

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**

**HEITOR NÓBREGA TICO**

**MODELO DE DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DO ÍNDICE GOD PARA A BACIA  
HIDROGRÁFICA DO RIO PARDO - RS**

**Caçapava do Sul  
2020**

**HEITOR NÓBREGA TICO**

**MODELO DE DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DO ÍNDICE GOD PARA A BACIA  
HIDROGRÁFICA DO RIO PARDO - RS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de Geologia da Universidade Federal do  
Pampa, como requisito parcial para obtenção do  
Título de Bacharel em Geologia.

Orientador: Igor Magalhães Clemente

Co-orientador: Igor de Mattos Carvalho

**Caçapava do Sul  
2020**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos  
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do  
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

T555m TICO, HEITOR NÓBREGA

MODELO DE DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DO ÍNDICE GOD PARA A BACIA  
HIDROGRÁFICA DO RIO PARDO - RS / HEITOR NÓBREGA TICO.

60 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade  
Federal do Pampa, GEOLOGIA, 2020.

"Orientação: IGOR MAGALHÃES CLEMENTE".

1. GEOESTATÍSTICA. 2. KRIGAGEM. 3. VALIDAÇÃO CRUZADA. 4.  
ÁGUAS SUBTERRÂNEAS. 5. ÍNDICE GOD. I. Título.



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
Universidade Federal do Pampa

**HEITOR NÓBREGA TICO**

**MODELO DE DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DO ÍNDICE GOD PARA A BACIA  
HIDROGRÁFICA DO RIO PARDO - RS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Geologia da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Geologia.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em:

10 de dezembro e 2020.

Banca examinadora:

---

Prof. Dr. Igor Magalhães Clemente

Orientador

UNIPAMPA

---

Prof. Ms. Diogo Peixoto Cordova

## UNIPAMPA

---

Geof. Lenon de Melo Ilha

UNIPAMPA



Assinado eletronicamente por **DIOGO PEIXOTO CORDOVA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 16/12/2020, às 20:39, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **LENON MELO ILHA, Técnico de Laboratório Área**, em 16/12/2020, às 21:03, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **IGOR MAGALHAES CLEMENTE, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 17/12/2020, às 11:13, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0429302** e o código CRC **D110AF9C**.

Universidade Federal do Pampa, Campus Caçapava do Sul

Dedicado ao Marco Antônio Amaro.

## AGRADECIMENTO

Meu muitíssimo obrigado ao meu orientador Dr. Igor, por ter me surpreendido com tamanha ajuda.

Agradeço também ao meu amigo e co-orientador Geólogo Igor, sem ele esse trabalho não existiria.

A minha namorada, Isa, por fortalecer meu dia a dia com seu amor e carinho, me trazendo paz nesses tão turbulentos últimos dias de graduação.

A Rep. Território indígena, por todo o suporte logístico concedido para a execução desse trabalho.

A minha irmã de alma Carol, pelos dias e noites de amizade sincera. Te amo véi.

Ao JP, pela alegria concedida com sua rabugência master, e obvio, por me ensinar a matemática que deveria ter aprendido no fundamental.

A Theresa, por estar sempre disposta a me acompanhar nas doideras da vida.

Aos docentes Luis Eduardo Souza e Vinícius Abreu, pelo despertar temporão.

Aos meus amigos, os elementos incompatíveis, por rechearem minha vida de alegria. Um salve para: Parazinho, Parazão, John, Índio, Wesclay, Alfa, Difrê, Parlapatão e Verme. Vocês são as pessoas mais talentosas que já conheci, sou muito grato por tudo que aprendi com vocês!

Ao Seu Ruy e Dona Maria, por me mostrarem na prática, a importância da família na construção social do ser humano. Serei eternamente grato por tê-los em minha vida, sem vocês eu não teria chegado até aqui.

A minha mãe, minha rainha. Uma verdadeira guerreira, que suportou diversas injustiças para me educar. Foi a linha de frente da nossa guerra contra aquilo que nos foi imposto. Te amo.

Agradeço a mim mesmo também, por ter superado diversas dificuldades para concluir esse trabalho e esse curso.

In God we trust. All others must bring data.

– W Edwards Deming

## RESUMO

As águas subterrâneas são responsáveis por sustentar diversos sistemas aquáticos, e estão intimamente ligadas a segurança hídrica do planeta, uma vez que 97% da água doce disponível se concentra no subsolo. O seu uso é ligado à diversas vantagens, tanto econômicas quanto de saúde, porém por estarem escondidas no subterrâneo, o gerenciamento, controle e consolidação de políticas públicas específicas são dificultados. Além disso, a desinformação a cerca de sua importância social, ambiental e econômica as deixam vulneráveis a contaminação e mau uso. Por isso, a fim de aumentar o conhecimento à cerca da qualidade desse recurso, diversos pesquisadores propõem metodologias que permitam avaliar o quão vulneráveis essas águas são à contaminação. Uma dessas metodologias possui propósito específico à realidade brasileira e é conhecida como metodologia GOD. Porém para que sua aplicação seja realizada em mapas representativos, é necessário que técnicas de estimativas sejam corretamente aplicadas. Neste contexto, objetivou-se avaliar, através da técnica de validação cruzada, o desempenho de diferentes modelos do índice GOD produzidos pelos interpoladores Krigagem Ordinária, Vizinho mais próximo, Inverso da distância ao quadrado e mínima curvatura. O estudo procedeu-se na Bacia Hidrográfica do Rio Pardo - RS, por meio da análise de 143 poços tubulares distribuídos pela área. E revelou que a classe de vulnerabilidade extrema não foi identificada em nenhum poço, que 16,1% deles são classificados como de vulnerabilidade insignificante; 21,7% como vulnerabilidade média; 30,8% vulnerabilidade baixa e 31,5% como vulnerabilidade alta. Para a interpolação dos dados, o estudo demonstrou que a Krigagem Ordinária foi o interpolador mais preciso e acurado. O modelo de distribuição espacial gerado, apontou que a vulnerabilidade a contaminação das águas subterrâneas da bacia é bem distribuída entre as regiões norte e sul. Sendo as classes insignificante e baixa concentradas na região norte, e as classes média e alta na região sul.

Palavras-chave: Krigagem. Validação cruzada. Geoestatística. Águas subterrâneas. Índice GOD.

## ABSTRACT

Groundwater is responsible for supporting various aquatic systems, and is closely linked to the planet's water security, since 97 % of the fresh water available is concentrated underground. Its use is linked to several advantages, both economic and health, but because they are hidden underground, the management, control and consolidation of specific public policies are hampered. In addition, misinformation about their social, environmental and economic importance leaves them vulnerable to contamination and misuse. For this reason, in order to increase knowledge about the quality of this resource, several researchers propose methodologies that allow assessing how vulnerable these waters are to contamination. One of these methodologies has a specific purpose to the Brazilian reality and is known as GOD methodology. However, for its application to be carried out on representative maps, it is necessary that estimation techniques are correctly applied. In this context, the objective was to evaluate, through the cross-validation technique, the performance of different models of the GOD index produced by the ordinary Krigagem interpolators, Closest neighbor, Inverse of the squared distance and minimum curvature. The study was carried out in the Rio Pardo River Basin - RS, through the analysis of 143 tubular wells distributed throughout the area. And it revealed that the extreme vulnerability class was not identified in any well, that 16.1 % of them are classified as insignificant vulnerability; 21.7 % as an average vulnerability; 30.8 % low vulnerability and 31.5 % as high vulnerability. For data interpolation, the study demonstrated that ordinary Kriging was the most accurate and accurate interpolator. The spatial distribution model generated, pointed out that the vulnerability to the contamination of groundwater in the basin is well distributed between the northern and southern regions. The lower and lower classes are concentrated in the northern region, and the middle and upper classes in the southern region.

Keywords: kriging. Cross validation. Geostatistics. Groundwater. GOD Index.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Localização da Bacia Hidrográfica do Rio Pardo . . . . .	20
Figura 2 – Mapa Geológico da Bacia Hidrográfica do Rio Pardo . . . . .	22
Figura 3 – Mapa Hidrogeológico da Bacia Hidrográfica do Rio Pardo. . . . .	23
Figura 4 – Sistema GOD para avaliação da vulnerabilidade do aquífero à contaminação	25
Figura 5 – Definição prática das classes de vulnerabilidade do aquífero . . . . .	25
Figura 6 – Equação da estimativa por IQD . . . . .	26
Figura 7 – <i>h-scatterplots</i> de 100 pares de amostras para quatro distâncias de separação em uma dada direção. . . . .	27
Figura 8 – Representação gráfica de um variograma . . . . .	29
Figura 9 – Parâmetros de busca de um variograma . . . . .	30
Figura 10 – Visualização do polígono da BHRP no QGIS . . . . .	32
Figura 11 – Visão geral do banco de dados finalizado . . . . .	33
Figura 12 – Polígonos de Voronei para os poços da BHRP. . . . .	34
Figura 13 – Mapa de localização dos 143 poços . . . . .	36
Figura 14 – Histograma de frequência da variável GOD . . . . .	37
Figura 15 – gráfico de setores da variável classes GOD . . . . .	38
Figura 16 – Histograma dos dados desagrupados da variável GOD . . . . .	39
Figura 17 – Parâmetros de busca do variograma omnidirecional que definiu os parâmetros de busca dos variogramas direcionais . . . . .	40
Figura 18 – Variograma omnidirecional modelado e parâmetros de continuidade espacial	41
Figura 19 – Variograma direcional modelado. Direção 0° . . . . .	41
Figura 20 – Variograma direcional modelado. Direção 22.5° . . . . .	42
Figura 21 – Variograma direcional modelado. Direção 45° . . . . .	42
Figura 22 – Variograma direcional modelado. Direção 67.5° . . . . .	43
Figura 23 – Variograma direcional modelado. Direção 90° . . . . .	43
Figura 24 – Variograma direcional modelado. Direção 112.5° . . . . .	44
Figura 25 – Variograma direcional modelado. Direção 135° . . . . .	44
Figura 26 – Variograma direcional modelado. Direção 157.5° . . . . .	45
Figura 27 – Elipse de anisotropia da variável GOD . . . . .	46
Figura 28 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV6 . . . . .	47
Figura 29 – Histograma de frequência do erro do interpolador VMP. . . . .	48
Figura 30 – Modelo de distribuição espacial do índice GOD para a bacia hidrográfica do Rio Pardo . . . . .	49
Figura 31 – Histograma e sumário estatístico da estimativa por KO . . . . .	50
Figura 32 – Variância de Krigagem do modelo de distribuição espacial do índice GOD para a bacia hidrográfica do Rio Pardo . . . . .	51
Figura 33 – Validação dos parâmetros de busca da Krigagem . . . . .	54
Figura 34 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV1 . . . . .	55
Figura 35 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV2 . . . . .	55
Figura 36 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV3 . . . . .	56
Figura 37 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV4 . . . . .	56
Figura 38 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV5 . . . . .	57
Figura 39 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV7 . . . . .	57
Figura 40 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV8 . . . . .	58
Figura 41 – Sumário estatístico dos resíduos dos interpoladores clássicos . . . . .	59

Figura 42 – Histograma do viés do interpolador MC . . . . .	59
Figura 43 – Histograma do viés do interpolador IQD . . . . .	60

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Sumário estatístico variável GOD . . . . .	38
Tabela 2 – Sumário estatístico variável GOD desagrupada . . . . .	39
Tabela 3 – Sumário estatístico do resíduo de VMP . . . . .	48

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANA – Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico

BHO – Base Hidrográfica Ottocodificada

BHRP – Bacia Hidrográfica do Rio Pardo

CPRM – Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais

GOD – *Groundwater occurrence, Overall lithology of the unsaturated zone, Depth to the water table*

IQD – Inverso da distância ao quadrado

KO – Krigagem Ordinária

MC – Mínima curvatura

QGIS – Software do tipo SIG

SAD69 – South American Datum 69

SIAGAS – Sistema de Informações de Águas Subterrâneas

SIRGAS 2000 – Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas 2000

SHP – Esri Shapefile

SIG – Sistemas de informações Geográficas

VMP – Vizinho Mais Próximo

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS.....</b>	<b>17</b>
<b>2.1</b>	<b>Objetivo geral .....</b>	<b>17</b>
<b>2.2</b>	<b>Objetivo específico.....</b>	<b>17</b>
<b>3</b>	<b>JUSTIFICATIVA.....</b>	<b>18</b>
<b>4.</b>	<b>ÁREA DE ESTUDO... ..</b>	<b>19</b>
<b>4.1</b>	<b>Geologia local ... ..</b>	<b>19</b>
<b>4.2</b>	<b>Hidrogeologia local ... ..</b>	<b>21</b>
<b>5</b>	<b>TEORIA DOS MÉTODOS E TÉCNICAS.....</b>	<b>24</b>
<b>5.1</b>	<b>Índice de vulnerabilidade GOD.....</b>	<b>24</b>
<b>5.2</b>	<b>Estimativas por métodos clássicos.....</b>	<b>26</b>
<b>5.3</b>	<b>Estimativas por métodos geoestatísticos.....</b>	<b>26</b>
<b>5.3.1</b>	<b>Continuidade espacial.....</b>	<b>26</b>
<b>5.3.2</b>	<b>Krigagem.....</b>	<b>29</b>
<b>5.4</b>	<b>Validação cruzada. ....</b>	<b>30</b>
<b>6</b>	<b>METODOLOGIA .. ..</b>	<b>32</b>
<b>6.1</b>	<b>Aquisição do banco de dados.....</b>	<b>32</b>
<b>6.2</b>	<b>Obtenção do índice GOD .....</b>	<b>33</b>
<b>6.3</b>	<b>Variografia e estimativas .....</b>	<b>34</b>
<b>6.3.1</b>	<b>Estatística univariada.....</b>	<b>34</b>
<b>6.3.2</b>	<b>Variografia.....</b>	<b>34</b>
<b>6.3.3</b>	<b>Krigagem.....</b>	<b>35</b>
<b>6.3.4</b>	<b>Métodos clássicos.....</b>	<b>35</b>
<b>6.4</b>	<b>Validação cruzada. ....</b>	<b>35</b>
<b>6.4.1</b>	<b>Validação dos interpoladores clássicos. ....</b>	<b>35</b>

6.4.2 Validação dos parâmetros da Krigagem .....	35
7 RESULTADOS.....	36
7.1 Banco de dados e área amostrada .....	36
7.2 Estatística univariada.....	37
7.3 Continuidade espacial .....	40
7.4 Validação cruzada .....	46
7.4.1 Validação da krigagem ordinária .....	47
7.4.2 Validação dos interpoladores clássicos .....	48
7.4.3 Validação do melhor interpolador .....	49
7.5 Estimativa do modelo .....	49
8 DISCUSSÕES.....	52
8.1 Considerações finais .....	52
REFERÊNCIAS.....	53
ANEXO A- VALIDAÇÃO DA KRIGAGEM.....	54
ANEXO B- VALIDAÇÃO DOS INTERPOLADORES CLÁSSICOS.....	54

## 1 INTRODUÇÃO

O uso de interpoladores espaciais é necessário quando se deseja modelar no espaço, fenômenos que foram amostrados pontualmente. Trata-se de um recurso que permite estipular valores para localidades não amostradas. Existem interpoladores dos mais diversos tipos, cada qual melhor ajustável a um dado fenômeno ou situação, que por sua vez depende do tipo de dado disponível, objetivo do estudo, e da facilidade de gerar a superfície estimada versus a acuracidade da estimativa (BABISH, 2006).

A validação cruzada é um tipo de técnica que estima o erro de estimativas, e é amplamente aplicada na escolha de estimadores. Funciona através da conferência estatística entre dados medidos e estimados, possibilitando a comparação entre diferentes tipos de interpoladores (SINCLAIR; BLACKWELL, 2004).

A vulnerabilidade de aquíferos à contaminação é um conceito que exprime a facilidade de que um aquífero seja contaminado. O índice de vulnerabilidade GOD é um dos vários tipos de sistemas de classificação que possibilitam mensurar a vulnerabilidade natural de aquíferos à contaminação (ABDULLAH et al., 2016).

A partir de dados disponibilizados pela Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais (CPRM), e Agência nacional de águas (ANA), o presente trabalho irá obter o índice de vulnerabilidade GOD para os poços tubulares localizados na Bacia Hidrográfica do Rio Pardo, e realizar a validação cruzada entre os interpoladores, Inverso da distância ao quadrado (IQD), Vizinho mais próximo (VMP), Mínima curvatura (MC), e Krigagem Ordinária (KO). Elegendo assim, dentre eles, o que melhor se ajusta aos dados referidos.

## **2 OBJETIVOS**

Os objetivos do trabalho foram divididos entre geral e específico.

### **2.1 Objetivo geral**

Validar dentre os interpoladores propostos, o que realiza a melhor estimativa de um modelo que expresse a vulnerabilidade a contaminação das águas subterrâneas da Bacia Hidrográfica do Rio Pardo (BHRP).

### **2.2 Objetivos específicos**

1. Determinar o Índice de vulnerabilidade GOD dos poços disponíveis na área de estudo
2. Avaliar qual dos interpoladores propostos é melhor para representar o índice de vulnerabilidade GOD para toda a área de estudo
3. Modelar o índice GOD para toda a BHRP utilizando o interpolador validado.

### 3 JUSTIFICATIVA

O uso de águas subterrâneas oferece diversas vantagens em relação às águas superficiais, como por exemplo: Não sofrem com intempéries, são filtradas e purificadas naturalmente pelos solos e rochas, e podem ter custo de extração mais baixo, pois possibilitam que a extração seja próxima ao local de uso. Porém apresentam dificuldade de monitoramento da contaminação, uma vez que estão no subsolo (OLIVEIRA, 2012).

A vulnerabilidade a contaminação de águas subterrâneas é tema de extrema importância para gestão pública gaúcha, pois segundo o artigo 134 parágrafo dois do código estadual do meio ambiente:

A vulnerabilidade dos lençóis d'água subterrâneos será prioritariamente considerada na escolha da melhor alternativa de localização de empreendimentos de qualquer natureza potencialmente poluidores das águas subterrâneas (Rio Grande do Sul, 2000).

A região da depressão central gaúcha interna a BHRP é geologicamente caracterizada pela presença de rochas sedimentares (CPRM, 2006). Tais rochas possuem maior tendência a serem permeáveis, facilitando o acesso de contaminantes ao aquífero (FOSTER et al., 2002). Além disso, essa mesma região da BHRP é a que possui maior número de culturas agrícolas, que podem ser fatores agravantes à contaminação das águas subterrâneas (SEMA, 2005).

Utilizar a metodologia GOD é uma maneira de entender se a premissa supracitada é verdadeira. Porém, para que um mapa da estimativa desse índice seja gerado com algum rigor, é necessário empregar uma metodologia de verificação da estimativa.

Esse trabalho portanto, justifica sua existência pelo fato de que aplicar a técnica de validação cruzada ao índice de vulnerabilidade de aquífero (GOD) à Bacia Hidrográfica do Rio Pardo, pode propiciar o entendimento de como esse índice se apresenta na bacia como um todo, através da validação do melhor estimador, dentre os aqui propostos, para o referido fenômeno. Tal resultado poderá subsidiar futuros trabalhos, ou à tomada de decisões por entidades interessadas nesse tipo estudo.

Além disso, esse trabalho propicia a comparação entre estimadores clássicos, ou determinísticos, e geoestatísticos (estocásticos). E mostrará para essa específica situação aqui estuda, qual desses dois tipos tem maior representatividade.

## 4 ÁREA DE ESTUDO

A Bacia Hidrográfica do Rio Pardo é localizada na porção central do estado do Rio Grande do Sul, à uma distância de 150 km da capital Porto Alegre. É cortada por duas rodovias federais, a BR-153 e a BR-287 (Figura 1).

Exibe extensão de 3.636,79 km<sup>2</sup>, comprimento máximo de 115 km e largura máxima de 35 km. Sua área se estende por 13 municípios: Barros Cassal, Boqueirão do Leão, Candelária, Gramado Xavier, Herveiras, Lagoão, Passa Sete, Rio Pardo, Santa Cruz do Sul, Sinimbu, Vale do Sol, Venâncio Aires e Vera Cruz, totalizando 215.531 habitantes (SEMA, 2005).

Aflui no Rio Jacuí e faz parte da Região Hidrográfica do Guaíba. Está inserida em três domínios Geomorfológicos distintos. O planalto meridional, com altitudes superiores a 500 m, a montante da bacia. As encostas do planalto meridional com altitudes que variam entre 200 e 500 m, onde se localiza a parte intermediária da bacia. E a depressão central do Rio Grande do Sul, com altitudes inferiores a 200 m, onde se faz presente a porção jusante da bacia (SEMA, 2005).

Na porção do planalto meridional, destacam-se as atividades de pecuária e pequenas lavouras de subsistência. Na região das encostas é predominante a presença de propriedades coloniais, nessa região também ocorre remanescentes florestais em diversos estágios de regeneração e importantes elementos da fauna gaúcha. Já na parte deprimida o solo é utilizado para pecuária extensiva, plantio de arroz, soja, milho, feijão e fumo (SEMA, 2005).

### 4.1 Geologia Local

A Geologia da Bacia Hidrográfica do Rio Pardo (Figura 2) é contemplada pela ocorrência de sete unidades geológicas. Sendo que, rochas vulcânicas dominam toda a região norte, enquanto que na maior parte da porção sul, prevalecem as rochas sedimentares e os depósitos quaternários (CPRM, 2006).

A formação Botucatu trata-se de arenitos finos a grossos, bem arredondados e de alta esfericidade. Dispostos em estratificações cruzadas planares de grande porte. Sua origem está relacionada a depósitos de dunas eólicas em ambientes desérticos continentais (CPRM, 2006).

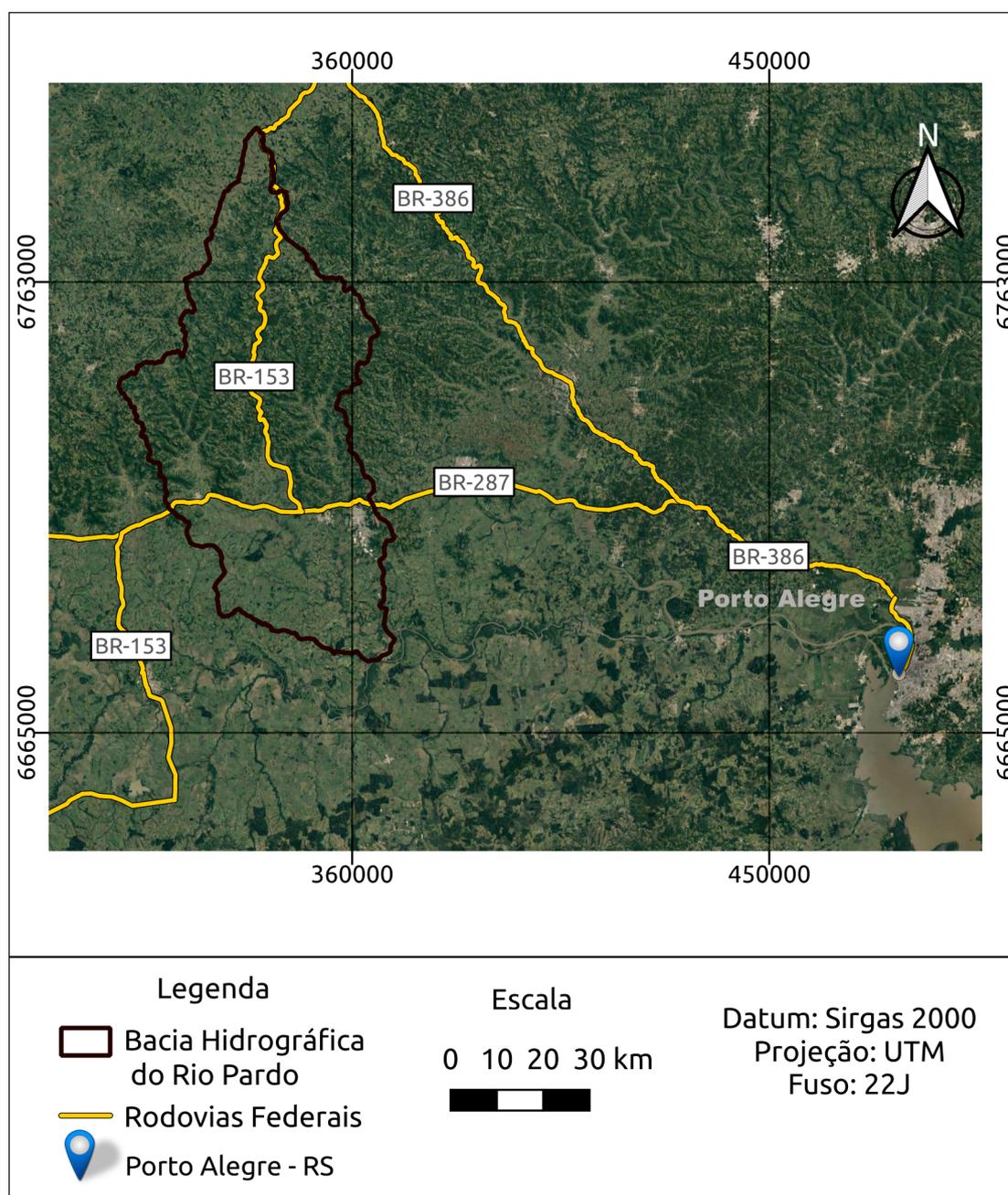
Os depósitos Aluvionares são formados por sedimentos holocênicos localizados em planícies de inundação e calhas de rio constituídos predominantemente por areia grossa a fina, cascalho e sedimento siltico-argiloso (CPRM, 2006).

A formação caturrita é composta por arenitos, conglomerados, siltitos areno-argilosos e folhelhos. Possui origem em ambientes continentais relacionados a depósitos fluviais e deltas lacustres (CPRM, 2006).

A formação Sanga do cabral é constituída por brechas e conglomerados intraformacionais, silito e raros argilitos. Tem origem em ambiente continental de rios entrelaçados.

A formação Santa maria apresenta arenitos e arenitos conglomeráticos com pelitos subordinados. Provém de ambiente continental relacionados a depósitos de canais fluviais mode-

Figura 1 – Localização da Bacia Hidrográfica do Rio Pardo



Fonte – Adaptado de Google Earth.

radamente sinuosos, planícies de inundação e lacustres. (CPRM, 2006).

A Fácies Caxias é caracterizada por derrames intermediários a ácidos. Apresentando riocitos mesocráticos, microgranulares a vitrofíricos a riolitos com textura esferulítica. A geometria é marcada intensas disjunções tabulares no topo do derrame, enquanto que no centro, ela é maciça. Além disso essa Fácies também apresenta auto-brechas de maneira frequente, dobras de fluxo, e calcedônias e ágatas preenchendo as vesículas (CPRM, 2006).

Já a Fácies Gramado é composta por basaltos granulares finos a médios, melanocráticos. Apresenta horizontes vesiculares preenchidos por zeolitas, carbonatos, apofilitas e saponita. E

exibe estruturas de fluxos pahoehoe.

## 4.2 Hidrogeologia Local

A bacia hidrográfica do rio pardo é contemplada por quatro domínios hidrogeológicos. O sistema aquífero serra geral II, (sg2); o sistema aquífero botucatu (bt); o sistema aquífero pirambóia/sanga do cabral(sp), e o sistema aquífero santa maria (CPRM, 2007).

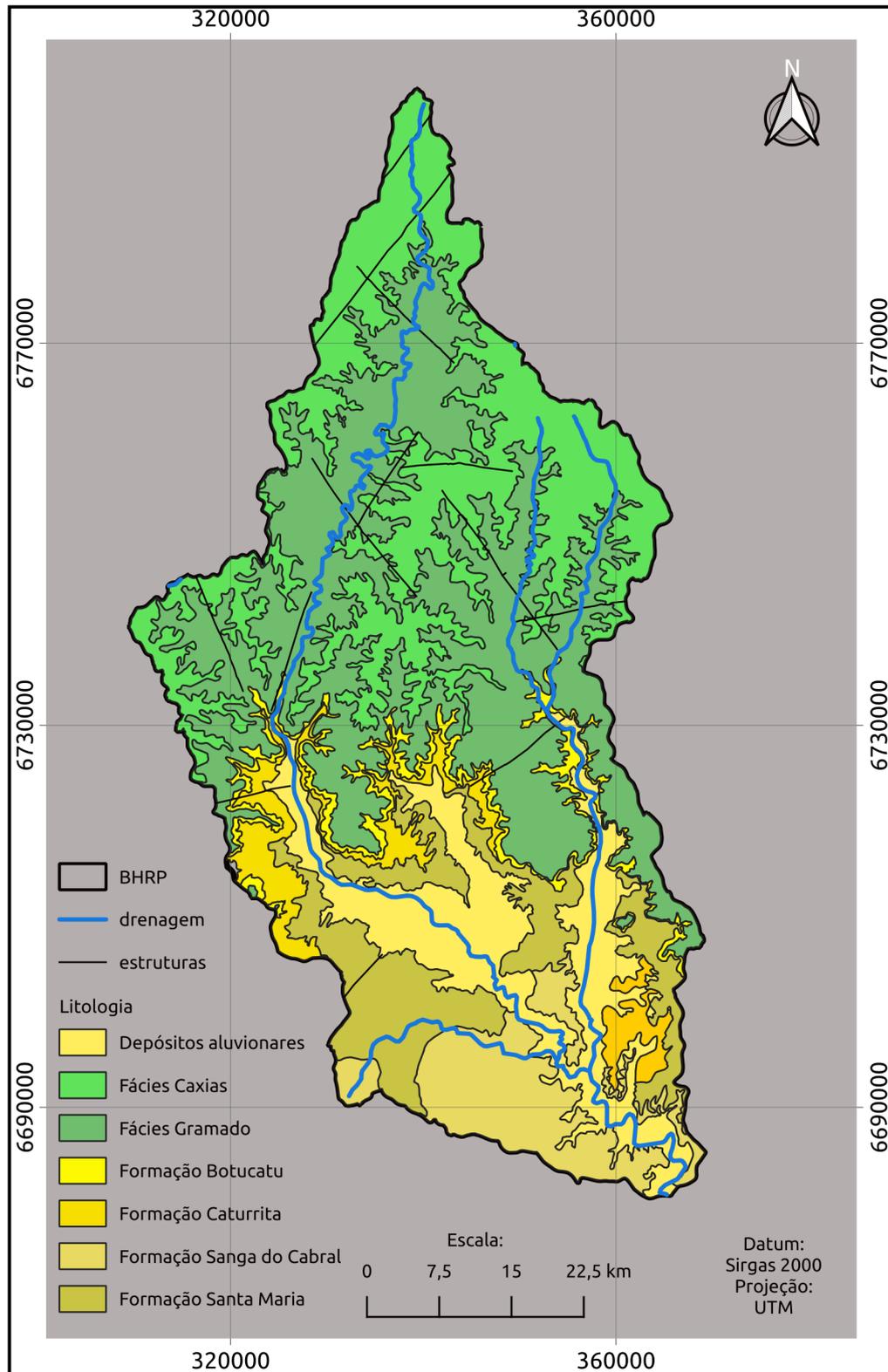
A região norte da bacia é dominada pela unidade sg2, que é classificada como um tipo de aquífero com média a baixa possibilidade para águas subterrâneas em rochas com porosidade por fraturas. É caracterizado predominantemente pela presença de riolitos, riodacitos e basaltos. Apresentando, em sua grande maioria, capacidade específica inferior a 0,5 m<sup>3</sup>/h/m, com exceção de poucos locais de rochas fraturadas ou com presença de arenitos na base do sistema, onde produções de 2m<sup>3</sup>/h/m podem ser alcançadas. As salinidades geralmente são baixas, não excedendo 25 mg/l. Porém em áreas com descargas ascendentes do Sistema Aquífero Guarani, ocorrem maiores valores de pH e salinidade (CPRM, 2007).

Na parte intermediária da bacia, fazendo contato com as unidades sg2 e sm, está localizada a unidade bt, que é classificada como aquífero praticamente improdutivo em rochas onde a porosidade é do tipo intergranular ou por fraturas. Os poços nessa unidade são secos ou de baixa vazão, dada a sua característica topoestrutural (CPRM, 2007).

A região sul da bacia é contemplada por duas unidades hidrogeológicas, uma delas é a sm. Tal unidade faz contato ao sul com a unidade sp e ao norte com a unidade bt. A unidade sm é classificada como aquífero de alta ou média possibilidade para águas subterrâneas localizado em rochas e sedimentos com porosidade intergranular. Exibe na base arenitos grossos a conglomeráticos, lamitos avermelhados, siltitos e arenitos finos a médio no topo. As capacidades específicas variam de 0,5 a 1 m<sup>3</sup>/h/m nas regiões de afloramento chegando, nas partes confinadas a 4 m<sup>3</sup>/h/m. As salinidades variam de 50 a 500 mg/l e, em algumas regiões confinadas ultrapassam 2000 mg/l e teores de flúor acima do limite de potabilidade (CPRM, 2007).

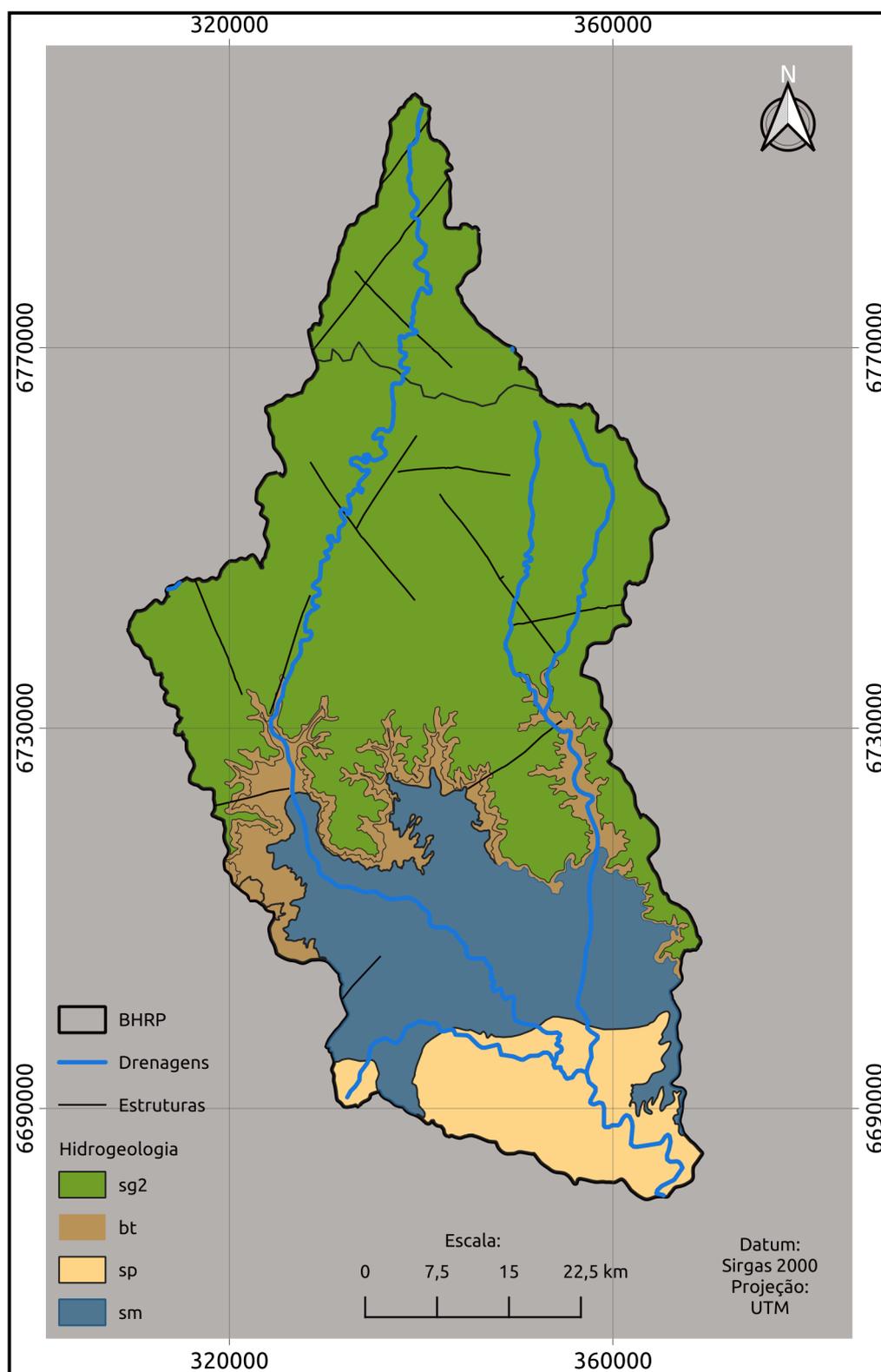
A unidade sp é localizada no extremo sul da BHRP, e ao norte faz contato com a unidade sm. Essa unidade é classificada como aquífero com média a baixa possibilidade para águas subterrâneas em rochas e sedimentos com porosidade intergranular. Dentre as litologias que a compõem, predominam arenitos finos a médios, róseos a avermelhados, com intercalações sílticos-arenosas. As capacidades específicas menores do que 0,5 m<sup>3</sup>/h/m e apresenta sólidos totais dissolvidos que raramente ultrapassam 150 mg/l (CPRM, 2007).

Figura 2 – Mapa Geológico da Bacia Hidrográfica do Rio Pardo



Fonte – Modificado de CPRM (2006).

Figura 3 – Mapa Hidrogeológico da Bacia Hidrográfica do Rio Pardo.



Fonte – Modificado de CPRM (2006).

## 5 TEORIA DOS MÉTODOS E TÉCNICAS

O presente trabalho foi executado através da aplicação de diversas teorias. Nos itens que seguem é realizada a revisão metodológica dos principais fundamentos utilizados para alcançar os objetivos propostos.

### 5.1 Índice de vulnerabilidade GOD

A vulnerabilidade da água subterrânea é uma medida de quão fácil ou quão difícil é para a poluição da superfície atingir um aquífero (ABDULLAH et al., 2016). Os métodos utilizados para classificar essa vulnerabilidade podem ser agrupados em três grupos diferentes (NRC, 1993):

1. Modelos de transporte: executada através da modelagem numérica do contaminante no espaço através do tempo.
2. Métodos estatísticos: produzido via comparações estatísticas a fim de se obter modelos probabilísticos sem considerar os fatores geradores.
3. Sobreposição de índices: realizado pela avaliação e combinação de atributos físicos, como litologia, profundidade, tipo de solos, entre outros.

O índice de vulnerabilidade GOD (FOSTER, 1987; FOSTER e HIRATA 1988) *apud* (FOSTER et al., 2002), que mede o grau de vulnerabilidade de um aquífero à contaminação, é classificado dentro do terceiro grupo (NRC, 1993).

Esse índice é baseado em dois fatores principais: o nível de inacessibilidade hidráulica da zona saturada do aquífero e a capacidade de atenuação dos estratos de cobertura da porção saturada do aquífero.

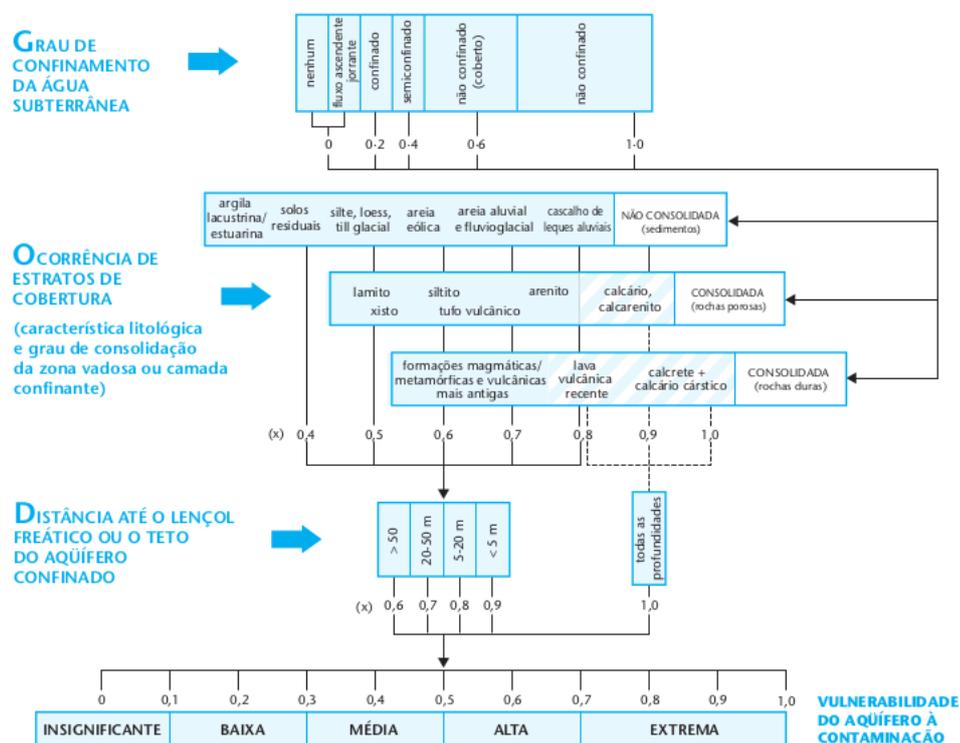
Uma vez que esses fatores são impossíveis de serem obtidos, a produção desse índice é dada através da combinação de dados hidrogeológicos simplificados, que são normalmente disponíveis e que podem ser inseridos em um esquema de classificação (Figura 4).

A execução desse esquema de classificação da vulnerabilidade do aquífero à contaminação, envolve três estágios distintos:

1. G – Grau de confinamento hidráulico da água subterrânea, ou tipo de aquífero, com pesos que variam de 0 até 1;
2. O – Ocorrência dos estratos de cobertura, ou litologia, com pesos que variam entre 0,4 e 1,0.
3. D – Distância até o lençol freático, com pesos que variam de 0,6 a 1,0.

Após a definição dos valores de cada estágio, é realizado o produto entre eles, e esse resultado é classificado de acordo com as classes apresentadas na figura 5.

Figura 4 – Sistema GOD para avaliação da vulnerabilidade do aquífero à contaminação



Fonte – Retirado de Foster 2002

Figura 5 – Definição prática das classes de vulnerabilidade do aquífero

<b>Extrema</b>	vulnerável à maioria dos contaminantes com impacto rápido em muitos cenários de contaminação
<b>Alta</b>	vulnerável a muitos contaminantes (exceto os que são fortemente adsorvidos ou rapidamente transformados) em muitas condições de contaminação
<b>Moderada</b>	vulnerável a alguns contaminantes, mas somente quando continuamente lançados ou lixiviados
<b>Baixa</b>	vulnerável somente a contaminantes conservadores, a longo prazo, quando contínua e amplamente lançados ou lixiviados
<b>Insignificante</b>	presença de camadas confinantes sem fluxo vertical significativo de água subterrânea (percolação)

Fonte – Modificado de Foster 2002

## 5.2 Estimativas por métodos clássicos

Os interpoladores clássicos são aqueles que não consideram a continuidade espacial durante as estimativas. Funcionam através de funções determinísticas e sua aplicação é recomendada quando não é possível utilizar geoestatística. Na execução desse trabalho três métodos de estimativa clássica foram aplicados: inverso da distância à potência (IDQ), vizinho mais próximo (VMP), e mínima curvatura (MC).

A interpolação pelo método IDQ considera para fins de estimativa, que quanto mais distante um ponto medido estiver de um ponto estimado, menor será seu peso, ou seja, menor será sua influência sobre o valor a ser estimado (Figura 6).

Figura 6 – Equação da estimativa por IQD

$$\hat{z}_i = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{d_i^2} \cdot z_i \right)}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{d_i^2} \right)}$$

Fonte – Modificado de SOUZA (2010)

Onde  $Z_i$  é o valor do atributo amostrado e  $d_i$  é a distância entre o ponto amostrado e o estimado (SOUZA et al., 2010).

As estimativas realizadas pelo interpolador VMP, consideram aspectos dos valores e localização dos dados. Não consideram anisotropia (SURFER®, 2015). Funcionam através de uma média ponderada entre os valores das amostras vizinhas.

A técnica MC gera superfícies suaves e tende a não ser um interpolador exato. Sua estimativa é realizada através da solução de uma equação diferencial modificada bi-harmônica com tensão T (SANTOS; CUNHA, 2016).

## 5.3 Estimativas por métodos geoestatísticos

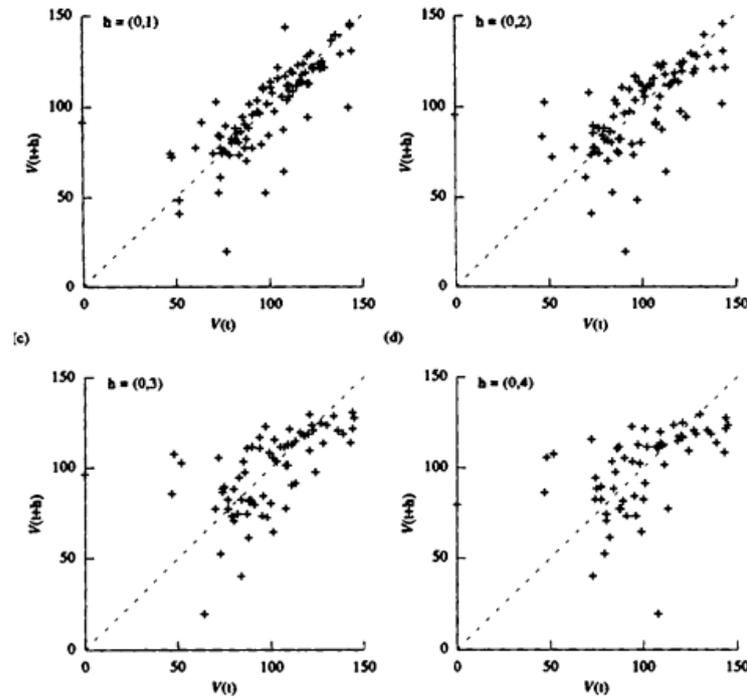
### 5.3.1 Continuidade espacial

A continuidade espacial existe na maior parte dos fenômenos geológicos, duas amostras próximas tendem a ser mais parecidas entre si do que um par de amostras separados por uma grande distância (ISAACS; SRIVASTAVA, 1989).

Isso porque algo completamente aleatório na natureza é difícil de se encontrar, o que significa que os processos que dão origem as situações estudadas, possuem um arranjo geométrico preferencial, e portanto de caráter preditivo, possibilitando a geração de ferramentas que expressem a correlação espacial entre as amostras.

O variograma é uma dessas ferramentas, e também é a mais utilizada. Para entendê-lo é importante definir o que é um *h-scatterplot* (Figura 7).

Figura 7 – *h-scatterplots* de 100 pares de amostras para quatro distâncias de separação em uma dada direção.



Fonte: Retirado de ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989.

Trata-se de um gráfico de dispersão onde os valores de variáveis são plotados contra os valores dessas mesmas variáveis separados por uma distância  $\vec{h}$  em uma dada direção.

Conforme  $\vec{h}$  aumenta a correlação entre as amostras diminui, fazendo com que a nuvem de pontos ao redor da reta  $x = y$  se torne mais esparsa.

O braço de alavanca, ou momento de inércia, (Equação 5.1) é dado pela distância entre a reta  $x = y$  e o ponto mais distante dessa reta de maneira perpendicular, fazendo com que, quanto maior a dispersão da nuvem, maior seja o braço de alavanca.

$$\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \quad (5.1)$$

Onde  $n$  é o número de pares de amostras do *h-scatterplot*, e  $(x_i - y_i)^2$  é a diferença quadrática entre as coordenadas de cada par de pontos do *h-scatterplot* (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989).

O variograma por sua vez, é a função que relaciona os momentos de inércia de *h-scatterplots* com seus respectivos  $\vec{h}$ , portanto, é uma função que mede o quão diferentes as variáveis se tornam conforme se afastam umas das outras em uma determinada direção (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989).

Um variograma teórico ( $\gamma(\vec{h})$ ) é definido através de variáveis regionalizadas  $Z(X(\vec{h}))$  e  $Z(\vec{x} + \vec{h})$  onde  $\vec{x}$  e  $\vec{x} + \vec{h}$  representam as posições espaciais separadas pelo vetor  $\vec{h}$ :

Graficamente, o eixo  $x$  de um variograma é representado pelo  $\vec{h}$  enquanto que em  $y$  é plotada a variância em função de  $\vec{h}$  ( $\gamma(h)$ ).

Além disso, o variograma é uma função direcional. Logo, permite entender como a variabilidade de um fenômeno se comporta em função das distâncias entre os pares de amostras em diferentes direções.

Consequentemente, proporciona entender em quais direções um fenômeno possui maior ou menor semelhança entre as amostras, e isso é chamado de maior e menor alcance respectivamente, com esses alcances, é possível definir a anisotropia do fenômeno.

Mas a composição dos pontos de um variograma a partir dos *h-scatterplots* não oferece predição aos locais onde não há pontos, e esse tipo de variograma é denominado experimental.

Para que essa predição seja possível é necessário ajustar um modelo, definindo assim um variograma modelado (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989).

Como o variograma é uma função direcional, para estimar esse modelo, é necessário partir de um variograma que aponte para todas as direções, denominado variograma omnidirecional. E é esse modelo gerado em um variograma omnidirecional que será levado aos variogramas que apontam para direções específicas, chamados variogramas direcionais.

Os parâmetros que devem ser considerados na plotagem de um variograma omnidirecional experimental são chamados parâmetros de busca. Esses parâmetros são: o *lag* (magnitude de  $\vec{h}$ ), a quantidade de *lag*'s utilizados, e a tolerância do *lag*. Um angulo de busca que contemple todas as direções também deve ser utilizado (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989).

O ajuste do modelo precisa levar em conta alguns fatores como: efeito pepita, variância a priori dos dados, e o comportamento do variograma experimental próximo a origem (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989).

O efeito pepita ( $C_0$ ), graficamente, é uma descontinuidade que existe na origem do gráfico, particularmente no eixo  $y$ , forçando que variograma não inicie na origem. Fisicamente, o efeito pepita significa que até mesmo amostras muito próximas, possuem diferenças entre si. Essa diferença pode ser oriunda do próprio fenômeno estudado, erros de amostragem ou de medida (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989).

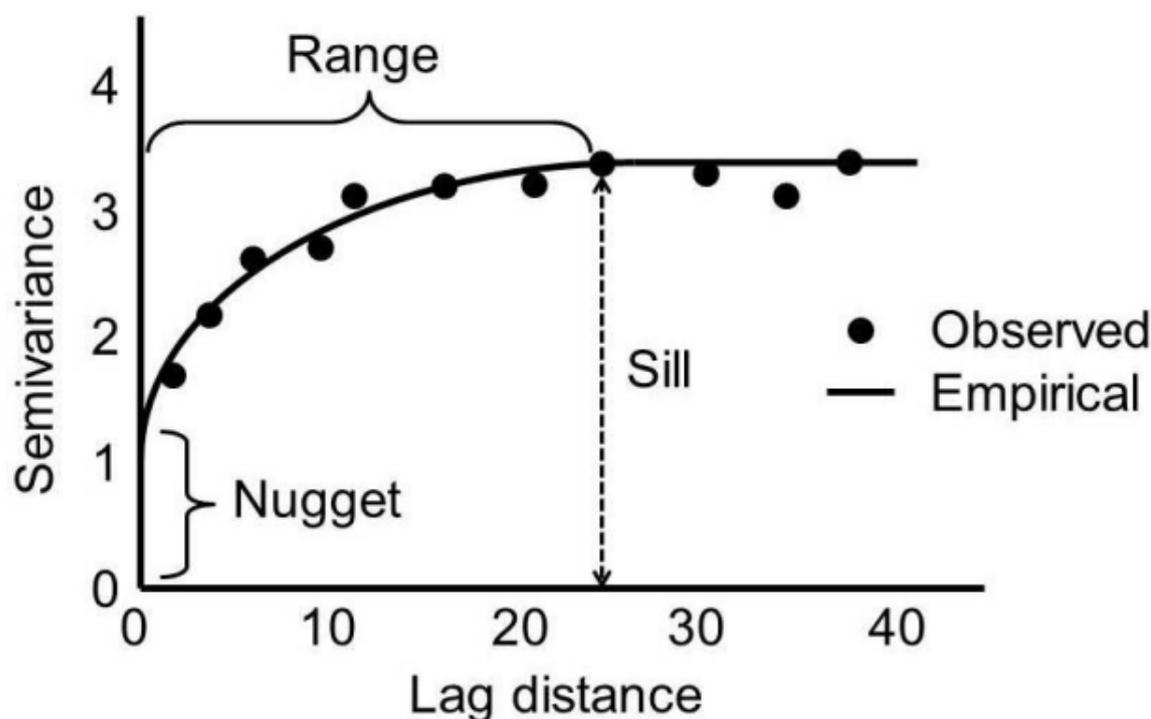
A variância a priori dos dados ( $C_0 + C_1$ ), é o ponto no eixo  $y$  que vai definir o alcance (patamar) do variograma modelado. Ou seja, define em qual distância ( $\vec{h}$ ) as amostras deixam de ter relação espacial entre si em uma dada direção.

A representação gráfica de um variograma modelado e seus componentes está disponível na figura 8.

O comportamento do variograma próximo a origem costuma ser reto, hiperbólico ou parabólico. É de acordo com esse comportamento inicial que os modelos são ajustados. Os modelos mais comuns utilizados são: esférico, exponencial e gaussiano.

Quando nenhum modelo é ajustável, atribui-se a esse comportamento o nome de efeito pepita puro. Tal comportamento exprime a total ausência de correlação espacial entre os dados. Pode decorrer de uma malha amostral irregular e muito espaçada, erros de medida ou amos-

Figura 8 – Representação gráfica de um variograma



Fonte – Modificado de BISWAS; SI (2018)

tragem, mistura de populações, número reduzido de amostras ou ainda ser algo intrínseco ao fenômeno estudado (ISAACS; SRIVASTAVA, 1989).

Para que um variograma seja calculado é necessário que os parâmetros de busca sejam definidos. Tais parâmetros são: o *lag*, a tolerância do *lag*, a largura de banda, a direção e tolerância angular. O esquema apresentado na figura 9 demonstra como esses parâmetros se relacionam.

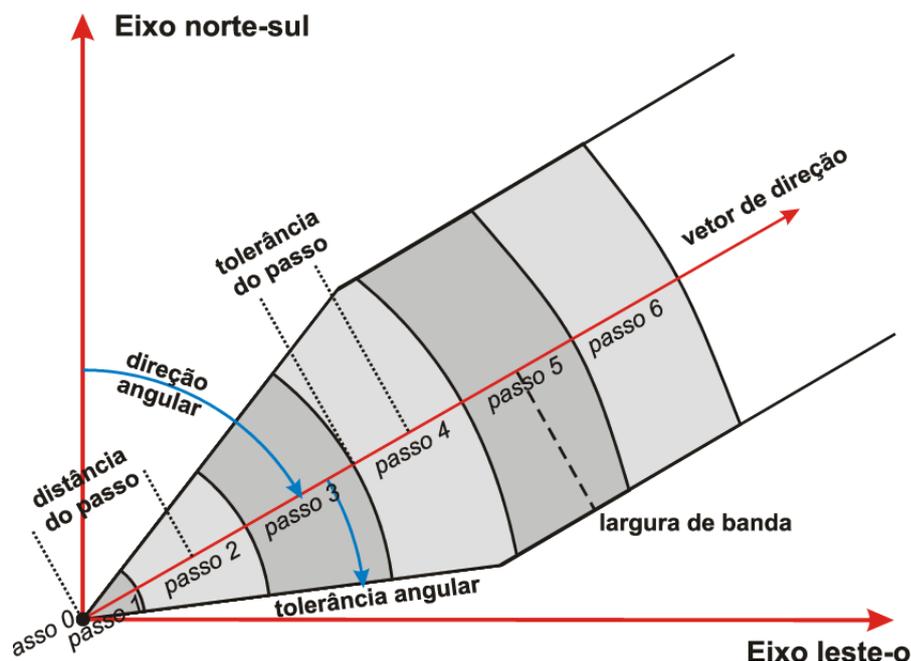
### 5.3.2 Krigagem

De modo geral, uma estimativa espacial consiste em atribuir valores a locais não amostrados levando em consideração os locais amostrados. Portanto, métodos de estimativa diferentes geram resultados diferentes. A Krigagem é um método de estimativa que leva em consideração a anisotropia do fenômeno a ser estimado durante a atribuição de pesos, a anisotropia por sua vez, é definida ao final do estudo de continuidade espacial. Os variogramas modelados definem a anisotropia do fenômeno. Através disso é possível realizar estimativas pelo método de Krigagem.

Existem diversos tipos de Krigagem, mas a abordada nesse trabalho é a denominada Krigagem Ordinária (KO), pois sua aplicação assume certas premissas como: a média dos dados não é conhecida, é estacionária, e existe uma quantidade de amostras relativamente grande.

Todos os métodos de krigagem são variantes de regressões lineares. A krigagem or-

Figura 9 – Parâmetros de busca de um variograma



Fonte – Modificado de MONTEIRO (2003)

dinária não diferente disso.

A KO é uma técnica de estimativa que considera a continuidade espacial durante os cálculos, e por isso é considerada o melhor interpolador que existe. Este interpolador também é rotulado pelo acrônimo BLUE (*Best Linear Unbiased Estimation*).

Onde *Linear* (Linear) refere-se ao fato de que a estimativa por KO é uma combinação linear das amostras vizinhas; *Unbiased* (Sem viés) significa que a média do erro de estimativa é zero; e *Best* (Melhor) quer dizer que esse estimador minimiza a variância do erro de estimativa.

Se a continuidade espacial entre as amostras não for detectada durante a variografia, uma abordagem geoestatística não pode ser utilizada, e interpoladores clássicos precisam ser empregados.

#### 5.4 Validação cruzada

A validação cruzada é uma técnica que consiste na comparação entre valores reais e estimados. O mecanismo de funcionamento consiste na ocultação de um valor verdadeiro do banco de dados, a realização de uma estimativa para esse valor, a reinserção desse valor verdadeiro no banco de dados, a retirada de outro valor e assim sucessivamente (SINCLAIR; BLACKWELL, 2004).

Uma vez que todos os valores tenham sido estimados, ao banco de dados então será adicionado uma nova variável que corresponde somente aos valores estimados. A diferença entre os valores reais e os estimados é dado o nome de viés, ou erro (SINCLAIR; BLACKWELL, 2004).

Dessa maneira, o processo de validação cruzada termina quando comparações estatísticas são realizadas entre os valores estimados e os reais. Tais comparações consistem em analisar a média e o desvio padrão do erro, definindo a precisão e acuracidade da estimativa e também na comparação bivariada entre dados reais e estimados, através do coeficiente de Pearson que exprime a correlação linear entre duas variáveis e que nesse caso, define que quanto maior a correlação melhor a estimativa (SINCLAIR; BLACKWELL, 2004).

Qualquer método de estimativa pode utilizar a validação cruzada, podendo então ser uma técnica utilizada para comparar diferentes interpoladores clássicos.

No que tange a Krigagem, essa técnica permite calibrar os parâmetros de continuidade espacial, como alcance, modelo, efeito pepita, número de *lags*, distância entre *lags* e tolerância angular. Além disso, também é possível calibrar os parâmetros inerentes a própria estimativa como a discretização dos blocos, raio de busca, e o número de amostras utilizadas para estimar (SINCLAIR; BLACKWELL, 2004).

A validação cruzada também pode ser aplicada para comparar Krigagem com outros interpoladores (SINCLAIR; BLACKWELL, 2004).

## 6 METODOLOGIA

Este trabalho foi executado em duas etapas: aquisição e processamento dos dados.

### 6.1 Aquisição do banco de dados

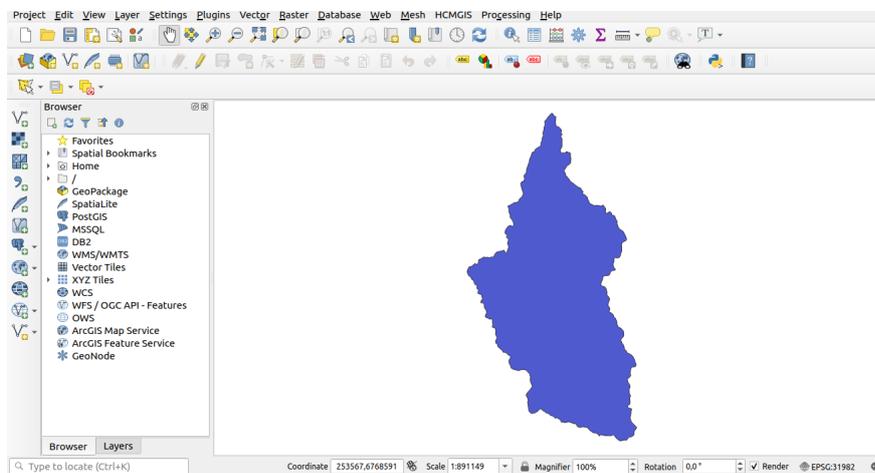
O início desse trabalho se deu pela obtenção dos limites da BHRP, que por sua vez foram obtidos no site da Agência nacional das águas e Saneamento Básico (ANA).

O site da ANA fornece abertamente o download da Base Hidrográfica Ottocodificada (BHO) do Brasil. Dentre as opções de download disponíveis, a de interesse para esse trabalho é a área de contribuição hidrográfica nível 5.

O arquivo adquirido é do tipo vetorial no formato Esri Shapefile (SHP). É constituído de polígonos que representam todas as bacias ottocodificadas de nível 5 do Brasil e estão sob o *datum* SAD 69.

A seleção da BHRP foi então realizada no software QGIS. Posteriormente foi executada a conversão do *datum* para SIRGAS 2000 e as coordenadas reprojetaadas para *Universal transversa de mercartor* (UTM) fuso 22S. A partir disso o SHP da BHRP ficou pronto para uso (Figura 10).

Figura 10 – Visualização do polígono da BHRP no QGIS



Fonte – O autor

De posse do polígono da bacia devidamente referenciado, os vértices da área foram obtidos e utilizados como parâmetros de busca no Sistema de informações de águas subterrâneas (SIAGAS)

O SIAGAS é um banco de dados que provê informações referentes aos poços tubulares cadastrados no Brasil e está livremente disponível na *web*. Esse sistema dispõe diversas informações a respeito desses poços, e para a execução desse trabalho os seguintes dados foram adquiridos:

1. Coordenadas
2. Formação geológica onde o poço está inserido
3. Profundidade até o nível d'água
4. Tipo de aquífero

De posse dessas informações foi possível iniciar o processo de obtenção dos valores de GOD para cada poço.

## 6.2 Obtenção do índice GOD

Os dados do SIAGAS foram exportados em formato CSV e transferidos ao software QGIS, onde foram convertidos em SHP e receberam o mesmo datum e projeção do polígono da BHRP.

Posteriormente, através da função intersecção de vetores do software QGIS, somente os pontos internos à bacia foram selecionados, essa seleção reteve 324 pontos.

O SHP dos poços foi convertido em uma planilha eletrônica e aberto no Google Sheets.

No Google Sheets foram excluídos os pontos que não possuíam as informações necessárias. Isso culminou na manutenção de 143 poços internos à BHRP.

Para finalizar a produção do banco de dados, cinco colunas precisaram ser criadas. Estas por sua vez, foram rotuladas respectivamente como: G, O, D, GOD e Classes GOD (Figura 11).

Figura 11 – Visão geral do banco de dados finalizado

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	id	UTME	UTMN	Condição	Formação	Nível estático	G	O	D	GOD	Classes GOD
2	4300000865	362563	6707934	Confinado	Formacao rosario do sul	36,99		0,2	0,7	0,7	0,098 INSIGNIFICANTE
3	4300001731	345050	6779815	LIVRE	Formacao serra geral	1,68		1	0,7	0,9	0,63 ALTA
4	4300002371	361272	6758288	Confinado	Formacao serra geral	31,50		0,2	0,7	0,7	0,098 INSIGNIFICANTE
5	4300002864	362488	6707881	LIVRE	Formacao rosario do sul	32,20		1	0,7	0,7	0,49 MÉDIA
6	4300002865	362744	6708558	Livre	Formacao rosario do sul	44,39		1	0,7	0,7	0,49 MÉDIA
139	4300028072	343351	6779520	Livre	Formacao serra geral	3,34		1	0,7	0,9	0,63 ALTA
140	4300028241	356527	6711181	Livre	Formacao Santa Maria	12,97		1	0,5	0,8	0,4 MÉDIA
141	4300028242	350829	6716811	Livre	Formacao serra geral	5,93		1	0,7	0,8	0,56 ALTA
142	4300028243	354635	6703475	Livre	Formacao Santa Maria	9,88		1	0,5	0,8	0,4 MÉDIA
143	4300028244	353569	6702598	Livre	Formacao Santa Maria	15,17		1	0,5	0,8	0,4 MÉDIA
144	4300028247	349338	6722435	Livre	Formacao serra geral	7,33		1	0,7	0,8	0,56 ALTA

Fonte – O autor

O preenchimento dessas colunas seguiu os parâmetros exigidos pela metodologia GOD (Figura 4), através do desenvolvimento de equações no Google sheets.

As informações necessárias para a geração da coluna *O* foram obtidas através do cruzamento entre as informações disponibilizadas pela ANA e as descrições litológicas contidas no mapa geológico do Rio grande do Sul produzido pela CPRM em 2006.

A determinação do índice GOD nos poços disponíveis caracteriza o fechamento do banco de dados. A partir disso nenhuma informação externa fora incrementada, e as descrições foram iniciadas.

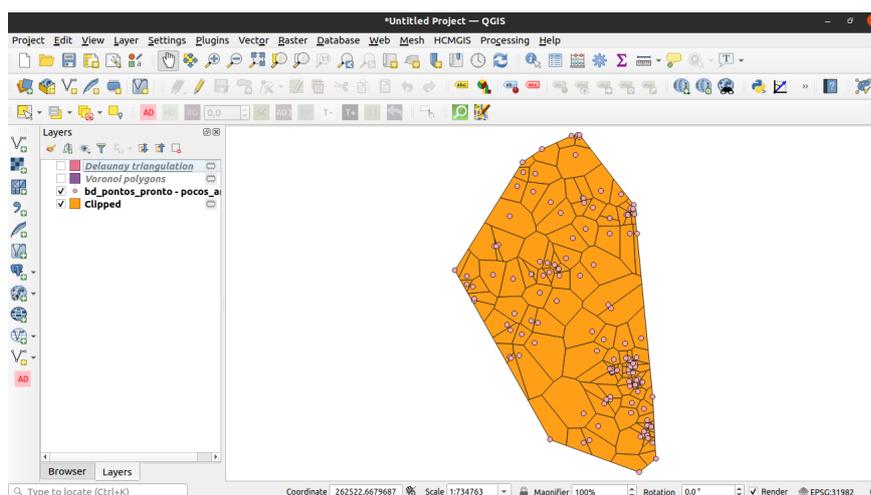
### 6.3 Variografia e estimativas

As variáveis de interesse para execução desse trabalho são, *GOD* e *Classes GOD* e nos itens que seguem, é apresentado como essas variáveis foram manipuladas para a execução desse trabalho.

#### 6.3.1 Estatística Univariada

A descrição estatística univariada dessas variáveis foi realizada utilizando o Google Sheets, através da construção de sumários estatísticos, histogramas de frequência e um gráfico de setores. Todas as medidas que compõem usaram as equações nativas do Google sheets. O desagrupamento das amostras para obtenção de uma estatística univariada mais representativa foi empregado aplicando a metodologia de desagrupamento por polígonos de influência no software QGIS e Google Sheets. Uma visão geral desses polígonos está disponível na figura 12.

Figura 12 – Polígonos de Voronei para os poços da BHRP.



Fonte – O autor

#### 6.3.2 Variografia

O software SGeMS® é específico para trabalhos geoestatísticos e oferece rotinas completas para a execução de diversas tarefas desta área. Sendo assim, utilizando os dados disponíveis na coluna *GOD* do banco de dados produzido, a análise variográfica fora executada. Essa etapa envolveu o teste de diversos parâmetros de busca, todos eles respeitando a geometria da malha amostral e as dimensões da área de estudo.

### 6.3.3 Krigagem

A estimativa por Krigagem Ordinária foi realizada no software SGeMS® utilizando a rotina disponível para essa operação.

### 6.3.4 Métodos clássicos

O processo referente aos testes dos interpoladores clássicos fora executado no software Surfer® que oferece rotina específica para isso.

## 6.4 Validação cruzada

Como a proposta desse trabalho é realizar a validação entre Krigagem e alguns interpoladores clássicos, essa etapa foi dividida em duas. Uma referente a validação cruzada entre os interpoladores clássicos, através do software Surfer® e google sheets e outra referente aos parâmetros de busca da Krigagem, feita no software SGeMS®.

### 6.4.1 Validação dos interpoladores clássicos

De posse dos pesos resultantes à cada poço (variável *GOD*), a técnica de validação cruzada para a escolha de um interpolador clássico foi iniciada. Três interpoladores foram testados, inverso da distância ao quadrado, vizinho mais próximo e mínima curvatura.

Tal procedimento foi realizado no software Surfer®, que oferece uma ferramenta específica para isso que traz como resultado uma planilha contendo o resíduo da estimativa. Com isso, através do Google sheets, utilizado medidas estatísticas univariadas, foi possível eleger dentre os três interpoladores, o que apresentou melhor ajuste ao fenômeno estudado.

### 6.4.2 Validação dos parâmetros da Krigagem

Após a obtenção dos valores referentes a continuidade espacial da variável *GOD*, foi realizado o processo de validação cruzada dos parâmetros de busca da Krigagem.

Através da comparação entre os resultados obtidos nas validações cruzadas, o melhor modelo foi elegido e produzido no software SGeMS®.

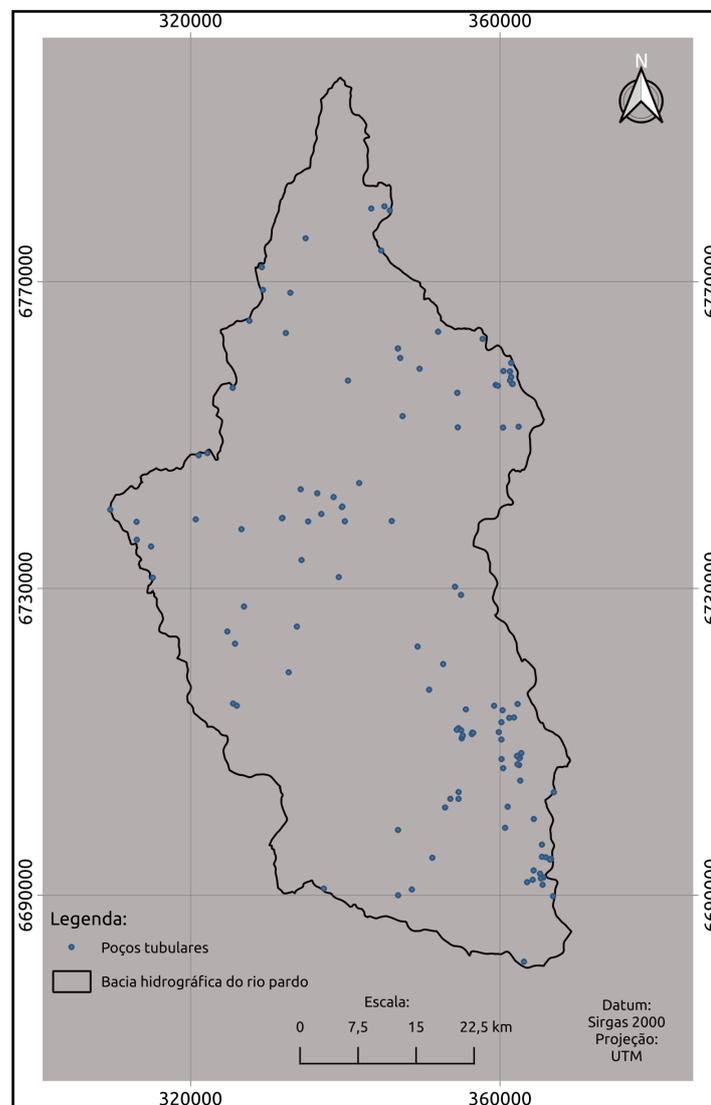
## 7 RESULTADOS

Nas próximas sessões serão apresentados os resultados desse trabalho.

### 7.1 Banco de dados e área amostrada

Dos 318 poços internos a BHRP, 143 possuíam as informações necessárias para obtenção do índice GOD, isto é 143 poços irregularmente espaçados como pode ser visualizado na figura 13.

Figura 13 – Mapa de localização dos 143 poços



Fonte – O autor

O fato da malha amostral ser irregular exige que o espaçamento médio seja calculado, para isso foi empregada a equação 7.1. Uma vez que a área da BHRP é de aproximadamente

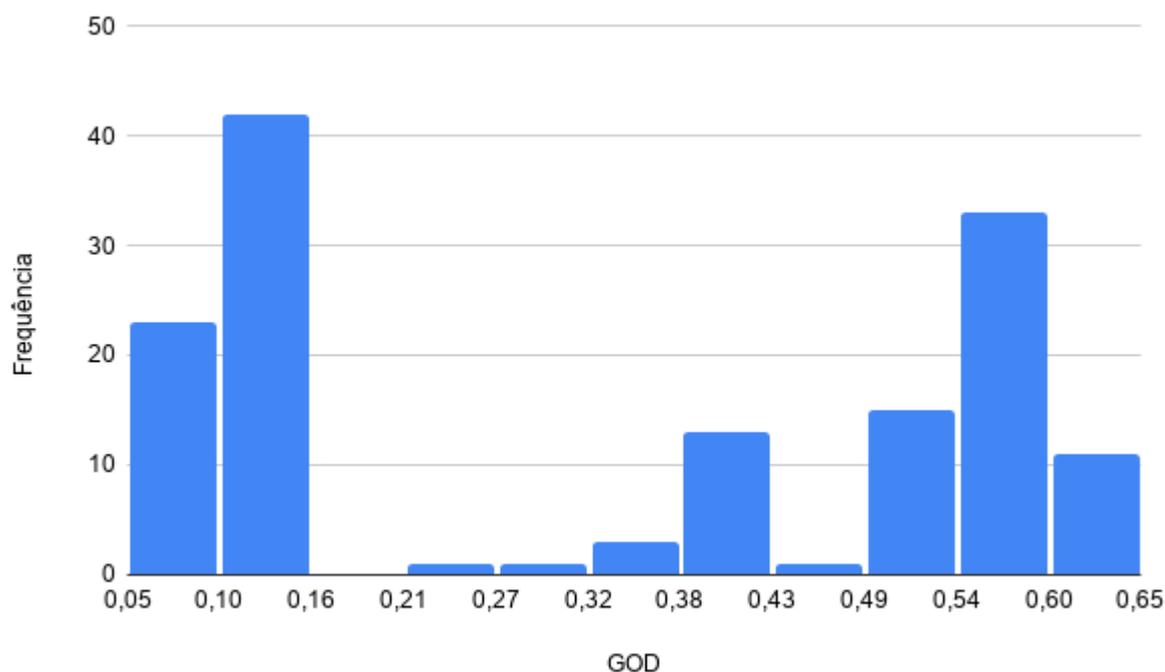
3.637 km<sup>2</sup>, e o número de poços disponíveis igual a 143, o espaçamento médio da área encontrado foi de aproximadamente 5.000 m.

$$espaçamento\ medio = \sqrt{\frac{area\ amostrada}{numero\ de\ amostras}} \quad (7.1)$$

## 7.2 Estatística univariada

A análise através de estatística univariada é necessária para descrever a população de dados estudada. Para isso foi obtido o histograma de frequência da variável GOD (Figura 14), o sumário estatístico da variável GOD (Tabela 1), e um gráfico de setores da variável classes GOD (Figura 15).

Figura 14 – Histograma de frequência da variável GOD



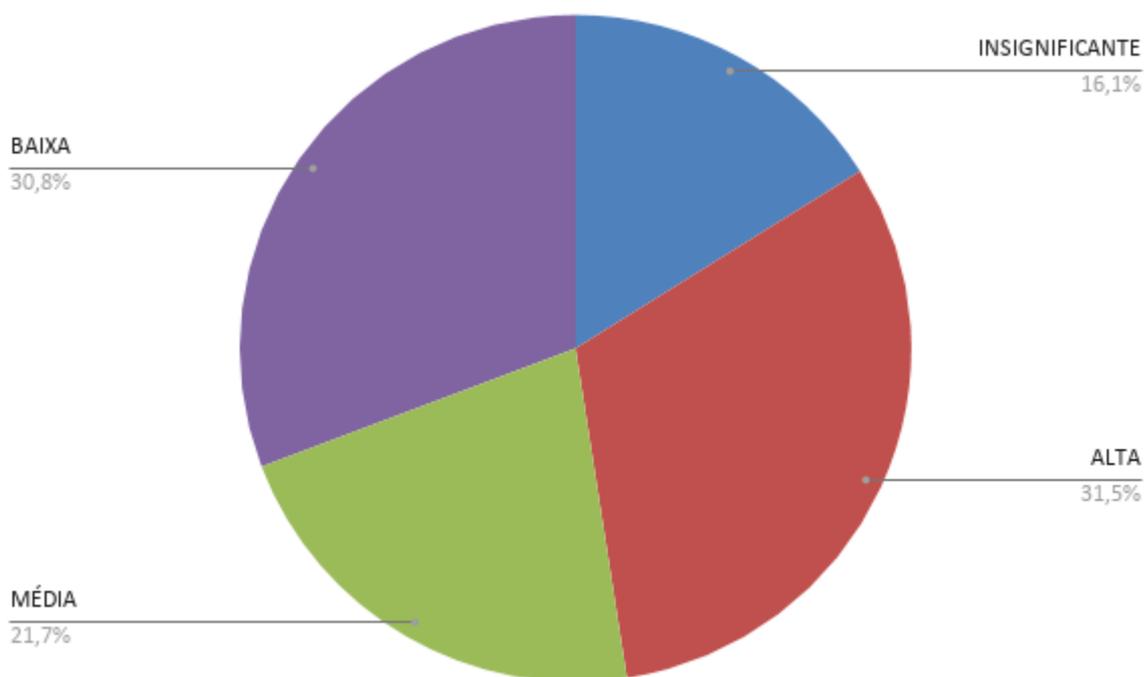
Fonte – O autor

Tabela 1 – Sumário estatístico variável GOD

Variável GOD	
Contagem	143
Mínimo	0,700
Máximo	0,6300
Média	0,3301
Mediana	0,4000
Moda	0,5600
Variância	0,0456
Desvio padrão	0,2136

Fonte – O autor

Figura 15 – gráfico de setores da variável classes GOD



Fonte – O autor

De acordo com o que foi obtido no sumário estatístico da variável GOD (Figura 1), notou-se que os valores máximos e mínimos são respectivamente 0,6300 e 0,0700. Sendo estes respectivamente classificados como de vulnerabilidade alta e insignificante, de acordo com o sistema de classificação GOD (Figura 5).

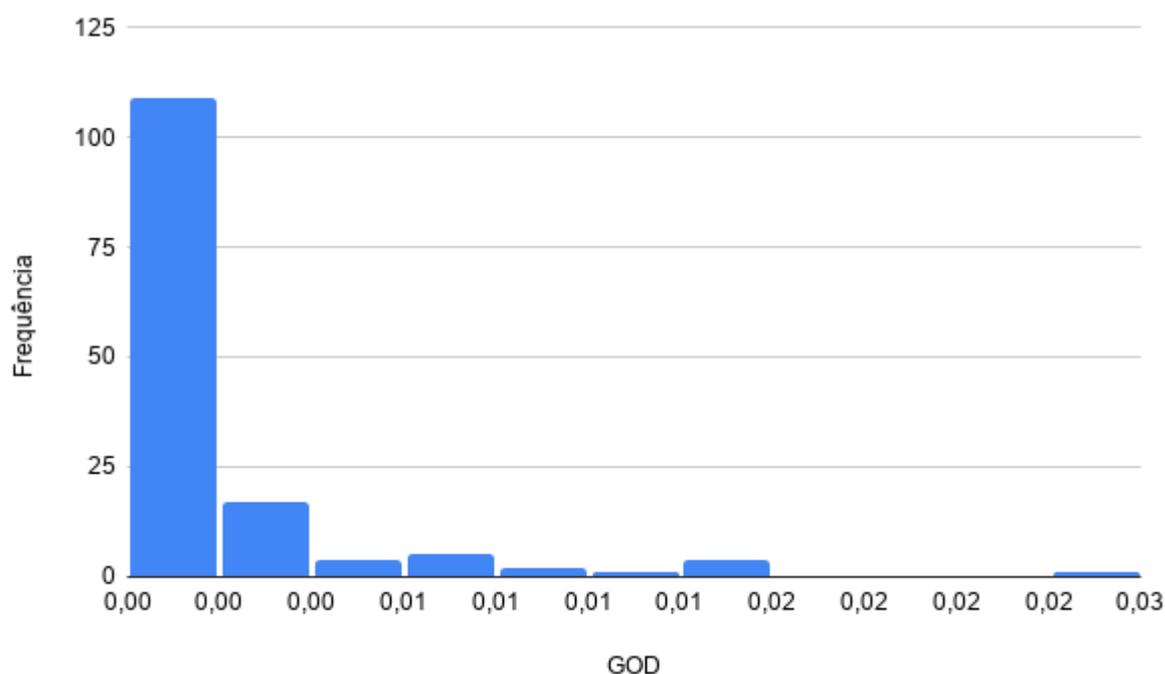
O sumário estatístico também revela que a média da variável GOD é de 0,3301 e a mediana 0,4000. Essa característica tem um impacto sobre o histograma (Figura 14), que revela ser negativamente assimétrico.

O desvio padrão, visualizado neste mesmo sumário estatístico, demonstra uma dispersão de  $\pm 0,2136$  em relação à média de 0,3301.

O gráfico de setores da variável classes GOD, revelou que dos 143 poços inseridos na área de estudo 16,1% são classificados como de vulnerabilidade insignificante; 21,7% como vulnerabilidade média; 30,8% vulnerabilidade baixa e 31,5% como vulnerabilidade alta. Ou seja, quatro das cinco classes possíveis de vulnerabilidade (Figura 5) foram identificadas nos poços, sendo a classe extrema ausente.

O agrupamento preferencial de amostras causa impacto sob as estatísticas univariadas, por isso é necessário realizar o desagrupamento desses dados. O histograma de frequências dos dados desagrupados pode ser visualizado na figura 16 e o sumário estatístico está disponível na tabela 2.

Figura 16 – Histograma dos dados desagrupados da variável GOD



Fonte – O autor

Tabela 2 – Sumário estatístico variável GOD desagrupada

Variável GOD	
Contagem	143
Mínimo	0,000
Máximo	0,0230
Média	0,0022
Mediana	0,0009
Variância	11,2945
Desvio padrão	3,0776

Fonte – O autor

O histograma da figura 16 apresenta uma forte assimetria positiva, indicando menor tendência a valores altos. Já o sumário estatístico da variável GOD desagrupada, revela uma média de 0,0022 e um desvio padrão de 3,077 entorno da média.

### 7.3 Continuidade espacial

A etapa de variografia executada no software SGeMS® carece da inserção de alguns valores para que seja possível realizar a modelagem dos variogramas a partir dos variogramas experimentais. A escolha do valor de *lag* foi definido como o valor de espaçamento médio entre as amostras, e a partir disso os parâmetros de busca foram definidos e estão na figura 17, tais valores foram escolhidos pois resultaram em uma boa estruturação do variograma omnidirecional. Além disso, os parâmetros foram definidos de forma que a multiplicação do tamanho de *lag* pelo número de *lag* não ultrapassa-se a maior dimensão da área, garantindo que a busca não fosse realizada em locais muito além dos limites da região de estudo.

Figura 17 – Parâmetros de busca do variograma omnidirecional que definiu os parâmetros de busca dos variogramas direcionais

The screenshot shows the 'Lags' and 'Directions' sections of the SGeMS software interface. The 'Lags' section has three input fields: 'Number of lags' set to 10, 'Lag separation' set to 5000, and 'Lag tolerance' set to 2500. To the right is a diagram of a line segment with 'tol' and 'separation' labels. The 'Directions' section has 'Number of directions' set to 1 and a diagram showing 'tol' and 'bandwidth' parameters. Below the diagrams is a table with the following data:

	azimuth	dip	tolerance	bandwidth	measure type	head indic. cutoff	tail indic. cutoff
1	0	0	95	10000	variogram		

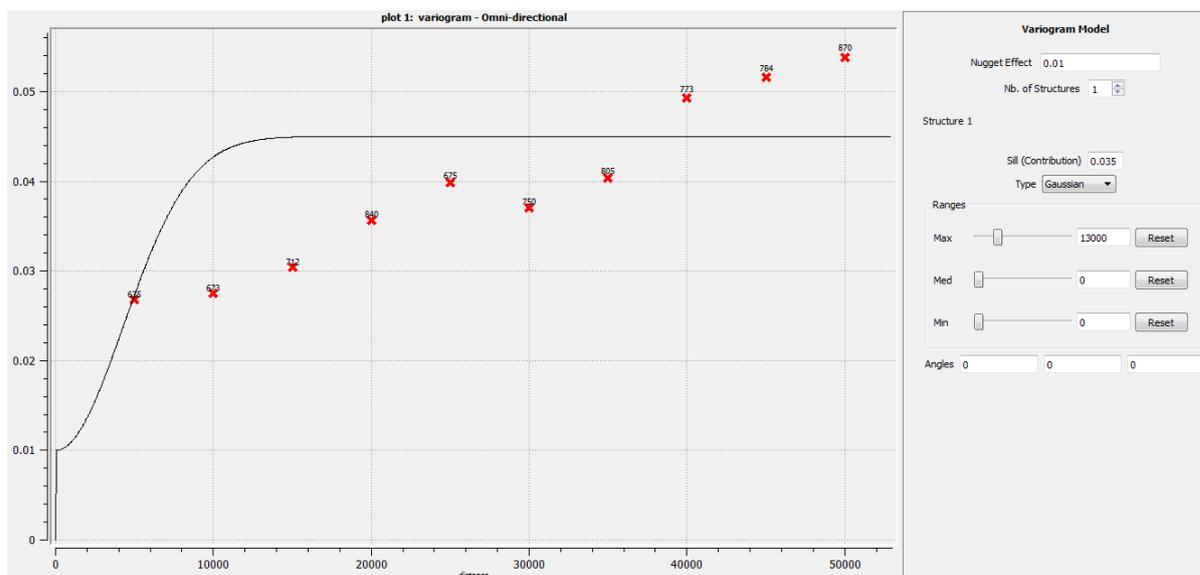
Fonte – O autor

Para ajustar o modelo de continuidade espacial definiu-se no variograma omnidirecional o valor do efeito pepita ( $C_0$ ), e a partir disso realizou-se o ajuste dos variogramas direcionais. O variograma omnidirecional que balizou a geração dos variogramas direcionais bem como os parâmetros que o define estão disponíveis na figura 18.

Como pode ser observado na figura 18, a melhor estruturação do variograma omnidirecional foi atingida por um efeito pepita ( $C_0$ ) de 0.01, uma contribuição do *sill* ( $C_1$ ) de 0.035, um alcance ( $\vec{h}$ ) de 13000 m e um modelo gaussiano.

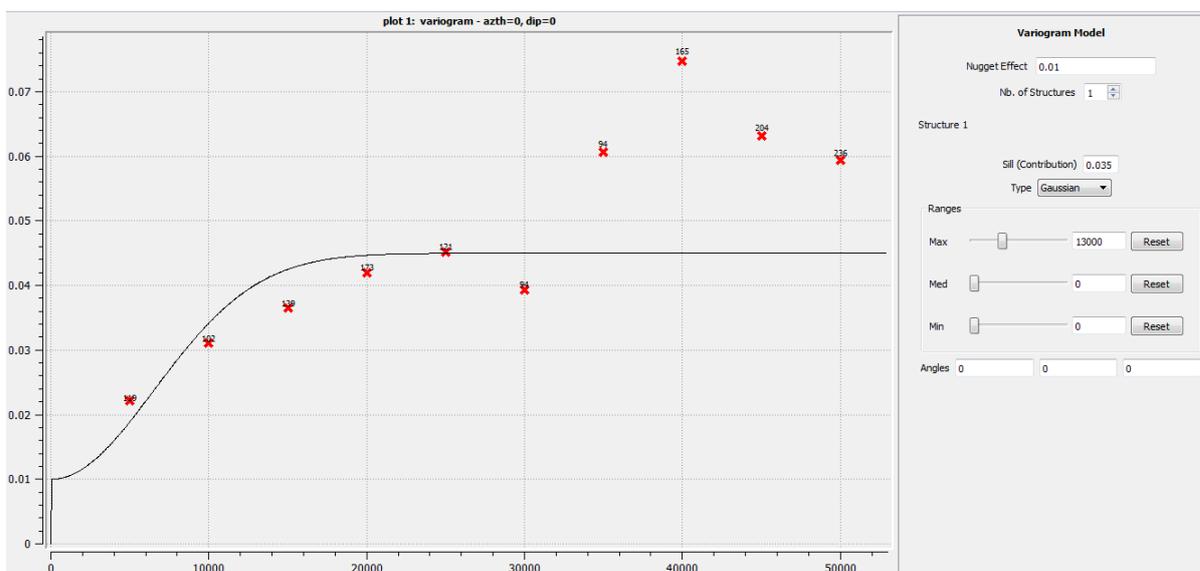
A plotagem dos variogramas direcionais foi realizada em oito direções, de 0 a 180°, ou seja, um a cada 22.5° com uma tolerância angular de 11.25° (Figuras 19 a 26).

Figura 18 – Variograma omnidirecional modelado e parâmetros de continuidade espacial



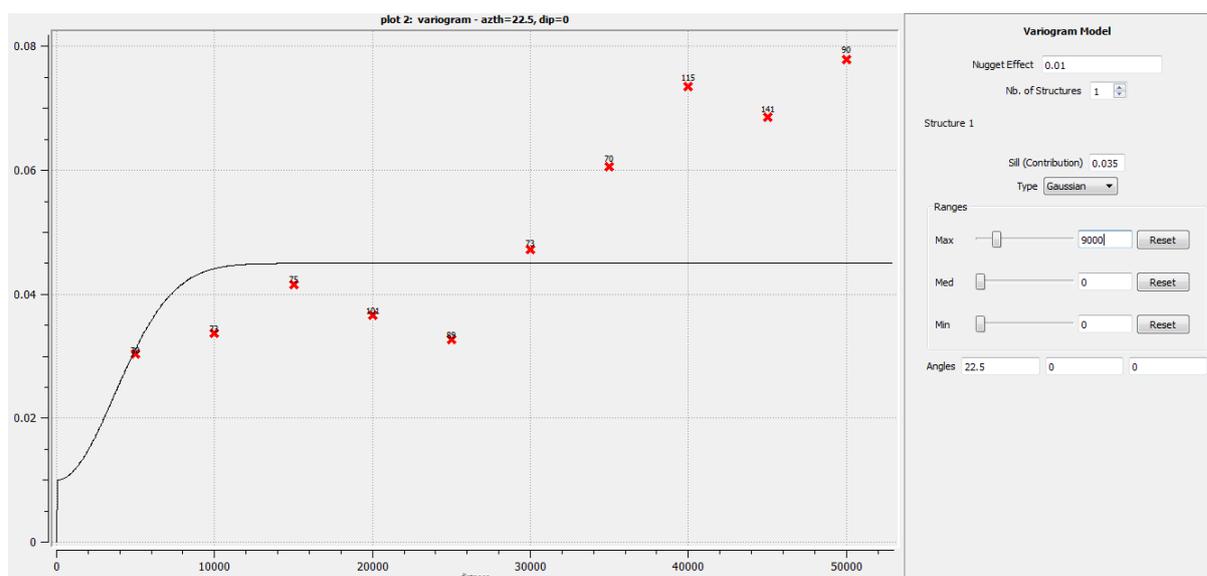
Fonte – O autor

Figura 19 – Variograma direcional modelado . Direção 0°



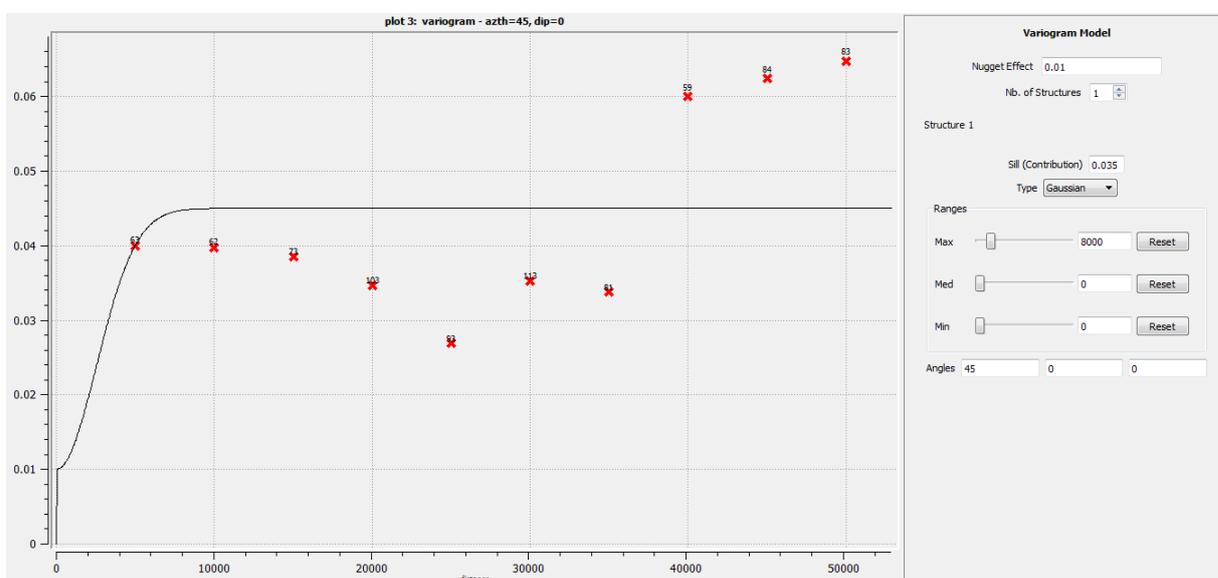
Fonte – O autor

Figura 20 – Variograma direcional modelado. Direção 22.5°



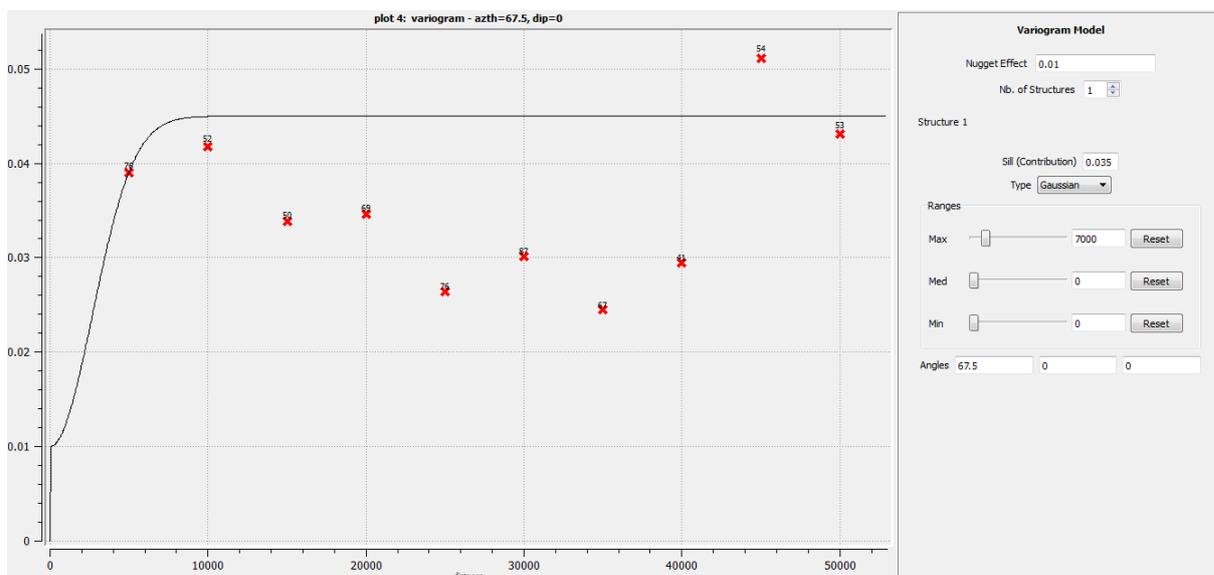
Fonte – O autor

Figura 21 – Variograma direcional modelado. Direção 45°



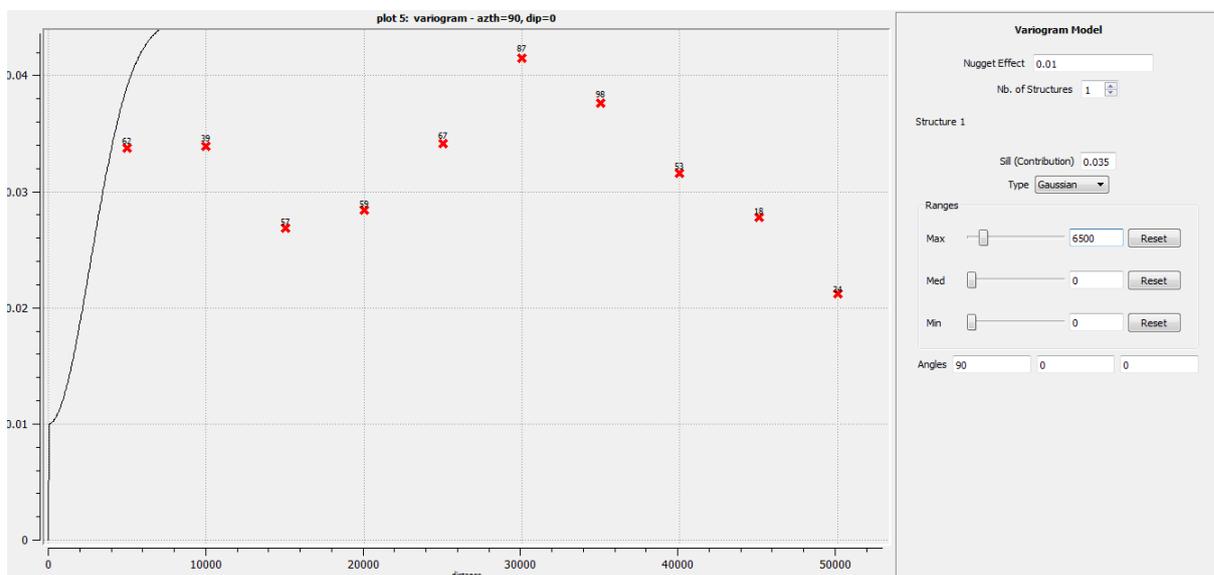
Fonte – O autor

Figura 22 – Variograma direcional modelado. Direção 67.5°



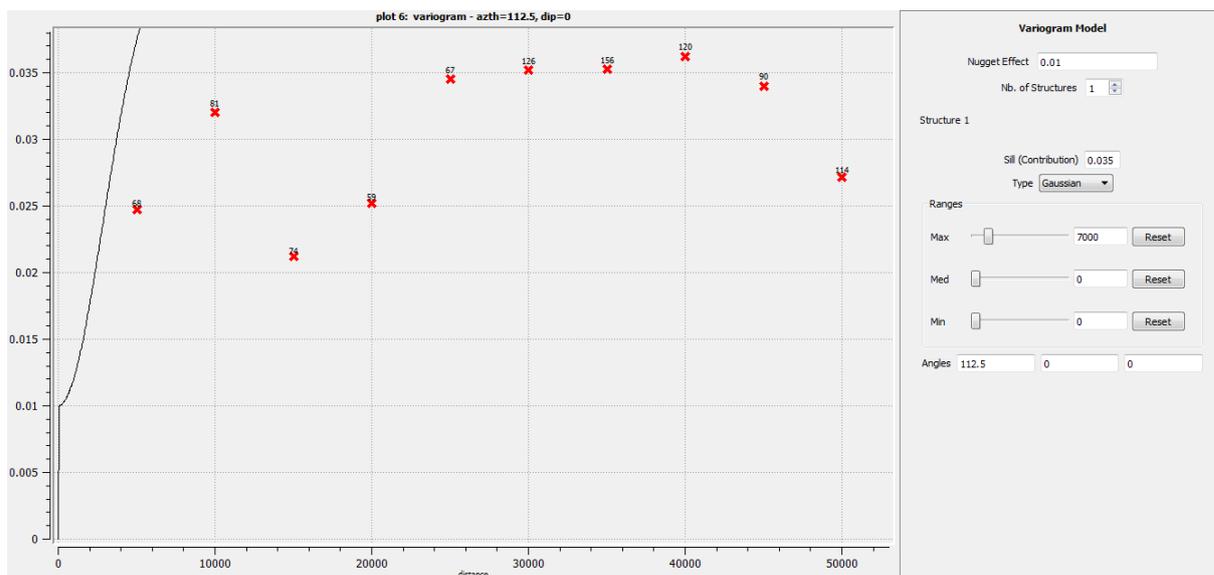
Fonte – O autor

Figura 23 – Variograma direcional modelado. Direção 90°



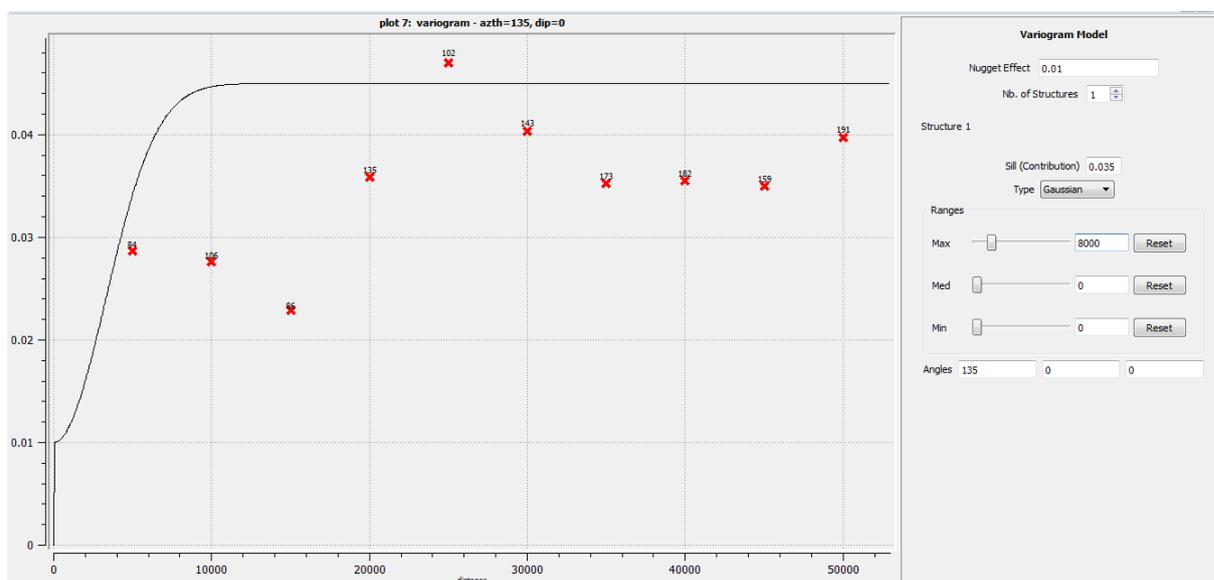
Fonte – O autor

Figura 24 – Variograma direcional modelado. Direção 112.5°



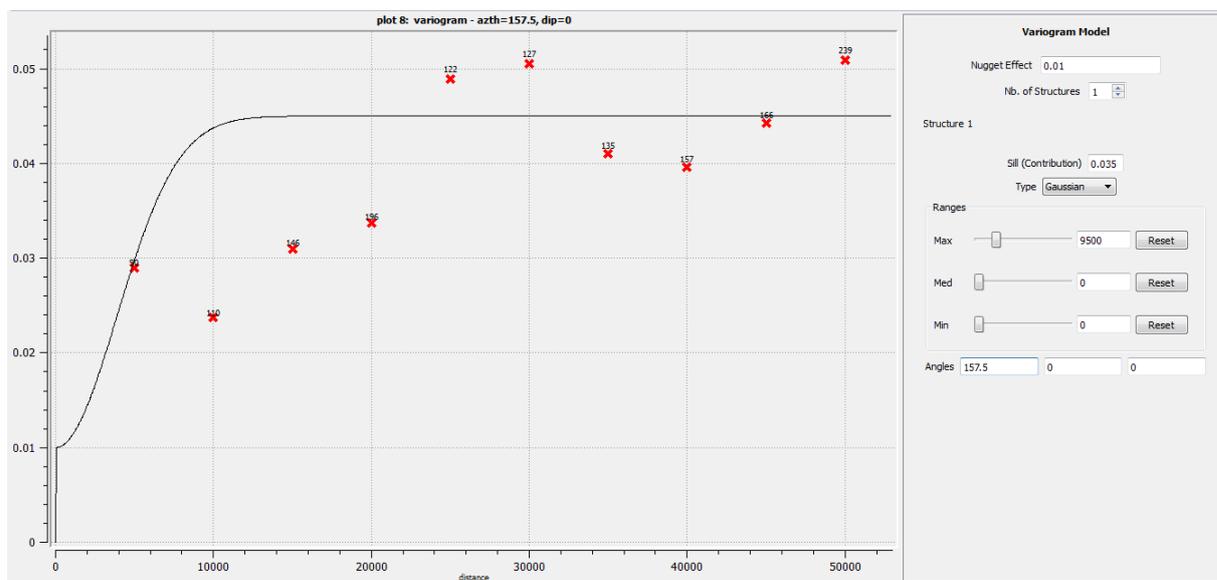
Fonte – O autor

Figura 25 – Variograma direcional modelado. Direção 135°



Fonte – O autor

Figura 26 – Variograma direcional modelado. Direção 157.5°



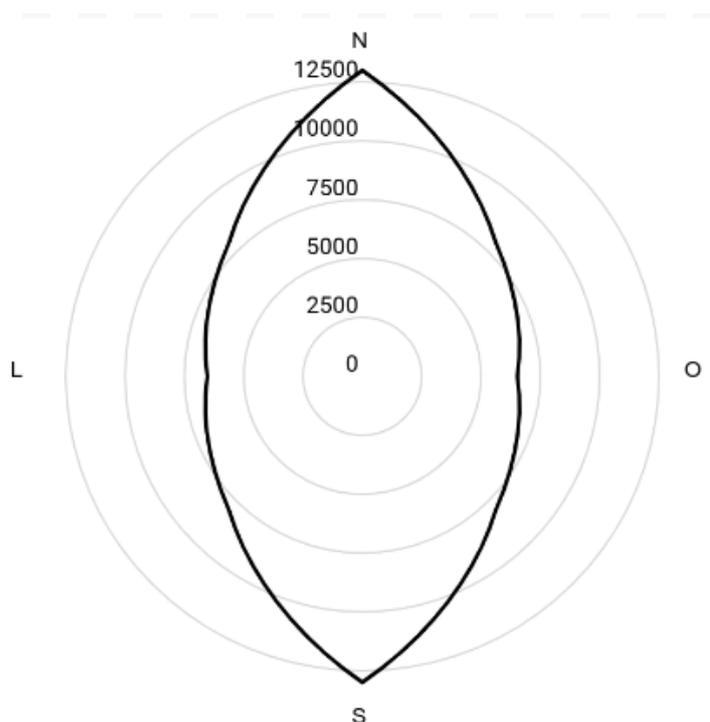
Fonte – O autor

Os variogramas direcionais (figura 19 a 26) definem a anisotropia do índice GOD para a BHRP. Pois definem para cada direção, em que alcance os pares de amostras deixam de ter correlação entre si.

A direção que possui maior alcance é a norte sul, ou 0°(Figura 19). Onde o variograma demonstra que o patamar é atingido quando o alcance é igual a 13000 m. Já o alcance médio fica na direção nordeste sudoeste, ou 45°, mostrado na figura 21 com um alcance de 8000 m. E o menor alcance ocorre na direção leste oeste

Como cada um dos variogramas obteve um alcance específico, dependente da continuidade espacial dos dados, e assim foi possível encontrar a anisotropia do fenômeno, apresentada pela elipse da figura 27.

Figura 27 – Elipse de anisotropia da variável GOD



Fonte – O autor

O que fica evidenciado na figura 27 é que o índice GOD na BHRP possui maior continuidade espacial na direção norte sul; continuidade espacial média na direção nordeste sudoeste; e menor continuidade espacial na direção leste oeste. Ou seja, o índice GOD para a BHRP é um fenômeno anisotrópico.

#### 7.4 Validação cruzada

A finalidade da técnica de validação cruzada é estabelecer qual estimativa exibe maior assertividade. Funciona através da comparação entre os dados reais e os estimados, essa comparação é feita entre a diferença desses dois tipos de dados, e o resultado é o erro.

Uma vez que todos os dados possuem os erros calculados, técnicas de estatística descritiva são aplicadas sobre essa informação. As estimativas que obterem média de erro mais próxima a zero são as que possuem menor chance de errar, e as que apresentarem menor desvio padrão são as que quando erram, erram menos. Ou seja, essas duas medidas definem a acuracidade e a precisão de um estimador.

Outra medida que é utilizada para saber se um estimador é melhor que o outro é o coeficiente de pearson que é a correlação linear entre duas variáveis, em que nesse caso são os dados medidos e os estimados.

A aplicação de validação cruzada é uma das maneiras disponíveis para validação de um modelo, e é aplicada tanto para validar os parâmetros da Krigagem quanto para comparar

a estimativa entre interpoladores clássicos. E é justamente isso o que será apresentado nas próximas duas sessões deste trabalho.

#### 7.4.1 Validação da Krigagem Ordinária

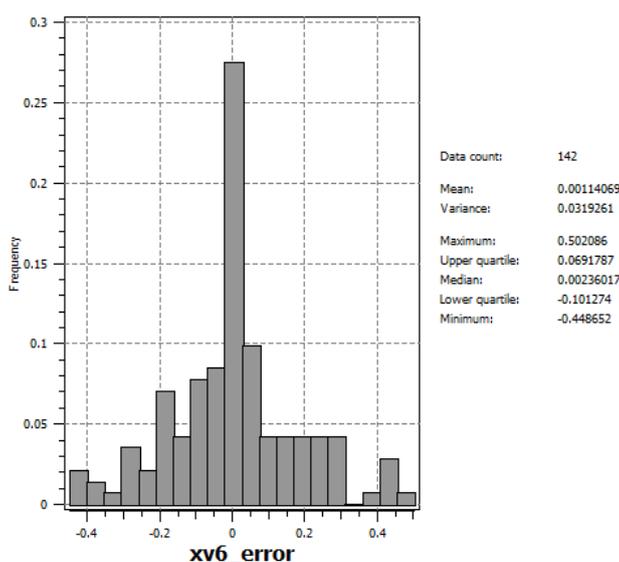
O software SGeMS® possui uma rotina própria para a validação cruzada dos interpoladores que possui. A rotina utilizada nesse trabalho foi a pertinente a validação de modelos criados por Krigagem Ordinária.

De posse dos valores referentes a anisotropia do fenômeno obtidos na etapa anterior, foi executada a validação dos dos parâmetros de busca da Krigagem, ao total foram realizados oito testes distintos objetivando obter a menor média de erro, o menor desvio padrão.

Dentre as possibilidades de testes disponíveis para realizar a validação cruzada dos parâmetros da KO, nesse trabalho foram efetuados os testes referentes a calibração do elipsoide de busca da estimativa. Nesse contexto os valores testados foram os números de amostras utilizados para realizar a estimativa. Números máximo e mínimos de amostras foram sendo variados, até valores aceitáveis serem encontrados.

As ferramentas utilizadas para realizar essa comparação foram, o sumário estatístico e histogramas de frequência. Que por sua vez estão disponíveis no anexo desse trabalho através de uma tabela de testes. Já o teste que obteve melhor resultado foi o denominado XV6 e seus resultados, apresentados na figura 28, mostram que o erro da estimativa nesse caso é de 0.00114069, com uma variância de 0,0319261 ( $\sigma = 0,1787$ ), indicando portanto uma tendência a superestimação.

Figura 28 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV6



Fonte – O autor

### 7.4.2 Validação dos interpoladores clássicos

O software Surfer® oferece rotina de validação cruzada para os interpoladores que disponibiliza. Essa rotina foi aplicada para os interpoladores Vizinho mais próximo, mínima curvatura e inverso da distância ao quadrado, buscando obter dentre eles o que apresentava menor média e desvio padrão do erro da estimativa.

As ferramentas usadas para realizar essa comparação foram sumário estatístico e histograma de frequências, que por sua vez foram obtidos no Google Sheets, utilizando os dados de saída da validação cruzada do Surfer®.

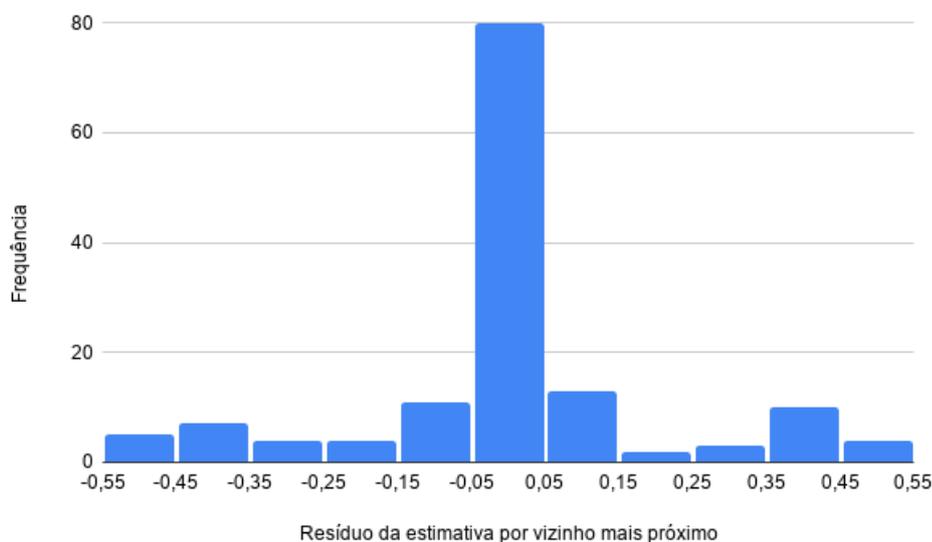
O interpolador que apresentou os melhores resultados foi o vizinho mais próximo, tais resultados estão disponíveis na tabela 3 e figura 29. Já os resultados obtidos pelos demais interpoladores estão disponíveis no anexo desse trabalho.

Tabela 3 – Sumário estatístico do resíduo de VMP

Resíduo VMP	
Contagem	143
Média	0,0012
Desvio padrão	0,2102

Fonte – O autor

Figura 29 – Histograma de frequência do erro do interpolador VMP.



Fonte – O autor

O VMP obteve o melhor resultado dentre os interpoladores clássicos pois de acordo com o sumário estatístico e o histograma de frequências (Tabela 3 e Figura 29), ele foi o que apresentou menor média (0,0017) e desvio padrão de erro (0,2102), produzindo tendência de superestimativa.

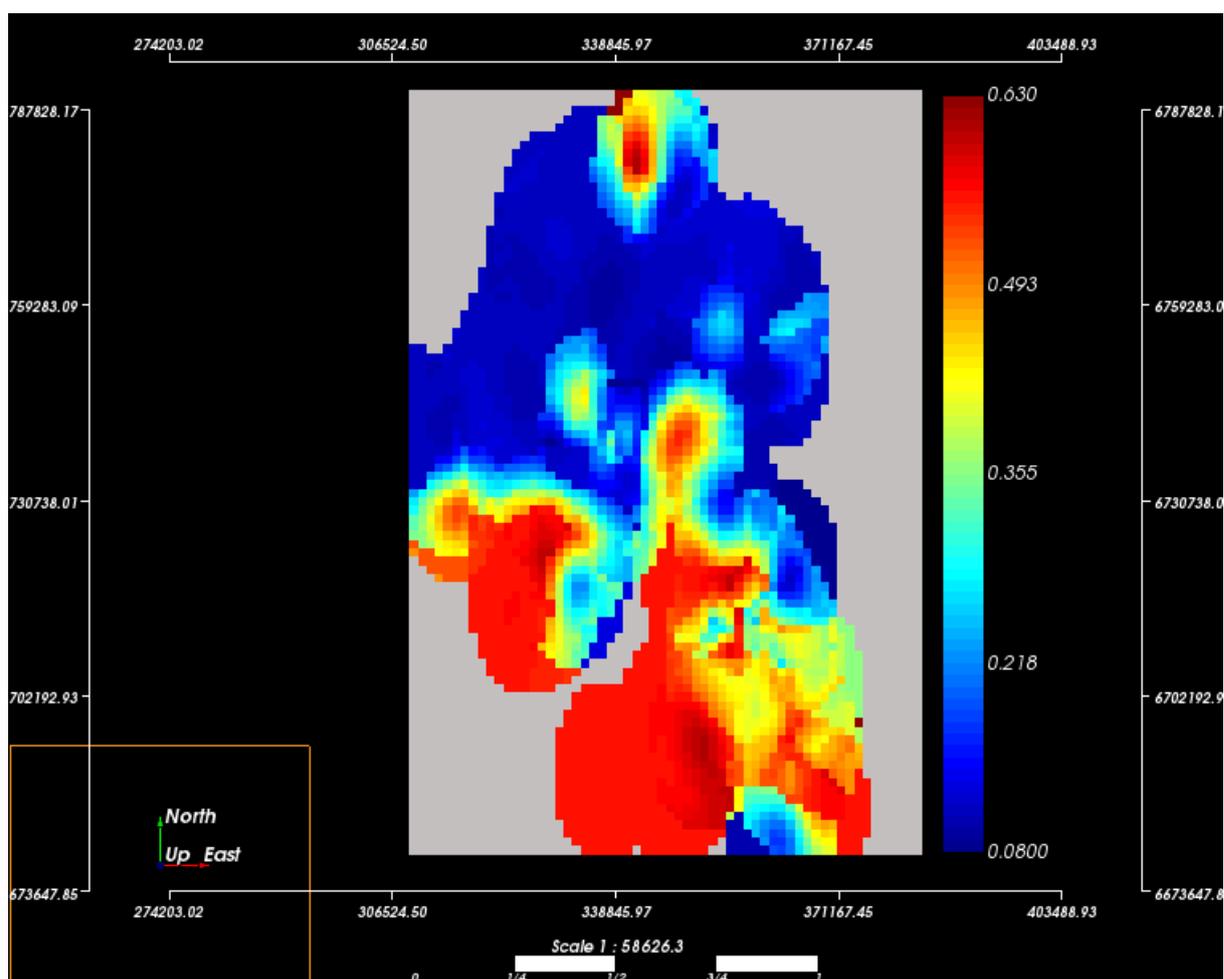
### 7.4.3 Validação do melhor interpolador

De posse dos resultados obtidos, foi possível realizar a comparação entre os interpoladores VMP e KO, que demonstrou que ambos possuem resultados muito semelhantes, com tendência a uma leve superestimação da estimativa, porém que a KO ainda é superior, pois obteve média de erro de  $0,0011 \pm 0,1787$ . Enquanto que o VMP obteve média de erro de  $0,0017 \pm 0,2102$ .

### 7.5 Estimativa do modelo

Uma vez que a KO foi definida como a melhor técnica de estimativa para esta situação, a geração do modelo pôde ser executada. Para isso, através do software SGeMs®, foram utilizados os parâmetros validados pela validação cruzada e o modelo que representa a vulnerabilidade à contaminação da BHRP foi produzido e está disponível na figura 30 e o mapa da variância de Krigagem é apresentado em seguida, na figura 32.

Figura 30 – Modelo de distribuição espacial do índice GOD para a bacia hidrográfica do Rio Pardo

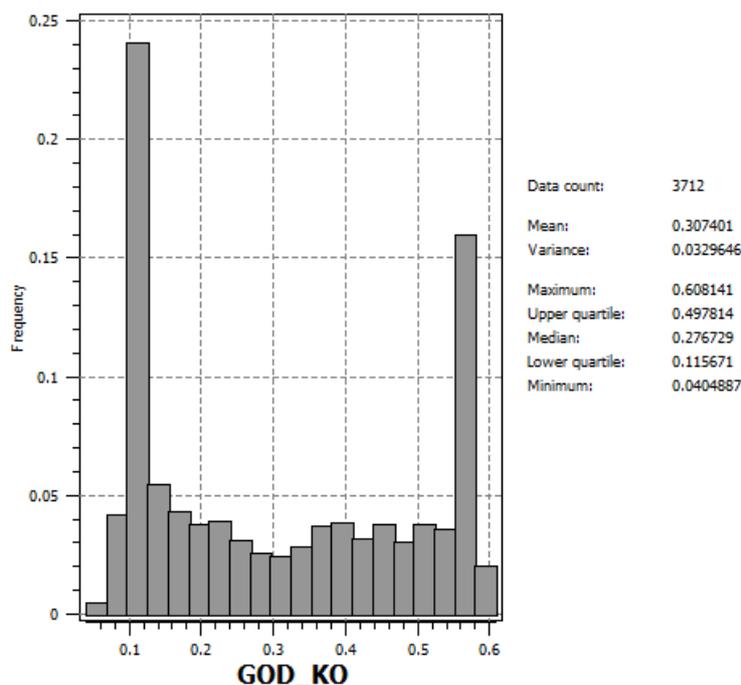


Fonte – O autor

De acordo com a figura 30, a BHRP apresenta uma certa regionalização preferencial do índice de vulnerabilidade GOD, sendo que, os índices de vulnerabilidade médio e alto, predominam na região sul, enquanto que os índices moderado e baixo predominam na região norte.

A fim de observar a distribuição de frequências dos dados obtidos por KO. Um histograma da estimativa foi obtido e está disponível na figura 31.

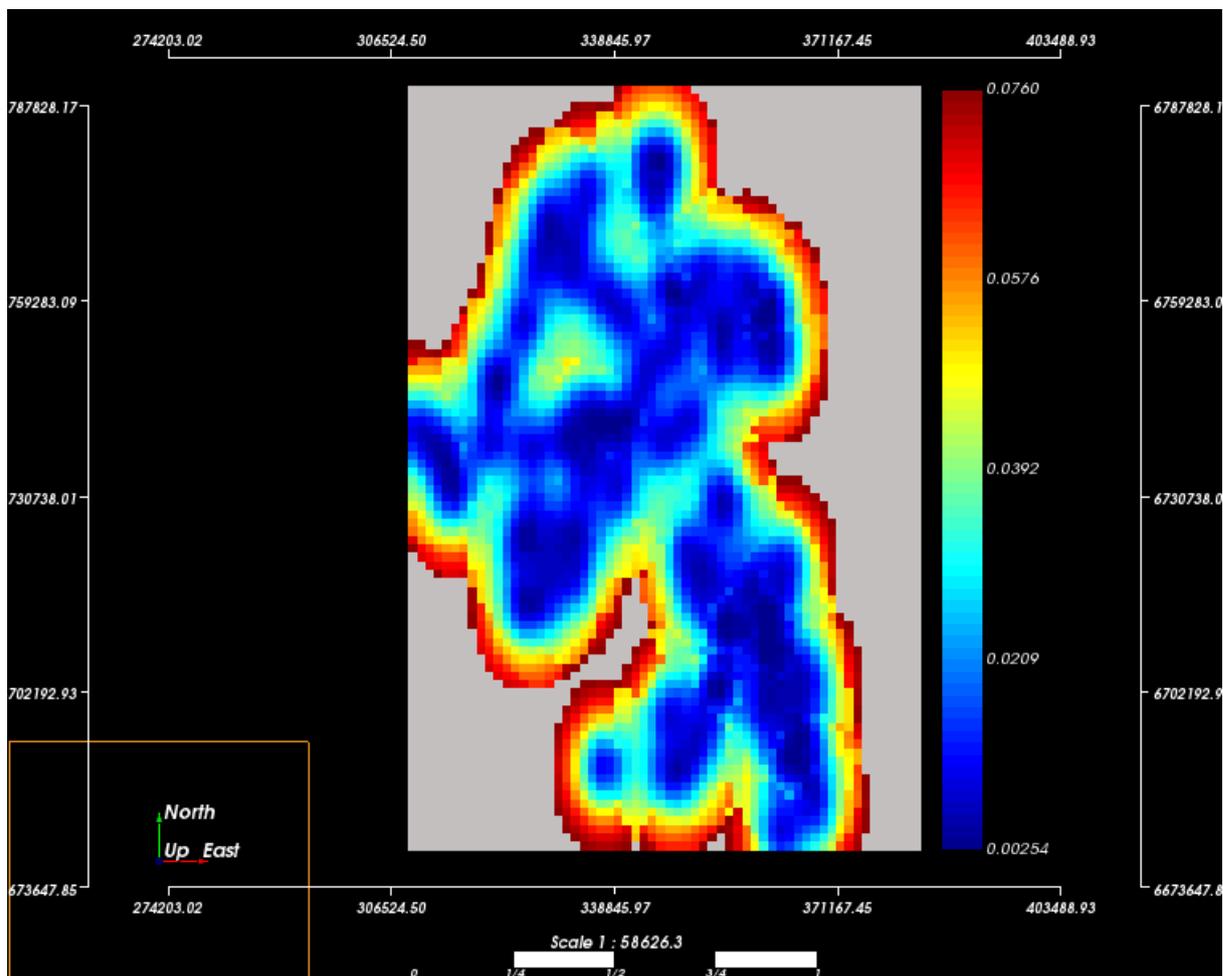
Figura 31 – Histograma e sumário estatístico da estimativa por KO



Fonte – O autor

Segundo a figura 31, a estimativa foi realizada em 3712 pontos, com uma média de 0,307401 e uma variância de 0,0329646.

Figura 32 – Variância de Krigagem do modelo de distribuição espacial do índice GOD para a bacia hidrográfica do Rio Pardo



Fonte – O autor

A figura 32, demonstra que a estimativa ocorreu com maior variabilidade nas bordas da área, e que isso foi gradativamente diminuindo em direção as regiões mais populadas por amostras.

## 8 DISCUSSÕES

Para alcançar o objetivo desse trabalho (Figura 30), diversos resultados interdependentes precisaram ser obtidos.

O mapa de localização de pontos (Figura 13), demonstra que existe áreas com maiores concentrações de amostras (*clusters*) tal agrupamento preferencial pode estar impactando sobre a estatística univariada da variável GOD, e uma estatística univariada dos dados desagrupados pode ser mais representativa do que aqui foi apresentada (SOUZA et al., 2001). Porém, isso não afeta os resultados subsequentes desse trabalho, como variografia e Krigagem, que dependem de uma estatística sem ponderação para serem executadas.

A Krigagem é um método de interpolação que considera a anisotropia do fenômeno estudado durante as estimativas, o que não ocorre através de interpoladores clássicos que funcionam através de funções determinísticas (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989). Isso pode ter sido o fator preponderante para atingir os melhores parâmetros obtidos na validação cruzada (Figura 28). Porém vale ressaltar que o interpolador VMP obteve resultados muito próximos ao da KO (Figuras 3 e 29). Isso pode indicar que os parâmetros de variabilidade espacial, geometria do *grid* e raio de busca da Krigagem podem ser melhor calibrados em trabalhos futuros. Ou seja, realizar testes mais aprofundados na validação cruzada pode trazer resultados mais robustos (SINCLAIR; BLACKWELL, 2004). Outros métodos de validação também são recomendados, como por exemplo análise de deriva.

Rochas sedimentares e coberturas quartenárias são predominantes na região sul da bacia (CPRM, 2006), que por sua vez oferecem menos proteção às águas subterrâneas do que rochas cristalinas (FOSTER et al., 2002). Esses dois fatores, associados a uma cobertura rochosa menos espessa, provavelmente estão controlando a dispersão de maior vulnerabilidade à contaminação na parte sul da bacia, enquanto o oposto ocorre na região norte, como é demonstrado pelo modelo obtido nesse trabalho (Figura 30). Cabe ressaltar que a região sul da BHRP também é onde se concentra maior número de população e empreendimentos agro industriais (SEMA, 2005), e isso pode ser um fator agravante á vulnerabilidade a contaminação das águas subterrâneas (FOSTER et al., 2002).

O que o mapa de variância de Krigagem (Figura 32) exhibe na pratica é que a estimativa desse modelo é menos representativa nas regiões de contorno. Isso provavelmente ocorre pois o aumento da variabilidade com o progressivo distanciamento entre as amostras é algo intrínseco a diversos fenômenos naturais (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989).

### 8.1 Considerações finais

De acordo com os resultados alcançados, é possível considerar que a KO, mesmo com uma baixa calibração de seus parâmetros, oferece uma boa estimativa do modelo de distribuição espacial do índice GOD para a BHRP. Sendo assim, o modelo gerado constitui um indicador de como o índice GOD se distribui na BHRP.

## REFERÊNCIAS

- ABDULLAH, T. O. et al. Groundwater Vulnerability Using DRASTIC and COP Models: Case Study of Halabja Saidsadiq Basin, Iraq. **Engineering**, v. 08, n. 11, p. 741–760, 2016. ISSN 1947-3931.
- BABISH, G. Geostatistics Without Tears. **Distribution**, p. 1–116, 2006.
- CPRM. Mapa Geológico Do Estado Do Rio Grande Do Sul. **Projeto Geologia do Brasil ao Milionésimo**, 2006.
- CPRM. Mapa hidrogeológico do Estado do Rio Grande do Sul . **Projeto mapa hidrogeológico do Estado do Rio Grande do Sul**, 2007.
- FOSTER, S. et al. **Proteção da Qualidade da Água Subterrânea**. [S.l.: s.n.], 2002. 105 p.
- ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA, M. R. **Applied Geostatistics**. New York: Oxford University Press, Inc., 1989. 558 p. ISBN 978-0-19-605013-4.
- NRC. **Ground Water Vulnerability Assessment: Predicting Relative Contamination Potential Under Conditions of Uncertainty**. Washington, DC: The National Academies Press, 1993. ISBN 978-0-309-04799-9.
- OLIVEIRA, C. P. Caderno Técnico - Águas Subterrâneas: Fontes legais e seguras de abastecimento. p. 112, 2012.
- SANTOS, H. S.; CUNHA, G. N. Avaliação Qualitativa das Técnicas de Interpolação de Mínima Curvatura , Krigagem e Bidirecional na Formação de Imagens. **Revista de Engenharias da Faculdade Salesiana**, v. 4, p. 2–16, 2016.
- SEMA. **Consolidação do Conhecimento sobre os Recursos Hídricos da Bacia do Rio Pardo e Elaboração do Programa de Ações da Sub-Bacia do Rio Pardinho**. [S.l.], 2005. 58 p.
- SINCLAIR, A. J.; BLACKWELL, G. H. **Applied Mineral Inventory Estimation**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004. 400 p. ISBN 0511031459.
- SOUZA, G. S. de et al. Krigagem Ordinária E Inverso Do Quadrado Da Distância Aplicados Na Espacialização De Atributos Químicos De Um Argissolo. **Scientia Agraria**, v. 11, n. 1, p. 073, 2010. ISSN 1519-1125.
- SOUZA, L. E. de et al. Impacto do agrupamento preferencial de amostras na inferência estatística: aplicações em mineração. **Rem: Revista Escola de Minas**, Escola de Minas, v. 54, n. 4, p. 257–266, dec 2001. ISSN 0370-4467.
- SURFER®. Surfer® Full User’s Guide. 2015.

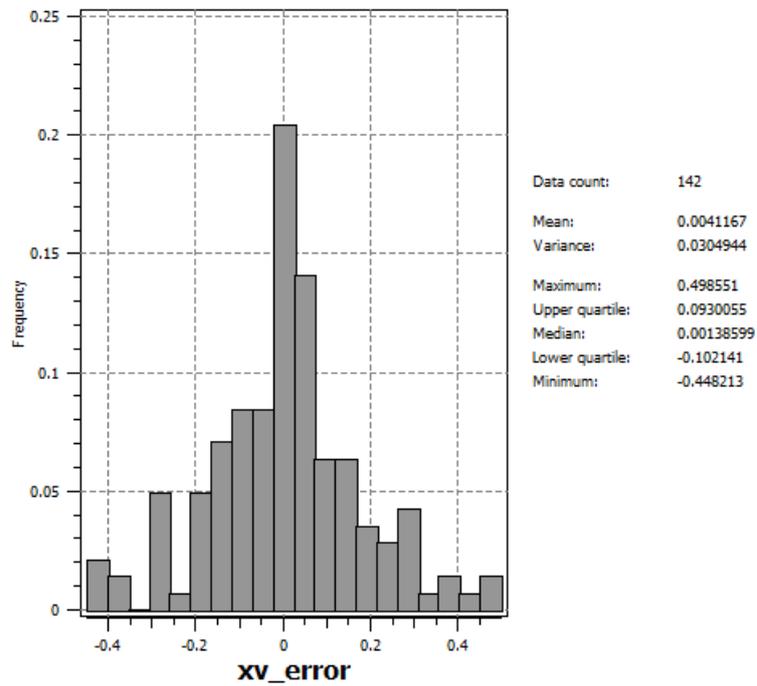
## ANEXO A – VALIDAÇÃO DA KRIGAGEM

Figura 33 – Validação dos parâmetros de busca da Krigagem

Geometria do grid								
	XV1	XV2	XV3	XV4	XV5	XV6	XV7	XV8
N° células em x	60	60	60	60	60	60	60	60
Tamanho células em x	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200
Origem em x	309206	309206	309206	309206	309206	309206	309206	309206
N° células em y	90	90	90	90	90	90	90	90
Tamanho células em y	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200
Origem em y	6679190	6679190	6679190	6679190	6679190	6679190	6679190	6679190
Parâmetros de busca da krigagem								
Dcretização em x	5	5	5	5	5	5	5	5
Dcretização em y	5	5	5	5	5	5	5	5
Mínimo para krigagem	0	1	1	1	1	1	1	1
Máximo para krigagem	12	8	16	32	64	4	3	2
Alcance máximo	13000	13000	13000	13000	13000	13000	13000	13000
Alcance médio	8000	8000	8000	8000	8000	8000	8000	8000
Alcance mínimo	6500	6500	6500	6500	6500	6500	6500	6500
Azimute	0	0	0	0	0	0	0	0
Parâmetros de continuidade espacial								
Modelo	Gaussiano	Gaussiano	Gaussiano	Gaussiano	Gaussiano	Gaussiano	Gaussiano	Gaussiano
c0	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010
c1	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035
Alcance máximo	13000	13000	13000	13000	13000	13000	13000	13000
Alcance médio	8000	8000	8000	8000	8000	8000	8000	8000
Alcance mínimo	6500	6500	6500	6500	6500	6500	6500	6500
Azimute	0	0	0	0	0	0	0	0
Resultados da validação cruzada								
Média do erro	0,0041167	0,00280683	0,00357404	3,58159E-03	0,0363102	0,00114069	0,00373179	0,00554774
Variância do erro	0,0304944	0,0314465	0,306032	3,05E-02	0,0305424	0,0319261	0,0335501	0,0348419
Desvio padrão do erro	0,1746264585	0,1773316103	0,5532015907	0,1747151968	0,1747638407	0,178678762	0,1831668638	0,1866598511

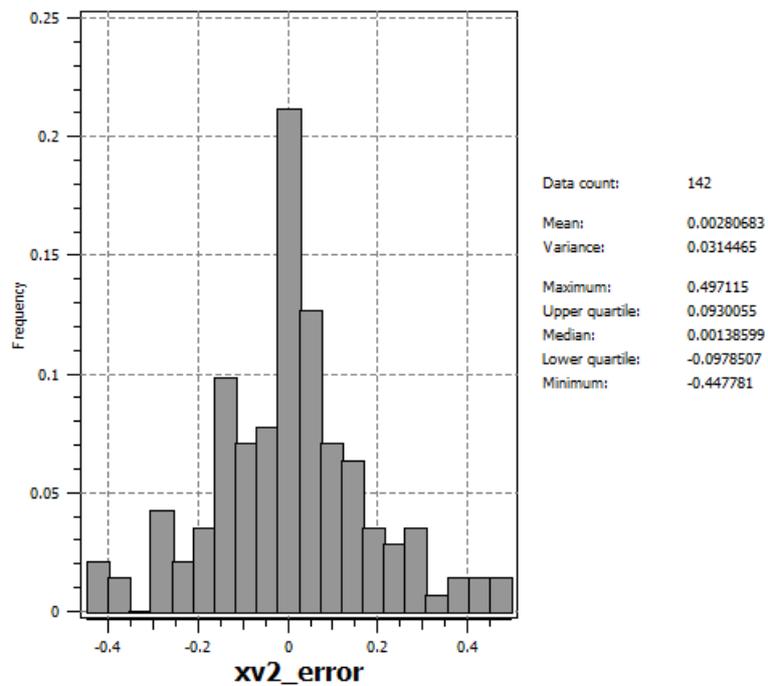
Fonte – O autor

Figura 34 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV1



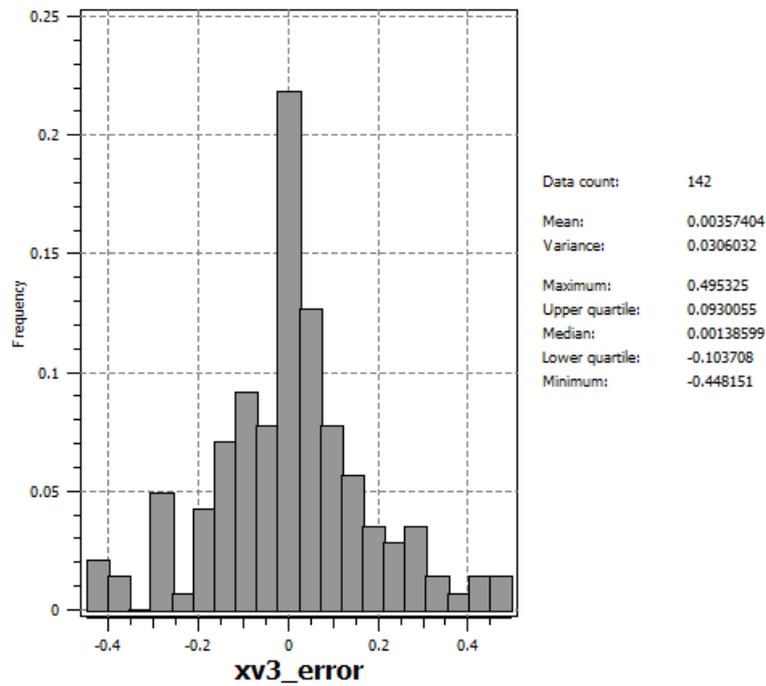
Fonte – O autor

Figura 35 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV2



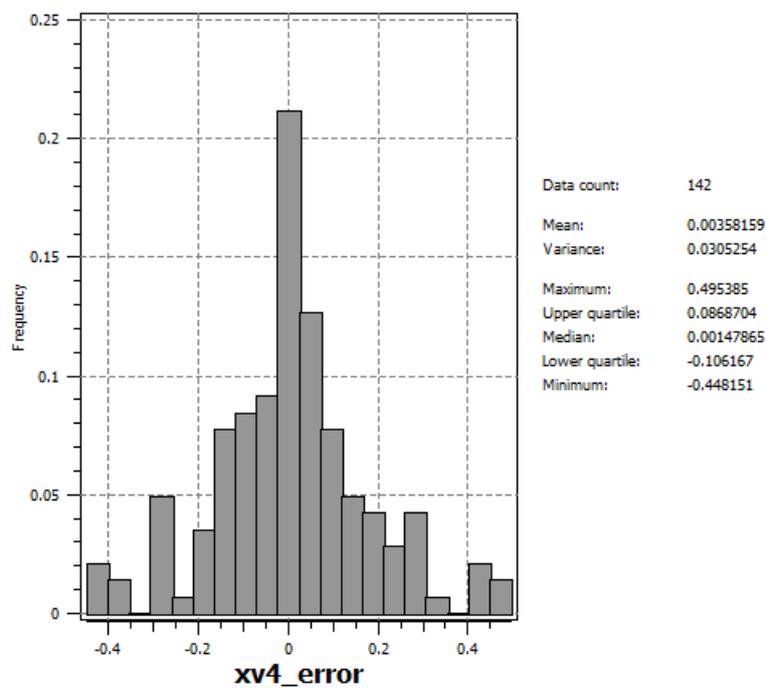
Fonte – O autor

Figura 36 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV3



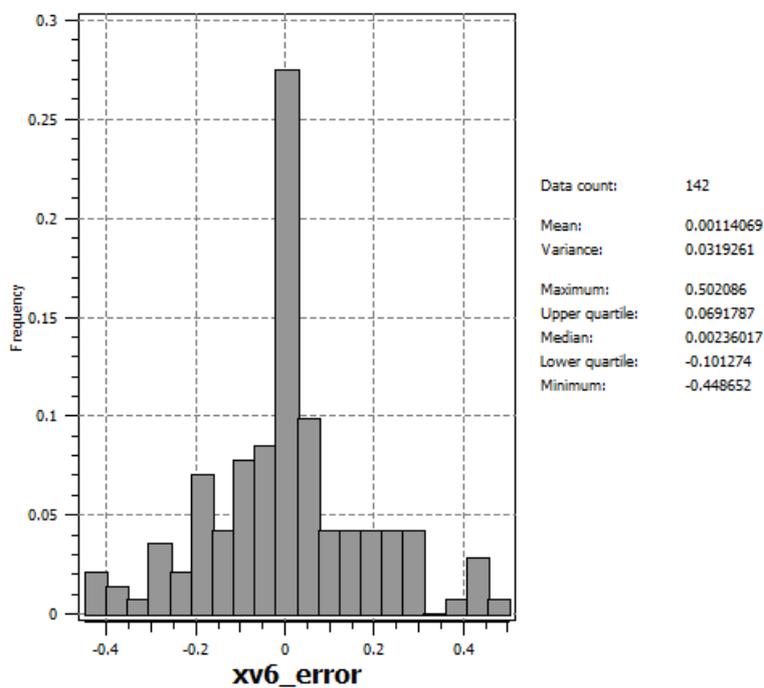
Fonte – O autor

Figura 37 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV4



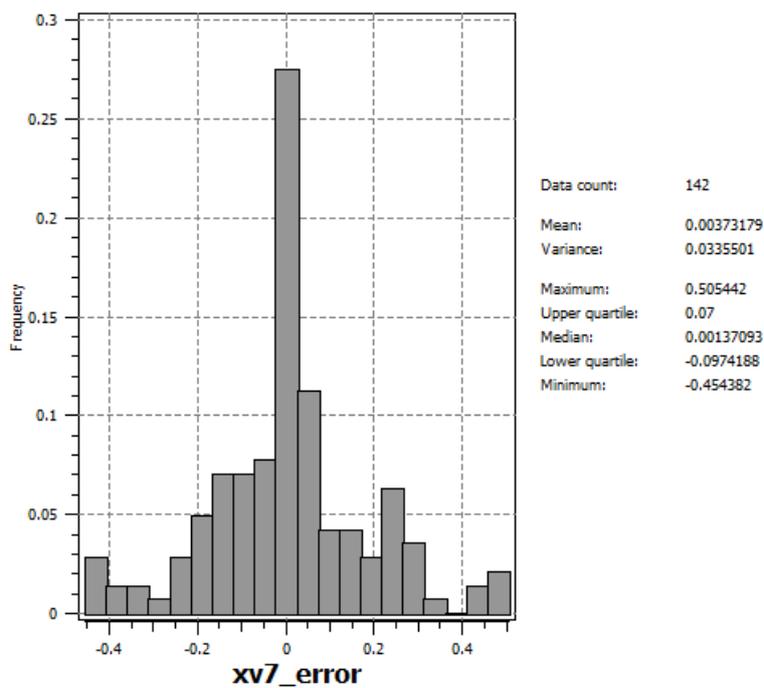
Fonte – O autor

Figura 38 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV5



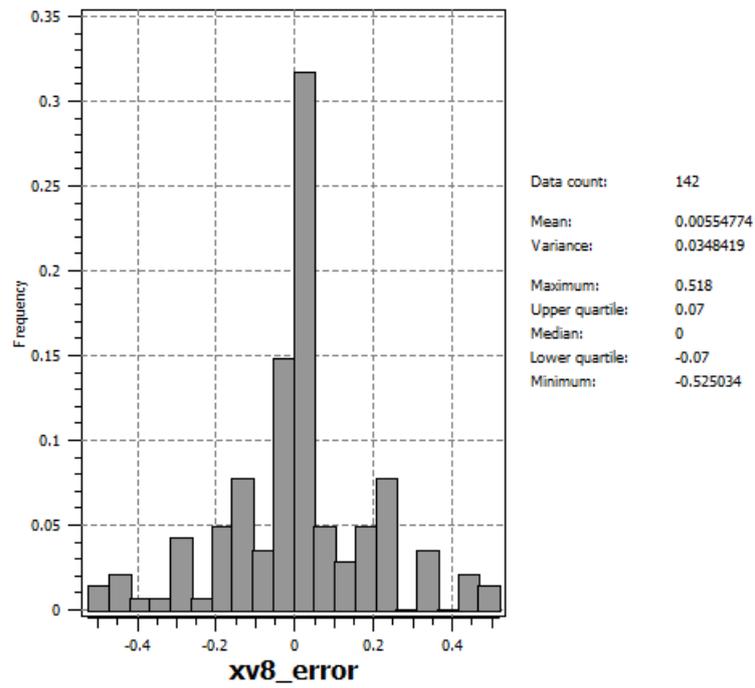
Fonte – O autor

Figura 39 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV7



Fonte – O autor

Figura 40 – Histograma e sumário estatístico do viés do teste XV8



Fonte – O autor

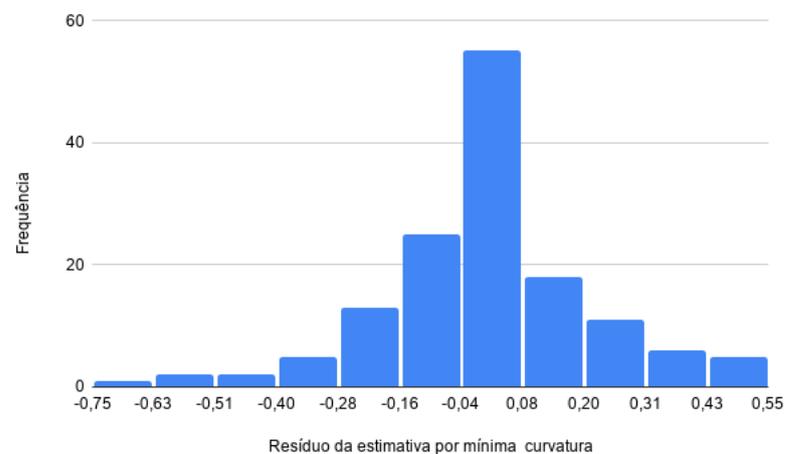
## ANEXO B – VALIDAÇÃO DOS INTERPOLADORES CLÁSSICOS

Figura 41 – Sumário estatístico dos resíduos dos interpoladores clássicos

Medida	Vizinho mais próximo	IQD	Mínima curvatura
Contagem	143	143	143
Mínimo	-0,5180	-0,4632	-0,7019
Máximo	0,5180	0,5115	0,5094
Média	0,001161	0,0028	0,0040
Mediana	0,0000	0,0000	-0,0014
Moda	0,0000	#N/A	#N/A
Variância	0,0442	0,0343	0,0411
Desvio padrão	0,2102	0,1852	0,2027

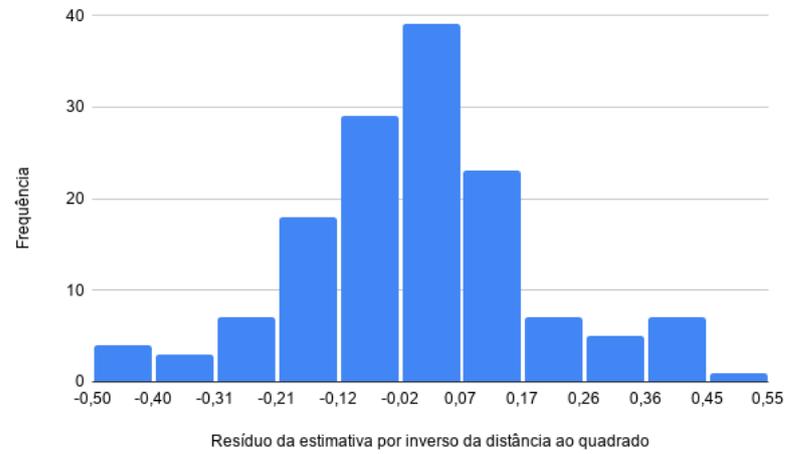
Fonte – O autor

Figura 42 – Histograma do viés do interpolador MC



Fonte – O autor

Figura 43 – Histograma do viés do interpolador IQD



Fonte – O autor