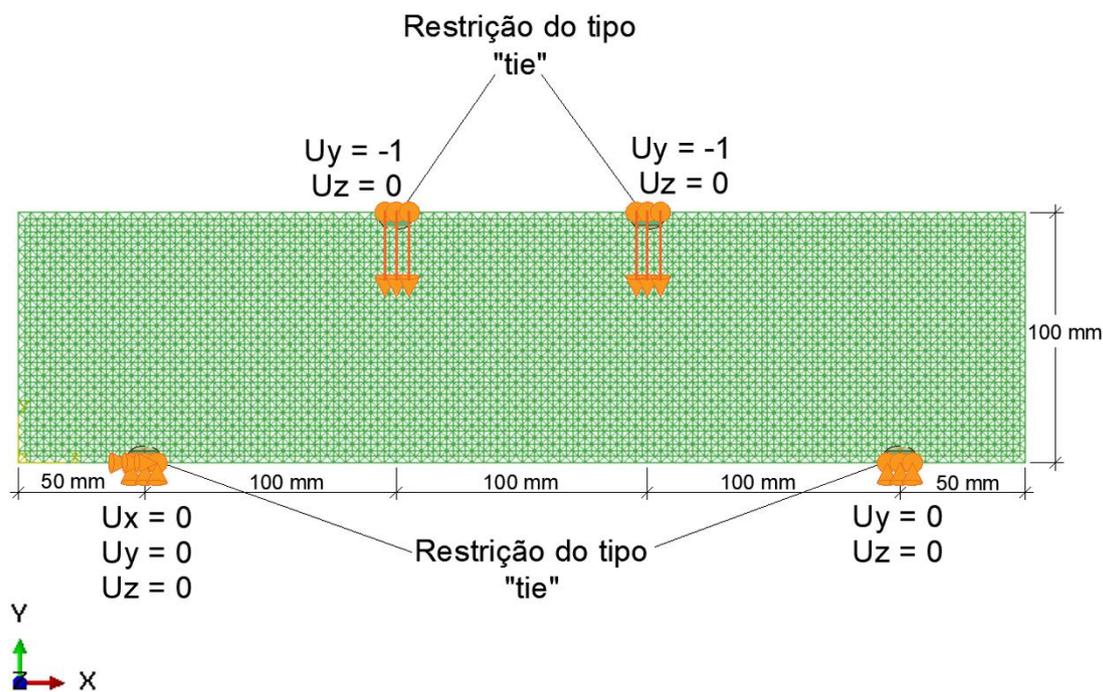


Fonte: Elaboração própria.

O posicionamento dos locais de apoio e aplicação do carregamento foi realizado de acordo com a norma NBR 12142 (ABNT, 2010), atribuindo às regiões formadas pelo FEM as mesmas condições de contorno e deslocamento estabelecidas nesta norma e empregadas no ensaio experimental realizado por Silva *et al* (2018), utilizado como referência. Na sequência, utilizou-se um tempo de simulação de 0,008 s e a mesma amplitude dos ensaios apresentados anteriormente.

Para este ensaio, também foi realizado um modelo bidimensional para que fosse possível analisar a flexão no estado plano de tensões, além de reduzir o tempo necessário para as simulações. Com base nisso, de forma análoga aos demais ensaios, o modelo foi preparado de modo semelhante à sua versão tridimensional, utilizando-se, entretanto, apenas 1 módulo na direção da espessura e restringindo o deslocamento da amostra nesta mesma direção. O esquema final da configuração bidimensional pode ser observado na Figura 22.

Figura 22 – Modelo numérico bidimensional para o ensaio de tração na flexão



Fonte: Elaboração própria.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados os resultados das simulações realizadas para os ensaios de tração direta, tração por compressão diametral e tração na flexão. Além disso, também será feita uma comparação entre os resultados numéricos encontrados neste trabalho e os obtidos numericamente por Silva (2019) e experimentalmente por Santos (2017) e Silva *et al.* (2018), discutindo-se as semelhanças e diferenças encontradas nos resultados de cada ensaio. Por fim, será apresentado um resumo da contribuição das respostas obtidas com os modelos simulados para a aplicação dos métodos numéricos utilizados em estudos futuros.

5.1 Tração direta

Os resultados experimentais utilizados como referência para este ensaio são os encontrados em Silva *et al.* (2018), em que foram testadas quatro amostras de concreto classe C50. Os valores de tensão máxima de tração obtidos experimentalmente estão apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Resistência à tração direta dos ensaios experimentais

CP	Tensão máxima (MPa)
1	3,24
2	3,66
3	4,09
4	3,30
Média (MPa)	3,57
Coefficiente de variação (%)	9,45

Fonte: Adaptado de Silva *et al.* (2018).

Já os resultados numéricos encontrados por Silva (2019) utilizando os modelos da Figura 10 e Figura 11, apresentados no capítulo 4, podem ser observados na Tabela 6, onde estão apresentadas as tensões máximas de tração encontradas na simulação de cada modelo para quatro sementes diferentes.

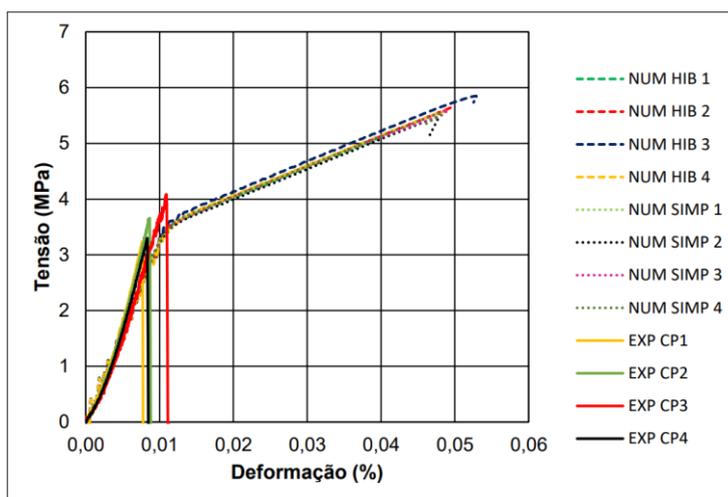
Tabela 6 – Resistência à tração direta das simulações realizadas por Silva (2019)

Simulação	Tensão máxima (MPa) para configuração híbrida	Tensão máxima (MPa) para configuração simplificada
1	5,10	5,05
2	5,65	5,47
3	5,85	5,60
4	5,58	5,55
Média (MPa)	5,55	5,42
Coefficiente de variação (%)	4,96	3,97

Fonte: Adaptado de Silva (2019, p. 40).

Com base na Tabela 6, tem-se que os resultados de tensão máxima média obtidos com os dois modelos numéricos simulados por Silva (2019) apresentaram uma diferença de 2,34% quando comparados entre si. Porém, quando comparados ao valor experimental de resistência média à tração direta da Tabela 5, os valores de tensão máxima média encontrados com as configurações híbrida e simplificada mostraram uma diferença de 35,68% e 34,13%, respectivamente. Além dessas diferenças entre os valores de resistência média à tração, também é possível observar que a capacidade de deformação em ambos os modelos numéricos foi maior que a determinada no ensaio experimental, conforme mostrado nas curvas de Tensão vs. Deformação da Figura 23.

Figura 23 – Curvas Tensão x Deformação do ensaio experimental de tração direta e das simulações de Silva (2019)



Fonte: Silva (2019, p. 41).

Conforme explicado no capítulo anterior, neste trabalho as simulações realizadas para este ensaio, tanto com o modelo tridimensional quanto com o bidimensional, foram

feitas com quatro sementes distintas. Os resultados de tensão máxima de tração encontrados para cada uma dessas simulações estão apresentados na Tabela 7.

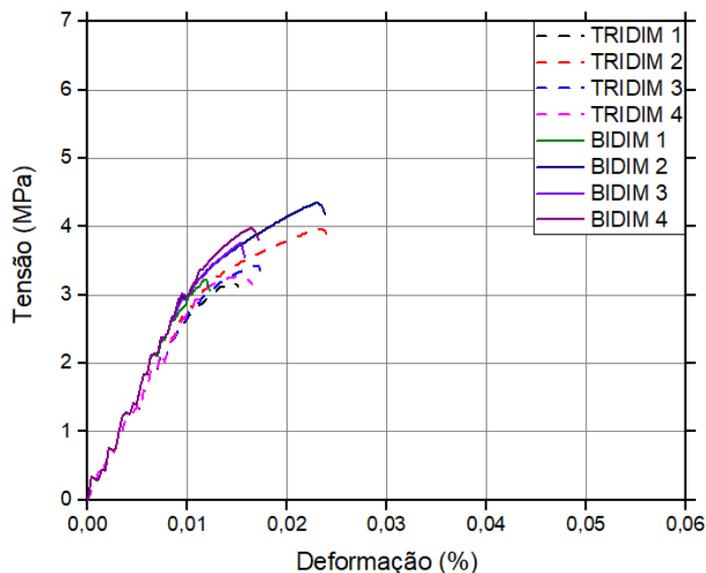
Tabela 7 – Resistência à tração direta das simulações realizadas com os modelos em 3D e 2D

Simulação	Tensão máxima (MPa) para o modelo tridimensional	Tensão máxima (MPa) para o modelo bidimensional
1	3,18	3,22
2	3,97	4,34
3	3,43	3,77
4	3,28	3,98
Média (MPa)	3,46	3,83
Coefficiente de variação (%)	8,78	10,59

Fonte: Elaboração própria.

A partir dos resultados da Tabela 7, observou-se que os valores de tensão máxima média encontrados com os modelos em 3D e 2D apresentaram uma diferença de 9,66% quando comparados entre si, e 3,08% e 6,79%, respectivamente, quando comparados ao valor experimental de resistência média à tração direta da Tabela 5. Ainda, conforme apresentado na Figura 24, as curvas de Tensão vs. Deformação resultantes das simulações com os dois modelos mostraram uma capacidade de deformação menor que a observada nos modelos utilizados por Silva (2019) e mais próxima dos valores reais.

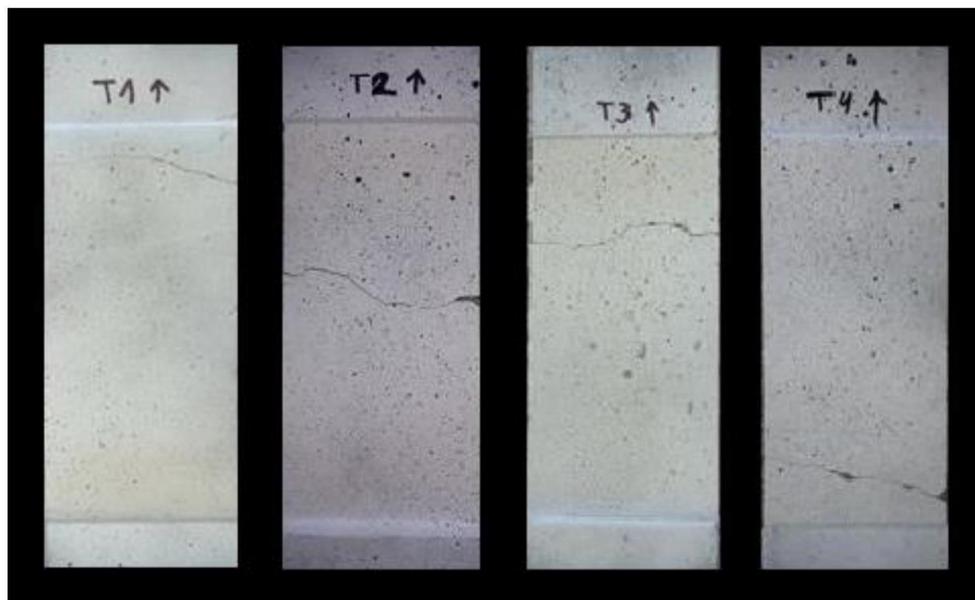
Figura 24 - Curvas Tensão x Deformação do ensaio de tração direta para os modelos em 3D e 2D



Fonte: Elaboração própria.

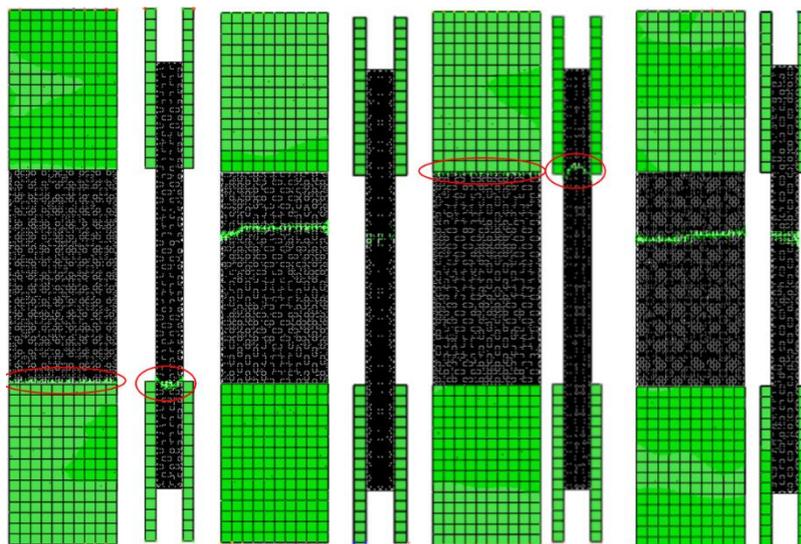
Os mecanismos de ruptura das amostras ensaiadas por Silva *et al.* (2018) e do modelo híbrido simulado por Silva (2019) estão apresentados, respectivamente, na Figura 25 e Figura 26.

Figura 25 – Modo de ruptura por tração direta (experimental)



Fonte: Silva (2019, p. 42).

Figura 26 – Modo de ruptura por tração direta das simulações realizadas por Silva (2019)



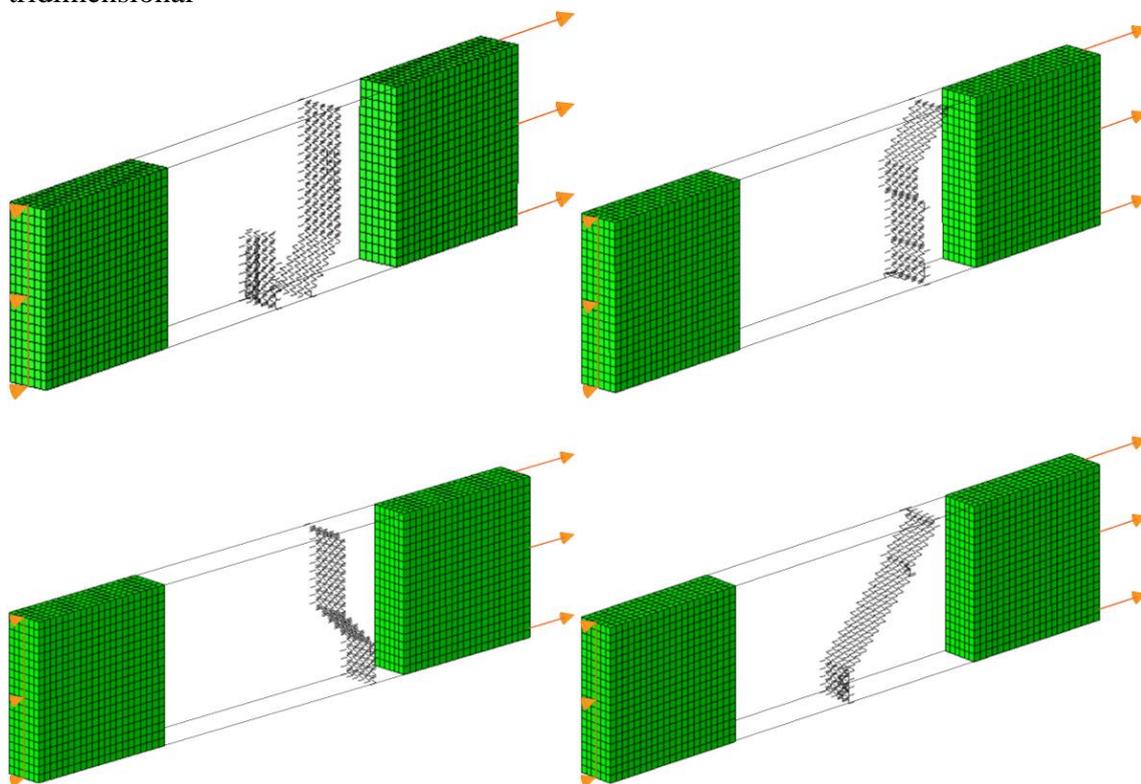
Fonte: Silva (2019, p. 41).

Tendo em vista a Figura 26, nota-se que para duas das quatro sementes simuladas com o modelo híbrido de Silva (2019), o modo de ruptura diferiu do característico observado nas amostras ensaiadas da Figura 25, ou seja, a fissuração não ocorreu na

região central do modelo, mas sim na região de contato entre as placas formadas pelo FEM e a amostra modelada com o LDEM. Isso pode ter sido resultado de um acúmulo excessivo de tensões na malha treliçada que pode ter causado a ruptura do modelo neste local.

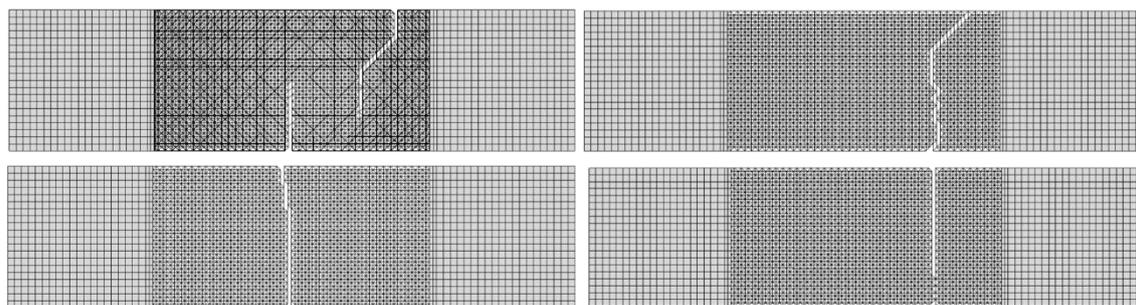
Para os modelos utilizados neste trabalho, as fissuras resultantes nas simulações realizadas com as configurações em 3D e em 2D podem ser observados na Figura 27 e Figura 28, respectivamente.

Figura 27 – Modo de ruptura por tração direta das simulações realizadas com o modelo tridimensional



Fonte: Elaboração própria.

Figura 28 - Modo de ruptura por tração direta das simulações realizadas com o modelo bidimensional



Fonte: Elaboração própria.

Como pode ser observado na Figura 27 e Figura 28, é possível perceber que, nos dois modelos simulados, os mecanismos de ruptura são semelhantes aos encontrados experimentalmente por Silva *et al.* (2018). Com isso, torna-se evidente o potencial de eficiência de ambos os modelos na simulação deste ensaio, uma vez que, tanto com o modelo tridimensional quanto com o bidimensional, além da obtenção de resultados de tensão máxima média de tração próximos ao resultado experimental, conseguiu-se reproduzir corretamente o comportamento do concreto submetido à tração direta.

Por fim, observou-se que, apesar da semelhança entre as respostas encontradas com os dois modelos, a configuração mais indicada para a simulação deste ensaio é a do modelo tridimensional, pois, com essa configuração, a média dos valores de tensão máxima de tração se mostrou mais próxima do valor real encontrado por Silva *et al.* (2018). Contudo, caso se busque realizar simulações rápidas para testar diferentes propriedades do material e estudar outras classes de concreto, o modelo bidimensional pode ser utilizado sem que haja maiores prejuízos à precisão dos resultados.

5.2 Tração por compressão diametral

Neste ensaio, os valores experimentais de tensão máxima de tração adotados para comparação são os encontrados por Santos (2017), em que, assim como no ensaio experimental de tração direta, foram rompidas amostras de concreto classe C50. Esses valores estão apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Resistência à tração por compressão diametral dos ensaios experimentais

CP	Tensão máxima (MPa)
1	4,01
2	3,96
3	4,89
4	4,59
Média (MPa)	4,36
Coefficiente de variação (%)	8,99

Fonte: Adaptado de Santos (2017, p. 59).

De forma semelhante ao ensaio de tração direta, o ensaio de tração por compressão diametral foi simulado por Silva (2019) para quatro sementes distintas, retornando os resultados mostrados na Tabela 9.

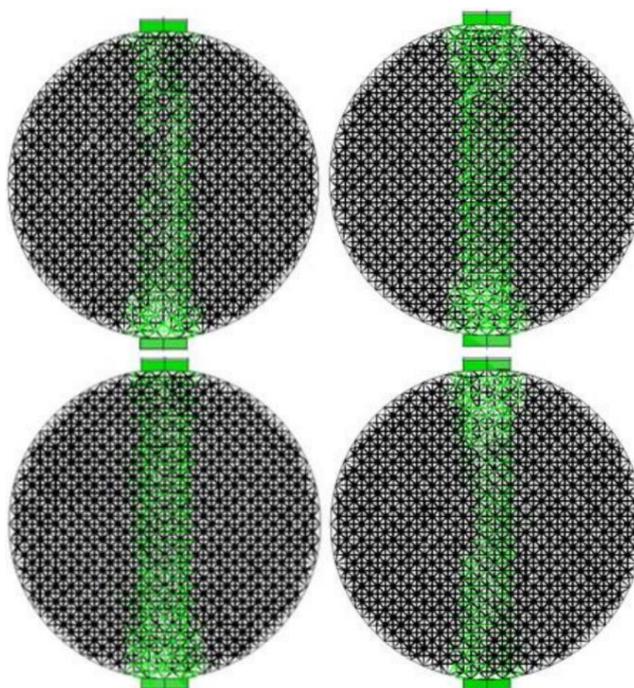
Tabela 9 – Resistência à tração por compressão diametral das simulações realizadas por Silva (2019)

Simulação	Tensão máxima (MPa)
1	4,08
2	4,28
3	4,36
4	4,25
Média (MPa)	4,24
Coefficiente de variação (%)	2,45

Fonte: Adaptado de Silva (2019, p. 43).

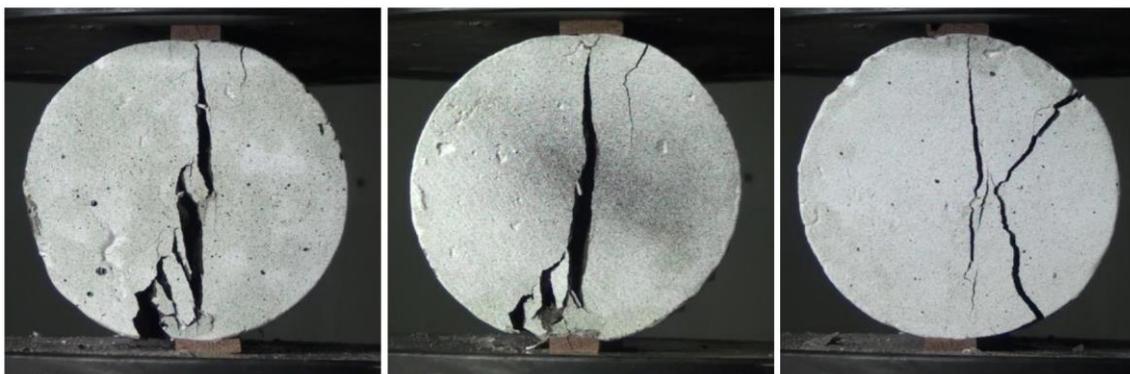
Conforme observado na Tabela 8 e Tabela 9, tem-se que o valor de tensão máxima média encontrado por Silva (2019) apresentou uma diferença de 2,75% em comparação ao determinado experimentalmente por Santos (2017). Além disso, as sementes utilizadas no modelo simulado por Silva (2019) apresentaram modo de ruptura característico de amostras físicas submetidas a este ensaio. Na Figura 29 e Figura 30 estão apresentados, respectivamente, a localização das fissuras nas simulações realizadas por Silva (2019) e o modo de ruptura característico de amostras submetidas ao ensaio experimental de tração por compressão diametral.

Figura 29 – Modo de ruptura à tração por compressão diametral das simulações realizadas por Silva (2019)



Fonte: Silva (2019, p. 44).

Figura 30 – Modo de ruptura à tração por compressão diametral (experimental)



Fonte: Silva (2019, p. 43).

Como explicado no capítulo 4, apesar do modelo numérico de Silva (2019) ter apresentado um desempenho satisfatório para representar as condições do ensaio de tração por compressão diametral, neste trabalho foram adotadas configurações mais simples, as quais foram utilizadas para a realização de dois modelos, um em 3D e outro em 2D. Os resultados numéricos provenientes da simulação desses modelos para quatro sementes diferentes estão apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 - Resistência à tração por compressão diametral das simulações realizadas com os modelos em 3D e 2D

Simulação	Tensão máxima (MPa) para o modelo tridimensional	Tensão máxima (MPa) para o modelo bidimensional
1	4,13	4,84
2	4,28	5,78
3	4,31	3,70
4	4,61	5,29
Média (MPa)	4,33	4,90
Coefficiente de variação (%)	3,96	15,72

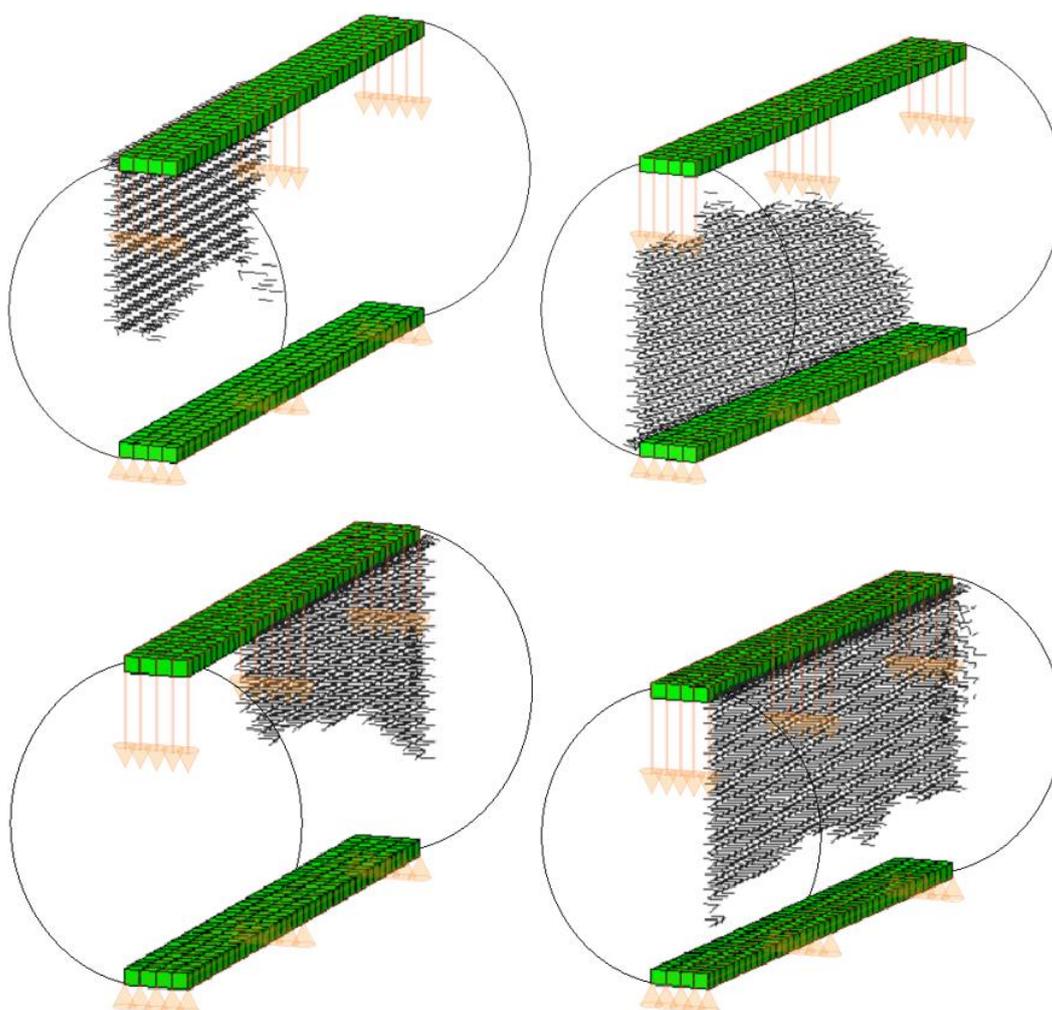
Fonte: Elaboração própria.

Com base na Tabela 10, observou-se que os valores de tensão máxima média encontrados com os modelos tridimensional e bidimensional apresentaram uma diferença de 11,63% quando comparados entre si, e, respectivamente, 0,69% e 11,02% quando comparados ao valor experimental de resistência média à tração por compressão diametral determinado por Santos (2017). Entretanto, nota-se que os resultados encontrados com o modelo bidimensional apresentaram uma maior variabilidade em

relação à média de seus valores, sendo isso evidenciado pelo seu coeficiente de variação de 15,72%. Isso pode ter ocorrido tendo em vista que, nesta configuração, foram atribuídas condições de contorno adicionais em relação ao modelo tridimensional, para que, além de gerar o estado plano de tensões, o corpo de prova cilíndrico não girasse em torno do eixo do seu comprimento, como explicado no último parágrafo do item 4.2.2. Essas restrições podem ter influenciado na distribuição de tensões no modelo, redirecionando-as para regiões com maior ou menor energia de fratura, provocando, desse modo, a ruptura do modelo em locais com maior ou menor resistência aos esforços internos gerados durante a aplicação do carregamento.

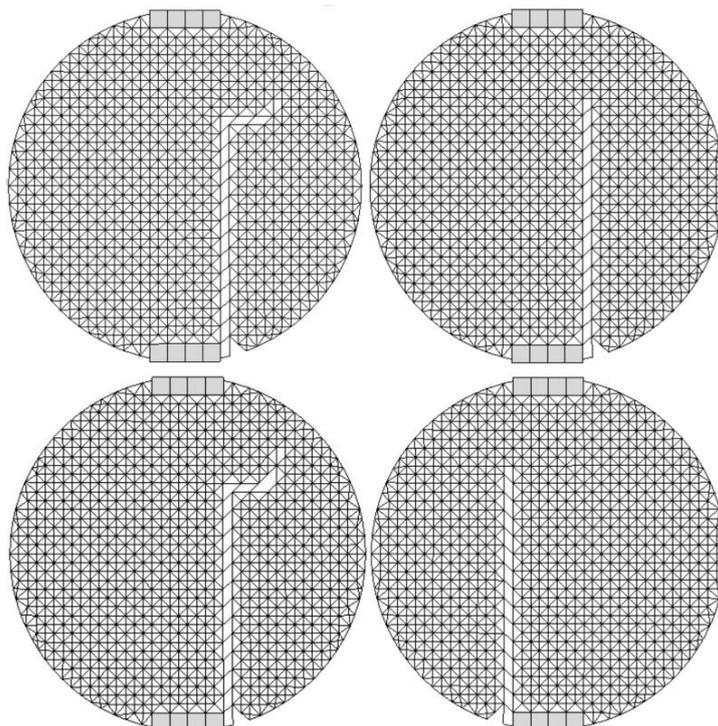
Os modos de ruptura resultantes das simulações com os modelos em 3D e 2D foram semelhantes aos observados na Figura 29 e Figura 30 e estão apresentados, respectivamente, na Figura 31 e Figura 32.

Figura 31 - Modo de ruptura à tração por compressão diametral das simulações realizadas com o modelo tridimensional



Fonte: Elaboração própria.

Figura 32 - Modo de ruptura à tração por compressão diametral das simulações realizadas com o modelo bidimensional



Fonte: Elaboração própria.

Com base no que foi apresentado nesta seção, conclui-se que, embora o modelo bidimensional utilizado neste trabalho tenha retornado um valor médio de tensão máxima de tração coerente com o valor obtido experimentalmente e modo de ruptura característico para esse tipo de ensaio, essa configuração não é tão indicada, pois, tendo em vista a variabilidade dos resultados obtidos com esse modelo, caso se utilizasse uma amostragem maior de dados, o valor resultante para a tensão máxima média de tração poderia se distanciar do valor real. Todavia, o modelo tridimensional empregado neste ensaio reproduziu de modo satisfatório o comportamento do material representado, captando corretamente as deformações e mecanismos de ruptura resultantes, além de obter valores representativos para a tensão máxima de tração por compressão diametral.

5.3 Tração na flexão

Assim como no ensaio de tração direta, os dados experimentais adotados como referência para o ensaio de tração na flexão foram obtidos por Silva *et al.* (2018), através

da ruptura de quatro amostras de concreto classe C50. Os valores de tensão máxima de tração encontrados nos ensaios experimentais estão apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 – Resistência à tração na flexão dos ensaios experimentais

CP	Tensão máxima (MPa)
1	4,44
2	4,42
3	4,70
4	4,24
Média (MPa)	4,45
Coeficiente de variação (%)	3,65

Fonte: Adaptado de Silva *et al.* (2018).

Os resultados encontrados nas simulações realizadas por Silva (2019) para este ensaio utilizando quatro sementes diferentes podem ser observados na Tabela 12.

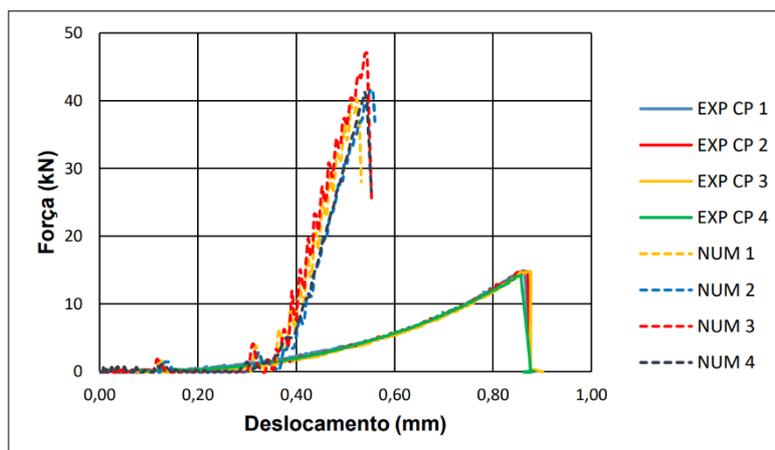
Tabela 12 – Resistência à tração na flexão das simulações realizadas por Silva (2019)

Simulação	Tensão máxima (MPa)
1	12,66
2	12,49
3	14,10
4	13,22
Média (MPa)	13,12
Coeficiente de variação (%)	4,80

Fonte: Adaptado de Silva (2019, p. 45).

A partir da Tabela 12, nota-se que o valor de tensão máxima média encontrado por Silva (2019) foi 66,08% superior ao experimental encontrado na Tabela 11, indicando que o modelo numérico utilizado por Silva (2019) não foi capaz de reproduzir as condições reais do ensaio de tração na flexão. Além das diferenças entre os resultados de resistência à tração na flexão, observou-se também uma discrepância entre os valores de deslocamento máximo encontrados nas simulações de Silva (2019) e os determinados experimentalmente. Isso pode ser observado nas curvas de Força vs. Deslocamento da Figura 33.

Figura 33 – Curvas Força x Deslocamento do ensaio experimental de tração na flexão e das simulações de Silva (2019)



Fonte: Silva (2019, p. 45)

Da mesma forma que para os demais ensaios apresentados neste capítulo, as simulações realizadas neste trabalho para o ensaio de tração na flexão foram feitas com dois modelos, um em 3D e o outro em 2D, utilizando quatro sementes distintas. Os valores de resistência à tração na flexão encontrados para cada simulação estão apresentados na Tabela 13.

Tabela 13 - Resistência à tração na flexão das simulações realizadas com os modelos em 3D e 2D

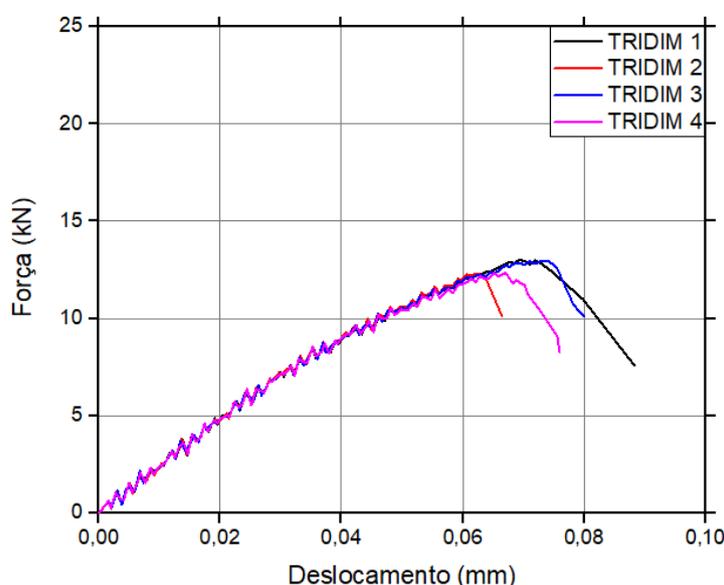
Simulação	Tensão máxima (MPa) para o modelo tridimensional	Tensão máxima (MPa) para o modelo bidimensional
1	3,91	3,05
2	3,69	4,22
3	3,89	4,14
4	3,70	3,89
Média (MPa)	3,80	3,83
Coefficiente de variação (%)	2,70	12,08

Fonte: Elaboração própria.

Com base na Tabela 13, tem-se que os valores de tensão máxima média obtidos com os dois modelos numéricos simulados neste trabalho apresentaram uma diferença de 0,78% quando comparados entre si. Porém, quando comparados ao valor experimental de resistência média à tração na flexão da Tabela 11, os resultados de tensão máxima média obtidos com os modelos em 3D e 2D apresentaram, respectivamente, uma diferença de

14,61% e 13,93%. Ainda, assim como nas simulações realizadas por Silva (2019), os valores de deslocamento máximo encontrados nas simulações, tanto com o modelo tridimensional quanto com o bidimensional, apresentaram uma diferença visível em relação aos valores experimentais. Na Figura 34 estão ilustradas as curvas de Força vs. Deslocamento das simulações realizadas com o modelo tridimensional, em que é possível notar que, apesar das simulações terem retornado dados de força de reação em cada apoio próximos aos valores das curvas experimentais da Figura 33, os resultados numéricos para o deslocamento no centro do vão entre apoios são bastante inferiores aos resultados experimentais.

Figura 34 - Curvas Força x Deslocamento do ensaio de tração na flexão para o modelo em 3D



Fonte: Elaboração própria.

Contudo, na tentativa de um melhor entendimento sobre essa discrepância entre os resultados numéricos e experimentais para o deslocamento máximo, para os dois modelos numérico propostos para este ensaio, foi realizado o cálculo do deslocamento máximo para cada simulação através do método de integração e foi utilizado o software *Ftool* para a obtenção desses mesmos valores, conforme está explicado no Apêndice B. Com isso, notou-se que tanto os dados coletados pelo *Ftool* para o deslocamento máximo quanto os resultados obtidos através do método de integração se aproximaram mais dos valores observados nas simulações deste trabalho e não dos valores experimentais, o que sugere que possa ter havido algum erro na execução ou coleta de dados do ensaio de tração na flexão realizado por Silva *et al.* (2018). Entretanto, vale ressaltar que nos

resultados de deslocamento máximo obtidos através do *Ftool* e pelo método de integração não está sendo considerada a perda da capacidade de suporte de cargas da amostra devido a fissuração, o que resultaria em valores maiores de deslocamento no vão entre apoios. Portanto, tendo em vista a proximidade dos resultados de deslocamento encontrados no *Ftool* e pelo método de integração com os dados observados nas simulações, também é possível que os modelos numéricos simulados para este ensaio não tenham conseguido captar as alterações causadas no comportamento físico de amostras ensaiadas experimentalmente. Os resultados para o deslocamento máximo obtidos das simulações dos dois modelos, do *Ftool* e do método de integração estão apresentados na Tabela 14.

Tabela 14 – Deslocamento máximo determinado para as simulações do ensaio de tração na flexão

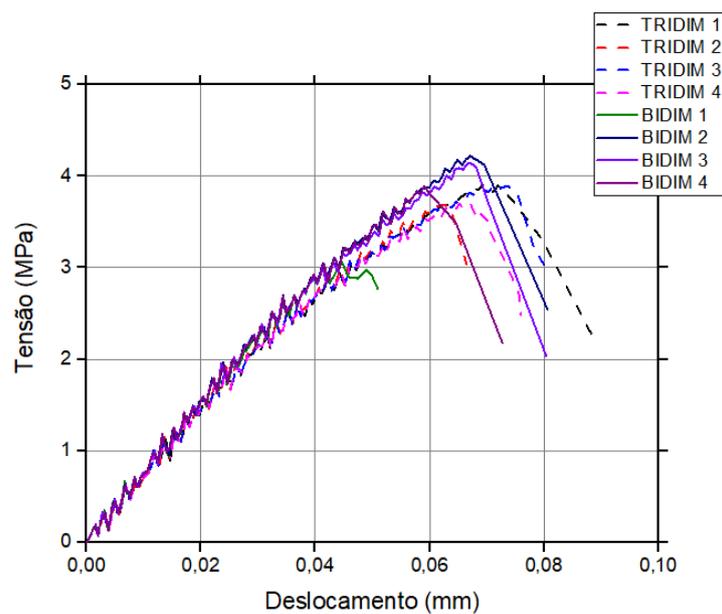
Simulação	Deslocamento máximo (mm) para o modelo tridimensional			Deslocamento máximo (mm) para o modelo bidimensional		
	<i>Abaqus/Explicit</i>	<i>Ftool</i>	Método de integração	<i>Abaqus/Explicit</i>	<i>Ftool</i>	Método de integração
1	0,07	0,05	0,05	0,04	0,04	0,04
2	0,06	0,04	0,04	0,07	0,05	0,05
3	0,07	0,05	0,05	0,07	0,05	0,05
4	0,07	0,04	0,04	0,06	0,04	0,05

Fonte: Elaboração própria.

Com base na Tabela 14, nota-se algumas diferenças entre os valores de deslocamento determinados através das simulações no *Abaqus/Explicit* e os resultados encontrados por meio do *Ftool* e do método de integração. Essas diferenças podem estar associadas à distribuição aleatória das propriedades do material no sólido considerada nas simulações do *Abaqus*, pois, tanto para os dados coletados do *Ftool* quanto para os valores calculados pelo método de integração, a heterogeneidade do material não está sendo considerada.

A partir das simulações realizadas, além da semelhança entre os resultados de tensão máxima média à tração encontrados com os dois modelos, como mostrado na Tabela 13, percebeu-se também uma proximidade entre os valores de deslocamento máximo determinados com essas configurações, como pode ser observado na Tabela 14. Essas semelhanças ficam mais evidentes quando são plotadas as curvas de Tensão vs Deslocamento de cada simulação para cada modelo, as quais estão apresentadas na Figura 35.

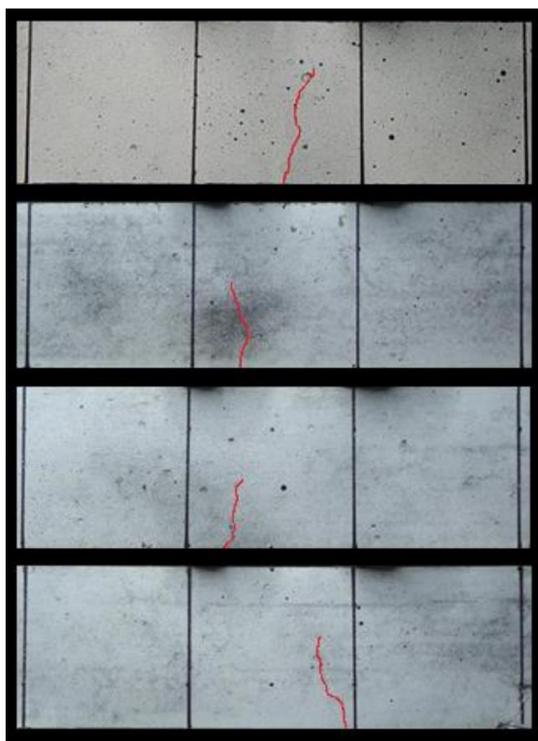
Figura 35 - Curvas Tensão x Deslocamento do ensaio de tração na flexão para os modelos em 3D e 2D



Fonte: Elaboração própria.

Para este ensaio, o modo de ruptura esperado é que as fissuras surjam no terço central do corpo de prova, como ocorreu nas amostras da Figura 36, as quais foram ensaiadas por Silva *et al.* (2018).

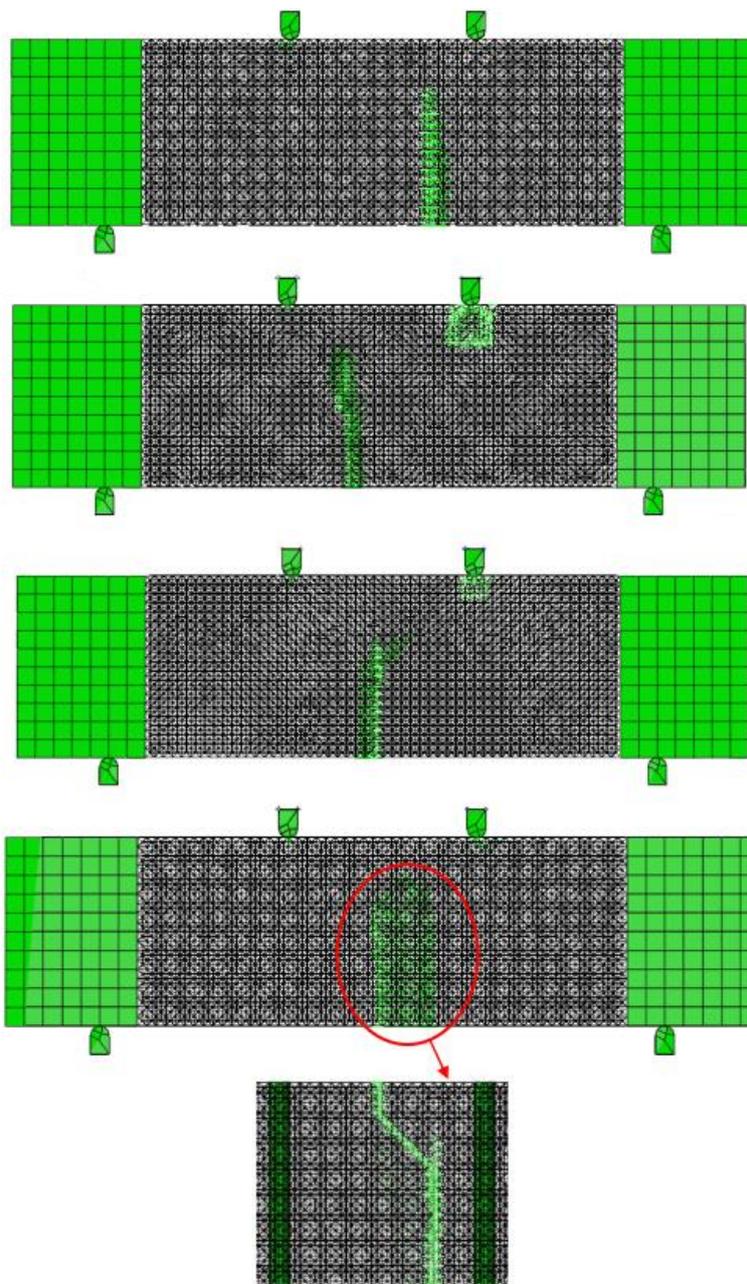
Figura 36 – Modo de ruptura por tração na flexão (experimental)



Fonte: Silva (2019, p. 46).

Esse modo de ruptura característico até conseguiu ser reproduzido nas simulações de Silva (2019), porém não antes de alguns elementos da malha do LDEM terem rompido em uma das regiões de aplicação do carregamento, como mostrado na Figura 37.

Figura 37 – Modo de ruptura por tração na flexão das simulações realizadas por Silva (2019)

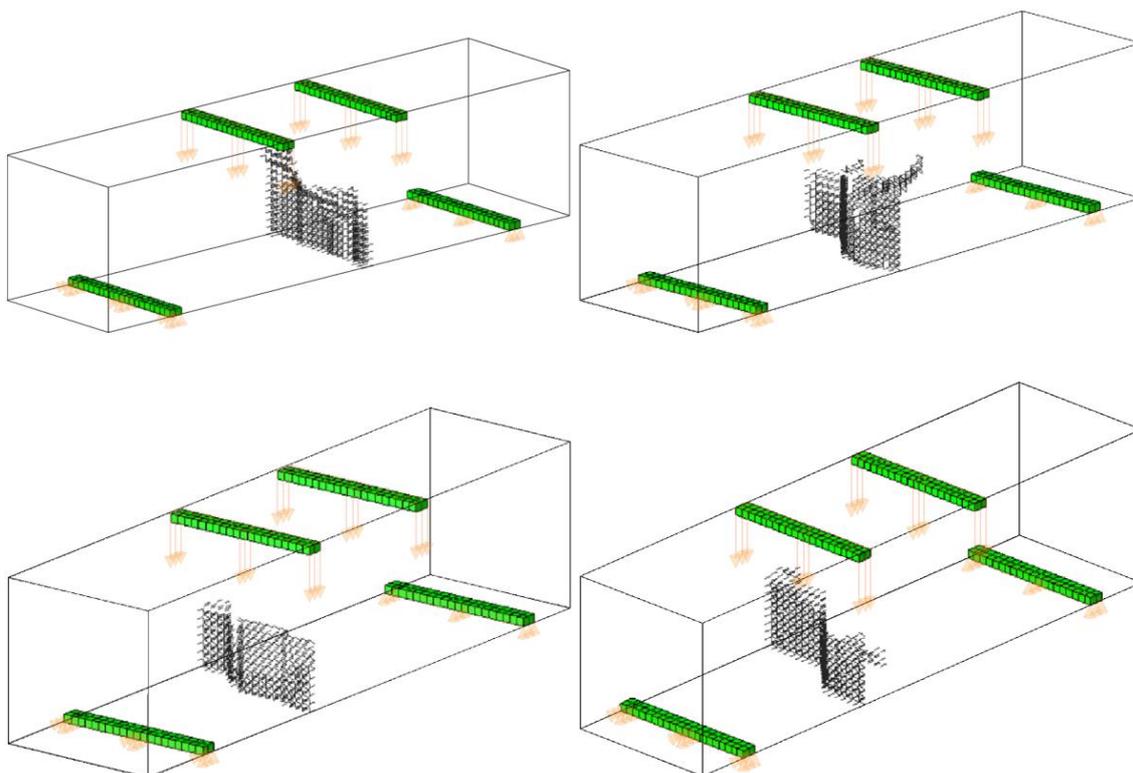


Fonte: Silva (2019, p. 47)

Já para as simulações realizadas neste trabalho, os dois modelos utilizados apresentaram os mecanismos de ruptura característicos deste ensaio sem que houvesse a ruptura da malha do LDEM nos locais de apoio e aplicação do carregamento, uma vez

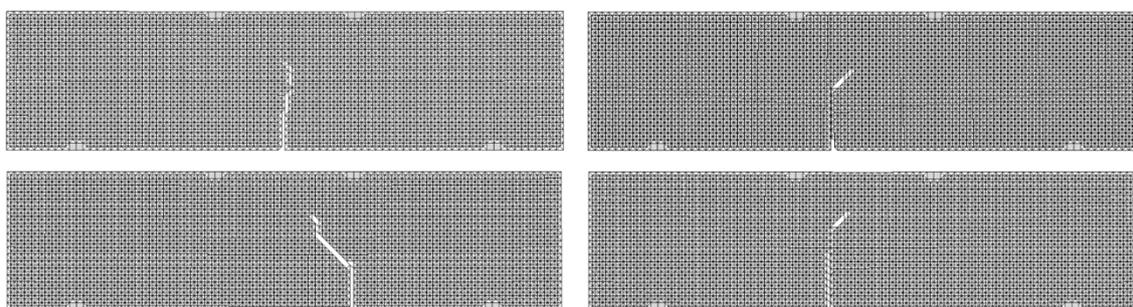
que, nesses locais, foi utilizado o FEM no lugar do LDEM, como explicado no item 4.2.3. A localização das fissuras nas simulações realizadas com os modelos tridimensional e bidimensional podem ser observadas, respectivamente, na Figura 38 e Figura 39.

Figura 38 – Modo de ruptura por tração na flexão das simulações realizadas com o modelo em 3D



Fonte: Elaboração própria.

Figura 39 – Modo de ruptura por tração na flexão das simulações realizadas com o modelo em 2D



Fonte: Elaboração própria.

Analisando os resultados encontrados nas simulações deste ensaio, é possível perceber que ambos os modelos utilizados foram capazes de reproduzir com determinada

precisão as condições reais do ensaio de tração na flexão, retornando valores de resistência à tração coerentes com os valores reais e modos de ruptura semelhantes aos observados experimentalmente. Com isso, tanto no emprego do modelo tridimensional quanto do bidimensional, fica evidente o potencial de eficiência da abordagem utilizando o LDEM em conjunto com o FEM em obter resultados representativos do comportamento do concreto submetido à flexão.

5.4 Contribuição do estudo realizado

Conforme foi apresentado neste capítulo, a metodologia adotada neste trabalho possibilitou a obtenção de informações bastante coerentes com as observadas na análise experimental sobre o comportamento mecânico do concreto submetido aos processos de dano e fratura por tração. Com isso, pode-se dizer que, na utilização de abordagens semelhantes às empregadas neste trabalho para o estudo da resistência à tração do concreto classe C50, os parâmetros utilizados para representar as propriedades do material e a sua distribuição espacial no sólido estão bem ajustados, uma vez que, com esses parâmetros, foi possível obter, nas simulações realizadas, resultados de resistência máxima média à tração semelhantes aos observados experimentalmente e modos de ruptura característicos de cada ensaio. Na Tabela 15 e Tabela 16, estão apresentados, respectivamente, os parâmetros finais utilizados nas simulações realizadas neste trabalho e um comparativo entre os dados experimentais de resistência máxima média à tração observados em cada ensaio e os valores correspondentes encontrados numericamente com cada modelo simulado.

Tabela 15 – Parâmetros finais utilizados nas simulações

Propriedades	LDEM	FEM
E [Gpa]	32,47	324,7
ρ [kg/m ³]	2000	2000
ν	0,25	0,25
G_f [N/m]	108,55	-
ϵ_p	0,0001	-
CV [%]	50	-
Lc [m]	0,005	-
Lcor [m]	0,025	-

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 16 – Resistência máxima média à tração de cada ensaio

Ensaio	Resistência máxima média à tração (MPa)		
	Modelo experimental	Modelo numérico	
		3D	2D
Tração direta	3,57	3,46	3,83
Compressão diametral	4,36	4,33	4,90
Tração na flexão	4,45	3,80	3,83

Fonte: Elaboração própria.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho foi realizada uma análise sobre a eficiência de aplicação do Método dos Elementos Discretos formado por Barras (LDEM) em conjunto com o Método dos Elementos Finitos (FEM) no estudo da resistência à tração do concreto, através da aplicação de modelos híbridos na simulação dos ensaios de tração direta, tração por compressão diametral e tração na flexão. A partir disso, foram comparados os resultados obtidos nas simulações realizadas neste trabalho com os valores experimentais encontrados na literatura. Além disso, para avaliar se as abordagens adotadas para o emprego dos métodos numéricos neste trabalho apresentaram um melhor desempenho em relação as já utilizadas em outros estudos com a mesma temática, para cada ensaio simulado, também foram realizadas comparações entre as respostas observadas com cada modelo proposto com os resultados numéricos encontrados em Silva (2019).

Para os três ensaios simulados, foram utilizados dois modelos, um tridimensional e o outro bidimensional. Com isso, para cada ensaio, foram analisados os resultados obtidos com os dois modelos, observando se um modelo apresentou melhor desempenho que o outro.

Nas simulações realizadas para o ensaio de tração direta, os resultados de tensão máxima média à tração encontrados com os modelos tridimensional e bidimensional apresentaram uma diferença de 3,08% e 6,79%, respectivamente, em comparação ao valor experimental utilizado como referência. Ainda, observou-se que, ao se comparar com os resultados numéricos obtidos por Silva (2019), os dois modelos simulados neste trabalho retornaram valores de deformação e resistência à tração direta mais próximos dos valores experimentais, indicando que tanto a configuração em 3D quanto a em 2D apresentaram melhor desempenho que as abordagens adotadas por Silva (2019) na representação das condições reais desse ensaio.

Para o ensaio de compressão diametral representado neste trabalho, o modelo simulado que obteve melhores resultados foi o da configuração tridimensional, uma vez que, embora a diferença entre o valor de resistência média à tração por compressão diametral obtido com o modelo em 2D e o valor experimental de referência tenha sido de apenas 11,02%, os resultados obtidos com essa configuração apresentaram uma maior variabilidade, resultando em um coeficiente de variação de 15,72% em relação à média dos valores, o que prejudica a confiabilidade dos resultados, principalmente quando se avalia uma quantidade maior de amostras. Contudo, a abordagem tridimensional utilizada

para esse ensaio apresentou desempenho semelhante ao modelo numérico utilizado por Silva (2019), possibilitando a obtenção de um valor de resistência média à tração por compressão diametral próximo ao valor experimental, tendo em vista a diferença irrisória de 0,69% entre esses valores, e captando as deformações e mecanismos de ruptura corretamente.

Os resultados de tensão máxima média obtidos com as configurações em 3D e 2D utilizadas para a simulação do ensaio de tração na flexão apresentaram, respectivamente, uma diferença de 14,61% e 13,93% em comparação ao valor experimental. Entretanto, quando foram analisados os valores de deslocamento máximo no centro do vão entre apoios, percebeu-se uma discrepância entre os valores obtidos nas simulações e os dados encontrados no ensaio experimental de referência. Contudo, através de uma análise feita no software *Ftool* e de cálculos realizados pelo método de integração, foram encontrados, para cada simulação realizada, novos valores de deslocamento que se aproximavam mais dos resultados obtidos com os modelos numéricos, o que indica que os resultados observados com esses modelos estão coerentes com o que se espera, teoricamente, para o ensaio de tração na flexão. Além disso, tendo em vista que a abordagem adotada por Silva (2019) para simular esse ensaio resultou em um valor de resistência média à tração na flexão 66,08% superior ao valor experimental, é possível afirmar que, com os resultados encontrados nas simulações apresentadas neste trabalho, ambos os modelos numéricos utilizados representam um grande avanço para o emprego do LDEM no estudo do comportamento do concreto submetido à flexão.

Com base nisso, pode-se dizer que o objetivo deste trabalho foi alcançado, posto que, nos três ensaios simulados, pelo menos um dos modelos numéricos empregados conseguiu reproduzir com determinada precisão o comportamento do material ensaiado, o que demonstra o potencial de eficiência da metodologia adotada e contribui de forma bastante positiva para a validação da utilização do Método dos Elementos Discretos formado por Barras (LDEM) na análise do comportamento mecânico do concreto submetido à tração direta e indireta.

6.1 Sugestões para trabalhos futuros

Na tentativa de melhorar a precisão das informações adquiridas com a aplicação do LDEM na representação do comportamento mecânico do concreto sob tração, são apresentadas algumas sugestões para estudos futuros:

- Realizar um estudo experimental sobre a caracterização do campo de distribuição espacial das propriedades do material no sólido para tentar definir o modo como ocorre essa distribuição e implementar essas informações na modelagem numérica das amostras simuladas;
- Alterar as propriedades do material simulado, como, por exemplo, o módulo de elasticidade (E), a energia de fratura (G_f) ou a deformação crítica de falha (ϵ_p), para analisar as respostas obtidas para outras classes de concreto e verificar se os demais parâmetros seguem ajustados para a simulação dos três ensaios propostos;
- Dada a discrepância entre os resultados numéricos e experimentais de deslocamento máximo observados no ensaio de tração na flexão, deve-se refazer a análise experimental desse ensaio para verificar se os dados de deslocamento são mais coerentes com os encontrados nas simulações numéricas ou se continuam apresentando valores próximos aos obtidos por Silva *et al.* (2018).

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12142: Concreto: Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos**. Rio de Janeiro, ABNT, 2010.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5738: Concreto: Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova**. Rio de Janeiro, ABNT, 2016.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7222: Concreto e argamassa: Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, ABNT, 2011.
- BAILEY, E.; CARAYON, S. **Beyond NURBS: enhancement of local refinement through T-splines**. In: NONIMAGING OPTICS AND EFFICIENT ILLUMINATION SYSTEMS IV, 2007, San Diego. Proceedings Volume 6670. Bellingham: SPIE, 2007. p. 66700J.
- BARTH, T.; OHLBERGER, M. **Finite volume methods: foundation and analysis**. Encyclopedia of Computational Mechanics, v. 1, n. 15, p. 1-57, 2004.
- BATISTA, R. N.; COELHO, N. A. **Aplicação do método das diferenças finitas no estudo térmico de elementos de concreto**. In: 60º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 2018, Foz do Iguaçu. Anais do 60º Congresso Brasileiro do Concreto. Foz do Iguaçu: IBRACON, 2018. p. 1-14.
- BELYTSCHKO, T. *et al.* **Meshless methods: An overview and recent developments**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 139, n. 1-4, p. 3-47, 1996.
- BOOKER, J. F.; HUEBNER, K. H. **Application of finite element methods to lubrication: an engineering approach**. Journal of Lubrication Technology, v. 94, n. 4, p. 313-323, 1972.
- CHENG, A. H. -D.; CHENG, D. T. **Heritage and early history of the boundary element method**. Engineering Analysis with Boundary Elements, v. 29, n. 3, p. 268-302, 2005.
- CLAIN, S.; DIOT, S.; LOUBÈRE, R. **A high-order finite volume method for systems of conservation laws—Multi-dimensional Optimal Order Detection (MOOD)**. Journal of Computational Physics, v. 230, n. 10, p. 4028-4050, 2011.
- COLPO, A. B. **Análise numérica e experimental da fratura em materiais quase frágeis**. 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Pampa. Programa de Pós-graduação em Engenharia, Alegrete, 2016.
- CUNDALL, P. A.; STRACK, O. D. L. **A discrete numerical model for granular assemblies**. Géotechnique, v. 29, n. 1, p. 47-65, 1979.

DE LUYCKER, E. *et al.* **X-FEM in isogeometric analysis for linear fracture mechanics**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 87, n. 6, p. 541-565, 2011.

EYMARD, R.; GALLOUËT, T.; HERBIN, R. **Finite volume methods**. Handbook of Numerical Analysis, v. 7, n. 1, p. 713-1018, 2000.

FARAHANI, B. V. *et al.* **A meshless approach to non-local damage modelling of concrete**. Engineering Analysis with Boundary Elements, v. 79, n. 1, p. 62-74, 2017.

GHORASHI, S. S.; VALIZADEH, N.; MOHAMMADI, S. **Extended isogeometric analysis for simulation of stationary and propagating cracks**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 89, n. 9, p. 1069-1101, 2012.

GONÇALVES, N. D. F. *et al.* **Método dos Volumes Finitos em Malhas Não-Estruturadas**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Matemática) – Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Programa de Pós-graduação em Engenharia Matemática, Porto, 2007.

HILLERBORG, A. **A model for fracture analysis**. Lund: Division of Building Materials, LTH, Lund University, 1978. 8 p.

JIA, Y. *et al.* **Extended isogeometric analysis for material interface problems**. IMA Journal of Applied Mathematics, v. 80, n. 3, p. 608-633, 2015.

KHOEI, A. R. **Extended finite element method: theory and applications**. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2015. 565 p.

KIRKUP, S. M. **The boundary element method in acoustics**. Hebden Bridge: Integrated Sound Software, 1998. 148 p.

KOSTESKI, L. E. **Aplicação do método dos elementos discretos formado por barras no estudo do colapso de estruturas**. 2012. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Porto Alegre, 2012.

KRUGGEL-EMDEN, H. *et al.* **A study on the validity of the multi-sphere Discrete Element Method**. Powder Technology, v. 188, n. 2, p. 153-165, 2008.

KWAN, A. K. H.; NG, P. L.; WANG, Z. M. **Mesoscopic analysis of Crack Propagation in Concrete by Nonlinear Finite Element Method with Crack Queuing Algorithm**. Procedia Engineering, v. 172, n. 1, p. 620-627, 2017.

LI, H.; MULAY, S. S. **Meshless methods and their numerical properties**. Boca Raton: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2013. 447 p.

LISITSA, V.; TCHEVERDA, V.; BOTTER, C. **Combination of the discontinuous Galerkin method with finite differences for simulation of seismic wave propagation**. Journal of Computational Physics, v. 311, n. 1, p. 142-157, 2016.

MARANGON, E. **Caracterização material e estrutural de concretos autoadensáveis reforçados com fibras de aço**. 2011. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Rio de Janeiro, 2011.

MASSON, S.; MARTINEZ, J. **Effect of particle mechanical properties on silo flow and stresses from distinct element simulations**. Powder Technology, v. 109, n. 1-3, p. 164-178, 2000.

MOCZO, P.; KRISTEK, J.; HALADA, L. **The Finite-Difference Method for Seismologists: An Introduction**, Bratislava: Comenius University, 2004. 158 p.

MOHAMMADI, S. **XFEM Fracture Analysis of Composites**. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2012. 371 p.

MOUKALLED, F.; MANGANI, L.; DARWISH, M. **The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab®**. Cham: Springer International Publishing Switzerland, 2016. 791 p.

NAYFEH, A. H.; HEFZY, M. S. **Continuum Modeling of Three-Dimensional Truss-like Space Structures**. AIAA Journal, v. 16, n. 8, p. 779-787, 1978.

ODEN, J. T. **Finite Elements of Nonlinear Continua**. Mineola: Dover Publications, Inc., 2006. 432 p.

PARTRIDGE, P. W.; BREBBIA, C. A.; WROBEL, L. C. (Eds.). **Dual Reciprocity Boundary Element Method**. Berlin: Springer Science + Business Media B.V., 1991. 284 p.

PUGLIA, V. B. *et al.* **Random Field Generation of the Material Properties in the Truss-Like Discrete Element Method**. Mecánica Computacional, v. 29, n. 69, p. 6793-6807, 2010.

RIERA, J. D. **Local effects in impact problems on concrete structures**. In: CONFERÊNCIA SOBRE ANÁLISE E PROJETO ESTRUTURAL DE CENTRAIS NUCLEARES, 1984, Porto Alegre. Anais / Proceedings Volume III. Porto Alegre: UFRGS, 1984. p. 57-80.

RIERA, J. D.; ITURRIOZ, I. **Discrete element dynamic response of elastoplastic shells subjected to impulsive loading**. Communications in Numerical Methods in Engineering, v. 11, n. 5, p. 417-426, 1995.

RIERA, J. D.; MIGUEL, L. F. F.; ITURRIOZ, I. **Study of imperfections in the cubic mesh of the truss-like discrete element method**. International Journal of Damage Mechanics, v. 23, n. 6, p. 819-838, 2014.

SALEH, A. L.; ALIABADI, M. H. **Crack growth analysis in concrete using boundary element method**. Engineering Fracture Mechanics, v. 51, n. 4, p. 533-545, 1995.

SANTOS, F. J. K. **Análise do ensaio de compressão diametral para concretos**. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2017.

SILVA, F. F. **Uso de métodos numéricos para o ensaio de resistência à tração por compressão diametral do concreto**. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2015.

SILVA, G. S. **Estudo da fratura e da propagação de ondas em um meio sólido utilizando o método dos elementos discretos composto por barras no ambiente Abaqus**. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Pampa. Programa de Pós-graduação em Engenharia, Alegrete, 2018.

SILVA, M. D. T. **Análise da resistência à tração do concreto utilizando o LDEM no ambiente ABAQUS**. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2019.

SILVA, M. D. T. *et al.* **Estudo de diferentes métodos experimentais para a obtenção da resistência à tração do concreto**. In: 10º SALÃO INTERNACIONAL DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO, 2018, Santana do Livramento. Anais do 10º Salão Internacional de Ensino, Pesquisa e Extensão – SIEPE. Santana do Livramento: UNIPAMPA, 2018. p. 1-6.

SOSA, J. L. C.; KARAPURATH, N. **Delamination modelling of GLARE using the extended finite element method**. Composites Science and Technology, v. 72, n. 7, p. 788-791, 2012.

TAVAREZ, F. A.; PLESHA, M. E. **Discrete element method for modelling solid and particulate materials**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 70, n. 4, p. 379-404, 2006.

UNGER, J. F.; ECKARDT, S.; KÖNKE, C. **Modelling of cohesive crack growth in concrete structures with the extended finite element method**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 196, n. 41-44, p. 4087-4100, 2007.

WEINHARDT, P. O. **Estudo da estabilidade do método dos elementos finitos generalizados aplicado à análise dinâmica**. 2016. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) – Universidade Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Curitiba, 2016.

ZHUANG, Z. *et al.* (Ed.). **Extended Finite Element Method: Tsinghua University Press Computational Mechanics Series**. Waltham: Academic Press, 2014. 286 p.

ZYDECK, R. C. **Análise numérica e experimental de concreto submetido a esforços de compressão**. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2017.

APÊNDICE A – Análise de malha e determinação do comprimento característico do módulo cúbico do LDEM

Neste apêndice, serão abordados os procedimentos adotados para a realização de uma análise de malha utilizada para determinar o comprimento característico do módulo cúbico (L_c) do LDEM, empregado nas simulações deste trabalho. Portanto, a definição desse parâmetro será apresentada com base nos resultados obtidos em simulações com diferentes valores de L_c , realizadas utilizando modelos semelhantes à configuração bidimensional do ensaio de tração direta apresentada na Figura 13 do capítulo 4.

A.1 Simulações realizadas

Para que fosse possível determinar um valor de L_c a partir do qual a sua redução não tivesse uma influência significativa sobre os resultados de tensão máxima obtidos, foram realizadas simulações utilizando as mesmas propriedades do material apresentadas na Tabela 1, tanto para o LDEM quanto para o FEM, e os mesmos valores iniciais de CV e L_{cor} mostrados na Tabela 2, alterando, portanto, somente o valor de L_c empregado na modelagem da malha do LDEM.

Com base nas considerações adotadas para o modelo bidimensional do ensaio de tração direta utilizado neste trabalho, modelou-se somente a região central da amostra com o LDEM, enquanto o restante foi modelado com o FEM. Portanto, a região formada pelo LDEM teve 100 mm de largura, 200 mm de comprimento e 1 módulo na direção da espessura, a qual variou de acordo com o valor de L_c empregado. A partir disso, a escolha do L_c foi condicionada aos valores para os quais a divisão das dimensões de comprimento e largura dessa região pelo comprimento do módulo cúbico resultasse em um número inteiro. Ainda, para evitar a utilização de uma malha muito densa, o que resultaria em um tempo de processamento computacional muito grande, limitou-se a escolha do menor valor de L_c a 1 mm. Logo, foram escolhidos alguns valores de L_c de acordo com as condições impostas e foram realizadas as simulações com a mesma amplitude de 0,01 m/s, determinada no item 4.2, e um tempo de simulação de 0,003 s.

Na Tabela A.1, estão apresentados os valores de L_c utilizados para modelar a malha do LDEM e a quantidade de módulos cúbicos, associada a cada um desses valores, em cada direção.

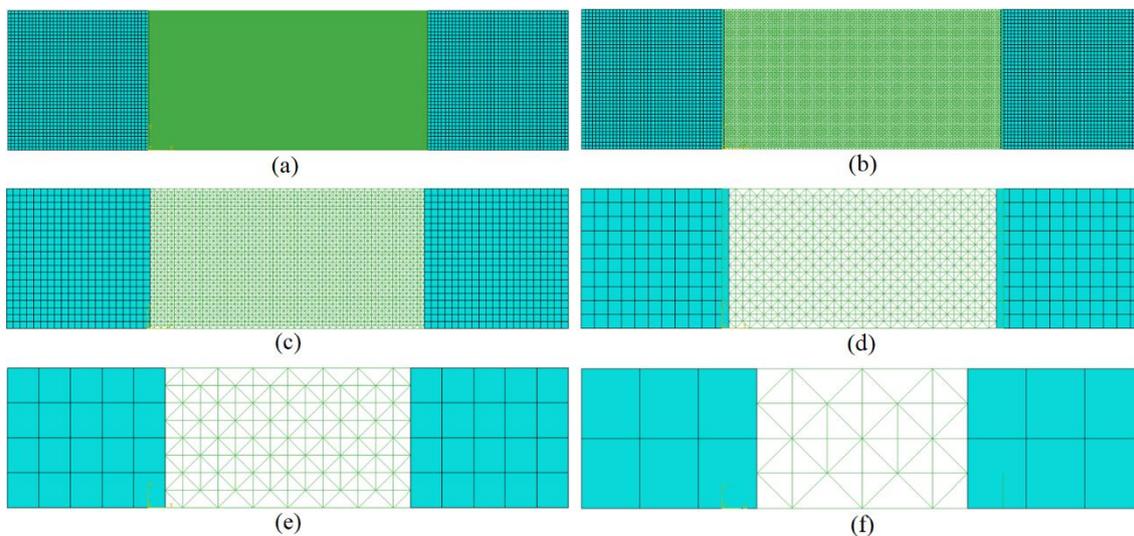
Tabela A.1 – Número de módulos cúbicos para cada valor de L_c (modelo bidimensional para ensaio de tração direta)

Lc (m)	Quantidade de módulos cúbicos		
	Comprimento	Largura	Espessura
0,001	200	100	1
0,0025	80	40	1
0,005	40	20	1
0,01	20	10	1
0,025	8	4	1
0,05	4	2	1

Fonte: Elaboração própria.

Para cada valor de L_c empregado na modelagem da malha do LDEM, configurou-se a malha do FEM com um comprimento característico de mesmo valor. Na Figura A.1, podem ser observadas as configurações finais dos modelos simulados.

Figura A.1 - Modelo bidimensional para ensaio de tração direta, L_c igual a: a) 0,001 m, b) 0,0025 m, c) 0,005 m, d) 0,01 m, e) 0,025 m, f) 0,01 m



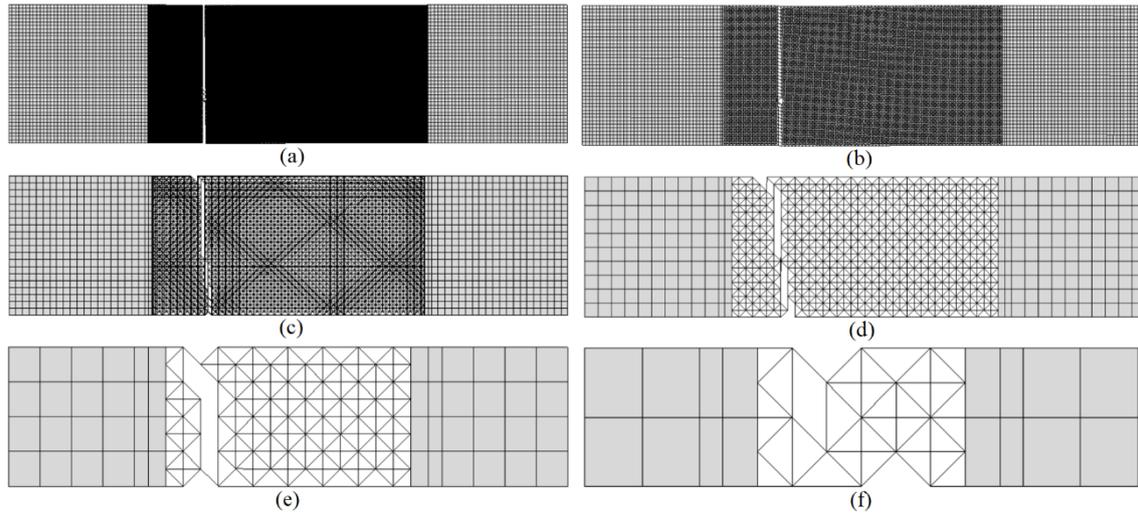
Fonte: Elaboração própria.

Além das considerações já apresentadas nesta seção, o restante das etapas de preparação dos modelos foi semelhante ao descrito no item 4.2.1 para o modelo tridimensional, utilizando-se, entretanto, as condições de contorno e aplicação de deslocamento atribuídas ao modelo bidimensional da Figura 13.

A.1.1 Resultados

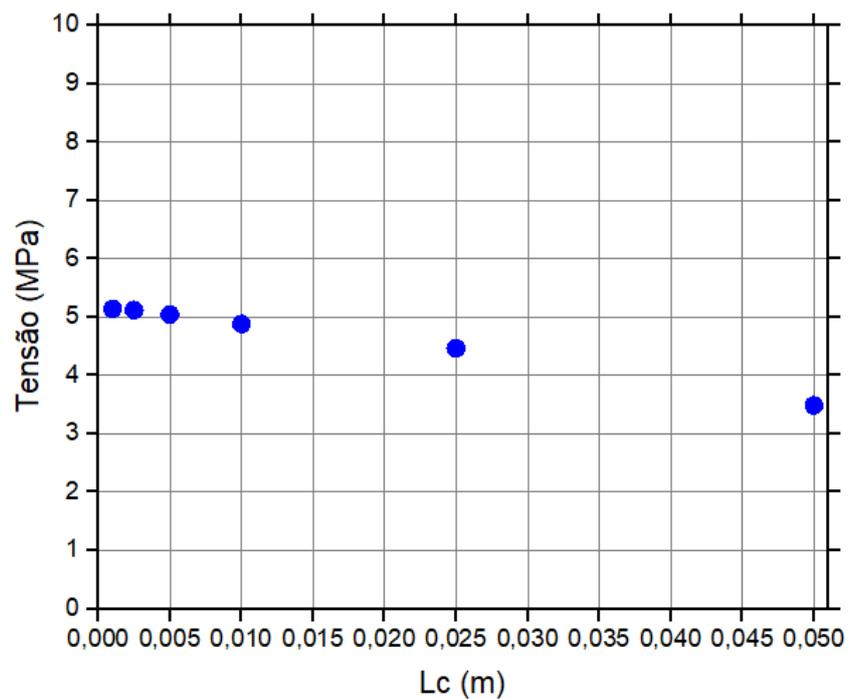
Os modos de ruptura dos modelos da Figura A.1 podem ser observados na Figura A.2 e os resultados de tensão máxima obtidos em cada simulação estão apresentados no gráfico da Figura A.3.

Figura A.2 - Modo de ruptura por tração direta do modelo bidimensional com L_c igual a: a) 0,001 m, b) 0,0025 m, c) 0,005 m, d) 0,01 m, e) 0,025 m, f) 0,05 m



Fonte: Elaboração própria.

Figura A.3 – Gráfico de tensão máxima por L_c utilizado



Fonte: Elaboração própria.

A.2 Conclusões

Com base no gráfico da Figura A.3, é possível notar que, quando foram utilizados valores de L_c menores que 0,005 m, a tensão máxima de tração obtida não apresentou grandes variações, indicando que os resultados começam a se aproximar de um valor constante. Além disso, conforme mostrado tanto na Figura A.1 quanto na Figura A.2, para o emprego dos modelos com L_c igual a 0,0025 m e 0,001 m, foi necessária a utilização de uma malha bastante densa para que a configuração final da amostra possuísse as dimensões desejadas para reproduzir o ensaio de tração direta. Ainda, com base na Figura A.2, percebeu-se que a alteração do L_c nos modelos utilizados não teve grande influência sobre o modo de ruptura observado nas simulações, o que faz com que isso não seja uma condicionante para a determinação desse parâmetro. Portanto, com base nessas considerações, definiu-se o valor do L_c igual a 0,005 m para ser empregado nas simulações realizadas neste trabalho.

APÊNDICE B – Determinação do deslocamento máximo pelo *Ftool* e pelo método de integração para o ensaio de tração na flexão

Neste apêndice, serão apresentadas as considerações adotadas para a obtenção dos valores de deslocamento máximo, associados às simulações realizadas para o ensaio de tração na flexão, através da utilização do software *Ftool*. Além disso, também serão mostradas as etapas de cálculo para a determinação desses mesmos valores, utilizando, entretanto, o método de integração.

B.1 Determinação do deslocamento pelo *Ftool*

Para que fosse possível realizar a determinação do deslocamento máximo através do software *Ftool*, foram necessários alguns dados dos modelos numéricos utilizados para simular o ensaio de tração na flexão, tais como: o módulo de elasticidade (E), o coeficiente de Poisson (ν), a espessura da amostra (b), a largura da amostra (d) e a força máxima (F_u) observada na simulação para a qual o deslocamento estivesse sendo determinado. Desse modo, com relação a todas as simulações analisadas, foram utilizados os mesmos valores de módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson apresentados na Tabela 1 e um valor de 100 mm para a largura da amostra. Já a espessura adotada variou de acordo com a configuração do modelo de análise, utilizando-se 100 mm para a configuração em 3D e 5 mm, que corresponde a 1 módulo cúbico, para a configuração em 2D. Além disso, como neste ensaio de tração na flexão a força é aplicada em dois pontos, a força máxima observada em cada simulação foi dividida por dois antes ser empregada no *Ftool*.

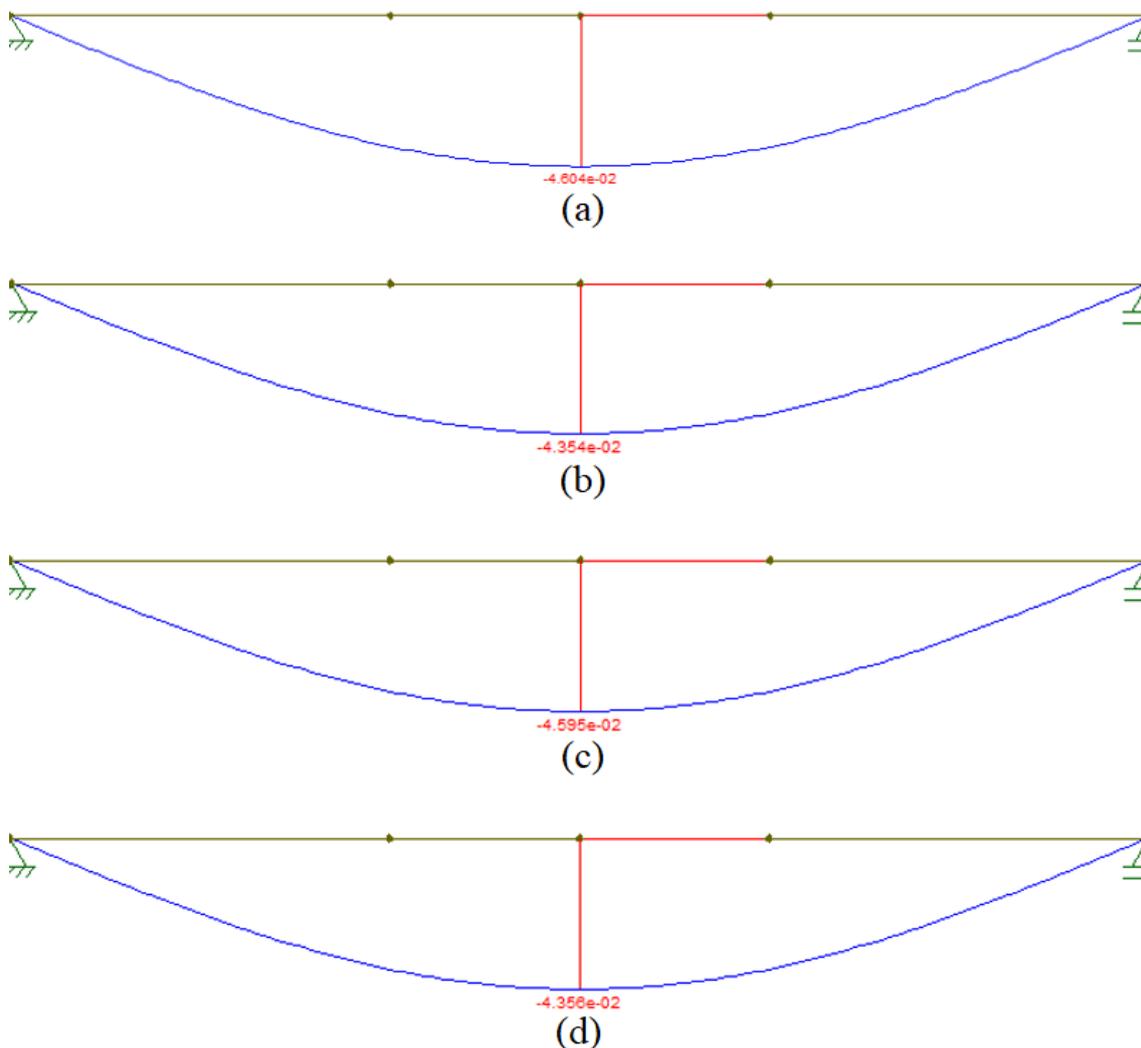
Para a configuração tridimensional, os resultados de deslocamento máximo coletados do *Ftool*, associados a cada valor de força máxima resistente observado nas simulações desse modelo, estão apresentados na Tabela B.1 e na Figura B.1.

Tabela B.1 – Resultados de deslocamento máximo coletados do *Ftool* para o modelo em 3D (ensaio de tração na flexão)

<i>Abaqus/Explicit</i>		<i>Ftool</i>	
Simulação	Força máxima (kN)	Força (kN)	Deslocamento máximo (mm)
1	26,05	13,0	0,05
2	24,59	12,3	0,04
3	25,95	13,0	0,05
4	24,69	12,3	0,04

Fonte: Elaboração própria.

Figura B. 1 – Deslocamento máximo obtido no *Ftool* para o modelo em 3D do ensaio de tração na flexão. a) simulação 1, b) simulação 2, c) simulação 3, d) simulação 4



Fonte: Elaboração própria.

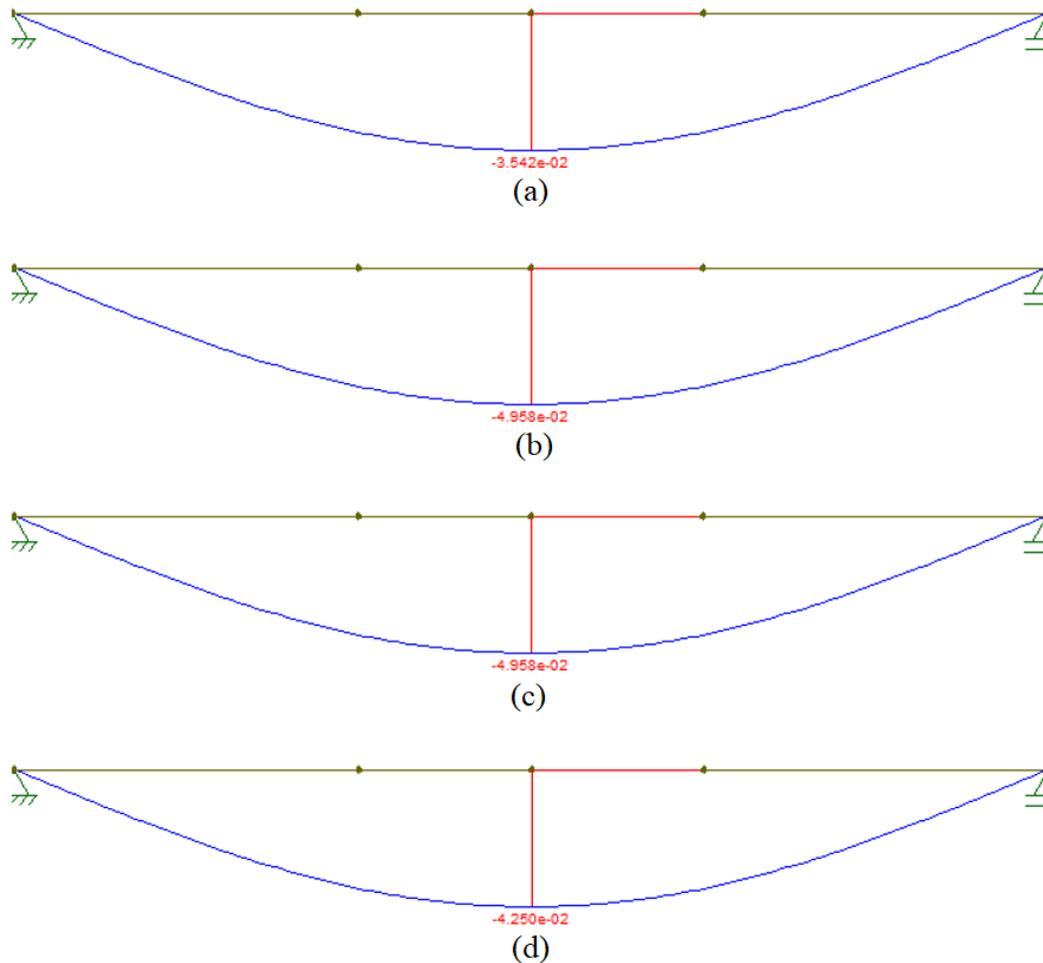
Já para o modelo em 2D, esses resultados podem ser observados na Tabela B.2 e na Figura B.2.

Tabela B.2 - Resultados de deslocamento máximo coletados do *Ftool* para o modelo em 2D (ensaio de tração na flexão)

<i>Abaqus/Explicit</i>		<i>Ftool</i>	
Simulação	Força máxima (kN)	Força (kN)	Deslocamento máximo (mm)
1	1,02	0,5	0,04
2	1,41	0,7	0,05
3	1,38	0,7	0,05
4	1,30	0,6	0,04

Fonte: Elaboração própria.

Figura B.2 - Deslocamento máximo obtido no *Ftool* para o modelo em 2D do ensaio de tração na flexão. a) simulação 1, b) simulação 2, c) simulação 3, d) simulação 4

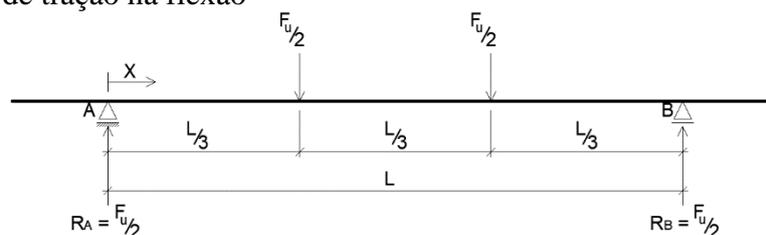


Fonte: Elaboração própria.

B.2 Cálculo do deslocamento pelo método de integração

Para calcular o deslocamento máximo através do método de integração, foi deduzida uma equação para a determinação do deslocamento de um dado ponto contido no vão entre apoios do modelo do ensaio de tração na flexão em função da distância x desse ponto em relação a um dos apoios, como mostrado no esquema da Figura B.3.

Figura B.3 – Esquema para a determinação da equação de deslocamento em função de x para o ensaio de tração na flexão



Fonte: Elaboração própria.

Com base na Figura B.3, para valores de x entre 0 e $L/3$, o momento fletor no ponto analisado é expresso pela Equação (B.1):

$$M_1(x) = \frac{F_u}{2}x \quad \dots(B.1)$$

Já para valores de x entre $L/3$ e $L/2$, o momento fletor é determinado pela Equação (B.2).

$$M_2(x) = \frac{F_u}{2}x - \frac{F_u}{2}\left(x - \frac{L}{3}\right)$$

$$\therefore M_2(x) = \frac{F_u L}{6} \quad \dots(B.2)$$

Tendo em vista que $\theta(x) = \frac{1}{EI} \frac{dv}{dx}$ e $M(x) = \frac{1}{EI} \frac{d^2v}{dx^2}$, que são, respectivamente, a inclinação da linha elástica deformada do modelo e o momento fletor, ambos em função de x , integrando uma vez a Equação (B.1), para $0 \leq x \leq \frac{L}{3}$, tem-se a Equação (B.3).

$$EI\theta_1(x) = \frac{F_u}{4}x^2 + c_1 \quad \dots(B.3)$$

E, integrando duas vezes a Equação (B.1), para $0 \leq x \leq \frac{L}{3}$, resulta na Equação (B.4).

$$EIv_1(x) = \frac{F_u}{12}x^3 + c_1x + c_2 \quad \dots(B.4)$$

Já para $\frac{L}{3} \leq x \leq \frac{L}{2}$, integrando uma vez a Equação (B.2), tem-se a Equação (B.5).

$$EI\theta_2(x) = \frac{F_u L}{6}x + c_3 \quad \dots(B.5)$$

E, integrando duas vezes a Equação (B.2), para $\frac{L}{3} \leq x \leq \frac{L}{2}$, resulta na Equação (B.6).

$$EIv_2(x) = \frac{F_u L}{12} x^2 + c_3 x + c_4 \quad \dots(B.6)$$

Considerando que:

- para $x = 0$, $v_1 = 0 \therefore c_2 = 0$;
- para $x = L/2$, onde o deslocamento é máximo, $\theta_2 = 0 \therefore c_3 = -\frac{F_u L^2}{12}$;
- para $x = L/3$, $\theta_1 = \theta_2 \therefore c_1 = -\frac{F_u L^2}{18}$;
- para $x = L/3$, $v_1 = v_2 \therefore c_4 = \frac{F_u L^3}{324}$.

O deslocamento em função de x , para valores de x entre $L/3$ e $L/2$, pode ser expresso pela Equação (B.7).

$$v(x) = \left| \frac{F_u L}{12EI} \left(x^2 - Lx + \frac{L^2}{27} \right) \right| \quad \dots(B.7)$$

Onde:

$v(x)$ – deslocamento do ponto analisado em função de x [m];

F_u – força máxima obtida na simulação do ensaio [N];

L – distância do vão entre apoios [m];

E – módulo de elasticidade do material [Pa];

I – inércia da seção transversal da amostra [m⁴];

x – distância do ponto analisado em relação ao apoio esquerdo [m].

A Equação (B.7) foi colocada em módulo levando em conta que os valores obtidos com essa equação são valores negativos, pois, pela convenção adotada nesta seção, o deslocamento para baixo é um deslocamento em sentido negativo.

Com base na Equação (B.7), foram definidos os parâmetros envolvidos nessa equação para o cálculo do deslocamento máximo nos modelos simulados para o ensaio de tração na flexão. Com isso, utilizou-se o módulo de elasticidade (E) apresentado na Tabela 1, transformando esse valor de acordo com a unidade definida para equação (B.7), a distância entre apoios (L) igual a 0,30 m, que é a distância observada nos modelos simulados, e o valor de x igual 0,15 m, uma vez que o maior deslocamento ocorre no centro do vão. Desse modo, para os cálculos realizados, foram alterados somente os valores de força máxima (F_u), sendo obtido um valor diferente em cada simulação, e de

inércia (I), tendo em vista que, apesar da largura de 0,10 m ser igual nos dois modelos numéricos propostos para esse ensaio, a espessura varia, sendo igual a 0,10 m para o modelo tridimensional e 0,005 m para o modelo bidimensional.

Os resultados de deslocamento (v) associados a cada valor de força máxima (F_u) observado nas simulações do modelo em 3D, estão apresentados na Tabela B.3.

Tabela B.3 - Resultados de deslocamento máximo obtidos pelo método de integração para o modelo em 3D (ensaio de tração na flexão)

Simulação	F_u (N)	v (m)	v (mm)
1	26051,80	$4,61 \times 10^{-5}$	0,05
2	24586,70	$4,35 \times 10^{-5}$	0,04
3	25947,40	$4,59 \times 10^{-5}$	0,05
4	24687,20	$4,37 \times 10^{-5}$	0,04

Fonte: Elaboração própria.

Já para o modelo bidimensional, esses resultados podem ser observados na Tabela B.4.

Tabela B.4 - Resultados de deslocamento máximo obtidos pelo método de integração para o modelo em 2D (ensaio de tração na flexão)

Simulação	F_u (N)	v (m)	v (mm)
1	1018,07	$3,61 \times 10^{-5}$	0,04
2	1406,66	$4,98 \times 10^{-5}$	0,05
3	1380,44	$4,89 \times 10^{-5}$	0,05
4	1297,47	$4,60 \times 10^{-5}$	0,05

Fonte: Elaboração própria.