

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA  
CAMPUS ITAQUI-RS  
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA**

**MAYARA MARQUES LUNARDI**

**POTENCIAÇÃO: ANÁLISE DE UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DE  
MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL E DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO**

**ITAQUI-RS**

**2016**

**MAYARA MARQUES LUNARDI**

**POTENCIAÇÃO: ANÁLISE DE UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DE  
MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL E DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
como requisito parcial para a conclusão do  
Curso de Matemática - Licenciatura pela  
UNIPAMPA - Campus Itaqui-RS.

Orientador: Prof. Me. Leugim Corteze Romio  
Co-orientadora: Prof<sup>a</sup>. Ma. Maria Arlita Soares

**ITAQUI-RS**

**2016**

**MAYARA MARQUES LUNARDI**

**POTENCIAÇÃO: ANÁLISE DE UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DE  
MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL E DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
como requisito parcial para a conclusão do  
Curso de Matemática - Licenciatura pela  
UNIPAMPA - Campus Itaqui-RS.

Aprovada em \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Me. Leugim Corteze Romio (orientador)  
UNIPAMPA – Itaqui-RS

---

Prof. Dr. Ângela Maria Hartmann  
UNIPAMPA – Caçapava do Sul-RS

---

Prof. Me. Gabriel dos Santos Kehler  
UNIPAMPA – Itaqui-RS

## **AGRADECIMENTOS**

*Agradeço a Deus...*

*Por me guiar e me iluminar nos momentos difíceis.*

*A minha família...*

*Pela compreensão nos momentos em que estive ausente.*

*Em especial, aos meus pais, por me apoiar incondicionalmente e demonstrar o quanto acreditam no meu potencial.*

*Ao meu orientador professor Leugim Corteze Romio*

*E a minha co-orientadora professora Maria Arlita Soares  
pela disponibilidade, dedicação, atenção e paciência.*

*As minhas colegas...*

*Dienifer, Mariane e Veronica, pelo incentivo e ajuda.*

## RESUMO

Este trabalho trata-se de uma pesquisa qualitativa que tem como questão orientadora “*Como a operação de potenciação é apresentada na proposta de uma coleção de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e no livro do 1º Ano do Ensino Médio?*”. Com base na questão foram elaborados os objetivos: analisar como a operação de potenciação é apresentada numa coleção de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e no livro didático do 1º Ano do Ensino Médio, bem como se a operação de potenciação é abordada no estudo das funções exponencial e logarítmica. Procurando responder a questão de pesquisa e atingir os objetivos elaborados, analisou-se uma coleção dos Anos Finais do Ensino Fundamental e o Volume do 1º Ano do Ensino Médio, escolhidos pelos professores de uma escola da rede estadual do município de Itaqui/RS, utilizando como aporte teórico as pesquisas sobre Campo Conceitual e Registros de Representação Semiótica, no que tange a aprendizagem da matemática, assim como outras leituras relacionadas a este tema. Após a análise da coleção dos Anos Finais no Ensino Fundamental evidenciam-se limitações na abordagem da operação de potenciação, pois as situações propostas, na maioria das vezes, requerem a mobilização dos mesmos invariantes (propriedades) e representações semióticas. Ao analisar o volume do 1º Ano do Ensino Médio, verifica-se a retomada da operação de potenciação ao tratar da função exponencial. As atividades propostas, nesta retomada, assemelham-se as propostas na coleção de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Destaca-se que há sentidos diferentes nas conversões, em relação à coleção do Ensino Fundamental, em especial, no que se refere ao registro gráfico. Diante do exposto, acredita-se que esta pesquisa apresenta dados relevantes para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, principalmente, da operação de potenciação, visto que há poucas pesquisas que investigaram esta operação.

**Palavras-Chave:** Potenciação; Campo Conceitual; Registros de Representação Semiótica; Livros Didáticos.

## ABSTRACT

This work is a qualitative research whose guiding question "*How potentiation operation is presented in the proposal for a collection of textbooks of the Final Years of Elementary School and in the book of the 1st year of high school?*". Based on the question the objectives were developed: how to analyze the potentiation of operation is presented in a collection of texts for End of Elementary School Years and textbook for the 1st year of high school, as well as the enhancement operation is addressed in the study the exponential and logarithmic functions. Seeking to answer the research question and reach the designed objectives, analyzed a collection of Years End of Elementary School and volume 1st year of high school, chosen by teachers from a state school in the city of Itaqui / RS, using as the theoretical research on conceptual field and Semiotics Representation Registers, regarding the learning of mathematics, as well as other readings related to this issue. After reviewing the Final Years collection at the elementary school show up limitations in addressing the potentiation operation because the situations proposed, in most cases, require the mobilization of these invariants (properties) and semiotic representations. By analyzing the volume of the 1st year of high school, there is the resumption of potentiation operation to address the exponential function. The activities proposed in this recovery, similar to the proposals in the collection of textbooks of Final Years of Elementary School. It is noteworthy that there are different ways in conversions, in relation to the collection of primary education, in particular with regard to the chart record. Given the above, it is believed that this research presents data relevant to the process of teaching and learning of mathematics, especially the potentiation of operation, since there are few studies that investigated this operation.

**Keywords:** potentiation; Conceptual field; Semiotics Representation Registers; Didactic books.

## LISTA DE QUADROS

|  |    |
|--|----|
| <b>Quadro 1:</b> Pesquisas publicadas em revistas e em banco de teses e dissertações dos últimos 10 anos .....                 | 17 |
| <b>Quadro 2:</b> Classificações das pesquisas publicadas em revistas e banco de teses e dissertações dos últimos 10 anos ..... | 17 |
| <b>Quadro 3:</b> Distribuição de capítulos e páginas por volume .....  | 27 |
| <b>Quadro 4:</b> Total de Atividades dos Anos Finais do Ensino Fundamental Relacionadas a Operação de Potenciação .....        | 30 |
| <b>Quadro 5:</b> Total de Atividades do 1º Ano do Ensino Médio Relacionadas a Operação de Potenciação .....                    | 45 |

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| <b>Figura 1:</b> Situação envolvendo exponencial .....  | 11 |
| <b>Figura 2:</b> Sequência numérica .....   | 11 |
| <b>Figura 3:</b> Segmento de reta construído com o material manipulável “ligando cubos” .....                         | 24 |
| <b>Figura 4:</b> Representação figural da potência $3^2$ utilizando o material manipulável “ligando cubos” .....      | 25 |
| <b>Figura 5:</b> Atividade do 7º Ano que envolve o conceito de potência e potenciação .....                           | 28 |
| <b>Figura 6:</b> Atividades do 8º Ano que exige um desenvolvimento a partir de um padrão .....                        | 28 |
| <b>Figura 7:</b> Atividade do 8º Ano que envolve tratamento numérico .....  | 28 |
| <b>Figura 8:</b> Atividade do 9º Ano que envolve a conversão .....  | 29 |
| <b>Figura 9:</b> Atividade do 8º Ano não categorizada .....   | 29 |
| <b>Figura 10:</b> Atividade do 6º Ano não categorizada .....  | 29 |
| <b>Figura 11:</b> Atividade do 6º Ano que aborda somente o conceito de potência .....                                 | 30 |
| <b>Figura 12:</b> Atividade do 6º Ano que aborda somente o conceito de potenciação .....                              | 31 |
| <b>Figura 13:</b> Atividades do 6º Ano que abordam ambos os conceitos .....   | 31 |
| <b>Figura 14:</b> Atividade do 6º Ano que utiliza um padrão .....   | 32 |
| <b>Figura 15:</b> Atividade do 6º Ano que utilizou a conversão da língua natural para a numérica .....                | 32 |
| <b>Figura 16:</b> Atividade do 6º Ano que utilizou a conversão da figural para a numérica .....                       | 33 |
| <b>Figura 17:</b> Atividades do 7º Ano (capítulo I) que abordam somente o conceito de potência .....                  | 33 |
| <b>Figura 18:</b> Atividades do 7º Ano (capítulo I) que abordam somente o conceito de potenciação .....               | 33 |
| <b>Figura 19:</b> Atividades do 7º Ano (capítulo II) que abordam somente o conceito de potência .....                 | 34 |
| <b>Figura 20:</b> Atividades do 7º Ano (capítulo II) que abordam somente o conceito de potenciação .....              | 34 |
| <b>Figura 21:</b> Atividades do 7º Ano (capítulo II) que abordam ambos os conceitos (potência e potenciação) .....    | 35 |
| <b>Figura 22:</b> Atividades do 7º Ano (capítulo II) que utilizam a conversão da língua natural para a numérica ..... | 35 |
| <b>Figura 23:</b> Atividades do 7º Ano (capítulo IV) que abordam somente o conceito de potência .....                 | 36 |
| <b>Figura 24:</b> Atividades do 7º Ano (capítulo IV) que abordam somente o conceito de potenciação.....               | 36 |
| <b>Figura 25:</b> Atividade do 7º Ano (capítulo IV) que utiliza a conversão da língua natural para a numérica .....   | 37 |
| <b>Figura 26:</b> Atividades do 8º Ano (capítulo II) que abordam somente o conceito de potência.....                  | 37 |
| <b>Figura 27:</b> Atividades do 8º Ano (capítulo II) que abordam somente o conceito de potenciação .....              | 37 |
| <b>Figura 28:</b> Atividades do 8º Ano (capítulo II) que abordam um padrão.....                                       | 38 |
| <b>Figura 29:</b> Atividades do 8º Ano (capítulo II) que utiliza a conversão da figural para a numérica .....         | 38 |
| <b>Figura 30:</b> Atividades do 8º Ano (capítulo V) que abordam somente o conceito de potência .....                  | 39 |
| <b>Figura 31:</b> Atividades do 8º Ano (capítulo V) que utilizam tratamento numérico .....                            | 39 |

|  |    |
|--|----|
| <b>Figura 32:</b> Atividades do 8º Ano (capítulo V) que utiliza a conversão da figural para a algébrica .....                          | 40 |
| <b>Figura 33:</b> Atividades do 9º Ano (capítulo I) que abordam somente o conceito de potência .....                                   | 41 |
| <b>Figura 34:</b> Atividades do 9º Ano (capítulo I) que abordam somente o conceito de potenciação .....                                | 41 |
| <b>Figura 35:</b> Atividades do 9º Ano (capítulo I) que utilizam a conversão da língua natural para a numérica .....                   | 41 |
| <b>Figura 36:</b> Atividades do 9º Ano (capítulo I) que utilizam a conversão da figural para a numérica .....                          | 42 |
| <b>Figura 37:</b> Atividades do 9º Ano (capítulo I) que utilizam a conversão da numérica para a algébrica .....                        | 42 |
| <b>Figura 38:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio que abordam o conceito de potência e potenciação .....                          | 44 |
| <b>Figura 39:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio que utilizam um padrão .....  | 44 |
| <b>Figura 40:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio encontradas na seção Refletindo sobre o capítulo .....                          | 45 |
| <b>Figura 41:</b> Atividade do 1º Ano do Ensino Médio resolvidas .....   | 45 |
| <b>Figura 42:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo V) que abordam somente o conceito de potência .....                   | 46 |
| <b>Figura 43:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo V) que abordam somente o conceito de potenciação .....                | 46 |
| <b>Figura 44:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo V) que recorrem a conversão da língua natural para a numérica .....   | 46 |
| <b>Figura 45:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo V) que recorrem à conversão da língua natural para o gráfico .....    | 47 |
| <b>Figura 46:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo V) que recorrem a conversão do registro gráfico para o numérico ..... | 46 |
| <b>Figura 47:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo V) que recorrem à conversão da numérica para a gráfica .....          | 47 |
| <b>Figura 48:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo VI) que abordam somente o conceito de potência (letra a, c e e) ..... | 48 |
| <b>Figura 49:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo VI) que abordam somente o conceito de potenciação .....               | 48 |
| <b>Figura 50:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo VI) que utilizam um padrão .....                                      | 48 |
| <b>Figura 51:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo VI) que utilizam o tratamento algébrico .....                         | 49 |
| <b>Figura 52:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo VI) que recorrem à conversão da língua natural para a numérica .....  | 49 |
| <b>Figura 53:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo VI) que recorrem à conversão do numérico para a gráfica .....         | 49 |
| <b>Figura 54:</b> Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo VI) que recorrem à conversão do gráfico para o numérico .....         | 50 |

## SUMÁRIO

|   |           |
|---|-----------|
| <b>PROBLEMATIZAÇÃO .....</b>  | <b>10</b> |
| <b>CAPÍTULO 1: OPERAÇÃO DE POTENCIAÇÃO: ALGUNS ENTENDIMENTOS<br/>NECESSÁRIOS AO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM .....</b> | <b>16</b> |
| 1.1 MAPEAMENTO DE PESQUISAS ENVOLVENDO A OPERAÇÃO DE<br>POTENCIAÇÃO .....   | 16        |
| 1.2 ALGUNS ENTENDIMENTOS ACERCA DA OPERAÇÃO DE POTENCIAÇÃO .....  | 20        |
| <b>CAPÍTULO 2: ANÁLISE DOS DADOS .....</b>  | <b>27</b> |
| 2.1 A COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO<br>FUNDAMENTAL .....  | 27        |
| 2.2 O VOLUME DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO .....  | 43        |
| <b>CAPÍTULO 3: CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>   | <b>52</b> |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA .....</b>  | <b>55</b> |

## PROBLEMATIZAÇÃO

As operações matemáticas contribuem para a resolução de problemas de diversas áreas do conhecimento. Neste sentido, para favorecer a aprendizagem dos estudantes, é importante que se propicie uma vivência rica com todo o universo de ideias que cada operação abrange, pois uma mesma operação pode ser associada a mais de uma ideia (BRASIL, 2014).

A operação de potenciação surge da necessidade de representar quantidades maiores ou números grandes que a operação de multiplicação não dá conta ou, em outras palavras, que são difíceis de serem representados com auxílio da multiplicação. Entretanto seu desenvolvimento ocorreu de forma lenta e gradativa. Parafraseando Paias (2009), os “retoques finais” ao conceito acontecem, somente, no século XIX com a construção do conjunto dos números reais.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) o trabalho desenvolvido em relação às operações se concentra na compreensão dos diversos significados de cada uma delas e nas relações existentes. Por exemplo, a operação de multiplicação deve ser trabalhada a partir dos significados proporcionalidade, combinatória, representação retangular e comparação multiplicativa. Já a operação de potenciação requer o entendimento da operação de multiplicação e, ainda, compreender suas especificidades (propriedades, representações, situações) em relação a outras operações. Além disso, é preciso “compreender a potenciação como uma forma simplificada de expressar números; diferenciar potenciação (operação) de potência (resultado da potenciação)” (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 124).

Entretanto, as avaliações nacionais de larga escala evidenciam dificuldades, por parte dos estudantes, referentes à operação de potenciação. O Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) possui um descritor que tem por objetivo, verificar se os estudantes são capazes de “resolver problemas que envolvam função exponencial” (que requer a mobilização da operação de potenciação). A Figura 1 apresenta a atividade exposta na avaliação de 2009 e que corresponde a este descritor. Do total de estudantes que realizaram a avaliação, somente, 35% responderam corretamente. Para resolver corretamente a situação proposta, o estudante deveria estabelecer adequadamente a relação entre o valor da imagem de uma função e seu valor correspondente no domínio desta função ( $400 = (25) 2^t$ ) e, por fim, utilizar as propriedades da operação de potenciação para obter a solução da equação (neste caso, obter o tempo necessário para que a população de bactérias seja 400).

Figura 1: Situação envolvendo exponencial

Em uma pesquisa realizada, constatou-se que a população A de determinada bactéria cresce segundo a expressão  $A(t) = 25 \cdot 2^t$ , onde t representa o tempo em horas.

Para atingir uma população de 400 bactérias, será necessário um tempo de

(A) 2 horas.      (B) 6 horas.       (C) 4 horas.      (D) 8 horas.      (E) 16 horas.

Fonte: Avaliação ANEB (Avaliação Nacional da Educação Básica) (BRASIL, 2009, p.118)

Paías (2009) apresenta fatores que dificultam a aprendizagem da operação de potenciação, a saber: situações que envolvem números inteiros negativos (ressaltando que o estudante erra, por não considerar a definição e as regras de sinais), base representada por um número racional ou número irracional e situações cuja base e expoente são representados na língua natural. Além destas, outra dificuldade está relacionada às questões que apresentem o zero como um dos termos, esta circunstância pode provocar

[...] perturbações nas operações que podem ser de duas naturezas. A primeira esta relacionada a uma impossibilidade, por exemplo, a divisão de um número qualquer por zero ( $a:0$ ). No segundo caso, [...] o produto do número por zero ( $a \cdot 0$ ) ou um número elevado a zero ( $a^0$ ). Para o autor, por exemplo, no produto não tem significado a soma de zero parcelas. No caso da potência, não há produtos com nenhum fator. (CARAÇA apud PAIAS, 2009, p. 141, grifo nosso)

Os PCN (BRASIL, 1998) recomendam que para trabalhar com um número elevado a um expoente zero seria pertinente o professor explorar as regularidades de uma sequência. O exemplo apresentado na Figura 2 pode contribuir para que o estudante identifique propriedades da potenciação e, dessa forma, compreenda a potência de expoente 1 e expoente zero e não apenas decore regras.

Figura 2: Sequência Numérica

|       |       |       |       |       |     |     |
|-------|-------|-------|-------|-------|-----|-----|
| $4^6$ | $4^5$ | $4^4$ | $4^3$ | $4^2$ | ?   | ?   |
| 4.096 | 1.024 | 256   | 64    | 16    | ... | ... |
|       | +4    | +4    | +4    | +4    | +4  | +4  |

Fonte: Brasil (1998, p.113)

Damazio e Amorim (2004, p. 7) destacam que uma possível resposta relacionada as dificuldades para atribuir significado em situações envolvendo o expoente zero, relaciona-se ao fato de que a maioria dos professores justifica essas dificuldades a partir das regras de

exceção do tipo “vale para tudo menos para ...”, ou do tipo “convencionou-se que ...”, ou ainda como “casos particulares”.

Os PCN (1998) salientam que o conceito de potenciação com números naturais

[...] pode ser trabalhado por meio de situações que envolvam multiplicações sucessivas de fatores iguais, que são frequentes, por exemplo, nos problemas de contagem. Ao desenvolver esse conceito, o professor pode conduzir o trabalho de modo a que os alunos observem a presença da potenciação no Sistema de Numeração Decimal. (BRASIL, 1998, p.112)

Contudo, quando os expoentes não pertencem ao conjunto dos números naturais esta orientação não contribui para o trabalho pedagógico dos professores. De acordo com Damazio e Amorim (2004, p. 3) “nos livros didáticos a potenciação é tratada unicamente como uma multiplicação de fatores iguais. No entanto, sua apresentação e definição ocorrem de duas maneiras: a partir da análise de uma multiplicação e relacionada a teoria dos conjuntos”. Para estes autores o conceito matemático de potenciação relaciona-se com: contagem (números naturais); operações matemáticas (em especial, multiplicação) e primeiras noções de função exponencial e logarítmica.

Estas primeiras noções de funções exponenciais e logarítmicas são desenvolvidas nos Anos Finais do Ensino Fundamental a partir da operação de potenciação com expoente irracional. Dantas (2014) destaca a pouca ênfase que é dada, à operação de potenciação, pelos livros didáticos, mesmo sabendo que posteriormente seu domínio será de extrema importância para o trabalho com números irracionais.

Nesta perspectiva, entender o conceito de potenciação é fundamental para a compreensão de outros conceitos matemáticos. No Ensino Médio, as noções de operação ampliam-se no estudo de funções (funções afins, polinomiais, exponenciais e logarítmicas) contribuindo para o desenvolvimento da ideia de variação, relevante para descrever e compreender fenômenos mais complexos, o que requer o domínio das técnicas operatórias elementares para a compreensão das operações na álgebra, bem como, no estudo de combinatória (BRASIL, 2014).

Diante desse contexto, optou-se por desenvolver uma análise de como a operação de potenciação é apresentada em livros didáticos. Deste modo, destaca-se a afirmação de Paiais (2009) que o livro didático é considerado um importante recurso, que o professor possui, para o trabalho em sala de aula. Por este motivo, torna-se relevante sua análise, possibilitando uma avaliação sobre a abordagem teórico-metodológica, bem como os princípios abordados pela coleção para a apropriação do conhecimento. De modo que, a análise deste material

possibilita observar a forma como o objeto potenciação está exposto, bem como, as diferentes atividades apresentadas relacionadas a operação de potenciação.

A escolha do tema de pesquisa justifica-se em função das vivências e experiências produzidas durante as atividades realizadas no PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência) e na prática realizada em Estágio Curricular Supervisionado em Ensino de Matemática I e, nas leituras realizadas no grupo de pesquisa matE<sup>2</sup> (Educação e Educação Matemática)<sup>1</sup>. No momento, as pesquisas realizadas no âmbito do matE<sup>2</sup> tem se dedicado a analisar como diferentes conceitos/conteúdos matemáticos são apresentados nos livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

A questão de pesquisa que orienta este trabalho é: *Como a operação de potenciação é apresentada na proposta de uma coleção de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e no livro do 1º Ano do Ensino Médio?* Para responder a questão de pesquisa elaborou-se os seguintes objetivos: *Analisar como a operação de potenciação é apresentada numa coleção de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e no livro didático do 1º Ano do Ensino Médio e, verificar se há relações entre as funções exponencial e logarítmica.*

Para tanto, optou-se por uma pesquisa qualitativa. Martins (1989) menciona que “*na pesquisa qualitativa, uma questão metodológica importante é a que se refere ao fato de que não se pode insistir em procedimentos sistemáticos que possam ser previstos, em passos ou sucessões como uma escada em direção à generalização*”. (apud GARNICA, 2001, p.39)

Ou seja, na pesquisa qualitativa os procedimentos são produzidos ao longo do processo. Em relação a estes procedimentos, Borba (2004) afirma que são

[..] descritivos à medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida. O que é considerado "verdadeiro", dentro desta concepção, é sempre dinâmico e passível de ser mudado. Isso não quer dizer que se deva ignorar qualquer dado do tipo quantitativo ou mesmo qualquer pesquisa que seja feita baseada em outra noção de conhecimento. (p. 2)

A citação acima evidencia que o pesquisador não é entendido como um sujeito neutro no processo da pesquisa qualitativa, ou seja, há interferências subjetivas na organização e análise dos dados. Além disso, os dados quantitativos podem ser utilizados desde que a intenção seja de contribuir na interpretação dos dados.

Há várias formas de conduzir uma pesquisa qualitativa, dentre elas destaca-se a Análise Documental, que conforme Marconi e Lakatos (2003), está restrita a documentos,

---

<sup>1</sup> Este grupo tem por objetivo problematizar questões relacionadas a (trans)formação de professores, currículo, políticas públicas, processo de ensino e aprendizagem de matemática.

denominados fontes primárias. Para as autoras a análise documental apresenta algumas vantagens em relação a outros tipos de pesquisa qualitativa, por exemplo, os dados estão a disposição do pesquisador a qualquer horário; não há necessidade de autorização dos sujeitos para realização da análise.

Uma das técnicas indicadas para análise documental é a Análise de Conteúdo. Conforme Pêcheux (1973) esta técnica trabalha com a palavra

[...] quer dizer, a prática da língua realizada por emissores identificáveis. A linguística estuda a língua para descrever seu funcionamento. A análise de conteúdo procura conhecer aquilo que está por trás das palavras sobre as quais se debruça. (apud FRANCO, 2005, p.10)

O trabalho com a análise de conteúdo é constituído de três etapas, a saber: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados e interpretação.

A pré-análise é a fase de organização, que pode utilizar vários procedimentos, tais como: leitura flutuante<sup>2</sup>, hipóteses, objetivos e elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação (FRANCO, 2005). É nesta fase que são sistematizadas as ideias iniciais, ou seja, constitui-se o *corpus* documental da pesquisa. Para isso, foram selecionadas uma coleção de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e o Volume do 1º Ano do Ensino Médio, aprovados pelos PNLD. A opção por estas coleções deve-se ao fato de terem sido escolhidas pelos professores de uma escola da rede estadual do município de Itaqui/RS.

Ainda na pré-análise, foram elencados indicadores que permitiram verificar a forma como a operação de potenciação é abordada nas coleções. Estes indicadores têm como aporte teórico as pesquisas sobre Campo Conceitual (VERGNAUD, 2009; GITIRANA et al., 2014) e Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2013), no que tange a aprendizagem da matemática.

A exploração do material é a fase em que é realizada, por meio da análise de conteúdo, a análise das coleções de livros didáticos, a partir dos indicadores, descritos anteriormente.

O tratamento dos resultados e interpretação é a fase em que será realizada a análise dos dados produzidos a partir da categorização. Para isso, foi utilizado o conceito de emparelhamento. Segundo Laville e Dionne (1999, p.227) o conceito de emparelhamento “consiste em emparelhar, ou não, mais precisamente, em associar os dados recolhidos a um modelo teórico com a finalidade de compara-lo”.

Estas etapas são detalhadas nos capítulos seguintes, assim organizados: o Capítulo 1 aborda a operação de potenciação, o Capítulo 2 evidenciando a análise feita na coleção de

---

<sup>2</sup> “Consiste em estabelecer contatos com os documentos a serem analisados e conhecer os textos e as mensagens nelas contidas” (PUGLISI, M. L. FRANCO, B. 2005, p.48)

Livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Volume do 1º Ano do Ensino Médio, em específico, no livro do 1º Ano do Ensino Médio.

## CAPÍTULO 1

### **OPERAÇÃO DE POTENCIAÇÃO: ALGUNS ENTENDIMENTOS NECESSÁRIOS AO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM**

Neste capítulo, apresenta-se um mapeamento feito em periódicos e programas de Pós-Graduação, no qual foram identificadas pesquisas publicadas nos últimos 10 anos, que envolvessem o conceito de potenciação. Bem como, alguns aspectos históricos e entendimentos sobre o processo de ensino e aprendizagem do conceito de potenciação.

#### 1.1 MAPEAMENTO DE PESQUISAS ENVOLVENDO A OPERAÇÃO DE POTENCIAÇÃO

Com intuito de compreender como a operação de potenciação tem sido pesquisada, realizou-se um mapeamento das pesquisas publicadas nos últimos 10 anos, pois entende-se que é necessário pesquisar mais sobre as diferentes situações que possam contribuir na aquisição do conceito de potenciação, bem como, aprofundar o estudo no que tange as pesquisas sobre ensino e aprendizagem da potenciação e de outros conceitos matemáticos.

O mapeamento foi realizado nas seguintes revistas: Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEM), Educação Matemática em revista, Revista de Educação Matemática (ZETETIKE), Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM), Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT), Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana (EM TEIA) e Revista Educação Matemática da USP. Utilizando como descritores, potência, potenciação, logaritmo e exponencial.

Obtendo-se, como resultado do mapeamento, apenas duas pesquisas. A partir deste resultado, optou-se por mapear, também, as dissertações e teses, utilizando os mesmos descritores e período. As instituições universitárias que fizeram parte do mapeamento foram: Universidade Federal do Rio grande do Sul (UFRGS), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC), Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJS), Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS), Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN). Obtendo 8 pesquisas relacionadas aos descritores. Estas instituições foram selecionadas a partir do site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM, no qual verifica-se os programas de Pós-Graduação na área da Educação Matemática. Vale destacar que, acrescentou-se o

programa de Pós- Graduação em Ensino de Matemática da UFRGS em função da sua relevância no estado do Rio Grande do Sul.

O Quadro 1, apresenta as pesquisas mapeadas (em periódicos e programas de pós-graduação). Utilizou-se a classificação por periódico/instituição, número de pesquisas mapeadas, ano e descritores utilizados.

Quadro 1: Pesquisas publicadas em revistas e em banco de teses e dissertações dos últimos 10 anos

| Revistas/ teses e dissertações | Pesquisas encontradas | Ano       | Descritores   |
|--------------------------------|-----------------------|-----------|---|
| PUC/SP                         | 6                     | 1999-2015 | Exponencial e/ou logarítmica (5)<br>Operação de potenciação (1) |
| REVMAT                         | 1                     | 2012      | Exponencial e/ou logarítmica (1)                                |
| UFRGS                          | 1                     | 2012      | Exponencial e/ou logarítmica (1)                                |
| UFMS/ MS                       | 1                     | 2014      | Exponencial e/ou logarítmica (1)                                |
| RPEM                           | 1                     | 2015      | Exponencial e/ou logarítmica (1)                                |

As pesquisas foram, também, classificadas em relação aos objetivos, questão de pesquisa (quando apresentada), participantes e fontes de dados, conforme descrito no Quadro 2.

Quadro 2: Classificações das pesquisas publicadas em revistas e banco de teses e dissertações dos últimos 10 anos.

| Revistas/ teses e dissertações | Objetivos   | Questão de pesquisa   | Participantes                      | Fonte de dados     |
|--------------------------------|---|---|------------------------------------|--------------------|
| PUC/SP                         | Investigar se uma sequência didática significativa para o ensino do logaritmo, aliada ao uso da calculadora, favoreceria a formação deste conceito. | Estudar se a introdução do conceito de logaritmo a partir de problemas desafiadores e significativos nos quais o mesmo assume o papel de ferramenta de resolução de uma equação exponencial, favorece a formação de seu conceito. | Alunos da 1ª série do Ensino Médio | Sequência didática |
|                                | Conceber para alunos do ensino médio um software educacional de matemática.   | Em que medida a utilização de um software como ferramenta didática no estudo de conteúdos matemáticos relacionados com as funções exponenciais e logarítmicas contribui na aprendizagem do aluno?                                 | Alunos da 1ª série do Ensino Médio | Sequência didática |

|         |  |   |   |  |
|---------|--|---|---|--|
|         | Investigar a abordagem conferida a provas e demonstrações do objeto matemático logaritmo, numa coleção de livros didáticos para o ensino médio, bem como conceber e aplicar uma sequência didática para introduzir o aluno da primeira série do ensino médio ao pensamento matemático dedutivo.                              | Como o autor de livros didáticos aborda o processo de prova em relação ao tema "logaritmo" na sua coleção? Os alunos leitores são estimulados a realizar em atividades propostas? Quais as dificuldades os alunos da primeira série do ensino médio apresentam durante um processo de produção de provas? | Alunos da 1ª série do Ensino Médio                                  | Sequência didática   |
|         | Realizar um estudo e um diagnóstico a respeito da operação potenciação com alunos da 8ª série do Ensino Fundamental da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública da rede estadual de ensino do Estado de São Paulo.   | Quais erros os alunos cometem em relação á operação potenciação e que possíveis fatores conduzem a esses erros?   | Alunos da 8ª série do Ensino Fundamental e 1ª série do Ensino Médio | Sequência didática   |
|         | Analisar os efeitos da modelagem no ensino.  | A modelagem na sala de aula, em uma escola pública, pode levar o aluno a participar de seu aprendizado? A utilização da modelagem como metodologia de ensino pressupõe que o aluno apresente a situação a ser modelada.   | Alunos do 1º ano do ensino médio                                    | Uma atividade de modelagem para o ensino de função exponencial |
|         | Investigar o comportamento dos estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade estadual na Bahia no sentido de perceber como esses sujeitos mobilizam seus saberes matemáticos e didáticos construídos durante a graduação e durante o processo de experimentação a respeito da função exponencial. | Como organizações didáticas interferem na construção de conhecimento/saberes de estagiários de Licenciatura em Matemática sobre o conceito de função exponencial?   | Estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática                   | Sequência didática   |
| REVEMAT | Apresentar o desenvolvimento de uma pesquisa em nível de mestrado, envolvendo funções, funções exponenciais e logarítmicas, através do uso de situações problema em sala de aula.  |   |   | Sequência didática   |
| UFRGS   | Criar situações possíveis para a aprendizagem do conceito de função.   | Apresentar o conceito de função, a partir da análise de fenômenos e tabelas, envolvendo relações entre  |   | Diretrizes Nacionais e Livros Didáticos                        |

|      |   |  |  |   |
|------|---|--|--|---|
|      |   | grandezas, contribui na compreensão e aprendizagem de funções logarítmicas e exponenciais? |  |   |
| UFMS | Fazer um estudo sobre funções exponenciais e logarítmicas, sendo que, uma parte dele foi dedicada ao estudo de cálculo dessas funções.  |  |  |   |
| RPEM | Relatar a experiência de duas alunas do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), do ano de 2014, ao utilizarem a Resolução utilizarem a Resolução de Problemas, na perspectiva de ensinar através da resolução de problemas, para iniciarem o trabalho com função exponencial com alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública de Londrina - PR durante uma oficina do estágio supervisionado. |  |  | Acadêmicas do curso de Licenciatura em Matemática |

Com base nos resultados do mapeamento, percebe-se a falta de pesquisas relacionadas ao conceito de potenciação, pois dentre as dez pesquisas, apenas uma está relacionada diretamente a este descritor (sendo publicada no ano de 2009), evidenciando um período de 6 anos sem publicações de pesquisas a respeito.

A dissertação denominada “Diagnósticos dos erros sobre a operação Potenciação aplicado a alunos do Ensino Fundamental e Médio” tem por autoria Ana Maria Paias. O principal objetivo desta pesquisa foi realizar um estudo e um diagnóstico a respeito da operação de potenciação com estudantes do 9º Ano (8ª série) do Ensino Fundamental e 1º Ano (1ª série) do Ensino Médio, tendo como foco principal uma análise de erros com relação a interpretação e classificação da operação de potenciação. Sendo esta pesquisa descritiva e de caráter quanti-qualitativa.

Após a análise dos livros didáticos a autora apresenta a abordagem do instrumento diagnóstico, que foram nove questões com relação a operação de potenciação e suas propriedades, salientando que para uma melhor compreensão das resoluções dos estudantes foi cobrado uma justificativa, tendo, também, por intenção obter registros. Com isso, evidencia-se a análise das respostas dos estudantes.

Ainda, a pesquisa destaca a incompreensão da operação de potenciação, mencionando que, na maioria das vezes, os estudantes entendem como uma multiplicação da base pelo

expoente. Salientando também alguns fatores que agravam estes erros, como por exemplo, potências que envolvem números inteiros negativos e fracionários, potência com expoente zero e um, assim como a não compreensão por parte dos estudantes com relação a conversão de registros e a confusão com relação a expoente e base. Por fim, a autora conclui evidenciando a importância da produção do estudante, mesmo ela estando correta ou não e que este seja o ponto de partida para que se possa rever e propor um ensino e aprendizado de Matemática com melhor qualidade.

Com relação as demais pesquisas observou-se os resumos das pesquisas, que estão disponíveis *online*, na qual ficou explícito que dentre as dez pesquisas três tem por objetivo investigar, a partir de uma sequência didática, se o uso de um software favorece a formação do conceito e sete pesquisas objetivam realizar um estudo e um diagnóstico, a partir da resolução de problemas. Tendo como fonte de dados: sequências didáticas, diretrizes curriculares nacionais e livros didáticos. Para tanto participaram destas pesquisas alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental, 1º Ano do Ensino Médio e estudantes do curso de Licenciatura em Matemática.

O mapeamento contribuiu para compreender alguns aspectos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem da operação de potenciação, bem como para verificar que há poucos estudos acerca da potenciação.

## 1.2 ALGUNS ENTENDIMENTOS ACERCA DA OPERAÇÃO DE POTENCIAÇÃO

A história da Matemática indica que o conceito de potenciação tem sua gênese na necessidade de simplificar a escrita de números. A origem deste conceito, também, está relacionada à noção de “contagem/agrupamento, sequência e medida, com base em princípio multiplicativo” (DAMAZIO, AMORIM, 2004, p. 3). Mais tarde, John Napier utiliza a potenciação, na perspectiva de simplificar a escrita dos números, na elaboração do conceito de logaritmo (DAMAZIO, AMORIM, 2004).

Em relação ao princípio multiplicativo, é relevante explicitar que Vergnaud (2009) entende que os conceitos matemáticos podem ser organizados em duas estruturas, a saber: estrutura aditiva e estrutura multiplicativa, também, denominadas de campos conceituais das estruturas aditiva e multiplicativa.

Para Vergnaud (apud MOREIRA, 2002, p. 16) um campo conceitual é “um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e

operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição”.

Este teórico define conceito como sendo uma tríade que interliga um conjunto de situações (estas dão sentido ao conceito), um conjunto de invariantes operatórios (propriedades associadas ao conceito) e um conjunto de representações. Estas representações, para Vergnaud (2009), são representações simbólicas dos objetos matemáticos. Para Duval (2013) as representações dos objetos matemáticos são semióticas. Este defende que

[...] a importância dos fenômenos de não congruência na passagem de um tipo de representação para outro (sucesso de reconhecimento num sentido, mas, fracasso no outro), assim como a diferença radical de procedimentos matemáticos de acordo com o tipo de representação utilizada (língua natural, sistemas numéricos, escritas literais e simbólicas, figuras geométricas, gráficos cartesianos) mostraram que, do ponto de vista cognitivo, a atividade matemática deveria ser analisada em termos de *transformações de representações semióticas* e não de conceitos puramente mentais, e, portanto, assemióticos. (DUVAL, 2013, p.14)

Observa-se na citação acima a importância que Duval (2013) atribui as representações semióticas para a atividade matemática, afirmando que esta deve ser investigada por meio das transformações de representações semióticas, que podem ser de dois tipos: tratamento e conversão. Os tratamentos, segundo Duval (2013), são transformações de representações que ocorrem em um mesmo registro, e as conversões são transformações de representações que consistem na mudança de registro conservando o mesmo objeto matemático.

Em sua teoria, Vergnaud (apud RIO GRANDE DO SUL, 2009) sublinha a importância da resolução de problemas, pois neste tipo de atividade o estudante pode atribuir sentido e se aproximar do significado do conceito estudado. Isto porque quando o professor trabalha um conjunto de situações diversificadas o estudante percebe os vários aspectos de um mesmo conceito e das conexões existentes entre eles. Por exemplo, no estudo da potenciação, o estudante pode visualizar propriedades da operação de multiplicação que também são válidas para a potenciação.

Onuchic e Allevato (2009) destacam a importância no processo de ensino e aprendizagem da operação de potenciação, tendo como metodologia a resolução de problemas, pois esta disponibiliza a oportunidades de propiciar

[...] ambientes de aprendizagem extremamente favoráveis à construção (e reconstrução) do conhecimento. Acreditamos que ela, entre outras que atualmente se fazem presentes, seja, para os professores, uma boa alternativa para a prática docente e, aos estudantes, uma oportunidade de construir conhecimento matemático através da busca e do aproveitamento de seu próprio potencial, de suas próprias habilidades. (p.20)

A complexidade dos problemas, segundo Vergnaud (1988, p.4), está relacionada a estrutura do problema “no domínio de contexto, da característica numérica de dados, e na apresentação”, entretanto, “o significado e o peso desses fatores dependem grandemente do nível cognitivo do estudante”. Acrescenta-se, nesta perspectiva, os fenômenos de congruência, evidenciados por Duval (2013).

Vergnaud (1993, p.10) define campo conceitual aditivo e campo conceitual multiplicativo da seguinte forma:

O campo conceitual das estruturas aditivas é, a um tempo, o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas [...] Analogamente, o campo conceitual das estruturas multiplicativas é, ao mesmo tempo, o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações.

É relevante destacar que o campo da estrutura multiplicativa envolve conceitos de: potenciação, número racional, proporcionalidade, função linear, etc. Além disso, a definição de potenciação como multiplicação de parcelas iguais, quantas vezes indicar o expoente, não garante a aquisição desse conceito, em geral, apenas conduz a realização de procedimentos mecânicos.

Para tanto, é importante investigar a definição matemática de potenciação e também as questões relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem desta operação com intuito de conceituá-la. Paias (2009, p. 39) salienta que, no conjunto dos números naturais, além das quatro operações básicas pode-se considerar outras três: potenciação, radiciação e logaritmação. Assim, potenciação pode ser entendida como: “a potência  $a^n$ , com  $a \in \mathbb{N}$  e  $n \in \mathbb{N}$ , definida como o produto de fatores iguais no qual  $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$  (n vezes) temos também que  $a^1 = a$  e  $a^0 = 0$ ”.

A definição de potenciação para expoentes inteiros e base fracionária é definida, segundo Caraça (1951), como  $\left(\frac{p}{q}\right)^n = \frac{p}{q} \cdot \frac{p}{q} \dots \frac{p}{q}$  (n vezes), resultando em  $\frac{p^n}{q^n}$ . Já para expoentes fracionários, Caraça (1951, p 46) define a potenciação como: “Seja a operação  $r^{\frac{p}{q}}$  a definir. Qualquer que seja o valor que  $x = r^{\frac{p}{q}}$ , venha a ter (...) deve ser, portanto, em particular,  $x^q = \left(r^{\frac{p}{q}}\right)^q = r^{\frac{p}{q} \cdot q}$ ”. Salientando que a potenciação com números reais “mantem as propriedades do campo racional” e destacando que “aparece com uma possibilidade nova, que exige uma definição nova: figurar um número irracional no expoente da potência por exemplo, uma potência da forma  $2^{\sqrt{3}}$ ” (CARAÇA, 1951, p.93).

Em relação aos conceitos de radiciação e logaritmação, Paias (2009) define:

Radiciação: quando são dadas a potência e o expoente, podemos determinar a base. O símbolo da operação radiciação é  $\sqrt[n]{a}$  no qual lemos raiz de índice n de a.  
 Logaritmação: dadas a potência e a base podemos determinar o expoente. Seja a uma potência n de outro número. O símbolo da operação logaritmação é  $\log_a b$ , onde lemos logaritmo de a na base b. (PAIAS, 2009, p.40-41)

Percebe-se, nas definições apresentadas que o conceito de potenciação está estritamente relacionado aos conceitos de radiciação (a potenciação é a operação inversa da radiciação) e logaritmação (determinar o expoente cuja base e a potência foram dadas). Conforme já mencionado, a origem/necessidade dos logaritmos é a mesma da potenciação, isto é, simplificar a escrita dos números e facilitar as operações.

No que tange ao processo de ensino e aprendizagem do conceito de potenciação, Paiais (2009) apresenta categorias de erros que, geralmente, são identificados na resolução das situações envolvendo este conceito:

Erros relacionados a técnica da definição; Erros relacionados a técnica da regra de sinais; Erros relacionados a convenções matemáticas; Erros relacionados a expoente negativo; Erros relacionados a propriedade de potenciação; Erros relacionados a bases fracionárias; Erros relacionados a operação de multiplicação. (apud RODRIGUES, VITELLI, VOGADO, 2013, p.2)

Estes erros são atribuídos, na maioria das vezes, a falta de domínio pleno da definição de potenciação, pois multiplicam a base pelo expoente. Mas, para que os estudantes dominem a definição de potenciação é relevante que esse conceito seja apresentado em diferentes situações que exijam transformações de registros de representações semióticas. Caso contrário, a compreensão do conceito fica restrita apenas a algumas situações e representações (em especial as numéricas).

Em relação aos demais erros, constata-se que os estudantes desconsideram os sinais e erram em somas e produtos. Nas convenções matemáticas, as dificuldades se concentram nas situações que possuem zero como algum dos dados do problema. Há um grande índice de erros nas situações cujo expoente é negativo, pois o estudante realiza o produto base-expoente e desconsidera o sinal do expoente, calculando a potência sem invertê-la. Muitas das dificuldades encontram-se, também, na maneira incorreta de efetuar os cálculos com a operação de multiplicação, efetuando a soma no lugar da multiplicação (RODRIGUES, VITELLI, VOGADO, 2013). Assim, as resoluções errôneas estão, na perspectiva dos pesquisadores, ligadas ao fato de que não há uma compreensão do próprio conceito de potenciação ou há uma confusão quanto a seus elementos e propriedades.

A análise dos erros relacionados à potenciação não se limita ao Ensino Fundamental, visto que no Ensino Médio os estudantes precisam mobilizar este conceito na resolução de situações envolvendo exponencial, logaritmo, volume, etc. Feltes (2007) salienta que no 1º

Ano do Ensino Médio os estudantes apresentam os mesmos tipos de erros identificados no Ensino Fundamental. Destaca, também, que esses erros surgem, principalmente, na introdução do conceito de função exponencial, pois ao introduzir este conceito são retomadas as propriedades de potenciação, utilizando-as para a construção da representação tabular e gráfica, estendendo assim estas dificuldades para outros níveis de ensino.

Onuchic e Allevato (2009) salientam as filiações e rupturas da operação de potenciação com as operações de multiplicação e adição. Para as autoras

[...] a potenciação é uma outra operação, diferente da adição e da multiplicação, onde a base sofre a ação e o expoente faz a ação, sendo que os elementos da potenciação são de naturezas diferentes. Assim, em  $3^4$ , o 3 é a base da potência, aquele número que sofre a ação, e 4 é o expoente, aquele que faz a ação ocorrer. Logo, a potenciação faz com que a base seja tomada, como fator, tantas vezes quanto o expoente indica. (p.13)

As pesquisadoras sugerem um material manipulativo chamado “Linking Cubes” – “Ligando Cubos”, composto por 150 cubos em 10 cores diferentes para o início do estudo da operação de potenciação. A utilização deste material requer que:

O cubo deve ser visto como se fosse um ponto no nosso espaço tridimensional e se sabe que o ponto no espaço não se movimenta, nem para a direita, nem para a esquerda; nem para trás, nem para frente; nem para cima, nem para baixo. Portanto o ponto não tem comprimento, nem largura, nem altura, no nosso espaço, que é tridimensional. [...] a dimensão do ponto é zero [...]  $\dim(\text{ponto}) = 0$ . Passando para a reta, disse que a  $\dim(\text{reta}) = 1$ , o comprimento; no plano há comprimento e largura, então,  $\dim(\text{plano}) = 2$  e, no espaço tridimensional, onde há comprimento, largura e altura,  $\dim(\text{espaço}) = 3$ . (ONUCHIC, ALLEVATO, 2009, p. 12)

Com isso, pode-se estabelecer relações com a geometria, neste caso, o expoente está relacionado com a dimensão dos elementos geométricos. Sendo assim, quando o expoente de 3 é zero, pode-se se compreender que  $3^0 = 1$ .

Após foi proposto a construção de um segmento de reta com três cubinhos (Figura 3). Logo, “ $\dim(\text{reta}) = 1$ , comprimento,  $3 \times 1 = 1+1+1 = 3$ ”, ou seja,  $3^1 = 3$ .

Figura 3: Segmento de reta construído com material manipulável “ligando cubos”



Fonte: Onuchic, Allevato (2009, p.13)

Assim, para resolver a potenciação  $3^2$  é preciso relacionar com  $(3 \times 3) = 3 + 3 + 3 = 9$  cuja figura que represente esta potência (Figura 4).

Figura 4: Representação figural da potência  $3^2$  utilizando o material manipulável “ligando cubos”



Fonte: Onuchic, Allevato (2009, p.13)

Dessa forma, “a dim (plano) = 2, comprimento e largura, obteve-se a área de um quadrado de lado 3. Contando os cubos unitários, obtiveram,  $3^2 = 3 \times 3 = 9$ . Portanto,  $3^2 = 9$ ” (ONUCHIC, ALLEVATO, 2009, p.14). As pesquisadoras propõem outras construções e concluem que o uso desse material contribuiu no entendimento da operação de potenciação, principalmente, conseguindo estabelecer aproximações e diferenças com a operação de multiplicação.

Damazio e Amorim salientam que é importante que as atividades de potenciação estejam interligas a uma situação de análise. Ou seja, que a partir de um procedimento/conhecimento se estabeleça uma análise, que terá como foco evidenciar uma regularidade-sequência e que a partir desta se desenvolva a “transformação das quantidades em multiplicação, a transformação dessas multiplicações em fatores iguais, a notação potencial e, por último, o modelo funcional exponencial e sua relação com logaritmo”. (2004, p.2)

Cabe, também, destacar que a operação de potenciação não recebe a mesma ênfase dada as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão nas diferentes propostas curriculares. Por exemplo, no *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2008, p.457) constata-se que são apresentados poucos objetivos para o ensino da operação de potenciação. No que tange, aos objetivos são previstos do 9º ao 12º ano: “compreender o significado das operações e o modo como elas se relacionam entre si”, salientando as expectativas de “avaliar os efeitos de operações como a multiplicação, a divisão e o cálculo de potência e de raízes na grandeza dos resultados”. Ou seja, as propostas curriculares pouco

contribuem no entendimento das especificidades do conceito de potenciação em relação as demais operações e na forma como este conceito pode ser ensinado.

No próximo capítulo serão apresentadas as análises da coleção de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e a coleção de livros didáticos do Ensino Médio, especificadamente, do 1º Ano do Ensino Médio.

## CAPÍTULO 2

### ANÁLISE DOS DADOS

Este capítulo apresenta a análise dos dados apoiada pelo referencial teórico descrito no capítulo anterior. Para a realização da análise foram formuladas categorias, a saber: Operação de potenciação na estrutura multiplicativa; Diferenças e aproximações da potenciação com a operação de multiplicação; Contribuições da compreensão de potenciação na aprendizagem de exponencial e logaritmo (rupturas e filiações); e, Transformações cognitivas abordadas (tratamento e conversão, perspectiva de Duval (2011, 2013)).

#### 2.1 A COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A coleção de livros didáticos analisada é intitulada “Vontade de Saber Matemática” cujos autores são Patrícia Rosana M. Pataro e Joamir Roberto de Souza. Segundo o Guia de Livros Didáticos – PNLD (2014), a coleção é composta por:

Quadro 3: Distribuição de capítulos e páginas por volume

| <b>Volume</b>     | <b>Num. Capítulos</b> | <b>Num. Páginas</b> |
|-------------------|-----------------------|---------------------|
| Volume 1 (6º Ano) | 14                    | 352                 |
| Volume 2 (7º Ano) | 12                    | 320                 |
| Volume 3 (8º Ano) | 13                    | 320                 |
| Volume 4 (9º Ano) | 10                    | 272                 |

Fonte: Adaptado do PNLD (BRASIL, 2014)

O PNLD (BRASIL, 2014) salienta que a coleção utiliza como metodologia um modelo usual, em que os conteúdos são abordados a partir de uma explanação teórica e acompanhado de exercícios de aplicação. Destaca, também, que as seções são compostas por atividades que visam articular conhecimentos prévios e novos, porém são raras as atividades que proporcionem ao estudante investigar e conjecturar. Os números e operações são abordados de forma a propiciar informações teóricas e emprego de procedimentos exploratórios e de algoritmos. As atividades propostas são consideradas adequadas, pois evidenciam situações que mobilizam diversos recursos didáticos, como por exemplo, o uso da calculadora.

Para realização da análise desta coleção foram categorizadas atividades dos capítulos que envolviam o conceito de potência e a operação de potenciação, conforme exemplos apresentados a seguir.

Figura 5: Atividade do 7º Ano que envolve o conceito de potência e potenciação

**54** Resolva as expressões numéricas.

a)  $(8,2)^2 - \sqrt{92,16}$

b)  $\sqrt{53,29} + \sqrt{26,01} - (2,1)^3$

c)  $5^2 - \sqrt{42,25} - \sqrt{65,61}$

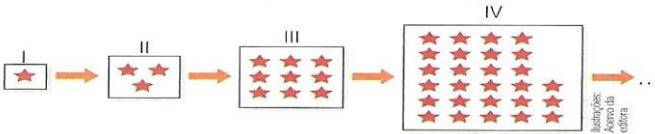
d)  $(0,7)^3 + \sqrt{114,49} + (19,6)^0$

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.63)

Foram categorizadas atividades que envolvem tanto o conceito de potência quanto a operação de potenciação (Figura 5), além de atividades que envolvem somente um ou outro conceito. Foram, também, analisadas atividades que apresentam resoluções a partir de padrões, conforme ilustrado na Figura 6.

Figura 6: Atividades do 8º Ano que exige um desenvolvimento a partir de um padrão

**5** Observe a sequência de imagens.



a) Escreva uma potência de base 3 para representar o número de elementos de cada quadro.

b) Se essa sequência se mantiver, que potência de base 3 vai representar o número de elementos do quadro V? E do quadro IX?

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.35)

Com relação as transformações cognitivas, foram analisadas atividades que abordam tratamentos numéricos e as atividades que recorrem a conversão de um registro para outro, como exemplificado nas Figura 7 e 8.

Figura 7: Atividades do 8º Ano que envolve tratamento numérico

**15** Utilizando as propriedades, escreva cada sentença como uma única potência.

a)  $3^2 \cdot 4^2$

b)  $(7^2)^4$

c)  $5^4 \cdot 6^4$

d)  $18^5 : 4^5$

e)  $(0,8^2)^5$

f)  $54^6 : 7^6$

g)  $\frac{1}{2^3} \cdot \frac{1}{3^3}$

h)  $(-5^3)^3$

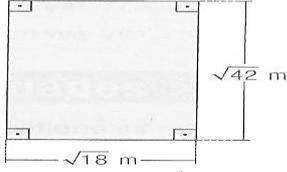
i)  $3,3^7 : 3^7$

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.36)

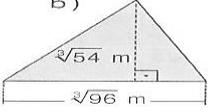
Figura 8: Atividades do 9º Ano que envolve a conversão

**35** Calcule a área dos polígonos, simplificando o resultado quando possível.

a)



b)



*Ilustração: Bruno Desalva*

Fórmula da área do:

|                   |                             |
|-------------------|-----------------------------|
| ▶ retângulo       | ▶ triângulo                 |
| $A_r = b \cdot h$ | $A_t = \frac{b \cdot h}{2}$ |

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.18)

Algumas das atividades destes capítulos não foram categorizadas, sendo estas contidas nas seções: conversando sobre o assunto, refletindo sobre o capítulo, acessando tecnologias e explorando o tema e algumas atividades envolvendo a leitura de potências, devido a coleção sugerir resolução de cunho pessoal ou somente sugerir leituras adicionais relacionadas a algum tema, conforme pode ser verificado nas Figuras 9 e 10.

Figura 9: Atividade do 8º Ano não categorizada

Conversando sobre o assunto

a) Você já dedicou algum tempo a observar estrelas no céu? O que achou?

b) Por que foi necessário criar a unidade de medida ano-luz? O que ela representa?

c) A distância da Terra ao Sol corresponde a mais ou a menos que um ano-luz? Justifique.

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.31)

Figura 10: Atividade do 6º Ano não categorizada

**5** Escreva como se lê cada potência.

a)  $3^3$       c)  $4^2$       e)  $18^{10}$

b)  $5^7$       d)  $6^{1^3}$       f)  $14^{20}$

*Depois de ler o final do...*

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.88)

O Quadro 4 apresenta as atividades categorizadas na coleção de livros didáticos escolhida.

Quadro 4: Total de Atividades dos Anos Finais do Ensino Fundamental Relacionadas a Operação de Potenciação

| Vol. <sup>3</sup> | Cap. <sup>4</sup> | T. Ativ. Cap. <sup>5</sup> | T. Ativ. Cat. <sup>6</sup> | Potência <sup>7</sup> | Potenciação <sup>8</sup> | Ambas <sup>9</sup> | Padrão <sup>10</sup> | Transf. <sup>11</sup> |                 |
|-------------------|-------------------|----------------------------|----------------------------|-----------------------|--------------------------|--------------------|----------------------|-----------------------|-----------------|
|                   |                   |                            |                            |                       |                          |                    |                      | T <sup>12</sup>       | C <sup>13</sup> |
| 6º                | IV                | 142                        | 121                        | 63                    | 41                       | 17                 | 9                    | 98                    | 23              |
| 7º                | I                 | 283                        | 68                         | 41                    | 23                       | 4                  | 0                    | 68                    | 0               |
|                   | II                | 261                        | 25                         | 12                    | 9                        | 4                  | 0                    | 22                    | 3               |
|                   | IV                | 484                        | 103                        | 98                    | 5                        | 0                  | 0                    | 100                   | 3               |
| 8º                | II                | 278                        | 262                        | 152                   | 110                      | 0                  | 3                    | 219                   | 43              |
|                   | V                 | 467                        | 27                         | 27                    | 0                        | 0                  | 0                    | 24                    | 3               |
| 9º                | I                 | 244                        | 232                        | 47                    | 185                      | 0                  | 0                    | 212                   | 20              |

Durante a análise, optou-se por apresentar exemplos de atividades de todos os volumes da coleção, considerando que tanto a potência quanto a potenciação apresentam uma abordagem diferenciada em cada volume. Por exemplo, no 6º Ano a abordagem enfatiza os números naturais, já no 7º Ano a ênfase é para a base fracionária, sofrendo variações também nos volumes do 8º e 9º Anos.

Do total de atividades no volume do 6º Ano, 142 encontram-se no Capítulo IV – “Potências e Raízes”, das quais 121 foram categorizadas. Destas, 52% abordam somente o conceito de potência (Figura 11), 34% somente a operação de potenciação (Figura 12).

Figura 11: Atividade do 6º Ano que aborda somente o conceito de potência

**15** Utilizando as propriedades, escreva cada sentença como uma única potência.

|  |  |
|--|--|
| a) $3^2 \cdot 4^2 \cdot 12^2$              | f) $54^6 : 7^6 \left(\frac{54}{7}\right)^6$                |
| b) $(7^2)^4 \cdot 7^3$                     | g) $\frac{1}{2^3} \cdot \frac{1}{3^3} \cdot \frac{1}{6^3}$ |
| c) $5^4 \cdot 6^4 \cdot 30^4$              | h) $(-5^3)^3 \cdot (-5)^9$                                 |
| d) $18^5 : 4^5 \left(\frac{9}{2}\right)^5$ | i) $3,3^7 : 3^7 \left(\frac{3,3}{3}\right)^7$ ou           |
| e) $(0,8^2)^5 \cdot (0,8)^{10}$            | $(1,1)^7$  |

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.36)

<sup>3</sup> Volume da coleção dos livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

<sup>4</sup> Capítulo do Volume da coleção do livro didático dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

<sup>5</sup> Total de atividades do Capítulo do livro didático dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

<sup>6</sup> Total de atividades categorizadas do Capítulo do livro didático dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

<sup>7</sup> Total de atividades que abordam somente o conceito de potência.

<sup>8</sup> Total de atividades que abordam somente o conceito de potenciação.

<sup>9</sup> Total de atividades que abordam o conceito de potências e potenciação.

<sup>10</sup> Total de atividades que utilizam um padrão.

<sup>11</sup> Transformações utilizadas nas atividades categorizadas.

<sup>12</sup> Tratamentos utilizados nas atividades categorizadas.

<sup>13</sup> Conversões utilizadas nas atividades categorizadas.

Figura 12: Atividade do 6º Ano que aborda somente o conceito de potenciação

**15** Utilizando potências de base 10, decomponha os números a seguir.  
Resposta no final do livro.

|           |            |
|-----------|------------|
| a) 7831   | e) 665200  |
| b) 82598  | f) 9224161 |
| c) 362537 | g) 7246323 |
| d) 4007   | h) 59899   |

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.90)

Dos exemplos citados acima, ressalta-se que o conceito de potência e a operação de potenciação, neste volume, são abordados a partir do conjunto dos números naturais, evidenciando que as atividades propostas concentram-se no conceito de potência, a qual se desenvolve a partir de tratamentos numéricos (Figura 11) e somente uma atividade envolve a conversão, da figural para a numérica (Figura 12). Vale ressaltar que a operação de potenciação encontra-se, frequentemente, junto ao conceito de radiciação e na abordagem de potência com base dez (Figura 12).

Do total de atividades categorizadas neste capítulo verifica-se que 14% abordam ambos (potência e potenciação) (Figura 13).

Figura 13: Atividade do 6º Ano que abordam ambos os conceitos

**26** Calcule as expressões.

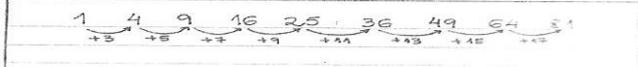
|   |  |
|---|--|
| a) $29 - 100 : 5^2 + 3 \cdot \sqrt{16}$ <sup>37</sup> | d) $26 + \left\{ \left[ (26 - 9 + 3) - \sqrt{36} : 3 + 3 \cdot 18 \right] - 66 \right\}$ <sup>32</sup> |
| b) $(17 + 7^2) + (42 : \sqrt{36})$ <sup>73</sup>      | e) $(13 - 1)^2 : \left[ \sqrt{64} : 2^3 + (81 : 3^2 - 8) \cdot 3 \right] + 6^2$ <sup>72</sup>          |
| c) $[28 - 3^4 : 9 + (32 : 2 - 6)] - 18$ <sup>31</sup> | f) $\left[ (2 + 2^3)^3 - (64 - 2^2) \cdot 2^4 \right]^2 + (8 - 18 : 3^2)^2$ <sup>1836</sup>            |

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.94)

Os dados do Quadro 4 permitem afirmar que, 7% das atividades destacam a análise de um padrão, conforme exemplo ilustrado na Figura 14.

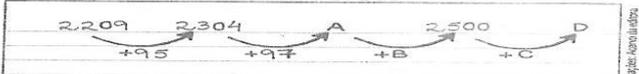
Figura 14: Atividade do 6º Ano que utiliza um padrão

25 Observe como Daniel obteve uma sequência de números quadrados perfeitos.



Agora, junte-se a um colega e resolvam as questões a seguir.

- Que regularidade pode ser observada no método utilizado por Daniel para obter a sequência de números quadrados perfeitos? Resposta pessoal. Comentar no rodapé da página.
- De maneira semelhante à de Daniel, escreva os seis próximos números quadrados perfeitos dessa sequência.
- Escreva o número correspondente a cada letra apresentada no esquema a seguir utilizado para obter parte da sequência dos números quadrados perfeitos.

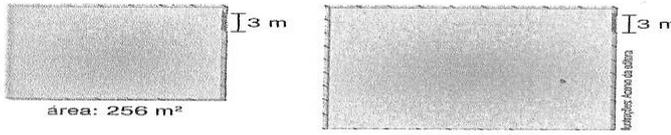


Fonte: Pataro, Souza (2012, p.93)

Em relação às transformações 81% envolvem tratamento (numérico) (Figura 11) e 19% recorrem à conversão de um registro para outro, sendo as principais conversões: da língua natural para a numérica (Figura 15). Vale destacar, que estas conversões enfatizam, na maioria das vezes, a potenciação.

Figura 15: Atividade do 6º Ano que utilizou a conversão da língua natural para a numérica

Euclides mora em uma chácara e pretende cercar com tela dois terrenos quadrados para servir de curral, um com  $256 \text{ m}^2$  e o outro com  $441 \text{ m}^2$ . Em cada um desses currais, Euclides não cercará 3 m, onde será colocado um portão.



Copie a expressão numérica que corresponde ao comprimento da tela, em metros, necessário para cercar os currais.

- $\left(\frac{256}{4} - 3\right) + \left(\frac{441}{4} - 3\right)$  Auxilie os alunos no cálculo das raízes quadradas de 256 e 441
- $4 \cdot (\sqrt{256} - 3) + 4 \cdot (\sqrt{441} - 3)$
- $(4 \cdot \sqrt{256} - 3) + (4 \cdot \sqrt{441} - 3)$
- $(4 \cdot \sqrt{256 - 3}) + (4 \cdot \sqrt{441 - 3})$

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.95)

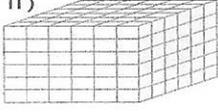
Com relação a conversão do registro figural para o numérico (Figura 16), salienta-se que a relação da operação de potenciação com os conceitos geométricos de ponto, segmento, área e volume, apontados conforme as ideias de Onuchic e Allevato (2009) no Capítulo 1 (p. 24 deste TCC), contribuem para a aquisição do conceito de potência e da operação de potenciação. Assim, entende-se que deveriam ser propostas mais atividades como a apresentada na Figura 16, principalmente, no início da sistematização da operação de potenciação.

Figura 16: Atividade do 6º Ano que utilizou a conversão da figural para a numérica

8 Observe como podemos calcular, por meio de uma potência, o número de cubinhos da pilha abaixo.

  $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \rightarrow 8$  cubinhos

Escreva uma potência para representar o número de cubinhos de cada pilha e, em seguida, calcule essa potência.

I)  $3^3 = 27$   II)  $6^3 = 216$   III)  $5^3 = 125$  

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.88)

Em relação ao volume do 7º ano, 283 atividades encontram-se no Capítulo I - “Frações”, das quais 64 foram categorizadas, destas 60% abordam somente o conceito de potência (Figura 17), 34 % abordam potenciação (Figura 18) e 6% das atividades abordam ambos, não havendo proposta de resolução das atividades que destacam um padrão. Em relação às transformações todas envolvem tratamento numérico (Figura 17).

Figura 17: Atividades do 7º Ano (capítulo I) que abordam somente o conceito de potência

50 Calcule as potências.

a)  $2^5$     b)  $\left(\frac{7}{8}\right)^2$     c)  $\left(\frac{3}{5}\right)^3$     d)  $\left(\frac{4}{9}\right)^2$

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.30)

Figura 18: Atividades do 7º Ano (capítulo I) que abordam somente o conceito de potenciação

55 Efetue os cálculos.

a)  $\sqrt{49}$     d)  $\sqrt{\frac{81}{64}}$

b)  $\sqrt{81}$     e)  $\sqrt{\frac{1}{36}}$

c)  $\sqrt{\frac{9}{25}}$     f)  $\sqrt{\frac{169}{121}}$

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.32)

Os exemplos expostos acima salientam a abordagem da potência e da potenciação, que neste capítulo, enfatizam sua compreensão considerando a base fracionária. Quanto as transformações cognitivas, tanto as atividades que envolvem somente o conceito de potência, como as que abordam a operação de potenciação são desenvolvidas a partir de um tratamento numérico, que salienta apenas a compreensão de um procedimento. Das atividades que abordam ambos os conceitos (potência e potenciação), o tratamento numérico também é destacado, pois tratam da resolução de expressões numéricas.

No Capítulo II - “Números decimais”, ainda, no volume do 7º ano, encontram-se 261 atividades, das quais foram categorizadas 25. Destas, 48% abordam somente o conceito de potência (Figura 19), 36% abordam somente a potenciação (Figura 20) e 16% abordam ambos os conceitos (Figura 21). Nenhuma destas propõe uma resolução a partir da análise de um padrão. Das transformações encontradas, 88% utilizam do tratamento numérico (Figura 19, 20 e 21) e 12% recorrem da conversão de um registro para outro, sendo o único sentido da língua natural para a numérica (Figura 22).

Figura 19: Atividades do 7º Ano (capítulo II) que abordam somente o conceito de potência

**49** Copie os itens, substituindo cada  pelo símbolo > ou <.

|  |  |
|--|--|
| a) $(1,8)^2$  $(1,8)^3$                                       | d) $(4,9)^2$  $(4,9)^3$   |
| b) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$  $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ | e) $(0,6)^0$  $(0,6)^1$   |
| c) $\left(\frac{5}{7}\right)^2$  $\left(\frac{5}{7}\right)^1$ | f) $\left(\frac{11}{8}\right)^4$  $\left(\frac{11}{8}\right)^3$ |

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.62)

Figura 20: Atividades do 7º Ano (capítulo II) que abordam somente o conceito de potenciação

Utilizando uma calculadora, resolva as raízes.

|                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| a) $\sqrt{14,0625}$ | d) $\sqrt{8,0089}$   |
| b) $\sqrt{35,5216}$ | e) $\sqrt{207,6481}$ |
| c) $\sqrt{82,9921}$ | f) $\sqrt{707,0281}$ |

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.63)

Ressalta-se que as atividades propostas, neste capítulo, abordam o conceito de potência com base decimal (Figura 19) e potenciação com números decimais (Figura 20). As atividades propostas concentram-se no conceito de potência, que utiliza o tratamento numérico, assim como a conversão da língua natural para a numérica.

Figura 21: Atividades do 7º Ano (capítulo II) que abordam ambos os conceitos (potência e potenciação)

**54** Resolva as expressões numéricas.

a)  $(8,2)^2 - \sqrt{92,16}$

b)  $\sqrt{53,29} + \sqrt{26,01} - (2,1)^3$

c)  $5^2 - \sqrt{42,25} - \sqrt{65,61}$

d)  $(0,7)^3 + \sqrt{114,49} + (19,6)^0$

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.63)

Figura 22: Atividades do 7º Ano (capítulo II) que utilizam a conversão da língua natural para a numérica

Escreva a potência que cada pessoa está dizendo e calcule o resultado.

a)

Potência de base sete vírgula quatro e expoente dois.



Lúcia

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.69)

É importante registrar que as três conversões apresentadas envolvem o conceito de potência e abordam o mesmo procedimento de resolução (Figura 22). Assim como, a operação de potenciação é abordada, somente, a partir do tratamento numérico e das quatro atividades que envolvem ambos os conceitos, todas relacionadas a expressões numéricas (Figura 21).

Em relação ao Capítulo IV – “Número Positivos e Números Negativo” do volume do 7º ano, há 484 atividades das quais 103 atividades foram categorizadas. Destas 95% abordam somente o conceito de potência (Figura 23) e 5% abordam somente potenciação (Figura 24). Além disso, nenhuma das atividades categorizadas propõe uma resolução a partir da análise de um padrão.

Figura 23: Atividades do 7º Ano (capítulo IV) que abordam somente o conceito de potência

**84** Calcule as potências.

|                                    |                                    |                                     |
|------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $(6)^{-2}$                      | c) $(9)^{-1}$                      | e) $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3}$ |
| b) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-3}$ | d) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-4}$ | f) $(-1)^{-7}$                      |

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.120)

Figura 24: Atividades do 7º Ano (capítulo IV) que abordam somente o conceito de potenciação

**115** Determine o número correspondente a cada  nas igualdades.

|  |
|--|
| a) $10^{-3} = \text{$                              |
| b) $\left(-\frac{1}{10}\right)^{\text{$ = -100 000 |
| c) $(\text{)^3 = -0,001$                           |
| d) $(-0,01)^{\text{$ = 10 000                      |
| e) $(\text{)^{-3} = 1000$                          |
| f) $(-10)^{\text{$ = 10 000                        |

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.129)

Em relação as transformações 97% envolvem o tratamento numérico, exemplificados nas Figuras 23 e 24 citadas acima, com isso salienta-se que as atividades deste capítulo concentram-se na abordagem de potência com base/ou expoente negativo, como mostra a Figuras 23.

As conversões de um registro para outro são evidenciadas em apenas 3% das atividades. Ou seja, apenas três atividades recorrem à conversão de registros (Figura 25) todas exigindo o mesmo procedimento de resolução. A operação de potenciação é abordada, apenas, em cinco atividades todas utilizando o tratamento numérico.





científica, raízes exatas e aproximadas de um número. Somente duas atividades exigem uma resolução a partir de um padrão, uma destas atividades aborda o conceito de potência e utiliza a conversão da língua natural para o numérico e a outra aborda o conceito de potenciação e utiliza a conversão do figural para o numérico.

No Capítulo V - “Monômios e polinômios, produtos notáveis e fatoração”, ainda no volume do 8º Ano, totalizam-se 467 atividades, das quais 27 foram categorizadas. Todas abordando, somente, o conceito de potência (Figura 30) e nenhuma propondo a resolução a partir da análise de um padrão. Das transformações, 52% utilizam do tratamento algébrico (Figura 30), 37% o tratamento numérico (Figura 31) e 11% recorrem a conversão, sendo da figural para a algébrica (Figura 32), a principal conversão.

Figura 30: Atividades do 8º Ano (capítulo V) que abordam somente o conceito de potência

38 Efetue os cálculos.

a)  $(3x^2)^3$       c)  $\left(\frac{1}{2}y^5\right)^2$       e)  $(3t^2u)^5$

b)  $(2a^2b^3)^4$       d)  $(5a^4)^3$       f)  $(4y^5z^3)^3$

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.104)

A partir deste exemplo, destaca-se que todas as atividades categorizadas, no Capítulo V, abordam somente o conceito de potência e as transformações cognitivas concentram-se nos tratamentos (em especial, algébricos e numéricos). Apenas três atividades recorrem a conversão, cujo sentido é do figural para o numérico (Figura 32).

Figura 31: Atividades do 8º Ano (capítulo V) que utilizam tratamento numérico

126 Veja como Jaqueline calculou mentalmente  $62^2$  utilizando produtos notáveis.

$62^2 = (60 + 2)^2 =$   
 $= 60^2 + 2 \cdot 60 \cdot 2 + 2^2 =$   
 $= 3600 + 240 + 4 =$   
 $= 3844$

De maneira semelhante e com o auxílio das igualdades apresentadas no quadro, calcule mentalmente e registre os resultados dos quadrados a seguir:

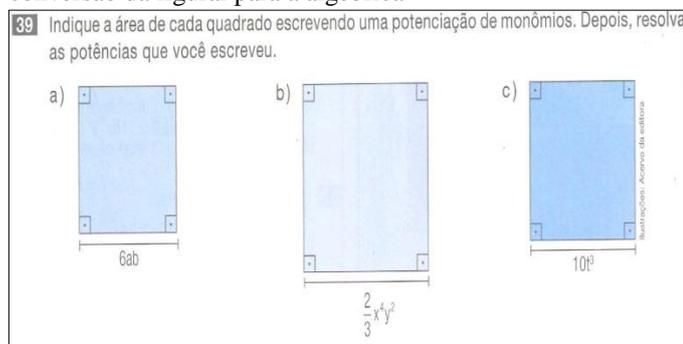
$2 \cdot 3 \cdot 90 = 540$      $3^2 = 9$      $2 \cdot 4 \cdot 80 = 640$

$80^2 = 6400$      $4^2 = 16$      $90^2 = 8100$

a)  $84^2$     b)  $93^2$     c)  $76^2$     d)  $87^2$

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.127)

Figura 32: Atividades do 8º Ano (capítulo V) que utiliza a conversão da figural para a algébrica



Fonte: Pataro, Souza (2012, p.104)

No Capítulo V foram categorizadas poucas atividades, pois a maioria delas envolve conceitos algébricos. As atividades que envolvem produtos notáveis não foram analisadas por envolverem outros conceitos algébricos que não são foco desta pesquisa. Contudo, as atividades envolvendo potenciação com monômios foram categorizadas, pois o raciocínio mobilizado para resolução é semelhante ao utilizado com números reais.

Mesmo não tendo categorizado as atividades envolvendo produtos notáveis pode-se afirmar que, as situações propostas requerem a mobilização de capacidades cognitivas semelhantes as propostas nos anos anteriores de escolarização. Além disso, os registros em que as atividades são propostas e solucionadas são praticamente os mesmos. Este fato preocupa, pois para a aquisição conceitual é importante que o estudante seja apresentado a uma variedade de situações, invariantes (propriedades) e representações.

Do total de atividade do volume do 9º Ano, 244 atividades encontram-se no capítulo I – “Raízes”, das quais 232 foram categorizadas. Destas 20% abordam somente o conceito de potência (Figura 33) e 20% abordam somente a potenciação (Figura 34), logo, 60% abordam as duas. Além disso, nenhuma atividade propõe a resolução a partir da análise de um padrão. Das transformações 91% utilizam o tratamento numérico (Figuras 33 e 34).

Figura 33: Atividades do 9º Ano (capítulo I) que abordam somente o conceito de potência

**4** Em cada item, determine qual dos valores indicados no quadro substitui corretamente o  $\square$ .

|                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|
| a) $\sqrt[4]{\square} = 9$    | d) $\sqrt{\square} = 3$       |
| b) $\sqrt[3]{2197} = \square$ | e) $\sqrt[6]{\square} = 4$    |
| c) $\sqrt[5]{\square} = 6$    | f) $\sqrt[4]{1296} = \square$ |

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.12)

Figura 34: Atividades do 9º Ano (capítulo I) que abordam somente o conceito de potenciação

**24** Simplifique as raízes.

|                    |                      |
|--------------------|----------------------|
| a) $\sqrt[3]{88}$  | d) $\sqrt[3]{2808}$  |
| b) $\sqrt{162}$    | e) $\sqrt[4]{7936}$  |
| c) $\sqrt[4]{405}$ | f) $\sqrt[5]{18711}$ |

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.16)

Dos 9% das atividades que envolvem conversões, salienta-se que estas são da língua natural para a numérica (Figura 35), da figural para numérica (Figura 36) e numérica para algébrica (Figura 37), as principais conversões.

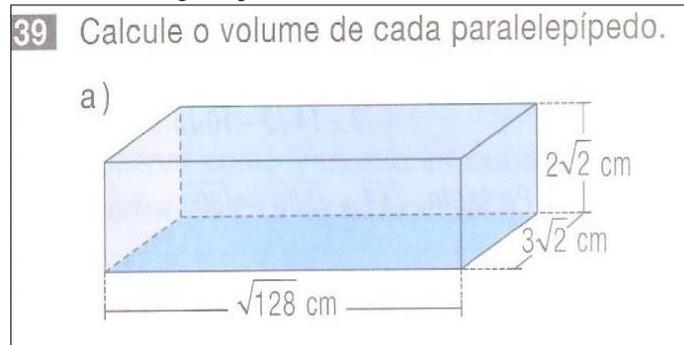
A ênfase é dada as propriedades tanto do conceito de potência quanto da potenciação. O capítulo propõe atividades que envolvem, também, os conceitos de perímetro, área e volume de figuras planas (Figuras 35 e 36), abordando, a partir destes, a potenciação.

Figura 35: Atividades do 9º Ano (capítulo I) que utilizam a conversão da língua natural para a numérica

**38** Sabendo que a área de um retângulo é  $2\sqrt{336} \text{ cm}^2$  e que seu menor lado mede  $\sqrt{8} \text{ cm}$ , quantos centímetros tem o maior lado desse retângulo?

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.18)

Figura 36: Atividades do 9º Ano (capítulo I) que utilizam a conversão da figural para a numérica



Fonte: Pataro, Souza (2012, p.18)

Figura 37: Atividades do 9º Ano (capítulo I) que utilizam a conversão da numérica para a algébrica

**48** Veja como Rodrigo racionalizou o denominador de  $\frac{5}{3+\sqrt{2}}$ .

$$\frac{5}{3+\sqrt{2}} = \frac{5}{3+\sqrt{2}} \cdot \frac{3-\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = \frac{5 \cdot (3-\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2}) \cdot (3-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{5 \cdot 3 - 5\sqrt{2}}{3^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{15 - 5\sqrt{2}}{9 - 2} = \frac{15 - 5\sqrt{2}}{7}$$

a) Qual dos produtos notáveis a seguir Rodrigo utilizou na racionalização?

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

Fonte: Pataro, Souza (2012, p.21)

Constata-se que as atividades envolvendo a operação de potenciação, no 9º Ano, enfatizam radiciação, potência com expoente fracionário, propriedades dos radicais, simplificação de radicais e operação com radicais, recorrendo a algumas conversões de registros, envolvendo o conceito de área e perímetro de figuras planas. Quanto às atividades que requerem a análise de um padrão, esperava-se mais atividades em função do trabalho intenso com a álgebra, proposto neste volume e no volume do 8º ano. Entretanto, o capítulo concentrou um número expressivo de tratamentos numéricos, o que enfatiza procedimento mecânicos e dificulta a aprendizagem, segundo as ideias de Duval (2013).

Diante do exposto, pode-se perceber que a coleção aborda potência e potenciação partir do 6º Ano do Ensino Fundamental. Com isso, destacamos que esta coleção diferencia a operação de potenciação da operação da multiplicação, evidenciando que “*enquanto a operação de multiplicação é utilizada para representar uma adição de parcelas iguais, a potenciação é utilizada para representar uma multiplicação de fatores iguais*” (SOUZA, PATARO, 2012, p. 86), o que pode evitar alguns erros com relação à compreensão do conceito (seus elementos e propriedades), pois segundo Rodrigues, Vitelli e Vogado (2013) esta é uma dificuldade observada frequentemente, devido a compreensão incorreta para

efetuar as operações, em geral, ocorrendo a soma no lugar da multiplicação, acarretando em resoluções errôneas e que estão estritamente relacionadas a incompreensão do conceito.

Em relação a potência com base fracionária, potenciação com números fracionários, potência com base e expoente negativo, potenciação com monômios, propriedades de potência e potenciação e, potência com expoentes fracionários, estes são abordados de maneira a enfatizar apenas o procedimento, ou seja, visando técnicas de resoluções, o que não garante a aquisição/compreensão deste conceito, pois conduz apenas a realização de procedimentos mecânicos e a utilização da mesma transformação cognitiva.

Ao analisar esta coleção, especificamente, as 838 atividades que abordam o conceito de potência ou potenciação, salienta-se que 89% exigem tratamentos (em sua maioria numéricos) e 11% recorrem a conversão, tendo um número expressivo destas conversões do registro da língua natural para a numérica, o que, segundo Duval (2013), limita a compreensão do conceito em estudo.

## 2.2 O VOLUME DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

O livro didático do 1º Ano do Ensino Médio analisado é intitulado “Novo Olhar: Matemática” cujo autor é Joamir Souza. Segundo o Guia de Livros Didáticos – PNLD (BRASIL, 2015) o livro é composto por 4 unidades, 9 capítulos e 320 páginas.

O PNLD (BRASIL, 2015) evidencia que os conceitos são abordados a partir de uma explanação teórica, seguido de atividades resolvidas e de exercícios de aplicação. Salienta, também, a ênfase em definições e procedimentos, na qual os estudantes acabam por desenvolver dificuldades em estabelecer relações com outros conceitos. Entretanto, são propostas algumas atividades que desafiam o estudante a mobilizar diferentes estratégias de resolução.

Com relação ao conceito de Função as atividades propostas são trabalhadas a partir de exemplos da relação entre grandezas e variáveis, definições ou regras, beneficiando assim a compreensão deste conceito. Em contrapartida, a abordagem deste conceito como uma relação entre conjuntos é proposta de modo inadequado, salientando que se dá pouca ênfase aos diferentes tipos de funções, o que pode comprometer a compreensão do mesmo. Especificamente, as funções exponenciais e logarítmicas “*são abordadas com boas aplicações na Biologia, na Química e na Física, e também com algumas referências históricas*” (BRASIL, 2015, p.70).

Na análise deste volume, foram categorizadas atividades dos capítulos que envolviam o conceito de função exponencial (considerando que esta tem conceito de potência na sua origem) e o conceito de função logarítmica (considerando que esta, também, tem a potenciação em sua origem) de duas formas: atividades que envolvem o conceito potência e atividades que abordam a operação de potenciação. É importante destacar que algumas atividades podem envolver ambos os conceitos (Figura 38). Analisou-se, também, atividades que abordam resoluções a partir da análise de padrões (Figura 39), bem como que envolvem transformações: tratamento (Figura 38) e conversão (Figura 39).

Figura 38: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio que abordam o conceito de potência e potenciação

19. O valor mais próximo do resultado da expressão  $(\sqrt{6})^4 \cdot (0,04)^{0,5} - (3\sqrt{3})^{-\sqrt{2}}$  é: d

a) -8                      c) 16                      Lembre-se de  
b) -21                     d) 7                        que  $2 < \sqrt{6} < 3$ .

Fonte: Souza (2013, p.154)

Figura 39: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio que utilizam um padrão

9. Observe a sequência de quadrados.



a) Qual a medida do lado do quadrado 4? E qual é a área? 8 cm; 64 cm<sup>2</sup>

b) Escreva uma potência que determine a área do quadrado  $n$  dessa sequência.  $(2n)^2$

c) Qual é a área do quadrado:  
 = 5? 100 cm<sup>2</sup>                      = 8? 256 cm<sup>2</sup>                      = 10? 400

d) Um quadrado com 81 cm<sup>2</sup> de área pertence a essa sequência? Por quê?

Fonte: Souza (2013, p.152)

As atividades contidas nas seções: contexto, explorando o tema, refletindo sobre o capítulo (Figura 40) não foram categorizadas, pois sugerem resolução de cunho pessoal ou envolvem somente leitura, bem como, atividades resolvidas (Figura 41).

Figura 40: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio encontradas na seção Refletindo sobre o capítulo

- I Qual dos conteúdos estudados neste capítulo você considera mais interessante? Por quê?
- II Escreva o que você entende por função exponencial.
- III Cite algumas situações em que os conteúdos abordados neste capítulo estão presentes. Se necessário, realize uma pesquisa e troque ideias com os colegas.
- IV Dos conteúdos abordados neste capítulo, qual você acha que deve ser retomado para uma melhor compreensão?
- V Escreva uma lista de palavras-chave que sintetizem os conteúdos estudados neste capítulo. Em seguida, a partir dessa lista, construa um esquema organizando esses conteúdos.

Fonte: Souza (2013, p.170)

Figura 41: Atividade do 1º Ano do Ensino Médio resolvidas

99. Determine o domínio da função  $f(x) = \log_{x-2} \sqrt{x+1}$ .

**Resolução**

A função é definida para base e logaritmando positivos, com a base diferente de 1.

- logaritmando:  $\sqrt{x+1} > 0 \Rightarrow x+1 > 0 \Rightarrow x > -1$  (I)
- base:  $x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$  e  $x-2 \neq 1 \Rightarrow x \neq 3$  (II)

O domínio da função é dado pela interseção de I e II.

Fonte: Souza (2013, p. 183)

O Quadro 5 apresenta as atividades categorizadas no volume 1 da coleção de livros didáticos do Ensino Médio selecionada para esta análise.

Quadro 5: Total de Atividades do 1º Ano do Ensino Médio Relacionadas a Operação de Potenciação

| Vol. | Cap. | T. Ativ. Cap. | T. Ativ. Cat. | Potência | Potenciação | Ambas | Padrão | Transf. |    |
|------|------|---------------|---------------|----------|-------------|-------|--------|---------|----|
|      |      |               |               |          |             |       |        | T       | C  |
| 1º   | V    | 226           | 180           | 157      | 19          | 4     | 7      | 137     | 43 |
|      | VI   | 233           | 183           | 3        | 180         | 0     | 4      | 135     | 48 |

Do total de atividade do volume do 1º Ano do Ensino Médio, 226 encontram-se no Capítulo V - “Função Exponencial”, das quais 180 foram categorizadas. Destas 87% abordam somente o conceito de potência (Figura 42), 11% abordam somente potenciação (Figura 43) e 2% abordam ambos (Figura 38). Além disso, apenas 4% das atividades requerem a análise de um padrão (Figura 43). Das transformações 76% utilizam do tratamento numérico (Figura 42) e 24% recorrem a conversão, sendo as principais conversões da língua natural para a numérica

(Figura 44), da figural para a numérica (Figura 39), da língua natural para a gráfica (Figura 45), da gráfica para a numérica (Figura 46) e da numérica para a gráfica (Figural 47).

Figura 42: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (Capítulo V) que abordam somente o conceito de potência

25. Identifique as funções exponenciais. a: d: f

|                        |  |
|------------------------|--|
| a) $f(x) = (0,3)^{2x}$ | d) $f(x) = \left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{x}{7}}$ |
| b) $f(x) = 2x^8$       | e) $f(x) = (-4)^x$                                 |
| c) $f(x) = 1^{6x}$     | f) $f(x) = 12^{\frac{2}{3}x}$                      |

Fonte: Souza (2013, p.157)

Figura 43: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (Capítulo V) que abordam somente o conceito de potenciação

67. Observe a sequência numérica.

-3, 9, -27, 81, ...

O enésimo número dessa sequência é: b

a)  $-3^n$    b)  $(-3)^n$    c)  $n^{-3}$    d)  $(-n)^3$    e)  $-3n$

Fonte: Souza (2013, p.170)

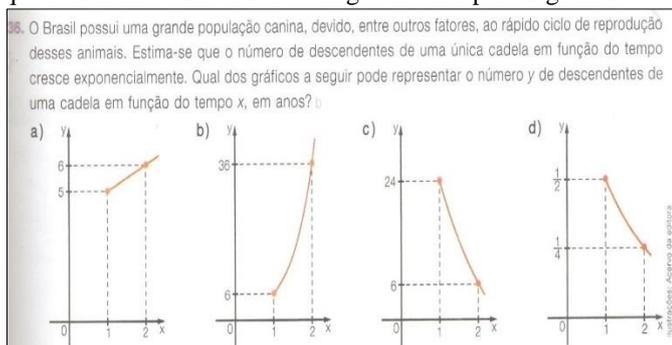
Figura 44: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (Capítulo V) que recorrem a conversão da língua natural para a numérica

47. (UFMG-MG) A população de uma colônia da bactéria *E. coli* dobra a cada 20 minutos. Em um experimento, colocou-se, inicialmente, em um tubo de ensaio, uma amostra com 1000 bactérias por mililitro. No final do experimento, obteve-se um total de  $4,096 \cdot 10^6$  bactérias por mililitro. Assim, o tempo do experimento foi de: d

a) 3 horas e 40 minutos  
 b) 3 horas  
 c) 3 horas e 20 minutos  
 d) 4 horas

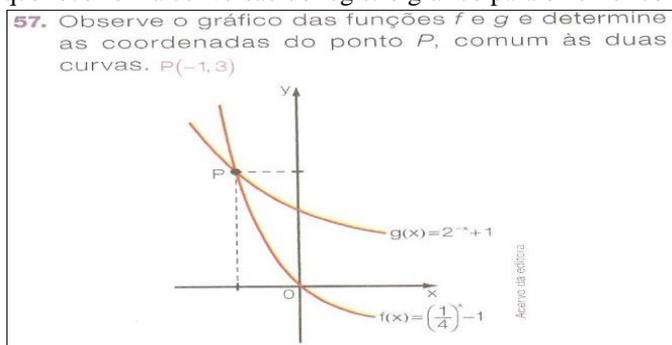
Fonte: Souza (2013, p.164)

Figura 45: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (Capítulo V) que recorrem à conversão da língua natural para o gráfico



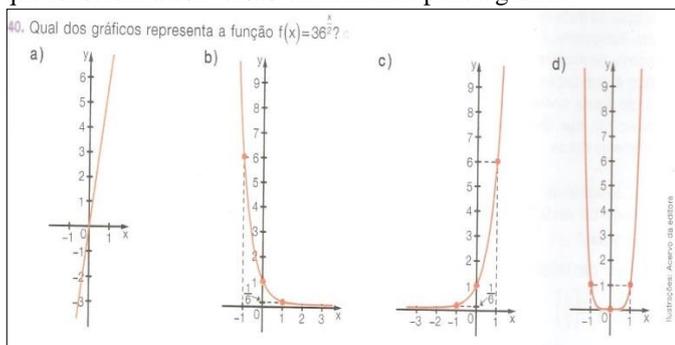
Fonte: Souza (2013, p. 161)

Figura 46: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (Capítulo V) que recorrem à conversão do registro gráfico para o numérico



Fonte: Souza (2013, p.165)

Figura 47: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (Capítulo V) que recorrem à conversão da numérica para a gráfica



Fonte: Souza (2013, p. 161)

Neste capítulo observam-se, como principal conversão, no sentido do registro figural para o numérico (nas atividades que tem por intenção rever o conceito de potenciação), nas demais atividades as conversões envolvem o registro gráfico, evidenciando a importância da abordagem deste registro uma vez que ele auxilia processo de ensino e aprendizagem do conceito de potência, além de permitir o estabelecimento de relações na análise de padrões.

No capítulo VI – “Logaritmo e Função Logarítmica” encontram-se 233 atividades, sendo categorizadas 183. Dentre estas 2% abordam somente o conceito de potência (Figura

48) e 98% abordam somente potenciação (Figura 49). Apenas 2% apresentam padrões para serem analisados (Figura 50). Nas transformações, 74% utilizam do tratamento numérico (Figura 48) ou algébrico (Figura 51) e 26 % recorrem a conversão, sendo as principais conversões da língua natural para a numérica (Figura 52), da numérica para a gráfica (Figura 53) e da gráfica para a numérica (Figura 54).

Figura 48: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo VI) que abordam somente o conceito de potência (letra a, c e e)

1. Calcule o valor de  $y$  em cada equação.

a)  $\log_4 y = 3$   $y = 64$                       d)  $\log_y 125 = 3$   $y = 5$

b)  $\log_y 36 = 2$   $y = 6$                       e)  $\log_2 y = 5$   $y = 32$

c)  $\log_9 y = 1$   $y = 9$                       f)  $\log_y \left( \frac{1}{256} \right) = -4$   $y = 4$

Fonte: Souza (2013, p.175)

Figura 49: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo VI) que abordam somente o conceito de potenciação

44. Sabendo que  $\log 2 = 0,301$ ,  $\log 3 = 0,477$  e  $\log 5 = 0,699$ , resolva as equações exponenciais.

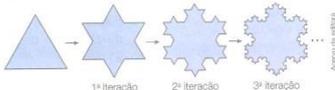
a)  $3^{x-1} = 5$   $x \approx 2,465$                       c)  $20^x = 3^{x-2}$   $x \approx -1,158$

b)  $30^x = 100$   $x \approx 1,354$                       d)  $6^{x+1} = 9^2$   $x \approx -2,585$

Fonte: Souza (2013, p.190)

Figura 50: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo VI) que utilizam um padrão

33. O estudo dos fractais tem se revelado de grande importância em vários campos científicos, como na Biologia e Meteorologia. Os fractais são estruturas geométricas complexas que em geral seguem uma ordem. Um exemplo de fractal é o chamado floco de neve, que recebe esse nome devido a sua semelhança com um floco de neve natural. Esse fractal pode ser construído a partir de algumas iterações em um triângulo equilátero. Na 1ª, basta dividir cada lado do triângulo equilátero em três partes iguais e, sobre a parte central de cada lado, construir outro triângulo equilátero. A 2ª iteração consiste em dividir cada lado da nova figura em três partes iguais e, sobre cada parte central, construir um novo triângulo equilátero, e assim sucessivamente.



O perímetro da figura obtida em cada iteração pode ser calculado pela fórmula  $P = 3\ell \left( \frac{4}{3} \right)^n$ , em que  $\ell$  é a medida do lado do triângulo equilátero inicial e  $n$  é o número de iterações realizadas.

a) Considerando o triângulo inicial com iteração zero e lado medindo 1 unidade, determine o perímetro da figura obtida na:

\* 1ª iteração 4 unidades                      \* 3ª iteração 64 unidades                      \* 7ª iteração 16.384 unidades

Fonte: Souza (2013, p.182)

Figura 51: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo VI) que utilizam o tratamento algébrico

13. Utilizando as propriedades, desenvolva cada logaritmo.

a)  $\log(b\sqrt{c})$   $\log b + \frac{1}{2}\log c$

b)  $\log\left(\frac{a^2b}{c}\right)$   $2\log a + \log b - \log c$

c)  $\log_2\left(\frac{\sqrt[5]{a}}{b \cdot c^2}\right)$   $\frac{1}{5}\log_2 a - \log_2 b - 2\log_2 c$

Fonte: Souza (2013, p. 178)

Figura 52: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo VI) que recorrem à conversão da língua natural para a numérica

5. O logaritmo de certo número em determinada base é igual a 4, e o logaritmo desse mesmo número com base igual ao triplo da anterior é igual a 2. Qual é esse número? 81

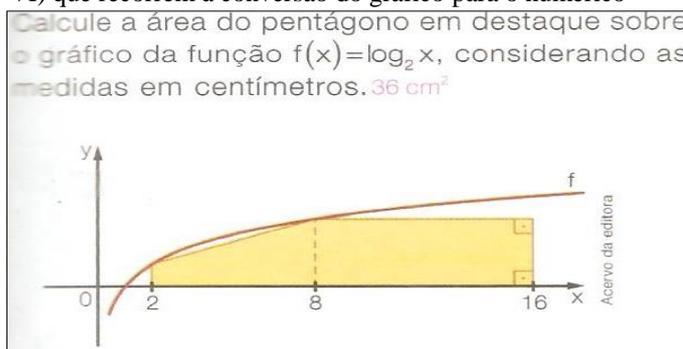
Fonte: Souza (2013, p.175)

Figura 53: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo VI) que recorrem à conversão do numérico para a gráfica

40. Esboce em um mesmo plano cartesiano o gráfico das funções  $g(x) = 2\log_3 x$  e  $g^{-1}$ , identificando se são crescentes ou decrescentes. crescentes

Fonte: Souza (2013, p. 185)

Figura 54: Atividades do 1º Ano do Ensino Médio (capítulo VI) que recorrem à conversão do gráfico para o numérico



Fonte: Souza (2013, p.197)

No Capítulo VI, são abordadas atividades diferenciadas, considerando as atividades propostas no Ensino Fundamental, o que é considerado um aspecto importante, pois para que ocorra a aprendizagem e para que os estudantes estabeleçam relações, o professor precisa propor diferentes situações, visando mobilizar representações semióticas.

Com isso, destacamos que o capítulo V trata do conceito de Função exponencial, o faz a partir de uma situação problema que envolve um padrão, relacionando-o a operação de potenciação e apresentando o gráfico da mesma.

Após apresenta uma seção “Revido Potenciação” na qual destaca potência com expoente natural, potência com expoente inteiro, potência com expoente racional, potência com expoente irracional, potência com expoente real e propriedades. Esta abordagem é feita a partir de procedimentos e exemplos, seguidos de exercícios, os quais, a maioria, envolve apenas tratamento numérico. Aborda, também, o conceito de notação científica, o qual é desenvolvido a partir de exercícios que envolvem conversões da língua natural para a numérica.

Esta revisão torna-se importante para o ensino da função exponencial como da função logarítmica, pois, conforme salienta Feltes (2007), as dificuldades apresentadas no Ensino Médio são basicamente as mesmas encontradas nos Anos Finais do Ensino Fundamental e que essas situações errôneas surgem logo na introdução do conceito de função exponencial. Tornando-se necessária a retomada das propriedades de potenciação, pois elas são utilizadas para a construção da representação tabular e gráfica e que sendo assim estende-se a outros conceitos, por exemplo, função logarítmica. Já, na abordagem do conceito de logaritmo e função logarítmica, o livro enfatiza as definições, propriedades e condições de existência, seguidas de exemplos e atividades resolvidos. É importante destacar que as atividades de revisão são bem semelhantes as apresentadas na coleção de livros didáticos do Ensino Fundamental.

Vale ressaltar que das 363 atividades categorizadas neste volume, 75% utilizam o tratamento numérico e 25% recorrem a conversão de um registro para outro, destaca-se, também, que estas conversões são feitas entre diferentes registros. Diferentemente da coleção do Ensino Fundamental, a conversão entre diferentes registros contribui para a compreensão do conceito em estudo, conforme aponta Duval (2013). Destaca-se, também, que as atividades propostas no Ensino Fundamental não apresentam muitas diferenças em relação às atividades propostas no Ensino Médio. Talvez porque um dos autores da coleção do Ensino Fundamental é o também o autor da coleção do Ensino Médio.

## CAPÍTULO 3

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa qualitativa cujo objetivo é compreender e analisar como a operação de potenciação é apresentada numa coleção de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e no livro didático do 1º Ano do Ensino Médio, bem como se a operação de potenciação é abordada no estudo das funções exponencial e logarítmica.

Para responder a questão de pesquisa e atingir os objetivos elaborados analisou-se uma coleção de Livros Didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e o Volume do 1º Ano do Ensino Médio, escolhidos pelos professores de uma escola da rede estadual do município de Itaqui/RS, utilizando como aporte teórico as pesquisas sobre Campo Conceitual (VERGNAUD, 2009; GITIRANA et al., 2014) e Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2013), no que tange a aprendizagem da matemática, assim como as outras leituras relacionadas ao tema.

Na análise da coleção dos Anos Finais do Ensino Fundamental categorizou-se as atividades que envolvem o conceito de potência e operação de potenciação, visando compreender como o livro aborda estes conceitos.

Constatou-se que a coleção dos Anos finais do Ensino Fundamental aborda o conceito de potência e a operação de potenciação, em um primeiro momento, estabelecendo relações com a operação de multiplicação, mas ao mesmo tempo, expondo algumas diferenças, no que tange as propriedades dessas operações. Outro fator a ser destacado, neste primeiro momento, é o fato do autor apresentar situações que requerem análise de padrões, o que, segundo as ideias de Damazio e Amorim (2004), propicia uma melhor compreensão da operação de potenciação.

No entanto, no decorrer dos volumes as atividades que exigem a análise de um padrão foram abordadas em número menor ou até mesmo não abordadas. Por exemplo no desenvolvimento do conceito de potenciação com base fracionária, potência com base negativa, potência com expoente negativo, potência com base dez e potenciação com monômios, constata-se ênfase na resolução de exercícios, o que pode dificultar a aprendizagem e pode induzir a realização de procedimentos mecânicos.

As atividades desta coleção utilizam um número expressivo de tratamentos numéricos, o que conduz a resoluções mecânicas e a não atribuição de significado por parte dos

estudantes. As conversões utilizadas são em grande maioria do registro da língua natural para a numérica. Percebe-se, apenas no volume do 9º Ano diferentes sentidos das conversões, devido a operação de potenciação ser abordada a partir da relação de área e perímetro de figuras planas.

Sendo assim, pode-se afirmar que a coleção de livros didáticos do Ensino Fundamental apresenta limitações ao abordar a operação de potenciação, pois as situações propostas na maioria das vezes requer a mobilização dos mesmos invariantes (propriedades) e representações semióticas. Este fato pode contribuir para que os erros cometidos por estudantes em relação a esta operação, mapeados nas pesquisas, mantenham-se, bem como, as dificuldades na aprendizagem de outros conceitos que tem na sua base a potenciação.

No volume do 1º Ano do Ensino Médio, observa-se a relação estabelecida entre a operação de potenciação e as funções exponenciais e logarítmicas, pois o autor opta por antes do desenvolvimento do conceito de função exponencial rever a operação de potenciação, na qual evidencia a relação que há entre estes conceitos. Contudo, nesta revisão, utiliza apenas tratamentos numéricos, o que pode não ser um procedimento eficaz para amenizar as dificuldades que são apresentadas na resolução das atividades que envolvem estes conceitos porque o conceito é retomado, mas não há ampliações. Entende-se por ampliação a proposição de situações que requerem a mobilização de diferentes invariantes e representações semióticas, bem como, contextos diversificados (práticas sociais, outras páreas do conhecimento, própria matemática).

Ao desenvolver o conceito de função exponencial e logarítmica, o autor aborda uma situação de análise, como mencionado, entende-se que este é um processo positivo para aquisição do conceito. Porém, as demais situações, exemplos e atividades resolvidas enfatizam resoluções mecânicas. Este volume apresenta conversões de diversos registros, em relação a coleção do Ensino Fundamental, em especial, explora o registro gráfico. Acredita-se que o registro gráfico para situações que são modeladas por  $b \cdot a^x$  podem ser abordadas no Ensino Fundamental, principalmente, quando são propostos padrões a serem analisados. Destaca-se a ideia de padrão porque a Matemática é uma ciência de Padrões e Ordens e por meio da análise destes pode-se resolver uma variedade de situações de outras áreas do conhecimento, da própria matemática e das práticas sociais, pois a potenciação é um padrão que modela diversas situações, por exemplo, crescimento populacional, decaimento radioativo, meia vida de fármacos, entre outros.

Intenta-se com esta pesquisa ter apresentado dados relevantes para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, principalmente, da operação de potenciação, visto que

como mencionado no Capítulo 1 (por meio do mapeamento) há poucas pesquisas que investigaram a esta operação. Pensa-se que outras pesquisas podem ser realizadas a partir dos resultados apresentados neste trabalho, por exemplo, investigar quais as contribuições de uma sequência didática, organizada com base na análise de padrões (numéricos, figurais, geométricos, algébricos), na aprendizagem da operação de potenciação e das funções exponencial e logarítmica.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Secretaria de Educação fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- \_\_\_\_\_. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa.** Brasília: MEC/SEB, 2014.
- CARAÇA, B.J. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** Tipografia Matemática. Lisboa. 1951.
- DAMAZIO, A. AMORIM, M. P. **Educação Matemática: sistema conceitual de potenciação.** In: III Encontro de Pesquisa em Educação. Universidade Federal do Piauí, 2004. Disponível em <[http://www.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/eventos/evento2004/GT.8/GT8\\_4\\_2004.pdf](http://www.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/eventos/evento2004/GT.8/GT8_4_2004.pdf)>
- DANTAS, E. O. **A Função Exponencial.** 2014. (Mestrado profissional e Matemática) Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife. 2014.
- FRANCO, M. L. P. B. **Análise de Conteúdo.** 2ª edição: Líber Livro Editora. Brasília. 2005. 79p.
- FREITAS, J. L. M. REZENDE, V. **Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.** In: Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, RPEM, 2013, p. 10-34.
- GARNICA, A. V. M. **Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos.** Mimesis, Bauru, v. 22, n. 1, p. 35-48, 2001.
- LAVILLE, C.; DIONNE, J. **A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas;** tradução Heloisa Monteiro e Francisco settineti. Porto Alegre: Artmed; Belo horizonte, 1999.
- MACHADO, S. D. **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica.** Campinas, SP. Editora Papirus.
- MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica 1.** Marina de Andrade Marconi, Eva - 5. ed. - São Paulo: Atlas, 2003.
- MERLINI, V. L.; MAGINA, S. M. P.; SANTOS, A. **O desempenho dos estudantes de 4ª série do ensino fundamental frente a problemas de estrutura multiplicativa.** In: Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010. Salvador – BA.
- MOREIRA, M. A. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área.** Instituto de Física, UFRGS. Porto Alegre, RS. 2002.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Resolução de Problemas na Licenciatura em Matemática – rumo à compreensão e à aquisição das grandes ideias contidas na**

**Matemática escolar.** In: Anais IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Brasília-DF. 2009.

PAIAS, A. M. **Diagnostico dos erros sobre Operações de Potenciação aplicado a alunos do Ensino Fundamental e Médio.** 2009. 219f. Dissertação (Mestrado em educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2009.

PUGLISI, M. L.; FRANCO, B. **Análise de Conteúdo.** Brasília, 2º edição: Liber Livro editora, 2005.

RIO GRANDE DO SUL. **Orientações curriculares do Rio Grande do Sul.** Secretaria da Educação. 2009.

RODRIGUES, G. C.; VITELLI, I. C.; VOGADO, G. E. R. **Análise de Erros em Questões de Potenciação.** In: **Encontro Nacional de Educação Matemática.** Curitiba – PR, 2013.

SILVA, M. C. **Educação Matemática: Conhecimentos Docentes acerca de potenciação.** (Mestrado em Educação) Universidade Federal de Alagoas. Maceió. 2013.

VERGNAUD, G. **Multiplicative structures.** In. Hiebert, H. & Behr, M. (Ed.). Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades, p. 141-161 Hillsdal e, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1988. Tradução Grupo de Professores da UFSC.

\_\_\_\_\_. **Teoria dos Campos Conceituais.** In: Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1., 1993, UFRJ. Rio de Janeiro: Projeto Fundação – Instituto de Matemática – UFRJ, 1993, p. 1-26.