

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

PAOLA AQUINO DOS SANTOS

**MAPEAMENTO DE PESQUISAS BRASILEIRAS QUANTO AS TENDÊNCIAS
TEÓRICO-METODOLÓGICAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA
PLANA**

**ITAQUI - RS
2017**

PAOLA AQUINO DOS SANTOS

**MAPEAMENTO DE PESQUISAS BRASILEIRAS QUANTO AS TENDÊNCIAS
TEÓRICO-METODOLÓGICAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA
PLANA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Orientadora:
Prof^a. Dra. Maria Arlita da Silveira Soares

**ITAQUI - RS
2017**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais).

S237m Santos, Paola Aquino dos

MAPEAMENTO DE PESQUISAS BRASILEIRAS QUANTO AS TENDÊNCIAS TEÓRICO-METODOLÓGICAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA / Paola Aquino dos Santos.

60 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) -- Universidade Federal do Pampa, MATEMÁTICA, 2017.

"Orientação: Maria Arlita da Silveira Soares".

1. Educação Matemática. 2. Geometria Plana. 3. Perímetro. 4. Área.
I. Título.

PAOLA AQUINO DOS SANTOS

**MAPEAMENTO DE PESQUISAS BRASILEIRAS QUANTO AS TENDÊNCIAS
TEÓRICO-METODOLÓGICAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA
PLANA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Matemática -
Licenciatura da Universidade Federal do
Pampa, como requisito parcial para
obtenção do Título de Licenciado em
Matemática.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 11 de Dezembro de
2017.

Banca examinadora:



Prof^a. Dra. Maria Arlita da Silveira Soares
UNIPAMPA – Campus Caçapava do Sul-RS
Orientador(a)



Prof. Dr. Gabriel dos Santos Kehler
UNIPAMPA – Campus Itaqui-RS



Prof. Me. Leugim Corteze Romio
UNIPAMPA – Campus Itaqui-RS

AGRADECIMENTO

À Deus

Aos meus pais, pelos incentivos, pela força, confiança e pelas palavras de carinho. Ao Anderson, a pessoa que comigo compreendendo minha ausência esteve comigo com muita paciência e amor, para a conclusão desta etapa.

A minha orientadora, Prof. Dra. Maria Arlita da Silveira Soares muito obrigada pelas valiosas orientações e por transmitir seus conhecimentos, auxiliando durante a elaboração deste trabalho.

Agradeço aos professores do curso de Matemática - Licenciatura pelas contribuições em minha formação acadêmica.

Aos meus colegas de curso, como também aos amigos pelo companheirismo, sejam os que estiveram presentes, ou mesmo os que distante torceram por meu sucesso.

Enfim, agradeço a todos que direta, ou indiretamente, com o desenvolvimento desta pesquisa.

RESUMO

Esta pesquisa apresentou como objetivo, de modo geral, analisar os aspectos teórico-metodológicos necessários ao ensino de geometria que favoreça o desenvolvimento do raciocínio geométrico. De modo específico, busca-se verificar se e como as pesquisas mapeadas abordam os conceitos de perímetro e área; bem como identificar a presença ou não de problemáticas relacionadas ao uso de tecnologias. Para tanto, a revisão teórica está apoiada na análise do processo histórico do ensino de geometria no Brasil e nas propostas curriculares. A pesquisa adota os pressupostos de uma pesquisa qualitativa e insere-se nas investigações do tipo mapeamento. As fontes de produção de dados são artigos publicados em periódicos da área da Educação Matemática, cujos dados para acesso estão no site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática e que possuem *Qualis*, variando entre A1 e B3, no período de 2000-2016. Desta maneira, com base na análise dos resumos de 83 trabalhos constatou-se que o número de publicações sobre geometria, em particular, geometria plana vem crescendo no decorrer dos últimos três anos. Por meio da leitura dos resumos dos 83 trabalhos, constatou-se que nos trabalhos apresentaram quanto aos focos, na Educação Básica (31 trabalhos) e na Formação de Professores (29 trabalhos), a maioria desenvolveu sequências de ensino (38 trabalhos de 60) e os demais realizaram entrevistas e/ou aplicaram questionários (12 trabalhos de 60). Ao analisar os trabalhos que tratam de área e perímetro (onze trabalhos), constatou-se que nove foram desenvolvidos com estudantes da Educação Básica. Ao analisar as perspectivas teóricas dos onze trabalhos que tratam de área e/ou perímetro percebe-se que a maioria recorreu as pesquisas sobre o ensino de conceitos geométricos, principalmente, nos resultados das pesquisas realizadas por Douady e Pierre na França e de Baltar. Também, foram identificadas as teorias de aprendizagem matemática, a saber: Campos Conceituais (T7 e T33), Antropológica do Didático, trabalhos publicados na Em Teia. A teoria de Van Hiele foi identificada em apenas um trabalho (T6). Cabe destacar que esperava-se que esta teoria estaria presente em uma maior número de trabalhos em função das suas contribuições para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Quanto ao uso de tecnologias constatou-se que dos 11 trabalhos apenas dois trabalhos, ou seja, 18,18% utilizaram do recurso do software para desenvolver os conceitos de área e perímetro.

Palavras-Chave: Educação Matemática; Geometria Plana; Perímetro; Área.

ABSTRACT

This research aimed to analyze, in general, the theoretical and methodological aspects necessary to the teaching of geometry that favors the development of geometric reasoning. Specifically, it seeks to verify if and how the mapped research approaches the concepts of perimeter and area; as well as to identify the presence or not of problems related to the use of technologies. For this, the theoretical revision is supported by the analysis of the historical process of the teaching of geometry in Brazil and in the curricular proposals. The research adopts the presuppositions of a qualitative research and is inserted in the investigations of the type mapping. The sources of data production are articles published in journals in the area of Mathematics Education, whose data for access are on the website of the Brazilian Society of Mathematical Education and have Qualis, varying between A1 and B3, in the period 2000-2016. In this way, based on the analysis of the abstracts of 83 papers, it has been verified that the number of publications on geometry, in particular, flat geometry has been growing during the last three years. By means of the reading of the abstracts of the 83 papers, it was found that in the works presented in the works, in the Basic Education (31 works) and in the Teacher Training (29 works), most developed teaching sequences (38 works of 60) and the others conducted interviews and / or applied questionnaires (12 works out of 60). When analyzing the works that deal with area and perimeter (eleven works), it was verified that nine were developed with students of Basic Education. When analyzing the theoretical perspectives of the eleven works that deal with area and / or perimeter, it is noticed that the majority resorted to research on the teaching of geometric concepts, mainly in the results of the researches carried out by Douady and Pierre in France and Baltar. Also, the theories of mathematical learning were identified, namely: Conceptual Fields (T7 and T33), Anthropological Didactics, works published in Em Teia. Van Hiele's theory was identified in only one paper (T6). It should be noted that it was expected that this theory would be present in a greater number of works due to their contributions to the development of geometric thinking. As for the use of technologies, it was verified that of the 11 works only two works, that is, 18.18% used the software feature to develop the concepts of area and perimeter.

Keywords: Mathematics Education; Flat Geometry; Perimeter; Area.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Níveis de Van Hiele	18
Quadro 2: Objetivos de Matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental quanto a geometria	20
Quadro 3: Relação quantitativa das pesquisas com o descritor: geometria plana no corpo do texto	27
Quadro 4: Organização da distribuição dos trabalhos por ano	29
Quadro 5: Organização da distribuição dos trabalhos quanto aos focos	30
Quadro 6: Objetivos dos trabalhos que abordam os conceitos de área e perímetro	32
Quadro 7: Formulário de fichamento	53

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Situações apresentadas no T6	38
Figura 2: Materiais utilizados para o desenvolvimento da T7	40
Figura 3: Atividade 1 do T11.....	41
Figura 4: Atividade 2 do T11	42
Figura 5: Atividade 3 do T11	43
Figura 6: Tangram construído no Geogebra	44
Figura 7: Atividade sobre comparação de áreas	47
Figura 8: Plano de ensino elaborado pela autora do T27	50

SUMÁRIO

1 PROBLEMATIZAÇÃO	11
2 ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL: O QUE DIZEM AS PROPOSTAS CURRICULARES.....	14
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	25
4 ANÁLISE DOS DADOS	28
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	52
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA	55
APÊNDICES	58

1. PROBLEMATIZAÇÃO

A geometria é utilizada em diferentes atividades, seja pelo visual (formas) pelo uso no lazer, na profissão ou na comunicação oral. Muitas pessoas utilizam a geometria em suas atividades ao falarem, por exemplo, da posição de ruas (paralelismo e perpendicularismo), ao analisarem imagens (congruência, semelhança e simetria), ao verificarem se as ampliações de objetos foram realizadas corretamente (proporcionalidade), ao medirem (comprimento, área, volume), (LORENZATO, 1995). Além dessas atividades, outras áreas do conhecimento utilizam de conceitos geométricos para resolver seus problemas, por exemplo, física, química, biologia, engenharias e cartografia.

No processo de ensino e aprendizagem da Matemática, a geometria dedica-se ao estudo do espaço e das formas. Pesquisadores da área como Pavanello (1993), Kaleff (1994), Lorenzato (1995), Leivas (2009) e documentos curriculares como os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1997/1998), o Referencial Curricular do Estado do Rio Grande do Sul – RC/RS (2009), a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2017) entre outros, afirmam que a geometria possibilita ao estudante estabelecer várias relações com outros campos da Matemática, em particular, a Álgebra, bem como desenvolver o pensamento visual, além de ampliar as capacidades de abstração e generalização.

Diante da importância dos conhecimentos geométricos para o desenvolvimento dos estudantes, espera-se que este campo da Matemática tenha destaque nos conteúdos/conceitos abordados na Educação Básica. Entretanto, segundo Brasil (1997), a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o de medidas.

Corroboram com essas afirmações os autores do documento intitulado “*A formação do professor de Matemática no curso de licenciatura: reflexões produzidas pela comissão paritária SBM/SBEM¹*” ao apontarem que a

geometria ainda é uma área cujo tratamento e abordagens continuam insuficientes na Educação Básica. Quando é feita, muitas vezes, restringe-se a fórmulas e procedimentos desconectados de outras áreas da Matemática, de outros campos do saber (BOLETIM SBEM, 2013, p. 12)

e, especialmente, das atividades do dia a dia.

¹ SBM – Sociedade Brasileira de Matemática; SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Considerando os relatos de abandono da Geometria na Educação Básica, Sena e Dorneles (2013) realizaram uma busca no banco de dados da Capes com intuito de identificar as teses que tratavam de conceitos geométricos no período de 1991 a 2011. Esta busca revelou que foram desenvolvidas 101 teses sobre esse tema. A autoras concluíram que este número de pesquisas pode ser considerado pequeno em relação a outros campos da Matemática. Contudo, mostram que a geometria tem ocupado um espaço nas salas de aulas brasileiras não identificado, em especial, nos estudos de Pavanello (1993) e Lorenzato (1995).

Conforme Sena e Dorneles (2013), as produções mapeadas foram desenvolvidas de forma expressiva na região sudeste do país, destacando-se as seguintes linhas de pesquisa: informática e tecnologias no ensino, métodos de ensino, cognição matemática (trabalhos envolvendo teorias construtivistas), cotidiano escolar (desenvolvimento de atividades com estudantes), entre outras.

Entende-se que investigações denominadas de mapeamento da pesquisa cujo objetivo é realizar de forma sistemática um “levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo” (FIORENTINI; PASSOS; LIMA, 2016, p. 18), revelando tendências teórico-metodológicas, bem como avanços e limitações no processo de produção de conhecimento, são essenciais para o avanço da Educação Matemática.

Nesta perspectiva, este trabalho se insere nas investigações do tipo mapeamento da pesquisa, tendo como fonte de produção de dados as produções publicadas em periódicos da área da Educação Matemática com *Qualis* variando entre A1 e B3, tendo como questão orientadora: *Quais os rumos sobre o ensino da geometria plana, em particular, perímetro e área estão expostos nas pesquisas brasileiras publicadas em periódicos da área da educação matemática?*

Para tanto, de modo geral, objetiva-se analisar os aspectos teórico-metodológicos necessários ao ensino de geometria que favoreçam o desenvolvimento do raciocínio geométrico. De modo específico, busca-se verificar se e como as pesquisas mapeadas abordam os conceitos de perímetro e área; bem como identificar a presença ou não de problemáticas relacionadas ao uso de tecnologias.

Destaca-se que a escolha do tema de pesquisa justifica-se, devido a autora desta pesquisa, ter realizado o Trabalho de Conclusão de Curso realizado no BICT². Em que foram apresentadas algumas demonstrações envolvendo conceitos geométricos que fundamentam o cálculo de área de figuras planas, enfatizando o rigor matemático e sua estrutura axiomática. Também, foram apresentadas possibilidades de construções geométricas por meio da utilização de *software* como ferramenta tecnológica que contempla a Geometria Dinâmica.

Ao optar pela Licenciatura em Matemática, torna-se fundamental analisar as questões relacionadas a Geometria Plana, além do ponto de vista formal, ou seja, compreender e aprofundar os aspectos didático-pedagógicos.

² Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia – UNIPAMPA/ Campus Itaqui.

2. ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL: O QUE DIZEM AS PROPOSTAS CURRICULARES

Ao buscar compreender como as produções na área da Educação Matemática tratam do processo de ensino e aprendizagem da geometria, em particular, perímetro e área torna-se essencial apontar alguns fatos históricos que marcam este processo no Brasil. Para tanto, recorre-se as pesquisas de Valente (2008), Kopke (2006), Sena e Dorneles (2013).

De 1648 até 1730, as atividades de ensino, no Brasil, estavam direcionadas ao preparo de militares. Assim, os estudos de geometria voltaram-se para conceitos que contribuíssem para leitura de mapas e organização do material de artilharia (VALENTE, 2008; SENA; DORNELES, 2013).

Em 1824, com a gratuidade do nível primário, ocorreram algumas tentativas de incluir noções geométricas, além das quatro operações fundamentais. No entanto, estas tentativas não obtiveram sucesso, por falta de professores habilitados neste nível e por este conhecimento não ser necessário ao ingresso no secundário. Ficando o ensino de geometria reservado apenas ao ensino secundário. (VALENTE, 1999; SENA; DORNELES, 2013).

Em 1889, ocorreram muitas transformações na educação nacional por influência da França, Inglaterra e Alemanha. Neste período, os desenhos técnico e geométrico tornaram-se objetos de ensino obrigatórios, em função do caráter científico e positivista desses saberes, em outros termos, expressão do rigor e da precisão. Para tanto, foram criados instrumentos para obter uma representação gráfica rigorosa, a fim de aprimorar o traçado à mão livre. (KOPKE, 2006). Em relação ao ensino de geometria, este período foi considerado de excessiva geometrização devido a obrigatoriedade do ensino desta área, da trigonometria e do desenho. A visão de cientificidade, rigor e precisão associada a Matemática permeou até a década de 30, dos anos 1900. (PAVANELLO, 1993; KOPKE, 2006).

Na década de 30, segundo Pavanello (1993) foram criadas as primeiras instituições de ensino, destinadas à formação de professores dos cursos secundários. Para a Matemática tem-se um marco, neste período, com a reforma educacional, intitulada Reforma Francisco Campos que estabeleceu a reestruturação do Ensino Superior, adotando o regime universitário, e a organização do ensino comercial e secundário. Este último ministrado em dois ciclos, sendo o primeiro: o

curso ginásial e o segundo subdividido em dois cursos paralelos: o curso clássico e o curso científico. Além disso, formularam-se diretrizes metodológicas e unificou-se o ensino de Matemática que antes era separado por campos (aritmética, álgebra, geometria). “O estudo geométrico passou a ser ensinado em todo o curso secundário, composto de desenho e o estudo dedutivo da geometria” (SENA; DORNELES, 2013, p. 140).

Segundo Pires (2008) na Reforma Francisco Campos,

[...] Euclides Roxo³ teve papel importante, ao propor a unificação dos campos matemáticos - Álgebra, Aritmética e Geometria - numa única disciplina, a Matemática, com a finalidade de abordá-los de forma articulada inter-relacionada, uma vez que anteriormente cada um deles era estudado como disciplina independente. **Roxo defendeu ainda a ideia de que o ensino da geometria dedutiva deveria ser antecedido de uma abordagem prática da geometria.** (PIRES, 2008, p. 15, grifo nosso)

Percebe-se na citação acima a valorização de uma abordagem prática da geometria, voltada as construções dos conceitos, antes da demonstração de teoremas. Em outros termos, “a necessidade e as exigências estabelecidas por um raciocínio dedutivo” (BRASIL, 1998, p. 86) surgem após verificações empíricas que permitem a construção de argumentações.

No ano de 1942, com a Reforma Gustavo Capanema, o ensino estava voltado à profissionalização (KOPKE, 2006). Segundo Pavanello (1993) a geometria foi organizada com base na reforma de 30. Assim, no ginásial foi abordada de forma intuitiva nas duas primeiras séries e de forma dedutiva nas duas últimas séries. No científico, a geometria estava presente em todos os anos, mas devido às críticas aos programas extensos foi realizada uma nova reestruturação do ensino. A geometria passou a não constar “no programa da 2ª série do ensino ginásial e, no 2º ciclo, ficou toda concentrada ao 1º ano. A geometria analítica passou a ser desenvolvida no 3º ano do 2º ciclo, sob o nome de função linear” (PAVANELLO, 1989 apud SENA; DORNELES, 2013, p. 140).

³ Euclides de Medeiros Guimarães Roxo foi professor de matemática e diretor do Colégio Pedro II. Propôs à Congregação do Colégio, em 1927, uma mudança radical no ensino da matemática, baseando na reforma realizada na Alemanha, no qual implicaria no termino da matemática ensinada em partes - Aritmética, Álgebra e Geometria – para o ensino de forma conjunta chamando-se matemática, proposta essa que foi aprovada em 1929 para o Colégio. Foi responsável pelos programas de matemática da Reforma “Francisco Campos” e elaborou os programas de matemática, em 1942, na reforma “Gustavo Capanema”. (VALENTE, 2005).

No período de 1955 a 1966, os Congressos na área da Educação Matemática mobilizaram pesquisadores e professores para analisar as propostas de um movimento denominado de Movimento da Matemática Moderna (MMM). Este movimento tinha a intenção de unificar os três campos fundamentais da Matemática (Teoria dos conjuntos, Estruturas algébricas e Funções), que davam destaque aos aspectos estruturais e lógicos dessa área. (SENA; DORNELES, 2013).

Segundo Miorim (1998 apud MANDARINO, 2004), a corrida armamentista e espacial, que no final da década de 50 foi marcada pelo lançamento do Sputnik, pela antiga União Soviética, ocorrida após a segunda guerra mundial, motivou, no bloco ocidental, a discussão de estratégias educacionais voltadas à formação de cientistas, pois a liderança científica e tecnológica tornava-se cada vez mais vital. Neste contexto, nos Estados Unidos, as escolas foram responsabilizadas pela falta de engenheiros e cientistas. Surge, assim, o desafio de formar mais cientistas e melhores. Neste período, a educação se torna direito de todos.

Pires (2008) ao analisar as reformas curriculares brasileiras afirma que a Matemática Moderna

[...] foi implantada inicialmente, por meio de sua incorporação aos livros didáticos, sem discussão mais profunda de seus princípios ou finalidades junto aos professores, aos quais foram oferecidos cursos bastante pontuais. Do mesmo modo que não houve preparação adequada para a entrada dos professores no Movimento Matemática Moderna, também não houve discussão suficiente para que pudessem entender o que estava sendo criticado no trabalho com os conjuntos ou nos prejuízos acarretados pelo **excesso de algebrismo, abandono da Geometria**, falta de vínculos com o cotidiano, críticas essas que foram importantes na elaboração das propostas que orientaram os currículos nas décadas de 80 e 90. (PIRES, 2008, p. 20, grifos nossos)

Kaleff (1994, p. 20) ao analisar a geometria no MMM afirma que este movimento levou “os matemáticos a desprezarem a abrangência conceitual e filosófica da geometria euclidiana, reduzindo a um exemplo de aplicação da Teoria dos Conjuntos e da Álgebra Vetorial”. Por muito tempo, a geometria “foi ensinada na sua forma dedutiva, até mesmo para adolescentes que recorriam à memorização para enfrentar as dificuldades lógicas apresentadas pelo método dedutivo” (KALEFF, 1994, p. 20).

Percebe-se nos trabalhos citados acima (PIRES, 2008; KALEFF, 1994) uma certa tendência em relacionar o abandono da geometria a partir do MMM. Talvez a relação feita pelas pesquisadoras supracitadas pode ter sido influenciada pelo

estudo realizado por Pavanello (1989)⁴, pois por muito tempo este estudo foi a representação mais forte na Educação Brasileira sobre o ensino de geometria. Conforme Oliveira et al.⁵ (2011, p. 147), “sem a pretensão de estudar especificamente a geometria no MMM, [Pavanello (1989)] associou o abandono da geometria com a proposta de ensino pelas transformações geométricas, bandeiras defendidas pelo MMM. Oliveira et al. (2011) por meio de uma investigação histórica buscaram uma nova reinterpretação para o ensino da geometria no período do MMM. Para tanto, analisaram revistas e livros didáticos publicados, no Brasil, período do MMM, concluindo que:

Longe de ser abandonado pelos autores [de livros didáticos], o ensino de geometria é apresentado como uma nova proposta, na qual se identificam as duas tendências marcantes [...]. Uma que incorpora as transformações geométricas [...], desenvolvida em estudos experimentais na Bahia e no Paraná. A segunda, hegemônica, que reforça a geometria euclidiana com uma abordagem diferenciada, seja na incorporação de novos axiomas, assim como na inclusão da geometria experimental, tendo a obra de Sangiorgi⁶ como um modelo para as demais. (OLIVEIRA et al., 2011, p. 155)

Com base nos estudos de Oliveira et al. (2011) percebe-se que a geometria não foi abandonada pelos autores de livros didáticos no período da MMM, foram incorporados novos conteúdos, por exemplo, transformações geométricas. Contudo, Leme da Silva (2009 apud OLIVEIRA et al., 2011, p. 155) afirma que o ensino da geometria no MMM

[...] não pode estar somente atrelado à presença das transformações geométricas [...]. Tudo indica que [este conceito] foi tratado em experiências isoladas, mas não penetrou nas aulas de matemática [...]. Criticar o ensino da geometria ao tempo da MMM considerando como ponto central a proposta das transformações geométricas é uma crítica ao ideário do MMM, mas não propriamente às práticas pedagógicas que o ensino de geometria incorporou.

Os debates em torno do MMM, ocorridos nas décadas de 80 e 90 do século XX, conforme Pires (2008, p. 21), “impulsionaram Secretarias Estaduais e Municipais de Educação a elaborarem novas propostas curriculares para o ensino de Matemática”. A pesquisadora destaca a proposta curricular elaborada pela

⁴ PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria**: uma visão histórica. Dissertação (Mestrado em Educação – Universidade estadual de Campinas, Campinas, 1989.

⁵ Participaram da elaboração deste texto, juntamente com Alexandre Souza de Oliveira, Cristiani M. k. Rocco, Eliene B. Lima, Inês A. Freire, Ivanete B. dos Santos, Jussara Brigo, Kátia C. Camargo e Maria Célia Leme da Silva.

⁶ Osvaldo Sangiorgi foi um dos pioneiros na divulgação do Movimento da Matemática Moderna no Brasil.

Secretaria Estadual de São Paulo em 1985. Nesta proposta os conteúdos estavam organizados em três grandes temas: números, geometria e medidas

Números - indicando-se como fio condutor a história da matemática, em lugar das propriedades estruturais; Geometria - explorando-se a manipulação dos objetos, o reconhecimento das formas, as suas características e propriedades, até chegar a uma sistematização. Medidas - apontando-se como o fio que tece a junção entre Números e Geometria. (PIRES, 2008, p. 23)

Constata-se que as ideias defendidas por Euclides Roxo na Reforma Francisco Campos voltam a ser valorizadas. Em outros termos, o desenvolvimento de atividades experimentais (manipulação de objetos) antes das demonstrações.

No final da década de 90, destaca-se a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Segundo Pires (2008, p. 26), estes documentos

[...] explicitaram o papel da Matemática pela proposição de objetivos que evidenciam a importância de o aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.

É importante registrar que estes documentos tiveram influências da proposta curricular dos Estados Unidos. Em 1980, o Conselho Nacional de Professores de Matemática — NCTM⁷, apresentou recomendações ao ensino de Matemática, destacando a resolução de problemas como metodologia de ensino, assim como a compreensão da relevância de aspectos sociais e antropológicos na aprendizagem da Matemática, o que contribuiu para as discussões curriculares. (WALLE, 2009).

Quanto à Geometria, verifica-se no documento elaborado pelo NCTM que esta área da Matemática

[...] constitui um contexto natural para o desenvolvimento das capacidades de raciocínio e de argumentação dos alunos, culminando no trabalho de demonstração no ensino secundário⁸. A modelação geométrica e o raciocínio espacial proporcionam formas de interpretar e descrever ambientes físicos, podendo ser ferramentas bastante importantes na resolução de problemas (NCTM 2008 apud LEIVAS, 2014, p. 1186).

É importante registrar que as investigações sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico (ou raciocínio geométrico como mencionado no documento produzido pelo NCTM) receberam uma atenção maior no trabalho desenvolvido pelo casal Van Hiele. Segundo Lindquist e Shulte (1994), o modelo de Van Hiele de pensamento geométrico teve início nos trabalhos de doutorado dos professores

⁷ National Council of Teachers of Mathematics.

⁸ O ensino secundário nos Estados Unidos da América correspondem ao Ensino Fundamental II no Brasil.

holandeses, Pierre Van Hiele e sua esposa Dina Van Hiele-Geldof. Como Dina faleceu, foi Pierre quem esclareceu, aperfeiçoou e promoveu a teoria. Mas, foi somente na década de 70, quando um professor americano, Izaak Wirsup, começou a escrever e falar sobre o modelo e nesta mesma época Hans Freudenthal, na Holanda, chamou a atenção ao trabalho do casal Van Hiele.

O modelo consiste em cinco níveis de compreensão. Os níveis são denominados visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor (LINDQUIST e SHULTE, 1994).

No Quadro 1 é apresentada a síntese dos níveis de Van Hiele, com base na produção de Lindquist e Shulte (1994).

Quadro 1: Níveis de Van Hiele

Nível		Descrição
0	Visualização	Ocorre basicamente o raciocínio por meio de considerações visuais na qual as figuras geométricas são reconhecidas por sua aparência, sem considerações explícitas das propriedades.
1	Análise	Ocorre uma análise informal por meio de observação e experimentação, que permite aos estudantes a percepção das características das figuras geométricas.
2	Dedução informal	O estudante começa a estabelecer inter-relações, começa uma definição abstrata para deduzir propriedades de uma figura.
3	Dedução formal	Raciocínio formal, como axiomas, teoremas, postulados e demonstrações, compreender a natureza das deduções.
4	Rigor	Consiste em trabalhar em vários sistemas axiomáticos com um grau de rigor, os alunos são capazes de aprofundar as análises de propriedades do sistema dedutivo.

Fonte: Lindquist e Shulte (1994, p. 2-4).

Influenciados pelas reformas curriculares dos Estados Unidos e por pesquisas relacionadas ao desenvolvimento do pensamento geométrico, em especial, o modelo de Van Hiele, os autores dos PCN entendem que:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL, 1998, p. 51).

Nesta perspectiva, verifica-se que o desenvolvimento do pensamento geométrico é importante para ler o mundo de forma sistemática, pois

[...] situações cotidianas e o exercício de diversas profissões, como a engenharia, a bioquímica, a coreografia, a arquitetura, a mecânica, etc., demandam do indivíduo a capacidade de pensar geometricamente. Também é cada vez mais indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno (BRASIL, 1998, p. 122).

A presença do Modelo de Van Hiele, na elaboração dos PCN, fica explícita quando os autores do documento apresentam o entendimento de que o pensamento geométrico desenvolve-se a partir da visualização. Neste documento a visualização refere-se ao reconhecimento das formas pela aparência física e não pelas propriedades.

O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. Por meio da observação e experimentação elas começam a discernir as características de uma figura, e a usar as propriedades para conceituar classes de formas. (BRASIL, 1997, p. 82)

Em relação aos conceitos geométricos a serem ensinados na Educação Básica, pode-se afirmar que os autores dos PCN (BRASIL, 1997, 1998, 2002) sugerem que estes voltem-se ao estudo de espaço, de formas e de medidas (SENA; DORNELES, 2013). Nos documentos elaborados para o Ensino Fundamental os conceitos relacionados a geometria estão organizados em dois blocos, a saber: Espaço e Forma e Grandezas e Medidas.

Os objetivos da Matemática relacionados aos conceitos geométricos para o Ensino Fundamental II (do 6º ao 9ºAno) estão organizados de modo a contemplar o desenvolvimento do pensamento geométrico e a competência métrica. Optou-se por expor estes objetivos em um quadro (Quadro 2), pois facilita a compreensão de quais conceitos geométricos são valorizados pela proposta, bem como a concepção de que para aprender estes conceitos eles não devem ser apresentados em apenas um ano, mas retomados e aprofundados ao longo de uma etapa.

Além disso, os dados apresentados neste quadro podem contribuir na análise das produções brasileiras sobre geometria mapeadas, pois o recorte temporal escolhido parte dos anos 2000 por entender que as concepções expostas nos PCN podem influenciar as pesquisas.

Quadro 2: Objetivos de Matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental quanto a geometria

	Pensamento geométrico	Competência métrica
Terceiro ciclo (6º e 7º Ano)	<p>*resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas;</p> <p>*estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;</p> <p>*resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução.</p>	<p>*ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns dos problemas históricos que motivaram sua construção;</p> <p>*resolver problemas que envolvam diferentes grandezas, selecionando unidades de medida e instrumentos adequados à precisão requerida.</p>
Quarto ciclo (8º e 9º Ano)	<p>*interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano;</p> <p>*produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança;</p> <p>*ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais.</p>	<p>*ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, utilizando dígitos significativos para representar as medidas, efetuar cálculos e aproximar resultados de acordo com o grau de precisão desejável;</p> <p>*obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos (prismas retos e composições desses prismas).</p>

Fonte: Elaborado com base em Brasil (1998, p. 64-65; 81-82).

Constata-se a partir dos dados do Quadro 2 que, os PCN sugerem que sejam desenvolvidos os seguintes conceitos geométricos nos Anos Finais do Ensino Fundamental: localização e deslocamento (plano cartesiano); figuras espaciais e planas e suas características; decomposição e composição de figuras planas e espaciais; paralelismo, perpendicularismo e ângulo; simetrias e homotetias; congruências e semelhanças.

Em relação a competência métrica, destaca-se o trabalho com diferentes grandezas, uso adequado das unidades de medidas, demonstração das fórmulas para o cálculo de área de figuras planas e cálculo de volumes de sólidos geométricos. Sublinha-se as sugestões de um trabalho articulado entre geometria plana e espacial.

Quanto as figuras geométricas planas, verifica-se no Quadro 2 a valorização de procedimentos de decomposição e composição, pois estes podem contribuir no cálculo de áreas e na determinação da soma das medidas dos ângulos internos de uma figura geométrica.

Nos PCN do Ensino Médio (BRASIL, 2002) os conceitos geométricos estão organizados em quatro unidades temáticas: geometrias plana, espacial, métrica e analítica. Segundo este documento, é importante que o ensino de geometria no Ensino Fundamental possibilita ao aluno uma primeira reflexão sobre “as propriedades relativas a lados, ângulos e diagonais de polígonos, bem como o estudo de congruência e semelhança de figuras planas” (BRASIL, 2002, p. 123). No Ensino Médio, é necessário que essas ideias sejam aprofundadas para que o aluno conheça o “sistema dedutivo, analisando o significado de postulados e teoremas e o valor de uma demonstração para fatos que lhe são familiares” (BRASIL, 2002, p. 24).

É importante registrar que, as propriedades relacionadas aos conceitos geométricos são de dois tipos:

[...] associadas à posição relativa das formas e associadas às medidas. Isso dá origem a duas maneiras diferentes de pensar em Geometria, a primeira delas marcada pela identificação de propriedades relativas a paralelismo, perpendicularismo, interseção e composição de diferentes formas e a segunda, que tem como foco quantificar comprimentos, áreas e volumes. (BRASIL, 2002, p. 123)

Percebe-se que o estudo das propriedades métricas envolvendo cálculos de distâncias, áreas e volumes “é apenas uma parte do trabalho a ser desenvolvido que não pode ignorar as relações geométricas em si” (BRASIL, 2002, p. 123). Neste sentido, para o desenvolvimento do pensamento geométrico é preciso buscar um trabalho articulado entre espaço e forma, transformações no plano e espaço, grandezas e medidas.

Concorda-se com o Referencial Curricular do Estado do Rio Grande do Sul - RC/RS (2009) ao afirmar que o desenvolvimento do pensamento geométrico é:

[...] uma poderosa via de generalização da própria álgebra e, ainda, está em estreita ligação com o desenvolvimento do pensamento combinatório, estatístico-probabilístico, na medida em que esquemas, tabelas e gráficos de diferentes tipos são representações, tanto do tratamento da informação, como das funções que expressam relações especiais, que modelam fenômenos da ciência, da tecnologia e da sociedade. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 38)

O desenvolvimento do pensamento geométrico possibilita, por meio das vivências e o reconhecimento dos procedimentos e métodos da geometria, desenvolver as habilidades de síntese e de análise, bem como a visualização de conceitos aritméticos e algébricos. (RIO GRANDE DO SUL, 2009).

Em 2014, iniciaram-se as discussões para a organização de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Segundo a BNCC a geometria

[...] envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, o estudo da posição e deslocamento no espaço e o das formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. (BRASIL, 2017, p. 227)

Percebe-se que os entendimentos expostos na BNCC, em relação à geometria, se aproximam das concepções que apresentadas nos PCN, principalmente, no que se refere aos conceitos geométricos a serem ensinados, por exemplo, localização e deslocamento; características das figuras espaciais e planas; simetrias; congruências e semelhanças. Bem como, em relação a competência métrica, pois espera-se que os estudantes “reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais” (BRASIL, 2017, p. 229).

Os recursos tecnológicos se fazem presentes em nosso dia a dia “se colocamos nossas rotinas de vida sob atenção, procurando situá-las no contexto maior da vida em sociedade, torna-se interessante observar o quanto elas se organizam em função das facilidades tecnológicas que temos à nossa disposição”. A tecnologia digital “coloca à nossa disposição diferentes ferramentas interativas que descortinam na tela do computador objetos dinâmicos e manipuláveis”. O que nos permite perceber os reflexos nas pesquisas em Educação matemática (GRAVINA; BASSO, 2012, p. 11-13).

A BNCC, assim como nos PCN (1997), destaca a utilização do computador na educação, ressaltando que este recurso

[...] pode ser usado como elemento de apoio para o ensino (banco de dados, elementos visuais), mas também como fonte de aprendizagem e como ferramenta para o desenvolvimento de habilidades. O trabalho com o computador pode ensinar o aluno a aprender com seus erros e a aprender junto com seus colegas, trocando suas produções e comparando-as. (BRASIL, 1997, p.35).

E de forma específica para o estudo dos conceitos geométricos. Gravina (1996) relata que a construção de objetos geométricos dificilmente é abordada, mas que é uma das atividades que leva o aluno ao domínio de conceitos geométricos, deste modo apresenta que os softwares com recurso de “desenhos em movimento”

podem ser ferramentas para superar tais dificuldades. Por meio destes *softwares* de Geometria Dinâmica

[...] conceitos geométricos são construídos com equilíbrio conceitual e figural; a habilidade em perceber representações diferentes de uma mesma configuração se desenvolve; controle sobre configurações geométricas levam a descoberta de propriedades novas e interessantes (GRAVINA, 1996, p.13).

A construção através da manipulação direta no computador possibilita ao aluno busque entender o resultado desta construção proporcionando assim que este questione suas conjecturas, pois os softwares de geometria dinâmica possibilitam atividades de investigação auxiliando o processo de aprendizagem. (GRAVINA, 2001).

As potencialidades dos softwares na aprendizagem de conceitos matemáticos vêm sendo apresentadas em várias pesquisas. Neste estudo, também, busca-se identificar como as pesquisas na área da Educação Matemática tem utilizado e/ou analisado esses recursos para a aprendizagem de conceitos geométricos.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A escolha teórico-metodológica foi fundamentada em uma pesquisa qualitativa. Na área de Educação Matemática, evidencia-se que as investigações seguem os procedimentos qualitativos, pois de acordo com Bicudo (2014, p. 8) “o estudo de questões que focam experiências individuais vivenciadas e relatadas, descrições de situações, narrativas de acontecimentos, sempre trabalham com especificidades contextualizadas”.

O procedimento escolhido para esta pesquisa caracterizou-se como Metanálise, que é descrita por Bicudo como

[...] uma retomada da pesquisa realizada, mediante um pensar sistemático e comprometido de buscar dar-se conta da investigação efetuada. Esse ‘dar-se conta’ significa tomar ciência, mediante uma volta sobre o efetuado. Portanto, trata-se de um movimento reflexivo sobre o que foi investigado, sobre como a pesquisa foi conduzida e, ainda, atentar-se para ver se ela responde à interrogação que a gerou. Para além dessa reflexão, e fazendo parte desse movimento do pensar, inclui aquele de buscar pelo sentido que essa investigação faz para aquele que sobre ela reflete, para seus companheiros de pesquisa, para o tema investigado e para a região de inquérito (2014, p. 13-14).

A escolha da Metanálise como procedimento deu-se, pois é uma técnica estatística desenvolvida para integrar os resultados sobre o tema investigado. Este agrega e reduz os dados a uma unidade de síntese (BICUDO, 2014). Deste modo, “integrar esses resultados pauta-se em uma revisão sistemática da literatura, na análise dos métodos seguidos, dos subtemas trabalhados, das conclusões a que chegaram” (BICUDO, 2014, p. 8), visto que oferece maior sustentação para outros trabalhos e busca identificar se há um padrão nas pesquisas analisadas.

A Metanálise, conforme Bicudo (2014) faz a interpretação das interpretações das pesquisas que constituem as fontes de produção de dados da análise a ser realizada. Este procedimento possibilita a teorização de temas investigados. Por isso, a Metanálise é uma “retomada da pesquisa realizada, por meio de um pensar sistemático e comprometido de buscar dar-se conta da investigação efetuada” (BICUDO, 2014, p. 13), portanto aborda um movimento reflexivo sobre a investigação e atenta se responde a interrogação que gerou sobre o que foi pesquisado.

Segundo Castro (2001 apud BICUDO, 2014, p. 11) a Metanálise segue alguns passos para sua realização, dentre eles: “formulação da pergunta; localização e seleção dos estudos; avaliação crítica dos estudos; [produção] dos dados; análise e

apresentação dos dados; interpretação dos dados e; aprimoramento e atualização da Metanálise”.

A realização do primeiro passo, a formulação da pergunta, foi antecedida pela elaboração de uma justificativa para a temática: ensino e aprendizagem de geometria. Para a realização do segundo passo, localização e seleção dos estudos, optou-se por definir o recorte temporal da pesquisa, ou seja, os estudos mapeados foram produzidos no período de 2000 a 2016, principalmente, para analisar as pesquisas desenvolvidas pós publicação dos PCN (BRASIL, 1997, 1998, 1999).

Após a definição do recorte temporal, foram definidos os periódicos da área da Educação Matemática cujos dados para acesso estão no site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e que possuem *Qualis*, variando entre A1 e B3. Os periódicos selecionados são: Boletim de Educação Matemática – BOLEMA (Universidade Estadual Paulista de Rio Claro), Educação Matemática Pesquisa (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo), Educação Matemática em Revista - SBEM (Rio Grande do Sul), Perspectivas em Educação Matemática (Universidade Federal de Mato Grosso do Sul), Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT (Universidade Federal de Santa Catarina), Boletim Grupo de Pesquisa em Educação Matemática – GEPEM (Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro), Revista de Educação Matemática - ZETETIKÉ (Universidade de Campinas) e Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – EM TEIA (Universidade Federal de Pernambuco).

Entende-se que para a realização do terceiro passo é necessário a organização de um mapeamento, pois segundo Fiorentini et al. (2016, p. 18) um mapeamento “é um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo”.

O levantamento das produções publicadas nos periódicos da Educação Matemática, supracitados, foi realizado por meio da consulta *online* nos sites dos periódicos. A seguir, foi realizado o *download* de todas as produções disponíveis em cada periódico, de acordo com o recorte temporal definido para esta pesquisa. A seleção dos artigos para a análise foi realizada por meio do *Mendeley*⁹ *software*

⁹ www.mendeley.com

gratuito que auxilia na organização de pesquisas, para gerenciar, compartilhar, ler, anotar e editar artigos científicos (MORAES, 2017).

A produção de dados, quarto passo, foi realizada com base em algumas informações descritas no formulário de fichamento, construído pelo GEPFPM¹⁰. O formulário de fichamento foi adaptado para esta pesquisa, destacando o ensino de Geometria Plana na Educação Básica. Esta etapa da Metanálise, assim como a apresentação dos dados e sua análise e interpretação serão apresentados na seção 4.

¹⁰ Grupo interinstitucional, com sede na Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/Unicamp), que congrega pesquisadores de cinco universidades paulistas: Unicamp; Universidade Estadual Paulista (Unesp/Rio Claro); Universidade Federal de São Carlos (UFSCar); Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUC-Campinas); Universidade São Francisco (USF).

4. ANÁLISE DOS DADOS

Esta seção apresenta a análise dos dados obtidos pelo mapeamento. Os dados obtidos dos periódicos da área da Educação Matemática foram organizados em quadros para facilitar a leitura e interpretação. Os quadros que serão apresentados, no decorrer desta seção, foram organizados com base nas categorias definidas na seção anterior.

No Quadro 3 é apresentada a relação quantitativa dos artigos mapeados por meio do descritor: geometria plana. Para selecionar os artigos que atendem a este descritor foi exigido, ainda, que o termo geometria plana fosse mencionado pelo menos três vezes no corpo do texto. Cabe destacar que, a identificação do termo geometria plana, pelo menos três vezes, no corpo do texto foi possível porque o *Mendeley* possuiu uma ferramenta que permite fazer esta seleção.

Quadro 3: Relação quantitativa das pesquisas com o descritor: geometria plana no corpo do texto

PERIÓDICOS	Num. de Artigos
Boletim de Educação Matemática – BOLEMA	15
Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – EM TEIA	6
Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT	18
Educação Matemática Pesquisa	15
Perspectivas da Educação Matemática	2
Boletim Grupo de Pesquisa em Educação Matemática – GEPEM	17
Revista de Educação Matemática – ZETETIKÉ	4
Educação Matemática Em Revista	6
Total de pesquisas	83

Fonte: Elaboração da autora.

Antes de analisar os dados exibidos no Quadro 3 é importante destacar que são três os periódicos que tem publicações disponíveis para acesso desde 2000 (Bolema, Boletim GEPEM e Zetetiké). Os demais periódicos começaram a publicar artigos a partir de: 2004 - Educação Matemática e Pesquisa; 2006 – REVEMAT; 2010 – Educação Matemática e Revista¹¹; 2014 – EM TEIA; 2014 – Perspectiva em Educação Matemática.

Os dados do Quadro 3 revelam que, o periódico com maior número de artigos que atende ao critério supracitado é REVEMAT, mesmo tendo seu primeiro número publicado em 2006. Um dos objetivos deste periódico é promover a divulgação de pesquisas que tratam de questões relacionadas a epistemologia, formação de

¹¹ Este periódico tem publicações anteriores a 2010, no entanto não estão acessíveis.

professores e ensino e aprendizagem de Matemática¹². Este periódico está vinculado a Universidade Federal de Santa Catarina, em particular, ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. A maioria dos trabalhos mapeados envolve questões relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica (9 dos 15 trabalhos).

O segundo periódico com o maior número de artigos publicados sobre geometria plana é o Boletim do GEPEM. Segundo Passos, Andrade e Arruda (2013, p. 136)

Este periódico é o mais antigo da área, sua primeira edição é datada do ano de 1976, tendo desde o início o objetivo de ser um espaço de publicação das produções e reflexões de um grupo de estudo e de pesquisa da área de Educação Matemática. Além disso, esse Boletim tornou-se durante essas mais de três décadas de edição um veículo de divulgação de artigos ou comunicações de experiência que viabilize o progresso da Educação Matemática ou a permuta de conhecimentos e ideias entre pesquisadores, educadores e professores de Matemática.

Os autores citados acima realizaram um mapeamento das pesquisas publicadas no Boletim GEPEM, no período de 1976 a 2010, quanto a geometria. Eles identificaram que esta temática foi divulgada desde o primeiro número do Boletim e manteve-se em todos os “quinquênios com certa representatividade – variando entre 8 e 19 produções para cada 5 anos” (PASSOS; ANDRADE; ARRUDA, 2013, p. 141). Utilizando o critério já mencionado, constatou-se que de 2011 até 2016 foram nove publicações neste boletim. Pode-se afirmar que a geometria, em particular, a geometria plana continua sendo foco dos trabalhos publicados no Boletim GEPEM.

Outros dois periódicos que se destacam no número de artigos publicados sobre o tema são: Bolema e Educação Matemática Pesquisa, ambos organizados por programas de Pós-Graduação em Educação Matemática. O Bolema é organizado pelo programa da Universidade Estadual Paulista (Unesp) de Rio Claro, este é o programa mais antigo da área de Educação Matemática do Brasil. A revista Educação Matemática Pesquisa é organizada pelo programa da Pontifícia Universidade Católica (PUC) de São Paulo, segundo programa da área no país.

¹² Informações obtidas no site do periódico, disponível em <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>>. Acessado em novembro de 2017.

O BOLEMA, embora organizado pela Unesp, é um periódico nacional com corpo editorial e consultores de renome no país e exterior. Este periódico é o único *Qualis A* na área, avaliação realizada pela CAPES¹³. O Bolema tem por objetivo:

Disseminar produção na região de inquérito denominada Educação Matemática ou áreas afins. Os trabalhos publicados podem ser resultados de pesquisa empírica, ensaios ou outras formas que se tornem padrão nesse domínio do conhecimento. O periódico é constituído também por resenhas de textos (livros, dissertações e teses recentes), artigos convidados e resumos de teses e dissertações defendidas no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro¹⁴.

Em relação aos trabalhos identificados neste periódico, verificou-se que a maioria buscou caminhos para intensificar e melhorar o ensino e aprendizagem de geometria plana na Educação Básica (7 trabalhos).

A revista Educação Matemática Pesquisa possui *Qualis B2* e busca ser um espaço de divulgação científica da área, em âmbito internacional. Este periódico é considerado

[...] excelente na área educacional, dissemina temas contemporâneos – presentes em chamadas de trabalhos e agendas investigativas nacionais ou internacionais recentes e tem o objetivo de constituir-se em um espaço de divulgação científica da área, em âmbito nacional e internacional¹⁵.

A maioria dos trabalhos identificados neste periódico trataram da formação de professores, sendo 3 trabalhos com foco na formação inicial e 5 na formação continuada. Este trabalhos buscaram promover espaços formativos para a (re)construção de conceitos geométricos, por exemplo, paralelogramo, bem como aprender a utilizar os *softwares* de Geometria Dinâmica (por exemplo, Cabri Géomètre¹⁶).

Ao analisar a distribuição dos trabalhos por ano de publicação (Quadro 4) verifica-se que, o número maior de artigos foi publicado em 2013 (15 trabalhos publicados), seguido dos anos 2015 e 2016 (cada um com 13 trabalhos publicados). Estes resultados indicam que o número de publicações ampliou-se nos últimos três anos. Uma interpretação para este resultado pode ser buscada na ampliação dos programas de Pós-Graduação em Educação Matemática e Pós-Graduação em Ensino de Matemática, visto que a maioria dos trabalhos mapeados são recortes de pesquisas desenvolvidas em mestrados. Sena e Dorneles (2013) ao realizarem um

¹³ Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

¹⁴ <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/about/editorialPolicies#focus>

¹⁵ <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/about/editorialPolicies#focusAndScope>

¹⁶ Software de geometria dinâmica que permite a exploração dos objetos da geometria e das suas relações.

mapeamento das teses produzidas sobre geometria no período de 1991 a 2011 constataram que a produção nos últimos quatro anos representa 47% do total de pesquisas elaboradas no período considerado.

Quadro 4: Organização da distribuição dos trabalhos por ano

Período	Distribuição dos trabalhos por ano	Nº total de trabalhos
2000 – 2004	2000 (0); 2001 (1); 2002 (2); 2003 (2); 2004 (3)	8
2005 – 2009	2005 (2); 2006 (1); 2007 (2); 2008 (2); 2009 (8)	15
2010 – 2014	2010 (7); 2011 (1); 2012 (6); 2013 (15) ; 2014 (5)	34
2015 – 2016	2015 (13) ; 2016 (13)	26

Fonte: Elaboração da autora.

A análise dos 83 resumos dos artigos mapeados permitiu verificar quatro focos: Educação Básica, Formação de Professores, Estudos Teóricos e Análise Documental. Os trabalhos que foram reunidos no foco denominado Educação Básica desenvolverem questionários, entrevistas e/ou atividades com estudantes deste nível de ensino. Os trabalhos categorizados como Formação de Professores tinham como foco discutir questões relacionadas a geometria na formação inicial ou continuada de professores. Na categoria denominada Estudos Teóricos encontram-se trabalhos que problematizaram questões epistemológicas, históricas, teóricas, metodológicas da geometria. Os trabalhos identificados como Análise Documental, em geral, dedicaram a análise de materiais curriculares (avaliações externas, livros didáticos). O Quadro 5 exibe a distribuição dos trabalhos quanto a estes focos.

Quadro 5: Organização da distribuição dos trabalhos quanto aos focos

Foco		Trabalhos	Núm. de Trab.
Educação Básica	Ensino Fundamental	T2; T3; T6; T10; T11; T15; T19; T20; T27; T29; T32; T36; T47; T49; T57; T62; T63; T73; T74; T77; T81;	21
	Ensino Médio	T7; T21; T30; T34; T43; T76	6
	Ensino Fundamental e Médio	T28; T33; T80; T83	4
Formação de Professores	Formação Inicial	T16; T31; T37; T41; T42; T54; T58; T61; T68; T71; T78; T79; T82	13
	Formação Continuada	T9; T14; T17; T25; T35; T40; T44; T45; T48; T50; T55; T64; T66; T67; T75	15
	Formação Inicial e Continuada	T72	1
Estudo Teórico		T1; T4; T12; T22; T23; T24; T26; T39; T46; T52; T53; T56; T59; T60; T69; T70	16
Análise Documental		T5; T8; T13; T18; T38; T51; T65	7
Total			83

Fonte: Elaboração da autora.

Os dados do Quadro 5 permitem afirmar que a maioria dos trabalhos dedicou-se às questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de geometria na Educação Básica (aproximadamente 37,4% do total de trabalhos), tendo o Ensino Fundamental como foco principal. Uma possível interpretação para este resultado refere-se à ênfase que as propostas curriculares (BRASIL, 1997, 1998) dão para o ensino de conceitos de geometria plana neste nível, deixando o estudo da geometria espacial para o Ensino Médio.

Os trabalhos que tiveram como foco discutir a geometria na formação de professores representam aproximadamente 35%, com ênfase para a formação continuada. Talvez a preocupação em realizar pesquisas sobre geometria na formação inicial e continuada de professores pode estar relacionada aos resultados das pesquisas que apontam o abandono do ensino deste campo da Matemática no Brasil (PAVANELLO, 1993; LORENZATO, 1995).

Uma tendência constatada neste grupo de trabalhos foi o uso de *softwares*. Dentre os 29 trabalhos sobre formação de professores, 11 (T9, T35, T40, T48, T50, T55, T61, T64, T67, T68, T79) preocuparam-se em proporcionar aos professores momentos para manipularem, analisarem estes recursos, bem como construir conhecimentos a partir deles. Esta tendência também foi verificada por Sena e Dorneles (2013, p. 147) ao analisarem as teses que tratam de formação de professores. Segundo as autoras estes trabalhos

apontam avanços significativos no conhecimento geométrico do professor proporcionado pela interação com o computador, pelos diálogos estabelecidos em redes e pelas atuações em ambientes tecnológicos enriquecidos para o ensino e aprendizagem da geometria. (SENA; DORNELES, 2013, p. 147)

Apenas um trabalho enquadra-se tanto na formação inicial quanto na continuada. Este trabalho apresenta as atividades de um Laboratório de Ensino de Geometria (LEG) de uma universidade do estado do Rio de Janeiro que tem por objetivo desenvolver “*desenvolvimento de metodologias e estratégias de ensino e aprendizagem, ou seja, de tecnologias educacionais, da capacitação e da qualificação de recursos humanos, no caso, licenciandos e professores de Matemática em formação continuada*” (Recorte do T72).

Sublinha-se, neste grupo de trabalhos, T16, T31, T41 e T78 por discutirem o ensino de geometria na formação inicial de professores que atuarão nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. O ensino de geometria nos Anos Iniciais do Ensino

Fundamental ganhou destaque, em especial, a partir da elaboração dos PCN (BRASIL, 1997). De acordo com este documento o trabalho com a geometria possibilita a aprendizagem de outros conteúdos, por exemplo, números e medidas, conteúdos estes tão enfatizados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, em especial, no estudo do sistema de numeração e operações. Os PCN (BRASIL, 1997) recomendam que as atividades, envolvendo geometria nesta fase do Ensino Fundamental, valorizem a observação, percepção de semelhanças e diferenças e a identificação de regularidades dos objetos reais, de modo que o estudante verifique a presença da geometria em situações reais.

Os trabalhos que desenvolveram estudos teóricos preocuparam-se com questões, em especial, relacionadas as demonstrações no ensino de geometria (T1, T23, T60, T69) e as figuras geométricas como suporte par a aprendizagem em geometria (T22, T24, T26, T52, T53). Os trabalhos T22, T26, T52 e T53 buscaram fundamentação na teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida pelo psicólogo francês Raymond Duval. Esta teoria ter por objetivo Esta teoria ter por objetivo compreender as especificidades relacionadas à aprendizagem matemática, em particular, no que se refere a importância das representações semióticas nas atividades deste campo do conhecimento. No artigo T26 pode-se compreender como Raymond Duval compreende as figuras na aprendizagem e geometria e estas ideias estão presentes nos outros artigos. Para o teórico

ver uma figura em geometria é uma atividade cognitiva mais complexa do que o simples reconhecimento daquilo que uma imagem mostra. Isto depende do papel que a figura tem na atividade matemática. [há] três maneiras diferentes de ver as figuras segundo o seu papel: a apreensão perceptiva, a apreensão operatória e a apreensão discursiva. Elas são totalmente independentes umas das outras. A apreensão perceptiva é o reconhecimento visual imediato da forma. [...]. A utilização de figuras para encontrar a solução de um problema exige, ao contrário, que se possa transformar uma figura em outra [apreensão operatória]. [...]. A apreensão discursiva depende das hipóteses que a figura representa. Ela implica uma utilização de um vocabulário que é a condensação das definições. A separação destas três apreensões é fundamental para analisar a atividade geométrica e as dificuldades dos alunos. Por um lado, a resolução de problemas exige que os alunos possam passar de um tipo a outro de apreensão. Por outro lado, a dificuldade dos problemas propostos depende dos fenômenos de congruência¹⁷ entre os enunciados e a apreensão operatória, assim como entre os enunciados e a apreensão discursiva.
(Recorte do T26, grifos nossos)

¹⁷ Para verificar o fenômeno de congruência Duval (2004) dispõe de três critérios: correspondência semântica entre os elementos significantes, unicidade semântica terminal, cada unidade significativa no registro de saída tem uma única unidade significativa no registro de chegada e ordem que compõe cada uma das representações.

É importante ressaltar que nos trabalhos T22, T52 e T53, com base em Duval, é apresentada, além das apreensões mencionadas na citação acima, a apreensão sequencial. Esta apreensão de acordo com o texto T53 está relacionada com a construção geométrica que é o resultado da conexão entre as apreensões discursiva e sequencial – especialmente requisitada em atividades dessa natureza, de construção geométrica, também requer a apreensão perceptiva.

Ainda, neste grupo de trabalhos, destaca-se que apenas dois artigos (T46 e T59) recorrem aos níveis de Van Hiele, mencionados na seção 2. O artigo T46 expõe uma retrospectiva de pesquisas internacionais que fundamentaram-se nos níveis de Van Hiele nos últimos 30 anos (o artigo foi publicado em 2010).

Os trabalhos categorizados como análise documental dedicaram-se a investigar avaliações de larga escala (ENADE¹⁸ e Prova Brasil) e livros didáticos. Os trabalhos que dedicaram-se a análise de livros didáticos (T8; T18; T38; T65) em sua maioria a analisar como determinados conceitos geométricos são apresentados nestes materiais.

T8 analisou de que modo o conceito de simetria é exposto nos livros didáticos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Segundo os autores do artigo T8 foi possível identificar, *“no conjunto destas atividades, elementos teóricos referentes às propriedades da simetria de reflexão e de translação e, observamos que estes são abordados de forma intuitiva e pragmática, sem uma complexificação ao longo das séries, como sugere o Guia do Livro Didático”* (Recorte do T8). Percebe-se nos resultados do T8 que os livros didáticos estão buscando atender as orientações curriculares, visto que o Guia do Livro Didático é, geralmente, elaborado com base nos PCN. T18 analisou o conceito de área de figuras planas em livros didáticos do 6ºAno do Ensino Fundamental. A seguir são apresentados mais dados sobre este trabalho.

O trabalho T38 analisou os polígonos são explorados nos livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental. As autoras chamam atenção para o modo como a definição de polígonos é exposta neste materiais, enfatizando a *“necessidade de nos atentarmos às definições existentes nos livros didáticos e como elas vêm sendo utilizadas no decorrer desses livros, para serem evitadas possíveis incoerências relacionadas a esse conteúdo”* (Recorte do T38). Este resultado indica

¹⁸ Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes

que é preciso estar atento as propostas dos livros didáticos, pois equívocos ainda são verificados, apesar de todo os cuidado dos avaliadores que participam do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

No artigo T65 é possível entender como a argumentação, prova e demonstração são apresentadas em livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovados pelo PNLD/2011, no que tange ao conceito de ângulo. Conforme as autoras do T65, “em geral, os autores dos dez livros didáticos analisados mesclam provas pragmáticas e intelectuais¹⁹ para validar teoremas e propriedades apresentadas, porém as tarefas de natureza investigativa estão ausentes na maioria dos livros” (Recorte do T65). Desde os PCN (BRASIL, 1997, 1998, 1999, 2002) e agora na BNCC (2017) as tarefas de natureza investigativa são destacadas, pois permitem ao estudantes “fazer matemática”, ou seja, experimentar, visualizar múltiplas facetas, generalizar, conjecturar e enfim demonstrar (GRAVINA, 1998).

Destaca-se que foram identificados 6 trabalhos que tiveram como foco o ensino e aprendizagem de geometria para alunos cegos (T7, T43, T63, T62 e T80) e surdos (T15). A maioria destes trabalhos apresenta os resultados do desenvolvimento de atividades envolvendo conceitos geométricos com auxílio de materiais manipuláveis. Em relação as contribuições de materiais para aprendizagem destes alunos, o texto (T7) destaca que o

[...] uso de ferramentas materiais e dialógicas como as apresentadas neste artigo em salas de aulas inclusivas podem favorecer o processo de aprendizagem para todos os alunos, tenham esses necessidades educacionais especiais ou não. As atividades e ferramentas materiais²⁰ que utilizamos em nossas pesquisas são de modo geral bastante simples, e normalmente envolvem conceitos matemáticos usualmente desenvolvidos nas escolas regulares. A proposta de inclusão que defendemos é a que favorece ao aluno incluso integrar-se com seus pares e com o saber. Acreditamos que esse tipo de proposta beneficia a todos; deficiente ou não, promovendo uma reestruturação da escola que poderá oferecer uma resposta educativa de qualidade para todos. (Recorte do T7)

¹⁹ Provas pragmáticas e intelectuais, são respectivamente, as pragmáticas apoiam-se em conhecimentos práticos, valendo-se dos recursos de ação, por exemplo, manipulação de materiais, construções, desenhos, observação de figuras e as intelectuais são definidas como as que se compõe de argumentos que implicam propriedades e relações entre propriedades, sua comunicação está caracterizada pela linguagem Matemática.

²⁰ As ferramentas materiais elaboradas sobre placas de madeira retangulares. Sobre as placas foram fixadas lâminas de EVA, na quais as figuras geométricas foram recortadas. A apresentação das formas geométricas em baixo relevo, além de favorecer o reconhecimento das formas através do tato, permitia que os alunos cegos pudessem medir os lados ou completar as figuras com os pequenos cubos de madeira utilizados como unidade de medidas.

A partir da leitura dos resumos dos 83 trabalhos foi possível verificar que, dos trabalhos com foco na Educação Básica (31 trabalhos) e na Formação de Professores (29 trabalhos), a maioria desenvolveu sequências de ensino (38 trabalhos de 60) e os demais realizaram entrevistas e/ou aplicaram questionários (12 trabalhos de 60).

As pesquisas que desenvolveram sequências de ensino tinham por objetivo promover a aprendizagem de conceitos geométricos tanto de estudantes quanto professores. Para tanto, estas pesquisas recorreram à utilização de materiais manipuláveis e a *softwares* de Matemática Dinâmica.

Um dos trabalhos que utilizou tanto materiais manipuláveis quanto *softwares* é o T29. Este trabalho apresenta a análise de uma sequência de atividades desenvolvidas com estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental para estudar os conceitos de área e perímetro, com o auxílio do Tangram. O Tangram foi apresentado para os estudantes nas versões em papel e digital (elaborado no *Geogebra*). Conforme os autores do trabalho T29

Quanto ao uso dos diferentes tipos de Tangram, feito de EVA e o virtual, alguns alunos colocaram em suas respostas ter gostado mais de manipular um ou outro, inclusive ambos. Acreditamos que as escolhas ocorreram devido a possibilidade de abordagem nas diferentes formas que envolviam os conceitos matemáticos presentes nas duas formas do jogo. No uso do Tangram virtual foi possível reforçar as relações matemáticas previamente construídas no Tangram de EVA e a partir dessas, construir outras novas relações. Em relação aos conceitos geométricos abordados nos trabalhos, pode-se identificar, nos resumos, os seguintes conceitos. (Recorte do T29)

Após a análise dos 83 resumos dos trabalhos, optou-se por investigar de forma mais detalhada os 11 trabalhos que tratam de área e/ou perímetro (T6, T7, T11, T13, T18, T19, T20, T27, T29, T33, T49), pois dos conteúdos/conceitos verificados nos resumos estes foram os mais abordados. Desse modo, realizou-se a leitura dos 11 textos na íntegra.

Considerando os dados do Quadro 5 pode-se afirmar que 9 trabalhos que tratam de área e/ou perímetro foram enquadrados na categoria Educação Básica. Destes 9 trabalhos, 8 discutem questões relacionadas a estes conceitos no Ensino Fundamental, logo, apenas 1 trabalho foi desenvolvido com estudantes do Ensino Médio. Os outros 2 trabalhos foram categorizados como Análise Documental. No Quadro 6 que apresenta os objetivos de cada trabalho pode-se confirmar esta categorização.

Quadro 6: Objetivos dos trabalhos que abordam os conceitos de área e perímetro

Texto	Objetivos
T6	Investigar como adolescentes e adultos, que frequentaram a escola e obtiveram êxito na aprendizagem de geometria, elaboram explicações a propósito de problemas que envolvem o cálculo da área e do perímetro de figuras planas.
T7	Analisar as estratégias empregadas por aprendizes cegos para a determinação de área e perímetro de figuras planas e o volume de figuras espaciais, e a influência dos instrumentos de medição oferecidos aos alunos para a realização dessas tarefas.
T11	Apresentamos o processo de produção de um conjunto de tarefas educacionais, envolvendo área e perímetro de figuras geométricas planas.
T13	Como é proposto o estudo da área de figuras geométricas planas no currículo de Matemática do Programa Projovem Urbano e a relação entre esse estudo e os princípios que regem o referido Programa.
T18	Analisar as praxeologias matemática e didática existentes em um livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental acerca do conceito de área de figuras geométricas planas.
T19	Identificar e analisar as formas de participação de estudantes em aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria a partir de situações com referência na realidade.
T20	Discute como alunos de 6º ano do ensino fundamental lidam com uma tarefa de comparação de áreas de figuras planas em ambientes com características distintas: Papel e Lápis, Materiais Manipulativos e no software de geometria Apprenti Géomètre 2.
T27	Apresenta o reconhecimento da Geometria no estádio de futebol e a aplicação do conceito de área de figuras planas para obter o número aproximado da capacidade de torcedores nas arquibancadas. O objetivo central do trabalho é promover um aprendizado diferenciado e relevante no ensino dos conceitos de área e perímetro de figuras planas.
T29	Apresentar uma pesquisa feita na escola básica com alunos das séries iniciais no ano de 2012.
T33	Pretende evidenciar os problemas de ensino e de aprendizagem relacionados às Grandezas Geométricas perímetro e área de figuras planas.
T49	Evidenciar que a prática da argumentação pode se apresentar como método que favorece a compreensão de noções matemáticas.

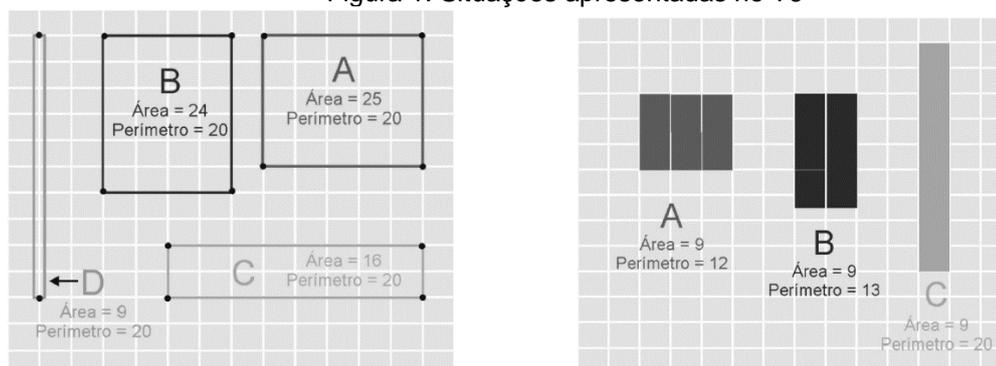
Fonte: Elaboração da autora com base nos artigos mapeados.

A partir da análise do Quadro 6 evidencia-se que dos 11 trabalhos, retirados os que fizeram análise documental, 7 trabalhos desenvolveram atividades de intervenção nas salas de aulas (T7, T11, T19, T20, T27, T29, T49), 2 investigaram os conhecimentos de alunos (T6, T33).

Os trabalhos T6 e T33 analisaram os conhecimentos de alunos quanto aos conceitos de perímetro e área, em particular, a relação entre estes conceitos. Para desenvolver a pesquisa o autor de T6 fundamentou-se na Epistemologia Genética²¹. Os dados foram produzidos por meio de entrevistas, segundo os pressupostos do método clínico. Nas entrevistas são contadas duas histórias sobre a construção de um canil, acompanhadas das representações das figuras que indicam os possíveis formatos do canil (Figura 1).

²¹ Teoria desenvolvida por Jean Piaget.

Figura 1: Situações apresentadas no T6



Fonte: Recorte do T6.

O autor do T6 constatou que os alunos são capazes de realizar o cálculo para determinar a área e o perímetro de polígonos, mas “*durante a entrevista demonstram não saber que o perímetro refere-se ao contorno que delimita o quadrilátero e a área à superfície do interior da figura*” (Recorte T6). Também, verificou que muitos alunos não conseguem estabelecer relações entre estes conceitos.

A autora do T33 propôs a 85 alunos do 8ºAno a resolução de duas atividades de uma das avaliações de larga escala estaduais. As atividades requerem que o aluno diferencie área de perímetro. Para analisar os dados a autora se apoia em resultados de pesquisas brasileiras desenvolvidas por Chiummo (1998), Facco (2003), Andrade (2007) e Baldini (2004), bem como internacionais Baltar²² (1996), Douady & Perrin-Glorian (1989).²³ Os resultados da pesquisa indicam que os alunos não dominam os conceitos de área e perímetro. A autora do T33 afirma que

²² Baltar, atualmente é professora da Universidade Federal de Pernambuco e as referências dos seus trabalhos passaram a utilizar o sobrenome Bellemain - Paula Moreira Baltar Bellemain

²³ CHIUMMO, A. O conceito de áreas de figuras planas: capacitação para professores do ensino fundamental. 1998. 142p. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 1998.

FACCO, S. R. Conceito de área: uma proposta de ensino aprendizagem. 2003. 149p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2003.

ANDRADE, J. B. Composição e decomposição de figuras geométricas planas por alunos do ensino médio. 2007. 120p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino da Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2007.

BALDINI, L. A. F. Construção do conceito de área e perímetro: uma seqüência didática com auxílio de software de geometria dinâmica. 2004. 179p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, PR, 2004.

BALDINI, L. A. F. Construção do conceito de área e perímetro: uma seqüência didática com auxílio de software de geometria dinâmica. 2004. 179p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, PR, 2004.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. Educational Studies in Mathematics. v. 20, n. 4, p. 387-424, 1989.

[...] para auxiliar o aluno a formular os conceitos de perímetro e área, o professor precisa propiciar atividades de comparação de grandezas sem a necessidade de medição como, por exemplo, comparar dois caminhos, duas áreas utilizando a composição e decomposição de figuras. Atividades intencionalmente orientadas para que os estudantes compreendam, primeiramente, os conceitos de unidade, importante para a construção do conceito de medida, [...]. É necessário, também, solicitar atividades nas quais a área varie em sentido oposto ao de seu perímetro, favorecendo a compreensão e diferenciação desses conceitos. Em suma, atividades que articulem e diferenciem a figura, a grandeza a ela associada e a medida dessa grandeza. (Recorte T33)

Os trabalhos T7, T11, T29 e T49, também, analisaram a relação entre perímetro e área. Contudo, além de identificar o que os alunos sabem ou não sobre esta relação, optaram por desenvolver atividades que proporcionassem a aprendizagem dos conceitos de área e perímetro. As autoras de T7 elaboraram e desenvolveram atividades com estudantes cegos. Para tanto, recorreram as ideias de Pavanello (2004), Douady e Perrin-Glorian (1989) e Nunes, Light e Mason (1993)²⁴ quanto ao ensino e aprendizagem de geometria, em particular, área e perímetro. A metodologia foi inspirada no método funcional da dupla estimulação²⁵, elaborado por Vygotsky.

É importante apresentar as concepções que orientaram a elaboração das atividades exibidas no T7, pois outros trabalhos também recorrem a estes entendimentos. Dos resultados das pesquisas de Pavanello (2004), as autoras do T7 consideram que *“a elaboração do conceito de área necessita da compreensão de dois processos”* (Recorte T7), a saber: *“fixar uma unidade de área e a partir desta escolha, analisar quantas vezes a unidade cabe na figura; comparar superfícies, tendo como fundamento a igualdade de figuras por sobreposição. Segundo as autoras do T7,*

o primeiro processo permite verificar que, ao adotar diferentes unidades de superfície, obtêm-se diferentes valores numéricos para sua área, enquanto o segundo pode levar a compreensão de que superfícies diferentes podem

²⁴ PAVANELLO, R. M. Que Geometria pode ser significativa para a vida? 2004. Disponível em: <www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2004/cm/index.htm>. Acesso em 09 jan. 2006. RENSHAW, P. A Sociocultural View of the Mathematics Education of Young Children. In: MANSFIELD, H.; PATEMAN, N.; BEDNARZ, N. (Orgs.). Mathematics for tomorrow's young children. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996. p. 59-78.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. Educational Studies in Mathematics, Springer Netherlands, v. 20.4, p. 387-424, 1989.

NUNES, T.; LIGHT, P.; MASON, J. Tools for thought: the measurement of length and area. Learning and Instruction, London, v. 3, n. 1, p. 39-54, 1993.

²⁵ Segundo as autoras de T7 neste método *“as tarefas são propostas e executadas a partir das ferramentas materiais cujo papel é oferecer a primeira série de estímulos aos sujeitos. Um segundo conjunto de estímulos é proporcionado pelas ferramentas semióticas que emergem durante as intervenções feitas pelas pesquisadoras e pelos parceiros das atividades”* (Recorte do T7).

ter a mesma área [pode ser analisada por sobreposição ou decomposição/sobreposição]. (Recorte T7)

O segundo processo, comparar superfícies, é indicado pelos PCN (1997, 1998) a partir das atividades de sobreposição ou decomposição/sobreposição, conforme mencionado na seção 2, deste trabalho.

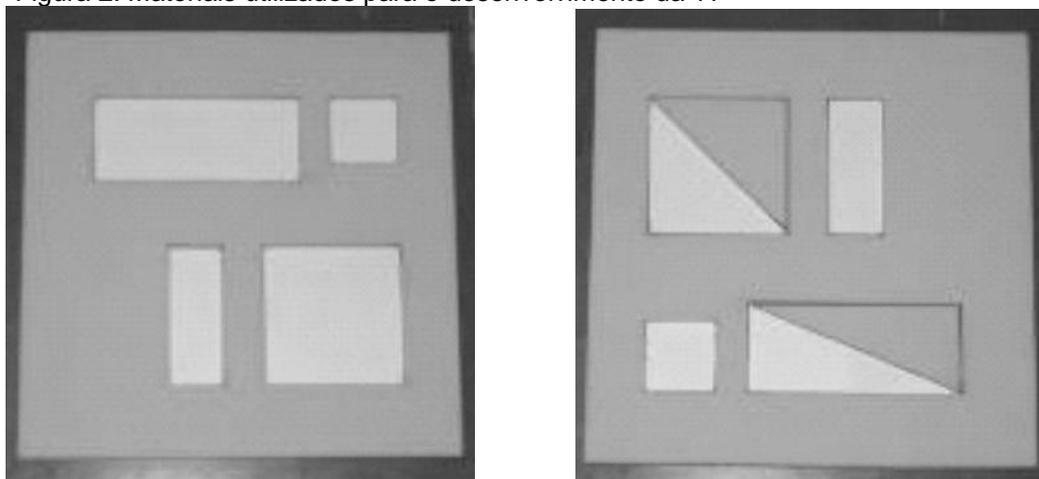
Assim como a autora do T33, as autoras do T7 recorreram aos resultados das pesquisas de Douady e Perrin-Glorian (1989) sobre a construção do conceito de área. Estas pesquisadoras entendem que para a construção do conceito de área as atividades devem *“envolver a distinção entre área de uma superfície e o valor numérico atribuído a ela”* (Recorte T7). Isto porque estão nas hipóteses de Douady e Perrin-Glorian (1989) para a aprendizagem de área:

(a) desenvolver o conceito de área enquanto grandeza permite que os alunos estabeleçam relações entre os quadros geométricos e numéricos; (b) uma identificação precoce entre grandezas e números pode acarretar conflitos entre comprimento e área. (Recorte T7)

Para Douady e Perrin-Glorian (1989), segundo as autoras de T7, intervenções de ensino que mobilizam os quadros geométricos e numéricos potencializam o estabelecimento de relações, em especial, a diferenciação entre área e perímetro.

Dos resultados das pesquisas de Nunes, Light e Mason (1993), alunos videntes, as autoras de T7 consideraram que *“escolha dos instrumentos de medição utilizados em determinadas tarefas influenciam os resultados obtidos”* (Recorte T7). Assim, as autoras confeccionaram placas de madeira retangulares com medidas de 25 cm por 30 cm e sobre elas foram colocadas lâminas de EVA, na quais as figuras geométricas foram recortadas (Figura 2).

Figura 2: Materiais utilizados para o desenvolvimento da T7



Fonte: Recorte do T7.

Conforme as autoras do T6 a

apresentação das formas geométricas em baixo relevo, além de favorecer o reconhecimento das formas através do tato, permitia que os alunos cegos pudessem medir os lados ou completar as figuras com os pequenos cubos de madeira utilizados como unidade de medidas. (Recorte T6)

Com o auxílio do material (Figura 2) os alunos deveriam determinar a área e o perímetro das figuras geométricas. As análises elaboradas pelas autoras de T7 permitem corroborar com os resultados das pesquisas de Pavanello (2004) e Douady e Perrin-Glorian (1989) e Nunes, Light e Mason (1993). A escolha de uma unidade de área e os procedimentos de decomposição de composição, proposta por Pavanello (2004), possibilitaram aos alunos desenvolverem estratégias próprias de cálculos, promovendo o entendimento de área. Além disso, a importância das mudanças de quadros, sugeridas por Douady e Perrin-Glorian (1989), foi identificada nos

conflitos apresentados entre os termos área, perímetro e dimensões e seus significados geométricos, sugerem que esses alunos foram conduzidos a identificar precocemente grandezas e números o que causou conflitos entre comprimento e área. (Recorte T7)

As autoras do T7 afirmam que há indícios de que os resultados das pesquisas de Nunes, Light e Mason (1993) podem ser validados para alunos cegos, pois “os resultados mostraram que há uma estreita relação entre o número de respostas corretas e a aplicação de uma estratégia de medição baseada na contagem de unidades de área” (Recorte T7).

Entende-se que os resultados da pesquisa apresentada no T7 são importantes para a área da Educação Básica, em particular, para o ensino de conceitos de geometria plana, pois expõem atividades que beneficia a todos, deficiente ou não.

As atividades desenvolvidas pelo autor do T11 envolveram alunos do 9ºAno do Ensino Fundamental e foram elaboradas com base nos resultados de pesquisas sobre o ensino de área de figuras planas, por exemplo, Baltar (1996) e Nunes, Light e Mason (1993), pesquisas estas citadas em T33 e T7, respectivamente. O Modelo dos Campos Semânticos²⁶, também, foi utilizado como “base teórico-epistemológica e como instrumento de leitura das produções de significados dos sujeitos de

²⁶ Teoria elaborada pelo professor Dr. Romulo Campos Lins.

pesquisa” (Recorte T11). O autor menciona que os trabalhos de Vygotsky (1993) e de Leontiev (2006)²⁷ contribuíram na elaboração do trabalho.

Como o T11 é fruto da pesquisa desenvolvida pelo autor durante o mestrado, ele optou por apresentar apenas três atividades e os resultados obtidos de duas alunas. A primeira atividade (Figura 3) tem por objetivo investigar como o aluno “opera ao pensar em área e perímetro (por exemplo, com a multiplicação de grandezas lineares ou com a contagem de unidades de área)” (Recorte T11).

Figura 3: Atividade 1 do T11

Tarefa 1

Os dois retângulos abaixo são iguais. Observe.

FIGURA 1

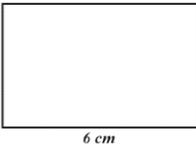
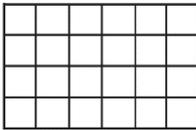


FIGURA 2



Considerando as Figuras 1 e 2, responda às seguintes perguntas:

- a) Qual é a medida da área do retângulo?
- b) Qual é a medida do perímetro do retângulo?

Fonte: Recorte T11.

Percebe-se que a atividade reproduzida na Figura 3 explora, nos termos utilizados por Douady e Perrin-Glorian (1989), citadas por T7 e T33, o quadro numérico (retângulo a esquerda) e geométrico (retângulo a esquerda). Conforme o autor do T11, as alunas operaram de forma diferente, em outros termos, uma aluna opera com a ideia de grandeza única, a área (conta os quadradinhos) e a outra opera com medidas de comprimento (multiplicação de grandezas lineares).

A segunda atividade (Figura 4) apresentada no T11 tem por objetivo analisar os conhecimentos sobre área, perímetro e a relação área – perímetro. Esta atividade se aproxima da situação proposta em T6 (Figura 1), em que o valor do perímetro é mantido constante e o valor da área varia.

²⁷ VYGOTSKY, L. S. Pensamento e Linguagem. São Paulo, Martins Fontes, 1993.

LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKY, L. S. (Dir.). Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. São Paulo: Ícone, 2006. p. 59-83.

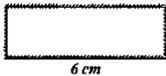
Figura 4: Atividade 2 do T11

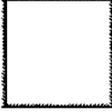
Tarefa 2

Você possui uma corda com a medida de 16 centímetros, quando está totalmente esticada, como mostra a figura abaixo.


16 cm

Com esta corda, você construiu um retângulo e depois um quadrado, conforme o que podemos observar nas seguintes figuras. Veja.


2 cm 6 cm


4 cm

a) Estas duas figuras têm a mesma área? Quais são suas áreas?
b) Estas duas figuras têm o mesmo perímetro? Quais são seus perímetros?

Fonte: Recorte T11.

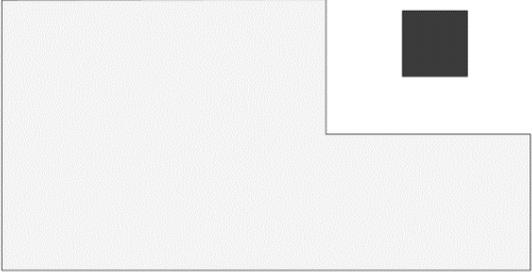
Ao analisar as produções das alunas o autor do T11 constatou que uma delas ainda confunde área e perímetro, pois considera que as figuras possuem a mesma área porque foram construídas com a mesma corda. A outra aluna não apresentou dificuldades em verificar que as áreas não são iguais, pois opera com a noção multiplicativa de área. Compreende-se que atividades que mantêm o perímetro fixo e variam a área ou mantêm a área fixa e variam o perímetro contribuem para que os estudantes não confundam área com perímetro.

A atividade 3 (Figura 5) tem por objetivo contribuir na construção do conceito de área, a partir do processo de sobreposição. Conforme já mencionado, atividades como estas atendem as recomendações dos PCN (BRASIL, 1997, 1998), bem como as sugestões de Pavanello (2004) e Douady e Perrin-Glorian (1989).

Figura 5: Atividade 3 do T11

Tarefa 3

Da forma que você achar melhor, utilize o quadrado preto para responder à pergunta abaixo, envolvendo a figura a seguir.



Quantos quadrados pretos iguais a este cabem na figura acima?

Fonte: Recorte T11.

O autor do T11 verificou que a confusão entre perímetro e área surgiu, novamente, nesta atividade, quando uma das alunas perguntou: “*Pra saber quantas*

coisas cabem dentro de uma outra coisa, eu tenho que saber a coisa dessa coisa em área ou perímetro?” (Recorte T11). Ressalta-se que as atividades e os resultados apresentados no T11 podem contribuir para o professor identificar as dificuldades dos alunos acerca das noções de área e perímetro e fazer intervenções que possibilitem amenizar estas dificuldades.

No T19 são apresentadas atividades envolvendo os conceitos de área e perímetro, a partir de uma situação com referência na realidade de um grupo de alunos do 8ºAno do Ensino Fundamental. As autoras buscaram analisar a participação dos estudantes com base na perspectiva da aprendizagem situada²⁸, segundo Jean Lave e Etienne Wenger²⁹. A situação de referência, descrita no T19, envolve a organização do paisagismo da escola. Os alunos tinham um espaço da escola para ornamentar, mas, para isso, precisavam determinar as dimensões do espaço e verificar qual a melhor forma de aproveitá-lo. Assim, as questões propostas pela professora (planejadas com auxílio das autoras do artigo) *“envolviam a área do canteiro, a quantidade de placas de grama necessária para o espaço, os formatos dos canteiros bem como a área e o perímetro destes”* (Recorte T19). As autoras concluíram que

quando os estudantes exploraram situações com referência na realidade para estudar um tópico de geometria, participaram em termos de projeção e adequação. Isto é, projetaram a geometria em outras situações além da situação da matemática escolar, associando essa parte da Matemática ao cotidiano e, do mesmo modo, adequaram o que já conheciam ao contexto em questão. (Recorte T19)

No T19 as autoras discutem, com maior profundidade, as questões relacionadas a participação dos alunos na realização das atividades do que a aprendizagem dos conceitos de área e perímetro.

Os autores do T29 trabalharam os conceitos de área e perímetro com alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e utilizaram o Tangram em diferentes formatos (material manipulável e digital), conforme já mencionado nesta seção. Segundo os autores a pesquisa tem caráter qualitativo e se *“fundamenta na teoria*

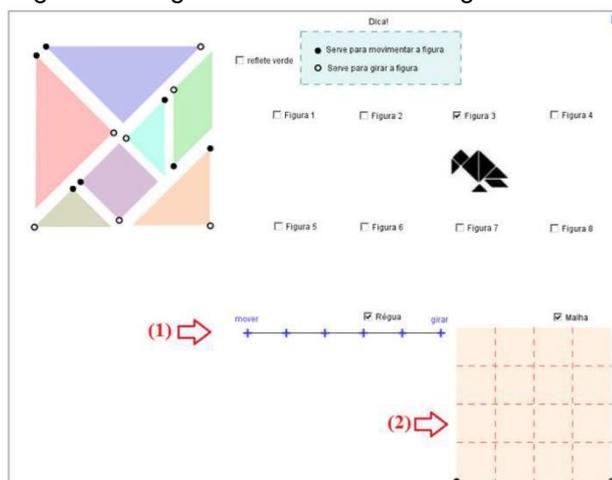
²⁸ A aprendizagem situada é mais do que situada na prática, mas considerada como parte integral da prática social. Desse modo, a aprendizagem não é considerada como processo de internalização e o conhecimento não é transmitido ou descoberto. Ou seja, o aprendiz não é analisado individualmente, mas como um sujeito no mundo, como membro da comunidade social. Nesse sentido, Wenger (1998, p. 55) define a participação como “experiência social de viver no mundo em termos de ser membro em comunidades sociais” (Recorte T19).

²⁹ LAVE, J.; WENGER, E. Situated learning: Legitimate peripheral participation. New York: Cambridge University Press, 1991. 138 p.

dos níveis de Van Hiele³⁰ para justificar os progressos na construção do conhecimento pelos alunos” (Recorte T29). Dos trabalhos analisados sobre área e perímetro este é o único que cita os níveis de Van Hiele, pois os outros dois trabalhos que citam estes níveis foram categorizados como estudos teóricos (T46, T59).

Conforme os autores do T29 a proposta de ensino de conceitos geométricos foi organizada em seis etapas: (1) apresentação da lenda do Tangram³¹; (2) exploração de figuras geométricas no Tangram, produzido de EVA, e construção de figuras com as peças do jogo; (3) exposição das figuras construídas na etapa anterior; (4) manipulação do Tangram virtual, construído no *Geogebra* (Figura 6); (5) manipulação do Tangram disponível no sistema Linux Educacional; (6) realização de um questionário.

Figura 6: Tangram construído no Geogebra



Fonte: Recorte T29.

Das seis etapas desenvolvidas a que explorou os conceitos de área e perímetro foi a quarta, na qual os estudantes selecionavam uma das oito figuras de animais disponíveis e precisavam movimentar as peças do Tangram para construí-las e, após, determinar o valor da área e do perímetro. Para tal, foi disponibilizado aos alunos uma malha quadriculada (2 na Figura 6) cujo valor da área é igual ao do Tangram e uma régua (1 na Figura 6) sem graduação.

³⁰ São cinco níveis de Van Hiele e estes níveis estão descritos na seção 2 desta pesquisa.

³¹ Disponível em:

<http://www.mathema.com.br/default.asp?url=http://www.mathema.com.br/e_fund_a/mat_didat/tangram/_tangram.html>

Segundo os autores do T29, a partir desta atividade foi possível caracterizar o perímetro como *“o tamanho da cerca que envolve uma figura plana”* (Recorte T29). Os estudantes utilizaram a ferramenta régua para determinar a medida aproximada do perímetro das figuras formadas por peças do Tangram, visto que o valor exato requer conhecimentos de números irracionais não abordados nos Anos Iniciais. Para determinar a área foi utilizada a contagem das unidades de área, após intervenções do pesquisadores, por meio do uso da malha quadriculada (processo de sobreposição, já mencionado em outros textos). *“Os alunos realizaram a contagem dos quadrados que cabiam na imagem e através disso sabiam afirmar qual o valor aproximado da área formada pela imagem”* (Trecho T29). Além disso, a atividade permitiu que os alunos constatassem que o perímetro das figuras não era o mesmo do Tangram.

As atividades e os resultados expostos no T29 indicam que os conceitos de perímetro e área podem ser abordadas de forma articulada nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, sem precisar recorrer as fórmulas para o cálculo de área tão enfatizadas na disciplina de Matemática, mas que não garante a aprendizagem como mostraram os resultados de T6, T33, T11.

Os autores do T49 realizaram um estudo de caso com alunos do 5ºAno do Ensino Fundamental com o objetivo de destacar as práticas de argumentação como método que potencializa a compreensão de conceitos matemáticos. O modelo de *Toulmin*³² foi utilizado como base teórica. Uma das atividades propostas solicita aos estudantes que elaborem *“uma história a respeito de um novo animal que chegaria ao Bosque Rodrigues Alves, Jardim Botânico da Amazônia. O texto deveria indicar a espécie, a origem do animal e como chegou ao parque, dentre outras informações”* (Trecho T49), bem como projetar o viveiro (ambiente). Após a produção textual, os estudantes deveriam desenhar o viveiro como se estivessem olhando de cima. Foi disponibilizado para esta construção canudinhos para cercar o viveiro e EVA para representar o chão do viveiro. Os autores constataram que

As associações do contorno ao cercado, ou seja, a construção com canudinhos e região interna ao chão do viveiro evidenciam que obtivemos êxito na primeira aproximação para diferenciar área e perímetro, além de confirmarmos que a prática da argumentação favoreceu o cumprimento da atividade. (Recorte T49)

³² O modelo foi utilizado inicialmente por Krummheuer (1995), que investigou a prática da argumentação coletiva em sala de aula de matemática, analisando seus dados com base nas interações argumentativas e no modelo de análise de argumento proposto por Toulmin. (Recorte T49).

Além de conhecer outras maneiras de abordar as relações entre perímetro e área, o T49 permite compreender como pode ser desenvolvida a argumentação em sala de aula.

De acordo com PCN (BRASIL, 1998) é muito comum que os alunos confundam as noções de área e perímetro ou frequentemente estabeleçam relações equivocadas entre elas. Talvez porque os alunos não são colocados diante de situações-problema que requerem que eles relacionem as duas noções ou porque o emprego de fórmulas é privilegiado em detrimento a abordagem conceitual. Pode-se constatar que os trabalhos analisados apresentam para os professores várias sugestões de como colocar os alunos diante de situações-problema que exigem analisar as relações entre os conceitos de área e perímetro.

Conforme já mencionado, os artigos T20 e T27 desenvolveram intervenções de ensino, mas exploram apenas o conceito de área. Os autores do T20 apresentam os resultados de uma atividade, desenvolvida com estudantes do 6º Ano do Ensino Fundamental, envolvendo comparação de áreas de figuras planas. Para a realização desta atividade os estudantes contaram com papel e lápis, materiais manipulativos e no *software* de geometria *Apprenti Géomètre 2*³³. A fundamentação teórica da pesquisa baseou-se na teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud³⁴ e a abordagem da área como grandeza, proposta por Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian³⁵. Ressalta-se que as concepções destas pesquisadoras sobre área, também, fundamentaram T7 e T33. Além desses teóricos, os resultados de algumas pesquisas brasileiras sobre área e perímetro são mencionados pelos autores de T19, dentre elas as pesquisas de Bellemain³⁶, já citadas em outros trabalhos.

³³ Software de geometria belga *Apprenti Géomètre 2* desenvolvido pelo CREM (Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) é um grupo de pesquisa.

³⁴ VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceptuais. In: BRUN, JEAN. Didática das Matemáticas. Tradução: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget – Horizontes Pedagógicos, p. 155-191, 1996. p. 155-191.

³⁵ DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*. v. 20, n. 4, p. 387-424, 1989.

³⁶ BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental. Ed. Geral: John A. Fossa. Natal: SBHMat, 2002.

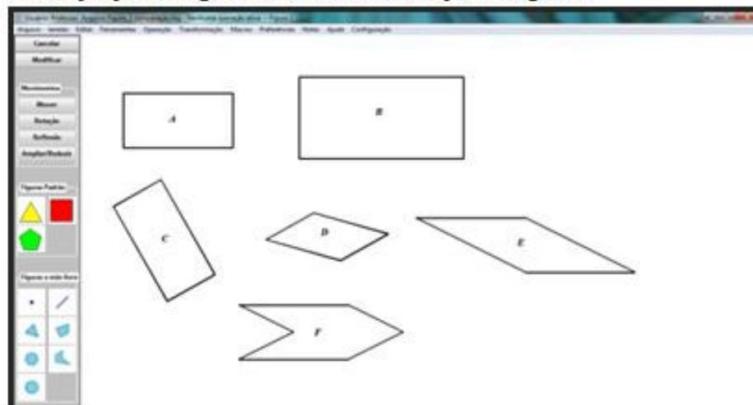
LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Habilidades matemáticas relacionadas com grandezas e medidas. In: FONSECA, M. (Org.). Letramento no Brasil: habilidades matemáticas reflexões a partir do NIAF 2002. São Paulo: Global, 2004.

FERREIRA, L. de F. D.; BELLEMAIN, P. M. B. Estratégias utilizadas por alunos do 6º ano em questões da OBEMEP sobre as grandezas comprimento e área. 2013. Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2899_1501_ID.pdf> Acesso em: 23 de fevereiro de. 2016.

A atividade descrita no texto requer que os alunos “indiquem quais dentre cinco figuras (todas poligonais) tinham a área igual à de um retângulo traçado em posição prototípica (com os lados paralelos às bordas do papel)” (Recorte T20).

Figura 7: Atividade sobre comparação de áreas

1- Indique quais das figuras abaixo têm mesma área que o retângulo A:



Fonte: Recorte T20.

Segundo as autoras do T20, a atividade foi estruturada “de modo a bloquear os procedimentos numéricos de comparação, com a intenção de privilegiar a articulação entre os quadros geométrico e das grandezas” (Recorte T20), pois as atividades em que o aspecto numérico é central é a mais enfatizadas em livros didáticos.

As autoras esperavam que os estudantes identificassem que as figuras de “mesma área que o retângulo A são C, E e F. A área do paralelogramo D é menor que a de A e o retângulo B tem área maior que a de A” (Recorte T20). Para identificar que C é congruente ao retângulo A esperava-se que os estudantes mobilizassem o seguinte teorema-em-ação: *a área de uma figura é invariante por isometria*, fazendo a sobreposição, pois o software permite girar as figuras. A igualdades das áreas das figuras E e F em relação a figura A poderia ser verificada por procedimentos de decomposição e recomposição. “Se os alunos indicarem essas figuras como tendo mesma área que A, interpretamos como indício da mobilização do teorema-em-ação correto segundo o qual figuras equidecompostas têm áreas iguais” (Recorte T20). Por inclusão pode-se constatar que D tem área menor que A e B tem área maior.

Os alunos poderiam responder que nenhuma figura tem área congruente à do retângulo A, “baseados na ideia de que a área é a própria região, [...], e, portanto, ao mudar de localização ou de posição, a área da figura muda” (Recorte T20). Outra

resposta poderia estar embasada na concepção de que *“área está relacionada ao formato das figuras, levando a concluir (erradamente) que A, B e C possuem áreas iguais por serem retângulos”* (Recorte T20).

Os resultados da pesquisa indicam que os estudantes dominam parcial ou plenamente procedimentos de inclusão e sobreposição na comparação das áreas de figuras. Todas as duplas identificaram que a figura C tinha a mesma área que o retângulo A. Além disso, constatou-se que as

resoluções dos alunos também sinalizaram a mobilização de teoremas-em-ação falsos, com ênfase para duas figuras que têm mesma área são congruentes (ou o teorema-em-ação equivalente segundo o qual figuras não congruentes têm necessariamente áreas diferentes) e figuras com mesmo formato têm mesma área. (Recorte T20)

As autoras, também, verificaram que os procedimentos de decomposição e recomposição, sem perda nem sobreposição, *“é mais abrangente e é suficiente para comparar de modo adequado as áreas das figuras da tarefa proposta”* (Recorte T20). Como já mencionado, a proposição de atividades em que estes procedimentos podem ser mobilizados é recomendada pelos PCN (BRASIL, 1997, 1998) e pelos autores dos T7, T18, T27 e T33. Destaca-se no T20 as escolhas teóricas para a elaboração da atividade, em particular, o entendimento de área como grandeza e a pluralidade de recursos utilizados de forma articulada, possibilitando aos estudantes mobilizarem diferentes procedimentos.

A autora do T27 desenvolveu atividades com estudantes do 6ºAno do Ensino Fundamental sobre figuras geométricas. Para tanto, a autora propôs aos estudantes que verificassem as figuras geométricas que existentes no estádio de futebol, pois na época a copa estava sendo realizada no Brasil. Além de analisar as figuras geométricas os estudantes deveriam calcular a área de figuras planas para obter números aproximados da capacidade de torcedores no estádio.

Figura 8: Plano de ensino elaborado pela autora do T27

Quadro 1- Plano de ação

MOMENTO	OBJETIVO	AÇÃO
1º (2 períodos)	- Percepção: refere-se à observação e a manipulação de objetos concretos. Ocorre por meio de atividades empíricas.	- Assistir ao vídeo, realizando interferências e investigação do conhecimento dos alunos; - Realizar o registro dos conteúdos vistos.
2º (2 períodos)	- Representação: refere-se à reprodução, por meio de desenhos, de objetos percebidos ou construídos.	- Através da cópia reprográfica, os alunos reconhecerão e classificarão as diferentes figuras planas. - Os conceitos de área serão construídos por meio do recorte de figuras e sobreposição em papel quadriculado.
3º (2 períodos)	- Construção: refere-se à construção de objetos que possam ser manipulados.	- Fazer em grupos a construção de uma maquete de um campo de futebol.
4º (2 períodos)	- Concepção: refere-se à organização conceitual, à busca do conhecimento geométrico por meio do raciocínio lógico dedutivo e da teorização.	- Calcular a área das figuras utilizadas para construir o estádio de futebol, assim como verificar a capacidade aproximada de torcedores.

Fonte: Recorte T27.

Segundo a autora do T27, no primeiro momento, os alunos compreenderam o assunto abordado no vídeo, mas não reconheceram todas as figuras apresentadas. No segundo momento, os alunos classificaram algumas figuras planas com o intuito de construir as fórmulas para cálculo de área e perímetro das figuras: quadrado, retângulo, triângulo, paralelogramo e trapézio. Quanto às áreas do quadrado e do retângulo, os alunos não apresentaram dificuldades, mas para as áreas do triângulo e do paralelogramo necessitaram de auxílio da professora. Na construção das maquetes os alunos puderam mobilizar os conhecimentos construídos nos momentos anteriores.

Percebe-se pela forma como os resultados foram apresentados que o T27 possui características de um relato de experiência do que de uma pesquisa. Além disso, as atividades expostas no T27 não se diferenciam das propostas em livros didáticos.

Outro aspecto que foi analisado nos 11 trabalhos refere-se ao uso de *softwares* no ensino de geometria plana. Neste sentido, pode-se constatar que os artigos (T20, T29) utilizaram o *software* como recurso. O T20 utilizou o *software* Apprenti Géomètre 2 e os autores destacam que as atividades com este recurso —ofereceram a possibilidade de resolver a tarefa de maneira dinâmica (decalcando, deslocando, cortando e colando efetivamente as figuras ou utilizando as ferramentas

do menu do software), ampliando as possibilidades de ação oferecidas pelo ambiente Papel e LápisII. O T29 utilizou o *software* Geogebra por meio da atividade de manipulação e exploração do Tangram virtual no qual os autores observaram que os alunos realizaram medições corretas do perímetro das figuras construídas, e utilizando do recurso do software a régua virtual, permitiu que os alunos definissem a unidade de medida e realizassem os cálculos necessários.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa apresentou como objetivo, de modo geral, analisar os aspectos teórico-metodológicos necessários ao ensino de geometria que favoreçam o desenvolvimento do raciocínio geométrico. De modo específico, busca-se verificar se e como as pesquisas mapeadas abordam os conceitos de perímetro e área; bem como identificar a presença ou não de problemáticas relacionadas ao uso de tecnologias.

Desta maneira, com base na análise dos resumos de 83 trabalhos constatou-se que o número de publicações sobre geometria, em particular, geometria plana vem crescendo no decorrer dos últimos três anos. O que pode ser considerado um ponto positivo para o ensino de geometria, pois os PCN (BRASIL, 1997, 1998) e algumas pesquisas, por exemplo, Pavanello (1993) denunciaram o abandono deste campo da Matemática nas práticas pedagógicas de professores brasileiros.

Por meio da leitura dos resumos dos 83 trabalhos, constatou-se que nos trabalhos apresentaram quanto aos focos, na Educação Básica (31 trabalhos) e na Formação de Professores (29 trabalhos), a maioria desenvolveu sequências de ensino (38 trabalhos de 60) e os demais realizaram entrevistas e/ou aplicaram questionários (12 trabalhos de 60).

Em relação as teorias adotadas nos 83 trabalhos pode-se afirmar que a partir da análise dos resumos não foi possível identificar na grande maioria. Contudo, foi possível identificar que as teorias de aprendizagem matemática desenvolvidas por Raymond Duval (Registros de Representação Semiótica) e por Gerard Vergnaud (Campos Conceituais) foram citadas em vários trabalhos. A teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Chevallard também foi citada, em especial, nos trabalhos publicados na EM TEIA.

Quanto às questões metodológicas para o desenvolvimento das pesquisas, verificou-se que todas as investigações optaram por uma pesquisa qualitativa. No que tange as escolhas metodológicas para o ensino de conceitos geométricos, identificadas nas pesquisas que realizaram intervenções de ensino, percebeu-se uma tendência para os pressupostos da Engenharia Didática, desenvolvida por Artigue³⁷.

³⁷ ARTIGUE, M. (1988): —Ingénierie Didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, 281-308.

O uso de tecnologias, em particular, *softwares* foi identificado dos 83 trabalhos em 19 trabalhos, segundo Sena e Dorneles (2013) destacam o uso do computador não somente como uma ferramenta para promover a aprendizagem da geometria, mas, também, como um catalisador para mudanças na postura dos professores em seu relacionamento com os alunos, tornando o ambiente de sala de aula um espaço de exploração, descoberta, criação e construção, as autora também destacam que estas ferramentas de geometria dinâmica ganham destaque na pesquisa a partir do ano 2000.

Ao analisar os trabalhos que tratam de área e perímetro (onze trabalhos), constatou-se que nove foram desenvolvidos com estudantes da Educação Básica. Destes nove trabalhos, oito discutem questões relacionadas ao Ensino Fundamental, logo, verificou-se que somente um trabalho foi desenvolvido com estudantes do Ensino Médio. Os demais, dois trabalhos, foram categorizados como Análise Documental.

Verificou-se que em relação aos onze trabalhos, no qual foram desconsiderados os que fizeram análise documental, sete trabalhos desenvolveram atividades de intervenção nas salas de aulas (T7, T11, T19, T20, T27, T29, T49), dois investigaram os conhecimentos de alunos (T6, T33).

Ao analisar as perspectivas teóricas dos onze trabalhos que tratam de área e/ou perímetro percebe-se que a maioria recorreu as pesquisas sobre o ensino de conceitos geométricos, principalmente, nos resultados das pesquisas realizadas por Douady e Pierre na França e de Baltar. Também, foram identificadas as teorias de aprendizagem matemática, a saber: Campos Conceituais (T7 e T33), Antropológica do Didático, trabalhos publicados na Em Teia. A teoria de Van Hiele foi identificada em apenas um trabalho (T6). Cabe destacar que esperava-se que esta teoria estaria presente em uma maior número de trabalhos em função das suas contribuições para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Os pressupostos da Engenharia Didática, mesmo que de forma implícita, estão presentes na maioria dos onze trabalhos, principalmente, quando estruturam as atividades a serem propostas aos estudantes.

Quanto ao uso de tecnologias constatou-se que dos 11 trabalhos apenas dois trabalhos, ou seja, 18,18% utilizaram do recurso do software para desenvolver os conceitos de área e perímetro.

Espera-se que através desta pesquisa tenha-se colaborado com a área da Educação Matemática, trazendo importantes discussões acerca do processo de ensino e aprendizagem de geometria, em particular, área e perímetro no intuito de favorecer o desenvolvimento do raciocínio geométrico.

REFERÊNCIAS

BICUDO, M. A. V. **Meta-análise**: seu significado para a pesquisa qualitativa. REVEMAT – Florianópolis-SC, v. 9, Ed. Temática (junho), p. 07-20, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – Documento preliminar. MEC. Brasília, DF, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1997.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. MEC. SEB. **Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias**, volume 2. Brasília, 2006.

CARVALHO, D. G; BELLEMAIN, P. M. B. **Um estudo diagnóstico com alunos do Projovem Urbano da região metropolitana do Recife-PE para resolver problemas de área**. VI EPBEM – Encontro Paraibano de Educação Matemática. UEPB. Monteiro-PB, 2010.

DAMM, R. F. **Registros de Representação**. In: MACHADO, Silvia D. A. Educação Matemática: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2012, p.135-154.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. Revemat: Florianópolis, v. 07, n. 2, 2012a.

DUVAL, Raymond. **Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência**. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat, v.07, n.1, p.118-138, 2012b.

DUVAL, R. **Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. Concedida a FREITAS, de. J.L.M; REZENDE,V. Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, PR, v.2, n.3, jul-dez. 2013.

FERREIRA, L. F. D. **A Construção do Conceito de Área e da Relação entre Área e Perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental**: Estudos sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE, Recife, PE, 2010.

FIORENTINI,D. et al. **O professor que ensina matemática como campo de estudo**: concepção do projeto de pesquisa. In: Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 – 2012, Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016.

GRAVINA, M. A. **Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria**. In: Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, 1996.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. **A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados**. IV Congresso RIBIE, Brasília 1998.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético dedutivo**. Tese de Doutorado. Porto Alegre, RS, UFRGS, 2001.

GRAVINA, M. A. **O potencial semiótico do geogebra na aprendizagem da geometria**: uma experiência ilustrativa, VIDYA, v. 35, n. 2, p. 237-253, jul./dez. Santa Maria, 2015.

GRAVINA, M. A.; BASSO, M. V. A. **Mídias Digitais na Educação Matemática**. In: GRAVINA, M. A. et al. (Orgs.). Matemática, Mídias Digitais e Didática – tripé para a formação de professores de Matemática. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2012. p. 4-25. Disponível em: <<http://www.ufrgs.br/tri/sead/publicacoes/documentos/livro-matematica-midias>>. Acesso em: 05 jun. 2017.

KALEFF, A. M. **Tomando o ensino da geometria em nossas mãos**. In: Educação Matemática em Revista. São Paulo: v. 1, n. 2, p. 19-25. 1994.

KOPKE, R. C. M. **Geometria, Desenho, Escola e Transdisciplinaridade: abordagens possíveis para Educação**. (Tese em Educação), UFRJ, Rio de Janeiro, 2006.

LEIVAS, J. C. P. **Ensino de geometria**: uma experiência investigativa em uma aula de mestrado profissionalizante. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.16, n.4, p. 1181-1199, 2014.

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (Org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** Educação Matemática em Revista, Florianópolis, SBEM 4, p. 3 – 13, 1995.

MORAES, T. C. C. **Mendeley**: manual do usuário. Universidade de São Paulo Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz. Piracicaba: ESALQ – Divisão de Biblioteca, 2017.

MORAN, M.; FRANCO, V. S. **Tratamentos Figurais e Mobilizações de Registros para a Resolução de Problemas de Geometria**. REVEMAT: Florianópolis (SC), v.10, n. 2, p. 61-75, 2015.

OLIVEIRA, M.C.A. LEME DA SILVA, M.C. VALENTE, W.R (Orgs.), **O Movimento da Matemática Moderna**: história de uma revolução curricular. Juiz de Fora: Ed. UFJF, 2011.

PASSOS, M. M; ANDRADE, E. C; ARRUDA, S. M. **Uma educação geométrica apresentada no Boletim Gepem (1976-2010)**. BOLETIM GEPEM , nº 62 – JAN. – JUL, p.135–152, 2013.

PAVANELLO, R. **O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências**. In Zetetiké, v. 1, n. 1, 1993.

RIO GRANDE DO SUL. **Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: Matemática** / Secretaria de Estado da Educação. Porto Alegre, SE/DP, 2009.

SENA, R.M; DORNELES, B. V. **Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011)**. Revemat: Florianópolis, v. 08, n. 1, p. 138-155, 2013.

VALENTE, W. R. **Euclides Roxo e história da educação matemática no Brasil**. Repositório Institucional da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160510>>. Acesso em: 25 nov. 2017.

APÊNDICES

APÊNDICE A

Quadro 7: Formulário de Fichamento

Problema/Objetivos/ Objeto/ Questão da pesquisa	Procedimentos Metodológicos		Resultados Relativos ao ensino de Geometria Plana	Principais Referenciais Teóricos Relativos ao ensino de Geometria Plana
	Tipo de Pesquisa Coleta/ Produção dados	Organização do material de análise ou <i>Corpus</i> de análise		
<p>Os objetivos estão explícitos no trabalho?</p> <p><input type="checkbox"/> Não</p> <p><input type="checkbox"/> Sim</p> <p>Assinale o(s) foco (s) de análise</p> <p><input type="checkbox"/> Pensamento Geométrico</p> <p><input type="checkbox"/> Conceitos da Geometria Plana</p> <p><input type="checkbox"/> Utilização de <i>softwares</i></p> <p><input type="checkbox"/> Cursos/ oficinas/mini-cursos/ com estudantes da Educação Básica que envolve ensino e aprendizagem de conceitos da Geometria Plana</p>	<p>Natureza da pesquisa</p> <p><input type="checkbox"/> Teórica, bibliográfica ou documental</p> <p><input type="checkbox"/> Empírica ou de campo</p> <p><input type="checkbox"/> Autobiográfica</p> <p>Abordagem metodológica pesquisa:</p> <p><input type="checkbox"/> Qualitativa</p> <p><input type="checkbox"/> Quantitativa</p> <p><input type="checkbox"/> Quali-quantitativa</p> <p>Tipo de pesquisa quanto aos procedimentos</p> <p><input type="checkbox"/> Etnográfica ou participante.</p> <p><input type="checkbox"/> Laboratório experimental.</p> <p><input type="checkbox"/> Bibliográfica, documental.</p> <p><input type="checkbox"/> História oral ou de vida.</p> <p><input type="checkbox"/> Pesquisa ação.</p> <p><input type="checkbox"/> Pesquisa da própria prática.</p> <p><input type="checkbox"/> Pesquisa Colaborativa ou com grupos colaborativos ou em comunidade de prática.</p> <p><input type="checkbox"/> Estado da arte, metanálise.</p> <p><input type="checkbox"/> Estudo de caso</p> <p>Instrumentos de produção de dados:</p> <p><input type="checkbox"/> Entrevista (estruturada, semiestruturada ou narrativa).</p> <p><input type="checkbox"/> Questionário (fechado, aberto ou misto).</p> <p><input type="checkbox"/> Diário de campo.</p>	<p>Verificar e escrever qual foi efetivamente o <i>corpus</i> de análise, isto é, os materiais, eventos e registros que foram efetivamente tomados como objeto de análise.</p>	<p>Descrever ou transcrever os Principais resultados ou achados da pesquisa. Observe que os resultados diferem das conclusões, por essas últimas passarem por um processo de síntese ou generalização.</p>	<p>Citar os principais campos teóricos e seus respectivos autores que foram tomados como base para a concepção do objeto de pesquisa e principalmente no processo de análise e de produção de resultados e conclusões.</p>

	<input type="checkbox"/> Relato ou narrativa (oral ou escrito). <input type="checkbox"/> Videogravação/ou audiogravação. <input type="checkbox"/> Observação e registro de aulas. <input type="checkbox"/> Uso de protocolo ou ficha para coleta de dados.			
Problema/ problemática de partida e questão investigativa	Contexto & sujeitos	Procedimentos e Categorias ou eixos de análise	Principais conclusões no que se refere à prática e ao campo de conhecimento sobre Geometria Plana	Destacar a perspectiva ou campo teórico e sua presença durante a análise
<input type="checkbox"/> O problema está explícito no trabalho? <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Sim Como o problema ou problemática foi tratada até chegar à questão de pesquisa? <input type="checkbox"/> O problema não está relacionado à questão de pesquisa. <input type="checkbox"/> Não explicita como chegou. <input type="checkbox"/> Não tem questão. <input type="checkbox"/> Pela literatura. <input type="checkbox"/> Pelo memorial (pessoal ou acadêmico) <input type="checkbox"/> A partir de uma problematização (teórica e/ou prática). <input type="checkbox"/> A partir de resultados de avaliação. <input type="checkbox"/> Outros Assinalar a alternativa e descrever sucintamente como o autor chegou à questão investigativa.	O contexto da pesquisa foi definido? <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Sim Descreva o contexto da pesquisa. Os sujeitos da pesquisa foram caracterizados? <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Sim Descreva os sujeitos e respectivas características Transcrever um recorte em que o autor explicita sua concepção de pesquisa.	Utilizou categorias ou eixos de análise? <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Sim Citar/descrever as categorias ou eixos de análise, utilizando as expressões próprias do autor.	Transcrever as Conclusões produzidas a partir de tentativas de generalização ou de síntese das análises e dos resultados ou do confronto entre os resultados da pesquisa e a parte teórica ou outros estudos. (Indicar a página) O autor aponta algumas contribuições ou Recomendações à prática do professor de matemática? <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Sim Se sim, citar:	Indicar/descrever se o campo (ou perspectiva) teórico (acima referido) é contemplado ao longo de toda a pesquisa, isto é, perpassa desde a construção do objeto de pesquisa e sobretudo do processo de análise e de produção os resultados e conclusões. Confirma, complementa ou amplia resultados/ conclusões de outros estudos? Neste caso, quais?

Fonte: Adaptado de Fiorentini et al. (2016, p.40).