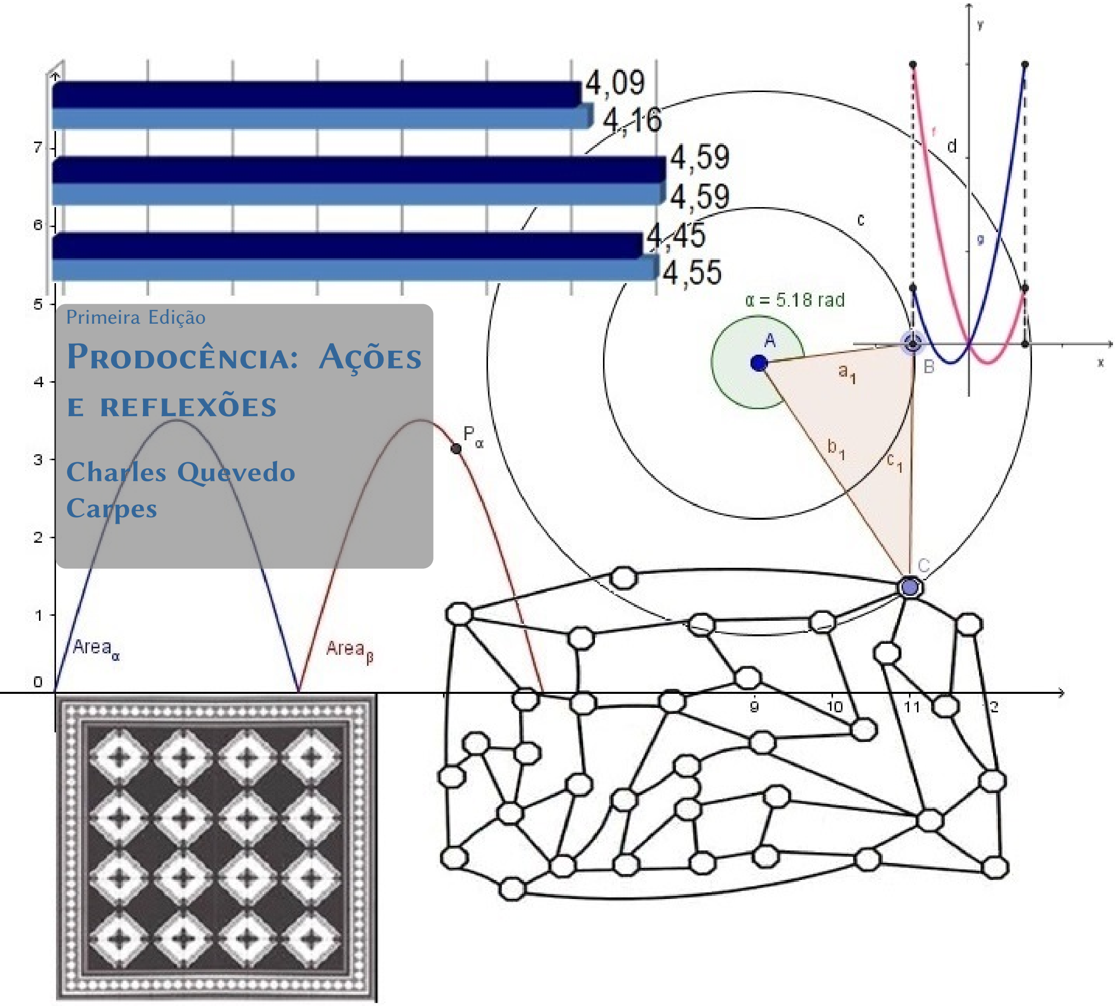

Primeira Edição

Prodocência: Ações e reflexões

Charles Quevedo Carpes

Universidade Federal do Pampa

CIP - Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

P332 Prodocência: Ações e reflexões / organizadores Charles Quevedo Carpes, Patrícia Pujol Goulart Carpes, Radael de Souza Parolin, Karla Beatriz Vivian da Silveira. – Itaqui: [Editora Illuminare], 2016.

63 p.

ISBN 978-85-68904-49-7

Esta obra faz parte das ações do Programa de Consolidação das Licenciaturas – Prodocência – Unipampa/Capes

1. Educação. 2. Licenciatura. 3. Docência. I. Carpes, Charles Quevedo II. Carpes, Patrícia Pujol Goulart III. Parolin, Radael de Souza IV. Silveira, Karla Beatriz Vivian da V. Título.

CDU 378

Bibliotecário Edson Ariju Belmonte CRB-10/1976

Conteúdo

Prefácio

Profa. Dra. Francéli Brizolla
Coordenadora Institucional do PRODOCÊNCIA/UNIPAMPA
Profa. Dra. Elena Maria Billig Mello
Coordenadora Institucional Adjunta do PRODOCÊNCIA/UNIPAMPA

> *Ler é uma operação inteligente, difícil, exigente, mas gratificante. Ninguém lê ou estuda autenticamente se não assume, diante do texto ou do objeto da curiosidade a forma crítica de ser ou de estar sendo sujeito da curiosidade, sujeito da leitura, sujeito do processo de conhecer em que se acha.*
> *–Paulo Freire*[1]

Com orgulho e alegria, apresentamos aos leitores essa importante produção disponibilizada em forma de livro digital, construído e organizado pela Subequipe PRODOCÊNCIA do campus Itaqui, mais especificamente, do Curso de Matemática - licenciatura, da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA). A obra dá visibilidade e publicização de ações desenvolvidas no âmbito dessa jovem Universidade como instituição federal de educação superior pública com inserção regional, como resultado de um ensino superior de qualidade, do desenvolvimento de pesquisas nas diversas áreas do conhecimento e da promoção da extensão universitária. A UNIPAMPA é uma Instituição *multicampi*, constituída por 10 *Campi* localizados nos municípios de Alegrete, Bagé, Caçapava do Sul, Dom Pedrito, Itaqui, Jaguarão, Santana do Livramento, São Borja, São Gabriel e Uruguaiana, que oferta, atualmente, 64 cursos de graduação, sendo 17 cursos de licenciatura criados com o objetivo de suprir as demandas regionais da Educação Básica, tendo como meta a formação de professores(as) capazes de participar de maneira protagonista, criativa e crítico-reflexiva nas comunidades onde atuam. Esses cursos estão localizados em 08 Campi, que participam do Programa de Consolidação das Licenciaturas (PRODOCÊNCIA)[2], com um conjunto de 10 cursos envolvidos[3]. Diante desta estrutura *multicampi*, além da Equipe Executora, o Programa é desenvolvido por meio da organização de grupos de trabalho, denominados Subequipes, em cada um dos 8 *campi*, como forma de qualificar o desenvolvimento do mesmo, através do assessoramento destes grupos aos integrantes da Equipe Executora.

[1] *Freire, Paulo. Carta de Paulo Freire aos professores. ESTUDOS AVANÇADOS 15 (42), 2001. In: Freire, Paulo. Professora sim, tia não. Cartas a quem ousa ensinar (Editora Olho D'Água, 10 ed., p. 27-38).*

[2] *O Programa de Consolidação das Licenciaturas (PRODOCÊNCIA) é financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).*

[3] *Os cursos de licenciatura são: Física (Campus Bagé); Ciências Exatas (Campus Caçapava do Sul); Ciências da Natureza e Educação do Campo (Campus Dom Pedrito); Matemática (Campus Itaqui); Pedagogia (Campus Jaguarão); Ciências Humanas (São Borja); Ciências Biológicas (São Gabriel); e Educação Física e Ciências da Natureza (Uruguaiana).*

O PRODOCÊNCIA/UNIPAMPA 2014-2016, denominado "Desbravando fronteiras para a consolidação das licenciaturas de uma universidade fronteiriça", tem como foco:

1. desenvolver atividades que propiciem a reflexão sobre a organização curricular dos cursos, de modo a formar profissionais adequados às necessidades do conhecimento na contemporaneidade e de acordo com a realidade socioeducacional encontradas nas escolas de Educação Básica;

2. oportunizar a participação dos licenciandos no planejamento e execução das atividades, como incentivo à permanência dos alunos nos cursos de licenciatura;

3. propiciar a capacitação e qualificação dos professores formadores das licenciaturas, contribuindo para sua identificação com a Instituição, o curso e a docência, já que muitos têm em sua formação inicial o bacharelado e a pesquisa, e pouca ou nenhuma prática didático-pedagógica; e

4. divulgar as práticas docentes inovadoras e exitosas nos eventos promovidos pelo PRODOCÊNCIA, de modo que inspirem novas metodologias didático-pedagógicas e novos arranjos curriculares.

A decisão pela adesão ao Programa, em 2013, foi tomada de forma coletiva junto ao corpo de coordenadores(as) de cursos das licenciaturas, considerando a convergência dos objetivos do Programa[4] com a política de formação docente implementada pela gestão da PROGRAD (2012-2015), por meio do amplo Programa de Desenvolvimento Profissional Docente. Assim, a atual edição é coordenada por duas professoras, que foram gestoras da referida Pró-Reitoria no período 2012-2015, que têm responsabilidade administrativa e financeira pelo aporte de recursos e demais exigências de implementação do Programa na mencionada estrutura *multicampi*.

Nesse sentido, para a UNIPAMPA, o PRODOCÊNCIA revela-se uma oportunidade de continuidade do trabalho de qualificação do corpo docente das licenciaturas, seja para aperfeiçoamento das ações e projetos em construção ou desenvolvimento, seja para concretizar novas demandas de formação, de aperfeiçoamento didático-pedagógico ou de inovação curricular nos cursos de Licenciatura da Universidade.

Além disso, constitui-se como mais uma alternativa na política institucional para qualificação dos cursos e a excelência acadêmica, possibilitando vivências entre profissionais de diversas áreas do conhecimento, com diferentes experiências nos *campi*, além de colaborar com a consolidação dos diversos espaços e ações já desenvolvidas pela Universidade para esta finalidade.

[4] *Objetivo geral do PRODOCÊNCIA: Apoiar a realização de projetos que visem contribuir para elevar a qualidade dos cursos de licenciatura, na perspectiva de valorizar a formação e a relevância social dos profissionais do magistério da educação básica.*

O conjunto de atividades em desenvolvimento[5] evidencia a diversidade, a criatividade e, principalmente, as ações/temáticas emergentes à formação docente da Educação Superior, e sua relação com a Educação Básica, visto que todas foram propostas pelos cursos/campus envolvidos, por meio de uma rede colaborativa, inicialmente, planejada e organizada pela coordenação do Programa, com participação da Pró-Reitoria de Graduação.

Os primeiros indícios da importância e efetividade do Programa na Instituição já são relatados pelos(as) docentes participantes por meio de relatórios parciais de avaliação, nos quais se destacam elementos como oportunidade de ação-reflexão-ação, discussão e revisão curricular com vistas à inovação e aos aspectos centrais da discussão da docência no âmbito do ensino superior.

Desse modo, é com grande expectativa que essa Equipe Coordenadora apresenta mais um produto gerado pela ação do referido Programa na Universidade, almejando que o mesmo sirva como inspiração à formação docente no âmbito da Educação Superior. O presente trabalho situa-se em um dos três Eixos do Programa, a saber, "**Desenvolvimento profissional e a formação continuada dos professores das licenciaturas: melhoramento de estratégias didático-pedagógicas dos cursos de formação de professores**". Para dar conta do desafio, a Subequipe PRODOCÊNCIA campus Itaqui planejou e desenvolveu a atividade Ciclo de palestras **Docência e Formação** e **Estudo de Temas** voltados para Tecnologias em Educação Matemática, Organização Curricular do Ensino de Matemática, Contextualização e Interdisciplinaridade, no decorrer de 2015. As principais reflexões desses estudos foram organizadas pelos professores Charles Quevedo Carpes, Patrícia Pujol Goulart Carpes, Radael de Souza Parolin e Karla Beatriz Vivian da Silveira.

A obra problematiza e propõe reflexões atualizadas de suma importância para a área do Ensino da Matemática. Em seu primeiro capítulo, "Geogebra: possibilidades para trabalhar funções", da autoria de Carmen Vieira Mathias e Ana Luiza Kessler, que propõem duas formas de trabalhar o conteúdo funções no Ensino Médio com o uso de recursos computacionais, mais especificamente com o aplicativo GeoGebra; propondo que sirva de apoio teórico-prático aos(às) professores(as).

Na sequência, no capítulo intitulado "Abordagens e Concepções Metodológicas no Ensino de Matemática", André Luis Andrejew Ferreira aborda sobre as concepções metodológicas no ensino dessa área do conhecimento, com destaque para a utilização do conhecimento etnomatemático nas práticas de sala de aula, a partir de uma pesquisa investigativa realizada em laboratório de ensino de Matemática, compreendido enquanto um espaço reflexivo e didático na formação dos futuros professores nos cursos de graduação.

[5] *De acordo com a MATRIZ LÓGICA (aprovada pela CAPES), a UNIPAMPA participa do PRODOCÊNCIA com um montante de 27 atividades, divididas em âmbito local (desenvolvida no campus proponente), assim como* intercampi *(modalidade em que participam mais de um campus/curso para além do proponente), com caráter interdisciplinar.*

O terceiro capítulo, da autoria de Glades Tereza Felix, intitulado “Avaliação do autodesempenho docente: interpretar sentidos para produzir significados”, é relevante no sentido em que apresenta reflexões sobre a avaliação interna, considerando que a autoavaliação na Educação Superior é “um ato político-pedagógico que precisa ser exercitado”, e sobre o sentido da avaliação do autodesempenho do docente para a melhoria da sua vida profissional e para a qualificação do processo pedagógico universitário; a partir de resultados de uma experiência de Avaliação Participativa.

Finalizando a obra, Patrícia Pujol Goulart Carpes em parceria com Radael de Souza Parolin apresentam uma discussão sobre o uso da Geometria Dinâmica como recurso computacional, utilizando a geometria como elemento de enriquecimento para o estudo de funções, no capítulo intitulado “Dependência entre Grandezas Geométricas no Triângulo: Áreas em Função de uma Variável”. Para além dessa discussão específica, os autores também abordam sobre a oportunidade da formação proporcionada pelo PRODOCÊNCIA no ano de 2014, que evoluiu em uma continuidade das reflexões por meio de cadastramento de pesquisa institucional em um dos programas de desenvolvimento acadêmico da Universidade (PDA-UNIPAMPA).

Convidamos para a leitura desta obra, resultado de ações do Prodocência UNIPAMPA, como um ato crítico e curioso que move o processo de ensinar e aprender, e fortalece, cada vez mais, a qualificação da educação básica e do ensino superior.

Capítulo 1

Geogebra: Possibilidades para trabalhar funções

Profa. Dra. Carmen Vieira Mathias
Universidade Federal de Santa Maria
Profa. Ma. Ana Luiza de Freitas Kessler
Escola Estadual de Ensino Médio Professora Maria Rocha

Ao trabalhar em cursos de formação de professores de matemática, existe a preocupação com as abordagens pedagógicas nas quais a tecnologia pode estar presente, além de maneiras de conceber o ensino e a aprendizagem com o auxílio de tecnologia. Essa inquietação se faz presente na Escola, as tecnologias podem beneficiar professores e alunos quando usadas como ferramenta para as atividades, para o desenvolvimento de projetos e para a criação de condições que permitam uma participação mais ativa do aluno na aprendizagem [COSTA, 2010].

A mesma autora coloca que apenas o uso das tecnologias de informação e comunicação (TIC), não garante um ensino inovador, visto que elas podem somente repetir processos formais de aprendizagem. Acredita-se que se o professor não possuir domínio da tecnologia, não consegue trabalhar com ela em sala. Mas apenas esse domínio não garante que irá utilizá-la de forma natural, com desenvoltura e de forma crítica. Para que o professor se aproprie dos recursos é necessário que ocorra uma interiorização das possibilidades e uma identificação entre as intenções do usuário e as potencialidades a seu dispor, além disso, o professor vislumbre a possibilidade de obter algum ganho no seu fazer pedagógico. [PONTE, 1998].

Em algumas situações, é pertinente que o professor possua materiais adequados que o direcionem em como trabalhar certos conteúdos, utilizando as tecnologias, de forma a possuir um ganho pedagógico satisfatório. Na maioria das vezes os profissionais possuem conhecimento teórico, mas falta-lhes a prática, a vivência e ou ideias de como aproveitar as TIC em seu fazer pedagógico.

Perante esse cenário, este artigo tem como objetivo servir de base teórica e prática, aos professores que desejarem trabalhar conteúdos de funções com o auxílio de tecnologias, em particular com o uso do aplicativo GeoGebra. De acordo com [HOHENWARTER et al., 2013] este aplicativo é:

"[...] um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne

Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de usar. O GeoGebra possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países. O GeoGebra se tornou um líder na área de softwares de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática."

Segundo [GIRALDO, CAETANO e MATTOS, 2012] o trabalho com softwares de Matemática Dinâmica se justifica ao considerar que a visualização é um componente crucial para a aprendizagem de Matemática. Neste caso, o GeoGebra admite trabalhar com funções, em particular, com o uso de controles deslizantes, o que permite avaliar (visualizar) o que ocorre com determinado gráfico ao variar os coeficientes envolvidos. Essa dinamicidade permite que o professor possa explorar os conceitos de funções e todas as transformações geométricas envolvidas.

Quanto ao conceito de gráfico, [SIERPINNSKA, 1990] o considera muito difícil, visto que alguns alunos não conseguem aceitar um gráfico bi-dimensional como representação para uma relação funcional, mas preferem uma representação que apresente "tudo no mesmo eixo". A autora afirma que

"O gráfico não mostra diretamente como e quando um determinado ponto foi representado. O ponto e sua imagem são representados em eixos independentes... Não é como as representações de simetrias ou homotetias, onde se pode ver como um ponto está sendo transformado. Ao contrário, no gráfico de uma função, um único ponto (x , y) é um símbolo que contém em si mesmo o argumento, o valor e a lei de associação."

Assim, neste artigo tem-se o intuito de apresentar situações que envolvem gráficos de funções, como algo dinâmico. Em uma primeira situação, vamos trabalhar com o conceito de gráfico, explorando as transformações. Essa maneira de pensar o traçado do gráfico, independe da lei ao qual está associado, mas sim da transformação que determinado ente causa a essa função. Depois, utilizando o ambiente dinâmico GeoGebra, serão apresentadas situações geométricas, por meio de problemas que envolvem variações de áreas de triângulos, baseados no trabalho de [ARCAVI e HADAS, 2000] .

1.1 Sobre funções

De acordo com [LIMA et al. , 2006] dados os conjuntos X, Y, uma função $f : X \to Y$ (lê-se uma função de X em Y) é uma regra que diz como associar a cada elemento $x \in X$ um elemento $y = f(x) \in Y$. O conjunto X chama-se domínio e Y contra-domínio da função f. Para cada $x \in X$, o elemento $f(x) \in Y$ chama-se imagem de x pela função f, ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in X$.

Também [PAIVA, 2013] diz que uma variável y é dada em função de uma variável x se, e somente se, a cada valor de x corresponde a um único valor de y. A condição que estabelece a correspondência entre os valores de x e y é chamada de lei de associação.

Considera-se nesse texto funções do tipo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Segundo [PAIVA, 2013], toda função em que o domínio e o contradomínio são subconjuntos de $\mathbb{R}$ é chamada de função real de variável real. Uma função f pode ser apresentada simplesmente pela lei de associação $y = f(x)$ se, e somente se, o domínio de f é o mais amplo subconjunto de $\mathbb{R}$ em que f pode ser definida e o contradomínio de f é $\mathbb{R}$.

A noção de função está presente em muitas situações do nosso dia a dia, pois é um conceito que possibilita analisar duas grandezas que se relacionam em determinado fenômeno. A construção e a interpretação de gráficos de funções requerem a noção de plano cartesiano, o plano cartesiano ortogonal de coordenadas, cujo eixo horizontal é o x, denominado eixo das abscissas, e o eixo vertical y, eixo das ordenadas. Os eixos x e y se interceptam no ponto denominado origem do sistema cartesiano, representado por O, e determinam quatro regiões no plano, denominadas quadrantes. Todo ponto P representado neste sistema tem uma localização determinada por um par ordenado $P(x, y)$, onde x é a coordenada horizontal e y é a coordenada vertical do ponto.

Pode-se dizer que o plano cartesiano faz a ligação entre a geometria e a álgebra, pois nele há a correspondência entre pontos do plano e pares ordenados de números reais, assim como um par ordenado tem um ponto correspondente no plano. Dessa forma, problemas geométricos podem ser interpretados algebricamente e problemas algébricos podem ser interpretados geometricamente.

Observa-se que nem sempre um conjunto de pares ordenados representa uma função, e, para verificar se um gráfico de fato representa uma função, é preciso verificar se, para cada elemento do domínio, representado pelo eixo x, existe apenas um único valor correspondente no contra-domínio, representado pelo eixo y. Um método simples de verificar essa propriedade é se traçar uma perpendicular ao eixo x e conferir se esta intercepta o gráfico em apenas um ponto, chamado teste das retas verticais.

A análise gráfica é muito importante no estudo de funções, sendo assim, existe a necessidade de revisitar algumas transformações que podem ser feitas nos gráficos das funções. O que segue foi baseado em no material disponibilizado [BORTOLOSSI, 2014]. Dado o gráfico de uma função $y = f(x)$ e constantes a, b, c e d, vamos observar o que ocorre com o gráfico da função:

- $g(x) = a.f(x)$

  Multiplicar uma função f por uma constante não negativa a tem o efeito geométrico de alongar (para $a > 1$) ou comprimir (para $0 < a < 1$) verticalmente o gráfico de f. Observemos a Figura 4.4, que apresenta um exemplo do indicado.

- $g(x) = f(x) + b$

  Somar uma constante b a uma função f tem o efeito geométrico de transladar verticalmente para cima quando $b > 0$ ou verticalmente para baixo quando $b < 0$ o gráfico de f, conforme apresenta a Figura 1.2.

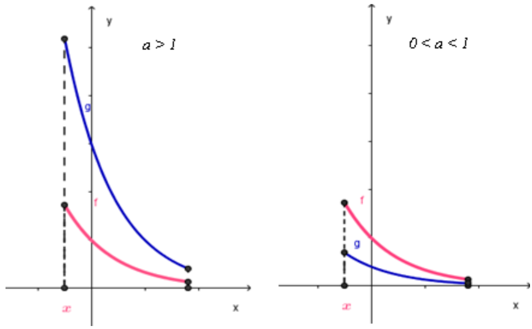

Figura 1.1: *Compressão e alongamento vertical de uma função f.*

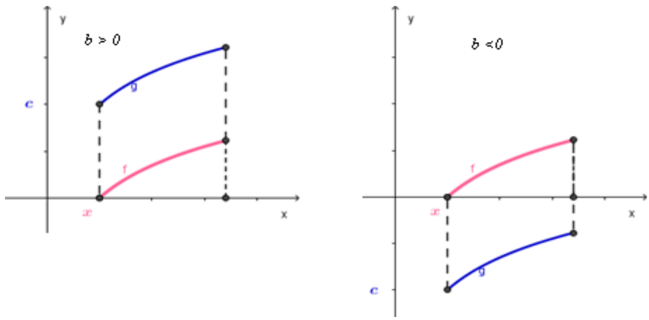

Figura 1.2: *Translação vertical de uma função f.*

- $g(x) = f(x + c)$

  Ao somar uma constante c à variável independente x de uma função f tem efeito geométrico de transladar o gráfico de f horizontalmente para direita quando $c < 0$ ou para esquerda quando $c > 0$, conforme apresenta a Figura 1.3.

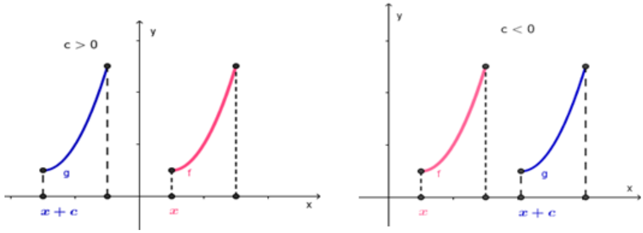

Figura 1.3: *Translação horizontal de uma função f.*

- $g(x) = f(dx)$

  Multiplicar a variável independente de uma função f por uma constante não negativa c tem o efeito geométrico de alongar (para $0 < d < 1$) ou comprimir (para $d > 1$) horizontalmente o gráfico de f. A Figura 1.4 exemplifica essa transformação.

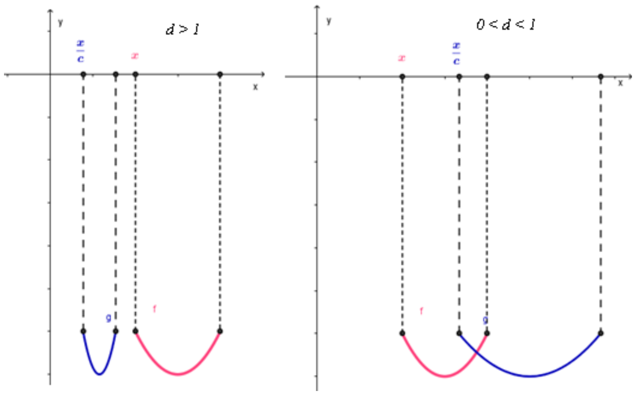

Figura 1.4: *Compressão e alongamento horizontal de uma função f.*

É importante ressaltar dois casos particulares:

- $g(x) = -f(x)$

  Multiplicar uma função f por -1 tem o efeito geométrico de refletir com relação ao eixo x o gráfico de f, como podemos observar na Figura 1.5.

- $g(x) = f(-x)$

  Multiplicar a variável independente x de uma função f por -1 tem o efeito geométrico de refletir com relação ao eixo y o gráfico de f. A Figura 1.6 apresenta um exemplo desse tipo de transformação.

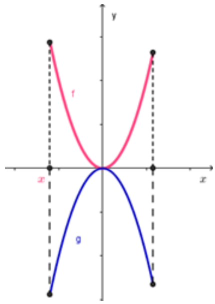

Figura 1.5: *Reflexão de uma função f sobre o eixo x.*

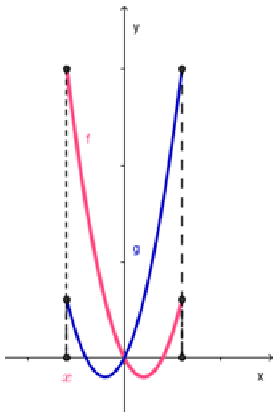

Figura 1.6: *Reflexão de uma função f sobre o eixo y.*

Esses conceitos , em geral não são trabalhados no Ensino Médio e os alunos ingressam no ensino superior acreditando que para realizar a construção de um esboço de um gráfico, existe a necessidade de construir uma tabela, por exemplo. Pensando nos conceitos acima elencados, criou-se um applet, utilizando o software GeoGebra, que permite ao usuário digitar a função a qual se quer determinar o gráfico, conforme destacado na Figura 1.7.

Observa-se que é possível inserir qualquer função e a partir dessa inserção, selecionar a transformação. A figura 1.8 apresenta o alongamento vertical do gráfico da função escolhida.

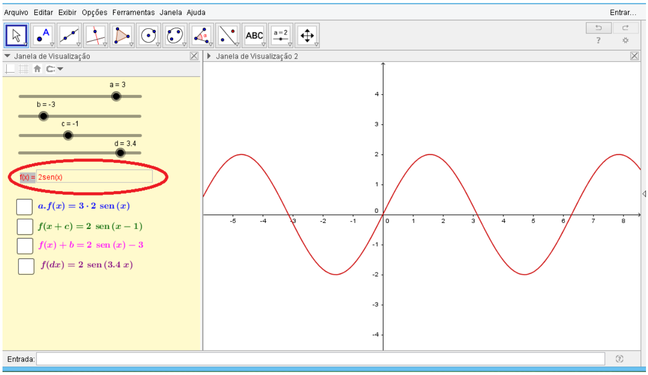

Figura 1.7: *Applet criado no software GeoGebra.*

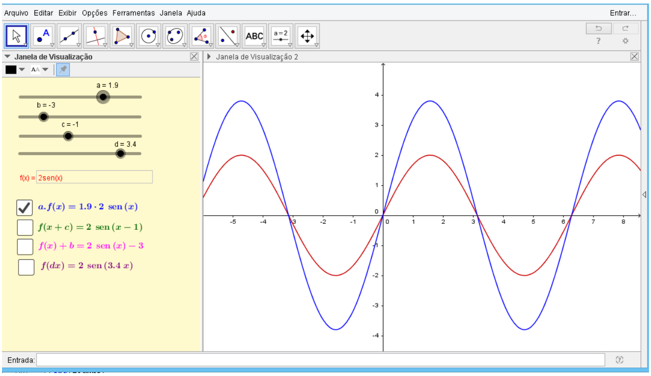

Figura 1.8: *Seleção da transformação.*

Observa-se que ao movimentar o parâmetro a, o gráfico da função $g(x) = af(x)$ é alterado. A figura 1.9 apresenta a transformação.

Ao movimentar os parâmetros b, c e d obtém-se as transformações acima descritas de forma dinâmica. Acredita-se que isso permite que os alunos possam visualizar o efeito de operações algébricas na variável (ou na função) e a reflexão dessas no gráfico.

No que segue, dá-se continuidade ao estudo de funções, utilizando para isso, um apelo geométrico.

1.2 *Sobre variação geométrica.*

Ao trabalhar com funções, em geral depara-se com problemas de otimização. Tais problemas caracterizam-se por não apresentarem em seu enunciado a função a ser otimizada, fazendo com que o aluno a tentar determinar a função, evidencie a falta de conhecimentos e a habilidade de resolver esse tipo de situações-problema.

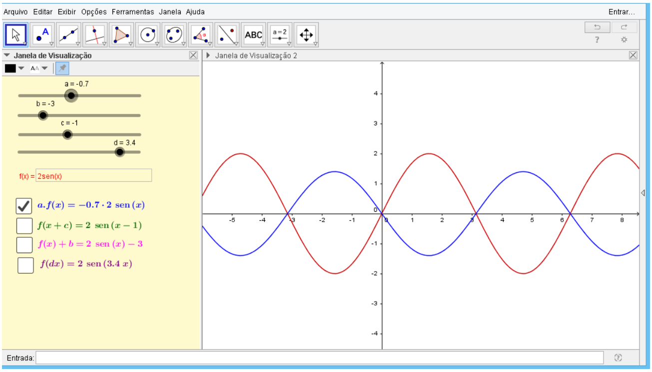

Figura 1.9: *Compressão vertical do gráfico da função f.*

Essa seção tem por objetivo apresentar três situações problemas, que podem ser trabalhadas em sala, com ou sem o auxílio do computador. No caso do presente artigo, optou-se pela apresentação dos resultados algébricos e da modelação desses problemas com o uso do aplicativo GeoGebra. Essa escolha se justifica, pois segundo [ARCAVI e HADAS, 2000], os softwares de matemática dinâmica não só permitem aos alunos a construção de figuras com determinadas propriedades, mas também permitem que o usuário transforme essas construções em tempo real. Acredita-se que essa manipulação e transformação, na maioria das vezes, é crucial para o entendimento dos conceitos de variação apresentados aos alunos.

Segundo [ARAÚJO, 2011] nos cursos superiores, problemas de otimização costumam ser resolvidos com o uso do cálculo diferencial. Porém no ensino médio, a maioria dos problemas de otimização conduz a uma função polinomial do segundo grau. Observa-se porém que há uma gama de problemas elementares que não se enquadram nesse tipo de função.

No que segue, serão apresentados três problemas muito parecidos, que levam a resultados completamente distintos.

Problema 1. *Determine a função que representa a variação da área de um triângulo isósceles de lado l, ao variar a base.*

É possível modelar essa situação utilizando-se o GeoGebra? A resposta é sim.

Para tanto constrói-se um triângulo isósceles de vértices A, B e C e lados $\overline{AB} = \overline{BC} = l$ e base $\overline{AC} = x$ conforme representado na figura 1.10.

A figura 1.10 é estática, porém o aplicativo nos permite movimentar o controle deslizante X de forma a representar a variação da área do triângulo ABC, conforme a figura 1.11

Utiliza-se a segunda janela de visualização, disponível no software para determinar a variação da área. Observa-se que o ponto P possui coordenadas $(x, A(x))$, traduzidas no

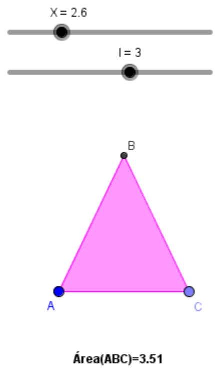

Figura 1.10: *Representação do triângulo isósceles, construído no GeoGebra.*

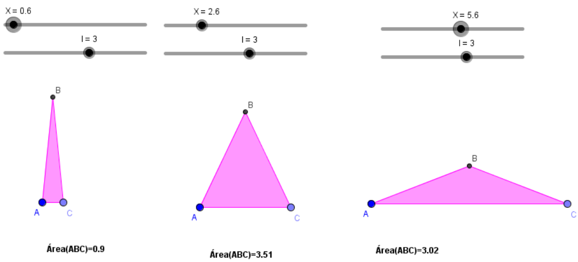

Figura 1.11: *Representação do triângulo isósceles, construído no GeoGebra.*

aplicativo por $(X, pol1)$. assim ao digitar $P = (X, pol1)$ na caixa de entrada, habilitar o rastro do ponto P e animar o controle deslizante X, o aplicativo descreve a variação procurada, conforme ilustra a figura 1.12

Nota-se que o aplicativo descreve a variação, porém não descreve a função. É interessante questionar aos alunos que tipo de função é obtida (observando a trajetória do ponto P). Pode-se questionar sobre o domínio e a imagem. Ao verificar a imagem, pode-se observar que a mesma é dada por uma valor positivo que representa a área, que o maior valor encontrado, representa a área máxima. Observa-se que é possível trabalhar com otimização, sem a necessidade de formalização. Obviamente para o tipo de função encontrada, a determinação do valor máximo pode ser realizada utilizando conceitos de Cálculo e ou desigualdades.

Porém, o problema proposto solicitava determinar a função área e isso ainda não foi realizado. Para resolver tal problema, recorda-se que a área de um triângulo é dada por

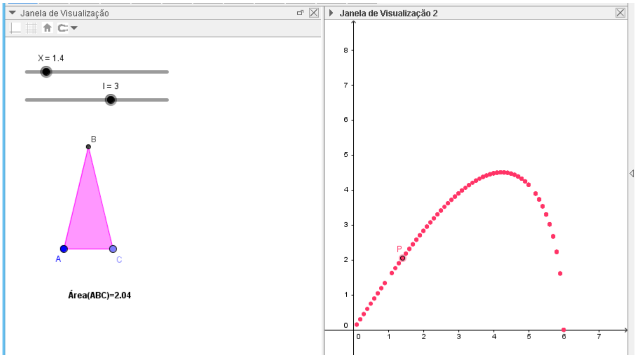

Figura 1.12: *Representação da variação da área.*

$$A = \frac{b.h}{2} \tag{1.1}$$

onde b e h são respectivamente a base e a altura do triângulo. No caso em questão, considera-se $b = x$, visto que é a parte variável do problema e determina-se h. Como trata-se de um triângulo isósceles, a altura h também é mediana, dai tem-se

$$l^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + h^2$$

ou seja,

$$h = \frac{\sqrt{4l^2 - x^2}}{2}.$$

Portanto a área do triângulo é representada pela função

$$A(x) = x.\frac{\sqrt{4l^2 - x^2}}{4}$$

.

Ao digitar a função na caixa de entrada do aplicativo, pode-se verificar que esta coincide com o rastro do ponto P, conforme apresenta a figura 1.13

A partir da construção realizada, é possível responder a seguinte pergunta:

"Dentre todos os todos os triângulos isósceles de lado l, qual é o que possui maior área? "

Observa-se que ao variar o lado AC, pode-se observar a variação da área. Com isso é possível verificar que a maior área é dada quando o triângulo isósceles for retângulo.

O próximo problema também investiga a variação da área de um triângulo isósceles, porém trata de outro parâmetro de variação.

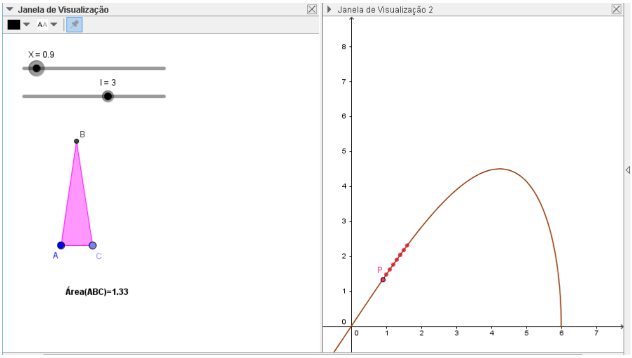

Figura 1.13: *Representação da função* $A(x)$.

Problema 2. *Determine a função que representa a variação da área de um triângulo isósceles de lado* l*, ao variar o ângulo oposto a base.*

Observa-se que o processo para modelar esse problema utilizando o aplicativo GeoGebra é exatamente o mesmo do Problema 1, diferindo-se apenas na representação do ponto P construído na segunda janela de visualização, visto que quem varia é o ângulo oposto a base. A figura 1.14 apresenta a situação descrita.

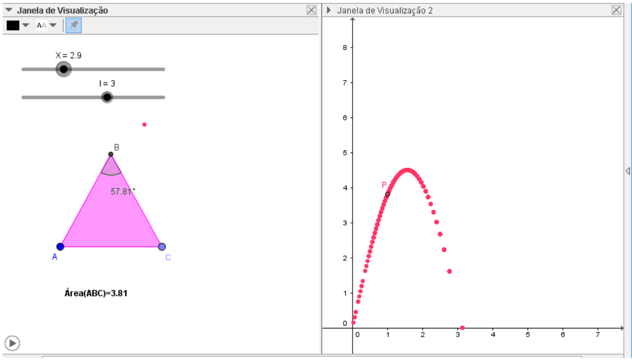

Figura 1.14: *Representação da variação da área do triângulo ABC em função do ângulo $\alpha = A\widehat{B}C$.*

Observa-se que em várias situações, ao apresentar esse problema e questionar sobre a "lei"da função, a resposta foi praticamente unanime: trata-se de uma função do tipo quadrática. A resposta é completamente infundada e induzida pelo rastro deixado pelo ponto P.

Para determinar a função área, que nessa situação depende do ângulo α, observa-se novamente que a área de um triângulo é dada por 1.1 e que nesse caso, deve-se considerar como base um dos lados, conforme ilustra a figura 1.15.

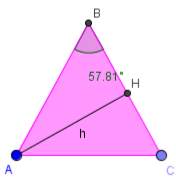

Figura 1.15: *Triângulo ABC de base l e altura h.*

Assim, tem-se que $l = hsen(\alpha)$ e portanto a função área é dada por

$$A(\alpha) = \frac{l^2 sen(\alpha)}{2}.$$

Observa-se que essa é uma ótima oportunidade de trabalhar funções trigonométricas. Também é possível explorar domínio, imagem e período, trazendo à discussão o que foi abordado na seção 1.1.

Para esboçar o gráfico da função, basta digitá-la na caixa de entrada, conforme destacado na figura 1.16.

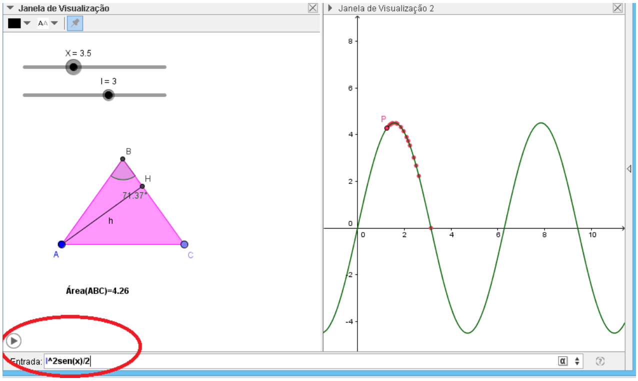

Figura 1.16: *Representação da função* $A(\alpha)$.

O aplicativo permite que a função seja limitada no intervalo cujo domínio representa a variação o ângulo α, ou seja, $(0, \pi)$. Para tanto, basta digitar no comando de entrada a expressão Função[$f(x)$,0,π].

Nota-se que nesse caso, fica muito simples verificar quando é que a área será máxima. Ela obviamente será dada quando o $sen(\alpha)$ atingir o seu maior valor, ou seja, quando $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

O terceiro e último problema, descreve a mesma situação que o Problema 1, diferindo-se apenas do tipo de triângulo investigado.

Problema 3. *Determine a função que representa a variação da área de um triângulo ABC qualquer ao variar um dos lados.*

A modelação desse problema no GeoGebra é realizada de forma análoga ao anteriores. Neste caso, constrói-se 3 controles deslizantes que representam os lados a, b e c do triângulo ABC deixando dois deles fixos (nesse caso b e c) e variando-se o terceiro lado (a). O ponto P construído na segunda janela de visualização tem coordenadas $(a, pol1)$. A figura 1.17 ilustra a situação.

Para determinar a função área, utiliza-se do Teorema 1.1, conhecido por "Fórmula de Heron".

Teorema 1.1. *Seja $\triangle\ ABC$ um triângulo cujos lados medem a, b e c, então a medida da área deste triângulo é dada por*

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

onde $p = \frac{a+b+c}{2}$ é o semi-perímetro do $\triangle\ ABC$.

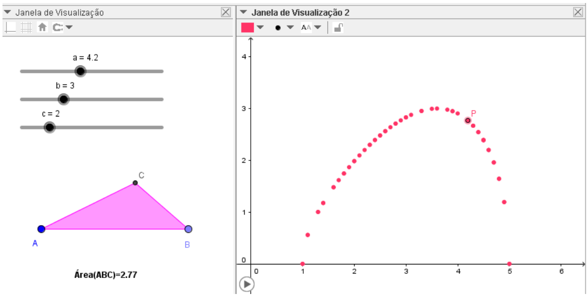

Figura 1.17: *Variação da área de um triângulo qualquer em função de um dos lados.*

Assim, considerando a medida variável como $x = a$, e dados os lados b e c, tem-se:

$$A(x) = \sqrt{\left(\frac{b+c+x}{2}\right)\left(\frac{b+c-x}{2}\right)\left(\frac{x-(b-c)}{2}\right)\left(\frac{x+b-c}{2}\right)}.$$

Que resulta em

$$A(x) = \frac{\sqrt{((b+c)^2 - x^2)(x^2-(b-c)^2)}}{4}.$$

Para determinar o gráfico dessa função no aplicativo GeoGebra, basta digitá-la no caixa de entrada, conforme apresenta a Figura 1.18

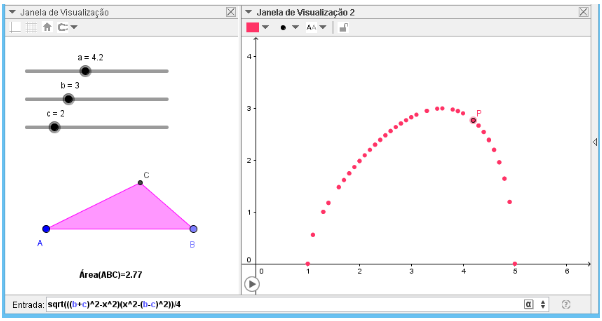

Figura 1.18: *Função área.*

É interessante observar qua essa é uma função que raramente é apresentada ou trabalhada com alunos de Ensino Médio. Na figura 1.19 é possível visualiza-la em sua totalidade.

Acredita-se que essa é uma oportunidade de trabalhar conceitos de continuidade, por exemplo. Além de explorar domínio, imagem e simetria.

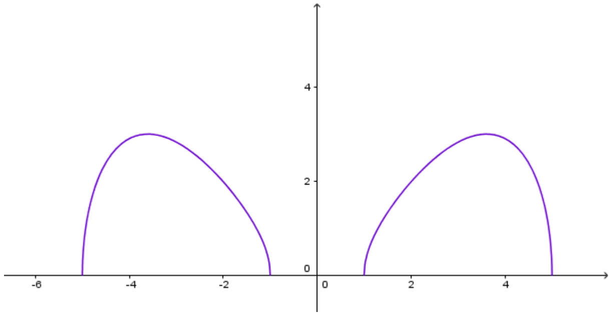

Figura 1.19: *Função área.*

1.3 *Considerações finais*

Este texto apresentou duas formas de trabalhar o tópico funções utilizando recursos computacionais. A primeira forma, mais tradicional, engloba conceitos de transformações geométricas, como contrações, dilatações e reflexões. Acredita-se que essa forma de abordar a construção de gráficos no Ensino Médio, torna a compreensão desse conceito algo mais simples.

Também, buscou-se apresentar exemplos de problemas que envolvessem o conceito de variação, visto que essa abordagem é pouco explorado em situações didáticas no ensino básico e muito cobrada no ensino superior.

Espera-se que a utilização de recursos como os apresentados, venham contribuir para motivar o ensino de um tópico tão importante como o de funções. acredita-se que ambas as maneiras de trabalhar esse tópico, da forma como colocadas nesse texto, possuem apelo geométrico significativo e podem estimular a curiosidade dos estudantes.

Bibliografia

[ARAÚJO, 2011] Araújo, F. H. A. ; Médias e problemas de otimização. Revista do Professor de Matemática , v. 76, p. 27-29, 2011. 1.2

[ARCAVI e HADAS, 2000] Arcavi, A.; Hadas, N. Computer Mediated Learning: An Example Of An Approach. International Journal of Computers for Mathematical Learning, v. 5, p. 25-45, 2000. 1, 1.2

[BORTOLOSSI, 2014] Bortolossi, H. J. Aulas Cálculo I-A Período 2014.1. 2014. Disponível em: `http://www.professores.uff.br/hjbortol/disciplinas/2014.1/gma00108/index.html`. Acesso em: 31 nov. 2015. 1.1

[COSTA, 2010] Costa, N.M.L. Reflexões sobre tecnologia e mediação na formação do professor de Matemática. Educação Matemática, Tecnologia e Formação de Professores: algumas reflexões, Campo Mourão. Editora da FECILCAM, 2010. 1

[HOHENWARTER et al., 2013] Hohenwarter M., Borcherds M., Ancsin G., Bencze B., Blossier M., Delobelle A., Denizet C., Éliaás J., Fekete Á. , Gál L., Konecny Z., Kovács Z., Lizelfelner S., Parisse B., Srurr G., GeoGebra 4.4, 2013; Disponível em: `www.geogebra.org`. Acesso em: 15 de out. 2015. 1

[GIRALDO, CAETANO e MATTOS, 2012] Giraldo V.,Caetano, P.,Mattos, F. Recursos Computacionais no Ensino da Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2012. 1

[PAIVA, 2013] Paiva, M. Matemática 1. 2 ed. São Paulo: Moderna, 2013. 1.1

[PONTE, 1998] Ponte, J.P. Da formação ao desenvolvimento profissional. Conferência plenária apresentada no Encontro Nacional de Professores de Matemática. In: Actas do ProfMat 98, pp. 27-44. Lisboa: APM, 1998. 1

[LIMA et al. , 2006] Lima,E.L., Carvalho,P.C.P., Wagner,E., Morgado A.C., A Matemática do Ensino Médio, v 1. Rio de Janeiro: SBM, 2006. 1.1

[MATHIAS, 2016] Mathias,C .V. Site das Construções. 2016. Disponível em `http://tube.geogebra.org/user/profile/id/2747187`. Acesso em: 27 mai. 2016.

[SIERPINNSKA, 1990] Sierpinnska, A. On understanding the notion of function. In DUBINSKY, E.; Harel,G.(ed.) The Concept of Function: aspects of Epistemology and Pedagogy, MAA Notes, p. 25-58, 1992. 1

Capítulo 2

Abordagens e Concepções Metodológicas no Ensino de Matemática

Prof. Dr. André Luis Andrejew Ferreira
Universidade Federal de Pelotas

O trabalho aborda uma pesquisa investigativa sobre abordagens e metodologias utilizadas no laboratório de ensino de matemática. O laboratório de ensino proporciona um espaço reflexivo e didático para a oferta de disciplinas da área de Educação Matemática para o curso de licenciatura. O objetivo do laboratório é dar suporte a três disciplinas, para as quais são utilizadas diversas estratégias de ensino que serão tratadas no escopo desse trabalho. Para isso foram realizadas pesquisas sobre diferentes perspectivas de ensino que contemplem as necessidades das referidas disciplinas relacionadas diretamente com a área citada. As disciplinas que oferecem essa possibilidade são os laboratórios de ensino de matemática, denominado de LEMA, onde são planejadas e desenvolvidas diferentes estratégias de aprendizagem relacionadas com a educação básica e reforço para conceitos matemáticos necessários aos discentes do curso.

O ensino de disciplinas da área de ciências exatas tem sido nos últimos tempos tema de discussão por exigir dos alunos um conhecimento de grau elevado de abstração. Tais disciplinas como Biologia, Física, Matemática e Química possuem como pré-requisitos a compreensão de conceitos mínimos para o ingresso no ensino superior, assim como a sua usabilidade. Onde, por sua vez, necessitam um bom entendimento, pois é exigida a aplicabilidade desses conceitos em cada uma das respectivas áreas no ensino superior.

A realidade do ensino de disciplinas básicas, no início de um curso de graduação na área de ciências exatas, é que possuem na sua grade curricular disciplinas, tais como, o Cálculo, a Álgebra Linear, a Geometria Analítica, Equações Diferenciais e Física Geral. À medida que o aluno avança no seu Curso de Graduação, atingindo as disciplinas mais específicas, que possuem como pré-requisitos aquelas citadas acima, a situação fica mais complexa, pois começa a ser cobrada a aplicabilidade dos conceitos vistos anteriormente. No contexto geral, independentemente da Graduação, o aluno encontra dificuldades para relacionar e entender os conceitos necessários na observação de um determinado experimento.

1992 até **2003**	**2004** e **2005**	**2006** até hoje
$84,88\%$ Formação Matemática	$64,94\%$ Formação Matemática	$70,59\%$ ACA
$15,12\%$ Formação Pedagógica	$7,79\%$ Formação Pedagógica	$14,12\%$ PCC
Não existia	$27,27\%$ Integradoras	$15,29\%$ ECS

Tabela 2.1: *Comparativo entre as disciplinas obrigatórias. Fonte: autor*

A partir da instituição das Novas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, nos cursos de Licenciatura de graduação plena (Parecer do CNE/CP 009/2001 de 8.05.2001; Resolução CNE/CP 1, de 18 de fevereiro de 2002, e Resolução do CNE/CP 2, 19 de fevereiro de 2002), a questão da carga horária para disciplinas 'práticas' é recolocada no conjunto das medidas e das discussões que levaram à reformulação dos currículos dos cursos de licenciatura. É reforçada a ideia de dicotomia entre teoria e prática na formação dos professores. Tais Diretrizes propõem 800 horas a serem distribuídas equitativamente entre o que caracteriza de Prática como Componente Curricular (PCC) e Estágio Supervisionado (ECS), e 1800 horas previstas para conteúdos curriculares de natureza científico-cultural, dedicadas às atividades de ensino e aprendizagem, acrescidas de 200 horas de outras formas de atividades acadêmico-científico-culturais (ACA).

De acordo com tais diretrizes, o Curso de Licenciatura em Matemática (CLM) passou a desenvolver uma carga horária de 3430 h/a das quais 2890 horas são disciplinas obrigatórias, 340 horas de disciplinas optativas e 200 horas de atividades complementares. Nesta nova configuração pouco se acrescentou às disciplinas relacionadas à formação docente, já que da carga horária total obrigatória, 2040 h/a tratam de atividades científico-acadêmicas (ACA), 408 h/a para prática como componente curricular (PCC) e 442 h/a de estágio curricular supervisionado (ECS). A tabela a seguir mostra um comparativo entre as disciplinas obrigatórias, conforme área de formação.

Por seus currículos, as licenciaturas organizam a prática como componente curricular na forma de um conjunto de disciplinas que continuam mantendo como foco, na maioria das vezes, atividades de observação e avaliação de contextos escolares e de ensino, de confecção de textos e materiais didáticos para uso no processo instrucional, de elaboração e execução de aulas, enfatizando aspectos metodológicos e procedimentos didáticos que, muitas vezes distanciados do discurso científico específico da área, não contribui para amenizar o distanciamento entre a teoria e a prática.

O Laboratório de Ensino da Matemática (LEMA) proporciona condições para pesquisa e experiências com a comunidade através do uso do material didático disponível, além de servir de ambiente de aporte de três disciplinas relacionadas. A disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática I (LEMA I) possibilita ao aluno um primeiro contato com a área de Ensino e Educação Matemática. Ao longo do curso são oferecidas mais duas disciplinas de caráter obrigatório: o Laboratório de Ensino de Matemática II (LEMA II) e o Laboratório de Ensino de Matemática III (LEMA III). Nessas disciplinas de LEMA foram planejadas e desenvolvidas estratégias de aprendizagem diferenciadas, onde foram usados Materiais Concretos e algumas abordagens que ampliaram as discussões acerca de diferentes entendimentos sobre o saber e o fazer matemáticos. Tais estratégias permitiram ao aluno o contato com novas tendências no ensino, diferentemente das demais disciplinas da área de atividade científica acadêmica, conforme o projeto pedagógico do curso.

Nesse trabalho de pesquisa foram realizados estudos sobre abordagens e experiências de ensino nas disciplinas de LEMA, associada com as tendências e perspectivas já citadas, suas relações com as demais disciplinas, algumas dificuldades encontradas e propostas de continuidade futuras para essa pesquisa. Também são discutidas algumas implicações gerais sobre o currículo do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pelotas (UFPel).

2.1 As Práticas em Sala de Aula

As disciplinas de LEMA se caracterizam por abordarem estudos de modelos experimentais no ensino, construção, adaptação de diferentes materiais e métodos aplicados na educação matemática, experimentação de diversas estratégias de ensino de matemática em grupos especiais de alunos, e a elaboração de relatórios sobre os experimentos, assim como é incentivado à produção escrita de artigos científicos. Essa caracterização é aplicada sob o ponto de vista das séries iniciais (LEMA I), do nível fundamental (LEMA II) e ensino médio (LEMA III). Desde o primeiro semestre de 2009, optou-se por incluir na ementa da disciplina de LEMA I, experimentos que resgatem conceitos básicos e necessários as três disciplinas do primeiro período do curso, que são a Geometria Plana, Introdução à Lógica e o Pré-Cálculo. As estratégias utilizadas em sala de aula são a manipulação de objetos concretos, situações problemas que envolvam raciocínio lógico e a abordagem Etnomatemática que serão tratadas a seguir.

O Contexto Etnomatemático

A pesquisa Etnomatemática teve sua origem na busca de entender o fazer e o saber matemático de culturas marginalizadas, [KNIJNIK, WANDERER e OLIVEIRA 2004], assim como a sua dinâmica de evolução resultante a sua exposição a diversas outras culturas. A Etnomatemática também é, segundo [D'AMBROSIO, 1998], um programa de investigação historiográfica. Por historiografia entende-se não apenas o registro escrito histórico, mas a memória estabelecida pela própria humanidade através da escrita do seu próprio passado e também a ciência da História, [MEIRA, 2010].

A experiência com a pesquisa Etnomatemática no contexto da sala de aula proporciona uma quebra de paradigma em relação ao ensino tradicional. Essa condição coloca o estudante frente a uma nova situação, onde ele passa da condição de coadjuvante para um papel principal de pesquisador. Na disciplina de LEMA III, os estudantes foram divididos em grupos, e o desafio proposto foi à investigação Etnomatemática em grupos de profissionais integrantes do mercado de trabalho da cidade de Pelotas no estado do Rio Grande do Sul. Os grupos pertencem a diferentes setores, por exemplo, os trabalhadores em uma fábrica de laticínios, comunidade de pescadores, agricultores de uma lavoura de arroz e trabalhadores de uma fábrica de ladrilhos hidráulicos. Outro grupo de acadêmicos buscaram entender o saber/fazer matemáticos de deficientes visuais. Para [LIZCANO, 2004], o objeto de estudo da Etnomatemática visa explicar processos de geração, organização e transmissão de conhecimentos em sistemas culturais distintos, assim como as forças interativas que agem entre esses três processos. Os resultados dessa pesquisa são detalhados em outros trabalhos, pois as atividades foram propostas no decorrer de disciplinas regulares do curso.

Outra vertente desse trabalho foi à pesquisa histórico-social da cidade de Pelotas na disciplina de LEMA II, visando à associação com conteúdos matemáticos. Os objetivos foram observar os aspectos arquitetônicos, históricos, geográficos e culturais da cidade. Relacionado a esses temas o ladrilho hidráulico faz esse viés.

A origem do ladrilho hidráulico remonta aos antigos mosaicos bizantinos, criados para decorar pisos e paredes, e também expressar arte. No final do século XIX, os segredos das técnicas de manufatura do ladrilho foram passados aos imigrantes residentes no Brasil e, então, começaram a serem instaladas aqui as primeiras fábricas, [Fábrica, 2011].

Já difundido como um produto que alia resistência e beleza, o ladrilho hidráulico tem ganhado espaço no mercado de revestimentos usados para revestir paredes, e também pisos. Formando tapetes, compondo com outros materiais - madeira, pedras, etc. - sua infinidade de desenhos e a praticidade da escolha de cores o tornam um grande aliado de especialistas na hora de detalhar um projeto especial, [Fábrica, 2011].

Suas massas coloridas com mistura básica de cimento, pó de mármore e oxido de ferro, em molde de ferro, com prensagem e cura molhadas (daí o nome hidráulico) tem uma especificidade única que faz parte do produto.

A condição econômica privilegiada permitiu que a Pelotas tivesse um planejamento urbano e uma arquitetura especial, criados por arquitetos e artistas que vinham da Europa, trazidos pelos ricos charqueadores. O resultado está expresso nas inúmeras obras que constituem, até hoje, uma paisagem urbana diferenciada, [Fábrica, 2011].

O ladrilho hidráulico oferece, pelo menos, cinco estilos, padrões geométricos, florais, *art déco*, *art nouveau* e desenhos contemporâneos que podem ser utilizados para ilustrar e entender conceitos matemáticos trabalhados na escola básica. Segundo [Fábrica, 2011], tem-se mais de 300 modelos elaborados a partir dos estilos originais. Isso proporciona

Figura 2.1: *Residência do Barão de São Luis - Fonte: Fábrica, 2011.*

um novo paradigma de aprendizagem que pode ser desenvolvido dentro de uma sala de aula, quando possibilita a exploração geométrica de um estilo e através desses a composição de novos padrões.

Na figura (2.2), observa-se padrões geométricos relacionados com a construção, simetria de figuras planas, localização de pontos em um determinado quadrante, representação das operações de potenciação e radiciação - através da observação dos quadrados perfeitos, a distinção entre conceitos da análise combinatória - através da decomposição do ladrilho nas figuras percebidas em seu desenho, visualização do ladrilho na forma de uma matriz quadrada, estabelecimento de algumas relações que caracterizam funções, para exemplificar alguns conceitos.

Figura 2.2: *Ladrilho Hidráulico - Fonte: Fábrica, 2011.*

Já na figura (2.3) tem-se a possibilidade de explorar diferentes figuras planas, suas composições, a estética das cores nessas composições e o conceito de fractais, caracterizados por repetir um determinado padrão com ligeiras e constantes variações, de modo que as diferentes partes de um fractal se mostram similares ao todo. Observa-se também a noção de infinito a partir da recomposição das bordas que permite a ampliação conforme a delimitação do espaço.

Da mesma forma, essa pesquisa encontra-se em fase de andamento, onde os resultados

Figura 2.3: *Ladrilho Hidráulico - Fonte: Fábrica, 2011.*

estão ainda em processo de análise, para serem apresentados e publicados posteriormente.

Materiais Manipuláveis

As tendências metodológicas para o ensino da Matemática permitem à utilização de materiais manipuláveis em sala de aula, valorizando o seu papel na aquisição e construção de conceitos matemáticos em todos os níveis de ensino, contrapondo com o ensino tradicional.

Os materiais manipuláveis ou objetos concretos de aprendizagem, de diversos tipos, são recursos privilegiando como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares, em particular das que visam promover atividade de investigação e a comunicação matemática entre os alunos.

A experiência em sala de aula com esse tipo de estratégia para a aprendizagem na disciplina de LEMA I apresenta resultados iniciais satisfatórios. Os estudantes são provocados a refletir sobre um conceito que já visto durante o ensino básico. A partir do conceito são colocados novos questionamentos visando a estabelecer a compressão. Observa-se que esse tipo de atividade provoca o aluno a pensar e refletir sobre os seus saberes, estabelecendo novas relações sobre determinados conceitos, inclusive contribuindo para a aprendizagem nas demais disciplinas que estão sendo cursadas.

2.2 *Atividades Desenvolvidas*

Na disciplina de LEMA I os alunos foram colocados, inicialmente, frente a situações que exigiam o ato de pensar em busca de uma melhor solução para um determinado problema. O problema proposto foi encontrar a melhor solução, e não a única para uma determinada situação prática, que não envolvia nenhum conteúdo visto na escola básica. O problema envolvia a estrutura matemática grafo definida formalmente por um número finito de pontos ou vértices conectados por arestas ou caminhos, conforme a figura (2.4), [BOAVENTURA e JURKIEWICZ, 2009]. O grafo dado representa um mapa de uma determinada cidade, onde o desafio consistia em distribuir o menor número de postos de coleta de material reciclável de modo que cada habitante percorresse no máximo dois trechos de rua, independente do tamanho da mesma, conforme ilustrado pela figura a seguir.

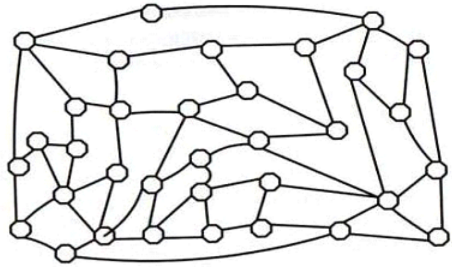

Figura 2.4: *Ladrilho Hidráulico - Fonte: Fábrica, 2011.*

Os estudantes se organizaram em duplas e começaram o processo de discussão para a possível solução. Observou-se que num primeiro momento, eles tentaram raciocinar em busca de alguma fórmula conhecida para resolver o problema. Os estudantes pensaram que a Análise Combinatória, inicialmente, teria alguma expressão ou fórmula que poderia contribuir ou ser usada na solução. Aos poucos começaram a perceber que a solução se constituía em localizar os vértices com o maior número de conexões e verificar, por tentativa e erro, se teria algum trecho que não fosse atendido. Nesse caso bastaria escolher um vértice para colocar o posto de coleta. O objetivo da proposta foi atingido com duas soluções apresentadas em aula pelos alunos.

Outras tarefas foram propostas para os alunos em LEMA I, tais como, a Torre de Hanói visando encontrar uma relação de recorrência conforme o número de discos, a verificação da medida do comprimento do circulo, construções de triângulos retângulos com o intuito de investigar a relação fundamental da Trigonometria, onde se usou como materiais o papel, a tesoura, barbante, madeira, pregos, régua, compasso e transferidor para se construir os objetos e associar com o domínio conceitual.

As disciplinas de LEMA II e III centraram o foco em estudos teóricos, leituras de autores estudiosos da história cultural e da Etnomatemática para, a partir daí, dar início ao processo de pesquisa.

Em LEMA II os estudantes buscam significar a história de Pelotas matematicamente buscando aproximações com conteúdos das séries finais do ensino fundamental. Prédios históricos de Pelotas como a Catedral, o Teatro Guarani, a Charqueada São João, o Teatro Sete de Abril, o Banco Pelotense, a hidrografia e relevo da cidade bem como a origem cultural dos doces são objetos de pesquisa.

A partir de informações coletadas junto a historiadores da cidade, seus descendentes e pesquisa documental os estudantes procuram destacar diferentes conceitos matemáticos necessários ao entendimento das construções históricas: simetrias, as suas dimensões reais, a representação através de maquetes, suas respectivas plantas baixas, sua localização geográfica em mapas e prédios antigos, a hidrografia da região de Pelotas e a origem e transformação dos seus doces. Essas características elencadas serão relacionadas com conteúdos do ensino fundamental.

Entender os diferentes tempos históricos, as necessidades arquitetônicas de uma época nos ajuda a construir a identidade pelotense. Aproximar estas necessidades dos saberes escolares é o objetivo deste trabalho.

Na disciplina de LEMA III os estudantes buscam entender os saberes e fazeres matemáticos relacionados a diferentes atividades profissionais. Após leitura e discussão de textos relacionados à Etnomatemática em seu solo teórico e suas relações com o currículo e formação de professores, os grupos de estudantes realizam pesquisa em diferentes contextos de trabalho para, a partir daí, entender os conceitos matemáticos necessários para os fazeres profissionais. Entendendo que cada grupo profissional desenvolve uma etno específica para atender suas necessidades, a pesquisa busca perceber os saberes, muitas vezes não externados, que os trabalhadores utilizam em seus processos de trabalho.

A pesquisa realizada em indústria de laticínio, comunidade pesqueira, lavoura de arroz entre outras tem por objetivo entender o processo de produção, armazenamento e comercialização dos diferentes produtos, considerando suas particularidades e inserção no mercado de trabalho local.

A culminância do trabalho foi a realização de seminários temáticos que contou com a participação de estudantes do curso de Licenciatura em Matemática e professores da rede pública do município de Pelotas/RS, que posteriormente originou o evento "Ciclo de Oficinas de Matemática", que se encontra na quinta de edição.

2.3 Considerações Finais

Essa proposta de trabalho, busca articular teoria e prática tentando romper com a dicotomia, tão presente nos cursos de formação de professores. Aqui foi proposto trabalhar prática e teoria como saberes fundamentais para o entendimento de conceitos relacionados à nossa, e outras, áreas do conhecimento, conceitos necessários para formação.

Pois que nomear o que fazemos, em educação ou em qualquer outro lugar, como técnica aplicada, como práxis reflexiva ou como experiência dotada de sentido, não é somente uma questão terminológica é o discurso a partir das nossas experiências e da necessidade que temos de significá-la.

Portanto a prática como componente curricular (PCC) e as disciplinas do laboratório de ensino de matemática, em particular, podem ser associadas às nossas experiências, que segundo [LARROSA, 2002], "... é o que nos passa, o que nos acontece, o que nos toca. Não o que se passa, não o que acontece, ou o que toca". E essa experiência não é a mesma da pura informação, do excesso de informação a que estamos predispostos diariamente, muito menos a do excesso de opinião, que se tornou um imperativo na sociedade atual. É a experiência, como possibilidade de que algo nos aconteça ou nos toque, o que requer parar para pensar, parar para olhar, parar para escutar, parar para sentir, sentir mais devagar, demorar-se nos detalhes, suspender o automatismo da ação, cultivar a atenção e a delicadeza, abrir os olhos e os ouvidos, falar sobre o que nos acontece, ter paciência e dar-se tempo [LARROSA, 2002].

O pensamento matemático é uma construção humana que se desenvolve dentro de um contexto histórico-social com reflexos e aplicações neste contexto, que necessitam ser compreendidas por todos e não somente por um grupo pequeno de especialistas.

A Etnomatemática aliada ao caráter investigatório e manipulativo poderão se manifestar como estratégias produtivas de se fazer matemática, sob uma perspectiva sociocultural e significativa. O processo de criação matemática evidencia a elaboração de modelos em ação, que conduzem professor e estudantes à formação de novas concepções acerca do que seja a matemática, fatores imprescindíveis ao desenvolvimento de uma visão integral do conhecimento produzido.

Essa pesquisa encontra-se em fase contínua, de modo que se pretende aprofundar, discutir e refletir as questões metodológicas apontadas nesse texto num processo constante de aperfeiçoamento. A investigação teórica confrontada às práticas de sala é um processo contínuo que permite apontar caminhos que contribuam com a formação dos futuros docentes, assim como a pesquisa em Educação Matemática.

Bibliografia

[ALMIRO, 2010] Almiro, J. **Materiais Manipuláveis e Tecnologia na Aula de Matemática**. Disponível em: `http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/textos/GTI-Joao-Almiro.pdf`. Acesso em: 17 jun. 2010.

[BOAVENTURA e JURKIEWICZ, 2009] Boaventura Netto, P. O.; Jurkiewicz, S. **Grafos: Introdução e prática**. São Paulo: Editora Blucher, 2009. 2.2

[D'AMBROSIO, 2005] D'Ambrosio, U. **Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. In: Educação e Pesquisa (USP), São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, 2005.

[D'AMBROSIO, 1996] D'Ambrosio, U. **Globalização e Multiculturalismo**. Blumenau: FURB, 1996.

[D'AMBROSIO, 2008] D'Ambrosio, U. **Uma História Concisa da Matemática no Brasil**. 1ª. ed. Petrópolis: Editora VOZES, 2008.

[D'AMBROSIO, 1998] D'Ambrosio, U. **Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer**. São Paulo: Editora Ática, 1998. 2.1

[Fábrica, 2011] Fábrica de Mosaicos. Disponível em: `http://www.fabricademosaicos.com.br`. Acesso em: 18 jan. 2011. 2.1, 2.1

[FERREIRA, 1997] Ferreira, E.S. **Etnomatemática: Uma proposta metodológica**. Rio de Janeiro: MEM/USU, 1997. 101p. (Série Reflexão em Educação Matemática, 3).

[KNIJNIK, WANDERER e OLIVEIRA 2004] Knijnik, G.; Wanderer, F.; Oliveira, C. J de (orgs.). **Etnomatemática, Currículo e Formação de Professores**. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004. 2.1

[LARROSA, 2002] Larrosa, J. Notas sobre a experiência e o saber da experiência. **Revista Brasileira de Educação** nº 19, Jan/Abr 2002. 2.3

[LIZARZABURU e SOTO, 2006] Lizarzaburu, A. E.; Soto, G. Z. **Pluriculturalidade e Aprendizagem da Matemática na América Latina**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

[LIZCANO, 2004] Lizcano, E. **As Matemáticas da Tribo Européia: Um Estudo de Caso**. In: Knijnik, G.; Wanderer, F.; Oliveira, C. J. de. (orgs.). Etnomatemática, currículo e formação de professores. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004. p. 124-138. 2.1

[MEIRA, 2010] Meira, J. P. G. **Nota Historiográfica sobre o Conceito de Classe: A História Social Inglesa e a Era Vitoriana na Inglaterra**. Disponível em: `http://www.anpuhpb.org/anais_xiii_eeph/textos/ST%2014%20%20Jean%20Paul%20Gouveia%20Meira%20%20TC.PDF`. Acesso em: 16 jun. 2010. 2.1

Capítulo 3

Avaliação do autodesempenho docente: interpretar sentidos para produzir significados

Profa. Dra. Glades Tereza Felix[1]
Universidade Federal de Santa Maria

Cada vez mais, a reflexão em torno da avaliação da universidade tem sinalizado para a necessidade do debate da avaliação institucional como processo que transpassa o ato educativo e o aperfeiçoamento da governança universitária.

Frente a isso a viabilidade de institucionalização de práticas avaliativas autônomas esboçadas em movimentos de mudanças e incremento da melhoria da qualidade deve tomar em consideração a especificidade de cada contexto universitário, buscando assim, complementar a proposta do Sistema Nacional de avaliação da Educação Superior (SINAES).

O SINAES, criado pela Lei 10.891 de, 14 de abril de 2004, ao longo da década de sua existência, procurou se adaptar mais aos aspectos de controle e supervisão dos Cursos e Instituições de Ensino Superior (IES) do que manter um equilíbrio entre referenciais emancipatórios e regulatórios, propugnados em sua proposta original.

Assim, os resultados padronizados pelas regulações oficiais, por meio do conjunto de instrumentos aplicados aos estudantes, aos cursos e as IES, diretamente, pouco influenciam no trabalho dos docentes, o que talvez se explique na inadequação dos critérios e dos instrumentos utilizados no julgamento dos mesmos padrões ano após ano, sem reflexos de melhoria no desenvolvimento profissional do docente, uma vez que a maior preocupação é com o produto final, ou seja; o desempenho dos estudantes, tanto que o Exame Nacional de desempenho de estudantes (ENADE) tem maior peso no conjunto das avaliações regulatórias.

Na visão de (SOBRINHO, 2003) toda a avaliação opera com valores, nenhuma é desinteressada e livre das referências valorativas dos distintos grupos sociais. Neste sentido é que se pode refletir, pois assim como há uma avaliação para informar ao mercado por meio de rankings quem são os melhores e os piores Cursos e IES em

[1] *gladesfelix@hotmail.com*

determinadas áreas, pode-se estabelecer o contraponto por meio de processos que se preocupem com a globalidade e os sentidos de ações de natureza formativa e pedagógica.

Nessa linha de pensamento, a avaliação interna: autoavaliação é um ato político-pedagógico que precisa ser exercitado na universidade, por meio de dinâmicas que possibilitem o livre trânsito de movimentos alternados de construção, desconstrução e reconstrução como um reconhecimento ordenado da universidade visando detectar suas potencialidades e fragilidades.

Na perspectiva do SINAES, os processos de autoavaliação institucionais tem se constituído no primo pobre do conjunto do Sistema, haja vista a fraca participação dos diferentes segmentos nos referidos processos institucionais, pois conforme atestam os Relatórios de Avaliação Interna: autoavaliação das IES (INEP2015) a participação dos diferentes segmentos ainda é muito baixa, mesmo com todos os esforços empenhados pelas Comissões Próprias de avaliação (CPA) das IES.

Frente a importância da prática de acompanhamento sistemático das atividades acadêmicas por meio de processos de autoavaliação, paralelamente, aos processos regulatórios é necessário que as IES implementem esforços para conhecer as suas potencialidades e fragilidades institucionais no sentido de investir em melhorias concretas a partir do ponto de vista dos segmentos que compõe o coletivo da instituição.

Nessa direção o presente artigo faz um recorte dos resultados de uma pesquisa[2] maior que visa reformar ou atualizar o Projeto Político-pedagógico de uma unidade de formação de professores de uma instituição pública.

Com base na metodologia da Avaliação Institucional Participativa proposta por [LEITE, 2005] e [BARBER, 1988] com foco na dimensão formativa da avaliação, a investigação ocorreu em 2014 e 2015 e procurou conhecer e comparar o autodesempenho dos docentes, em sete dimensões pedagógicas, na visão dos próprios docentes integrantes dos Departamentos Didáticos[3] da unidade que oferece cinco (5) Cursos de Graduação[4].

De posse dos resultados da avaliação do autodesempenho dos docentes, relativas ao período estudado, duas questões se apresentam: Qual o sentido de um processo de autoconhecimento na vida pessoal e profissional docente? Quais alternativas poderão contribuir para melhoria do processo didático?

Saber o que pensam os docentes sobre a sua prática é importante na medida em que tais resultados poderão refletir na melhoria da qualidade da educação, de modo geral, uma vez que o exercício do autoconhecimento, da autorreflexão, da revisão de posturas e o repensar das relações podem melhorar a autoestima e a autovalorização do

[2] *A pesquisa tem uma abrangência de 4 anos e prevê a aplicação de ferramentas avaliativas, baseadas em indicadores institucionais específicos. Propõe-se a ser um processo continuado dentro de um Ciclo (2014 a 2017) até completar a avaliação da totalidade da unidade. Preconiza-se avaliar os 1- estudantes, 2- docentes, 3- gestores, 4- servidores técnico-administrativos, 5- estágios acadêmicos, 6- parceiros externos, 7- pesquisa, 8- extensão, 9- egressos, 10- Prestação de serviços privados (limpeza, portaria, bar, xerox e vigilância).*

[3] *Departamento: Administração Escolar (ADE); Educação Especial (EDE), Fundamentos da Educação (FUE) e Metodologia do Ensino (MEN).*

[4] *Educação Especial Diurno, Educação Especial Diurno, Pedagogia Diurno, Pedagogia Noturno e Programa Especial de Graduação para professores para a área Técnica e Tecnológica (PEG).*

docente, que por vezes, enfrenta uma rotina de atividades de ensino, pesquisa, extensão e gestão estafantes, permeada por relações burocráticas e estressantes que pouco permitem refletir sobre suas próprias ações, conformada sob demandas de cunho produtivista.

O artigo no primeiro ponto resgata alguns Fundamentos teóricos da Avaliação Institucional; no segundo, apresenta o Traçado metodológico, no terceiro, analisa-se e descreve por meio da média das dimensões pedagógicas a percepção dos docentes sobre o próprio autodesempenho; isso nos permitiu estabelecer um comparativo entre as dimensões fortes e frágeis, desvelando-se assim o perfil do corpo docente da unidade.

3.1 Fundamentos teóricos sobre Avaliação Institucional

A avaliação cada vez mais assume um papel de vanguarda em todas as áreas e domínios da sociedade, pois as últimas décadas, os sistemas e as instituições materializaram-na como um elemento essencial para a continuidade, a revisão e ou o fechamento de suas atividades. Na área educacional, [STUFFLEBEAM, 1990] considera que a avaliação tem variado consideravelmente, ao nível dos objetos avaliados, dos métodos usados, dos destinatários, dos investimentos e da própria qualidade.

Se antes a avaliação da aprendizagem dos estudantes era o modelo, tradicionalmente, mais conhecido e aplicado, a avaliação tem vindo a incidir sobre outros sentidos do contexto educacional, como as reformas, os currículos, os projetos pedagógicos, os gestores, as instituições, a formação a carreira e os docentes.

Em relação aos profissionais da educação, ao longo do tempo, sabemos que nos sistemas públicos de ensino, há avaliações para fins de progressão funcional. De modo geral, pouca ou nenhuma atenção e recursos foram dispensados para uma avaliação formativa dos professores, até mesmo na proposta e implementação dos dez anos do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior [SINAES, 2004] o maior feixe de luz tem sido sobre os estudantes, o que dá margem para a suspeição de que não há crença numa melhor avaliação dos professores como condição essencial para a melhoria da qualidade da educação, segundo [NEVO, 1994] talvez, porque se apresente como "algo contra os professores em vez de estar a seu serviço".

Entretanto, a partir das novas exigências mundiais em que a avaliação se alojou no núcleo das práticas sociais e educacionais, [HADJI, 1995] afirma que "não vê como os professores possam escapar a esta regra geral".

O conceito de avaliação que é polissêmico, conforme o contexto e momento foi alvo de diferentes posicionamentos do ponto de vista ontológico, epistemológico e metodológico, interpretada, ora como descrição, ou julgamento, e ou medição até evoluir para a negociação.

A revisão de literatura nos dá conta de que [GUBA e LINCOLN, 1989] sistematizaram as diferentes definições relacionadas ao conceito de avaliação e concluíram pela existência de quatro gerações de avaliação. A primeira geração, do inicio do século XX aparece associada à medida dos resultados escolares dos estudantes; a segunda geração, entre os anos 30 e 50, é uma avaliação voltada para a descrição, anos 60 a terceira geração inclui a noção de julgamento, "avaliar é apreciar o mérito ou valor de alguma coisa" [SCRIVEN, 1967], a quarta geração é marcada pelo paradigma construtivista, onde a palavra chave é a negociação.

Em se tratando da singularidade da avaliação dos professores, o *Joint Committee on Standards for Educaction Evaluation*, [1988] concebe a como: "avaliação sistemática do desempenho dos professores e/ou das qualificações relacionadas com a precisa função profissional e a missão da área escolar". [ROSALES, 1992] diz que ao longo do tempo se consistiu numa "recolha de informação e na formulação de juízos de valor ou mérito do professor". Contudo apesar desta condição sentenciosa, sentimos que se eleva, cada vez, a necessidade de que a avaliação dos professores deve abranger uma posição nitidamente formativa, sem o que não terá sentido.

[FORMOSINHO et al., 2010] ampliam e relacionam tais perspectivas, ao se reportarem a uma avaliação com "duplo sentido"; ou seja, avaliação com dimensão somativa e avaliação com dimensão formativa.

> *A avaliação formativa envolve os professores no processo de avaliação, baseia-se na sua prática profissional, admite a diversidade de estratégias de ensino e resultados da aprendizagem, reconhece diferenças de tarefas e de desenvolvimento entre os professores, orienta-se para a prática e considera a adequação das estratégias e das decisões dos docentes a especificidade do aluno e do contexto. Por sua vez, a avaliação somativa visa, sobretudo a prestação de contas, a tomada de decisões relativas a carreira dos professores, a regulação do funcionamento da instituição e a certificação da qualidade do ensino A Associação destas duas dimensões resulta da necessidade de não podermos dissociar a avaliação do professor e avaliação da instituição e assenta no pressuposto de que o aperfeiçoamento profissional dos professores contribui para melhoria da instituição e a melhoria da aprendizagem dos estudantes (Formosinho, Machado e Oliveira-Formosinho (2010, p. 110).*

Na concepção de, [FORMOSINHO, 1987] há uma diferenciação entre a avaliação do desempenho docente quotidiano e avaliação do mérito para a progressão, quando argumenta que a avaliação do desempenho docente tem "um componente de prestação de contas" e avaliação do mérito implica "um juízo sobre o nível de atuação do professor".

É obvio que estes dois tipos de avaliação se organizam de modo diferente porque têm distintos objetivos, certamente, os estudantes são os destinatários mais preocupados com a avaliação do desempenho docente quotidiano, o que impacta diretamente na qualidade; por outro, os sindicatos e os empregadores estão mais preocupados com a avaliação de mérito.

Christopher Dai (1993) numa perspectiva formativa defende a avaliação do desempenho profissional dos professores quando diz que deve ter "relação estreita com a reflexão, a aprendizagem e a mudança do professor e depende de um trabalho de interação e observação que é moroso", portanto é necessário planejar tempo para os professores se desenvolverem. Essa utilização estratégica da avaliação como indutora do crescimento profissional vem questionar a função clássica da avaliação entendida como julgamento.

3.2 O traçado metodológico

Tendo em conta a realidade do contexto investigado e frente à diversidade de modelos de avaliação de cunho crítico, elegemos a metodologia da Avaliação Institucional Participativa (AIP) para iluminar a trajetória da pesquisa, porque é decorrente da concepção de avaliação participativa (AP) embasada nos estudos de [LEITE, 2005] e [BARBER, 1988].

Isso se justifica porque os anseios da comunidade estudada se encaixam nos princípios desta metodologia, fazendo assim o contraponto as teorias clássicas, por permitir e provocar o desafio de ações inovadoras no ambiente universitário, como por exemplo, analisar os resultados do desempenho docente a partir da percepção dos estudantes.

É por essa abrangência que a Avaliação Participativa (AP) se constitui numa avaliação processual, longe de ser um modelo pronto, fixo ou formatado. Sua prática é capaz de levar as instituições a reduzirem a burocracia ao favorecer a realização de uma avaliação de suas próprias condições e finalidades, independente do Estado regulador.

Segundo [LEITE, 2005] os princípios que sustentam a Avaliação Participativa dentro da prática da democracia forte são:

- Democracia direta: governo com auto legislação, auto crítica, auto vigilância, cidadania ativa;

- Práxis política: construção de democracia e aprendizagem política preside e antecede o caráter científico-epistemológico da avaliação incidem nas reformas que lhe seguem:

- Participação dos sujeitos: envolvimento protagônico de diferentes sujeitos - todas as pessoas podem exercer funções de governo, pelo menos por algum tempo, nas ações avaliativas, exercitando "isonomia, isogoria e isocracia", ou seja, igualdade de direitos perante a lei, igualdade e franqueza no falar e igualdade no poder;

- Universidade como bem público: entendimento da universidade como um bem público pertencente aos cidadãos de uma dada sociedade e tempo;

- Avaliação Institucional da universidade como bem público: avaliação pedagógica, em termos cívicos, em termos de responsabilidade democrática, em termos de produção de conhecimento como bem comum.

Em princípio, [LEITE, 2005] aponta que as ações dessa formulação surgem de um processo comprometido com a "transformação e reforma permanente da universidade", pois a avaliações de cunho participativa se relaciona diretamente, a uma forma de democracia forte, plena ou direta, um regime de governo capaz de resolver problemas e conflitos por meio de uma política de participação, com autocrítica e auto legislação.

Frente às expectativas dos atores que compõem o Projeto político-pedagógico da unidade de ensino, entendemos que as propostas contidas nas ideias expressadas por esta teoria, poderão subsidiar a construção das regras do jogo democrático numa instituição pública que se propõe a formar profissionais cidadãos.

Na sequência com base na concepção da Avaliação Participativa, apresentam-se os passos que foram desenvolvidos para operacionalização do processo de avaliação do autodesempenho docente numa dimensão formativa.

Na 1ª fase investiu-se na Sensibilização que ocorreu no 2º semestre de 2014 e no 1º semestre de 2015; por meio de seminários, enquete, mensagens eletrônicas, validação dos instrumentos, folders, reuniões específicas por Cursos e Departamentos Didáticos.

Na 2ª fase implementou-se o processo ao coletivo de docentes atuantes em cinco (5) Cursos de graduação, provenientes de quatro departamentos didáticos internos - No ano de 2014 havia um total de 94 docentes, respondentes: 66 perfazendo 70% de participação. No ano de 2015, havia 128 docentes tendo 57 respondentes, perfazendo 44,5%.

O instrumento se constitui num questionário *online* de livre adesão via portal do professor, acessado mediante senha específica. Composto de 18 questões, com sete (7) dimensões (1- Plano de aula, 2- conteúdo da disciplina, 3- aproveitamento das aulas, 4- metodologia, 5- avaliação, 6- relação docente/estudante) e 7- Condições de trabalho. Para responder, utilizou-se as opções em forma da escala *likert* de 5 pontos. Em 2014, foram respondidos pelos docentes 168 questionários, totalizando 5940 questões e em 2015 foram respondidos pelos 231 questionários totalizando 5313 questões.

Para o tratamento dos dados das questões, primeiramente, foram criados filtros de busca nos dados fornecidos pelo Centro de Processamento de Dados (CPD), o que permitiu selecionar o curso desejado, o departamento, o número da questão a ser analisado, o docente e o total de respondentes de cada questão. Para o cálculo das médias das questões foi estabelecida a ponderação dos dados da escala de respostas sendo 5 para Concordo Totalmente, 4 para Concordo Parcialmente, 3 para Concordo, 2 para Discordo Parcialmente e 1 para Discordo Totalmente. Isso permitiu que fosse possível conhecer e comparar as médias ponderadas das sete dimensões nos respectivos anos, por meio do uso do *software* Microsoft Excel 2010 para os Cursos, docentes e departamentos.

3.3 *Resultados do autodesempenho docente*

De posse das médias dos docentes participantes foi possível alocá-los nos respectivos departamentos didáticos, conhecendo-se assim as médias das sete dimensões pedagógicas por departamento didático, as quais depois foram todas aglutinadas, formando a média geral dos docentes da unidade.

Na sequência apresentamos a média geral por dimensão e depois estabelecemos um comparativo entre os resultados das sete dimensões onde procuramos destacar as dimensões bem avaliadas e as que, ainda, necessitam melhorar, segundo o ponto de vista dos próprios docentes.

Na Tabela 3.1 se apresenta a média do autodesempenho docente por dimensões nos respectivos anos.

Tabela 3.1: *Média dimensões - 2014/2015 . Fonte: CPD(2014)*

Dimensão Pedagógica	**Médias**	
	2014	2015
1. Plano da disciplina	4,65	4,28
2. Conteúdo da disciplina	4,61	4,62
3. Aproveitamento da disciplina	4,74	4,74
4. Metodologia	4,78	4,49
5. Avaliação	4,55	4,45
6. Relação docente-estudante	4,59	4,59
7. Condições de trabalho	4,16	4,09
Média Geral	4,58	4,47

Na figura gráfica 3.1 perfilha-se melhor as médias do autodesempenho docente, demarcando o comparativo entre os dois anos estudados.

O estabelecimento de um comparativo entre cada dimensão nos respectivos anos nos encaminha para as seguintes constatações gerais:

A Dimensão Plano de ensino foi um quesito que obteve médias boas nos dois anos, porém a melhor posição foi em 2015.

A Dimensão Conteúdo da disciplina teve sensível melhora em 2015, pois em 2014 ficou com a média 4,61.

A Dimensão Aproveitamento das aulas decaiu em 2015, o que nos leva a supor que a mensuração dos docentes passou a ser mais criteriosa, pois se observa nitidamente, que essa dimensão teve uma perda de posição.

A Dimensão Metodologia: foi a que apresentou posição de destaque nos dois anos estudados, em 2014 foi o quesito melhor avaliado; em 2015 melhorou sua posição sendo o quesito com a maior média em toda a série estudada.

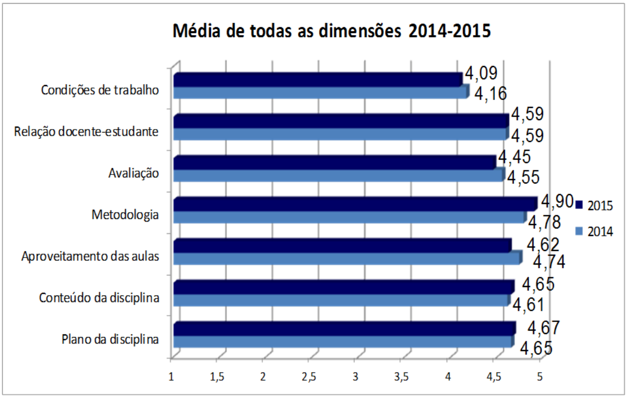

Figura 3.1: *Média autodesempenho docente - 2014/2015 - Fonte: CPD (2015).*

A Dimensão Avaliação, se comparada com o desempenho de 2014 foi um quesito, que teve sua pontuação rebaixada em 2015 na visão dos docentes.

A Dimensão Relação docente-estudante em 2014 e 2015 houve um equilíbrio, pois a média manteve-se a mesma.

A Dimensão Condições de trabalho obteve a média mais baixa entre todas as dimensões nos dois anos estudados, contudo em 2015 conseguiu piorar sua posição.

Contudo, pode-se dizer que mesmo havendo oscilações entre as dimensões e as suas médias nos respectivos anos, considera-se que nos dois anos as médias de todas as dimensões foram altas, próximas ao ponto máximo da escala *likert* utilizada (5,0) o que nos remete para o discurso normativo de que segundo a avaliação do autodesempenho docente há na unidade um superprofessor com perfil de "excelência".

Ainda assim, foi possível estabelecer uma variação para "melhor" e ou "pior posição" entre as dimensões nos respectivos anos. Por exemplo, as dimensões Plano de ensino, Conteúdo da disciplina e Metodologia demonstraram evolução de um ano para o outro; já as Dimensões Aproveitamento das aulas, Avaliação e Condições de trabalho, se comparadas com as médias de 2014, apresentaram uma queda em relação a 2015.

Suspeita-se que a oscilação das médias entre os anos estudados possa ser explicada numa provável alternância do quadro docente em função de aposentadorias e licenças saúde e/ou qualificação o que favoreceu a entrada de docentes substitutos ou novos titulares. Porém, é evidente que as médias nos dois anos, para todas as dimensões mantiveram-se em nível de excelência, mesmo para a Dimensão Condições de Trabalho que obteve as médias mais baixas e discrepantes se comparada com as demais.

A despeito disso, é necessário questionar, porque, as condições de trabalho, que é um fator importante para a implementação das atividades didáticas não causou impacto nas demais dimensões, conforme a avaliação dos docentes?

Salienta-se que até a aplicação deste processo, os docentes desta unidade de ensino, não estavam acostumados a realizarem uma avaliação de natureza formativa; mas de cunho burocrático com a finalidade de progressão na carreira, o que não tem relação direta com a mudança, a reflexão e a melhoria nas práticas pedagógicas.

> *A função da avaliação formativa deve ser sobretudo a de ajudar o professor a fazer a observação do próprio ensino e do contexto em que ele ocorre, a questionar e a confrontar, a analisar, a interpretar e refletir sobre os dados recolhidos, a consolidar e aprimorar os seus pontos fortes, a procurar as melhores soluções para os problemas e as debilidades reveladas (Vieira, 1993, [ALARCÃO E TAVAREZ, 2003]).*

3.4 Considerações Finais

De posse dos resultados da pesquisa ocorrida em 2014 e 2015 que tratou da avaliação do autodesempenho docente na percepção dos próprios docentes, chegamos as seguintes considerações.

O resultado da avaliação apontou que na percepção dos docentes há um superprofessor com perfil de "excelência" na unidade de ensino, isso ficou evidenciado nas médias altas, nos dois anos, para as sete dimensões investigadas, entretanto na prática, como é um ambiente conhecido e minado de conflitos, se investigado segundo a percepção dos estudantes, talvez o fosse outro o resultado.

Contudo, mesmo a partir da visão dos docentes, pudemos perceber que muitas coisas mudaram após a divulgação dos resultados, haja vista, que entre 2014 e 2015 a maioria das dimensões apresentou melhores médias; muitos docentes se interessaram em receber, de modo, confidencial o relatório completo de seu desempenho, visando comparar avanços pedagógicos na série estudada.

Em nível pessoal houve, interesse na oferta de cursos de formação continuada que tratassem de metodologias ativas no ensino superior, o que possivelmente, contribuiu para os docentes repensarem suas práticas pedagógicas.

Em nível de unidade de ensino, o processo de avaliação demonstrou utilidade e relevância, pois apontou os seguintes impactos e perspectivas: um diagnóstico em termos da força de trabalho frente às atividades de ensino, pesquisa, extensão e gestão; consciência da precariedade das condições de trabalho, tanto de infraestrutura quanto de recursos humanos.

Em nível coletivo, mudanças de atitudes foram percebidas como a valorização do planejamento coletivo e subsídios pontuais para as reformas curriculares, bem como a compreensão da resolução de problemas cristalizados nas estruturas universitárias que não são alcançadas pelas sucessivas avaliações do SINAES.

Como perspectivas, vislumbra-se a continuidade da investigação, pois a forma como os docentes, a unidade de ensino e a IES vêm se apropriando destes resultados diz muito sobre o seu valor formativo; ou seja, a interpretação dos sentidos da avaliação está produzindo significativas mudanças pessoais, profissionais e institucionais em favor da melhoria da qualidade do ensino superior. Certamente, que a revisão das práticas pedagógicas pelo viés de metodologias ativas muito tem contribuído para a transformação processo didático dos sujeitos envolvidos.

Com certeza, a possibilidade de outros olhares sobre estes resultados poderá enriquecer a investigação, como por exemplo, o uso do cálculo do desvio padrão para além da média ponderada da pesquisa quantitativa e a inclusão e a valorização de questões qualitativas no instrumento, permitirão uma triangulação de métodos que desvelem novas categorias para além das que foram pesquisadas.

Conclui-se que processos de autoavaliação de natureza formativa são importantes ferramentas para auxiliar a gestão universitária no planejamento de suas atividades de ensino, pesquisa, extensão e gestão, além de complementar e impulsionar a qualidade para além dos processos regulatórios do SINAES.

Bibliografia

[ALARCÃO E TAVAREZ, 2003] ALARCÃO, I e TAVARES, J. **Supervisão da prática pedagógica. Uma perspectiva de desenvolvimento e aprendizagem**. Almedina. Coimbra. 2003. 3.3

[BARBER, 1988] BARBER, B. **Democracia forte**. Paris, Desclée Brower, 1988. 3, 3.2

[SINAES, 2004] BRASIL. **MEC**. Lei 10.891/2004. Trata do Sistema Nacional de avaliação da Educação Superior. (SINAES). Brasília. 2004. 3.1

[DAY, 1993] DAY, C. Avaliação do desenvolvimento profissional dos professores. In. Rodrigues, r et al., **Avaliações em educação: Novas perspectivas** . Porto Editora. Porto. 1993, p. 95-114.

[FORMOSINHO, 1987] FORMOSINHO, J. A avaliação dos professores - uma perspectiva organizacional. In. **Ser professor - contributos para um debate**. Sindicato dos professores da zona norte. Porto. 1987. 3.1

[FORMOSINHO et al., 2010] FORMOSINHO, J. MACHADO, J e FORMOSINHO-OLIVEIRA J. **Formação, desempenho e avaliação de professores**. Pedago. Mangualde. 2010. 3.1

[GUBA e LINCOLN, 1989] GUBA, E. G e LINCOLN, Y. S. **Fourth generation evaluation**. Newberry Park: Sage Publications. 1989. 3.1

[HADJI, 1995] HADJI, C. A avaliação dos professores. Linhas diretivas para uma metodologia pertinente. In. Estrela e Rodrigues. **Para uma fundamentação da avaliação em educação**. Colibri. Lisboa. 1995. 3.1

[1988] JOINT COMMITTEE ON STANDARDS FOR EDUCATIONAL EVALUATION. **The personnel evaluation standards**. Newbury Park: Sage publications. 1988. 3.1

[LEITE, 2005] LEITE, D. **Reformas universitárias. Avaliação Institucional Participativa**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2005. 3, 3.2

[NEVO, 1994] NEVO, M. How can teachers benefit from teacher evaluation? **Journal of Personnel Evaluation in Education**, 8 (2). P. 109-117. 1994. 3.1

[ROSALES, 1992] ROSALES, C. **Avaliar é refletir sobre o ensino**. Rio Tinto. Asa. 1992. 3.1

[SCRIVEN, 1967] SCRIVEN, M. **The methodology of evaluation. American Educational Research Association monograph on curriculum evaluation**. Rand Mcnally. Chicago. 1967. 3.1

[STUFFLEBEAM, 1990] STUFFLEBEAM, D. L. Professional standards for educational evaluation. In H. J. Walberg, and G. D. Haertel (ED), **The international encyclopedia of educational evaluation**. (pp. 94-106). Oxford: Pergamon Press. 1990. 3.1

Capítulo 4

Dependência entre Grandezas Geométricas no Triângulo: Áreas em Função de uma Variável

Profa. Ma. Patrícia Pujol Goulart Carpes
Universidade Federal do Pampa
Prof. Dr. Radael de Souza Parolin
Universidade Federal do Pampa

4.1 Introdução

A formação continuada, proposta pelo programa de Prodocência da UNIPAMPA - Campus Itaqui no final do ano de 2014, nos possibilitou momentos de discussões e apresentação de novos materiais na área da matemática e no seu ensino. Em um desses encontros nos foi apresentado um livro recém lançado intitulado *Recursos Computacionais no Ensino da Matemática* [GIRALDO et al., 2014], do qual foram exploradas algumas atividades que propõe o uso de Geometria Dinâmica como recurso computacional. Ainda nestas atividades é proposto o uso de relações funcionais de grandezas geométricas para explorar tal recurso.

Neste momento de exploração e descoberta, iniciou-se a ideia de promover um Projeto de Pesquisa com o tema *Estudo de Funções da Relação de Dependência entre Grandezas Geométricas.* Logo o projeto tomou corpo e ficaram bem definidos os objetivos e os resultados esperados. Tínhamos como proposta o estudo de mais objetos geométricos dos propostos no livro acima citado, evidenciando mais relações de dependência, principalmente envolvendo área, compreendendo também uma análise das funções envolvidas. Desta maneira, a pesquisa tem como propósito construir figuras dinâmicas e analisar o comportamento de funções através da sua dependência de uma grandeza (seja um lado, o perímetro, o raio, o ângulo) em relação à área. E a partir deste estudo, propor atividades de ensino de funções ligadas a figuras planas. O propósito aqui é enriquecer o estudo de funções unindo a geometria, muitas vezes deixada de lado para o estudo álgebra.

Daquele momento, o projeto concretizou-se no início de 2015, pois iniciamos as atividades e conseguimos a participação de um bolsista de iniciação científica a partir do Programa de Desenvolvimento Acadêmico (PDA) 2015 da UNIPAMPA.

O que pretendemos apresentar aqui é parte do trabalho desenvolvido, com algumas relações de áreas do triângulo dependendo de algumas grandezas geométricas, explorando ainda, Objetos de Aprendizagem Computacionais com Geometria Dinâmica.

4.2 *Aspectos geométricos e funcionais*

As muitas maneiras de calcularmos a área de um polígono qualquer, perpassam não somente relações e identidades trigonométricas e teoremas da geometria plana euclidiana, mas também técnicas de desenho geométrico, bem como programas computacionais e métodos numéricos.

De acordo com a forma de calcular a área, é importante perceber que a relação entre área e alguma grandeza do polígono é uma relação de dependência dada como uma função. Esta função área pode inclusive, ter mais que uma variável independente, e não há relação entre a dimensão geométrica do polígono com dimensões funcionais de possíveis relações de área.

Dessa maneira, da geometria plana euclidiana que é bidimensional, podem surgir funções área que dependam de três variáveis, por exemplo, como é o caso da função área de um triângulo qualquer de lados *a, b* e *c*,

$$A(a,b,c) = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \tag{4.1}$$

onde p é o semiperímetro, dado por $p = \frac{a+b+c}{2}$.

Com estas relações entre área e diferentes grandezas geométricas de um polígono, é possível explorarmos tais funções, estudando-as com respeito à suas características e particularidades. Este estudo torna-se uma aplicação de funções dentro da própria Matemática, no campo específico da Geometria Plana Euclidiana.

Na direção desta aplicabilidade, é interessante discutir e compreender particularidades geométricas do polígono que implicam em particularidades funcionais, em uma via de dois sentidos, ou seja, identificando uma situação geométrica e percebendo-a na função, ou vise e versa.

Ampliando as representações da geometria na forma clássica e também importante de *lápis e papel*, temos os programas computacionais. Exigindo ainda, modificações instantâneas no polígono a partir de seus elementos, ou indiretamente por meio de alguma relação de suas grandezas, temos os programas que trabalham com Geometria Dinâmica, tornando as modificações totalmente dinâmicas e de fácil controle.

Nesse contexto computacional ganhamos uma ferramenta importante na exploração de dependência entre grandezas geométricas, que agora podem ser visualizadas através da *ação e reação*, evidenciando a relação funcional. Uma destas ferramentas disponível e gratuito é o programa livre GeoGebra [International GeoGebra Institute, 2015], do qual utilizamos para desenvolver Objetos de Aprendizagem Computacionais.

4.3 Aspectos educacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (PCN) apontam como recurso para o ensino da matemática o uso de tecnologias da comunicação como forma de produção de conhecimento e de transformação do sujeito e, consequentemente, da sociedade. O emprego desses recursos traz contribuições ao processo de ensino-aprendizagem, pois "possibilita o desenvolvimento, nos alunos, de um crescente interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e exploração como parte fundamental de sua aprendizagem" [Brasil, 1998, p.44]. Partindo deste contexto, buscamos instigar o aluno quanto a sua capacidade de criar estratégias, buscar soluções e fazer manipulações em ambiente virtual tornando-o ativo na construção dos seus conhecimentos e/ou competências.

Tomando um recorte, ao tema específico que aqui queremos apresentar, o ensino da geometria fazendo uso das funções para analisar o comportamento das grandezas geométricas, propomos o emprego da geometria dinâmica, através do *software* Geogebra, para que o estudante seja capaz de mover e/ou modificar uma figura plana e analisar suas propriedades e dependências. Segundo [ZULATTO, 2002], o movimento de arrastar o mouse proporciona a simulação de diferentes casos da figura, como se o estudante estivesse verificando todos os casos possíveis de uma mesma família de configuração.

Em seus estudos [PAVANELLO, 1993] apresenta motivos para o abandono do ensino da geometria no Brasil, entre os quais evidencia a influência do período "matemática moderna", quando a formalização excessiva, por via da linguagem de conjuntos e estruturas algébricas, foi transposta para o dia-a-dia da sala de aula. A proposta de fazer a ligação entre dois conteúdos que geralmente são expostos separadamente e, ainda, dando maior espaço à álgebra do que a geometria, aponta a necessidade de estratégias para um ensino "inovador", no sentido de adaptação na forma de abordagem.

Um claro reflexo desta situação nos é percebido enquanto professores do ensino superior: a defasagem dos acadêmicos calouros em geometria (abstrair, fazer generalizações, demonstrações). A nossa busca pelos recursos que a geometria dinâmica propõe vem ao encontro do exposto por [GRAVINA, 2001] em sua tese

> *"Os ambientes de geometria dinâmica proporcionam situações de aprendizagem que podem incorporar vivências de atitudes similares aos dos matemáticos nos seus processos de criação, valorizando a construção do conhecimento enquanto processo, valorizando as atitudes investigativas e - por que não? - o gosto e o prazer da descoberta." (p.210)*

Deste modo, fazendo uso da geometria dinâmica, apresentamos a seguir, algumas atividades elaboradas para o ensino de geometria e/ou funções, fazendo análise das suas grandezas. As primeiras atividades têm o intuito inicial de fazer a construção de uma figura plana dinâmica evidenciando a relação de dependência entre uma grandeza (comprimento, ângulo, semiperímetro) e sua área. E, por fim, apresentamos uma atividade com uma maior clareza e sequência de conceitos/ideias dando um suporte didático-pedagógico, além do matemático.

4.4 *Áreas do triângulo*

Área em função de um lado e em função do semiperímetro

A exploração do polígono mais simples, o triângulo, pode parecer inicialmente superficial e já saturada. No entanto, ao aprofundarmos o estudo de relações entre grandezas geométricas de um triângulo qualquer, podemos ser surpreendidos pelas diferentes relações existentes (funções não elementares), por não serem nem ao menos apresentadas na maioria dos livros de Geometria Plana Euclidiana.

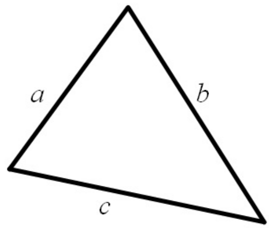

Figura 4.1: *Triângulo qualquer de lados* a, b *e* c.

Vamos se ater aqui a algumas relações de dependência entre a área de um triângulo qualquer e alguma de suas grandezas geométricas. Assim, manteremos como propósito explorar funções de uma variável, e portanto, precisaremos considerar as outras possíveis variáveis do triângulo como fixas ou conhecidas. Consideremos a Figura 4.1, que representa um triângulo qualquer de lados *a, b* e *c.*

Vamos explorar inicialmente a equação 4.1, já apresentada anteriormente, que relaciona a área do triângulo em função de seus três lados, contendo também o semiperímetro *p*, que depende dos mesmos lados. A fim de obter uma função área de uma variável, consideremos os lados *a* e *b* constantes.

Como a área está dependente do semiperímetro *p* e do lado *c*, podemos reescrever o lado *c* em função de *p*,

$$c = 2p - a - b \tag{4.2}$$

e então encontrar a área em função do semiperímetro, tal como

$$A(p) = \sqrt{p(p-a)(p-b)(a+b-p)} \tag{4.3}$$

Além desta relação, é possível encontrar uma função área que dependa apenas do lado *c*. Portanto, podemos inicialmente na equação 4.1 introduzir a relação $p = \frac{a+b+c}{2}$ obtendo

$$A = \sqrt{\left(\frac{a+b+c}{2}\right)\left(\frac{b+c-a}{2}\right)\left(\frac{a+c-b}{2}\right)\left(\frac{a+b-c}{2}\right)} \tag{4.4}$$

ou

$$A = \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)} \tag{4.5}$$

Multiplicando os termos dentro da raiz quadrada e reorganizando-os obtemos a área em função do lado *c*, tal como

$$A(c) = \frac{1}{4}\sqrt{-(a^4+b^4+c^4)+2[(ab)^2+(ac)^2+(bc)^2]} \tag{4.6}$$

Para uma construção geometricamente dinâmica do triângulo utilizamos o programa GeoGebra. Inicialmente fixamos os lados *a* e *b* do triângulo considerando-os raios de circunferências (e um controle para variarmos os raios). Foram então plotadas as funções área $A(c)$ e $A(p)$. Depois criamos os pontos P_c =(*c*, área do triângulo) e P_{sp} =(*p*, área do triângulo), sendo a área do triângulo calculada pelo programa GeoGebra. Assim, estes pontos fazem parte das curvas das funções $A(c)$ e $A(p)$.

Na Figura 4.2 é apresentada a construção do triângulo ABC com variável *c* (geometricamente dinâmico), e o gráfico das funções área. Para cada lado *c* (ou semiperímetro *p*) do triângulo é obtida a sua área correspondente $A(c)$ e $A(p)$, assim, com a variação de *c* (ou *p*) é possível verificar o comportamento da função.

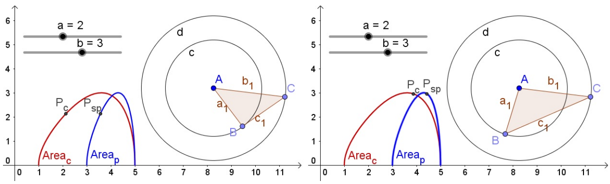

Figura 4.2: *Triângulo com lados* a *e* b *fixos e as funções área* A(c) *e* A(p)

Além do objeto computacionalmente dinâmico, que nos permite uma visualização direta do triângulo e a dependência entre área e as variáveis *c* e *p*, é interessante compreender particularidades e características destas funções áreas.

Analisando a função área $A(p)$ com lados *a* e *b* fixos dada pela equação 4.3, temos:

a) Domínio $D = [a, a+b]$ se $a \geq b$ ou $D = [b, a+b]$ se $a < b$.

b) Imagem $Im = [0, \frac{ab}{2}]$.

c) Intersecções com os eixos coordenados: Raízes $p = a$ se $a \geq b$ ou $p = b$ se $a < b$ e $p = a + b$.

d) Não há simetria.

e) Sem assíntotas.

f) Como $A'(p) = \frac{(-2p+a+b)[2p(p-a-b)+ab]}{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(a+b-p)}}$, vemos que $A'(p) = 0$ quando $p = \frac{(a+b)+\sqrt{a^2+b^2}}{2}$, então o único ponto crítico é $(\frac{(a+b)+\sqrt{a^2+b^2}}{2}, \frac{ab}{2})$. Como $A'(p) > 0$ quando $a < p < \frac{(a+b)+\sqrt{a^2+b^2}}{2}$ se $a \geq b$ ou $b < p < \frac{(a+b)+\sqrt{a^2+b^2}}{2}$ se $a < b$, $A(p)$ é crescente em $(a, \frac{(a+b)+\sqrt{a^2+b^2}}{2})$ se $a \geq b$ ou em $(b, \frac{(a+b)+\sqrt{a^2+b^2}}{2})$ se $a < b$ e decrescente em $(\frac{(a+b)+\sqrt{a^2+b^2}}{2}, a+b)$

g) Uma vez que $A'(\frac{(a+b)+\sqrt{a^2+b^2}}{2}) = 0$ e $A'(p)$ muda de positiva para negativa em $\frac{(a+b)+\sqrt{a^2+b^2}}{2}$, $A(\frac{(a+b)+\sqrt{a^2+b^2}}{2}) = \frac{ab}{2}$ é um máximo local (o triângulo é retângulo) pelo Teste da Primeira Derivada [STEWART, 2014].

h) Analisando $A''(p)$, a equação 4.7, temos que $A''(p) < 0$ para todo p do domínio, o que significa que a função $A(p)$ é côncava para baixo em $[a, a+b]$ se $a \geq b$ ou em $[b, a+b]$ se $a < b$, e não há ponto de inflexão, pelo teste da Segunda Derivada [STEWART, 2014].

$$A''(p) = \frac{8p^6 - 24p^5(a+b) + 24p^4[(a+b)^2 + \frac{1}{2}ab] - 8p^3[(a+b)^3 + 3ab(a+b)] + 12p^2(a+b)^2ab - [ab(a+}{4p(p-a)(p-b)(a+b-p)\sqrt{p(p-a)(p-b)(a+b-p)}} \tag{4.7}$$

Analisando a função área $A(c)$ com lados a e b fixos dada pela equação 4.6, temos:

a) Domínio $D = [a-b, a+b]$ se $a \geq b$ ou $D = [b-a, a+b]$ se $a < b$.

b) Imagem $Im = [0, \frac{ab}{2}]$.

c) Intersecções com os eixos coordenados: Raízes $p = a - b$ se $a \geq b$ ou $p = b - a$ se $a < b$ e $p = a + b$.

d) Não há simetria.

e) Sem assíntotas.

f) Analisando

$$A'(c) = \frac{-c^3 + c(a^2+b^2)}{2\sqrt{-(a^4+b^4+c^4) + 2[(ab)^2 + (ac)^2 + (bc)^2]}},$$

vemos que $A'(c) = 0$ quando $c = \sqrt{a^2+b^2}$, então o único ponto crítico é $(\sqrt{a^2+b^2}, \frac{ab}{2})$.

Como $A'(c) > 0$ quando $a-b < c < \sqrt{a^2+b^2}$ se $a \geq b$ ou $b-a < c < \sqrt{a^2+b^2}$ se $a < b$, $A(c)$ é crescente em $(a-b, \sqrt{a^2+b^2})$ se $a \geq b$ ou em $(b-a, \sqrt{a^2+b^2})$ se $a < b$ e decrescente em $(\sqrt{a^2+b^2}, a+b)$.

g) Uma vez que $A'(\sqrt{a^2+b^2}) = 0$ e $A'(c)$ muda de positiva para negativa em $\sqrt{a^2+b^2}$, $A(\sqrt{a^2+b^2}) = \frac{ab}{2}$ é um máximo local (o triângulo é retângulo) pelo Teste da Primeira Derivada [STEWART, 2014].

h) Analisando a equação 4.8, temos $A''(c) < 0$ para todo c do domínio, o que significa que a função $A(c)$ é côncova para baixo em $[a-b, a+b]$ se $a \geq b$ ou em $[b-a, a+b]$ se $a < b$, e não há ponto de inflexão, pelo Teste da Segunda Derivada [STEWART, 2014].

$$A''(c) = \frac{a^6+b^6-c^6-a^2b^4+3a^2c^4-a^4b^2-3a^4c^2+3b^2c^4-3b^4c^2+6a^2b^2c^2}{2\{a^4+b^4+c^4-2[(ab)^2+(ac)^2+(bc)^2]\}\sqrt{-(a^4+b^4+c^4)+2[(ab)^2+(ac)^2+(bc)^2]}} \tag{4.8}$$

Na Figura 4.3 são apresentadas as funções área $A(c)$ e $A(p)$ e suas primeira e segunda derivadas.

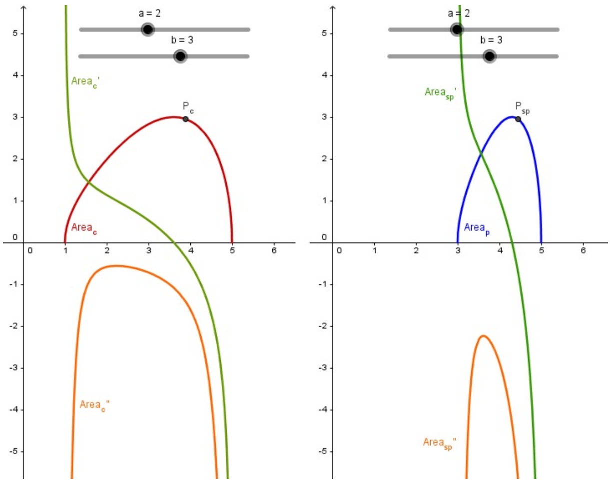

Figura 4.3: *Funções área $A(p)$ e $A(c)$ e suas primeira e segunda derivadas*

Área em função do seno de um ângulo compreendido

Consideremos o mesmo triângulo da Figura 4.1, mas com a representação de um ângulo α e uma altura h, apresentados na Figura 4.4.

Vamos explorar as relações neste triângulo, considerando os lados a e b constantes para obter uma função área de uma variável.

A área do triângulo pode ser dada por

$$A = \frac{bh}{2} \tag{4.9}$$

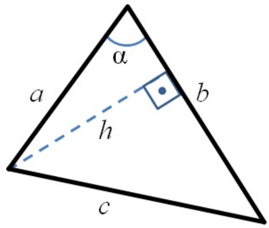

Figura 4.4: *Triângulo qualquer de lados* a, b *e* c

E do triângulo retângulo de lados *a* e *h* e ângulo α, temos a relação

$$sen(\alpha) = \frac{h}{a} \tag{4.10}$$

Desta última equação, temos que

$$h = a \cdot sen(\alpha) \tag{4.11}$$

E portanto, substituindo a equação 4.11 na equação 4.9, obtemos a função área que depende do ângulo α,

$$A(\alpha) = \frac{ab}{2} sen(\alpha) \tag{4.12}$$

Para uma construção geometricamente dinâmica do triângulo utilizamos o programa GeoGebra. Inicialmente fixamos os lados *a* e *b* do triângulo considerando-os raios de circunferências (e um controle para variarmos os raios). Foi então plotada a função área $A(\alpha)$. Depois criamos o ponto $P_\alpha = (\alpha, \text{área do triângulo})$, sendo a área do triângulo calculada pelo programa GeoGebra. Assim, este ponto faz parte da curva da função $A(\alpha)$.

Na Figura 4.5 é apresentada a construção do triângulo ABC com variável α (geometricamente dinâmico), e o gráfico da função área. Para cada ângulo α do triângulo é obtida a sua área correspondente $A(\alpha)$, assim, com a variação de α é possível verificar o comportamento da função.

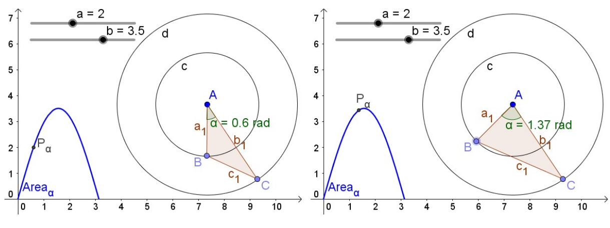

Figura 4.5: *Triângulo com lados* a *e* b *fixos e a função área* $A(\alpha)$

Na movimentação dos pontos B e C, que alteram a posição dos lados constantes *a* e *b* do triângulo, o ângulo α pode se tornar côncavo (maior que 180°) ficando externo ao triângulo, como pode ser visualizado na Figura 4.6. Desta maneira, foi introduzida uma outra função para este caso,

$$A(\alpha) = \frac{ab}{2} sen(\alpha - \pi) \tag{4.13}$$

Assim, consideremos uma função área com duas sentenças,

$$A(\alpha) = \begin{cases} \frac{ab}{2} sen(\alpha), & 0 \leq \alpha \leq \pi \\ \frac{ab}{2} sen(\alpha - \pi), & \pi < \alpha \leq 2\pi \end{cases} \tag{4.14}$$

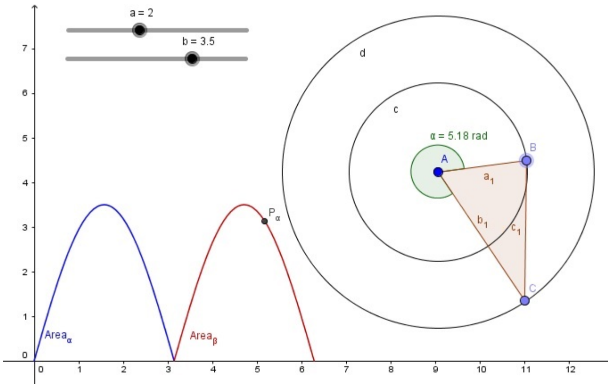

Figura 4.6: *Triângulo e a função área $A(\alpha)$ de duas sentenças*

Além do objeto computacionalmente dinâmico, que nos permite uma visualização direta do triângulo e a dependência entre área e a variável α, é interessante compreender particularidades e características desta função área.

Analisando a função área $A(\alpha)$ com lados *a* e *b* fixos dada pela equação 4.14 temos:

a) Domínio $D = [0, 2\pi]$.

b) Imagem $Im = [0, \frac{ab}{2}]$.

c) Intersecções com os eixos coordenados: Raízes $\alpha = 0$, $\alpha = \pi$ e $\alpha = 2\pi$.

d) Simetria em relação ao eixo $\alpha = \pi$.

e) Sem assíntotas.

f) Com $A'(\alpha) = \frac{ab}{2}\cos(\alpha)$ se $\alpha \in (0, \pi)$ e $A'(\alpha) = \frac{ab}{2}\cos(\alpha - \pi) = -\frac{ab}{2}\cos(\alpha)$ se $\alpha \in (\pi, 2\pi)$, vemos que $A'(\alpha) = 0$ quando $\alpha = \frac{\pi}{2}$ e $\alpha = \frac{3\pi}{2}$, então os dois pontos críticos são $(\frac{\pi}{2}, \frac{ab}{2})$ e $(\frac{3\pi}{2}, \frac{ab}{2})$. Como $A'(\alpha) > 0$ quando $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ e $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, $A(\alpha)$ é crescente $(0, \frac{\pi}{2}) \cup (\pi, \frac{3\pi}{3})$ e decrescente em $(\frac{\pi}{2}, \pi) \cup (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$.

g) Uma vez que $A'(\frac{\pi}{2}) = 0$ e $A'(\frac{3\pi}{2}) = 0$ e $A'(\alpha)$ muda de positiva para negativa em $\frac{\pi}{2}$ e em $\frac{3\pi}{2}$, $A(\frac{\pi}{2}) = \frac{ab}{2}$ e $A(\frac{3\pi}{2}) = \frac{ab}{2}$ são máximos locais (o triângulo é retângulo) pelo Teste da Primeira Derivada [STEWART, 2014].

h) Analisando $A''(\alpha) = -\frac{ab}{2}sen(\alpha)$ se $\alpha \in (0, \pi)$ e $A''(\alpha) = -\frac{ab}{2}sen(\alpha - \pi) = \frac{ab}{2}sen(\alpha)$ se $\alpha \in (\pi, 2\pi)$, temos que $A''(\alpha) < 0$ para todo α do domínio, o que significa que a função $A(\alpha)$ é côncova para baixo em $[0, 2\pi]$, e não há ponto de inflexão, pelo Teste da Segunda Derivada [STEWART, 2014]. Percebe-se ainda a relação $A''(\alpha) = -A(\alpha)$.

Na Figura 4.7 são apresentadas as funções área $A(\alpha)$ e suas primeira e segunda derivadas.

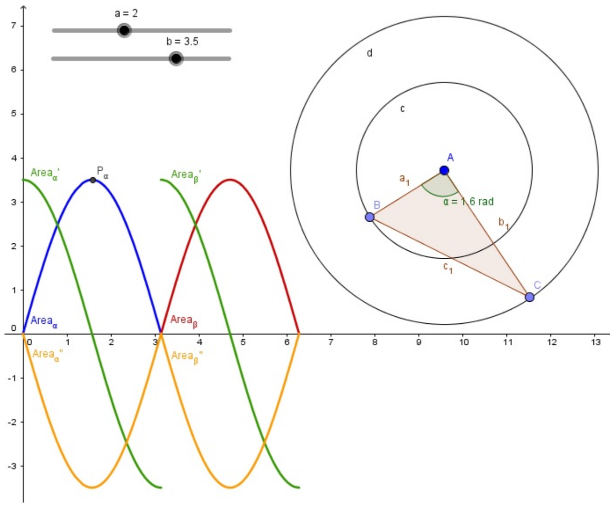

Figura 4.7: *Funções área $A(\alpha)$ e suas primeira e segunda derivadas*

4.5 *Sequência de atividades orientadas*

Buscar a articulação entre funções e geometria foi o ponto inicial desta pesquisa que baseia-se na ideia de [GIRALDO et al., 2014] onde aponta dois sentidos fundamentais para essa articulação: "por um lado, quando gráficos de funções reais são construídos em geometria dinâmica, é necessário aplicar diversos conceitos de geometria plana; e por outro lado, os recursos dinâmicos dos ambientes permitem reconhecer e explorar concretamente relações fundamentais entre objetos geométricos." (p.163)

A proposta, neste momento, não é simplesmente apresentar o que a geometria dinâmica fornece ou fazer puramente a análise matemática das dependências das grandezas geométricas. Queremos propor uma sequência de atividades que elucidem como o ensino da geometria plana pode ser realmente articulado com a análise do comportamento de funções. De forma mais ampla, e até interdisciplinar, podemos compreender como um estudo da interface, ou intersecção, entre álgebra e geometria.

A apresentação do problema

Construa em um ambiente de geometria dinâmica um triângulo regular inscrito a uma circunferência e determine a área. Após, apresente seus resultados, no mesmo ambiente, para cada item abaixo.

a) Faça uma análise sobre a relação entre a área desse triângulo com a medida do seu lado.

b) Com procedimento análogo, faça a análise sobre a relação entre a área desse triângulo com o raio da circunferência circunscrita.

De forma clara, o problema exige conhecimentos de geometria (conceitos de triângulo regular, circunferência, área, raio), da geometria dinâmica, pois requer a variação do triângulo regular para análise de dependências e o estudo da relação entre a área e outra grandeza geométrica, fazendo que seja necessário apresentar a relação de dependência entre as grandezas acusando, assim, a área em função de uma medida real (lado ou raio). Desta maneira, o enunciado do problema, ainda, propõe a análise dessas funções.

Solução do problema no GeoGebra

Primeiramente iremos construir o triângulo regular inscrito em uma circunferência no *software* GeoGebra. Para isso, abaixo citamos os principais passos.

- No Menu, localize e clique no *polígono regular* e construa um triângulo regular qualquer;
- Após, no Menu, localize e clique em *círculo definido por três pontos* e selecione os vértices do triângulo regular.

Observe na figura 4.8 que os pontos A e B são livres (ponto azul), ou seja, é possível aumentar/diminuir/girar o triângulo regular através desses vértices e o mesmo não perde suas propriedades. Consequentemente se realizar qualquer uma das ações citadas com o triângulo, a circunferência mantem suas características. Observe, também, que a área do triângulo regular foi dada pelo programa como "pol1".

Desta maneira, passamos a analisar o item a).

A área de um triângulo é dada por $A = \frac{lh}{2}$, portanto, dependendo de duas variáveis (lado e altura). Como o triângulo é equilátero, temos que a altura pode ser dada em

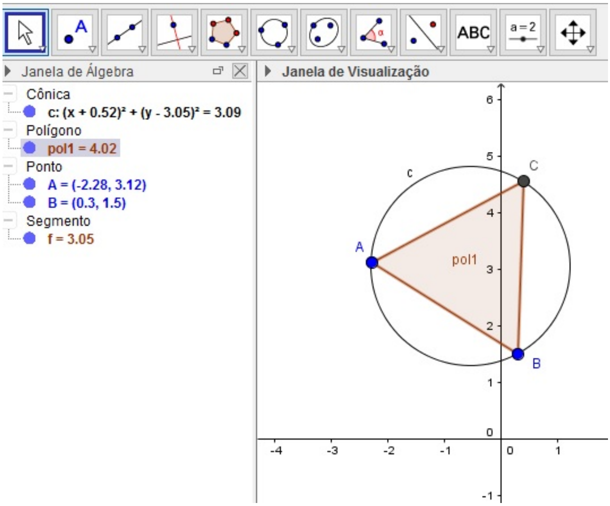

Figura 4.8: *Construção do triângulo regular inscrito em uma circunferência*

função do lado pela fórmula $h = \frac{\sqrt{3}l}{2}$, obtendo, assim, que a área de um triângulo equilátero é dado por

$$A(l) = \frac{\sqrt{3}l^2}{4} \tag{4.15}$$

A variável área A depende do comprimento do lado l, ou seja, a fórmula 4.15 é definida como uma função, onde $A : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$. Neste momento, alguns questionamentos ainda ficam em aberto para discussão.

- Por que a fórmula 4.15 é definida como uma função?
- A função $A(l)$ é dita uma função de 2º grau. Quais características essas funções apresentam?

Agora, plote a função área no GeoGebra. No campo Entrada digite $Area_l(l) = Se[0 \leq l \leq 10, sqrt(3) * l^2/4]$. A figura 4.9 a seguir apresenta o gráfico da função área. Note que limitamos o domínio da função para melhor visualização do gráfico.

Já obtemos o resultado que a área A em função do lado l é dada por 4.15. Porém, ainda é possível questionar se a figura geometricamente dinâmica que construímos respeita a função 4.15. Ou seja, conforme aumentamos/diminuimos o triângulo a área é a mesma dada pela função 4.15?

Para visualizar no GeoGebra esta situação criamos o ponto P, tendo como abcissa a medida do segmento $\overline{AB}$ e ordenada a área do triângulo. No *software* siga os passos:

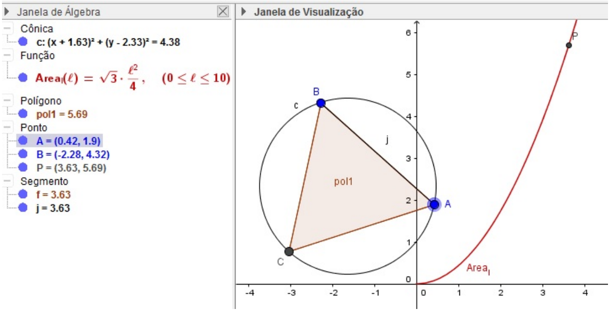

Figura 4.9: *Gráfico da função $A(l)$*

- No Menu localize e clique em *segmento* e selecione os pontos A e B. O programa nomeia-o de j.
- No campo Entrada digite P=(j,pol1).

A partir da construção do ponto P, podemos visualizar que conforme movimentamos o triângulo, P percorre o gráfico da função 4.15.

Análise da função $A(l)$

Finalmente, vamos realizar a análise da área (A) em função do lado (l), dada por $A(l) = \frac{\sqrt{3}l^2}{4}$. Já apontamos que a função $A : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, ou seja, as grandezas são medidas positivas. Do que já sabemos da função, são questionamentos pertinentes:

- Existe uma dependência entre as variáveis. Quem depende de quem? É possível identificar no gráfico essa dependência?
- A função $A : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, assim $A(l) > 0$ para todo $l > 0$. Qual o conjunto imagem de A?

Agora, vamos analisar o comportamento da função A (crescimento/decrescimento, assíntotas, concavidade) e identificar essas informações no seu gráfico. Queremos analisar seus pontos importantes, tais como: raízes, pontos críticos, pontos de inflexão. Para isso, determinamos a derivada primeira de A.

$$A'(l) = \frac{\sqrt{3}l}{2} \tag{4.16}$$

De onde obtemos que A é crescente para todo o seu domínio, pois $A'(l) > 0$. Pelo Teste da Primeira Derivada, temos que onde a $A'(l)$ muda de sinal a função $A(l)$ possui um extremo relativo. Portanto, $l = 0$ mínimo relativo. E, pela derivada segunda

$$A''(l) = \frac{\sqrt{3}}{2} \tag{4.17}$$

determinamos que $A(l)$ tem concavidade para cima, pois $A''(l) > 0$ para todo o seu domínio. A partir dessas afirmações, de forma complementar, pode-se aumentar a discussão a partir de outros questionamentos, tais como:

- Visualmente, pelo gráfico já percebemos que *A* é crescente para todo $l > 0$. Qual outra maneira de apresentar esse resultado?
- Há pontos onde a função é nula? O que isso significa?
- A função $A(l)$ é contínua em todo o seu domínio?

Agora iremos analisar o item b) do problema. Para isso, precisamos analisar a relação da área do triângulo inscrito a uma circunferência de raio *r*. Primeiramente, na figura já construída, é preciso determinar o raio da circunferência. Como o triângulo é regular, temos que o baricentro do triângulo é, também, centro da circunferência. Desta maneira, no GeoGebra siga os passos a seguir.

- Localize e clique no ícone *mediatriz*, selecione dois pontos e um lado do triângulo.
- Repita este procedimento mais duas vezes para determinar as três mediatrizes do triângulo.
- Localize e clique no ícone *intersecção de dois objetos*, após clique no ponto de encontro das mediatrizes.
- Localize e clique no ícone *segmento*, para construir um segmento do baricentro até um vértice do triângulo (este é o raio do círculo já criado).

A figura 4.10 representa a construção realizada no *software* GeoGebra.

Da letra a), facilmente percebemos que a variável área está em função do raio. E por conhecimentos da geometria temos os resultados para a altura de um triângulo equilátero em relação ao seu lado é dada por $h = \frac{\sqrt{3}}{2}l$ e que o raio da circunferência circunscrita a esse triângulo é dado por $r = \frac{2h}{3}$. Assim, fazendo as substituições necessárias, obtemos que área do triângulo regular em função do raio é dada por

$$A(r) = \frac{3\sqrt{3}}{4}r^2 \tag{4.18}$$

A função $A(r)$ determinada é também uma função do 2º grau apenas com o coeficiente dominante distinto à função $A(l)$. Portanto, o comportamento de $A(r)$ é semelhante à $A(l)$, tornando-se desnecessária, aqui, uma análise da função $A(r)$. O que ainda precisa ser analisado é, se com a movimentação do triângulo, sua área corresponde à função já definida

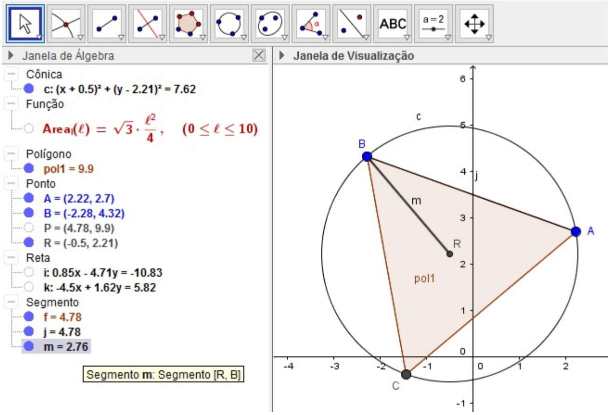

Figura 4.10: *Construção do raio da circunferência*

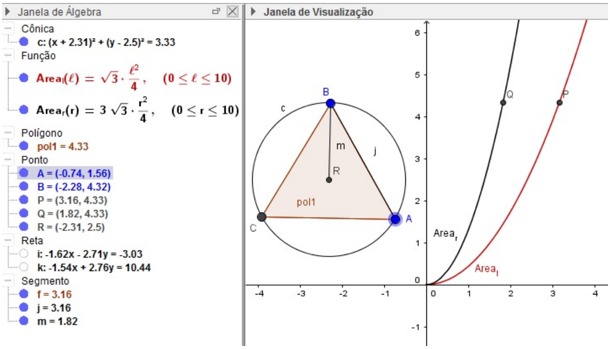

Figura 4.11: *Ponto* P *pertence à* $A(l)$ *e* Q *pertence à* $A(r)$

Para isso, é preciso criar um ponto Q, com abscissa raio e ordenada área do triângulo, que possibilite visualizar o comportamento das variáveis. No GeoGebra, siga o passo a seguir.

- No campo Entrada digite Q=(m,pol1).

Ainda no Geogebra, plotamos a função $A(r)$ com o comando na caixa de Entrada $Area_r(r) = Se[0 \leq r \leq 10, 3 * sqrt(3) * r^2/4]$. Note na figura 4.11 que aumentando ou diminuindo o lado do triângulo visualizamos que o ponto Q pertence à função $A(r)$.

4.6 Conclusão

Buscamos, neste trabalho, apresentar algumas possibilidades de utilizar recurso tecnológico em aulas de matemática. O emprego da geometria dinâmica através do *software*

GeoGebra pode facilitar ao aluno, além da construção e visualização necessárias no seu processo de aprendizagem, a aplicação de vários conceitos matemáticos, conseguindo assim, unir temas que normalmente não são vinculados nas aulas.

Além disso, o uso da geometria dinâmica potencializa o estudo tanto de geometria quanto de funções. Assim, pode-se realizar um estudo de geometria com exploração da relação de suas grandezas envolvidas, ou realizar um estudo de funções com a aplicabilidade em objetos geométricos. Para além destes caminhos ou concepções, pode-se estender à interdisciplinaridade (dentro da própria matemática), como um estudo concomitante de geometria e de álgebra, e até, direcionar à interseção de tais áreas, como uma ampliação de suas fronteiras, valorizando e relacionando suas características e particularidades.

Alguns empecilhos, ainda, para a aplicação da proposta aqui apresentada é o espaço físico, número de computadores e sua manutenção que ainda são insuficientes na maior parte dos estabelecimentos escolares. Outrossim, acreditamos que não deveria ser um empecilho, ao docente, acreditar no potencial que os recursos tecnológicos fornecem ao processo de ensino-aprendizagem. Observamos que é necessário que o professor vislumbre nesses recursos tecnológicos um ganho no seu fazer pedagógico para, daí, sim, executar a proposta.

Bibliografia

[GIRALDO et al., 2014] Giraldo, V. et al., Recursos Computacionais no Ensino da Matemática. SBM, 2014 (Coleção PROFMAT). 4.1, 4.5

[Brasil, 1998, p.44] Brasil. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Brasília, DF: MEC, 1998, 148p. 4.3

[ZULATTO, 2002] Zullato, R.B.A. Professores de matemática que utilizam *softwares* de geometria dinâmica: suas características e perspectivas. Dissertação de Mestrado. UNESP. Rio Claro, 2002. 4.3

[PAVANELLO, 1993] Pavanello,M.R. O abandono do ensino da geometria: um visão histórica. 196f. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Educação - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1989. 4.3

[International GeoGebra Institute, 2015] Programa GeoGebra [homepage na Internet]. Áustria, 2016. Disponível em: <http://www.geogebra.org/>. Acesso em 10 maio 2016. 4.2

[GRAVINA, 2001] Gravina, M.A. Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo, 2001, p. 277. Tese (Informática na Educação) Programa de Pós-Graduação em Informática da Educação, UFRGS, Porto Alegre, 2001. 4.3

[STEWART, 2014] Stewart, J. Cálculo. v. 1. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2014. 4.4, 4.4, 4.4