

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

GUSTAVO LAIONEL CAMPOS DA SILVA

**UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE A TEORIA DOS GRAFOS APLICADA À
ENGENHARIA CIVIL**

**Bagé
2021**

GUSTAVO LAIONEL CAMPOS DA SILVA

**UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE A TEORIA DOS GRAFOS APLICADA À
ENGENHARIA CIVIL**

Trabalho de Conclusão De Curso apresentado ao Curso De Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Dra. Elizangela Dias Pereira

**Bagé
2021**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

S586r Silva, Gustavo Laionel Campos da
Uma revisão bibliográfica sobre a teoria dos grafos
aplicada à Engenharia Civil / Gustavo Laionel Campos da
Silva.
35 p.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) -- Universidade
Federal do Pampa, MATEMÁTICA, 2021.
"Orientação: Elizangela Dias Pereira".
1. Teoria dos grafos. 2. grafos. 3. engenharia civil. I.
Título.



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal do Pampa

GUSTAVO LAIONEL CAMPOS DA SILVA

**UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE A TEORIA DOS GRAFOS APLICADA À
ENGENHARIA CIVIL**

Trabalho de Conclusão De Curso apresentado ao Curso De Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 07 de maio de 2021.

Banca examinadora:

Dra. Elizangela Dias Pereira
Orientadora
Unipampa

Dr. Anderson Luis Jeske Bihain
Unipampa

25/05/2021

SEI/UNIPAMPA - 0526695 - SB-BG - Folha de Aprovação

Dr. Cristiano Peres Oliveira
Unipampa



Assinado eletronicamente por **CRISTIANO PERES OLIVEIRA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 15/05/2021, às 00:51, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **ELIZANGELA DIAS PEREIRA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 15/05/2021, às 09:23, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **GUSTAVO LAIONEL CAMPOS DA SILVA, Aluno**, em 15/05/2021, às 15:22, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **ANDERSON LUIS JESKE BIHAIN, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 18/05/2021, às 22:39, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0526695** e o código CRC **C95DA730**.

Referência: Processo nº 23100.008110/2021-20 SEI nº 0526695

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por mais um trabalho realizado.

À minha professora orientadora, que enfrentou comigo esse desafio e proporcionou todo suporte necessário para realização da pesquisa, deixo aqui meu muito obrigado e minha eterna gratidão.

Aos meus amigos e familiares que sempre me deram apoio a alcançar meus objetivos.

À Universidade Federal do Pampa pelo ensino público de qualidade e gratuito.

RESUMO

O presente trabalho de conclusão de curso tem por objetivo realizar uma pesquisa bibliográfica sobre a Teoria dos Grafos aplicada à engenharia civil, os grafos são descobertos no século XVII através de um problema. A partir desta descoberta a teoria está em constante desenvolvimento sendo utilizada em diversas áreas do conhecimento, sendo uma delas as engenharias. A área das engenharias procura solucionar alguns de seus problemas utilizando-se da Teoria dos Grafos para as mais diversas aplicações, com variadas análises e resultados otimizados para um determinado problema. Em vista deste suporte e amparada na otimização que a Teoria dos Grafos oferece na solução de problemas, o trabalho proporciona uma revisão sobre a bibliografia no portal de tese e dissertação da CAPES, sobre a Teoria dos Grafos sobre os variados problemas encontrados na engenharia civil.

Palavras-chaves: Teoria dos Grafos; grafos; engenharia civil

ABSTRACT

The purpose of this course conclusion paper is to carry out a bibliographic research on Graph Theory applied to civil engineering, graphs are discovered in the 17th century through a problem. From this discovery, the theory is in constant development, being used in several areas of knowledge, one of which is engineering. The engineering area seeks to solve some of its problems using Graph Theory for the most diverse applications, with varied analyzes and optimized results for a given problem. In view of this support and supported by the optimization that the Theory of Graphs offers in solving problems, the work provides a review of the bibliography on the CAPES thesis and dissertation portal, on the Theory of Graphs on the various problems encountered in civil engineering.

Keywords: graph theory; graphs; civil engineering

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Imagem das pontes de Königsberg na época de Euler (A); Modelagem do problema (B).....	14
Figura 2 – Grafo com conjunto de vértices $V = A, B, C, D$ e arestas $A = \{ab, ac, cb, bd\}$	15
Figura 3 – Grafo conexo (A); Grafo não conexo (B).	16
Figura 4 – Exemplo de grafos completos	16
Figura 5 – Estrutura básica de um grafo direcionado.....	17
Figura 6 – Exemplo de árvore (A); e floresta (B).....	17
Figura 7 – Exemplos possíveis, dada pela identidade das relações de vizinhança.....	18
Figura 8 – Trabalhos conforme área das engenharias	20
Figura 9 – Sistemas de transporte escolhidos para avaliação.....	23
Figura 10 – Gráfico da relação entre a quantidade de trabalhos conforme as regiões do Brasil	29
Figura 11 – Gráfico da relação entre a quantidade de trabalhos conforme as universidades....	29

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

BFS – Primeira Pesquisa de Amplitude – *Breadth First Search*

DFS – Pesquisa em profundidade – *Depth-First Search*

FEG – Grafo de Elementos Finitos – *Finite Element Graph*

GMCR – Modelo Gráfico para Solução de Conflitos

GEs - Grafos Existenciais

MCDA-C – Metodologia de Multicritério de Apoio a Decisão – Construtiva

MTLM – Método da Teoria Linear Modificado

PCV – Problema do Caixeiro Viajante

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 Objetivos.....	12
1.2 Objetivos específicos.....	12
1.2 Justificativa	13
2 REVISAO DA LITERATURA	13
2.1 Teoria dos Grafos	13
2.2 Conceitos fundamentais	14
2.2.1 Incidência e grau.....	15
2.2.2 Adjacência e caminho.....	15
2.2.3 Grafo simples e regular	16
2.2.4 Grafo conexo	16
2.2.5 Grafo completo	16
2.2.6 Grafo direcionado.....	17
2.2.7 Árvores e florestas	17
2.2.8 Ordem e dimensão	18
2.3 Problemas clássicos da Teoria dos Grafos	18
2.3.1 Problema das quatro cores	18
2.3.2 Problema do caixeiro viajante	19
2.4 Aplicação da Teoria dos Grafos	19
3 METODOLOGIA.....	20
4 RESULTADOS	21
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	30
REFERÊNCIAS	31

1 INTRODUÇÃO

A matemática continua em constante desenvolvimento, despertando o interesse em diversas pessoas. Usada na solução de variados problemas cotidianos, a matemática possui um lugar de destaque que colabora para o desenvolvimento da sociedade, sendo relevante o uso deste saber em outras áreas do conhecimento e da vida (CARVALHO, 2007).

Dentro deste universo que conhecemos, há uma área da matemática que tem se desenvolvido com o passar dos anos, esta área é denominada de “Teoria dos Grafos”, se compararmos com a história da matemática em geral, sua origem é recente, deve-se ao matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783) no século XVIII, que resolveu “o problema das pontes de Königsberg”, considerado o marco fundador da Teoria dos Grafos.

Mas afinal, o que seria um grafo? Conforme Soares de Melo (2014) um grafo pode ser visto como um conjunto de pontos, chamados vértices, e outro de pares desses pontos, chamados arestas, cada aresta liga um par de pontos que a determina, sendo usual sua representação feita por linhas (arestas) a ligar pontos do plano (vértices). Ainda Soares de Melo (2014) define que tal conceito simples torna claro que ela permite a modelagem de situações concretas como por exemplo, rede de computadores, rede de comunicações, árvores genealógicas, etc.

Além de ser aplicada as diversas áreas da matemática em geral, possui relevância em outras áreas do conhecimento como as engenharias. A engenharia civil que busca o melhor aproveitamento do espaço, em variados projetos e segmentos, possui um ramo de resoluções de problemas que através da Teoria dos Grafos são solucionados, neste sentido, o interesse em realizar um estudo, que demonstre as soluções utilizadas para resolução de problemas enfrentados na engenharia civil, é a motivação deste trabalho.

1.1 Objetivos

Realizar uma revisão bibliográfica sobre a Teoria dos Grafos aplicada as engenharias e a partir desta proposta explorar a Teoria dos Grafos aplicada na solução de problemas relacionados a engenharia civil.

1.2 Objetivos específicos

- Apresentar os conceitos que norteiam a Teoria dos Grafos;

- Fazer uma revisão bibliográfica em trabalhos recentes publicados em periódicos nacionais;
- Contribuir para difundir a Teoria dos Grafos.

1.2 Justificativa

A utilização da matemática é indispensável para o dia a dia da sociedade em geral, desde uma simples compra de um produto ou até as mais complexas situações a matemática se faz presente e necessária.

A Teoria dos Grafos possui origem recente no século XVIII se comparado a história da matemática, tem se desenvolvido com o passar dos anos e sua relevância se faz presente em suas ligações e aplicações em diversas ciências, bem como diversas áreas da matemática. Em destaque, a área das engenharias procura solucionar alguns de seus problemas utilizando-se da Teoria dos Grafos para as mais diversas aplicações, com variadas análises e resultados otimizados para um determinado problema.

Em vista deste suporte e amparada na otimização que a Teoria dos Grafos oferece na solução de problemas, o trabalho se justifica em contribuir para difundir a Teoria dos Grafos que possibilite a resoluções de variados problemas encontrados nas engenharias, em especial, a engenharia civil.

2 REVISAO DA LITERATURA

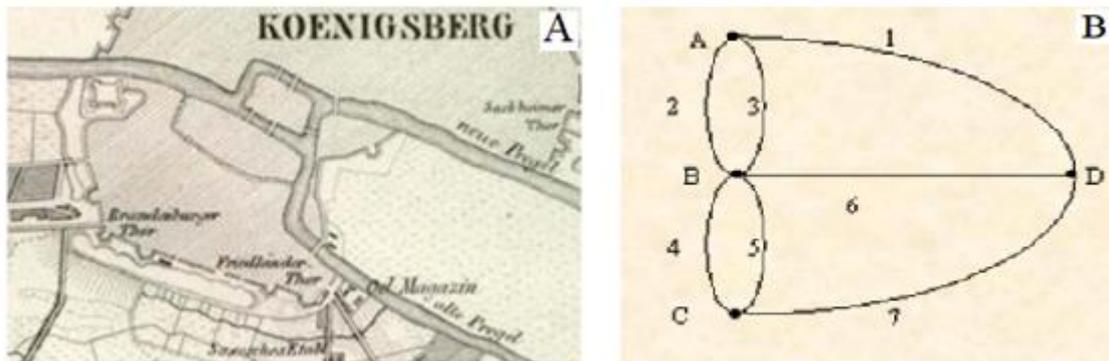
O presente trabalho consiste na revisão bibliográfica da Teoria dos Grafos aplicada à engenharia, diante desta proposta a revisão da literatura procura mostrar primeiramente uma abordagem histórica sobre o assunto, e posteriormente as definições e fundamentos que norteiam a Teoria dos Grafos e por fim as variadas aplicações possíveis com esta teoria.

2.1 Teoria dos Grafos

A origem da Teoria dos Grafos é recente, se comparado a história da matemática em geral, sua origem no século XVIII, deve-se ao matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783), que resolveu “o problema das pontes de Königsberg”, considerado o marco fundador da Teoria dos Grafos, este trabalho foi publicado em 1736. O problema consistia em um quebra-cabeça cujo objetivo era encontrar um passeio que visitasse todas as pontes da cidade de Königsberg,

passando uma única vez em cada ponte. A Figura 1 ilustra o problema resolvido por Euler, e sua modelagem.

Figura 1 – Imagem das pontes de Königsberg na época de Euler (A); Modelagem do problema (B)



Fonte: Adaptado de Deggeroni (2010)

Euler sintetizou as propriedades essenciais do mapa por um diagrama de pontos por linhas, onde A, B, C, D são pontos (vértices) associados à terra, que é representada pelas duas margens, e as duas ilhas e 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 são segmentos (arestas) associados à sete pontes conforme mostrado na Figura 1B. Ao analisar este grafo, Euler provou que o problema era impossível.

Conforme Deggeroni (2010) com o passar dos anos a Teoria dos Grafos foi gradualmente desenvolvida no século XIX, quando surgiram importantes aplicações em engenharia e em química. Sua importância cresceu muito no século XX, com o surgimento das redes de energia elétrica e de telecomunicações, dos circuitos digitais e, por fim dos computadores.

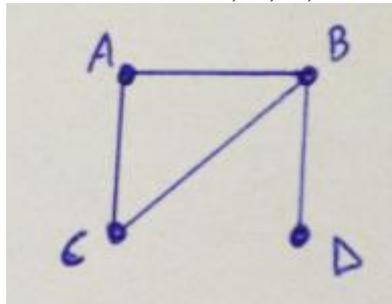
2.2 Conceitos fundamentais

Existem diversas maneiras de conceituar um grafo em matemática, porém, inicialmente começaremos pela definição proposta por Deggeroni (2010, p.13) um grafo é um par ordenado (V, A) , onde V é um conjunto qualquer e $A \subset \{\{u, v\} \subset V\}$. Para que um grafo fique bem definido temos que ter dois conjuntos, conforme JURKIEWICZ (2009, p.6) o conjunto V , dos vértices e o conjunto A , das arestas. Se o nome do grafo for denominado G , segundo FEOFILOFF *et al* (2011, p.9) o conjunto dos seus vértices será denotado por $V(G)$ e o conjunto das suas arestas $A(G)$. o número de vértices de G e denotado por $n(G)$ e o número de arestas $m(G)$, portanto:

$$n(G) = |V(G)| \text{ e } m(G) = |A(G)| \quad (1)$$

Conforme Deggeroni (2010, p.15) na representação dos grafos, os vértices são geralmente representados por pontos e as arestas por linhas unindo os vértices. As posições dos vértices e a forma das linhas são irrelevantes, em outras palavras, o grafo representa apenas a topologia dos vértices e arestas, ou seja, quem está ligando quem. Um exemplo de grafo é mostrado na Figura 2.

Figura 2 – Grafo com conjunto de vértices $V = A, B, C, D$ e arestas $A = \{ab, ac, cb, bd\}$



Fonte: Autor

Outras informações além dos conjuntos V e A podem ser incorporadas ao grafo, tais como distância, orientação, entre outras.

2.2.1 Incidência e grau

Em um grafo, uma aresta que liga dois vértices é incidente de cada vértice, logo um vértice é incidente a uma aresta a ele conectada, sendo assim grau de um vértice é o número de arestas incidentes neste vértice. (PINTO, 1999, p.182)

2.2.2 Adjacência e caminho

Os vértices adjacentes são vértices unidos por uma aresta, logo se chama caminho todos os vértices e arestas distintos, exceto primeiro e o último, que são iguais. (JURKIEWICZ, 2008)

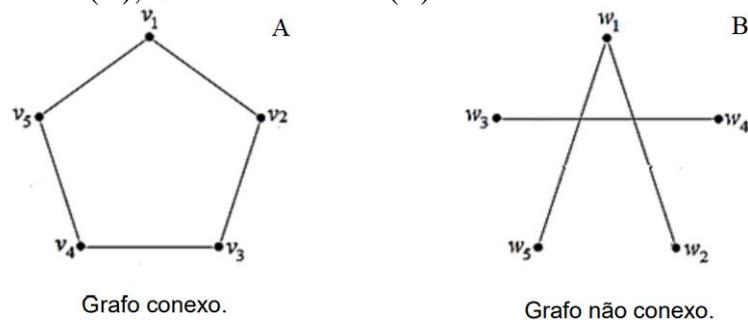
2.2.3 Grafo simples e regular

São grafos sem laços e sem arestas em paralelo, ou seja, possuem apenas uma aresta entre os dois vértices. Um grafo é chamado de grafo regular se todos os seus vértices possuírem o mesmo grau, ou seja, se em todos os vértices incidirem o mesmo número de arestas. Se o grau dos vértices for r , é dito que o grafo é regular de grau r ou ainda, que o grafo é r -regular. (BUENO, 2012, p.17. VILAS-BOAS, 2016, p.16)

2.2.4 Grafo conexo

Um grafo é conexo se, para cada dois quaisquer de seus vértices, v_i e v_j existe, no grafo, um caminho, tendo v_i como vértice inicial e v_j como vértice final, conforme Figura 3. (VILAS-BOAS, 2016, p.18)

Figura 3 – Grafo conexo (A); Grafo não conexo (B).

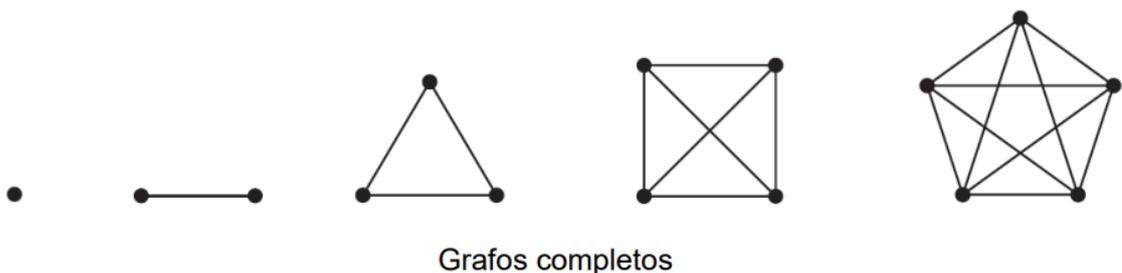


Fonte: Adaptado de Vilas-Boas (2016).

2.2.5 Grafo completo

Um grafo é completo quando existe uma aresta entre dois vértices quaisquer do grafo. Em outras palavras quando todos os vértices se ligam a todos os outros vértices. (VILAS-BOAS, 2016, p.16.)

Figura 4 – Exemplo de grafos completos

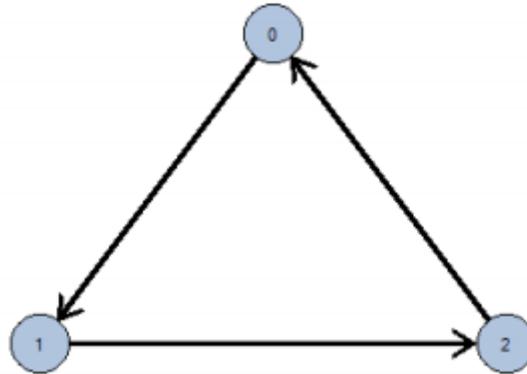


Fonte: Vilas-Boas (2016)

2.2.6 Grafo Direcionado

A atribuição de um sentido para cada vértice, conforme Figura 5, é denominado de grafo com direção, ou seja, grafo direcionado. (BUENO, 2012, p.22)

Figura 5 – Estrutura básica de um grafo direcionado

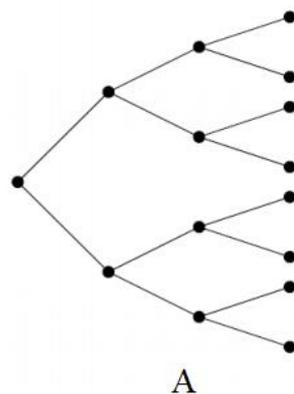


Fonte: Pereira (2019)

2.2.7 Árvores e florestas

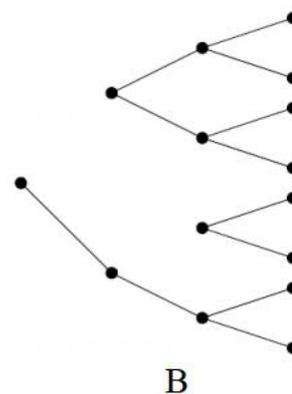
Um grafo conexo que não contém ciclos é chamado de árvore. Um grafo que não contém ciclos é uma floresta, ou seja, uma floresta é uma reunião disjunta de uma ou mais árvores. (VILAS-BOAS, 2016, p.18)

Figura 6 – Exemplo de árvore (A); e floresta (B)



A

Uma árvore



B

uma floresta formada por três árvores

Fonte: Vilas-Boas (2016)

2.2.8 Ordem e dimensão

Se define por ordem os números de vértices de cada grafo e dimensão é o número de arestas de cada grafo. (BOAVENTURA NETTO, 1979.)

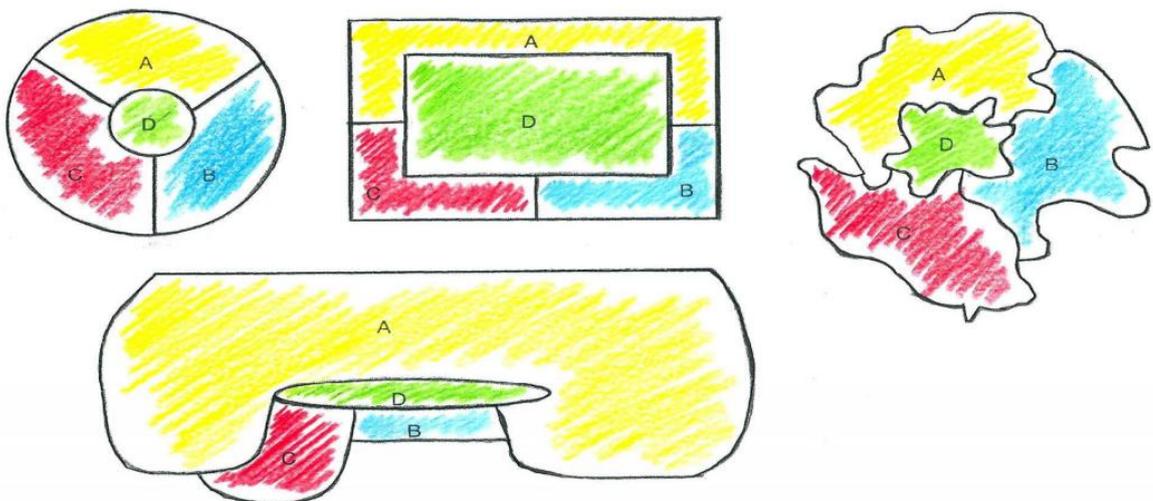
2.3 Problemas clássicos da Teoria dos Grafos

Além do problema das pontes de Könisberg, que é o marco central da Teoria dos Grafos, outros problemas foram ganhando notoriedade e são chamados de problemas clássicos, onde pode-se destacar a utilização destes modelos na resolução de variados problemas.

2.3.1 Problema das quatro cores

O Problema das Quatro Cores trata da determinação do número mínimo de cores necessárias para colorir um mapa, de países reais ou imaginários, de forma a que países com fronteira comum tenham cores diferentes. Conforme Pimenta (2018) em 1852, Francis Guthrie conjecturou que 4 era esse número mínimo. Somente após mais de cem anos, em 1976, se conseguiu provar que realmente a conjectura estava certa, obtendo-se o chamado Teorema das Quatro Cores.

Figura 7 – Exemplos possíveis, dada pela identidade das relações de vizinhança



Fonte: Secco (2013)

2.3.2 Problema do caixeiro viajante

O problema do caixeiro viajante ou PCV, conforme Schwaab (2019) é definido por um conjunto de n cidades e uma matriz de distância entre elas, tendo o seguinte objetivo: o caixeiro-viajante deve sair de uma cidade chamada origem, visitar cada uma das $n - 1$ cidades restantes, apenas uma única vez e retornar à cidade origem percorrendo a menor distância ou no menor custo possível.

Segundo Freitas (2009) é um problema que pode ser usado em diversas aplicações desde planejamento e logística até o desenvolvimento de micro-chips. No PCV as cidades originalmente, podem representar clientes, pontos de solda ou fragmentos de DNA e o conceito de distância pode representar o tempo de viagem, o custo ou a similaridade entre Fragmentos de DNA. Seguindo a lógica de conforme o tamanho do problema modelado, a solução do PCV torna-se mais difícil de ser encontrada.

2.4 Aplicação da Teoria dos Grafos

Conforme Boaventura Netto (1979, p.1) ao contrário de muitas áreas da matemática, que se originaram de especulações puramente teóricas, a Teoria dos Grafos, tem sua origem no confronto de problemas práticos intrinsecamente relacionados a diversas especialidades.

Para Feofiloff *et al* (2011, p.5) a Teoria dos Grafos estuda os objetos combinatórios (os grafos) que são um bom modelo para resolução de problemas nas áreas da matemática, informática, da engenharia e da indústria. Dos variados problemas que foram solucionados pela Teoria dos Grafos, muitos tornaram-se célebres, pois são interessantes desafios intelectuais e tem importantes aplicações práticas.

Podemos destacar estas aplicações conforme Rabuske (1992) em áreas como: processos industriais, análise de caminho crítico, tática e logística, estratégias militares, sistemas de comunicação, estudo de transmissão de informações, escolha de um rota ótima, fluxos em rede, redes elétricas (engenharia elétrica e civil, arquitetura, computação), genética, psicologia, economia, estrutura social, jogos, física, química, tecnologia de computador, antropologia, linguística, entre outros.

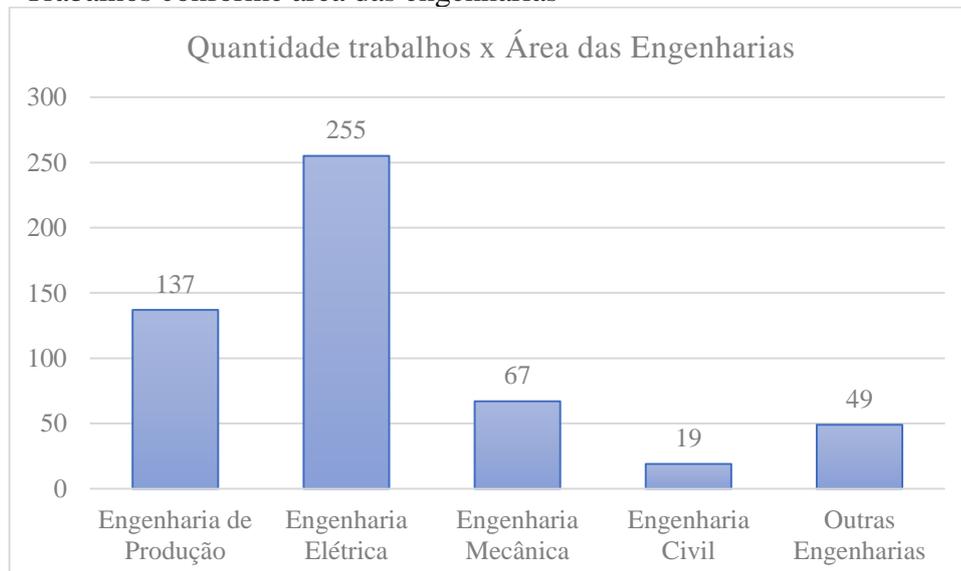
3 METODOLOGIA

Para alcançar os objetivos propostos foi realizado uma revisão bibliográfica atualizada no intuito de compreender a aplicação da Teoria dos Grafos na solução dos diversos problemas da engenharia civil. No portal teses e dissertações da CAPES foi realizada a pesquisa para encontrar trabalhos que buscam cumprir o objetivo do trabalho proposto investigando a aplicação da Teoria dos Grafos na engenharia civil e como vem sendo trabalhada na literatura.

A busca realizada no portal de teses e dissertações da CAPES com a palavra-chave “grafos” gerou um resultado de 2080 títulos, sendo 1386 dissertações de mestrado, 550 teses de doutorado, apresentando pesquisas no período de 1991 a 2021, abrangendo 18 grandes áreas de conhecimento.

Em vista das buscas citadas acima, e nítido o grande número de trabalhos encontrados, para tanto, foi realizado um refinamento, para a grande área da engenharia, pois os trabalhos encontrados envolviam 18 grandes áreas de conhecimento. Das grandes áreas do conhecimento destaca-se a aplicação nas engenharias com 527 trabalhos, em comparação com as outras áreas de conhecimento, a partir destes resultados notou-se um maior número de trabalhos em outras engenharias, conforme Figura 8.

Figura 8 – Trabalhos conforme área das engenharias



Fonte: Elaboração própria

Com isso foi utilizado o filtro para refinar a busca referente a área de conhecimento, engenharia civil, e a partir desta filtragem foram encontrados 19 trabalhos, no período de 1991 a 2021.

Desta forma, após a busca no portal de teses e dissertações da capes, resultaram 19 trabalhos, segmentados da seguinte forma:

- 10 teses;
- 9 dissertações de mestrado.

Os trabalhos encontrados foram analisados e apresentados no próximo capítulo deste trabalho, buscando cumprir o objetivo investigando sua utilização na engenharia civil.

4 RESULTADOS

Neste capítulo apresentaremos as dissertações e teses nas quais serão comentadas a seguir. A organização, segundo Tabela 1, segue partindo do ano mais antigo para o ano mais recente, em que os trabalhos foram publicados, vale ressaltar que seguem a linha do tempo no período 1991 a 2017, conforme buscas realizadas presentes na metodologia deste trabalho. Observa-se que a abordagem dos trabalhos encontrados, destacam o uso da Teoria dos Grafos, nas mais variadas aplicações na engenharia civil.

Tabela 1 – Trabalhos analisados por ordem de ano de publicação

Tipo de Trabalho	Autor	Ano	Título
Dissertação	SILVA, H.	1991	Planejamento de rede escolar pública em áreas urbanas, um modelo matemático para a localização de escolas de primeiro grau.
Tese	SOUZA, L.	1991	Um sistema para análise incremental estática e dinâmica de cascas em processo de flambagem com computação gráfica interativa.
Tese	SILVA, F.	1994	Procedimentos para análise estrutural dinâmica através da técnica generalizada dos grafos de ligação.
Tese	MENEZES	1995	Técnicas de reordenação para solução de sistemas esparsos.
Dissertação	FERNANDES	1996	Uma Avaliação multicriterial do Sistema de transportes de carga do Brasil.
Dissertação	SIQUEIRA	1999	Aplicação do algoritmo do <i>matching</i> no problema da construção de escalas de motoristas e cobradores de ônibus.
Dissertação	BORBA	2000	Otimização de redes de esgoto.
Dissertação	MALTA	2000	Aplicação do modelo grafo de solução de conflitos em problemas de recursos hídricos no Brasil.
Dissertação	PAULA	2009	Estudo de roteirização de veículos empregando o transcad - contribuição para a distribuição urbana de cargas.

Tese	BATISTA	2010	Transversais de triângulos e suas aplicações em triangulações.
Tese	LEMOS	2010	Contribuição do método multicritério de apoio à decisão para o cadastro técnico multifinalitário.
Tese	PIRES	2011	Raciocínio diagramático como base para o desenvolvimento de conceitos.
Dissertação	SALVIANO	2011	Conectividade e a Teoria dos Grafos: um caminho para a conservação e o manejo de corredores ecológicos.
Tese	BARBOSA	2012	Fusão de alvos utilizando grafos em ambientes de múltiplos sensores.
Dissertação	SILVA, A.	2012	Modelagem e simulação de processos (corte, carregamento e transporte) na produção agrícola de açúcar e álcool.
Tese	SOUZA, R.	2012	Metodologia de pré-processamento de clusters de grafos através de planarização.
Tese	SALDANA	2014	Metodologia eficiente para análise de redes complexas de abastecimento de água.
Dissertação	SANTOS	2017	Metodologia de identificação de polaridade em textos com base em projetos de lei brasileiros.
Tese	DAMASO	2017	Sequenciamento de novo de peptídeos utilizando grafos para espectros de massa multiplex.

Fonte: Elaboração própria

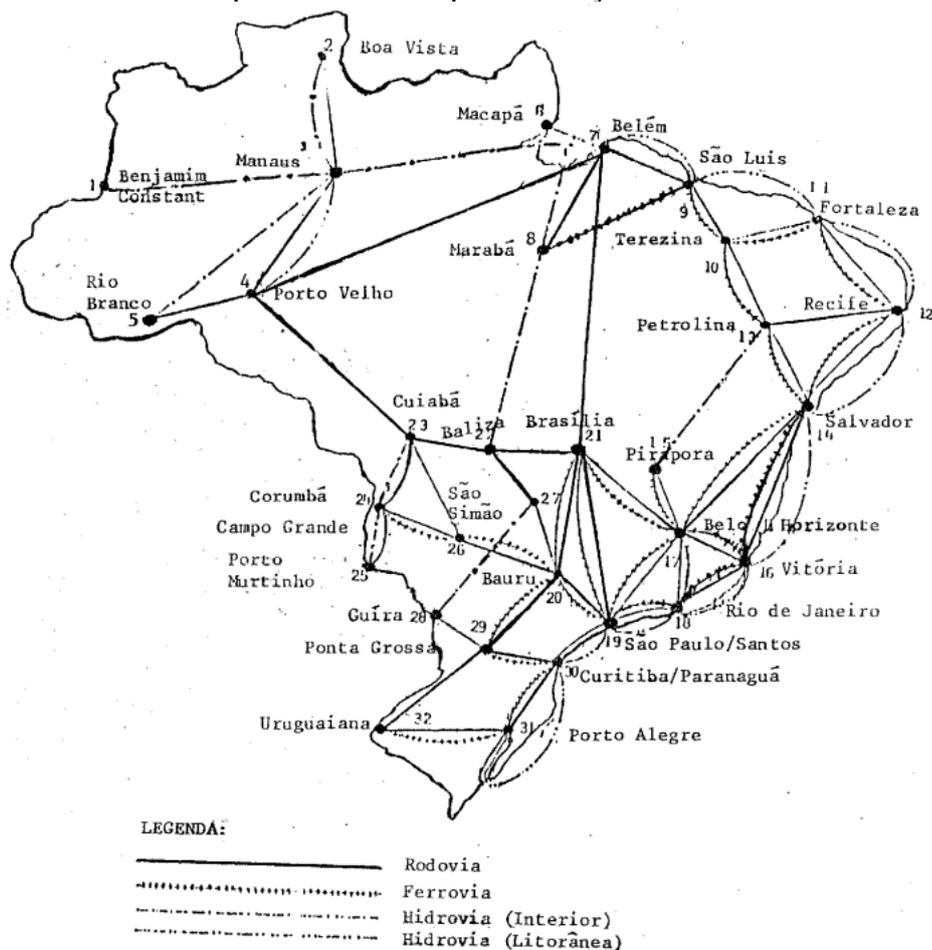
Os trabalhos de Silva, H. (1991); Souza L. (1991); Silva F. (1994); Siqueira (1999); Borba (2000), não foram encontrados nos respectivos repositórios on-line das universidades em que foram defendidos, e, não se obteve sucesso em sites de pesquisa acadêmica. Os trabalhos não encontrados, não foram ainda catalogados para o repositório on-line das universidades, existindo somente o arquivo físico nas bibliotecas. Estes trabalhos são anteriores a plataforma Sucupira, que é a ferramenta de atualização e compartilhamento de informações acadêmicas da CAPES, devido a isso, os trabalhos anteriores a plataforma, não era exigido o arquivo digital, assim dificultando o acesso remoto aos trabalhos. Sendo assim estes trabalhos não serão analisados.

Menezes (1995) em sua tese propõe um conceito unificado relacionando as malhas de elementos finitos, os grafos associados e as matrizes correspondentes. As informações geométricas, disponíveis nos programas de elementos finitos, são utilizadas para aumentar a eficiência dos algoritmos heurísticos. Os algoritmos baseados nas ideias anteriores são classificados em topológicos, geométricos, híbridos e espectrais. Um Grafo de Elementos Finitos - *Finite Element Graph* (FEG) - é definido como um grafo nodal(G), um grafo dual(G) ou um grafo de comunicação (G), associado a uma dada malha de elementos finitos. A partir das informações globais dos grafos definidos, um novo algoritmo espectral para determinação de vértices pseudo-periféricos em grafos, também é proposto. Os algoritmos apresentados por

Menezes (1995) são implementados computacionalmente e testados utilizando-se diversos exemplos numéricos, chegando a variadas conclusões sobre as diferentes malhas de elementos finitos definidos, a partir da utilização da Teoria dos Grafos, fazendo as comparações devidas para a eficiência dos algoritmos heurísticos.

Fernandes (1996) propõe o emprego de um método multicriterial de auxílio de tomadas de decisão, sendo eles capazes de levar em consideração os fatores econômicos, sociais e ambientais presentes na implantação de sistemas de transportes no Brasil. A Teoria dos Grafos, utilizada na pesquisa, permite propor as melhores alternativas para o transporte de carga no Brasil, a partir destas considerações, foi escolhido um sistema de transporte, conforme Figura 8, onde são as principais vias de transporte de carga no país, foi dividido em 32 pontos (nós) ligados entre si, por um conjunto de arcos.

Figura 9 – Sistemas de transporte escolhidos para avaliação



Fonte: Fernandes (1996)

Com a malha definida e analisando os diversos grupos envolvidos na análise multicriterial, Fernandes (1996) identificou em seus resultados as ligações expressas na Figura

9, o modelo das melhores rotas, sugerindo prioridades para implementação das alternativas testadas, avaliando os pontos negativos e positivos, com a utilização de conceitos baseados na Teoria dos Grafos, e a partir destas análises, sugeriu que é viável investir mais recursos nas modalidades de transporte hidroviário e ferroviário, aproveitando mais o grande potencial principalmente das regiões Norte, Centro-Oeste e Sudeste. Salientando que, a implementação destes resultados exige um estudo mais detalhado para cada tipo de produto.

No trabalho de Malta (2000) discute-se a utilização de um modelo baseado na teoria de conflitos, especificamente o Modelo Gráfico para Solução de Conflitos (GMCR) na análise de disputas pelo uso de recursos hídricos no Brasil. No modelo GMCR, Malta (2000) evidencia que o conflito é representado por um conjunto de grafos direcionados finitos, um para cada decisor i , denotado $Di = (U, Ai)$. O conjunto de vértices U de todos os grafos representam os estados possíveis do conflito e, portanto, são comuns em todos os grafos Di . Os arcos em Ai representam transições entre os estados e são definidos levando-se em conta apenas as mudanças unilaterais possíveis para o decisor i , em resumo, o conjunto de grafos direcionados constituem o GMCR. O trabalho apresenta uma aplicação hipotética, analisando um conflito pelo uso d'água de um rio que faz divisa entre duas fazendas e cuja vazão na estiagem, não atende à demanda dos dois fazendeiros. E uma aplicação do modelo a uma disputa real, no sistema de açudes Lima Campos/Orós no Ceará, onde os resultados na situação real revelaram a importância de um sistema institucional de gestão de águas, juntamente com uma companhia de gestão de recursos hídricos pode ser fundamental para a solução do conflito. Com as análises chegou-se à conclusão que com o modelo GMCR, é possível identificar e generalizar características importantes de problemas de recursos hídricos no Brasil. Entretanto o modelo é limitado para tratamento explícito das incertezas, por exemplo quanto às preferências de cada decisor, embora se possa fazer análises de sensibilidade.

Paula (2009) analisa a distribuição urbana de carga, do setor atacadista-distribuidor para o setor varejista de supermercados na cidade de Uberlândia-MG, com o auxílio do software TransCAD, aplicando o problema de roteirização de veículos, com janelas de tempo, para possibilitar a otimização nas rotas de entrega. Para isso utilizou-se conceitos do problema do caixeiro viajante (PCV), aplicado juntamente com o software TransCAD, segundo Paula (2009) a Teoria dos Grafos foi imprescindível para compreensão da lógica básica do software TransCAD e compreensão do PCV. No trabalho foram analisados quatro cenários de rota e feito a comparação entre eles, com a utilização de veículos. Para cada cenário, as características dos veículos sofreram alterações, o software possibilitou analisar em cada operação, a orientação da atividade de distribuição de cada mercadoria. Chegou-se as conclusões de que, a partir do

módulo de roteirização analisado, pode-se construir as rotas de distribuição de carga na malha viária da cidade, tendo o cenário 4 a menor distância percorrida otimizando rota, o tempo de entrega e o custo.

A tese de Batista (2010) tem por objetivo, o desenvolvimento de uma estrutura de dados capaz de representar triangulações bidimensionais, no intuito de reduzir o espaço em memória consumido pela informação de conectividade. Para entendimento dos diferentes fundamentos das áreas de computação e engenharias nesta tese, foram abrangidos conceitos de Teoria dos Grafos, lógica, complexidade, geometria computacional e teoria da informação. Com as diversas definições utilizadas, envolvendo os vértices e arestas das triangulações, foram abordadas questões teóricas sobre conjuntos transversais de triângulos e suas aplicações na engenharia, por sua vez, a complexidade computacional das versões de decisão associadas a estes problemas é demonstrada para o caso de grafos planares e maximais planares sob a forma de uma representação de triangulações bidimensionais. Obteve-se como resultado das simulações uma redução de 8% a quantidade de referências recíprocas, esta redução torna viável o emprego desta estrutura em situações práticas, como em simulações utilizando métodos de elementos finitos com malhas adaptativas.

Lemos (2010) em sua tese, trabalha o conceito de multicritério de apoio a decisão, com o objetivo de avaliar através da construção de um modelo de multicritério, a avaliação da qualidade dos produtos do cadastro técnico multifinalitário na gestão pública municipal, da cidade de Joinville-SC. A Metodologia de Multicritério de Apoio a Decisão – Construtiva (MCDA-C), operacionaliza os instrumentos como entrevistas abertas, *brainstorming* não estruturados, grafos, mapas de relação meio-fim, modelos de otimização, buscando desenvolver no decisor a compreensão de consequências de suas decisões e estruturar a partir dos aspectos julgados mais relevantes pelo decisor. Ao final do processo de construção do modelo proposto por Lemos (2010) contribui de forma decisiva e construtiva na gestão pública municipal, de modo a buscar soluções inerentes e identificadas pelos gestores, obtendo resultados otimizados e satisfatórios.

No trabalho proposto por Pires (2011) tem a finalidade de efetuar uma discussão sobre o raciocínio lógico diagramático. A metodologia utilizada para desenvolver essa discussão, Pires (2011) utilizou-se de dos conceitos dos grafos existenciais, aliado a lógica formal e moderna. Os grafos existenciais (GEs) são um sistema lógico, dividido em três partes chamadas Alfa, Beta e Gama, essas três partes são construídas umas sobre as outras, onde a Beta baseia-se na Alfa e a Gama baseia-se em ambas Alfa e Beta. Ao construir essa discussão, obteve-se como resultado que ao utilizar os GEs, irá se constituir numa importante ferramenta para a

compreensão de condicionais e, conseqüentemente, dos fenômenos naturais que eles representam. Porém, a principal dificuldade encontrada nesse trabalho está relacionada a um dos aspectos mais importantes dos GEs, seu caráter dialógico. Para isso, conforme Pires (2011) isso é importantíssimo que se desenvolva um software que permita a manipulação dos GEs em todas as suas partes (Alfa, Beta e Gama), permitindo que se ganhe agilidade e precisão no tratamento de um grande número de proposições condicionais.

Salviano (2011) aplicou a Teoria dos Grafos, com o desenvolvimento de um algoritmo de expressão espacial associado a um método de dispersão em três sub-bacias hidrográficas em diferentes estados de conservação (Alto Cotia, São Lourenço e Baixo Cotia). A partir da modelagem do algoritmo observou-se que a construção de um modelo matemático para definir os melhores caminhos dentro de uma rede hidrográfica, que expressem as áreas para conservação, e as prioritárias para o manejo, baseado na estrutura da paisagem e na Teoria dos Grafos, se mostrou eficaz, flexível e de fácil compreensão.

Em seu trabalho Barbosa (2012) relaciona a obtenção e tratamento de dados em sistemas de vigilância de ambientes navais. Trata-se de um método para associação e fusão de dados oriundos de múltiplos sensores em ambientes com taxas de ruídos elevadas. Este método proposto, baseia-se na metodologia de representação em grafos das medidas fornecidas pelos sensores, com uma posterior otimização, visando filtrar os ruídos e escolher, entre os dados redundantes dos sensores, aqueles que representam de forma mais fiel os alvos de interesse. Para isto foi criada uma ferramenta de simulação que permite avaliar com métricas distintas alvos com múltiplas trajetórias e sob diferentes condições de ruído. Obteve-se como resultado nos métodos comparados, taxas de acerto elevadas se comparado ao método original, sem a utilização da metodologia de representação em grafos, além de tempo médio de resposta otimizado.

Silva, A. (2012) a partir de conceitos advindo da Teoria dos Grafos e amparado em simulações do *software* TransCAD, teve por objetivo simular e analisar as etapas de corte, carregamento e transporte da cana-de-açúcar para o planejamento da produção na indústria sucroalcooleira, situada no Estado de Minas Gerais. Com a utilização do TransCAD, partindo do módulo de roteirização em arco proposto no *software*, foi possível gerar áreas de ótimas colheitas que viabilizassem as operações, promovessem a otimização dos processos, redução de perdas e minimização dos custos operacionais. Com isso, obteve-se nas operações realizadas na lavoura de cana-de-açúcar, através das rotas otimizadas, um ganho de produtividade na colheita e menor uso dos equipamentos.

Souza, R. (2012) em sua tese tem por objetivo a utilização e análise de grafos reduzidos, a partir do original como ferramenta de pré-processamento para tarefas de link analysis. As técnicas de redução de grafos são amplamente utilizadas para encontrar condições mínimas e suficientes para provar teoremas ou desenvolver algoritmos, eficientes na área de Teoria dos Grafos, para otimizar workflows, resolvendo problemas de deadlocks e sincronia. A metodologia utilizada baseia-se nos conceitos de grafos planares, complexos, simples e aleatórios, no intuito de comparar o uso da planarização como pré-processamento para o clustering de grafos. Souza R. (2012) nas suas análises obteve que é viável e escalável computacionalmente como estratégia de pré-processamento para clustering de grafos, ainda mais em problemas de clustering que envolvam cálculos de autovalores, como a família de algoritmos espectrais.

Saldana (2014) estudou o desenvolvimento de um modelo computacional, baseado no Método da Teoria Linear Modificado (MTLM) e a implementação do algoritmo do gradiente. Além disso, apresentou comparações entre ambos os métodos para a análise de redes de abastecimento de água de grande porte. Na criação de um modelo baseado no MTLM, adotou-se o algoritmo de *Breadth First Search* (BFS), baseado na Teoria dos Grafos e utilizado satisfatoriamente na seleção automática dos circuitos nas redes hidráulicas. A validade e a consistência dos resultados fornecidos pelos modelos propostos mostraram a eficiência de processamento e do tempo computacional de ambos os métodos. Observou-se, também, uma importante vantagem do algoritmo proposto para a seleção de circuitos naturais, que utiliza a busca em largura BFS, permitindo converter sistemas hidráulicos de água em estruturas chamadas grafos e administrar os dados de forma eficiente.

Em seu trabalho Santos (2017) observou a necessidade de produzir uma ferramenta que consiga identificar, agrupar cada tema de projeto, e separar estes documentos quanto as suas polaridades em relação ao tema identificado. Amparado no objetivo desenvolver uma metodologia eficiente de identificação de polaridade e similaridade de documentos sobre um mesmo tema, usando como estudo de caso projetos de lei contra e a favor da liberalização do aborto no Brasil. Santos (2017) analisou cada parte do projeto em questão, utilizando a técnica de agrupamento *K-means*, aplicando em seguida um método baseado em grafos para processar todas as combinações de parâmetros e verificar os projetos que possuem maiores ligações entre si. Nos resultados obteve similaridades e padrões em documentos demonstrando ligações e peculiaridades muito interessantes e promissoras.

Damaso (2017) em sua tese, apresenta uma abordagem para sequenciamento de novo peptídeos em espectros MS2 multiplex, adquiridos em espectrômetros de massa, que contêm

fragmentos de mais de um peptídeo na mesma janela de fragmentação. A análise dos sequenciamentos baseou-se em conceitos da Teoria dos Grafos, aliada aos softwares Peaks e pNovo, foi possível sequenciar os peptídeos, através de grafos e adotou-se, o algoritmo de busca DFS (*Depth-first search*), para se obter as sequências candidatas dos peptídeos. Obteve-se a partir destas análises conclusões interessantes, aumentando a quantidade de acertos, no sequenciamento de novos peptídeos, e por fim, mostrando que há um caminho possível para o sequenciamento de peptídeos em espectros multiplex para janelas amplas.

Com as análises dos textos que foram selecionados neste trabalho, observa-se uma intensa utilização em temas variados e nas diversas áreas que compõe a engenharia civil. Percebe-se que nos trabalhos analisados, fica explícita a utilização da Teoria dos Grafos, e a busca em encontrar soluções, de problemas reais e específicos da engenharia, amparada com os mais diversos softwares, que desenvolvem na construção de seus algoritmos, as definições da Teoria dos Grafos.

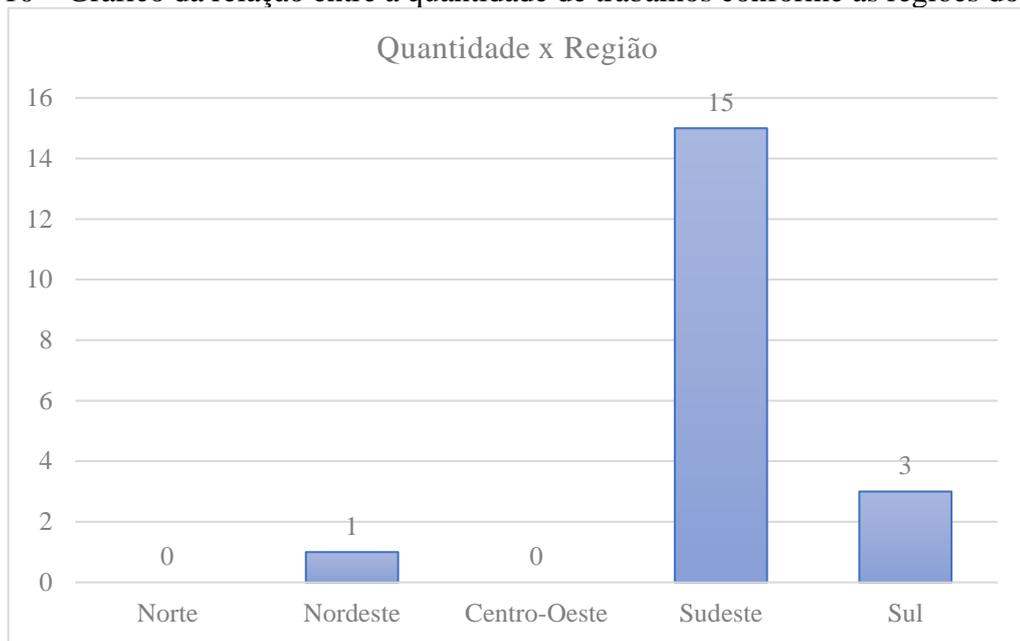
Por ter os conceitos básicos inseridos nos *softwares* citados, como o TransCAD, por exemplo, os problemas clássicos da Teoria dos Grafos vão ser aplicados nas teses e dissertações desta maneira. Alguns autores citando em seu referencial os problemas clássicos, que norteiam as pesquisas, outros deixando subtendido no próprio corpo do texto ao analisar os resultados, conforme a utilização do *software* escolhido. Isso ocorre, pois o objeto dos trabalhos é aplicar a Teoria dos Grafos e os problemas clássicos, em um problema específico da engenharia civil.

Apesar dos trabalhos serem da área da engenharia civil, fica evidente que cada trabalho não possui inter-relações entre si enquanto assunto abordado, deste modo, cada trabalho analisado, verifica a possibilidade da utilização da Teoria dos grafos, em um determinado problema, e a relação fica a critério de analisar como cada autor, utilizou-se da Teoria dos grafos para obter resultados satisfatórios.

Para cada trabalho analisado percebe-se que a utilização da Teoria dos Grafos, foi de grande valia para obter resultados satisfatórios e otimizados. Se tratando de engenharia, onde esta ciência destaca-se pelas resoluções de problemas, aliado a menor custo, menor tempo de aplicação, etc. Essa otimização oferecida pela Teoria dos grafos, torna-se a ser um bom modelo para estudos e aplicações.

Outra análise importante percebida ao longo da construção do trabalho, fica evidente uma concentração de pesquisas na região Sudeste do Brasil, conforme Figura 10.

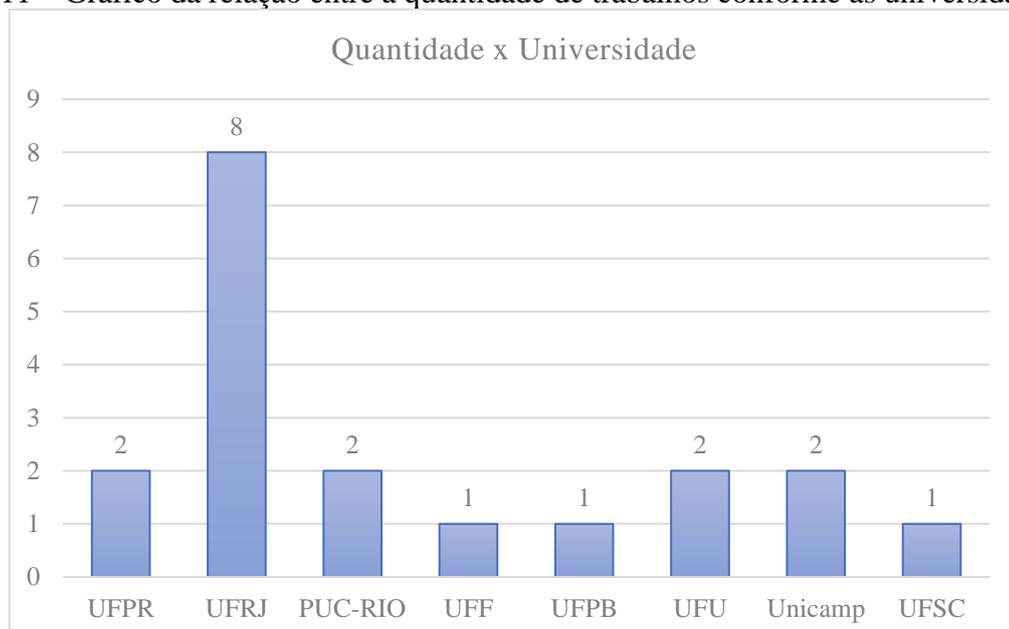
Figura 10 – Gráfico da relação entre a quantidade de trabalhos conforme as regiões do Brasil



Fonte: Elaboração própria

Isso evidencia que as universidades nesta região possuem linhas de pesquisa e pesquisadores que relacionam a Teoria dos Grafos aos problemas da engenharia civil e que os trabalhos obtêm continuidade ao longo dos anos. Explorando a relação das universidades, com a quantidade de trabalhos analisados, conforme Figura 11.

Figura 11 – Gráfico da relação entre a quantidade de trabalhos conforme as universidades



Fonte: Elaboração própria

A Universidade Federal do Rio de Janeiro destaca-se com maior números de trabalhos. Entretanto observa-se que outras universidades da mesma região contribuem, para que esse número expressivo de trabalho, dentro do universo aqui analisado, configure 15 trabalhos dos 19 analisados, em porcentagem chega-se a aproximadamente 78,94%.

Esse destaque das universidades na região sudeste, se justifica devido a origem das universidades brasileiras, conforme Barreto *et al* (2007) terem se desenvolvido a partir de escolas técnicas e institutos, desde o período do Brasil colônia e Brasil Império, pela presença da família real, nesta região. E também pelas raízes do polo industrial brasileiro localizar-se na região sudeste.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme os objetivos traçados na pesquisa, este trabalho teve foco na apresentação de um estudo sobre a aplicação da Teoria dos Grafos na engenharia civil. No intuito de verificar como estão as pesquisas envolvendo esta Teoria, aplicada a uma área das engenharias, caracterizando que, a Teoria dos grafos se destaca pela sua aplicabilidade.

Na literatura encontrada foi observado, uma gama de trabalhos, em diversas aplicações na engenharia civil, obtendo como subáreas, as linhas voltadas para o estudo das estruturas, hidráulica, rodovias, computação, química dos materiais, demonstrando que os conceitos da Teoria dos Grafos podem ser replicados e nortear várias áreas de estudo obtendo otimizações nos resultados dos trabalhos analisados, com uso da Teoria.

Apesar desta variação de trabalhos ser rica em diversidade de aplicação, verifica-se um pequeno número de universidade e trabalhos que se utilizam destes conceitos, visto que, no portal de teses e dissertação da CAPES, utiliza a base de todas as universidades brasileiras. As áreas das engenharias obtêm destaca no número de trabalhos encontrados, porém, no âmbito da engenharia civil não se obteve um número expressivo.

Para tanto, sugere-se em trabalhos futuros que a revisão se utilize de periódicos nacionais e internacionais no intuito de aumentar o universo de busca do tema, para que possa verificar se o número de trabalhos é expressivo, ou se, caracteriza conforme a realidade das universidades brasileiras, obtida neste trabalho.

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, Rogério Perotti. **Fusão de alvos utilizando grafos em ambientes de múltiplos sensores**. Orientadora: Beatriz de Souza Leite Pires de Lima. 2012. 113p. Tese de Doutorado (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Programa de Engenharia Civil, 2012, Rio de Janeiro. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14176>. Acesso em 20 de abr de 2021.
- BARRETO, Arnaldo Lyrio; FILGUEIRAS, Carlos AL. Origins of the Universities in Brazil. **QUIMICA NOVA**, v. 30, n. 7, p. 1780-1789, São Paulo, 2007. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-40422007000700050. Acesso em 21 de abr de 2021.
- BATISTA, **Transversais de triângulos e suas aplicações em triangulações**. Orientadores: Fernando Luiz Bastos Ribeiro; Fabio Protti. 2010, 93p. Tese de Doutorado (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Programa de Engenharia Civil, 2010, Rio de Janeiro. Disponível em: http://objdig.ufrj.br/60/teses/coppe_d/VicenteHelanoFeitosaBatista.pdf. Acesso em 20 de abr de 2021.
- BOAVENTURA NETTO, Paulo Oswaldo. **Teoria e modelos de grafos**. São Paulo: Ed. Blücher, 1979. Disponível em: <https://www.estantevirtual.com.br/livros/paulo-oswaldo-boaventura-netto/teoria-e-modelos-de-grafos/462124397>. Acesso em 10 de jan 2021.
- BORBA, Sônia de Paula. **Otimização de Redes de Esgoto**. 2000, 70p. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia Hidráulica) – Universidade Federal do Paraná, 2000, Curitiba.
- BUENO, J. **Algoritmos e Estrutura de Dados II** – Introdução a Grafos. 2012.
- CARVALHO, Marcelo. **O ensino da matemática I**. Universidade Federal de Santa Catarina, 2007. Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Matemática, 2007. Disponível em: <http://www.gradadm.ifsc.usp.br/dados/20121/SLC0630-1/aprendizado%20de%20matematica%201.pdf>. Acesso em 20 de abr de 2021.
- DAMASO, José Cláudio Garcia. **Sequenciamento de novo de peptídeos utilizando grafos para espectros de massa multiplex**. Orientadora: Beatriz de Souza Leite Pires de Lima. 2017. 136p. Tese de Doutorado (Doutor em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Programa de Engenharia Civil, 2017, Rio de Janeiro. Disponível em: <http://www.coc.ufrj.br/en/doctoral-thesis/595-2017/8565-jose-claudio-garcia-damaso-2>. Acesso em 20 de abr de 2021.
- DEGGERONI, Rogério. **Uma introdução à Teoria dos Grafos no Ensino Médio**. Orientador: Carlos Hoppen. 2010. 56p. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Matemática, 2010, Porto Alegre. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/29152>. Acesso em: 9 de jan de 2021.

FEOFILOFF, Paulo; KOHAYAKAWA, Yoshiharu; WAKABAYASHI, Yoshiko. **Uma introdução sucinta à Teoria dos Grafos**. São Paulo. 2011. Disponível em: <http://193.136.25.243/bitstream/arquivo-e/63/1/TeoriaDosGrafos.pdf>. Acesso em 9 de jan de 2021.

FERNANDES, Sebastião Inácio. **Uma avaliação multicriterial do sistema de transportes de cargas do Brasil**. Orientador: Simin Jalali Rahnemay Rabbani. 1996. 107p. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências de Tecnologia, 1996, Campina Grande. Disponível: <http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/jspui/handle/riufcg/2853>. Acesso em 19 de abr de 2021.

FREITAS, Alan Robert Resende de. **Resolvendo o problema do caixeiro viajante via procedimento de busca adaptativa aleatória gulosa com construção baseada em redes neurais auto-organizáveis**. Orientador: Frederico Gadelha Guimarães. 2009, 90p. Trabalho de Conclusão de Curso (Ciência da Computação) – Universidade Federal de Ouro Preto, 2009, Ouro Preto. Disponível em: <http://www.decom.ufop.br/alan/papers/UFOP2009A5.pdf>. Acesso em 13 de abr de 2021.

JURKIEWICZ, Samuel. **Grafos: uma introdução**. São Paulo: OBMEP, 2009. 119p. Disponível em: <http://147.65.23.4/docs/apostila5.pdf>. Aceso em 9 de jan de 2021.

LEMOS, Dalton Luiz. **Contribuição do método multicritério de apoio à decisão para o cadastro técnico multifinalitário**. Orientador: Carlos Loch. 2010, 208p. Tese de Doutorado (Doutor em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2010, Florianópolis. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/94040>. Acesso em 20 de abr de 2021.

MALTA, Valéria de Fátima. **Aplicação do modelo grafo de solução de conflitos em problemas de recursos hídricos no brasil**. Orientador: Jorge Machado Damázio. 2000, 83p. Dissertação de Mestrado (Mestre em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2000, Rio de Janeiro. Disponível: <https://www.coc.ufrj.br/pt/dissertacoes-de-mestrado/100-2000/1705-valeria-de-fatima-malta>. Acesso em 19 de abr de 2021.

MENEZES, Ivan Fábio de. **Técnicas de reordenação para solução de sistemas esparsos**. Orientador: Marcelo Gattass. 1995, 112p. Tese de Doutorado (Doutor em Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 1995, Rio de Janeiro. Disponível em: <http://webserver2.tecgraf.puc-rio.br/~mgattass/teses/1995TeseIvanFavioMotaDeMenezes.pdf>. Acesso em 18 de abr de 2021.

MÜLLER, Jonathan Gil; BAIER, Tânia. Teoria dos Grafos: conceitos elementares para o ensino fundamental. **XII Encontro Nacional de Educação Matemática**, p. 1-12, 2016. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5378_2496_ID.pdf. Acesso em 10 de jan de 2021.

PAULA, Miguel Ângelo Almeida Faria de. **Estudo de roteirização de veículos empregando o transcad - contribuição para a distribuição urbana de cargas**. Orientador: Carlos Alberto Faria. 2009, 104p. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Civil, 2009, Uberlândia. Disponível em:

<https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/14134/1/AnalysisVehicleRouting.pdf>. Acesso em 19 de abr de 2021.

PEREIRA, Milena Lima. **Teoria dos grafos e o problema de fluxo em redes: Aplicação ao salão internacional de instituições de ensino do Pampa (siepe) realizado na universidade federal do pampa**. Orientadora: Elizangela Dias Pereira. 2019. 60p. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Pampa, 2019, Bagé. Disponível em: <http://dspace.unipampa.edu.br/handle/riu/4882>. Acesso em 31 de jan de 2021.

PIMENTA, Milene Maria Drumond. **História do problema das quatro cores**. Outras publicações. 2018. Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/wp-content/uploads/2018/08/Quatro-Cores_2.pdf. Acesso em 13 de abr de 2021.

PINTO, J. **Tópicos de Matemática Discreta**. Universidade de Aveiro. 1999. p. Disponível em: arquivoscolar.org/bitstream/arquivo-e/116/1/telemat.pdf. Acesso em 31 de jan de 2021

PIRES, Jorge Luiz Vargas Prudêncio de Barros. **Raciocínio diagramático como base para o desenvolvimento de conceitos**. Orientador: Alexandre Gonçalves Evsukoff. 2011. 173p. Tese de Doutorado (Doutor em Engenharia) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Programa de Engenharia Civil, 2011, Rio de Janeiro. Disponível em: <http://www.coc.ufrj.br/pt/teses-de-doutorado/155-2011/1256-jorge-luiz-vargas-prudencio-de-barros-pires>. Acesso em 19 de abr de 2021.

RABUSKE, Márcia Aguiar. **Introdução à Teoria dos Grafos**. 1 ed. Florianópolis: Ed. da UFSC, 1992. Disponível em: <https://www.estantevirtual.com.br/livros/marcia-aguiar-rabuske/introducao-a-teoria-dos-grafos/1315517076>. Acesso em 10 de jan de 2021.

SALDANA, Edwin Antônio Aranda. **Metodologia eficiente para análise de redes complexas de abastecimento de água**. Orientador: Paulo Vatauvuk. 2014. 178p. Tese de Doutorado (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, 2014, Campinas. Disponível em: http://repositorio.unicamp.br/jspui/bitstream/REPOSIP/257965/1/ArandaSaldana_EdwinAntonio_D.pdf. Acesso em 20 de abr de 2020.

SALVIANO, Isadora Rebelo. **Conectividade e a teoria dos grafos = um caminho para a conservação e manejo dos corredores ecológicos**. 2011. 95p. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, 2011, Campinas. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/258671>. Acesso em 19 de abr de 2021.

SANTOS, Daniel Lopes Braz dos. **Metodologia de identificação de polaridade em textos com base em projetos de lei brasileiros**. Orientador: Nelson Francisco Favilla Ebecken. 2017. 90p. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia, 2017, Rio de Janeiro. Disponível em: <https://pantheon.ufrj.br/handle/11422/9594>. Acesso em 20 de abr de 2020.

SCHWAAB, Cassio dos Santos. **Uma revisão teórica sobre o problema do caixeiro viajante e suas aplicações**. Orientadora: Elizangela Dias Pereira. 2019. 38p. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Pampa, 2019,

Bagé. Disponível em:

<http://dspace.unipampa.edu.br:8080/jspui/bitstream/riu/4880/1/TCC%202%20final.pdf>.

Acesso em 13 de abr de 2021

SECCO, Gisele Dalva. **Entre provas e experimentos uma leitura wittgensteiniana das controvérsias em torno da prova do teorema das quatro cores**. Orientador: Luiz Carlos Pinheiro Dias Pereira. 2013. 203p. Tese de Doutorado (Doutorado em Filosofia) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Filosofia, 2013, Rio de Janeiro. Disponível em: https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/22606/22606_1.PDF. Acesso em 13 de abr de 2021.

SILVA, Ana Thereza Barbosa da. **Modelagem e simulação de processos (corte, carregamento e transporte) na produção agrícola de açúcar e álcool**. Orientador: Carlos Alberto Faria. 2012. 120 f. Dissertação (Mestrado em Engenharias) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2012. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14176>. Acesso em 19 de abr de 2021.

SILVA, Fernando Ribeiro da. **Procedimentos para análise estrutural dinâmica através da técnica generalizada dos grafos de ligação**. 1994. 143p. Tese de Doutorado (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1994, Rio de Janeiro.

SILVA, Hamilton Bezerra Fraga da. **Planejamento de rede escolar pública em áreas urbanas, um modelo matemático pra a localização de escolas de primeiro grau**. 1991. 95p. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal Fluminense, 1991, Niterói.

SIQUEIRA, Paulo Henrique. **Aplicação do algoritmo do *matching* no problema da construção de escalas de motoristas e cobradores de ônibus**. 1999. 79p. Tese de Doutorado (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1999, Rio de Janeiro.

SOARES DE MELO, Gildson et al. **Introdução à Teoria dos Grafos**. Orientador: Napoleon Caro Tuesta. 2014. 25p. Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Departamento de Matemática, 2014, Joao Pessoa. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/tede/7549/5/arquivototal.pdf>. Acesso em 30 de jan de 2021.

SOUZA, Luiz Tarcísio. **Um sistema para análise incremental estática e dinâmica de cascas em processo de flambagem com computação gráfica interativa**. 1991, 250p. Tese de Doutorado (Doutorado em Engenharia) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1991, Rio de Janeiro.

SOUZA, Renan Calvalcanti Filgueiras de. **Metodologia de pré-processamento de clusters de grafos através de planarização**. Orientador: Nelson Francisco Favilla Ebecken. 2012. 83p. Tese de Doutorado (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Programa de Engenharia Civil, 2012. Rio de Janeiro. Disponível em: <https://www.pec.coppe.ufrj.br/pt/teses-de-doutorado/156-2012/4138-renan-cavalcanti-filgueiras-de-souza>. Acesso em 20 de abr de 2021.

VILAS-BOAS, Clóvis Rodrigues et al. **Introdução ao estudo de grafos: origem e aplicações**. Orientador: Pedro José Catuogno. 2016. 74p. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, 2016, Campinas. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/321286>. Acesso em 31 de jan de 2021.