

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

JÉSSICA GOULART DA SILVA

**A ARGUMENTAÇÃO NA ABORDAGEM DO PENSAMENTO FUNCIONAL: UMA
ANÁLISE DE ATIVIDADES PRESENTES EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA**

**Itaqui - RS
2016**

JÉSSICA GOULART DA SILVA

**A ARGUMENTAÇÃO NA ABORDAGEM DO PENSAMENTO FUNCIONAL: UMA
ANÁLISE DE ATIVIDADES PRESENTES EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Profa. Ma. Deise Pedroso Maggio

**Itaqui - RS
2016**

JÉSSICA GOULART DA SILVA

**A ARGUMENTAÇÃO NA ABORDAGEM DO PENSAMENTO FUNCIONAL: UMA
ANÁLISE DE ATIVIDADES PRESENTES EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título Licenciada em Matemática.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido em: 01 de julho de 2016.

Banca examinadora:

Profa. Ma. Deise Pedroso Maggio
Orientadora
UNIPAMPA/*Campus* Itaqui

Profa. Dra. Cátia Maria Nehring
UNIJUÍ

Profa. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani
UFSM

AGRADECIMENTOS

À família, pelo apoio incondicional aos meus estudos.

À Profa. Ma. Deise Pedroso Maggio, pela orientação neste Trabalho de Conclusão de Curso.

RESUMO

Este trabalho visa apresentar os resultados de uma pesquisa desenvolvida junto a Universidade Federal do Pampa - Unipampa, Campus Itaqui/RS, junto ao Componente Curricular Trabalho de Conclusão de Curso. Esta pesquisa teve por objetivo, de forma geral, analisar as atividades presentes nos Livros Didáticos (LD) de Matemática, aprovados pelos Programas Nacionais do Livro Didático-PNLD vigentes (2014, 2015 e 2016), adotados pelas escolas da rede pública de EB do município de Itaqui e destinados aos estudantes do 5º, 6º e 9º ano do EF e 1º ano do EM. E, de forma específica: 1) identificar, nos LD destinados aos estudantes, as atividades que exigem a mobilização do pensamento funcional; 2) analisar, também nos LD destinados aos estudantes, a argumentação nas atividades que exigem o pensamento funcional e; 3) investigar, nos Manuais de Professor, as intencionalidades dos autores dos LD acerca das atividades presentes no LD do estudante. Para atingirmos os objetivos recorremos aos teóricos que tratam dos conceitos-chave desta pesquisa, a saber: pensamento funcional e argumentação. Além disso, buscamos subsídios em uma análise quali-quantitativa, de acordo com os pressupostos teóricos de Luke & André (1986); bem como, conforme os movimentos da Análise Textual Discursiva. Diante disso, foram consideradas duas unidades de contexto: Atividades Propostas (AP) e Atividades Resolvidas (AR) nos livros LD; além de unidades de análise: Pensamento Funcional e Argumentação. Desse movimento foram elencadas categorias *a priori* que constituíram a base para a análise dos LD. Como resultados relevantes acerca da análise dos LD, destacamos: o grande número de AP em todos os LD analisados; sendo que esses livros são destinados aos estudantes. Com relação às categorias envolvendo Pensamento Funcional as C3 e C4, que são respectivamente identificação de padrões e coordenação de padrões estão presentes em todos os LD analisados. No que tange às categorias de análise referentes à argumentação, destacam-se a categoria C2 que corresponde à expressão “Justifique” no enunciado, de questões do LD2, LD3 e LD4. Ao analisar o LD referente ao 5º ano, nossas categorias *a priori* não nos permitiram compreender globalmente a argumentação nesse LD. Deste modo, identificamos que raras atividades exigiram a argumentação em Atividades que enfocam o pensamento funcional. Contudo, cabe lembrar que os Guias de Livros Didáticos, trazem um critério de avaliação dos LD, a saber: propiciar o desenvolvimento da competência argumentação.

Palavras-Chave: Educação Básica; Livro didático; Atividades; Pensamento Funcional; Argumentação.

ABSTRACT

This paper presents the results of a survey conducted at the Federal University of Pampa - UNIPAMPA Campus Itaqui / RS, with the Curriculum Component Work Completion of course. This study aimed, in general, analyze the activities present in textbooks (LD) of Mathematics, approved by the National Program of dyadic-PNLD Book current (2014, 2015 and 2016), adopted by the public schools of EB municipality of Itaqui and for students of the 5th, 6th and 9th grade of EF and 1st year of MS. And specifically: 1) identify, in LD for the students, the activities that require the mobilization of functional thinking; 2) analyze, also in LD for the students, the argument in activities that require functional thinking and; 3) investigate the teacher manuals, the intentions of the authors of LD about the present activities in student LD. To achieve the objectives we used the theoretical dealing with the key concepts of this research, namely functional and argumentation thought. We also seek subsidies in a qualitative and quantitative analysis, according to the theoretical assumptions of Luke & Andrew (1986); as well as the movements of Textual Analysis Discourse. Therefore, we considered two context units: Activities Proposals (AP) and resolved Activities (AR) in LD books; as well as units of analysis: Functional and Argumentation thinking. This movement were listed a priori categories which formed the basis for the analysis of LD. How relevant results on the analysis of LD, destacamos: the large number of AP in all LD analyzed; and these books are intended for students. With regard to the categories involving functional thinking C3 and C4, which are respectively identify patterns and coordination patterns are present in all analyzed LD. With respect to categories of analysis regarding the argument, we highlight the category C2 which corresponds to the term "Justify" in the statement of LD2 issues, LD3 and LD4. By analyzing the LD regarding the 5th year, our a priori categories not allowed to globally understand the argument that LD. Thus, we identified that rare activities required argumentation in activities that focus on functional thinking. However, it should be noted that the guides Textbooks, bring an evaluation criterion of LD, namely: promote the development of competence argument.

Keywords: Basic education; Activities; Functional thinking; Argumentation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama da ATD nesta pesquisa.....	34
Figura 2 – AP que envolve identificar e coordenar padrões no LD1	36
Figura 3 – AR que envolve identificar e coordenar padrões no LD1	37
Figura 4 – AP que envolve identificar e coordenar padrões no LD2.....	38
Figura 5 – AR que envolve identificar e coordenar padrões no LD2.....	39
Figura 6 – AP que envolve a identificação e registro de grandezas que variam no LD3.....	41
Figura 7 – AR que envolve a identificação e registro de grandezas que variam no LD3.....	42
Figura 8 – AP envolve a identificação de duas grandezas que variam no LD4..	47
Figura 9 – AP envolve a identificação e coordenação de padrões no LD4.....	47
Figura 10 – AR envolve a identificação representação de duas grandezas que variam no LD4.....	47
Figura 11 – AP com “Escreve” no enunciado presente no LD1.....	48
Figura 12 – AP com “Justifique” no enunciado presente no LD2.....	50
Figura 13 – AP com “Justifique” no enunciado presente no LD2.....	50
Figura 14 – AP com “Por quê” no enunciado presente no LD3.....	51
Figura 15 – AP com “Justifique” no enunciado presente no LD3.....	51
Figura 16 – AP com “Verdadeiro ou falso” no enunciado presente no LD3.....	52
Figura 17 – AP com “Por quê” no enunciado presente no LD4.....	53
Figura 18 – AP com “Justifique” no enunciado presente no LD4.....	53
Figura 19 – AP com “Explicar” no enunciado presente no LD4.....	54
Figura 20 – AR com “Mostre” no enunciado presente no LD4.....	54
Figura 21 – AR com “Mostre” no enunciado presente no LD4.....	54

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Relação de LD de Matemática nas escolas públicas de Itaqui	25
Quadro 2 – Relação dos LD adotados pelas escolas em dados estatístico	26
Quadro 3 – Relação de LD analisados	26
Quadro 4 – Descrição dos conteúdos abordados no LD1	27
Quadro 5 – Descrição dos tópicos de conteúdos abordados nos capítulos do LD2	28
Quadro 6 – Descrição dos tópicos de conteúdos abordados nos capítulos do LD3	28
Quadro 7 – Descrição dos conteúdos abordados unidades do LD4	29
Quadro 8 – Atividades Propostas e Atividades Resolvidas no LD1	35
Quadro 9 – Atividades Propostas e Resolvidas que possuem características do Pensamento Funcional no LD1.....	36
Quadro 10 – Atividades Propostas e Atividades Resolvidas no LD2.....	37
Quadro 11 – Atividades Propostas e Resolvidas que possuem características do Pensamento Funcional no LD2.	38
Quadro 12 – Atividades propostas e Atividades Resolvidas no LD3	39
Quadro 13 – Atividades Propostas e Resolvidas que possuem características do Pensamento Funcional no LD3	40
Quadro 14 – Atividades propostas e Atividades Resolvidas no LD4	42
Quadro 15 – Atividades Propostas e Resolvidas que possuem características do Pensamento Funcional no LD4.	42
Quadro 16 – Quadro comparativo referente aos resultados da análise dos LD.....	49
Quadro 17 – Atividades Propostas e Resolvidas acerca da argumentação no LD1	49
Quadro 18 – Atividades Propostas e Resolvidas acerca da argumentação no LD2.....	49
Quadro 19 – Atividades Propostas e Resolvidas acerca da argumentação no LD3	50
Quadro 20 – Atividades Propostas e Resolvidas acerca da argumentação no LD4	52
Quadro 21 – Atividades Propostas e Resolvidas acerca da argumentação no LD4	52
Quadro 21 - Quadro comparativo referente aos resultados da análise dos LD	54

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AF – Anos Finais

AI – Anos Iniciais

CAPES – Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

EB – Educação Básica

EF – Ensino Fundamental

EM – Ensino Médio

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

LD – Livro(s) Didático(s)

PNLD – Programa(s) Nacional (is) do(s) Livro(s) Didático (s)

PNLEM – Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio

PUC/SP – Pontifícia Universidade Católica/ São Paulo

RRS – Registro(s) de Representação(ões) Semiótica(s)

UFMG – Universidade Federal de Minas Gerais

UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	11
INTRODUÇÃO/PROBLEMATIZAÇÃO	11
CAPÍTULO 2	16
REFERENCIAL TEÓRICO	16
2.1 Argumentação e Demonstração/Prova	16
2.2 Pensamento Algébrico e Pensamento Funcional	20
CAPÍTULO 3	24
METODOLOGIA	24
3.1 Pesquisa Qualitativa e Estudo Documental	24
3.2 Contexto da Pesquisa	24
3.2.1 Dados Analisados e Instrumentos de Coleta/Produção de Dados.....	25
3.2.2 Descrição da Estrutura dos Livros Didáticos e Manuais do Professor.....	26
3.2.3 Instrumentos de Análise de Dados	30
3.2.4 Movimento Metodológico da Análise de Dados.....	33
CAPÍTULO 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	35
4.1 Análise das Atividades dos Livros Didáticos acerca do Pensamento Funcional	35
4.2 Análise das Atividades dos Livros Didáticos acerca da Argumentação	47
4.3 Considerações Finais	56
REFERÊNCIAS	58
APÊNDICES	61
APÊNDICE A – Quadro referente ao Mapeamento de pesquisas brasileiras sobre a argumentação.....	61
APÊNDICE B – Quadro referente ao Mapeamento de pesquisas brasileiras sobre os significados do conceito de função	65
APÊNDICE C – Entrevista Estruturada.....	70

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO/PROBLEMATIZAÇÃO

Esta pesquisa trata de reflexões que vêm sendo efetuadas pela autora deste trabalho, no decorrer do Curso de Graduação de Licenciatura em Matemática da Unipampa/Campus Itaqui - RS, em torno do ensino e da aprendizagem da matemática escolar. Em particular, de Álgebra, ou melhor, do desenvolvimento do pensamento algébrico. E, ainda nesse âmbito, acerca da argumentação no desenvolvimento do pensamento funcional.

Ao participar de um projeto de pesquisa de iniciação científica¹ - que teve por objetivo investigar como os professores de Matemática, que atuam na rede pública de EB: AF do EF e 1º ano do EM, no município de Itaqui, organizam seus planejamentos de aula no que tange ao conceito de função - foi possível identificar o LD como principal recurso didático utilizado no planejamento de ensino e aprendizagem do conceito de função.

No contexto desse projeto de iniciação científica, analisamos os LD mais utilizados por esses professores, sob a ótica das teorias cognitivistas e da aprendizagem denominadas de “Registros de Representação Semiótica” e “Campos Conceituais”; as quais orientaram a escolha *a priori* de dois critérios de análise, a saber: noções do campo conceitual de função: padrão, sequência, regularidade, proporcionalidade, dependência, generalização e variável, segundo Vergnaud (1996)² e Tinoco (2009) e; tratamentos (transformação no interior de um RRS) e conversões (transformação entre RRS) dessas noções, conforme Duval (2003)³. E, *a posteriori*, um terceiro critério de análise foi definido: natureza das atividades propostas - as situações de aprendizagem dos livros visam o desenvolvimento de novos conceitos matemáticos (conceito de função) ou meramente a aplicação desses conceitos, conforme Walle (2009).

Dessa forma, ainda no contexto desse projeto, constatamos que, as noções do campo conceitual de função mais enfatizadas são as seguintes: regularidade no 6º ano; proporção no 7º ano; generalização no 8º ano e; lei de formação no 9º ano do EF. Em relação aos tratamentos e às conversões, nas atividades envolvendo a noção mais enfatizada, constatamos que: as atividades de tratamento são mais enfatizadas no 6º e 7º ano e; as atividades de

¹ Programa de Bolsas de Iniciação à Pesquisa - PBIP da Unipampa.

² VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceptuais. In: BRUN, Jean. **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Jean Piaget, 1996. p. 155-191

³ DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. de A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 11-33.

conversão, em um único sentido, são privilegiadas no 8º e 9º ano do EF: língua natural → algébrico; língua natural → numérico e figural → numérico⁴.

Além disso, no que se refere à natureza das situações, constatamos que os autores as utilizam para desenvolver novos conceitos matemáticos (conceito de função) e não meramente para aplicar conceitos. Mesmo assim, identificamos entendimentos/classificações, por parte dos autores de LD, ora similares e ora distintos acerca da definição de problema (situação de aprendizagem); isso foi possível ao olhar os Manuais de Professor e a produção acadêmica-científica de um dos autores⁵. Ainda, verificamos que raras das atividades analisadas exigem do estudante a argumentação (justificativa) da solução encontrada. Esse fato não era foco de atenção naquela ocasião, visto que, outros critérios de análise foram considerados.

Diante desse contexto, a presente pesquisa tem por temática a argumentação na abordagem do pensamento funcional em LD de Matemática da EB. De forma mais específica, tem por problemática a seguinte questão de pesquisa: se e como a argumentação é considerada em atividades que exigem a mobilização do pensamento funcional em LD de Matemática da EB aprovados pelos PNLD vigentes?

No intuito de continuar a justificar a relevância dessa questão de pesquisa, mencionaremos a seguir os dois mapeamentos de pesquisas científicas brasileiras (dissertações e teses) que abrangem os conceitos principais desta pesquisa, a saber: argumentação e pensamento funcional. E, finalmente, citaremos os objetivos organizados para compreendermos essa questão.

O primeiro mapeamento considerou o conceito de argumentação que foi realizado no Portal de Teses e Dissertações da Capes. Dessa forma, encontramos pesquisas ligadas à quatro Programas de Pós-Graduação em Educação/Educação Matemática/Ensino de Matemática das seguintes instituições de ensino superior: PUC-SP, UFRGS, UFRJ e UFMG. Posteriormente, recorreremos às próprias Bibliotecas Digitais desses Programas de Pós-Graduação. Assim, localizamos outras pesquisas. Desse modo, identificamos vinte e sete pesquisas, entre

⁴ Mais detalhes encontram-se no seguinte trabalho: SILVA, J. G; MATOS, D. A. B; MAGGIO, D.P. Campo Conceitual e Representações Semióticas do Conceito de Função: análise de livros didáticos de matemática do ensino fundamental. In: 4ª Escola de Inverno de Educação Matemática e 2º Encontro Nacional PIBID-Matemática, V. 2 N. 1, 2014, Santa Maria. **Anais Eletrônicos**: Santa Maria: UFSM, 2014. Disponível em: http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/ed_atual.html. Acesso em: 11 de jun. 2016.

⁵ Mais detalhes encontram-se na seguinte referência: SILVA, J. G; MAGGIO, D.P. Resolução de Problemas e o Conceito de Função: análise de livros didáticos de matemática. In: XII Encontro Gaúcho De Educação Matemática (Egem), 2015, Porto Alegre. **Anais Eletrônicos**: Porto Alegre: PUC/RS, 2015. Disponível em: <http://ebooks.pucrs.br/edipucrs/anais/anais-do-egem/#/artigos/2015/gtx>. Acesso em: 11 de jun. 2016.

dissertações e teses, como se pode observar no Apêndice A⁶. Cabe destacar, que oito enfocam a argumentação na análise de LD da EB e; dentre essas, duas analisam a argumentação em atividades algébricas (e geométricas) em LD, a saber: Barbosa (2007) e Mendes (2007).

Barbosa (2007, p.18) investigou a abordagem da argumentação e da prova/demonstração em uma coleção de LD do EM aprovada pelo PNLEM/2005. Para tanto, a pesquisadora recorreu às atividades propostas nessas obras e considerou aquelas em que os enunciados contém algum dos seguintes termos: “analisar”; “justificar”; “validar”; “por quê?”; “classificar em V ou F”; “mostrar”; “explicar”; “corrigir erros” e “escrever”. Dessa forma, no que se refere à Álgebra, inclusive o conceito de função, foi constatado que a coleção enfatiza a prova intelectual, isto é, o raciocínio dedutivo, a linguagem simbólica e a generalização.

Já Mendes (2007) analisou o papel que as provas/demonstrações assumem em outra coleção de LD de Matemática do EM, aprovada também pelo PNLEM/2005. Para tanto, o pesquisador teve-se a classificação das atividades propostas sobre tópicos de Álgebra, inclusive o de função, de acordo com os tipos de prova de Balacheff (1988 *apud* Mendes, 2007): pragmática (tentativas práticas que levam o aluno a concluir e acreditar em algumas afirmações) e intelectual (corresponde a uma prova com dedução e a presença de sequências de raciocínio lógico). Dessa forma, foi constatado que no tópico “Conjuntos Numéricos” são abordadas tarefas que mobilizem a argumentação e prova, porém em tópicos da Álgebra tais como: “Progressões (Geométrica e Aritmética)” e “Funções” não constam tais tarefas.

Além dessas duas pesquisas, a maioria das demais investigações utiliza a teoria da argumentação de Balacheff, o qual distingue argumentação de prova/demonstração. Bem como, classifica os diferentes tipos de prova em pragmática e intelectual. Esse autor compreende que a argumentação é necessária à aprendizagem da prova formal. Além disso, poucas pesquisas enfocam, ao mesmo tempo, esses três elementos: a argumentação, os LD e conceitos algébricos. Como vimos, anteriormente, apenas duas pesquisas, enfocam ao mesmo tempo esses elementos, e estas se concentram em uma coleção de LD do EM específica, não considerando os demais níveis de ensino (AI e AF do EF).

O segundo mapeamento enfocou o pensamento funcional no Portal de Teses e Dissertações da Capes (Apêndice B). Assim, encontramos quarenta e três pesquisas

⁶ Mais detalhes encontram-se na seguinte referência: SILVA, J. G; MAGGIO, D.P; NEHRING, C, M. Argumentação nas Pesquisas Brasileiras em Educação Matemática: um olhar para os referenciais teóricos. In: VI Jornada Nacional de Educação Matemática e XIX Jornada Regional de Educação Matemática, 2016, Passo Fundo. **Anais Eletrônicos**: Passo Fundo, UPF, 2016. (Trabalho Aceito e Apresentado. Aguardando publicação dos Anais).

(dissertações e teses). Identificamos que a maioria das pesquisas enfoca as representações do conceito de função, isto é, os seus significantes: 95,35%, isto é, quarenta e uma pesquisas das pesquisas selecionadas. Ainda, 0,86 %, ou seja, duas pesquisas enfocam o pensamento funcional, quer dizer enfatizam os significados (noções) do conceito de função: Santos (2011) e Castro (2012).

Santos (2011) analisou as respostas de estudantes do EM, a partir de um roteiro de atividades envolvendo a construção de gráficos; o uso de lápis e papel quadriculado e; um *software* de geometria dinâmica. Recorreu à Braga (2006) para abordar o pensamento funcional. Segundo Braga (2006 *apud* SANTOS, 2012), o pensamento funcional envolve ideias de função ou noções tais como regularidade, dependência, dentre outras; que deveriam ser introduzidas desde os AI do EF para favorecer o trânsito pelas representações tabular, gráfica e algébrica no EM. Dessa forma, foi constatado que a sequência didática utilizando o *software* GeoGebra foi uma estratégia eficiente para atingir os seguintes objetivos: fazer uso de tecnologias de forma que os estudantes possam desenvolver os processos de observar conjecturar, levantar hipóteses, generalizar dentre outros.

Castro (2012) analisou as respostas dos estudantes do 7º ano do EF às atividades, por ela organizadas e propostas, envolvendo ideias de função. Para tratar das noções de função, ela recorreu às ideias de Caraça (2009). E no que tange ao pensamento funcional, à Castro & Rodrigues (2011). Cabe destacar, que Castro & Rodrigues (2011 *apud* CASTRO, 2012) compreendem pensamento funcional como sendo noções de função: regularidade, dependência, variável, dentre outras. Além disso, entendem o pensamento funcional como necessário ao desenvolvimento do raciocínio algébrico; incumbindo a Álgebra de formalizar o pensamento funcional, contribuindo, assim, para a abstração do conceito de função. Dessa forma, foi constatado que o trabalho com ideias de função pode ser colocado em prática já no 7º ano do EF. Além disso, uma das conclusões aponta para os benefícios trazidos pelas atividades que contêm a ideia de correspondência. A partir delas, os participantes demonstraram a capacidade de desenvolver outras noções subjacentes ao conceito.

Cabe destacar, que dentre as pesquisas identificadas, onze enfocam a análise de LD da EB. Mas, nenhuma dessas investigações aborda os/as significados/noções do pensamento funcional ao longo da EB; ou seja, a transição dos AI para os AF do EF e dos AF para o 1º ano do EM. Nesta pesquisa, concebemos a transição dos anos escolares supracitados; pois, entendemos que ela nos permite identificar e compreender os/as significados/noções próprias do pensamento de funcional que podem ser abordados em LD desde os AI da EB.

Diante desse contexto, objetivamos, de forma geral, analisar a argumentação em atividades que exigem o pensamento funcional, presentes nos LD de Matemática, aprovados pelos PNLD vigentes (2014, 2015 e 2016), adotados pelas escolas da rede pública de EB do município de Itaqui e destinados aos estudantes do 5º, 6º e 9º ano do EF e 1º ano do EM. E, de forma específica: 1) Identificar e analisar as atividades que exigem o pensamento funcional, ou seja, que abrangem algumas das seguintes características: identificação de duas ou mais quantidades que variam e a relação entre essas duas variáveis; registro dessas quantidades em forma de tabelas, gráficos ou ícones; identificação; coordenação e; representação de padrões. 2) Identificar e analisar as atividades que exigem a argumentação, ou seja, que contém em seus enunciados as seguintes expressões: “Por quê”, “Justifique”; “Demonstre/prove que”, “Verdadeiro ou falso”, “Certo ou Errado”, “analisar”, “validar”, “mostrar”, “explicar”, “corrigir erros” e “escrever”. 3) Analisar como a argumentação é enfocada nessas atividades, em termos de prova pragmática e/ou prova intelectual.

CAPÍTULO 2

REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo é estruturado em torno de dois conceitos centrais, que são a argumentação e o pensamento funcional; tendo em vista a problemática desta pesquisa; bem como, o entendimento de que a argumentação é necessária ao desenvolvimento do pensamento funcional. Dessa forma, esse capítulo está dividido em duas seções: na primeira são trazidos os aportes teóricos relacionados à distinção entre argumentação e demonstração/prova, no contexto da Matemática/Educação Matemática e; na segunda, são trazidos os aportes teóricos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico e pensamento funcional ao longo da EB.

2.1 Argumentação e Demonstração/Prova

No dicionário de língua portuguesa - Dicionário Aurélio *Online*, demonstração e prova são entendidas como sinônimos. Nele os seguintes significados são correlacionados com demonstração: “fazer a demonstração de”; “mostrar, fazer ver”; “provar”; “revelar”; “dar-se a conhecer tal como se é”. E as seguintes definições são relacionadas à prova: “estabelecer a verdade de”; “indicar, dar provas de” e “submeter à prova”. Já, argumentar significa, de acordo com esse mesmo dicionário, “alegar”; “responder”; “opor” e “apresentar/expor argumentos”.

No contexto da Matemática, o significado de demonstrar está relacionado à validação de ideias matemáticas, sendo que demonstração e prova são, em geral, sinônimas; conforme constatado por Pietropaolo (2005). Ele identificou, ao mapear as pesquisas que enfocam as temáticas da demonstração e da prova no âmbito da EB, diferentes enfoques, a saber:

[...] análise das dificuldades de alunos da Educação Básica no processo *de aprendizagem de provas* (Ballachef, 1988); estudos das *concepções de provas pelos alunos* (Healy e Hoyles, 2000); a *estrutura do raciocínio dedutivo e a aprendizagem da demonstração* (Duval, 1991); *concepções de professores sobre prova* (Knuth, 2002 e Dreyfus, 2000); *relação entre argumentações e provas formais* (Ballachef, 1988; Duval, 1992 e 1993; Boero, 1997 e; Mariotti, 2001) (PIETROPAOLO, 2005, p. 73, Grifo nosso).

Pietropaolo (2005) chama atenção de pesquisadores que consideram esse último enfoque, isto é, de pesquisas que buscam compreender a relação entre provas/demonstrações e argumentações. Haja vista, que alguns pesquisadores divergem a respeito dessa relação, a

saber: Duval diverge de Balacheff, que é aporte teórico das pesquisas de Healy & Hoyles (1998 *apud* SOUZA, 2009) e Villiers (2001), conforme será discutido logo a seguir. Antes, cabe lembrar, que em nosso mapeamento, constatamos que os pressupostos teóricos de Balacheff, seguido de Healy & Hoyles e de Villiers, são os mais considerados nas pesquisas que têm como objeto de estudo a argumentação.

Balacheff (1987) deteve-se na distinção dos termos, a saber: demonstração, prova, explicação e argumentação. Já Balacheff (1988) investigou os diferentes tipos de demonstrações/provas formais. E Balacheff (1999) explorou a relação entre demonstração/prova e argumentação.

Prova/demonstração para Balacheff (1987 *apud* MARTINS, 2012, p.33):

[...] são *explicações* (uma argumentação em que o consentimento se busca a partir da explicitação da racionalidade da afirmação) em que a explicitação da veracidade de uma asserção se realiza sob *regras ou normas acordadas por uma comunidade determinada* em um momento dado. Na *comunidade Matemática*, essas normas estabelecem a apresentação de uma *sucessão de enunciados*, cada um dos quais é *uma definição, um axioma, um teorema prévio* ou um elemento derivado mediante *regras pré-estabelecidas de enunciados que lhe precedem*. Nesse caso *as provas recebem o nome de demonstração* (Grifo nosso).

Segundo Balacheff (*Ibidem*), a prova formal não é o único tipo de prova. Para ele, argumentação é “qualquer discurso destinado a obter o consentimento do interlocutor sobre uma afirmação”. Sendo, que para Balacheff (1988 *apud* AGUILAR JÚNIOR, 2012), as provas são classificadas em dois tipos, a saber: provas pragmáticas e provas intelectuais/conceituais. A primeira, segundo o autor abrange o “empirismo ingênuo”, “experiência crucial” e “exemplo genérico”, que são conhecimentos práticos, valendo-se de teste, busca de exemplos, desenhos, observação de regularidades para justificar determinado resultado. E, a segunda envolve a “experiência mental”, que abrangem argumentos para formular propriedades e suas possíveis relações.

Conforme Ballachef (1999 *apud* PIETROPAOLO, 2005, p. 241):

[...] *não haveria continuidade nem ruptura entre argumentação e demonstração*, mas uma relação complexa e constitutiva de cada uma: *a argumentação constitui um obstáculo epistemológico à aprendizagem da prova em Matemática*. Haveria assim um grande obstáculo entre a argumentação cotidiana - na qual uma evidência empírica é aceita como prova - e a prova Matemática formal (Grifo nosso).

Então para Balacheff (*Ibidem*) explicação é uma forma de argumentar, em que se utiliza de regras acordadas por uma dada comunidade, a fim de conseguir convencer o outro. A prova/demonstração são explicações, em que o convencimento da veracidade da afirmação dá-se por meio de definições, axiomas e teoremas acordados pela comunidade de

matemáticos. Já a argumentação é mais ampla, abrangendo, além do discurso na língua formal, o discurso na língua natural, também com o objetivo de convencer o outro.

Villiers (2001) trata das funções da prova. Ele destaca seis principais funções da prova, a saber: “verificar” - veracidade da afirmação matemática; “explicar” - mostrar por que o resultado é verdadeiro; “sistematizar” - organização de vários resultados em um sistema dedutivo axiomático, conceitos principais e teoremas; “descobrir” - descoberta de novos resultados; “comunicação” - transmissão de conhecimento matemático e “desafio intelectual” - a realização pessoal/ gratificação resultantes da construção da demonstração.

Já Healy & Hoyles (1998 *apud* SOUZA, 2009, p.39-40) tratam da passagem da prova pragmática para a prova conceitual; visto que, eles se dedicam ao estudo das concepções de provas apresentadas por alunos da EB. Para tanto, utilizam a seguinte classificação para os argumentos (respostas) apresentados pelos estudantes: -2) em branco; -1) não entendi, não sei; 0) totalmente errado, sem justificativa, sem exemplos, repetição do enunciado; 1) alguma informação pertinente, sem dedução e totalmente empírico; 2) alguma dedução pertinente, explicitação de propriedades pertinentes, porém sem alguns passos necessário para a prova; 3) corretos, totalmente justificados.

Contudo, contrapondo as ideias de Balacheff, que, por sua vez, sustenta as pesquisas de Villiers e Healy & Hoyles (*Ibidem*), Duval (1991 *apud* PIETROPAOLO 2005, p. 241) sustenta que a argumentação não poderia sugerir o caminho para a demonstração, pois a “heterogeneidade entre argumentação e demonstração ocorre não apenas do ponto de vista lógico, mas também cognitivo”.

Para Duval (1999, p. 2), “argumento significa considerar qualquer coisa para justificar ou contrariar uma proposição”; “o argumento tem valor de justificação quando alguém o usa para dizer “porque”, aceitando ou rejeitando uma proposição”; “a argumentação é a resposta para a questão por que” “você diz isso? ... você acredita nisso?”.

Além disso, Duval (*Ibidem*) classifica a argumentação em “retórica” e “heurística”. A argumentação retórica concerne à oralidade, isto é, às razões relativas para a pessoa com quem se fala. Já a argumentação heurística refere-se à expressão escrita, ou seja, às razões relativas às restrições da situação ou do problema. Para Duval (*ibidem*), os processos argumentativos são implicados pelo contexto, isto é, pelo problema matemático a ser resolvido.

Conforme Duval (1999), argumentação e demonstração são diferentes do ponto de vista cognitivo. Para ele a argumentação sempre envolve a mobilização da linguagem natural,

mesmo quando os argumentos usados surgem de outro registro de representação (*Ibidem*, p.4). Já no que tange a demonstração, Duval (*apud* PIETROPAOLO, 2005, p.74) afirma que:

[...] *o prevalente na demonstração é o raciocínio dedutivo formal* – em nada semelhante ao raciocínio discurso natural, pois aquele *exige o uso de proposições*, com os respectivos estatutos teóricos (axioma, definição, teorema, hipótese etc.) para os sucessivos estágios, até a conclusão, estando às proposições relacionadas conforme o estatuto, *numa substituição de proposições e não por associação ou oposição, como ocorre no discurso natural* (Grifo nosso).

Assim, para Duval (*apud* PIETROPAOLO, 2005, p.136) haveria uma ruptura na passagem da argumentação para a demonstração, visto que:

[...] os alunos ao procurarem justificar suas respostas por meio dos dados empíricos e pelas “mostrações” usariam recursos mais próximos das práticas discursivas espontâneas, regidas mais pelas leis de coerência da língua materna do que pelas leis da lógica formal, que, por sua vez, sustenta a demonstração.

Apesar dessas divergências, Pietropaolo (2005) não encontrou nenhum autor que discordasse da ideia de incorporar nos currículos (prescritos e planejados) de Matemática a prova/demonstração desde os AI do EF. Para esse mesmo autor “O trabalho que precede uma demonstração [...] seria uma argumentação” (*Ibidem*, p. 73).

A argumentação é considerada nos documentos prescritos brasileiros, ou melhor, em várias propostas curriculares nacionais da EB para a área de Matemática, tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais do EF e EM, isto é, Brasil (1997), Brasil (1998), Brasil (1999) e Brasil (2002); as Orientações Curriculares Nacionais para o EM, ou seja, Brasil (2006); o recente Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa - que se refere aos AI do EF - Brasil (2014 a); o Pacto Nacional pelo Fortalecimento do EM - Brasil (2014 b); bem como no Guia de Livros Didáticos - PNLD 2014, 2015 e 2016 (Brasil 2013, 2014 c, 2015).

Nos AF do EF, conforme Brasil (1998), argumentar e descrever acerca de conjecturas são uma das finalidades do ensino de Matemática no EF com vistas à construção da cidadania, ou seja, tornar o indivíduo capaz de refletir a respeito da colaboração que a Matemática tem na sociedade. Desse modo, conforme essa proposta curricular, argumentar envolve a resolução de problemas com vistas à validação de estratégias e resultados; para, assim, desenvolver formas de raciocínio tais como indução, dedução, analogia, estimativa, utilizar instrumentos tecnológicos e comunicar-se matematicamente. Além disso, segundo Brasil (2013, p. 16), “utilizar a argumentação Matemática apoiada em vários tipos de raciocínio: dedutivo, indutivo [...] analogia, entre outros” é uma competência importante a ser construída nesse nível de ensino.

No EM, segundo Brasil (1999), o domínio de um saber fazer e pensar Matemática começa de uma prolongada atividade sobre resolução de problemas de diversos tipos, tendo como o objetivo a elaboração de conjecturas, a capacidade de argumentação, dentre outros. Já Brasil (2002, p. 27) aborda a questão da argumentação na forma de competência. De acordo com essa proposta curricular é importante “Analisar, argumentar e posicionar-se criticamente em relação a situações”. Em Brasil (2006), no que tange aos conceitos de Matemática no EM, é destacado que se devem colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático, nos aspectos de estabelecer hipóteses, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva, dentre outros. E, conforme Brasil (2014 b), a formulação de conjecturas e sua validação desenvolve a capacidade de argumentação.

Por fim, é importante mencionar que nos Guias de Livros Didáticos, isto é, em Brasil (2013, 2014 c e 2015), dentre outros critérios adotados na avaliação dos LD da área de Matemática, consta o seguinte requisito: propiciar o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas tal como a argumentação. Isso quer dizer, que a competência argumentativa, além de ser marcada nas propostas curriculares nacionais, é um critério de avaliação da qualidade das obras didáticas aprovadas pelo PNLD.

Dessa forma, no contexto do ensino de Matemática, a prova deve assumir um sentido mais amplo, ou seja, não apenas o sentido formal (rigor matemático); é preciso compreender que a prova possui diferentes funções e não apenas a de verificação das afirmações matemáticas. Então, entendemos que é necessário desenvolver a competência argumentativa em Matemática desde os AI do EF. O que, conforme Nasser & Tinoco (2003, p. 9), é possível desenvolver desde que se trabalhe com atividades variadas como, por exemplo, tarefas que exigem “justificativa para todas as respostas”.

Os teóricos, assim como as propostas curriculares nacionais e os Guias de Livros didáticos, compreendem a argumentação em Matemática como uma capacidade importante a ser desenvolvida na EB.

2.2 Pensamento Algébrico e Pensamento Funcional

Segundo Walle (2009), o foco do ensino da Álgebra na EB deve ser no tipo de pensamento ou raciocínio que prepara os alunos a pensar matematicamente em todas as áreas do conhecimento.

O pensamento algébrico, conforme Kaput (1999, p. 134-135 *apud* WALLE, 2009, p 288), descreve cinco formas diferentes de pensamento algébrico:

- 1) Generalização da aritmética e de padrões em toda matemática;
- 2) Uso significativo de simbolismo;
- 3) Estudo da estrutura no sistema de numeração;
- 4) *Estudo de padrões e funções*;
- 5) Processo de modelagem matemática que integra os quatro anteriores. (Grifo nosso)

Com o intuito de explorar o conceito de função desde os AI do EF, Walle (2009) introduz a ideia de relação funcional, que é abordada quando se propõe atividades envolvendo padrões crescentes (sequências). Outros autores possuem entendimentos semelhantes ao de Walle (2009) e Kaput (1999), no que concerne ao pensamento algébrico: Smith (2008 *apud* RIBEIRO & CURY, 2015, p.15) também entende a Álgebra como forma de pensamento.

Para Smith (*Ibidem*), há dois tipos de pensamento algébrico, são eles: o “pensamento representacional” (processos mentais para criar significados referenciais às representações) e o “pensamento simbólico” (usar e compreender um sistema simbólico). Esse autor define pensamento funcional (que faz parte do pensamento algébrico) como sendo “o pensamento representacional que enfoca a relação entre duas ou mais grandezas que variam”.

Segundo Smith (2008, p.143-144 *apud* Ribeiro & Cury 2015, p. 15), há seis atividades subjacentes ao pensamento funcional, a saber:

- [...] engajar-se em algum tipo de atividade física ou conceitual; *identificar duas ou mais quantidades que variam* no curso da atividade e *enfocar relação entre essas duas variáveis*; *registrar os valores correspondentes dessas quantidades em forma de tabelas, gráficos ou ícones*; *identificar padrões nos registros*; *coordenar os padrões identificados* com as ações envolvidas na execução das atividades; *usar essa coordenação para criar uma representação do padrão identificado na relação*. (Grifo nosso)

Com base em Smith (*ibidem*), compreendemos que o trabalho com as noções de funções, propostas por Tinoco (2009), a saber: padrão, sequência, regularidade, proporcionalidade, dependência, generalização e variável, pode promover o desenvolvimento do pensamento funcional. E, conseqüentemente, promover o desenvolvimento do pensamento algébrico; uma vez, que conforme Ribeiro & Cury (2015), o pensamento funcional, é parte do pensamento algébrico.

O conceito de função e/ou noções de função são consideradas nas propostas curriculares nacionais da EB para a área de Matemática, tais como: os Parâmetros Curriculares Nacionais do EF e EM, isto é, Brasil (1997), Brasil (1998), Brasil (1999) e Brasil (2002); as Orientações Curriculares Nacionais para o EM - Brasil (2006); o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, AI do EF, Brasil (2014 a); o Pacto Nacional pelo

Fortalecimento do EM - Brasil (2014 b). Bem como, no Guia de Livros Didáticos - PNLD 2014, 2015 e 2016 (Brasil 2013, 2014 c, 2015).

Nos AI do EF, conforme Brasil (1997), em Matemática as capacidades de generalizar, projetar, prever e abstrair, que favorecem a estruturação do pensamento e desenvolvimento do raciocínio dedutivo, são instigadas por meio de regularidades (que é uma noção do conceito de função). Além disso, em Brasil (2014) é sugerido que os professores de Matemática trabalhem com seus alunos de modo que eles consigam: reconhecer regularidades em diversas situações; compará-las e; estabelecer relações entre elas e as regularidades conhecidas.

Cabe destacar que, conforme Brasil (2015), a abordagem de sequências numéricas nos AI do EF contribui para a iniciação dos estudantes nas ideias de álgebra; o trabalho com sequências numéricas favorece o desenvolvimento gradual da percepção de regularidades, que pode levar à criação de modelos simbólicos para diversas situações.

Conforme Brasil (1998), nos AF do EF, para a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos é necessário um trabalho que articule as quatro dimensões da Álgebra: Aritmética generalizada; Funcional (que envolve a variação de grandezas, tendo letras como variáveis para representar relações e funções); Equações e; Estrutural, ao longo dos AF do EF. Essa proposta curricular entende que a construção da ideia de Álgebra pelo aluno como uma linguagem para expressar regularidades é favorecida ao se propor situações em que eles possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas.

No contexto dos AF do EF, em Brasil (2013), também é citada a percepção de regularidades, que pode levar à criação de modelos matemáticos para diversas situações, como importante para a compreensão de Álgebra. Porém, agora como competência específica (habilidade, nos termos das propostas curriculares).

No EM, Brasil (1999), assim como Caraça (2009), é destacado que o conceito de função desempenha o papel importante de descrever e estudar os fenômenos tanto do cotidiano como de outras áreas do conhecimento, tais como a Física; e internas à própria Matemática. E em Brasil (2002), consta a identificação de regularidades, relações e funções como habilidades no conjunto de competências denominadas de “investigação e compreensão”.

Em Brasil (2006), é sugerida que a introdução do conceito de função seja a partir da exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações, por exemplo, área do círculo e raio, dentre outras relações funcionais. Além disso, em Brasil

(2014b), consta que a importância do estudo de funções reside muito mais nas conexões com as situações que as originaram do que, por exemplo, no mero treinamento de propriedades para a resolução de equações para a formação integral do aluno. Nessa última proposta é destacado também o uso crescente de funções para o desenvolvimento de processos e artefatos tais como programação de aplicativos computacionais; em aparelhos de eletrocardiograma; na construção civil de grande porte; na construção e lançamento de foguetes espaciais; dentre outros.

Por fim, no contexto do EM, o ensino de Matemática, de acordo com Brasil (2014 b), deve capacitar os estudantes a empregar os conceitos e procedimentos algébricos, incluindo o uso do conceito de função e de suas várias representações.

Como podemos observar acima, nas propostas curriculares nacionais e os Guias de Livros Didáticos é destacado principalmente o conceito de função e suas noções, não é mencionado explicitamente a expressão “pensamento funcional”. Dessa forma, podemos constatar que nesses documentos é sugerida a exploração de algumas características do pensamento funcional nos termos de Smith (*ibidem*) e Walle (2009), principalmente a identificação de padrões (regularidades) naqueles destinados ao EF.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA

Neste capítulo apresentamos a natureza desta pesquisa; bem como, o contexto em que ela foi desenvolvida.

3.1 Pesquisa Qualitativa e Estudo Documental

A pesquisa desenvolvida tem uma abordagem qualitativa, sendo que os dados são predominantemente descritivos e interpretativos (documentos proposicionais), conforme Lüdke & André (1986); mas, alguns dados quantitativos foram considerados para apresentar os resultados obtidos. E, de forma mais específica, é uma pesquisa do tipo documental; haja vista, que foi realizada a análise de atividades propostas e resolvidas em LD de Matemática da EB destinados aos estudantes e; consideradas as intencionalidades dos autores com relação a essas atividades no Manual do Professor.

Cabe destacar, que conforme Lüdke & André (1986), livros (obra de cunho literário, artístico ou científico) e livros-textos (livro adotado como texto básico de determinado curso ou área) são considerados documentos do tipo técnico e instrucional. Além disso, segundo Fiorentini & Lorenzato (2006), estudos documentais são realizados preferencialmente sobre materiais escritos tais como livros; propostas curriculares; dissertações e teses acadêmicas; bem como diários de classe (registros de aula).

3.2 Contexto da Pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida no município de Itaqui⁷, de forma específica envolveu quatorze escolas urbanas da rede pública de EB dessa cidade. Cabe destacar, que destas quatorze escolas, três possuem EM regular e todas elas possuem EF (dos AI ao AF). E, nesse âmbito, quatorze professores foram entrevistados.

A seguir, apresentamos os dados principais desta pesquisa; os instrumentos de coleta/produção de dados; os critérios de análise dos dados e; o percurso metodológico da investigação.

⁷O município de Itaqui localiza-se na região oeste do Rio Grande do Sul, junto à fronteira com a Argentina. Sua área é de aproximadamente 3.404.037 km², e conta com uma população estimada de 39.129 habitantes, de acordo com a base de dados do IBGE (2016).

3.2.1 Dados Analisados e Instrumentos de Coleta/Produção de Dados

Os professores foram questionados acerca dos LD de Matemática adotados pela escola e disponíveis para os estudantes e professores do 5º, 6º e 9º anos do EF; e 1º ano do EM. Cabe destacar, que visamos os anos de transição dos AI para os AF do EF e dos AF do EF para o EM. Assim, os LD, ou melhor, as suas atividades, são os dados principais desta pesquisa; haja vista, que geralmente os LD são escolhidos por conta de suas atividades.

Para a identificação dos LD foram realizadas entrevistas estruturadas com professores concursados e encarregados da organização da biblioteca de cada escola. Optamos por esse tipo de entrevista, pois entrevistas estruturadas são relevantes quando se visa obter dados uniformes entre os entrevistados; permitindo assim uma imediata comparação mediante aos dados estatísticos, de acordo com Lüdke & André (1986). Neste sentido, o roteiro da entrevista (Apêndice C) foi organizado e seguido quase que a risca pelo entrevistador, tendo assim uma situação muito próxima da aplicação de um questionário, com a vantagem de se ter o entrevistador presente para algum esclarecimento, conforme Lüdke & André (1986).

Assim, identificamos as coleções de LD do 5º, 6º e 9º anos do EF e 1º ano do EM, com se pode notar no Quadro 1 logo a seguir.

Quadro 1 – Relação de LD de Matemática nas escolas públicas de Itaquí

ESCOLAS	LD AI (4º e 5º ano)/Autor	LD AF (6º ao 9º ano)/Autor	LD EM (1º ano)/Autor
Escola 1	Porta Aberta: Matemática Centurion (2014)	Vontade de Saber Matemática Souza & Pataro (2012)	Não possui EM
Escola 2	Ápis: Matemática Dante (2014)	Matemática: Imenes & Lellis Imenes & Lellis (2012)	Não possui EM
Escola 3	Porta Aberta: Matemática Centurion (2014)	Projeto Teláris: Matemática Dante (2012)	Não possui EM
Escola 4	Projeto Buriti: Matemática Rocha (2014)	Vontade de Saber Matemática Souza & Pataro (2012)	Novo Olhar Matemática Souza (2013)
Escola 5	Ápis: Matemática Dante (2014)	Matemática Teoria e Contexto Centurion (2012)	Não possui EM
Escola 6	Ápis: Matemática Dante (2014)	Vontade de Saber Matemática Souza & Pataro (2012)	Novo Olhar Matemática Souza (2013)
Escola 7	Matemática: Mundo Amigo Nani (2014)	Matemática: Bianchini Bianchini (2011)	Não possui EM
Escola 8	Porta Aberta: Matemática Centurion (2014)	Matemática Teoria e Contexto Centurion (2012)	Não possui EM
Escola 9	Ápis: Matemática Dante (2014)	Matemática Ideias e Desafios Iracema & Dulce (2013)	Matemática: Ciência e Aplicações Iezzi (2013)
Escola 10	Porta Aberta: Matemática Centurion (2014)	Matemática Teoria e Contexto Centurion (2012)	Não possui EM
Escola 11	Ápis: Matemática Dante (2014)	Projeto Araribá: Matemática Leonardo (2010)	Não possui EM
Escola 12	Ápis: Matemática Dante (2014)	Matemática Ideias e Desafios Iracema & Dulce (2013)	Não possui EM
Escola 13	Porta Aberta: Matemática Centurion (2014)	Matemática: Bianchini Bianchini (2011)	Não possui EM

Escola 14	Ápis: Matemática Dante (2014)	Vontade de Saber Matemática Souza & Pataro (2012)	Não possui EM
-----------	----------------------------------	--	---------------

Fonte: Elaborado pela autora com base nas entrevistas realizadas.

As coleções de LD adotada pela maioria das escolas constam no Quadro 2 abaixo.

Quadro 2 – Relação dos LD adotados pelas escolas em dados estatísticos.

Nível de Ensino	Título do LD/Autor	Percentual
LD AI (4° e 5° ano)	Ápis: Matemática Dante (2014)	50 %
LD AI (6° ao 9° ano)	Vontade de Saber Matemática Souza & Pataro (2012)	28,57 %
LD EM (1° ano)	Novo Olhar Matemática Souza (2013)	66,67 %

Fonte: Elaborado pela autora com base nas entrevistas realizadas.

Desse modo foram analisados os seguintes LD, como se pode observar no Quadro 3 abaixo.

Quadro 3 – Relação de LD analisados

DENOMINAÇÃO	TÍTULO	AUTOR (es)	NÍVEL DE ENSINO	EDITORIA	ANO
LD1	Ápis: Matemática	Dante (2014)	5° ano do EF	Ática	2014
LD2	Vontade de Saber Matemática	Souza & Pataro (2012)	6° ano do EF	FTD	2012
LD3	Vontade de Saber Matemática	Souza & Pataro (2012)	9° ano do EF	FTD	2012
LD4	Novo Olhar Matemática	Souza (2013)	1° ano do EM	FTD	2013

Fonte: Elaborado pela autora com base nas entrevistas realizadas.

Os LD apresentados no Quadro 3 acima e selecionados para análise nesta pesquisa são descritos na seção seguinte.

3.2.2 Descrição da Estrutura dos Livros Didáticos e Manuais do Professor

Destacamos, a seguir, a estrutura dos LD (LD1, LD2, LD3 e LD4) destinados aos estudantes e selecionados para esta pesquisa; bem como, de seus respectivos Manuais, os quais são destinados ao Professor. Esses livros são recomendados pelos PNLD vigentes (2014, 2015 e 2016).

O LD1, destinado aos estudantes do 5° ano do EF, compõe uma coleção com dois volumes, aprovado pelo PNLD/2016. Essa obra é estruturada em nove unidades e dividida em tópicos de conteúdos. As unidades são iniciadas pela seção “Abertura da Unidade” que consta uma imagem e questionamentos referentes a esta imagem, visando dar uma ideia geral do que

será estudado na unidade. Em seguida, são apresentados os conceitos, trabalhados em sequências de atividades. Nas unidades também se encontram as seções, a saber: “Vamos ver de novo”, com atividades de revisão; “O que estudamos”, em que há um resumo das principais noções abordadas na unidade; “Brincando também se aprende”, que inclui propostas de atividades lúdicas e de socialização; e “Traçando saberes”, em que as atividades têm por base um tema transversal. E no final de cada volume há uma seção com sugestões de projetos interdisciplinares, a saber: “Cidadão consciente”; após todas as unidades consta a bibliografia utilizada.

No LD1 são abordados os seguintes tópicos de conteúdos, como se pode notar no Quadro 4 a seguir:

Quadro 4 – Descrição dos conteúdos abordados no LD1

Unidades	Tópicos de Conteúdos
1	Números naturais: representação, ordens, classes, arredondamentos; números ordinais
2	Sólidos geométricos; regiões planas e contornos; segmento de reta, reta, semirreta; polígonos
3	Números naturais: adição, subtração, operações inversas, arredondamento, aproximação
4	Multiplicação e múltiplos; divisão: algoritmos da divisão e divisor; operações inversas
5	Tabelas e gráficos: interpretação e construção; média
6	Frações: ideias, número misto, equivalência, simplificação, comparação, adição, subtração, multiplicação e divisão por um número natural; fração e probabilidade; fração e porcentagem
7	Ângulos, retas perpendiculares, polígonos, circunferência
8	Números decimais: inteiros, décimos, centésimos, milésimos, comparação, operações, fração decimal, porcentagem
9	Medidas: comprimento, superfície, volume, massa, capacidade

Fonte: Brasil (2015, p. 227)

O Manual do Professor do LD1 é composto de uma parte geral e outra específica. Na primeira consta a descrição das características da coleção (seções, eixos de conteúdo, possibilidades de trabalho interdisciplinar); sugestões de como trabalhar cada seção; recursos didáticos; pressupostos teóricos relativos ao ensino de matemática nos AI; a avaliação em Matemática e resolução de problemas; temas transversais; por fim, bibliografia sugerida aos professores. E na segunda consta uma descrição do LD1 (páginas introdutórias, seções, dentre outras); observações e sugestões para cada unidade ou seção deste; seguido da bibliográfica consultada; sugestões de leitura para os alunos neste volume; sugestões de avaliação; material complementar (figuras geométricas planejadas, malha quadriculada para utilizar no desenvolvimento de atividades presentes no LD1).

Já o LD2 e LD3, destinados respectivamente aos estudantes 6º e 9º ano do EF, compõem uma mesma coleção de quatro volumes, que foi aprovada pelo PNLD/2014. Cada volume está dividido em capítulos: o LD2 possui quatorze capítulos e o LD3 possui dez capítulos. Ambos os livros apresentam inicialmente o tema a ser estudado; logo após na seção

denominada de “Conversando sobre o assunto” constam questionamentos acerca do tema explanado. A seguir, os conteúdos são organizados em tópicos, que contêm a explicação e os exemplos relativos ao tema do capítulo. Cada tópico inclui, ainda, atividades propostas, algumas das quais são destacadas em itens, a saber: “Desafio”, “Cálculo mental”, “Contexto, Tratamento da Informação” e “Calculadora”. Ao final de cada capítulo, há as seções “Refletindo sobre o capítulo” e “Revisão e Testes”, que propiciam a retomada dos conteúdos e a Autoavaliação. Na conclusão de alguns capítulos, encontram-se as seções “Explorando o tema”, que trata da história da Matemática ou de outras áreas do conhecimento; “Acessando tecnologias”, que apresenta sites e outros recursos tecnológicos. Ao final de cada volume, vêm às seções “Ampliando seus conhecimentos”, com sugestões de livros e de sites; respostas das atividades propostas; e bibliografia.

No LD2 são abordados os seguintes conteúdos, como se pode observar no Quadro 5 abaixo.

Quadro 5 – Descrição dos tópicos de conteúdos abordados nos capítulos do LD2

Capítulos	Tópicos de Conteúdos
1	Paralelepípedo e cubo; prisma e pirâmide; cone, cilindro e esfera; planificação; Vistas
2	Usos dos números; sistemas de numeração: egípcio, romano, indo-arábico; números naturais
3	Adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais;
4	Potenciação; potências de base 10; radiciação; expressões numéricas
5	Múltiplos de números naturais: mmc; divisores de números naturais: mdc; números primos e compostos
6	Frações: ideias, equivalência, simplificação, comparação, adição e subtração, multiplicação; porcentagem
7	Ângulos: ideias – medida de ângulo – retas e segmentos de reta; retas paralelas e retas concorrentes
8	Polígonos: classificação; triângulos e quadriláteros; circunferência e círculo; simetria de reflexão
9	Números decimais: décimo, centésimo e milésimo; número decimal e frações; comparação de decimais
10	Operações com números decimais: adição, subtração, multiplicação e divisão; Porcentagem
11	Medidas de comprimento: sistema métrico decimal; medidas de tempo: horas e minutos, anos e meses
12	Medidas de área: conceito e unidades; área do quadrado e área do retângulo; conversão de unidades
13	Medidas de capacidade: unidades e conversões; medidas de massa: unidades e conversões
14	Tabelas; gráficos: barras, linhas, setores, pictograma; coleta e organização de Dados

Fonte: Brasil (2013, p. 89)

No LD3 são abordados os seguintes conteúdos, como se pode ver no Quadro 6 a seguir.

Quadro 6 – Descrição dos tópicos de conteúdos abordados nos capítulos do LD2

Capítulos	Tópicos de Conteúdos
1	Radiciação: notação; potências com expoente fracionário; radicais: propriedades, simplificação, operações

2	Equações do 2º grau com uma incógnita; sistema de duas equações com duas incógnitas
3	Porcentagem, acréscimo, desconto, juros simples, juros compostos
4	Simetria de rotação; simetria de translação, simetria de reflexão
5	Funções: noção, lei de formação, representação gráfica; função afim; função Quadrática
6	Segmentos proporcionais; teorema de Tales; semelhança de figuras geométricas: homotetia; triângulos semelhantes
7	Triângulo retângulo: relações métricas, teorema de Pitágoras, relações Trigonométricas
8	Variáveis estatísticas; distribuição de frequências; intervalos de classes; média aritmética, mediana e moda
9	Circunferência: ângulos, comprimento; área do círculo;
10	Volume do paralelepípedo retângulo e do cilindro

Fonte: Brasil (2013, p. 89)

O LD2 e LD3 por serem de uma mesma coleção têm uma mesma estrutura de organização no que se refere ao Manual do Professor. Em um primeiro momento, traz orientações gerais com relação à estrutura e os conteúdos da coleção; após traz um mapa de conteúdos e recursos com relação aos princípios que fundamentam a obra e sobre a escolarização nessa faixa etária. Além disso, traz orientações didáticas e metodológicas relativas aos objetivos da Matemática para o EF; recursos didáticos; a avaliação em Matemática e resolução de problemas; além de temas transversais. Em um segundo momento, que diz respeito a uma parte mais específica, embora não conste essa divisão de forma explícita, o autor aborda objetivos, comentários e sugestões com relação a cada capítulo dos LD's; além disso, algumas páginas para reprodução (figuras geométrica planificadas, malha quadriculada e jogos para utilizar no desenvolvimento de atividades presentes nos LD's) e por fim bibliografia consultada.

O LD4, destinado aos estudantes do 1º ano do EM, compõe uma coleção de três volumes que foi aprovada pelo PNLD/2015. Cada volume está dividido em unidades e cada unidade é subdividida em capítulos. O LD4 está organizado em quatro unidades que se dividem em nove capítulos. Essas unidades possuem inicialmente textos contextualizando os conceitos a serem estudados; logo após, na seção intitulada de “Conversando”, constam questionamentos acerca do tema. Após, o volume traz tópicos dos conteúdos; acompanhados de exemplos e de atividades resolvidas e propostas. No final dos capítulos, são apresentadas as seções, a saber: “Explorando o tema”, em que se busca a integração entre a Matemática e outras áreas do conhecimento; “Refletindo sobre o capítulo”, com questionamentos ao aluno sobre o conteúdo a ser estudado; e “Atividades complementares”, de revisão e articulação entre diversas áreas do conhecimento. Ao final de todos os capítulos dessa obra, encontram-se

as seções denominadas de “Acessando tecnologias” e “Ampliando seus conhecimentos”; além das respostas às atividades propostas e a bibliografia utilizada.

Quadro 7 – Descrição dos conteúdos abordados unidades do LD4

Unidades	Capítulos	Tópicos de Conteúdos
1	1	Estudando conjuntos; Igualdade de Conjuntos; Conjuntos Unitários, Vazio e Universo; Subconjuntos; Operações com conjuntos; Conjuntos numéricos; Intervalos
2	2	Estudando funções; Produto Cartesiano; Conceito de Função; Gráfico de uma função; Função crescente, decrescente e constante; Funções Injetora, Sobrejetora e bijetora
	3	Estudando Função Afim; Gráfico de uma função afim; Função Crescente e função decrescente; Estudo do sinal de um função afim; Proporcionalidade e função linear; Inequação do 1º grau.
	4	Estudando Função Quadrática; Gráfico de uma função Quadrática; Valor de máximo ou valor de mínimo de uma função quadrática
	5	Estudando função exponencial; Revendo Potenciação; Notação científica; Função Exponencial; Equação Exponencial; Inequação Exponencial
	6	Estudando logaritmo; Propriedades operatórias dos logaritmos; Função Logaritma; Equação Logaritmica; Inequação logaritmica
	7	Módulo de um número; função modular; equações modular; Inequações modular
3	8	Sequências; progressões aritméticas; progressões geométricas.
4	9	Teorema de Tales; Teorema de Pitágoras; Trigonometria no triângulo retângulo; Trigonometria em um triângulo qualquer.

Fonte: Brasil (2014, p.67)

No Manual do Professor do LD4, em um primeiro momento, traz nas orientações gerais à estrutura da coleção (páginas de abertura, atividades resolvidas, dentre outras); conteúdos da coleção dispostos em um quadro; após traz um mapa de recursos presentes em cada volume da coleção; além de orientações didáticas e metodológicas relativas aos objetivos da Matemática para o EM; recursos didáticos; a avaliação em Matemática e resolução de problemas; além de temas transversais; sugestões de leitura e bibliografia consultada. Em um segundo momento, que trata de uma parte mais específica, embora não conste essa divisão de forma explícita, o autor aborda objetivos, comentários e sugestões com relação a cada capítulo desse LD; também, constam algumas páginas para reprodução (plano cartesiano, malha quadriculada e disco de cifras para utilizar no desenvolvimento de atividades presentes no LD4); por fim a resolução das atividades presentes no LD4.

Após descrever os principais dados desta pesquisa - isto é as atividades propostas e resolvidas em LD do EF e EM destinados aos estudantes - vamos apresentar, na seção seguinte, os instrumentos de análise elencados para analisá-los.

3.2.3 Instrumentos de Análise de Dados

As atividades presentes nos livros didáticos, selecionados para esta pesquisa, foram analisados conforme os movimentos da ATD propostas por Moraes & Galiuzzi (2011), a saber: a “unitarização” ou “desmontagem de texto”, a “categorização” e a “comunicação”.

A “unitarização” ou “desmontagem de texto” consiste no movimento inicial da análise e abrange um processo de recorte ou fragmentação de textos a partir de uma diversidade de metodologia de coletas. Esse processo acarreta na produção de unidades de contexto – que são fragmentos amplos de textos que delimitam o contexto de análise; e unidades de análise – elementos discriminantes de sentidos ou significado para a finalidade da pesquisa; unidades de significado, que buscam representar aspectos significativos do fenômeno analisado. É importante salientar que mesmo havendo esse recorte há a necessidade de ter como referência o todo, ou seja, uma visão do fenômeno investigado em sua globalidade.

Em nossa pesquisa, utilizamos dois recortes, ou seja, duas unidades de contexto (UC), a saber: Atividades Propostas (UC1) e Atividades Resolvidas (UC2) no livro didático destinado ao estudante. Entendemos por Atividades Propostas (AP) aquelas que compreendem somente os enunciados, sem abranger desenvolvimentos. E por Atividades Resolvidas aquelas que contém solução. Ainda, elencamos duas unidades de análise (UA), a saber: pensamento funcional (UA1) e argumentação (UA2).

Esse processo de “unitarização” exige do pesquisador o trabalho de reconstrução de significados que os autores dos textos (os autores de livros didáticos) pretenderam expressar neles. Nessa reconstrução é necessário que o pesquisador não considere apenas as suas concepções teóricas, mas também seja fiel aos sentidos que os autores pretenderam expressar no texto. Para tanto, o pesquisador deve realizar, de forma constante, diferentes interpretações e inferências. No que se refere às unidades de contexto, realizamos uma “leitura do manifesto”, isto é, uma leitura de primeiro plano ou imediato. E no que tange as unidades de análise, efetuamos uma “leitura do latente”, ou seja, uma leitura de maior profundidade. Neste sentido, recorreremos ao Manual do Professor como instrumento de análise para compreender as intencionalidades dos autores acerca das Atividades Propostas e resolvidas no LD destinado ao estudante.

O movimento de categorização, que é posterior a esse movimento inicial, consiste em construir relações entre as unidades mencionadas acima, combinando-as e classificando-as, reunindo esses elementos unitários de modo a constituir um sistema de categorias. Tais

categorias podem ser produzidas por meio de diferentes métodos, a saber: dedutivo e indutivo, que são detalhadas a seguir.

No método dedutivo, as categorias são deduzidas a partir das teorias que fundamentam a pesquisa, as quais são denominadas de categorias *a priori*. No método indutivo, as categorias são produzidas a partir das unidades de análise construídas durante o processo, cujas são denominadas de categorias emergentes (categorias *a posteriori*). É a combinação dos dois métodos, que parte de categorias *a priori* e essas podem sofrer transformações gradativas ao longo da pesquisa. Cabe salientar, que a validação dessas categorias depende das aprendizagens feitas pelo pesquisador em relação ao tema que investiga; este movimento exige do pesquisador uma impregnação aprofundada nas informações, propiciando a emergência coerente de novas compreensões em relação ao fenômeno investigado.

Nesta pesquisa, no que tange a unidade de análise denominada de pensamento funcional, foram definidas as seguintes categorias (C) *a priori*, a saber: identificar duas ou mais quantidades que variam no curso da atividade e focar relação entre essas duas variáveis (C1); registrar os valores correspondentes dessas quantidades em forma de tabelas, gráficos ou ícones (C2); identificar padrões nos registros (C3); coordenar os padrões identificados na execução das atividades (C4); usar essa coordenação para criar uma representação do padrão identificado na relação (C5), com base em Smith (2008 *apud* RIBEIRO & CURY, 2015).

E no que concerne à segunda unidade de análise intitulada de argumentação, foram definidas as seguintes categorias *a priori*: as atividades apresentam em seus enunciados as seguintes expressões: “Por quê” (C1), “Justifique” (C2), “Demonstre/prove que” (C3), “Verdadeiro ou falso” (C4), “Certo ou Errado” (C5), “analisar” (C6), validar” (C7), “mostrar” (C8), “explicar” (C9), “corrigir erros” (C10) e “escrever” (C11), com base em Barbosa (2007) e Cruz (2008); e as atividades são apresentadas em uma perspectiva da prova pragmática (C12) e/ou intelectual (C13), segundo Balacheff (*apud* NASSER & TINOCO, 2003), Barbosa (2007) e Mendes (2007).

Dessa forma, as atividades, que têm seus desenvolvimentos apresentados nos LD destinados aos estudantes, serão analisadas com base em todas essas categorias e subcategorias de análise. Porém, as atividades propostas, que não têm suas resoluções expostas no livro do estudante, serão analisadas com base somente na segunda subcategoria (prova pragmática e intelectual) associada à categoria denominada de argumentação.

Por fim, no movimento para analisar as atividades dos LD, recorreremos a outros instrumentos de análise, a saber: as resenhas dos PNLD e o Manual do Professor; haja vista, que nos auxiliam na compreensão do objeto em estudo e ao mesmo tempo visam à fidedignidade e a validade das análises, conforme Lüdke & André (1986).

A “comunicação”, terceiro movimento da ATD, concerne à produção de metatextos (discurso que descreve, estrutura ou se refere à interpretação do texto) visando à comunicação de novas compreensões decorrentes da análise do fenômeno investigado. Ela tem como elementos básicos, a saber: descrever, interpretar e argumentar. A descrição corresponde a expressar de modo organizado os sentidos e significados construídos a partir das análises estruturadas a partir das categorias e subcategorias. A interpretação possui duas formas, que são: interpretação a partir de referenciais teóricos *a priori* (que exige do pesquisador a busca de correspondência entre seus resultados e os modelos teóricos assumidos) e interpretação a partir de teorias emergentes (que se baseia em explicitar inter-relações entre as categorias emergentes da análise). Por fim, a argumentação envolve a expressão de relações e inter-relações teóricas cada vez mais complexas entre os elementos resultantes da análise, de modo a produzir argumentos e novas compreensões com relação ao fenômeno que investiga.

Os elementos do movimento de “comunicação” estão organizados em nossa pesquisa da seguinte forma: descrição, que envolve a apresentação e organização em quadros dos resultados oriundos da categorização; interpretação, que abrange os entrecruzamentos dos resultados das análises realizadas; e argumentação, que abarca as considerações acerca da compreensão renovada da argumentação na abordagem do pensamento funcional em livros didáticos da EB.

3.2.4 Movimento Metodológico da Análise de Dados

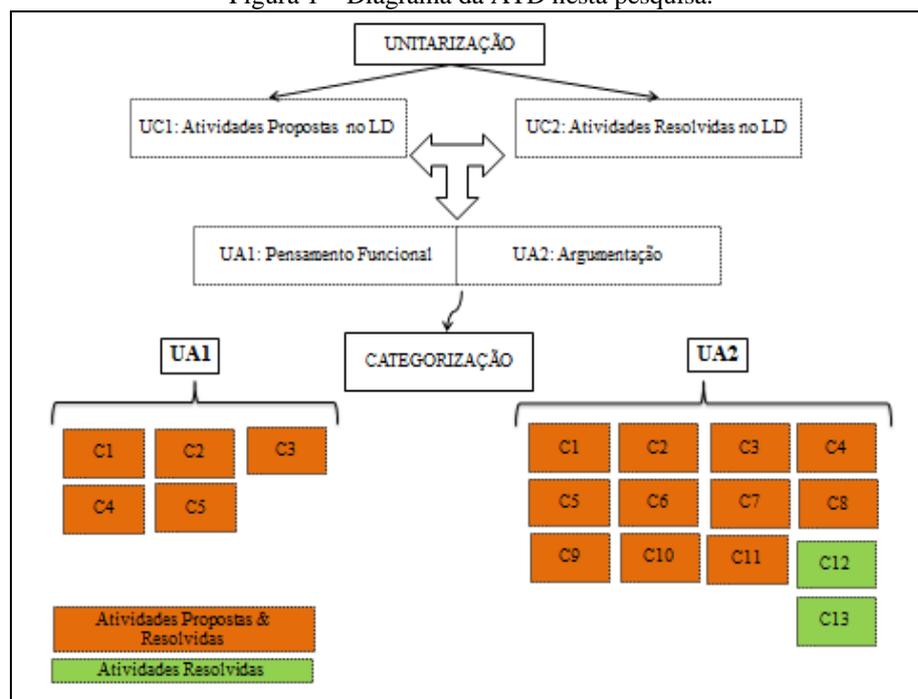
Em um primeiro movimento, as atividades propostas e atividades resolvidas de cada um dos quatro LD selecionados para esta pesquisa foram identificadas e quantificadas da seguinte forma: AP para Atividades Propostas e AR para Atividades Resolvidas.

Em segundo movimento, tanto as Atividades Propostas quanto as Atividades Resolvidas foram analisadas com base nas cinco categorias relacionadas ao pensamento funcional. Em seguida, as atividades que exigem a mobilização do pensamento funcional foram analisadas com base nas onze categorias relacionadas à argumentação. Na sequência descrevemos os resultados encontrados para cada um dos LD.

Em um terceiro movimento, focamos nas Atividades Resolvidas oriundas das análises realizadas no segundo movimento, de forma a contemplarem outras duas categorias relacionadas à argumentação. Na sequência descrevemos os resultados encontrados para cada um dos LD.

A seguir, apresentamos o diagrama que representa os três primeiros movimentos da ATD.

Figura 1 – Diagrama da ATD nesta pesquisa.



Fonte: Elaborado pela autora, com base em Moraes & Galiuzzi (2011).

Em um quarto movimento, a interpretação dos resultados obtidos será realizada sob a ótica dos referenciais teóricos adotados *a priori* em nossa pesquisa; bem como, inferências acerca dos resultados obtidos serão efetuadas.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo apresentamos os resultados relacionados a cada um dos quatro LD. Na primeira seção, apresentamos os resultados de acordo com as unidades de contexto e as categorias relacionadas ao pensamento funcional. Na segunda seção, apresentamos os resultados conforme as categorias de análise relacionadas à argumentação. Por fim, apresentamos algumas considerações finais.

4.1 Análise das Atividades dos Livros Didáticos acerca do Pensamento Funcional

Os resultados são trazidos na forma de Quadros e na seguinte ordem. Primeiro os quadros referentes aos resultados quantitativos, com relação às AP e AR. Segundo, os quadros referentes aos resultados quantitativos oriundos da análise acerca do Pensamento Funcional.

Cabe destacar, que além da codificação mencionada no capítulo anterior, utilizamos outros códigos, a saber: U (para indicar Unidade) + nº da Unidade + T para indicar Tópico + nº do tópico + A (para indicar Atividade) + nº da Atividade + letra do item da atividade em minúsculo (questões com mais de um item). Nos demais LD: Q (para indicar Capítulo) + nº do Capítulo + A (para indicar Atividade) + nº da Atividade + T para indicar Tópico + nº do Tópico. Estes códigos foram utilizados para designar cada Atividade.

A seguir, apresentamos a análise quantitativa acerca das AP e AR do LD1, como se pode notar no Quadro 8.

Quadro 8 – Atividades Propostas e Atividades Resolvidas no LD1.

UNIDADE	NÚMERO DE ATIVIDADES	
	AP	AR
1	46	11
2	60	1
3	47	8
4	80	6
5	29	2
6	112	7
7	59	4
8	87	7
9	96	4
SUBTOTAL	616	50
TOTAL	666	

Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme disposto no Quadro 8, o LD1 destinado aos estudantes do 5º ano do EF, o número de AP é muito superior ao número de AR. Além disso, há um maior número de AP e AR nas unidades 6 e 9, que são, respectivamente, Fração e Porcentagem; Grandezas e Medidas.

A seguir, apresentamos a análise quantitativa das AP e AR identificadas no Quadro anterior, desta vez acerca das categorias correlacionadas ao pensamento funcional, como se pode notar no Quadro 9 abaixo.

Quadro 9 – Atividades Propostas e Resolvidas que possuem características do Pensamento Funcional no LD1.

CATEGORIAS	AP	AR
C1	0	0
C2	0	0
C3	U1T1A1; U1T2A2; U1T7A1; U1T7A2; U2T1A3; U4T2A1a; U4T2A1b; U4T2A2a; U4T2A2b; U4T2A3a; U4T2A3b; U4T2A3c; U4T2A4a; U4T2A4b; U4T2A4c; U4T2A4d; U4T7A8; U7T7A3a; U7T7A3b; U7T7A3c	U4T2A2
TOTAL C3	11	1
C4	U1T1A1; U1T2A2; U1T7A1; U1T7A2; U2T1A3; U4T2A1b; U4T2A2a; U4T2A2b; U4T2A3a; U4T2A3b; U4T2A3c; U4T2A4b; U4T2A4c; U4T7A8; U7T7A3a; U7T7A3b; U7T7A3c	U4T2A2
TOTAL C4	11	11
C5	0	0
SUBTOTAL	11	1
TOTAL	12	

Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme consta no Quadro 9, no LD1 destinado aos estudantes do 5º do EF, nas AP e AR prevalecem as categorias que exigem a identificação de padrões (C3) e coordenação de padrões (C4) ao mesmo tempo; conforme as Figuras 2 e 3 abaixo, que enfocam o padrão ao abordar os múltiplos de números naturais.

Figura 2 – AP que envolve identificar e coordenar padrões no LD1

1 Copie o texto abaixo no caderno e complete-o. Depois responda às questões.

O trem de Carla apita de 8 em 8 minutos.
Ele apitará no ponto de partida (0) e também depois de 8 minutos, minutos, minutos, minutos, minutos, e assim por diante.

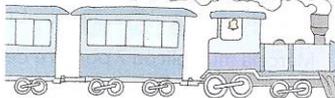
a) Como se chama essa sequência de números?
b) Como é indicada essa sequência?



Fonte: Dante (2014, p.86)

Figura 3 – AR que envolve identificar e coordenar padrões no LD1

O trem de Pedro apita de 10 em 10 minutos.
Considerando o zero (0) como ponto de partida, ele apitará depois de 10 minutos, 20 minutos, 30 minutos, 40 minutos, e assim por diante.



A sequência de números 0, 10, 20, 30, 40, ... é chamada de **sequência dos múltiplos de 10**, que indicaremos por $M(10)$: 0, 10, 20, 30, 40, 50, ...

Os três pontinhos (reticências) indicam que a sequência não tem fim, continua sempre.



Fonte: Dante (2014, p.86)

A seguir, apresentamos a análise quantitativa acerca das AP e AR do LD2, como se pode notar no Quadro 10.

Quadro 10 – Atividades Propostas e Atividades Resolvidas no LD2

CAPÍTULOS	NÚMERO DE ATIVIDADES	
	AP	AR
1	35	1
2	58	5
3	121	14
4	48	6
5	70	18
6	119	13
7	34	3
8	69	1
9	37	7
10	93	7
11	41	3
12	48	2
13	45	2
14	24	6
SUBTOTAL	842	88
TOTAL	930	

Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme consta no Quadro 10, no LD2 destinado aos estudantes do 6º ano do EF, o número de AP é muito superior ao número de AR. Além disso, os capítulos 3 e 6, que são respectivamente: “Operações com Números Naturais” e “Frações”, possuem maior número de AP e AR.

A seguir, apresentamos a análise quantitativa das AP e AR indentificadas no Quadro anterior, desta vez acerca das categorias correlacionadas ao pensamento funcional, como se pode notar no Quadro 11 abaixo.

Quadro 11 – Atividades Propostas e Resolvidas que possuem características do Pensamento Funcional no LD2.

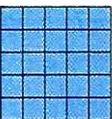
CATEGORIAS	AP	AD
C1	0	0
C2	0	0
C3	Q2T6A27c; Q2T6A28a; Q2T6A28b; Q2T6A28c; Q2T6A29a; Q2T6A29b; Q2T6A29c; Q2T6A29d; Q2T6A30a; Q2T6A30b; Q2T6A32a; Q2T6A32b; Q2T6A34a; Q2T6A34b; Q2T6A34c; Q2T6A34d; Q2T6A35a; Q2T6A35b Q2T9A41a; Q2T9A41b; Q2T9A49 Q4T1A4a; Q4T1A4b; Q4T1A7; Q4T3A25a; Q4 T3A25b; Q4 T3A25c; Q5 T2A18; Q7T1A4; Q8T8A64;	Q2T6A1; Q2T6A2; Q4T1A1; Q4T1A2; Q5T1A2; Q5T1A3;
TOTAL C3	15	6
C4	Q2T6A27c; Q2T6A28a; Q2T6A28b; Q2T6A28c; Q2T6A29a; Q2T6A29b; Q2T6A29c; Q2T6A29d; Q2T6A30a; Q2T6A30b; Q2T6A32a; Q2T6A32b; Q2T6A34a; Q2T6A34b; Q2T6A34c; Q2T6A34d; Q2T6A35a; Q2T6A35b; Q2T9A41a; Q2T9A41b; Q2T9A49; Q4T1A4a; Q4T1A4b; Q4T1A7; Q4 T3A25a; Q4 T3A25b; Q4 T3A25c; Q5 T2A18; Q7T1A4; Q8T8A64;	Q2T6A1; Q2T6A2; Q4T1A1; Q4T1A2; Q5T1A2; Q5T1A3;
TOTAL C4	15	6
C5	0	0
SUBTOTAL	15	6
TOTAL	21	

Fonte: Elaborado pela autora.

Como podemos notar no Quadro 11, no LD2 destinado aos estudantes do 6º ano do EF, atividades que exigem a identificação de padrões (C3) e coordenação de padrões (C4) ao mesmo tempo são as que mais aparecem, principalmente em AP. Cabe destacar, que esse fato foi identificado também no LD1. Seguem abaixo as Figuras 4 e 5, que ilustram os resultados mencionados; sendo, que ambas enfocam o padrão ao abordar potenciação.

Figura 4 – AP que envolve identificar e coordenar padrões no LD2

4 Observe a sequência de figuras.

I)  II)  III)  IV)  ...

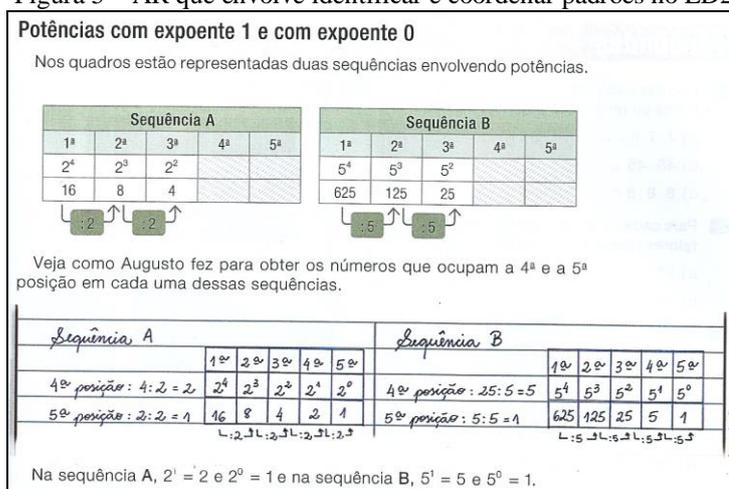
a) Represente o número de quadradinhos de cada figura por meio de uma potência. Em seguida, calcule-a.

b) Considerando que a sequência seja mantida, escreva na forma de potência o número de quadradinhos das próximas duas figuras.

Ilustrações:
Acervo da editora

Fonte: Souza & Pataro (2012, p.88)

Figura 5 – AR que envolve identificar e coordenar padrões no LD2



Fonte: Souza & Pataro (2012, p.87)

A seguir, apresentamos a análise quantitativa acerca das AP e AR do LD3, como se pode notar no Quadro 12.

Quadro 12 - Atividades propostas e Atividades Resolvidas no LD3

CAPÍTULOS	NÚMERO DE ATIVIDADES	
	AP	AR
1	74	8
2	102	11
3	45	7
4	22	1
5	115	20
6	73	6
7	61	6
8	37	9
9	70	4
10	53	2
SUBTOTAL	652	72
TOTAL	724	

Fonte: Elaborado pela autora.

Como se pode observar no Quadro 12, no LD3 destinado aos estudantes do 9º ano do EF, o número de AP é muito superior ao número de AR. Além disso, os capítulos 2 e 5, que são, respectivamente: Equações do 2º grau e Sistemas de Equações e; Funções possuem maior número de AP e AR.

A seguir, apresentamos a análise quantitativa das AP e AR indentificadas no Quadro anterior, desta vez acerca das categorias correlacionadas ao pensamento funcional, como se pode notar no Quadro 13 abaixo.

Quadro 13 - Atividades Propostas e Resolvidas que possuem características do Pensamento Funcional no LD3.

CATEGORIAS	AP	AR
C1	Q5T1A1c; Q5T1A1d; Q5T1A2a; Q5T1A2b; Q5T1A2c; Q5T1A3a; Q5T1A3b; Q5T1A3c; Q5T1A4a; Q5T1A4b; Q5T1A5a; Q5T1A5b; Q5T1A5c; Q5T1A5d; Q5T1A5e; Q5T1A6a; Q5T1A6b; Q5T1A6c; Q5T1A6d; Q5T1A7a; Q5T1A7b; Q5T1A7c; Q5T1A8; Q5T1A9a; Q5T1A9b; Q5T1A9c; Q5T1A10a; Q5T1A10b; Q5T1A10c; Q5T1A11; Q5T1A12; Q5T1A13; Q5T2A15; Q5T2A16; Q5T2A17; Q5T2A18; Q5T3A21a; Q5T3A21b; Q5T3A22a; Q5T3A22b; Q5T3A22c; Q5T3A23a; Q5T3A23b; Q5T3A24; Q5T3A25a; Q5T3A25b; Q5T3A25c; Q5T3A25d; Q5T3A26a; Q5T3A26b; Q5T3A26c; Q5T3A27a; Q5 T3A27b; Q5T3A27c; Q5T3A27d; Q5T3A28; Q5T3A29a; Q5T3A29b; Q5T3A30a; Q5 T3A30b; Q5 T3A30c; Q5T3A30d; Q5T3A31a; Q5T3A31b; Q5T3A31c; Q5T3A31d; Q5T3A31e; Q5T3A32a; Q5T3A32b; Q5T3A33a; Q5T3A33b; Q5T3A33c; Q5T3A35a; Q5T3A35b; Q5T3A35c; Q5T3A36a; Q5T3A36b; Q5T3A36c; Q5T3A37a; Q5T3A37b; Q5T3A37c; Q5T3A38a; Q5T3A38b; Q5T3A38c; Q5T3A38d; Q5T3A39; Q5T3A40a; Q5T3A40b; Q5T3A40c; Q5T3A40d; Q5T3A41a; Q5T3A41b; Q5T3A41c; Q5T3A42a; Q5T3A42b; Q5T3A42c; Q5T3A43; Q5T3A46a; Q5T3A46b; Q5T3A46c; Q5T3A46d; Q5T3A46e; Q5T3A46f; Q5 T3A47a; Q5T3A47b; Q5T3A47c; Q5T3A47d; Q5T3A47e; Q5T3A48; Q5T3A49; Q5T3A50; Q5T4A52a; Q5T4A52b; Q5T4A52c; Q5T4A54a; Q5T4A54b; Q5T4A54c; Q5T4A54d; Q5T4A54e; Q5T4A55a; Q5T4A55b; Q5T4A55c; Q5T4A56; Q5T4A57a; Q5T4A57b; Q5T4A57c; Q5T4A58a; Q5T4A58b; Q5T4A58c; Q5T4A59a; Q5T4A59b; Q5T4A59c; Q5T4A60a; Q5T4A60b; Q5T4A60c; Q5T4A61a; Q5T4A61b; Q5T4A61c; Q5T4A61d; Q5T4A62a; Q5T4A62b; Q5T4A62c; Q5T4A63a; Q5T4A63b; Q5T4A63c; Q5T4A63d; Q5T4A64a; Q5T4A64b; Q5T4A64c; Q5T4A64d; Q5T4A65a; Q5T4A65b; Q5T4A65c; Q5T4A66; Q5T4A67a; Q5T4A67b; Q5T4A67c; Q5T4A68a; Q5T4A68b; Q5T4A68c; Q5T4 A69; Q5T4A70a; Q5T4A70b; Q5T4A70c; Q5T4A70d; Q5T4A71; Q5T4A72a; Q5T4A72b; Q5T4A72c; Q5T4A73; Q5T4A74; Q5T4A75a; Q5T4A75b; Q5T4A75c; Q5T4A75d; Q5T4A82a; Q5T4A82b; Q5T4A82c; Q5T4A82d; Q5T7A84; Q5T7A85; Q5T7A86a; Q5A86bT7; Q5T7A87a; Q5T7A87b; Q5T7A87c; Q5T7A88a; Q5T7A88b; Q5T7A89a; Q5T7A89b; Q5T7A95a; Q5T7A95b; Q5T7A95c; Q5T7A96a; Q5T7A96b; Q5T7A96c; Q5T7A97a; Q5T7A97b; Q5T7A98a; Q5T7A98b; Q5T7A98c; Q5T7A98d; Q5T7A99a; Q5T7A99b; Q5T7A99c; Q5T7A99d; Q5T7A101a; Q5T7A101b; Q5T7A101c; Q5T7A101d; Q5T7A102a; Q5T7A102b; Q5T7A102c; Q5T7A103; Q5T7A104a; Q5T7A104b; Q5T7A105a; Q5T7A105b; Q5T7A106a; Q5T7A106b; Q5T7A107a; Q5T7A107b; Q5AT7108a; Q5T7A108b; Q5T7A108c; Q5T8A111; Q5T8A112; Q5T8A113; Q5T8 A114; Q5T8A115;	Q5T1A1; Q5T1A2; Q5T1A3; Q5T2A4; Q5T2A5; Q5T3A6; Q5T3A7; Q5T3A8; Q5T3A9; Q5T3A10; Q5T4A11; Q5T4A12; Q5T4A13; Q5T5A14;
TOTAL C1	92	14

C2	Q5T1A1a; Q5T1 A12; Q5T1A13; Q5T2A15; Q5T2A16; Q5T2A18; Q5T3A21a; Q5T3A21b; Q5T3A28; Q5T3A29; Q5T3A29a; Q5T3A29b; Q5T3A30a; Q5T3A30b; Q5T3A30c; Q5T3A30d; Q5T3A31e; Q5T3A32a; Q5T3A38a; Q5T3A38b; Q5T3A38c; Q5T3A38d; Q5T3A40c; Q5T3A41c; Q5T3A48; Q5T4A60a; Q5T4A60b; Q5T4A60c; Q5T4A75a; Q5T4A75b; Q5T4A75c; Q5T4A75d; Q5T4A82b; Q5T4A85; Q5T5A87a; Q5T5A89a; Q5T5A89b; Q5T593; Q5T5A89a; Q5T5A94b; Q5T7A105a; Q5T7A105b; Q5T7A108a; Q5T7A108b; Q5T7A108c; Q5T8A112;	Q5T1A1; Q5T1A3; Q5T2A4; Q5T2A5; Q5T4A7; Q5T5A8; Q5T5A9; Q5T4A12; Q5T4A13; Q5T5A14;
TOTAL C2	92	10
C3	Q1T1A8	0
TOTAL C3	1	0
C4	Q1T1A8	0
TOTAL C4	1	0
C5	Q5A8bT1	0
SUBTOTAL	92	14
TOTAL	106	

Fonte: Elaborado pela autora.

Como podemos notar no Quadro 13, no LD3 destinado aos estudantes do 9º ano do EF, atividades que exigem a identificação de duas quantidades que variam e a relação entre duas variáveis (C1); bem como, o registro de valores correspondentes dessas quantidades em forma de tabelas e gráficos cartesianos (C2), são mais enfocadas tanto nas AP quanto nas AR.

Para ilustrar os resultados acima seguem as Figuras 6 e 7, que abordam o conceito de função afim.

Figura 6 – AP que envolve a identificação e registro de grandezas que variam no LD3.

31 Para esvaziar um reservatório que está com 30000 L de água, será utilizada uma bomba com capacidade para retirar 2000 L de água por hora.



a) Escreva uma função que permita calcular a quantidade de água q no reservatório em função do tempo t de funcionamento da bomba.

b) Após 5h de funcionamento da bomba, quantos litros de água ainda restarão no reservatório?

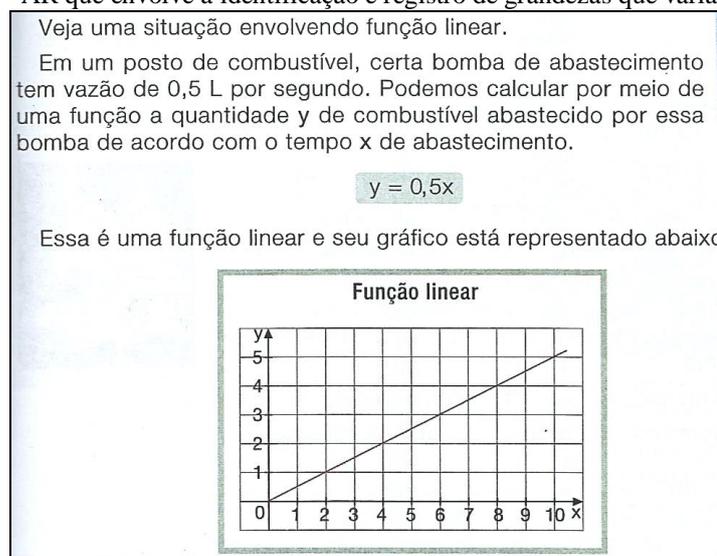
c) Depois de quantas horas de funcionamento da bomba o reservatório estará com 6000 L de água?

d) Quantas horas serão necessárias para que o reservatório seja esvaziado?

e) Construa o gráfico da função que você escreveu no item a.

Fonte: Souza e Pataro (2012, p.96)

Figura 7 – AR que envolve a identificação e registro de grandezas que variam no LD3.



Fonte: Souza e Pataro (2012, p.97)

A seguir, apresentamos a análise quantitativa acerca das AP e AR do LD4, como se pode notar no Quadro 14.

Quadro 14 – Atividades propostas e Atividades Resolvidas no LD4

CAPÍTULOS	NÚMERO DE ATIVIDADES	
	AP	AR
1	76	15
2	79	22
3	65	23
4	88	25
5	83	16
6	73	26
7	43	12
8	157	33
9	87	20
SUBTOTAL	751	192
TOTAL	943	

Fonte: Elaborado pela autora

Como se pode observar no Quadro 14, no LD4 destinado aos estudantes do 1º ano do EM, o número de AP é muito superior ao número de AR. Além disso, o capítulo 8, que corresponde à “Progressões” possui um maior número de AP e AR.

A seguir, apresentamos a análise quantitativa das AP e AR indentificadas no Quadro anterior, desta vez acerca das categorias correlacionadas ao Pensamento Funcional, como se pode notar no Quadro 15 abaixo.

Quadro 15 – Atividades Propostas e Resolvidas que possuem características do Pensamento Funcional no LD4.

CATEGORIAS	AP	AD
------------	----	----

<p>C1</p>	<p>Q2T1A1a; Q2T1A1b; Q2T1A1c; Q2T1A2a; Q2T1A2b; Q2T1A2c; Q2T1A2d; Q2T1A2e; Q2T1A2f; Q2T1A3a; Q2T1A3b; Q2T1A3c; Q2T1A3d; Q2T1A4a; Q2T1A4b; Q2T1A4c; Q2T1A4d; Q2T1A5a; Q2T1A5b; Q2T1A6a; Q2T1A6b; Q2T1A6c; Q2T1A6d; Q2T1A7a; Q2T1A7b; Q2T3A15; Q2T3A16a; Q2T3A16b; Q2T3A16c; Q2T3A16d; Q2T3A17; Q2T3A18a; Q2T3A18b; Q2T3A19; Q2T3A20; Q2T3A21a; Q2T3A21b; Q2T3A21c; Q2T3A21d; Q2T3A22; Q2T3A23a; Q2T3A23b; Q2T3A24a; Q2T3A24b; Q2T3A24c; Q2T3A24d; Q2T3A25a; Q2T3A25b; Q2T3A25c; Q2T3A25d; Q2T3A25e; Q2T3A25f; Q2T3A26a; Q2T3A26b; Q2T3A26c; Q2T3A26d; Q2T3A26e; Q2T3A27a; Q2T3A27b; Q2T4A29a; Q2T4A29b; Q2T4A29c; Q2T4A29d; Q2T4A29e; Q2T4A30; Q2T4A31b; Q2T4A31c; Q2T4A31d; Q2T4A31e; Q2T4A32a; Q2T4A32b; Q2T4A32c; Q2T4A32d; Q2T4A32e; Q2T4A32f; Q2T4A33a; Q2T4A33b; Q2T4A33c; Q2T4A33d; Q2T4A33e; Q2T4A33f; Q2T4A33g; Q2T4A34a; Q2T4A34b; Q2T4A34c; Q2T5A35a; Q2T5A35b; Q2T5A35c; Q2T6A37; Q2T6A38; Q2T6A39; Q2T6A40a; Q2T6A40b; Q2T6A40c; Q2T6A40d; Q2T6A40e; Q2T6A41a; Q2T6A41b; Q2T6A41c; Q2T6A41d; Q2T6A42a; Q2T6A42b; Q2T6A42c; Q2T6A43; Q2T6A44; Q2T6A45a; Q2T6A45b; Q2T6A45c; Q2T6A45d; Q2T6A46; Q2T6A47; Q2T6A48; Q2T6A49a; Q2T6A49b; Q2T6A49c; Q2T6A50; Q2T6A51; Q2T6A52; Q2T6A53; Q2T6A54; Q2T6A55; Q2T6A56; Q2T6A57; Q2T6A58; Q2T6A59; Q2T6A60; Q2T6A61a; Q2T6A61b; Q2T6A61c; Q2T6A62; Q2T6A63; Q2T6A64; Q2T6A65; Q2T6A66; Q2T6A67; Q2T6A68; Q2T6A69; Q2T6A70a; Q2T6A70b; Q2T6A71; Q2T6A72a; Q2T6A72b; Q2T6A72c; Q2T6A74a; Q2T6A74b; Q2T6A74c; Q2T6A74d; Q2T6A75; Q2T6A76; Q2T6A77a; Q2T6A77b; Q2T6A78; Q2T6A79; Q3T1A2a; Q3T1A2b; Q3T1A4a; Q3T1A4b; Q3T1A5a; Q3T1A5b; Q3T1A5c; Q3T1A6a; Q3T1A6b; Q3T1A6c; Q3T1A7; Q3T1A8a; Q3T1A8b; Q3T1A8c; Q3T1A9a; Q3T1A9b; Q3T1A9c; Q3T1A10a; Q3T1A10b; Q3T1A10c; Q3T1A11a; Q3T1A11b; Q3T1A12a; Q3T1A12b; Q3T1A12c; Q3T2A13; Q3T2A14; Q3T2A15a; Q3T2A15b; Q3T2A16a; Q3T2A16b; Q3T2A17; Q3T2A18; Q3T2A19a; Q3T2A19b; Q3T2A19c; Q3T2A19d; Q3T2A20; Q3T2A21a; Q3T2A21b; Q3T2A21c; Q3T3A22; Q3T3A23; Q3T3A24a; Q3T3A24b; Q3T3A24c; Q3T3A25a; Q3T3A25b; Q3T3A25c; Q3T3A26a; Q3T3A26b;; Q3T3A27a; Q3T3A27b; Q3T3A27c; Q3T3A27d; Q3T3A28a; Q3T3A28b; Q3T3A28c; Q3T3A28d; Q3T3A28e; Q3T4A29; Q3T4A30; Q3T4A31; Q3T4A32; Q3T4A33; Q3T4A34; Q3T4A35; Q3T5A36; Q3T5A37; Q3T5A38; Q3T5A39; Q3T5A40; Q3T5A41; Q3T6A52; Q3T6A53; Q3T6A54; Q3T6A55; Q3T6A56; Q3T6A57; Q3T6A58; Q3T6A59; Q3T6A60; Q3T6A61; Q3T6A62; Q3T6A63; Q3T6A64; Q3T6A65; Q4T1A1; Q4T1A2; Q4T1A3; Q4T1A4a; Q4T1A4b; Q4T1A4c; Q4T1A5; Q4T1A6a; Q4T1A6b; Q4T1A6c; Q4T1A7a; Q4T1A7b; Q4T1A7c; Q4T1A7d; Q4T1A8a; Q4T1A8b; Q4T1A9a; Q4T1A9b; Q4T1A9c; Q4T1A10; Q4T1A11; Q4T2A12; Q4T2A13; Q4T2A14; Q4T2A15; Q4T2A16; Q4T2A17; Q4T2A18; Q4T2A19; Q4T2A20; Q4T2A21; Q4T2A22; Q4T2A23; Q4T2A24; Q4T2A25; Q4T2A26; Q4T2A27; Q4T2A28; Q4T2A29; Q4T2A30; Q4T2A31; Q4T2A32; Q4T2A33; Q4T2A34; Q4T2A35; Q4T2A36; Q4T2A37; Q4T2A38; Q4T3A39; Q4T3A40; Q4T3A41; Q4T3A42; Q4T3A43; Q4T3A44; Q4T3A45; Q4T3A46; Q4T3A47; Q4T3A48; Q4T3A49; Q4T3A50; Q4T3A51; Q4T3A52; Q4T3A53; Q4T3A54; Q4T3A55; Q4T4A56; Q4T4A57 ; Q4T4A58 ; Q4T4A59 ; Q4T4A60; Q4T4A61; Q4T4A62; Q4T4A63; Q4T4A72; Q4T4A73 ; Q4T4A74 ; Q4T4A75 ; Q4T4A76; Q4T4A77; Q4T4A78; Q4T4A79; Q4T4A80; Q4T4A81; Q4T4A82; Q4T4A83; Q4T4A85; Q4T4A86; Q4T4A87; Q4T4A88; Q5T2A9a; Q5T2A9b; Q5T2A9c; Q5T2A9d; Q5T4A26; Q5T4A27; Q5T4A28; Q5T4A29; Q5T4A30; Q5T4A31; Q5T4A32; Q5T4A33; Q5T4A34; Q5T4A35; Q5T4A36; Q5T4A37; Q5T4A38; Q5T4A39; Q5T4A40; Q5T4A41; Q5T4A42; Q5T5A44; Q5T5A48; Q5T5A57; Q5T5A75; Q5T5A76; Q5T5A77; Q5T5A78; Q5T5A79; Q5T5A83; Q6T3A35; Q6T3A36; Q6T3A37; Q6T3A38; Q6T3A39; Q6T3A40; Q6T3A41; Q6T3A42; Q6T5A64a; Q6T5A65; Q6T5A71a; Q6T5A71b; Q7T3A10; Q7T3A11; Q7T3A12; Q7T3A13; Q7T3A14; Q7T3A15; Q7T3A16; Q7T3A17; Q7T4A37a; Q7T4A37b; Q7T4A37c; Q7T4A37d; Q7T4A38a; Q7T4A38b; Q7T4A38c; Q7T4A38d; Q7T4A39a;</p>	<p>Q2T1A1 Q2T1A2; Q2T1A3; Q2T2A5; Q2T3A6; Q2T3A7; Q2T3A8; Q2T3A9; Q2T3A10; Q2T3A11; Q2T3A12; Q2T4A13; Q2T4A14 Q2T5A15; Q2T5A16; Q2T5A17; Q2T6A18; Q2T6A19; Q2T6A20; Q2T6A21; Q2T6A22; Q2T6A23; Q2T6A24; Q2T6A25; Q2T6A26; Q2T6A27; Q2T6A28; Q2T6A29; Q3T1A1; Q3T1A4; Q3T1A5; Q3T2A6; Q3T2A7; Q3T2A8; Q3T2A9; Q3T3A10; Q3T3A11; Q3T4A12; Q3T4A13; Q3T5A14; Q3T5A15; Q4T1A1; Q4T1A2; Q4T2A3; Q4T2A4; Q4T2A5; Q4T2A6; Q4T2A7; Q4T2A8; Q4T2A9; Q4T2A10; Q4T2A11; Q4T2A12; Q4T2A13; Q4T2A14; Q4T2A15; Q4T2A16; Q4T2A17; Q4T3A18; Q4T3A19; Q4T3A20; Q4T3A21; Q4T3A22; Q4T3A23; Q4T4A24; Q4T4A25; Q4T4A26; Q4T4A27; Q4T4A28; Q5T1A1; Q5T2A2; Q5T2A3; Q5T4A4; Q5T4A5; Q6T3A1; Q6T3A2; Q7T2A4; Q7T2A5; Q7T2A6;</p>
------------------	---	---

	Q7T4A39b; Q7T4A39c; Q7T4A39d	
TOTAL C1	195	80
C2	Q2T3A15; Q2T3A16a; Q2T3A16b; Q2T3A16c; Q2T3A16d; Q2T3A17; Q2T3A18a; Q2T3A18b; Q2T3A20; Q2T4A29a; Q2T4A29b; Q2T4A29c; Q2T4A29d; Q2T4A29e; Q2T4A30; Q2T4A31b; Q2T4A31c; Q2T4A31d; Q2T4A31e; Q2T5A36a; Q2T5A36b; Q2T5A36c; Q2T6A37; Q2T6A55; Q2T6A58; Q2T6A65; Q2T6A67; Q2T6A68; Q2T6A74a; Q2T6A74b; Q2T6A74c; Q2T6A74d; Q3T2A19c; Q3T2A21b; Q3T3A24c; Q3T3A27d; Q4T2A12; Q4T2A13; Q4T2A14; Q4T2A15; Q4T2A16; Q4T2A17; Q4T2A18; Q4T2A19; Q4T2A20; Q4T2A21; Q4T2A22; Q4T2A23; Q4T2A24; Q4T2A25; Q4T2A26; Q4T2A27; Q4T2A28; Q4T2A29; Q4T2A30; Q4T2A31; Q4T2A32; Q4T2A33; Q4T2A34; Q4T2A35; Q4T2A36; Q4T2A37; Q4T2A38; Q5T5A78; Q6T3A38; Q6T3A39; Q6T3A40; Q7T3A10; Q7T3A11; Q7T3A12; Q7T3A13; Q7T3A14; Q7T3A15; Q7T3A16; Q7T3A17; Q7T4A37d; Q7T4A38c; Q7T4A39d	Q2T1A1 Q2T1A2 Q2T1A3; Q2T1A5; Q2T2A5; Q2T3A6; Q2T3A7; Q2T3A8; Q2T3A9; Q2T3A10; Q2T3A11 Q2T3A12; Q2T4A13; Q2T4A14 Q2T4A15; Q2T5A16; Q2T5A17; Q2T6A18; Q2T6A19; Q2T6A20; Q2T6A21; Q2T6A22; Q2T6A23; Q2T6A24; Q2T6A25; Q2T6A26; Q2T6A27; Q2T6A28; Q2T6A29; Q3T1A1; Q3T1A4; Q3T1A5; Q3T2A6; Q3T2A7; Q3T2A8; Q3T2A9; Q3T3A10; Q3T3A11; Q3T4A12; Q3T4A13; Q3T5A14; Q3T5A15; Q4T2A3; Q4T2A4; Q4T2A5; Q4T2A6; Q4T2A7; Q4T2A8; Q4T2A9; Q4T2A10; Q4T2A11; Q4T2A12; Q4T2A13; Q4T2A14; Q4T2A15; Q4T2A16; Q4T2A17; Q4T2A18; Q4T3A19; Q4T3A20; Q4T3A21; Q4T3A22; Q4T3A23; Q6T3A1; Q6T3A2; Q6T3A2; Q7T2A4; Q7T2A5; Q7T2A6;
TOTAL C2	62	69
C3	Q5T6A67; Q5T6A68; Q6T2A31; Q6T2A32; Q8T1A2; Q8T1A3; Q8T1A4; Q8T1A5; Q8T1A6; Q8T1A7; Q8T1A8; Q8T1A9; Q8T1A10; Q8T1A11; Q8T1A12; Q8T1A13; Q8T2A14; Q8T2A15; Q8T2A16; Q8T2A18; Q8T2A19; Q8T2A20; Q8T2A21; Q8T2A22; Q8T2A23; Q8T2A24; Q8T2A25; Q8T2A26; Q8T2A27; Q8T2A28a; Q8T2A28b; Q8T2A28c; Q8T2A29; Q8T2A30; Q8T2A31; Q8T2A32; Q8T2A33; Q8T2A34; Q8T2A35; Q8T2A36; Q8T2A37; Q8T2A38; Q8T2A39; Q8T2A40; Q8T2A41; Q8T2A42; Q8T2A43; Q8T2A44; Q8T2A45; Q8T2A46; Q8T2A47; Q8T2A48; Q8T2A49; Q8T2A50; Q8T2A51; Q8T2A52; Q8T2A53; Q8T2A54; Q8T2A55; Q8T 256; Q8T2A57; Q8T2A58; Q8T2A59; Q8T2A67a; Q8T2A67b; Q8T2A67c; Q8T2A74a; Q8T2A74b; Q8T2A74c; Q8T3A75; Q8T3A76; Q8T3A77; Q8T3A78; Q8T3A79; Q8T3A80; Q8T3A81; Q8T3A82; Q8T3A83; Q8T3A84; Q8T3A85; Q8T3A86; Q8T3A87; Q8T3A88; Q8T3A89; Q8T3A90; Q8T3A91; Q8T3A92; Q8T3A93; Q8T3A94; Q8T3A95; Q8T3A96; Q8T3A97; Q8T3A98; Q8T3A99; Q8T3A100; Q8T3A101; Q8T3A102; Q8T3A103; Q8T3A136; Q8T3A144; Q8T3A145; Q8T3A146; Q8T3A147; Q8T3A148; Q8T3A149; Q8T3A150; Q8T3A151; Q8T3A154; Q8T3A156;	Q8T1A1; Q8T1A2; Q8T2A3; Q8T2A4; Q8T2A5; Q8T2A6; Q8T2A7; Q8T2A8; Q8T2A9; Q8T2A10; Q8T2A11; Q8T2A12; Q8T2A13; Q8T3A16; Q8T3A17; Q8T3A18; Q8T3A19; Q8T3A20; Q8T3A21; Q8T3A22; Q8T3A23; Q8T3A24; Q8T3A25;
TOTAL C3	109	23

C4	Q5T6A67; Q5T6A68; Q6T2A31; Q6T2A32; Q8T1A2; Q8T1A3; Q8T1A4; Q8T1A5; Q8T1A6; Q8T1A7; Q8T1A8; Q8T1A9; Q8T1A10; Q8T1A11; Q8T1A12; Q8T1A13; Q8T2A14; Q8T2A15; Q8T2A16; Q8T2A18; Q8T2A19; Q8T2A20; Q8T2A21; Q8T2A22; Q8T2A23; Q8T2A24; Q8T2A25; Q8T2A26; Q8T2A27; Q8T2A28a; Q8T2A28b; Q8T2A28c; Q8T2A29; Q8T2A30; Q8T2A31; Q8T2A32; Q8T2A33; Q8T2A34; Q8T2A35; Q8T2A36; Q8T2A37; Q8T2A38; Q8T2A39; Q8T2A40; Q8T2A41; Q8T2A42; Q8T2A43; Q8T2A44; Q8T2A45; Q8T2A46; Q8T2A47; Q8T2A48; Q8T2A49; Q8T2A50; Q8T2A51; Q8T2A52; Q8T2A53; Q8T2A54; Q8T2A55; Q8T 256; Q8T2A57; Q8T2A58; Q8T2A59; Q8T2A67a; Q8T2A67b; Q8T2A67c; Q8T2A74a; Q8T2A74b; Q8T2A74c; Q8T3A75; Q8T3A76; Q8T3A77; Q8T3A78; Q8T3A79; Q8T3A80; Q8T3A81; Q8T3A82; Q8T3A83; Q8T3A84; Q8T3A85; Q8T3A86; Q8T3A87; Q8T3A88; Q8T3A89; Q8T3A90; Q8T3A91; Q8T3A92; Q8T3A93; Q8T3A94; Q8T3A95; Q8T3A96; Q8T3A97; Q8T3A98; Q8T3A99; Q8T3A100; Q8T3A101; Q8T3A102; Q8T3A103; Q8T3A136; Q8T3A144; Q8T3A145; Q8T3A146; Q8T3A147; Q8T3A148; Q8T3A149; Q8T3A150; Q8T3A151; Q8T3A154; Q8T3A156	Q8T1A1; Q8T1A2; Q8T2A3; Q8T2A4; Q8T2A5; Q8T2A6; Q8T2A7; Q8T2A8; Q8T2A9; Q8T2A10; Q8T2A11; Q8T2A12; Q8T2A13; Q8T3A16; Q8T3A17; Q8T3A18; Q8T3A19; Q8T3A20; Q8T3A21; Q8T3A22; Q8T3A23; Q8T3A24; Q8T3A25;
TOTAL C4	109	23
C5	Q8T1A8; Q8T1A10; Q8T1A13; Q8T2A28b; Q8T2A44; Q8T2A54; Q8T2A67b; Q8T2A74b; Q8T3A88; Q8T3A94	Q8T1A1; Q8T1A2; Q8T2A3; Q8T2A4; Q8T2A5; Q8T2A6; Q8T2A3; Q8T2A4; Q8T2A5; Q8T2A6; Q8T2A7; Q8T2A8; Q8T2A9; Q8T2A10; Q8T2A11; Q8T2A12; Q8T2A13; Q8T3A16; Q8T3A17; Q8T3A18; Q8T3A19; Q8T3A20; Q8T3A21; Q8T3A22; Q8T3A23; Q8T3A24; Q8T3A25
TOTAL C5	10	27
SUBTOTAL	304	103
TOTAL	407	

Fonte: Elaborado pela autora.

Como podemos notar no Quadro 15, no LD4 destinado aos estudantes do 1º ano do EM, as AP exigem em sua maioria a identificação de duas quantidades que variam e a relação entre duas variáveis (C1); bem como, a identificação de padrões (C3) e coordenação de padrões (C4). Já as AR exigem em sua maioria a identificação de duas quantidades que variam e a relação entre duas variáveis (C1); bem como a representação dessas quantidades em tabelas e gráficos cartesianos (C2).

Para ilustrar os resultados acima, seguem as Figuras 8, 9 e 10. A primeira atividade enfoca a relação entre as duas grandezas variáveis (valor pago e número de quilômetros

rodados) em uma situação envolvendo o conceito de função afim. A segunda enfoca a identificação e coordenação do padrão em sequências. Por fim, a terceira enfatiza a relação entre as duas grandezas variáveis (valor cobrado e quantidade de camisetas) em uma situação envolvendo o conceito de função afim, além da representação dessa relação em uma tabela.

Figura 8 – AP envolve a identificação de duas grandezas que variam no LD4.

3. Uma locadora de automóveis anuncia uma promoção de aluguel de veículos na qual o locatário deve pagar uma taxa fixa de R\$ 39,90 mais uma quantia proporcional à quantidade d de quilômetros rodados. Nessa promoção, para calcular a quantia Q a ser paga pelo aluguel de um veículo, utiliza-se a fórmula $Q=39,90+0,46d$.

a) Na fórmula $Q=39,90+0,46d$, qual é a variável dependente? E a independente?

b) Nessa locadora, qual o preço por quilômetro rodado?

c) Quanto pagará uma pessoa que alugar um veículo e percorrer 230 km?

d) Se um cliente pagou R\$ 223,90 pelo aluguel de um veículo, quantos quilômetros ele percorreu com esse veículo?

Fonte: Souza (2013, p.50)

Figura 9 – AP envolve a identificação e coordenação de padrões no LD4.

2. Determine os próximos 4 termos das sequências.

a) (1, 7, 13, 19, ...)

b) (-20; -17,5; -15; -12,5; ...)

c) (1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 2, ...)

d) $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{11}, \dots\right)$

Fonte: Souza (2013, p.220)

Figura 10 – AR envolve a identificação representação de duas grandezas que variam no LD4.

Uma estamperia cobra uma taxa fixa, referente ao trabalho de desenvolvimento da estampa padrão, mais um valor por peça de roupa estampada. Para estampar camisetas de certa encomenda, o orçamento calculado estabelecia uma taxa fixa de R\$ 60,00 mais R\$ 4,50 por camiseta.

Observe:

Quantidade de camisetas	1	2	10	20	50	...	x
Valor cobrado (R\$)	64,50 <small>60+4,50</small>	69 <small>60+4,50·2</small>	105 <small>60+4,50·10</small>	150 <small>60+4,50·20</small>	285 <small>60+4,50·50</small>	...	60 + 4,50·x

A relação entre a quantidade de camisetas e o valor cobrado é descrita por uma função, cuja fórmula é dada por:

$$v = 60 + 4,50x$$

Diagrama de identificação da fórmula:

- valor cobrado → v
- taxa fixa → 60
- valor cobrado por camiseta → 4,50
- quantidade de camisetas → x

Nesse caso, o valor cobrado está em função da quantidade de camisetas. Assim, dizemos que o "valor cobrado" (v) é a variável dependente e a "quantidade de camisetas" (x), a variável independente da função.

Fonte: Souza (2013, p.49)

Quadro 16 - Quadro comparativo referente aos resultados da análise dos LD

	AP	AR
LD1	C3; C4	C3; C4

LD2	C3; C4	C3; C4
LD3	C1; C2	C1; C2
LD4	C1; C3; C4	C1; C2

Fonte: Elaborado pela autora.

De forma geral, identificamos atividades que mobilizam as características do pensamento funcional em todos os LD, tanto em AP quanto em AR, principalmente em AP, já que os LD são destinados aos estudantes. Essas atividades constam em menor número no LD1 e LD2 quando comparado com o LD3 e LD4, isto é, as AP do LD1 correspondem a 1,78% e as AR a 2% do total de atividades. E as AP do LD2 correspondem a 1,78% e AR a 6,82% do total das atividades; as AP do LD3 correspondem a 14,11 % e as AR a 19,44 % do total de atividades. Por fim, as AP do LD4 correspondem a 40,48% e AR a 53, 65 % do total de atividades. Cabe destacar, que no LD3 e LD4 há um número maior de atividades envolvendo pensamento funcional, o que já era esperado, pois estes LD possuem capítulos específicos do conceito de função.

Ao analisar as atividades, constatamos que o LD1 e LD2 privilegiam a identificação de padrões e sua coordenação. Já no LD3, a identificação de duas quantidades que variam e a relação entre duas variáveis; bem como, o registro de valores correspondentes dessas quantidades em forma de tabelas e gráficos cartesianos, são enfocados nas atividades de modo geral. Além disso, as AP do LD4, em sua maioria, enfocam a identificação de duas quantidades que variam e a relação entre duas variáveis, bem como, a identificação de padrões e coordenação de padrões. Por fim, as AR desse LD exigem, em sua maioria, a identificação de duas quantidades que variam e a relação entre duas variáveis; bem como a representação dessas quantidades em tabelas e gráficos cartesianos. Constatamos ainda, que AP e AR que abrangem a identificação e coordenação de padrões estão presentes em todos os LD analisados.

Diante disso, essas atividades foram novamente analisadas, mas desta vez com base nas categorias relacionadas à argumentação; como veremos na seção seguinte.

4.2 Análise das Atividades dos Livros Didáticos acerca da Argumentação

Nesta seção, trazemos os resultados oriundos das análises dos LD com base nas onze categorias de análise referentes à argumentação. As atividades analisadas foram às atividades da seção anterior, que exigem a mobilização do pensamento funcional e que mais

evidenciaram-se. Os resultados oriundos das análises dos LD, nessa perspectiva, são trazidos na forma de Quadros e na seguinte ordem: primeiro os Quadros referentes aos resultados quantitativos, com relação às categorias; após foi realizada uma análise qualitativa com principais resultados evidenciados. Cabe destacar, que foram mantidas as codificações definidas na seção anterior.

A seguir, apresentamos a análise quantitativa das categorias de análise acerca da argumentação no LD1, como se pode notar no Quadro 17.

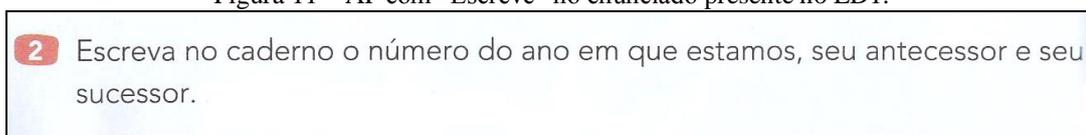
Quadro 17: Atividades Propostas e Resolvidas acerca da argumentação no LD1.

CATEGORIAS	AP	AR
C1	0	0
C2	0	0
C3	0	0
C4	0	0
C5	0	0
C6	0	0
C7	0	0
C8	0	0
C9	0	0
C10	0	0
C11	UIT1A2	0
C12		0
C13		0
SUBTOTAL	1	0
TOTAL		1

Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme consta no Quadro acima, apenas uma atividade possui no enunciado alguma expressão que sugira a argumentação, conforme Figura 11, abaixo.

Figura 11 – AP com “Escreva” no enunciado presente no LD1.



Fonte: Dante (2014, p.86)

A AP acima envolve a identificação e coordenação de padrão na sequência dos números naturais e possui no enunciado a expressão “Escreva” que corresponde a C11 referente à argumentação. Percebemos que, embora conste no enunciado esta expressão, essa atividade não tem caráter argumentativo. O “Escrever” é utilizado como sinônimo de “Determinar”. Deste modo, não foi identificado no LD1 nenhuma Atividade que enfoque a argumentação na abordagem do pensamento funcional.

A seguir, apresentamos a análise quantitativa em torno das categorias de análise acerca da argumentação no LD2, como se pode notar no Quadro 18.

Quadro 18: Atividades Propostas e Resolvidas acerca da argumentação no LD2.

CATEGORIAS	AP	AR
C1	0	0
C2	Q2T6A28; Q2T6A32	0
C3	0	0
C4	0	0
C5	0	0
C6	0	0
C7	0	0
C8	0	0
C9	0	0
C10	0	0
C11	Q2T6A27; Q2T6A29; Q4T1A4; Q4T1A7; Q4 T3A25	0
C12		0
C13		0
SUBTOTAL	7	0
TOTAL		7

Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme consta no Quadro acima, sete AP possuem no seu enunciado alguma expressão que sugira a argumentação. No entanto, evidenciamos a mesma situação do LD anteriormente citado com relação a C11 referente à expressão “Escrever”. Deste modo, apenas as duas AP que se enquadram na C2, que abrange a expressão “Justifique” no enunciado, de fato visam à argumentação conforme Figura 12 e 13 abaixo.

Figura 12 – AP com “Justifique” no enunciado presente no LD2.

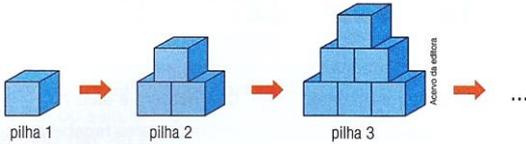
28 Responda às questões.

- Qual o menor número natural?
- Quais os números naturais de dois algarismos menores que 14?
- Qual o maior número natural composto de quatro algarismos?
- Existe o maior número na sequência dos números naturais? Justifique.

Fonte: Souza & Pataro (2012, p.41)

Figura 13 – AP com “Justifique” no enunciado presente no LD2.

32 Observe a sequência formada por pilhas de cubos.



Se for mantida a regularidade:

- quantos cubos serão necessários para construir a pilha 4?
- será possível construir a pilha 5 com no máximo 15 cubos? Justifique.

Fonte: Souza & Pataro (2012, p.42)

As AP acima, que enfocam a identificação e coordenação de padrões em sequências, localizam-se no capítulo 2 do LD2, de forma mais específica no tópico “Números Naturais”.

Essas atividades visam à argumentação. No entanto, não foi identificada no LD2, AR com características do pensamento funcional que enfoque a argumentação.

A seguir, apresentamos a análise quantitativa das categorias de análise acerca da argumentação no LD3, como se pode notar no Quadro 19.

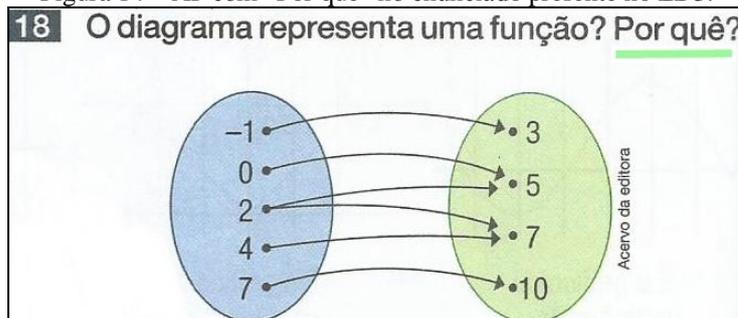
Quadro 19: Atividades Propostas e Resolvidas acerca da argumentação no LD3.

CATEGORIAS	AP	AR
C1	Q5T2A18; Q5T3A26;	0
C2	Q5T3A25; Q5T3A32; Q5T3A36a; Q5T3A36; Q5T3A37; Q5T3A49; Q5T4A59	0
C3	0	0
C4	Q5T5A94	0
C5	0	0
C6	0	0
C7	0	0
C8	0	0
C9	0	0
C10	0	0
C11	Q5T1A1; Q5T1A2; Q5T1A3; Q5T1A4; Q5T1A5; Q5T1A6; Q5T1A7; Q1T1A8; Q5T2A17; Q5T3A21; Q5T3A22; Q5T3A23; Q5T3A27; Q5T3A31; Q5T3A35; Q5T3A39; Q5T3A40; Q5T3A41; Q5T3A43; Q5T3A50; Q5T4A58; Q5T4A65; Q5T4A82; Q5T7A86; Q5T7A87; Q5T7A95; Q5T7A96	0
SUBTOTAL	37	0
TOTAL	37	

Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme consta no Quadro acima, trinta e sete AP possuem no seu enunciado alguma expressão que sugira a argumentação. No entanto, evidenciamos o mesmo caso dos LD anteriormente citados com relação a C11 referente à expressão “Escrever”. Deste modo, apenas as AP que se enquadram na C1, C2 e C4 que abrange as respectivas expressões: “Por quê”, “Justifique” e “Verdadeiro ou falso” no enunciado de fato visam à argumentação; totalizando 9 AP presentes no LD3. Para ilustrar os resultados principais trazemos as Figuras 14; 15 e 16 abaixo.

Figura 14 – AP com “Por quê” no enunciado presente no LD3.



Fonte: Souza & Pataro (2012, p.92)

Figura 15 – AP com “Justifique” no enunciado presente no LD3.

25 Renato trabalha como garçom em um restaurante nos fins de semana. Por dia de trabalho ele recebe R\$ 50,00 e mais 6% da quantia total gasta pelos clientes que atende.



a) Escreva uma função f por meio da qual seja possível calcular quanto Renato recebeu em um dia de trabalho em que os clientes que atendeu gastaram x reais.

b) A função que você escreveu no item a é afim? Justifique.

c) Calcule quantos reais Renato receberá em um dia de trabalho se os clientes que ele atender gastarem ao todo:

- R\$ 300,00
- R\$ 200,00
- R\$ 520,00

d) Se em certo dia Renato recebeu R\$ 86,00, quantos reais ao todo gastaram os clientes que ele atendeu?

Fonte: Souza & Pataro (2012, p.94)

Figura 16 – AP com “Verdadeiro ou falso” no enunciado presente no LD3.

94 Julgue em verdadeira (V) ou falsa (F) cada sentença abaixo.

a) Em toda função afim crescente o coeficiente a é maior que zero.

b) Existe uma função afim decrescente cujo coeficiente a é maior que zero.

c) Toda função afim cujo coeficiente b é maior que zero é crescente.

d) A reta que representa o gráfico de uma função afim crescente pode ser paralela à reta que representa o gráfico de uma função afim decrescente.

Fonte: Souza & Pataro (2012, p.119)

As AP enfocam a relação entre as variáveis do conceito de função. No entanto, não foi identificada no LD3, AR com características do pensamento funcional que enfoque à argumentação.

A seguir, apresentamos a análise quantitativa acerca das categorias de análise acerca da argumentação no LD4, como se pode notar no Quadro 20.

Quadro 20: Atividades Propostas e Resolvidas acerca da argumentação no LD4.

CATEGORIAS	AP	AR
C1	Q4T1A4; Q5T2A9;	0
C2	Q2T3A18; Q2T5A35; Q3T5A37; Q4T1A6; Q4T2A22; Q4T2A23; Q4T4A77; Q7T3A16; Q8T1A4; Q8T2A59; Q8T2A67; Q8T3A89; Q2T6A40; Q2T6A74; Q4T3A55	0
C3	0	0
C4	0	0
C5	0	0
C6	0	0
C7	0	0

C8	0	Q3T3A11; Q4T2A6
C9	Q2T3A23	
C10		
C11	Q2T1A3; Q2T3A23; Q2T6A39; Q2T6A45; Q2T6A72; Q2T6A77; Q3T1A4; Q3T1A5; Q3T1A6; Q3T1A7; Q3T1A8; Q3T1A9; Q3T1A10; Q3T1A11; Q3T2A16; Q3T2A19; Q3T2A20; Q3T3A24; Q3T3A25; Q3T3A27; Q3T3A28; Q3T4A32; Q3T4A33; Q3T4A34; Q3T5A38; Q3T5A39; Q3T5A41; Q4T3A55; Q4T4A56; Q4T4A57; Q4T4A59; Q3T6A62; Q3T6A63; Q3T6A64; Q4T2A24; Q4T4A72; Q5T4A34; Q7T3A11; Q7T3A15; Q7T3A16; Q8T1A5; Q8T1A7; Q8T2A15; Q8T2A54; Q8T2A55; Q8T3A77; Q8T3A82	Q2T6A21; Q3T1A5; Q4T1A2; Q4T2A7; Q8T2A3; Q8T3A19;
C12		
C13		Q3T3A11; Q4T2A6
SUBTOTAL	65	8
TOTAL		73

Conforme consta no Quadro acima, sessenta e cinco AP possuem no seu enunciado alguma expressão que sugira a argumentação. Evidenciamos o mesmo fato dos LD anteriormente citados com relação a C11 referente à expressão “Escrever”. Desse modo, tanto as AP quanto as AR que possuem essa expressão não enfocam a argumentação. Assim, apenas as AP que se enquadra na C1, C2 e C9, que abrange as respectivas expressões: “Por quê”, “Justifique”, e “explicar”, no enunciado, de fato visam à argumentação; totalizando dezoito AP presentes no LD4. Para ilustrar esses resultados principais trazemos as Figuras 17; 18; 19 abaixo.

Figura 17 – AP com “Por quê” no enunciado presente no LD4.

4. Podemos obter a soma s dos n primeiros números naturais positivos por meio de uma função quadrática. Observe.

▪ $s(1) = 1 = \frac{1^2 + 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

▪ $s(2) = 1 + 2 = \frac{2^2 + 2}{2} = \frac{6}{2} = 3$

▪ $s(3) = 1 + 2 + 3 = \frac{3^2 + 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$

▪ $s(4) = 1 + 2 + 3 + 4 = \frac{4^2 + 4}{2} = \frac{20}{2} = 10$

▪ $s(n) = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n^2 + n}{2}$

a) Qual é a soma dos 30 primeiros números naturais positivos? E dos 50 primeiros?

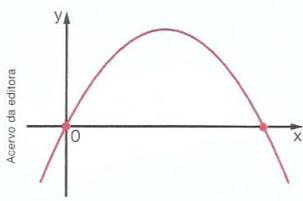
b) É possível que a soma dos n primeiros números naturais positivos seja um número não natural? Por quê?

c) Qual é o domínio da função s ?

Fonte: Souza (2013, p.116)

Figura 18 – AP com “Justifique” no enunciado presente no LD4.

22. Analisando o gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, responda:



a) A soma e o produto dos zeros dessa função são positivos, negativos ou nulos? Justifique.

b) O valor de Δ dessa função é positivo, negativo ou nulo? Justifique.

Fonte: Souza (2013, p.127)

Figura 19 – AP com “Explicar” no enunciado presente no LD4.

23. No mundo, de acordo com a OMS (Organização Mundial de Saúde) morrem por hora cerca de 700 pessoas vítimas de doenças relacionadas ao tabagismo.

a) Escreva uma função que expresse o número p de pessoas mortas por doenças relacionadas ao tabagismo em função do tempo t , em horas.

b) A partir da função que você escreveu no item a, calcule e explique o que representa $p(24)$.

Fonte: Souza (2013, p.56)

As AP acima são de capítulos referentes ao conceito de função e visam à argumentação. Cabe destacar, que diferentemente dos LD anteriormente, foi possível identificar duas AP que enfocam características do pensamento funcional e argumentação, estas foram analisadas com base nas categorias: (C12) Prova Pragmática e/ou (C13) Prova Intelectual. Deste modo classificamos ambas como (C13) conforme as Figura 20 e 21 abaixo.

Figura 20 – AR com “Mostre” no enunciado presente no LD4.

R6. **Mostre que**, se f e g são funções afins cujos gráficos são retas paralelas, então a função h , tal que $h(x)=f(x)-g(x)$, não é crescente nem decrescente.

Resolução
 Se os gráficos de f e g são retas paralelas, então possuem coeficientes angulares iguais, ou seja, $f(x)=ax+b_1$ e $g(x)=ax+b_2$, com b_1 e b_2 reais.
 Segue que:

$$h(x)=f(x)-g(x)=ax+b_1-(ax+b_2)\Rightarrow h(x)=b_1-b_2$$

Portanto, h é uma função constante, logo não é crescente nem decrescente.

Em uma função constante, para quaisquer valores de x pertencentes ao domínio os valores correspondentes de y são os mesmos, ou seja, não aumentam (crescem) nem diminuem (decrecem).

Fonte: Souza (2013, p.96)

Figura 21 – AR com “Mostre” no enunciado presente no LD4.

R6. **Mostre que**, de modo geral, se x_1 e x_2 são zeros da função f , dada por $f(x)=ax^2+bx+c$, então $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ e $x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$.

Resolução
 Se x_1 e x_2 são zeros da função, então:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Segue que:

$$x_1+x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right) \left(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right) = \frac{b^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

Portanto, $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ e $x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$.

As relações $S = -\frac{b}{a}$ e $P = \frac{c}{a}$ são chamadas de soma e produto das raízes da equação do 2º grau $ax^2+bx+c=0$ e podem ser utilizadas para determinar os zeros da função quadrática. Veja na atividade resolvida a seguir a determinação dos zeros da função utilizando soma e produto.

Fonte: Souza (2013, p.56)

Quadro 21 - Quadro comparativo referente aos resultados da análise dos LD

	AP	AR
LD1	0	0
LD2	C2	0
LD3	C1;C2; C4	0
LD4	C1;C2; C9	C8; C13

Fonte: Elaborado pela autora.

As AR acima são de capítulos referentes ao conceito de função afim e quadrática respectivamente. E as argumentações tem caráter de prova intelectual, ou seja, abrange uma prova com dedução e a presença de sequências de raciocínio lógico.

De forma geral, foi possível constatar que raras atividades presentes nos LD analisados mobilizam a argumentação em atividades envolvendo pensamento funcional. No LD1 não identificamos nenhuma atividade; no LD2 foi possível identificar duas AP enfocando a argumentação, o que corresponde a 0,12% do total de AP e 13,33% do total das AP com características do pensamento funcional do mesmo; no LD3 esse número aumenta, pois foram identificadas nove AP, o que corresponde a 1,38% do total de AP e 9,78% do total

das AP com características do pensamento funcional desse LD, porém não constam AR envolvendo argumentação.

O LD com maior número de atividades é o LD4: dezoito AP e duas AR enfocando argumentação, o que corresponde a: 2,39 % do total de AP e 5,92% do total das AP com características do Pensamento Funcional; 0,97% do total AR e 1,94 % do total das AR com características do Pensamento Funcional deste LD.

Além disso, a C2 que diz respeito à justificação é a que prevalece, quando comparada com as demais categorias. Conforme exposto acima, poucas atividades que exigem o pensamento funcional abrangem enunciados que remetem à argumentação. Talvez, isso possa estar relacionado à escolha das categorias *a priori*. Haja vista, que não foi possível compreender globalmente a argumentação no LD1 que é destinado aos AI do EF, pois, nenhuma atividade se enquadrou nessas categorias de análise. No entanto, no decorrer da análise desses LD identificamos que os enunciados dessas atividades enfocam questões mais abertas e exigindo do estudante a oralidade em AP.

4.3 Considerações Finais

Para compreender a problemática: se e como argumentação é considerada em atividades que exigem a mobilização do Pensamento Funcional em LD de Matemática da EB aprovados pelos PNLD vigentes. Definimos o seguinte objetivo geral: analisar a argumentação em atividades que exigem o pensamento funcional, presentes nos LD de Matemática, aprovados pelos PNLD vigentes, adotados pelas escolas da rede pública de EB do município de Itaquí e destinados aos estudantes do 5º, 6º e 9º ano do EF e 1º ano do EM. E, de forma específica: 1) Identificar e analisar as atividades que exigem o pensamento funcional 2) Identificar e analisar as atividades que exigem a argumentação. 3) Analisar como a argumentação é enfocada nessas atividades, em termos de prova pragmática e/ou prova intelectual.

Deste modo, buscamos subsídios teóricos apropriados para abordar o Pensamento Funcional e a Argumentação; além de subsídios metodológicos nos movimentos da ATD. Diante disso, foram consideradas duas unidades de contexto: AP e AR, além de unidades de análise: Pensamento Funcional e Argumentação. Nesse movimento, foram elencadas categorias *a priori* que constituíram a base para a análise dos LD.

Assim, obtemos os resultados principais, a saber: grande número de AP em todos os LD analisados; haja vista, que os LD são destinados aos estudantes. Com relação às categorias envolvendo Pensamento Funcional, as C3 e C4, que são respectivamente identificação de padrão e coordenação de padrão estão presentes em todos os LD analisados. No que tange às categorias de análise referentes à argumentação, destacou-se a categoria C2, que corresponde à expressão “Justifique” no enunciado, em questões do LD2, LD3 e LD4. Além disso, no LD4, ou melhor, nas AR que enfocam argumentação ao abordar pensamento funcional, prevalecem a prova intelectual, que abrange uma argumentação relacionando propriedades e relações entre os conceitos matemáticos que são mobilizados para resolução da questão.

A partir dos resultados obtidos, podemos inferir que apesar de os Guias de Livros Didáticos terem como critérios de avaliação dos LD, dentre outros: propiciar o desenvolvimento da competência argumentação, são poucas atividades que exigem a argumentação nas atividades identificadas e analisadas. No LD1, que se refere ao 5º ano do EF, não identificamos nenhuma atividade que enfoque a argumentação, com base nas categorias *a priori* definidas para esta pesquisa. Esse fato é preocupante, pois entendemos, com base nos referenciais teóricos adotados nesta pesquisa, que processos de justificação (argumentação) são importantes para o desenvolvimento do pensamento algébrico e de forma

específica para o desenvolvimento do pensamento funcional. Cabe destacar, que conforme evidenciado nos mapeamentos realizados acerca da argumentação, verificamos que processos de justificação estão normalmente relacionados ao campo da Geometria.

Portanto, diante das constatações supramencionadas, pretendemos dar continuidade aos nossos estudos acerca da argumentação na abordagem do pensamento funcional, da seguinte forma: aprofundar as discussões o que foi evidenciado no LD1 referente ao 5º ano dos AI do EF com relação aos enunciados das atividades que remetem; bem como, compreender o porquê de raras atividades exigindo do estudante a argumentação nos LD destinados a AF do EF e EM, já que a competência argumentativa é um dos critérios de avaliação dos Guias de LD.

REFERÊNCIAS

AGUILAR JUNIOR, C. A. **Postura de docentes quanto aos tipos de argumentação e prova matemática apresentados por alunos do ensino fundamental**. 2012. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro.

BARBOSA, E.S.S. **Argumentação e prova no ensino médio**: análise de uma coleção didática de matemática, 2007. 143f. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Católica de São Paulo (PUC/SP), São Paulo.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Ensino Médio. Brasília: MEC / SEF, 1999.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros curriculares nacionais - PCN+** - Ensino Médio. Brasília: SEMT, 2002.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. **Orientações curriculares nacionais para o ensino médio**. Brasília: SEB, 2006.

_____. **Guia de livros didáticos: PNLD 2014: matemática**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2013.

_____. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa**: Organização do Trabalho Pedagógico / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014 a.

_____. **Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio**: Formação de professores do ensino médio, Etapa II - Caderno V: Matemática / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2014 b.

_____. **Guia de livros didáticos: PNLD 2015: matemática: ensino médio**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014 c.

_____ **Guia de livros didáticos: PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática: ensino fundamental anos iniciais.** Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2015.

CASTRO, K. O. de. **Ideias e conceitos básicos de função no 7º ano do ensino fundamental:** possibilidades e desafios. Dissertação (Mestrado). Universidade Severino da Sombra, Rio de Janeiro, 2012.

CRUZ, F. P. **Argumentação e prova no ensino fundamental:** análise de uma coleção didática de matemática. 2008. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Católica de São Paulo (PUC/SP), São Paulo.

DUVAL, R. Questionando a Argumentação. In: **Boletim Informativo Internacional sobre o Ensino e a Aprendizagem da Prova Matemática.** França: IUFM de Lille, 1999. Tradução de Neiva Brum.

FERREIRA FILHO, J. L. **Um estudo sobre argumentação e prova envolvendo o teorema de Pitágoras.** 2007. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Católica de São Paulo (PUC/SP), São Paulo.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** São Paulo: Autores Associados, 2006.

LUDKE, M; ANDRÉ, M.E.D.A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MENDES, L.J. **Uma análise da abordagem sobre argumentações e provas numa coleção do ensino médio,** 2007. 92f. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Católica de São Paulo (PUC/SP), São Paulo.

MORAES, R. GALIAZZI, M,C. **Análise Textual Discursiva.** Ijuí: UNIJUÍ, 2011.

NASSER, L; TINOCO, L. **Argumentação e provas no ensino de Matemática.** Rio de Janeiro: UFRJ/ Projeto Fundão, 2003.

PIETROPAOLO, R. C. Demonstrações e provas e educação matemática: uma análise de pesquisas existentes. In: MARANHÃO, C. (Org.). **Educação matemática nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio:** pesquisas e perspectivas. São Paulo: Musa Editora, 2009, p.237-250.

PIETROPAOLO, R.C. **(Re) significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de matemática.** 2005. Tese (doutorado). Pontifícia Católica de São Paulo (PUC/SP), São Paulo.

SOUZA, M. E. C. de O. de. **A questão da argumentação e prova na matemática escolar: o caso da medida da soma dos ângulos internos de um quadrilátero qualquer.** 2009. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Católica de São Paulo (PUC/SP), São Paulo.

RIBEIRO, A.J; CURY, H.N. **Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função.** Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

SANTOS, V.G. dos. **Esboço de Gráficos nos Ambientes Papel e Lápis e Geogebra: funções afins e funções Quadráticas.** Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Alagoas, Alagoas. 2012

TINOCO, L. **Construindo o conceito de função.** Rio de Janeiro: Projeto Fundação, UFRJ, 2009.

WALLE, J. A. Pensamento Algébrico: generalização, padrão e funções. In: WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental.** Artmed, 2009. p.287-321.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Quadro referente ao Mapeamento de pesquisas brasileiras sobre a argumentação.

Universidade/Ano	Autor/Orientador	Campo/Conceito Matemático	Nível de Abrangência				Referencial Teórico-Metodológico
			Ensino Fundamental		Ensino Médio	Ensino Superior	
			Anos Iniciais	Anos Finais			
1. PUC-SP 2006	Claudio Dall'Anese / Janete Bolite Frant	Taxa de variação de funções de variável real				X	Perelman (2000) Bolite, Frant & Castro (2002)
2. PUC-SP 2006	Ednaldo José Leandro/ Siobhan Victoria Healy	Fatorial		X	X		Arsac (1987) Barbin (1988) Bkouche (1989) Hanna (2001) Coe & Ruthven (1994) Balacheff (1987, 1988) Healy & Hoyles (2000)
3. PUC-SP 2006	Moacir Benvindo de Carvalho/ Ana Paula Jahn	Números pares e ímpares		X	X		Balacheff (1988) Healy & Hoyles (2000)
4. PUC-SP 2007	Antônio Carlos Eduardo/ Janete Bolite Frant	Progressão aritmética			X		Bordenave(2002) Bolite Frant & Castro (2002) Maher (1998)
5. PUC-SP 2007	Fernando Tavares da Silva/ Vincenzo Bongiovan ni	Logaritmos			X		Balacheff (1982, 1987)
6. PUC-SP 2007	José Leôncio Ferreira Filho/ Vincenzo Bongiovan ni	Teorema de Pitágoras			X		Robert (1998) Duval (2002) Balacheff (1988)

7. PUC-SP 2007	Marcelo Eduardo Pereira/ Ana Paula Jahn	Números racionais		X	X		Balacheff (1988) Healy & Hoyles (2000) Villiers (2001)
8. PUC-SP 2007	Mirtes Fátima Pasini/ Siobhan Victoria Healy	Teorema de Pitágoras, retas paralelas e propriedades dos triângulos.		X			Balacheff (1988) Villiers (2001)
9. PUC-SP 2007	Paulo Rogério Salomão/ Celina Aparecida Almeida Pereira Abar	Progressão aritmética			X		Balacheff et al. (2001)
10. PUC-SP 2007	Valdenir Francisco Duarte/ Ana Paula Jahn	Paralelogramo		X	X		Parzys (2001)
11. PUC-SP 2007	Wellington Zarur Viana Vieira/ Ana Paula Jahn	Paralelismo e perpendicularismo			X		Balacheff (1987) Villiers (2001) Healy & Hoyles (2000)
12. PUC-SP 2007	Edna Santos de Souza Barbosa/ Sonia Pitta Coelho	Conjuntos numéricos, funções, Progressões aritméticas, paralelismo e perpendicularismo			X		Balacheff (1987, 1991 a, 1991 b, 1999, <i>apud</i> GRAVINA, 2001) IREM (2006)
13. PUC-SP 2007	Jonas Borsetti Silva Santos/ Sonia Pitta Coelho	Números pares e ímpares		X	X		Balacheff (1987) Healy & Hoyles (2000) Proposta do IREM s/d
14. PUC-SP 2007	Lourival Junior Mendes/ Janete Bolite Frant	Conjuntos numéricos, funções, progressões aritméticas, paralelismo e perpendicularismo			X		Balacheff (1988) Villiers (2001) Proposta do IREM (2003)

15. PUC-SP 2007	Júlio Cesar Porfirio de Almeida/ Janete Bolite Frant	Soma dos ângulos internos de um triângulo		X	X		Balacheff (1987)
16. PUC-SP 2007	Amadeu Tunini Doro/ Sonia Pitta Coelho	Geometria		X	X		Balacheff (1988) Healy & Hoyles (1988)
17. PUC-SP 2007	Sueli Maffei Jamelli/ Ana Paula Jahn	Múltiplos e divisores, teorema fundamental da aritmética; congruência de triângulos e suas aplicações nas propriedades de triângulos e quadriláteros; retas paralelas cortadas por uma transversal; teorema da soma das medidas dos ângulos internos; relações métricas no triângulo retângulo.		X			Balacheff (1988)
18. PUC-SP 2008	Alexandre Solis/ Celina Aparecida Almeida Pereira Abar	Progressões aritméticas			X		Balacheff et al (2001) Pietropaolo (2005) Nasser & Tinoco (2001) Fonseca & Fernandes (2003)
19. PUC-SP 2008	Flavio Pereira da Cruz/ Celina Aparecida Almeida Pereira Abar	Teorema fundamental da aritmética e teorema de Pitágoras		X			Balacheff et. al. (2001)
20. PUC-SP	Marcílio	Múltiplos e		X			Balacheff

2008	Farias da Silva/ Ruy Cesar Pietropaolo	divisores					(1988) Villiers (2001)
21. PUC-SP 2009	Márcia Cristina dos Santos Amorim/ Celina Aparecida Almeida Pereira Abar	Quadriláteros e suas propriedades			X		Balacheff (1988)
22. PUC-SP 2009	Maria Estela Conceição de Oliveira de Souza/ Saddo Ag Almouloud	Medida da soma dos ângulos internos de um quadrilátero		X	X		Balacheff (1988) Healy & Hoyles (1998)
23. PUC-SP 2011	José Messildo Viana Nunes/ Saddo Ag Almouloud	Área e perímetro de figuras planas		X			Toulmin (1996) Pedemonte (2002) Cabassut (2005) Perelman & Olbrechts-Tyteca (2005)
24. UFRGS 2012	Fabio Luiz Fontes Martins/ Maria Alice Gravina	Transformações geométricas de translação, reflexão, rotação e ampliação			X		Van Hiele (<i>apud</i> GRAVINA, 2001)
25. UFMG 2012	Bruna Karla Silva Reginaldo/ Jussara De Loiola Araújo	Comprimento da circunferência; polígonos regulares; sequência de quadrados e potenciação.		X			Boavida (2005)
26. UFRJ 2012	Carlos Augusto Aguiar Junior/ Lilian Nasser	Aritmética de números naturais, Sequências numéricas e identificação de padrões geométrico e numérico e Geometria plana		X	X	X	Sowder & Harel (1998) Balacheff (1988)
27. UFRJ 2012	Rachel Bloise Martins/ Mônica C. F. Mandarin	Ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal,.		X			Balacheff (1988, 1999)

Fonte: Elaborada pela autora.

APÊNDICE B – Quadro referente ao Mapeamento de pesquisas brasileiras sobre os significados do conceito de função

Universidade	Autor/ Orientador	Conceito Matemático	Referencial Teórico e/ou Metodológico
1. Universidade Severino Sombra	Karina de Oliveira Castro/ Chang Kuo Rodrigues	Ideias de dependência, regularidade, correspondência, generalização e variável.	Rodrigues (2007); Eves (2008); Guimarães (2010) Tinoco (2009); Souza e Diniz (2008); Moretti (2000); Santos (2004); Trindade e Moretti (2000); Castro & Rodrigues (2011)
2. Universidade Anhangueira De São Paulo	Aislan Totti Bernardo/ Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes	Função Afim: Articulação da representação Algébrica e Gráfica (Parâmetros e Curva)	Duval (2008, 2009)
3. Faculdade de Tecnologia Senai Cimatec	Marcelo Albano Moret Simões Gonçalves/ Renelson Ribeiro Sampaio	Limite de funções	-----
4. Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Belissa Severo Dos Santos Schonardie/ Marilaine De Fraga Sant Ana	Função Afim: Ideias de dependência	Stewart (2001) e Lima et al (2006)
5. Universidade Bandeirante De São Paulo	Sirlene Neves De Andrade/ Marlene Alves Dias.	Função Exponencial Álgebra e Análise Matemática	Douady (1984, 1992); Dubinsky (1991); Dias (1998) e Robert (1997, 1998)
6. Universidade Estadual Paulista	Regina Efigenia De Jesus Silva Rodrigues/ Nelson Antonio Pirola	Função Afim e Quadrática: Múltiplas representações – Algébrica e Gráfica	Ponte (1992); Carvalho (1996); Silva (2003); Brasil (1998; 1999; 2002; 2008); Ávila (1993); Menna Barreto (2011); Leão & Bisognin (2010) e Pais (2008)
7. Universidade Estadual da Paraíba	Maria Jose Neves De Amorim Moura/ Abigail Fregni Lins	Função – O conceito de função aplicado a situações do cotidiano	Mendes (1994); Boyer (1996); Pelho (2003); Zuffy (2001); Eves(2002); Brasil (2006; 2008); Vygostky (2007; 2008)
8. Pontifícia Universidade de Católica – SP	Fábio Rodrigues de Siqueira/ Celina Aparecida Almeida Pereira Abar	Função Quadrática – Zeros da função – Representações desse conceito	Dubinsky (1991); Eves (2004); Iezzi (2004); Brasil (1998, 2002, 2006) e São Paulo (2008)
9. Pontifícia Universidade de Católica – SP	Adriana Tiago Castro dos Santos/ Barbara Lutaif Bianchini	Função Logarítmica – Representações	Brasil (1998; 2002, 2005; 2006); Ávila (2007); Eves (2008); Maor(2008); Duval (2009) e Dreyfus (1991)

10. Universidade Estadual de Londrina	Jader Otavio Dalto/ Verônica Bender Haydu	Função Afim – Grandezas e regularidades numéricas – representações do conceito.	Martinez & Schielmann (2008); Fiorentini, Fenandes & Cristovão (2005); Linz & Gimenez(1997);; Drouhard & Teppo (2004); Brasil (1997; 2002); Ponte (1992);
11. Fundação Universidade Federal De Mato Grosso Do Sul	Dejahyr Lopes Junior/ Jose Luiz Magalhaes De Freitas	Função de um modo geral - articulações entre este objeto matemático e outras áreas de conhecimento.	Chevallard e Bourdieu
12. Universidade de Anhanguer a de São Paulo	Alessandra Azzolini da Silva/ Marlene Alves Dias	Função quadrática	Brasil (2008); Dias (1998); Chevallard (1992; 1994); Douady (1984,1992); Robert (1997, 1998);
13. Pontifícia Universidade de Católica – SP	Cristina Maria Bruck/ Sonia Barbosa Camargo Iglioni	Função Exponencial	Moreira (1999); São Paulo (2011)
14. Universidade de Anhanguer a De São Paulo - São Paulo	José Benedito Pinto/ Maria Helena Palma de Oliveira	Taxa de variação média	Dall'anese (2000), Villareal (1999);
15. Pontifícia Universidade de Católica – SP	Ricardo Antônio de Souza/ Benedito Antônio da Silva	Função polinomial do 1º grau	São Paulo (2008); Beltrão (2010); Braga (2004); Rossini (2006);
16. Universidade do Extremo Sul Catarinense	Daiana Matias Duarte/ Ademir Damázio	Função Afim	Caraça (1984); Boyer (1974); Eves (2004) e Galperin (1987).
17. Universidade Federal do Rio De Janeiro	Vilmar Gomes Da Fonseca/ Angela Rocha dos Santos	Função Afim	Tall & Vinner(1981); Brasil (2002); Iezzi (2004); Dante (2007); e Eves (2004); Boyer, 1992; Baron (1985); Youschkevitch (1981); Duval (2003 e 2007).
18. Pontifícia Universidade de Católica – SP	Valdiren Rosa de Souza/ Antonio Carlos Brolezzi	Função Afim e Quadrática	Caraça (2005); Silva (2008); Pelho (2003); Edwards (1979); Youschkevitch (1976, 1981); Eves (2004); Mendes (1994); Boyer (1996); Ponte (1992); Correia (1999); Monna (1972))-
19. SENAI CIMATEC	Ieda Pinheiro da Silva Oliveira/ Alfredo Eurico Rodrigues da Matta	Função Quadrática	Vigotski (1896-1934); Bueno & Viali (2009); Moyses (1997); Caraça (1951) e Lopes, Viana & Lopes (2005).

20. Universidade Federal de São Carlos – Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia	Pedro José di Piero/ Paulo Antônio Silvani Caetano	Função Afim; Quadrática; Exponencial; Logarítmica e trigonométrica.	Zuffi (2004); São Paulo (2008) e Rodrigues (2007);
21. Centro Universitário Univates	Clóvis José Dazzi/ Maria Madalena Dullius	Funções polinomiais	Borba & Penteado (2005); Borba (2010) e Nunes <i>et al</i> (2009)
22. Universidade de Severino Sombra, Vassouras	Wendel De Oliveira Silva/ Julio Cesar Da Silva	Função Afim; Quadrática; Exponencial e Logarítmica.	Vergnaud (1990); Moreira (2003); Braga (2006); Brasil (1999; 2002; 2006); Dante (2008); Silva (2008); Santos (2002) e Gravina (1991).
23. Pontifícia Universidade de Católica – SP	Luiz Goncalves Filho/ Antonio Carlos Brolezzi	Função Afim	Eves (2004); Braga (2006); São Paulo (1992); São Paulo (2008); Brasil (1998, 1999, 2002, 2008)
24. Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Rita de Cássia Viegas dos Santos/ Maria Alice Gravina	Funções polinomiais	Vygotsky (1991); Nabais (2010); Usinski (2001); Candeias (2010); Demana & Leitzel (2001) Brasil (1998)
25. Universidade de Severino Sombra	Jonas da Conceição Ricardo/ Julio Cesar da Silva	Função Quadrática	Brasil (1998, 1999, 2002, 2006); Castro (2008); Lima <i>et al</i> (1998); Duval (2003);
26. Fundação Vale Do Taquari De Educação e Desenvolvimento Social - Fuvates	Alexandre Wegner/ Maria Madalena Dullius	Função Afim e Quadrática	Pinto (2009); Brasil (2000)
27. Universidade Federal do Ceará	Raimundo Nonato Araujo da Silva/ Francisco Gevane Muniz Cunha	Função de um modo geral	-----
28. Universidade Estadual de Londrina	Nilton Cesar Garcia Salgueiro/ Angela Marta Pereira Das Dores Savioli	Representações do conceito de função	Duval (2005); Lins e Gimenez(1997), Kieran (1992) Usiskin(1995); (Erro Cury (1997); Brasil (1997, 2000, 2008); Paraná (2009); Paraná(2010); Caraça (2003)
29. Universidade Federal do Ceará	Francisco Ademir Lopes de Sousa/ Francisco Gevane Muniz Cunha	Função Quadrática	Borba (1999); Silveira & Marques (2008); Iezzi et al. (2010); Souza (2010)

30. Universidade Federal do Ceará – Fortaleza	Mario Wedney De Lima Moreira/ Jose Rogerio Santana	Função Trigonométrica	Lima (2001) e Boyer (1974)
31. Universidade Federal de Alagoas	Vivia Dayana Gomes Dos Santos/ Amauri da Silva Barros	Função Afim e Quadrática	Braga(2006); Campiteli & Campiteli (2006); Duval (2009); Santos (2011); Filho & Silva (2000) e Iezzi & Murakami (1977)
32. Universidade Federal Do Rio Grande Do Sul	Rodrigo Sychocki da Silva/ Marcus Vinicius de Azevedo Basso	Funções exponenciais e funções logarítmicas	Brasil (1999); Brasil (2002); Vergnaud (1982, 1996, 1998) e Duval (1996, 2009); Ávila (2005); Anton (2007); Goldstein & Lay (2007); e Lima & Carvalho (2000)
33. Centro Federal de Educação Tecn. Celso Suckow da Fonseca	Elaina Alves Saraiva/ Samuel Jurkiewicz	Funções polinomiais do primeiro e segundo grau	-----
34. Universidade de Luterana do Brasil	Joel de Almeida Nunes/ Mauricio Rosa	Funções trigonométricas	Filtatro (2008); Iezzi (2004); Brasil (2003); Costa (1997) e Somani (2006)
35. Centro Federal de Educação Tecn. Celso Suckow da Fonseca	Bianca da Rocha e Silva Coloneze/ Samuel Jurkiewicz	Funções Trigonométricas	-----
36. Universidade Federal do Rio Grande Do Sul	Larissa Weyh Monzon/ Maria Alice Gravina	Funções de Variável Complexa	Brasil (2002); Oliveira (2010) e Duval (2008)
37. Pontifícia Universidade de Católica – SP	Marcia Regina Ramos Costa/ Armando Traldi Junior	Funções Trigonométricas	São Paulo (2008, a, b, c, d); Brasil (2006) e Vygostsky (1993)
38. Fundação Universidade Federal de Sergipe	Laerte Silva da Fonseca/ Divanizia do Nascimento Souza	Funções Trigonométricas	Sampaio & Calçada (2008) Ausubel (1980); Brasil (2000)
39. Universidade de Anhanguer a de São Paulo	Ronaldo Barros Orfao/ Nielce Meneguelo Lobo da Costa	Funções Trigonométricas	-----

40. Universidade de Tecnológica Federal do Paraná	Rudolph Dos Santos Gomes Pereira/ Guatacara dos Santos Junior	Função de um modo geral	-----
41. Universidade do Grande Rio - Prof Jose De Souza Herdy	Carlos Antonio de Souza/ Eline das Flores Victor	Funções Trigonométricas	Kenedy (1992); Eves (2008) e Boyer (2010)
42. Universidade de Severino Sombra	Viviane da Silva Stellet/ Ilydio Pereira de As	Função afim, quadrática, exponencial e logarítmica	Tinoco (1998) e Brasil (2000, 2006)
43. Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Leonor Wierzynski Pedroso/ Elisabete Zardo Burigo	Funções Exponenciais e Logarítmicas	Brasil (2000) e Vergnaud (2009)

Fonte: Elaborada pela autora.

APÊNDICE C – Entrevista Estruturada

	<p>UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA - CAMPUS DE ITAQUI CURSO DE MATEMÁTICA – LICENCIATURA COMPONENTE CURRICULAR: TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO II</p> <p><i>Projeto: A ARGUMENTAÇÃO NA ABORDAGEM DO PENSAMENTO FUNCIONAL: UMA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA</i></p> <p>Acadêmica: Jéssica Goulart da Silva (jessicagoulartdasilva@gmail.com) Orientadora do projeto: Prof.^a M.^a Deise Pedroso Maggio (deisemaggio@unipampa.edu.br)</p>	
---	---	---

ROTEIRO DE ENTREVISTA

<p>Nome da Escola:</p> <hr/> <hr/>
<p>1. Nome do (a) entrevistado (a):</p> <hr/>
<p>2. Cargo:</p> <p>() Professor (a) Contratado (a) () Professor (a) Concursado (a) () Diretor (a) () Coordenador (a) Pedagógico (a)</p> <p>Outro(s):</p> <hr/> <hr/>
<p>3. Contato:</p> <p>E-mail:</p> <hr/> <hr/>
<p>Telefone:</p> <hr/> <hr/>
<p>4. A sua escola adere ao Programa Nacional do Livro Didático - PNLD? () Sim () Não</p> <p>Caso a resposta seja “Sim”.</p> <p>5. Qual (is) o (s) livro(s) didático(s) de Matemática, aprovados no Guia do PNLD vigente, aderido (s) pela sua escola para:</p> <p>Os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (4º e 5º ano) - PNLD/ 2016:</p> <hr/> <hr/> <hr/>

Os Anos Finais do Ensino Fundamental (6º a 9º ano) - PNLD/2014:

O 1º ano do Ensino Médio - PNLD/2015:

Fonte: Elaborado pela autora.