

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**

**MAURÍCIO BISOGNIN MARCHESAN**

**ANÁLISE DO EFEITO DE ESCALA EM MATERIAIS QUASE-FRÁGEIS  
UTILIZANDO A TEORIA PERIDINÂMICA**

**Alegrete  
2020**

**MAURÍCIO BISOGNIN MARCHESAN**

**ANÁLISE DO EFEITO DE ESCALA EM MATERIAIS QUASE-FRÁGEIS  
UTILIZANDO A TEORIA PERIDINÂMICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Me. Leandro Friedrich

**Alegrete  
2020**

**MAURÍCIO BISOGNIN MARCHESAN**

**ANÁLISE DO EFEITO DE ESCALA EM MATERIAIS QUASE-FRÁGEIS UTILIZANDO A TEORIA PERIDINÂMICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 17, dezembro de 2020.

Banca examinadora:

---

Prof. M.Sc. Leandro Ferreira Friedrich  
Orientador  
Unipampa

---

Prof. Dr. Luis Eduardo Kostascki  
Unipampa

---

Prof. Dr. Vicente Bergamini Puglia  
Unipampa



Assinado eletronicamente por **VICENTE BERGAMINI PUGLIA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 14/01/2021, às 13:37, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **LUIS EDUARDO KOSTESKI, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 14/01/2021, às 13:50, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **LEANDRO FERREIRA FRIEDRICH, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 14/01/2021, às 13:52, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0445084** e o código CRC **4663ECC1**.

## RESUMO

Experimentos laboratoriais, em geral, representam a realidade sobre o comportamento de determinado componente, porém no caso de estruturas muito grandes o tamanho acaba por exceder aquele disponível para realização dos ensaios e, desta maneira, modelos em escala reduzida são utilizados. O resultado desses experimentos pode dar indicativos do comportamento esperado do componente, desde que os resultados obtidos em laboratório não sejam influenciados pela diferença de tamanho. Porém, esta condição não é atendida para uma classe de materiais, os chamados de quase-frágeis. Estes materiais, como polímeros reforçados com fibras, rochas e principalmente o concreto, possuem características específicas e são utilizados em uma grande quantidade de aplicações na engenharia. No entanto, a depender da escala de análise das estruturas formadas por esses materiais o seu comportamento é influenciado pelo seu tamanho. A esse efeito dá-se o nome de efeito de escala estrutural. Utilizando como material de estudo o poliestireno expandido, vigas com três diferentes dimensões, proporcionais entre si, sujeitas a um ensaio de flexão em três pontos são analisadas numericamente através da peridinâmica (PD). A teoria peridinâmica é uma formulação particular do método dos elementos discretos tratando-se de uma teoria não-local que leva em consideração as forças entre pontos materiais em uma determinada vizinhança, definida por uma região chamada de horizonte. Os resultados em geral são comparados com estudos experimentais disponíveis na literatura. O efeito de escala será analisado sobre as quantidades mecânicas da tensão de flexão, rotação crítica e energia de fratura do material utilizando a abordagem fractal descrita por Carpinteri. Além disso, as amostras simuladas foram monitoradas através da técnica de emissão acústica e o efeito de escala também foi analisado desse ponto de vista. Os resultados mostram que a PD é uma ferramenta adequada para a simulação de materiais quase-frágeis e que o efeito de escala capturado é condizente com o esperado pela teoria e o previsto pelos dados experimentais.

Palavras-Chave: Efeito de escala, emissão acústica, teoria peridinâmica, materiais quase frágeis.

## ABSTRACT

Laboratory experiments, in general, represent the reality about the behavior of a given component, however in the case of very large structures, the physical size delimits the space available for carrying out the tests and, in this way, small scale models are used. The results of these experiments can give indications of the expected behavior of the component, as long as the results obtained in the laboratory are not influenced by the size difference. However, this condition is not met for a class of materials, called quasi-brittle. These materials, such as polymers reinforced with fibers, rocks and mainly concrete, have specific characteristics and are used in a large number of engineering applications. However, depending on the scale of analysis of the structures formed by these materials, their behavior is influenced by their size. This effect is called the structural scale effect. Using expanded polystyrene as study material, beams with three different dimensions, proportional to each other, subjected to a three-point bending test are analyzed numerically using peridynamics (PD). The peridynamic theory is a particular formulation of the discrete element method. It is a non-local theory that takes into account the forces between material points in a given neighborhood, defined by a region called the horizon. The results are generally compared with experimental studies available in the literature. The scale effect will be analyzed on the mechanical quantities of the flexural stress, critical rotation and fracture energy of the material, using the fractal approach described by Carpinteri. In addition, the simulated samples were monitored using the acoustic emission technique and the scale effect was also analyzed from this point of view. The results show that the PD is an adequate tool for the simulation of quasi-brittle materials and that the scale effect captured is consistent with what was expected by the theory and predicted by the experimental data.

**Keywords:** Size effect, acoustic emission, peridynamics, quasi-brittle materials.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ilustração do efeito de escala em vigas de diferentes tamanhos e seu comportamento. ....	14
Figura 2 - Representação da Lei do efeito de escala (SEL).....	15
Figura 3 - Efeito de escala na tensão de flexão. ....	16
Figura 4 - Efeito de escala na energia de fratura, $G_f$ . ....	17
Figura 5 - Rotação localizada no ponto de flexão da viga.....	18
Figura 6 - Efeito de escala na rotação, $\varphi_c$ .....	18
Figura 7 - Desenho esquemático representando a análise e processamento de eventos de emissão acústica. ....	19
Figura 8 - Comportamento comum de eventos de EA. ....	20
Figura 9 - Determinação da dimensão fractal usando a técnica de emissão acústica em amostras de a) concreto e b) rochas. ....	21
Figura 10 - Representação esquemática do horizonte $\delta$ em um modelo peridinâmico. ....	22
Figura 11 - Desenho esquemático de um modelo peridinâmico baseado em ligações. ....	24
Figura 12 -(a) Lei constitutiva $f-s$ a nível de ligações. (b) resposta estrutural para cada lei em termos de $\sigma - \varepsilon$ . Em ambas imagens: Caso I: horizonte característico $\delta_o$ com a lei tradicional dada pela Equação 17. Caso II: horizonte conveniente $\delta'$ com a lei tradicional dada pela Equação 14. Caso III: horizonte conveniente $\delta'$ com a lei bilinear, combinando (20) e (21)..	27
Figura 13 - Lei proposta e sua relação com as energias envolvidas no processo de carregamento. ....	29
Figura 14 - Distribuição dos polos e o tamanho de correlação no domínio do modelo PD e o detalhe da localização do centroide de uma ligação PD.....	30
Figura 15 - a) Os três modelos utilizados durante os testes, b) Posição dos sensores no corpo de prova de tamanho médio.....	31
Figura 16 - Desenho esquemático representando as dimensões dos corpos de prova.....	32
Figura 17 - Exemplo de corpo de prova modelado numericamente.....	33
Figura 18 – Comparativo energia dissipada ( $W$ ) definida por a) Carpinteri et al. (2018), b) utilizada neste trabalho. ....	34
Figura 19 – Diferentes tamanhos de viga simulados e as devidas divisões em pontos materiais de cada caso. ....	37
Figura 20 – Comparativo entre as curvas Tensão x Deformação dos três tamanhos de amostra obtidas por meio dos ensaios experimentais e as simulações PD.....	38
Figura 21 – Gráfico comparativo das curvas tensão x deformação dos três diferentes tamanhos de amostra simulados. ....	39
Figura 22 – Gráfico comparativo entre os ensaios experimental e computacional demonstrando o comportamento do efeito de escala em relação à tensão, $\sigma_{m\acute{a}x}$ .....	41
Figura 23 – Comparativo entre as simulações e os ensaios experimentais levando em consideração o efeito de escala em relação a rotação.....	42
Figura 24 – Gráfico demonstrando o efeito de escala em relação à energia de fratura, $G_f$ , comparando os ensaios experimentais e as simulações.....	44
Figura 25 – Atividade de EA para a) viga grande, b) viga média e c) viga pequena. ....	45
Figura 26 - Gráfico Log N x Log V .....	46
Figura 27 – Configurações de ruptura das amostras, a) Grande, b) Média e c) pequena. ....	47

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Dimensões das vigas utilizadas nos ensaios experimentais. ....	32
Tabela 2 - Valores dos volumes, massas e densidades dos espécimes analisados. ....	35
Tabela 3 - Valores para o módulo de elasticidade.....	36
Tabela 4 - Propriedades do material e Parâmetros da PD. ....	37
Tabela 5 – Apresentação dos valores de tensão dos ensaios experimental e numérico. ....	40
Tabela 6 – Valores de deflexão máxima e rotação obtidos nos ensaios experimental e computacional.....	42
Tabela 7 – Tabela comparativa entre os valores de energia dissipada para o ensaio experimental e PD. ....	43

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EA – Emissão acústica

MED – Método dos elementos discretos

PD – Peridinâmica

SEL – *Size Effect Law*

MFLE – Mecânica da Fratura Linear Elástica

MFSL – *Multi Fractal Scaling Law*

AF – *Average Frequency*

RA – *Rise Angle*



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>10</b>
1.1 Contextualização .....	10
1.2 Objetivos .....	11
1.3 Estruturação do trabalho .....	12
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>13</b>
2.1 Efeito de escala .....	13
2.2 O efeito de escala e a técnica de emissão acústica.....	18
2.3 Peridinâmica.....	22
2.3.1 Aspectos gerais.....	22
2.3.2 Lei constitutiva bi linear.....	26
2.3.3 Geração de propriedades aleatórias no modelo PD.....	29
<b>3 METODOLOGIA .....</b>	<b>31</b>
3.1 Validação.....	31
3.2 Simulação numérica dos ensaios de flexão em três pontos e de emissão acústica .....	33
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>35</b>
4.1 Determinação das propriedades do material .....	35
4.1.1 Densidade.....	35
4.1.2 Módulo de elasticidade .....	36
4.2 Simulação dos ensaios de três pontos .....	37
4.2.1 Análise do efeito de escala estrutural: Experimental x Simulações.....	38
4.2.2 Expoentes de escala.....	40
4.3 Simulação do ensaio de emissão acústica .....	44
4.3.1 Seleção dos eventos de emissão acústica .....	44
4.3.3 Efeito de escala pela técnica de EA .....	46
<b>5 CONCLUSÕES.....</b>	<b>47</b>
<b>6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>48</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>49</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Contextualização

Quando ocorre variação nas dimensões de uma estrutura de determinado material, o comportamento mecânico se altera, a este fenômeno dá-se o nome de efeito de escala. Tensão, deformação, resistência do material à fadiga, as quais são as principais propriedades mecânicas de um sólido, acabam sendo alteradas por esse fenômeno. Em geral, há uma diminuição dos valores destas propriedades à medida em que o tamanho estrutural aumenta (Colpo *et al.* 2016).

Os testes em laboratório, que poderiam prever o comportamento de uma estrutura, acabam ficando limitados pelo tamanho, desta maneira ensaios realizados em uma estrutura de tamanho pequeno acaba por não representar o comportamento de uma maior. Assim sendo, o efeito de escala nas propriedades mecânicas dos materiais é um ponto de vasto interesse no projeto de estruturas. Por isso, muitas pesquisas (Carpinteri, 1986, Carpinteri e Chiaia, 1996, Bazant e Chen, 1997) tem sido realizadas para continuar a provar e melhorar a estimativa da transição do comportamento da estrutura em relação ao seu tamanho. Alguns materiais de interesse comum, devido ao seu uso em larga escala, são os classificados como quase-frágeis, como o concreto e alguns polímeros reforçados por exemplo, e por isso estes são uma das principais vertentes de análises do efeito de escala. Entender o comportamento de estruturas desse material garante a segurança do seu uso em diferentes escalas, desde pequenas construções até casas e grandes edifícios.

Uma técnica que vem sendo utilizada e que permite analisar o efeito de escala é a emissão acústica (EA), a qual possui a capacidade de avaliar a localização de determinado dano e sua evolução por meio das ondas elásticas que surgem e se propagam em corpos expostos a esforços. Fisicamente, a EA é um fenômeno causado pela alteração estrutural em um sólido, em que ondas elásticas transientes são geradas devido à rápida liberação de energia de deformação elástica. As ondas de EA, cuja frequência varia de alguns kHz à MHz, propagam no material até a superfície da estrutura onde são detectadas por sensores que convertem a energia de deformação em sinal elétrico (Shiotani *et al.*, 1994; Kurz *et al.*, 2006; Carpinteri e Ferro, 1998).

Com o aumento da capacidade computacional ao longo dos anos e o surgimento de novos métodos numéricos, o efeito de escala também começou a ser analisado de forma numérica como os trabalhos de Colpo *et al.* (2016) e Iturrioz *et al.* (2016) e Kostaski (2012),

permitindo maior versatilidade e economia de forma a complementar resultados experimentais. A capacidade dos métodos numéricos em captar as ondas elásticas emitidas pela deformação do material também aproximou a comparação entre a análise experimental e numérica no estudo do efeito de escala.

A possibilidade de representar a fratura e a fragmentação de materiais é de extrema importância para estudar o efeito de escala. As metodologias numéricas clássicas, como elementos finitos, apresentam dificuldades na transição do meio contínuo para o descontínuo na representação desses materiais em problemas envolvendo fratura e fragmentação. Nestes casos, o método dos elementos discretos (MED) é uma opção vantajosa. Considerando não somente o que ocorre em um ponto e sim em uma determinada região, o MED permite a representação do surgimento e propagação de trincas de maneira natural. (Iturrioz *et al.* 2018).

Proposta por Silling (2000), a peridinâmica (PD) é uma formulação particular do MED tratando-se de uma teoria não-local (Askari *et al.* 2008) que leva em consideração as forças entre pontos materiais em uma determinada vizinhança, definida por uma região esférica no espaço tridimensional, chamada de horizonte  $\delta_0$  (Rädel *et al.* 2017). Por meio do alongamento crítico entre dois pontos materiais vizinhos, o dano é calculado, então, após este alongamento, a força de interação entre estes dois pontos é interrompida e passa a agir entre os pontos restantes, fazendo com que os mesmos sejam passíveis de falha.

## 1.2 Objetivos

O presente trabalho possui como objetivo geral a análise do efeito de escala em materiais quase-frágeis utilizando a teoria peridinâmica.

Como objetivos específicos, tem-se:

- a) Realizar simulações de ensaios de flexão em três pontos utilizando a peridinâmica para avaliar o efeito de escala no material analisado.
- b) Comparar os resultados das simulações com dados obtidos experimentalmente.
- c) Realizar medições de eventos de emissão acústica nas simulações visando analisar o efeito de escala nos materiais quase-frágeis.
- d) Colaborar para o desenvolvimento de novas abordagens dentro da teoria peridinâmica como a mudança da lei constitutiva do material e a distribuição das propriedades mecânicas do material.

### **1.3 Estruturação do trabalho**

O trabalho desenvolvido é constituído de cinco capítulos. No primeiro capítulo encontra-se a introdução, desenvolve-se uma breve apresentação dos temas abordados visando facilitar o entendimento do tema apresentando os objetivos buscados com o trabalho. A fundamentação teórica está exposta no segundo capítulo, onde estão embasados os temas de pesquisa. Estão conceituados nesta parte a peridinâmica, a emissão acústica e o efeito de escala. O capítulo 3 mostra a metodologia realizada, apresentando a construção do modelo na peridinâmica e como irá ocorrer o comparativo com os ensaios experimentais. No capítulo 4 são apresentados os resultados tanto dos ensaios experimentais, os quais serão usados como comparativo, quanto das simulações computacionais, os quais serão discutidos e analisados. No capítulo final, 5, são apresentadas as conclusões obtidas pela análise das simulações e por fim no capítulo 6 as sugestões para trabalhos futuros. Por último, são apresentadas as referências.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

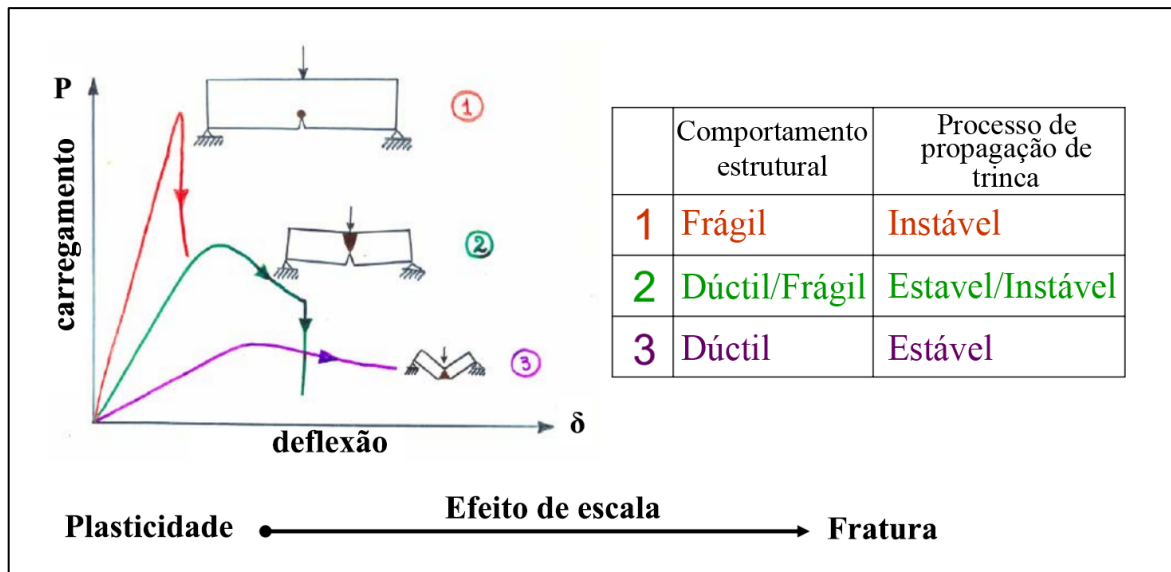
### 2.1 Efeito de escala

O fato de que os materiais apresentam efeito de escala é conhecido há muito tempo. Entretanto, durante as últimas décadas, o efeito de escala vem sendo estudado continuamente e com maior intensidade. Além de estudos experimentais, analíticos e, mais recentemente, por métodos numéricos, também houve aumento no estudo da literatura existente, o que resultou em referências ao estudo de Leonardo da Vinci e Galileu Galilei (Vliet, 2000), por exemplo.

As primeiras referências históricas ao efeito de escala datam do século XVI, por meio de observações realizadas por Leonardo da Vinci que afirmou: “entre cordões de igual espessura, o mais curto é o mais forte”. Na literatura científica moderna, contribuições sobre este assunto podem ser encontradas em Herrmann e Roux (1990) e Krajcinovic (1996), onde o efeito de escala é estudado em vários tipos de materiais.

No efeito de escala estrutural, observa-se uma transição do comportamento dúctil ao frágil quando o tamanho da estrutura é aumentado. Este tipo de efeito de escala é visível nos diferentes materiais utilizados em engenharia, citando, por exemplo, grandes estruturas de aço que apresentam comportamento frágil ao passo que pequenos filamentos de vidro apresentam ductilidade (Kosteski, 2012). O efeito de escala assume um papel predominante quando analisado sobre a sua influência em materiais quase-frágeis, como o concreto, compósitos reforçados e certos metais sobre condições específicas. Nesses materiais de inúmeras aplicações, a forma como o dano é distribuído no corpo, como ele se concentra próximo da ruptura e a influência da heterogeneidade do material o torna foco de muitos estudos. A Figura 1 mostra três tamanhos de vigas de um material quase-frágil submetidas a um ensaio de três pontos, bem como a classificação do comportamento global de cada uma. Durante o processo de transição dúctil para frágil, o mecanismo de falha governante muda. Por exemplo, nas vigas de comportamento dúctil (pequenas) a plasticidade é responsável por uma ruptura dúctil, com uma descarga da curva controlada. Já no caso das vigas maiores, as vigas rompem abruptamente, ou seja, uma falha frágil com uma propagação de trinca instável e que pode ser modelada pela mecânica da fratura. Por fim, na viga intermediária um misto dos comportamentos é registrado.

Figura 1 - Ilustração do efeito de escala em vigas de diferentes tamanhos e seu comportamento.



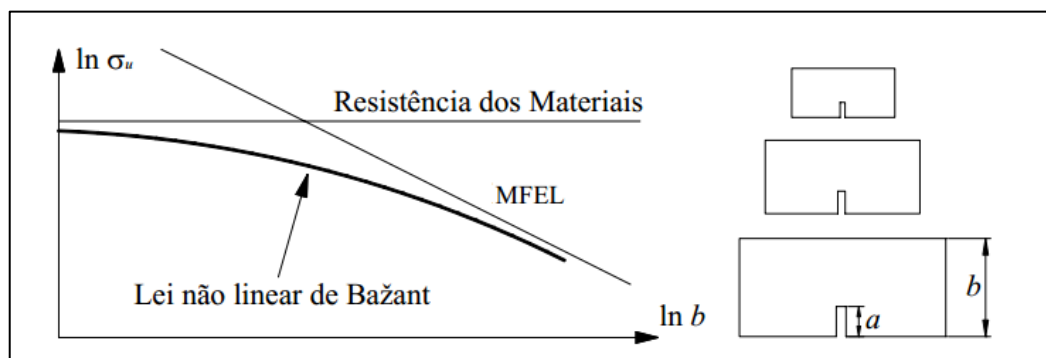
Fonte: Adaptado de Carpinteri (1989)

Além da transição dúctil para frágil, o efeito de escala é responsável por alterar as propriedades mecânicas dos materiais a depender do tamanho da estrutura analisada. Conforme Carpinteri et al. 2012, o efeito de escala é responsável por alterar a energia de fratura, resistência a tração e a deformação crítica do material. Para tentar medir a variação dessas propriedades duas principais teorias são utilizadas. A primeira principal teoria a versar sobre o efeito de escala, após Weibull (1939), foi proposta por Bažant em 1984 e foi chamada Lei do Efeito de Escala (do inglês *Size Effect Law* - SEL). A SEL diz que o efeito de escala é limitado por duas abordagens distintas para os diferentes tamanhos das estruturas. Assim, a SEL tem como pontos de partida que a resistência do material para tamanhos pequenos é restrita pelo limite de plasticidade, enquanto que para tamanhos grandes o comportamento segue a mecânica da fratura linear elástica (MFLE), Vliet (2000). Logo, o efeito de escala pode ser demonstrado por uma curva não linear, resultando em uma transição gradual entre os dois limites mencionados (Figura 2). Após a primeira iteração da SEL, Bažant e outros autores deram sequência no trabalho, o que permitiu desenvolver novas formulações. Mais informações podem ser encontradas em Bažant (1984), Bažant *et al.* (1998) e Vliet (2000).

Em 1992, Carpinteri, desenvolveu a segunda teoria de grande importância dentro deste tópico, diferente das aproximações estatísticas e deterministas apresentadas anteriormente, esta teoria explica o efeito de escala baseado na teoria multi fractal (do inglês, *multifractality*) de uma fratura superficial sob tensão última. Portanto, as desordens presentes no material podem

ser expressas pela dimensão fractal onde este último parâmetro aumenta à medida que se aumenta as desordens presentes no material [Carpinteri *et al.* (1995)]. De acordo com esta aproximação, vários níveis de desordem podem ser diferenciados de maneira relativa ao tamanho da estrutura. Para pequenas estruturas, onde a influência da microestrutura se faz mais presente, será onde haverá o maior nível de desordem, entretanto, ao passo que aumentando o tamanho do objeto as desordens diminuem até o ponto de desaparecer. A partir do anteriormente exposto, Carpinteri propôs a Lei do Efeito de Escala Multifractal (do inglês *Multi Fractal Scaling Law* - MFSL).

Figura 2 - Representação da Lei do efeito de escala (SEL).



Fonte: Kostascki (2012)

Carpinteri *et al.* (1995), relacionou o comprimento característico do material com o tamanho da escala da estrutura, ou seja, tamanho externo. O comprimento característico pode ser entendido como um tamanho característico da microestrutura do material, no caso do concreto por exemplo, esse comprimento pode ser o tamanho máximo do agregado. Logo, como a microestrutura é a mesma independentemente do tamanho macroscópico analisado, o efeito da desordem nas propriedades mecânicas depende essencialmente da relação entre esses comprimentos. Assim quando a medida dos comprimentos se aproxima, a desordem micro estrutural torna-se elemento fundamental, por outro lado, se o comprimento externo é grande a desordem tem seu papel diminuído no comportamento mecânico do material. Alguns resultados comparativos apresentados em Carpinteri e Chaia (1997; 2002) entre a SEL e teoria proposta por Carpinteri e seus colaboradores, mostram que a aderência com dados experimentais tanto para corpos de prova com e sem entalhe são mais coerentes com a proposta deste último.

A fractalidade registrada nos materiais é de extrema complexidade e por isso o efeito de escala analisado nesse trabalho, será focado em medir os expoentes de escala, porém sem

aprofundar significativamente seu resultado dentro do contexto fractal. Para mais informações sobre o tema tratado consultar os trabalhos de Carpinteri e Chiaia (1995), e Carpinteri *et al.* (1994).

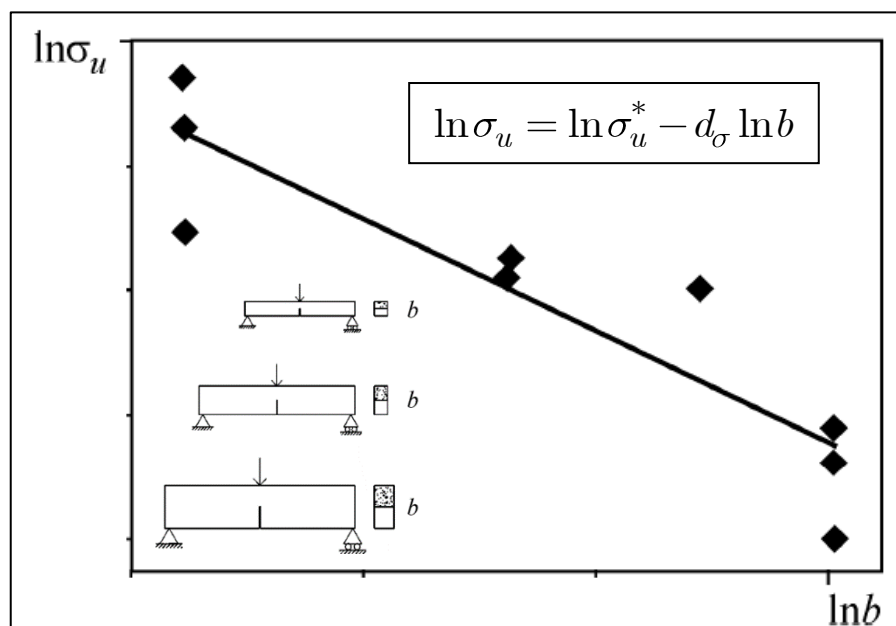
### 2.1.1 Efeito de escala em ensaios de flexão em três pontos: abordagem fractal

De acordo com Carpinteri *et al.* (2018), em um ensaio de flexão em 3 pontos, três quantidades mecânicas podem sofrer o efeito de escala: a tensão de flexão última, energia de fratura e a rotação crítica. A tensão de flexão pode ser calculada a partir da força aplicada ( $F$ ) e escrita na forma:

$$\sigma = 3FL / 2tb^2 \quad \dots(1)$$

onde  $t$  e  $b$  são a largura e altura da viga, respectivamente. De acordo com Carpinteri *et al.* (2018), os valores da tensão de flexão máxima obtidos por meio de ensaios de flexão em três pontos de vigas de diferentes tamanhos, podem ser representados em um diagrama bi logarítmico para visualizar o efeito de escala, como apresentado na Figura 3 abaixo, onde  $d_\sigma$  representa o expoente de escala da tensão de flexão.

Figura 3 - Efeito de escala na tensão de flexão.



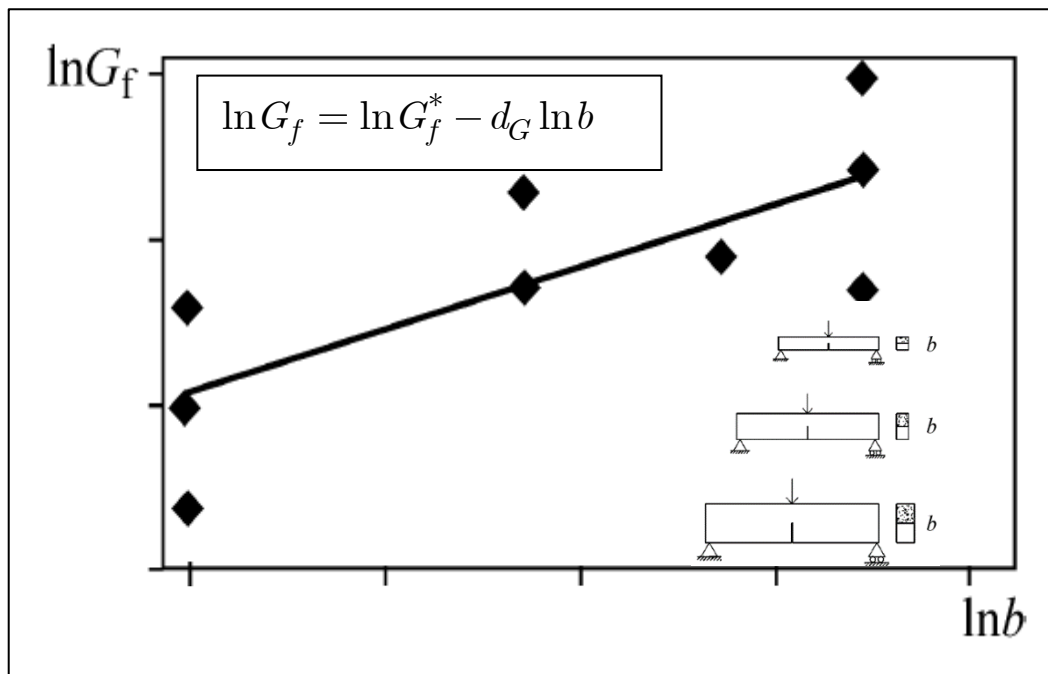
Fonte: Adaptado de Carpinteri *et al.* (2018)



No que tange à energia de fratura ( $G_f$ ), através de um diagrama bi logarítmico, como o apresentado na Figura 4, é possível extrair o expoente de escala da energia de fratura,  $d_G$ . Ou seja, quantifica-se o tamanho do efeito de escala nessa quantidade mecânica. A energia de fratura é calculada através da razão da energia de dissipada ( $W$ ) até a ruptura (essa medida será definida na metodologia) e a área da seção transversal da viga, na forma:

$$G_f = W / tb \quad \dots(2)$$

Figura 4 - Efeito de escala na energia de fratura,  $G_f$ .

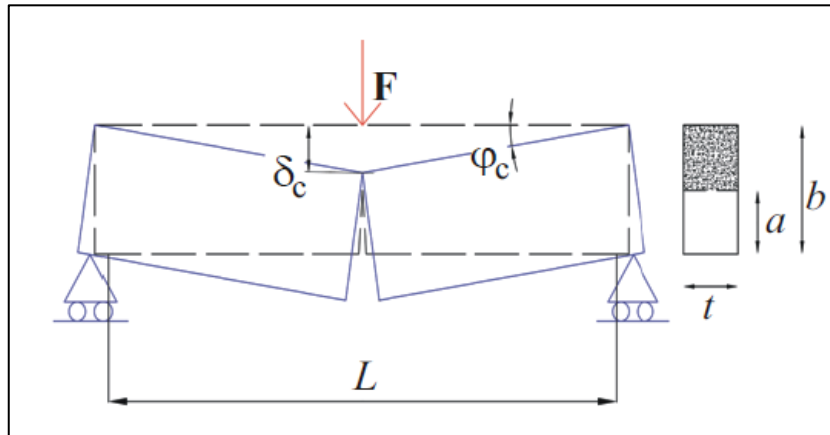


Fonte: Adaptado de Carpinteri *et al.* (2018)

Carpinteri *et al.* (2018) comenta que é difícil calcular a deformação crítica, que também se altera com o tamanho da estrutura analisada, em vigas em um ensaio de três pontos. Assim, ele sugere um parâmetro que é mais fácil de se obter, a rotação crítica  $\varphi_c$ , conforme mostra a Figura 5. Na falha, o ângulo de rotação pode ser definido de acordo com a expressão 3, abaixo.

$$\varphi_c = \frac{\delta_c}{L / 2} \quad \dots(3)$$

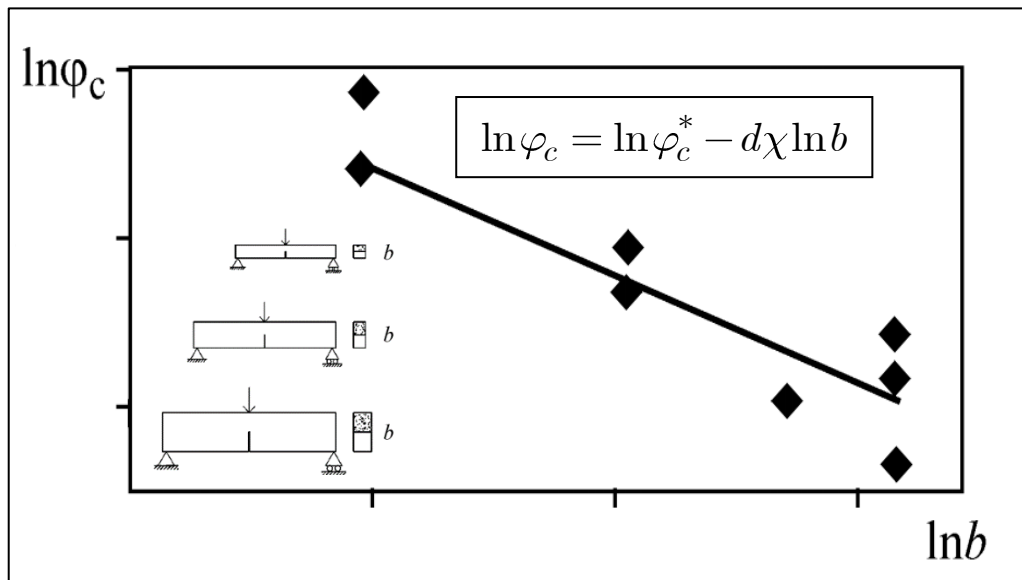
Figura 5 - Rotação localizada no ponto de flexão da viga.



Fonte: Adaptado de Carpinteri *et al.* (2018)

A lei de escala da rotação crítica é mostrada na Figura 6. Através do gráfico bi logaritmo é possível extrair o expoente de escala da rotação crítica  $d\chi$ , que mede a variação dessa quantidade com o tamanho das amostras.

Figura 6 - Efeito de escala na rotação,  $\varphi_c$



Fonte: Adaptado de Carpinteri *et al.* (2018)

## 2.2 O efeito de escala e a técnica de emissão acústica

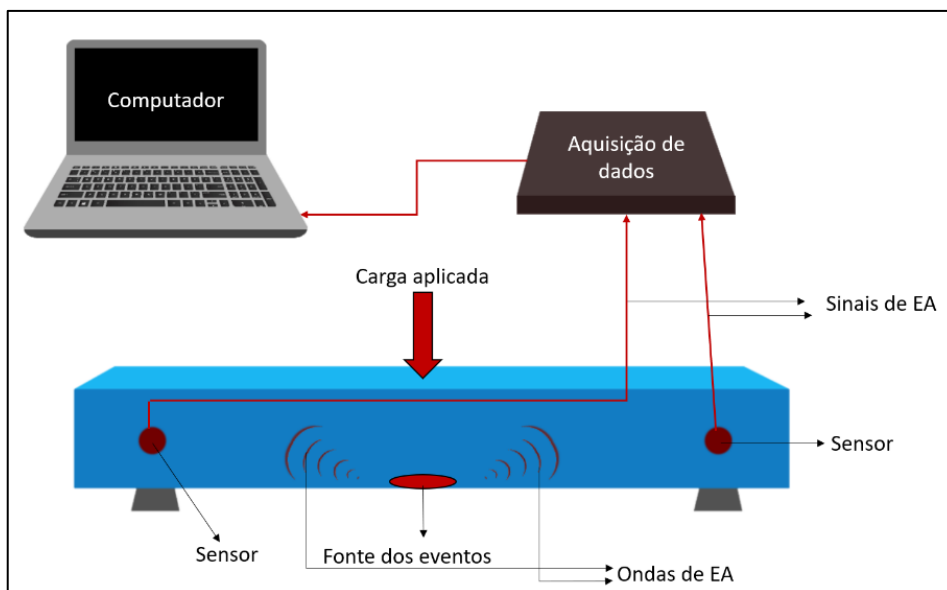
A emissão acústica se tornou um método não destrutivo bastante reconhecido devido a possibilidade de se detectar falhas em estruturas mecânicas, vazamentos em dutos hidráulicos,

entre outros possíveis defeitos, em seus estados iniciais, muito antes da estrutura colapsar. Caso uma estrutura esteja sob solicitação mecânica, descontinuidades locais liberam energia em forma de ondas de alta frequência (Friedrich *et al.*, 2019).

Esta ocorrência se dá pelas mudanças estruturais nos sólidos quando há uma rápida liberação de energia, neste momento ondas elásticas são geradas. Tais ondas variam dentro de uma faixa de frequência entre kHz e MHz e propagam-se através da superfície da estrutura onde sensores são capazes de captar as energias liberadas e as transformar em pulsos elétricos. Estes pulsos possivelmente estarão expostos a ruídos do ambiente, sendo assim se faz necessário realizar a filtragem de tais ruídos, após a filtragem os pulsos elétricos são amplificados e transformados em pulsos de emissão acústica (Shiotani *et al.*, 1994). A Figura 7 mostra um esquema experimental para a realização de um ensaio de emissão acústica.

Segundo Grosse *et al.* (2008), a EA é considerada como uma técnica não destrutiva pois os parâmetros são obtidos durante as condições normais de funcionamento ou solicitação da estrutura analisada, desta maneira, a EA é muito útil para detecção prematura de falhas e trincas, antes da estrutura falhar por completo. Ondas elásticas geradas pela nucleação ou crescimento de defeitos na estrutura são captadas, sendo geradas pela mesma fonte, sem que um equipamento emissor externo seja adicionado (Birck, 2013).

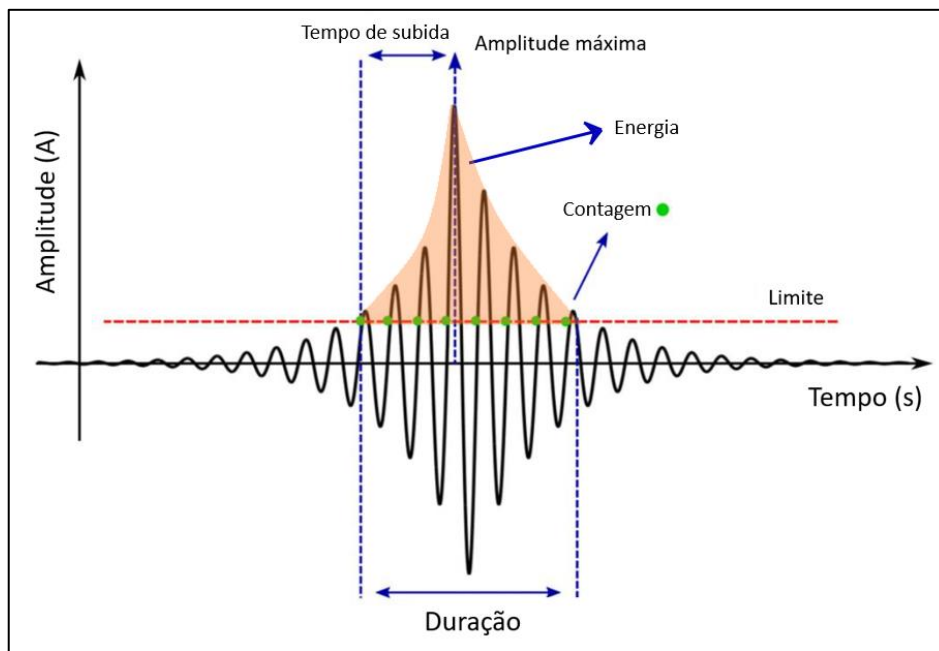
Figura 7 - Desenho esquemático representando a análise e processamento de eventos de emissão acústica.



Fonte: Autor (2020)

Identificar os eventos de EA, Figura 8, é a fase mais importante de uma análise de monitoramento. A caracterização de cada evento se dá, principalmente, pela amplitude máxima, mas também por outros parâmetros como, por exemplo, duração do evento, frequência média (do inglês *Average frequency* – AF), ângulo de subida (do inglês *Rise Angle* – RA), energia, entre outros (Grosse *et al.*, 2008). Alguns desses parâmetros são exemplificados também na Figura 8.

Figura 8 - Comportamento comum de eventos de EA.



Fonte: Adaptado de M. Shateri *et al.* (2017)

Através da técnica de emissão acústica é possível ainda avaliar o efeito de escala, aplicando a técnica a amostras de diferentes tamanhos. Shcherbakov *et al.* (2003) mostrou que a distribuição estatística dos eventos de emissão acústica possui uma relação direta com o volume de cada amostra e que essa relação está estritamente ligada a dimensão fractal, ou seja, o domínio onde ocorre a localização do dano, nas amostras em diferentes escalas. Se pode escrever então que a energia liberada durante o processo de ruptura ( $W$ ), o número de eventos de EA produzidos ( $N_{máx}$ ) e a dimensão fractal onde ocorre a dissipação de energia ( $V^{D/3}$ ), pode ser escrita na forma,

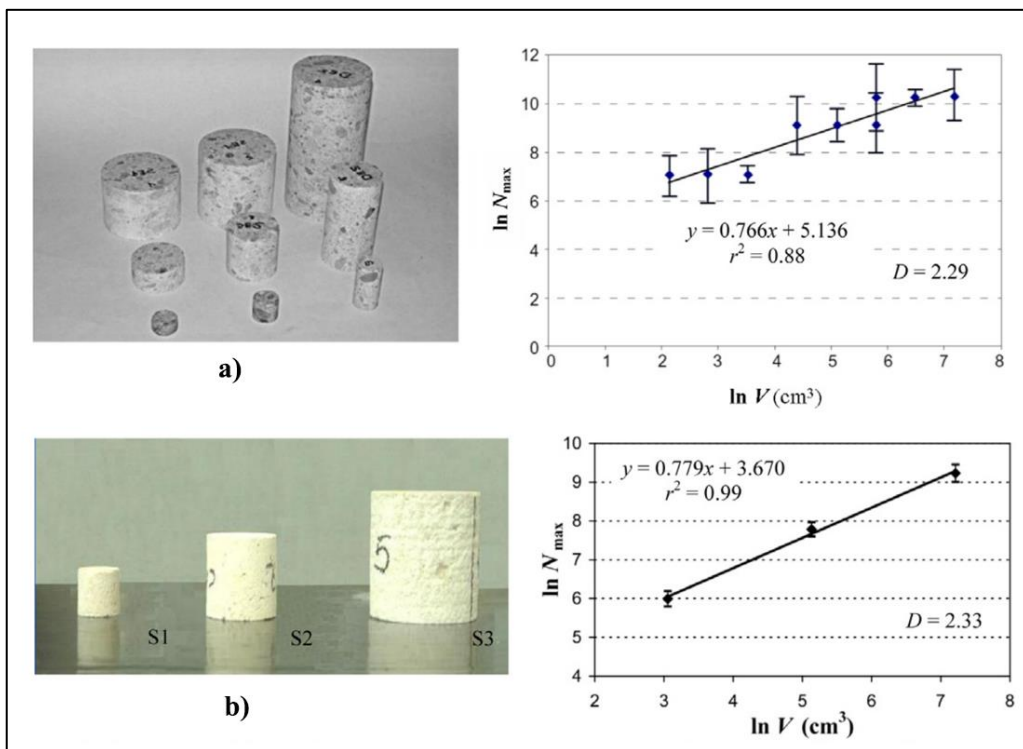
$$W \sim N \sim V^{D/3} \quad \dots(4)$$

A partir das relações expressas pela Equação 4 é possível determinar o efeito de escala através da relação bi logarítmica do número de eventos total e o volume de cada amostra na forma:

$$\log N = D/3 \log V + d \quad \dots(5)$$

onde  $d$  é uma constante qualquer. Assim a inclinação da linha de tendência do gráfico  $\log N \times \log V$  é dado por  $D/3$ . Em Carpinteri *et al.* 2012, resultados experimentais, Figura 9, para concreto e rochas mostram que a dimensão fractal ( $D$ ) deve ficar entre 2 e 3, ou seja, entre uma superfície e um volume, mostrando que os eventos podem estar distribuídos ou concentrados. Essa abordagem proposta por Carpinteri *et al.* 2012 permite, a partir de dados em laboratório, prever quantos eventos uma estrutura maior teria que ter até atingir a falha. Obviamente, o pressuposto fundamental é que o nível de dano observado nas amostras de referência seja proporcional ao nível alcançado em toda a estrutura antes do início do monitoramento.

Figura 9 - Determinação da dimensão fractal usando a técnica de emissão acústica em amostras de a) concreto e b) rochas.



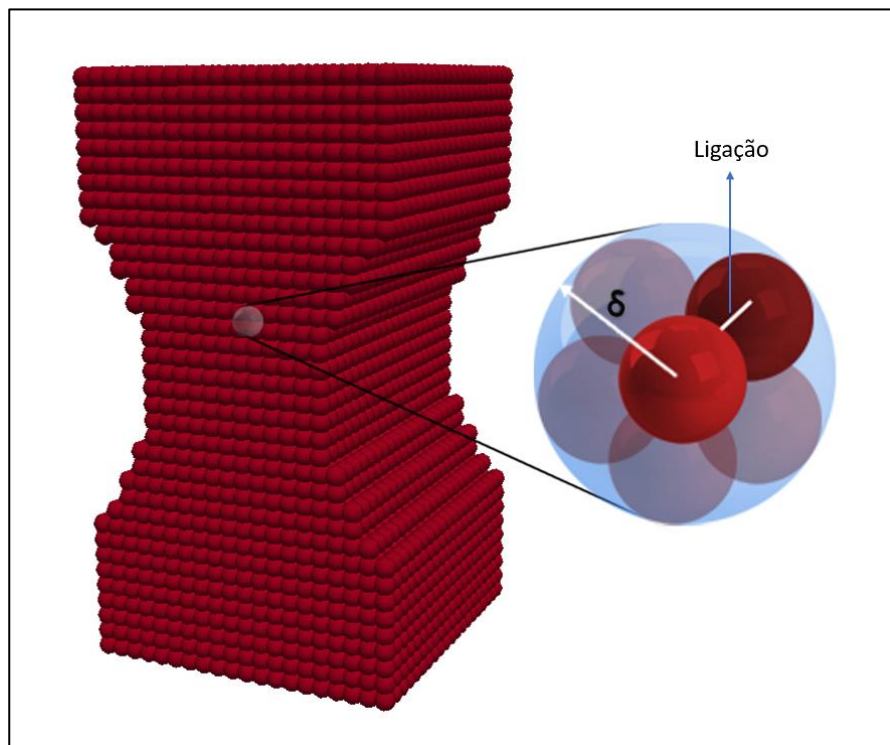
Fonte: Carpinteri *et al.* (2012)

## 2.3 Peridinâmica

### 2.3.1 Aspectos gerais

Como uma abordagem numérica não-local, a teoria peridinâmica, formulada por Silling (2000), descreve o comportamento mecânico de um meio contínuo através da solução de uma integral espacial em vez de uma equação diferencial parcial como no método de elementos finitos, por exemplo. A teoria parte do pressuposto que dois pontos materiais em um corpo sólido interagem entre si a partir do momento que a distância entre eles seja menor que um dado intervalo  $\delta$  (chamado de horizonte) mesmo que não estejam em contato direto.

Figura 10 - Representação esquemática do horizonte  $\delta$  em um modelo peridinâmico.



Fonte: Autor (2020).

Na teoria peridinâmica clássica, assume-se que as interações entre os pontos materiais são transmitidas por meio de uma ligação (Figura 10). Em determinado instante de tempo  $t$ , os pares de forças constitutivas entre os pontos materiais  $x$  e  $x'$  pertencentes à região  $R$  podem ser definidas pela seguinte equação geral:

$$f = f(x, x', u(x, t), u(x', t)) \quad \dots(6)$$

onde  $u(x, t)$  e  $u(x', t)$  indicam o deslocamento dos pontos materiais  $x$  e  $x'$ , respectivamente. De acordo com a segunda lei de Newton, a equação do movimento do ponto material  $x$  no instante  $t$  é dado por:

$$\rho \ddot{u} = \int_{H_x} f(x, x', u(x, t), u(x', t)) dV_{x'} + b(x, t) \quad \dots(7)$$

onde  $\rho$  é a densidade,  $\ddot{u}$  é o vetor aceleração,  $\mathbf{b}$  é a densidade da força corporal, ou seja, a força externa aplicada por unidade de medida em um volume de referência,  $H_x$  é o horizonte relacionado ao ponto material  $\mathbf{x}$ , o qual, geralmente, é um círculo em modelos 2D e uma esfera em modelos 3D. Matematicamente  $H_x$  pode ser dado por:

$$H_x = H(x, \delta_o) = \|x' - x\| < \delta_o : x' \in R \quad \dots(8)$$

O vetor da posição relativa exibido abaixo é utilizado para simplificar a equação do movimento e a função das forças constitutivas:

$$\xi = x' - x \quad \dots(9)$$

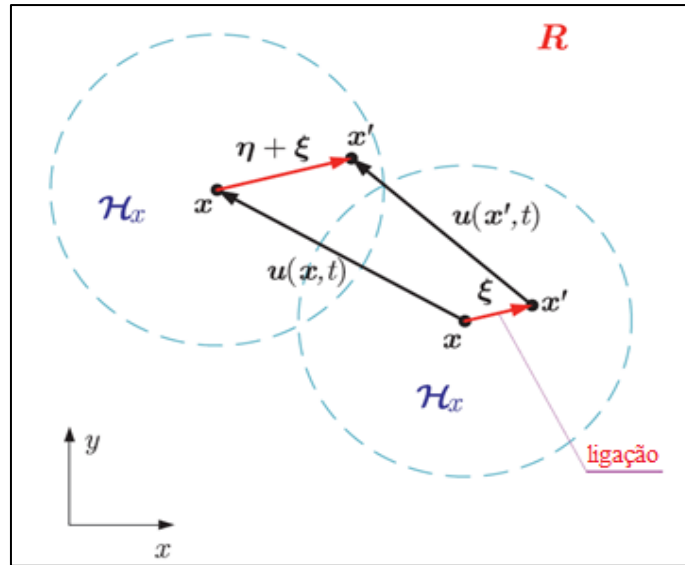
Dessa maneira, um vetor de deslocamento relativo no instante  $t$  é encontrado:

$$\eta = u(x', t) - u(x, t) \quad \dots(10)$$

A função das forças constitutivas é reescrita como  $f(\eta, \xi)$ . Como forma de descrever a deformação normal (alongamento, *stretch* em inglês) de uma ligação, a seguinte variável escalar pode ser definida:

$$s(\eta, \xi, t) = \frac{\|\eta + \xi\| - \|\xi\|}{\|\xi\|} \quad \dots(11)$$

Figura 11 - Desenho esquemático de um modelo peridinâmico baseado em ligações.



Fonte: Adaptado de Ni *et al.* (2018).

onde  $\|\zeta\|$  e  $\|\eta + \zeta\|$  são os vetores normais de  $\zeta$  e  $\eta + \zeta$ , os quais representam o comprimento das ligações em seus estados inicial e deformado, respectivamente. Em formulações constitutivas,  $s$  e  $f$  estão relacionados, respectivamente, à deformação e a tensão dentro da mecânica contínua tradicional. Considerando o efeito do rompimento das ligações, a relação entre a força constitutiva  $f$  e o alongamento da ligação  $s$  é dada por:

$$f(\eta, \zeta, t) = cs(\eta, \zeta, t) \varrho(\eta, \zeta, t) \frac{\eta + \zeta}{\|\eta + \zeta\|} \quad \dots(12)$$

onde  $\varrho$  é uma função escalar relacionando o estado das conexões entre as ligações presentes no ponto  $x$ . O parâmetro  $c$  representa a rigidez microscópica que governa a resistência local ao alongamento da ligação, também chamado de módulo de elasticidade de ligação. Esse parâmetro pode ser derivado relacionando a energia de deformação microscópica obtida por meio da teoria da elasticidade com a da teoria peridinâmica. Para simplificar, assume-se que o parâmetro  $c$  é uniforme ao longo de todas as ligações dentro do horizonte.

Na formulação utilizada neste trabalho, considera-se  $c$  independente de  $\zeta$ , fazendo com que o coeficiente de Poisson fique restrito em 1/4 para o caso 3D como presente em Silling e Askari (2005) e definido como:



$$c = \frac{12E}{\pi\delta_o^4} \quad \dots(13)$$

Para que seja possível medir o dano no material, uma função característica local é aplicada de maneira que possa ser identificado o estado das conexões entre cada ligação. O dano local  $\varphi$  depende da função escalar de dano (Equação 15) e é mostrada na Equação 14.

$$\varrho(\eta, \zeta, t) = \begin{cases} 1, & s \leq s_0 \\ 0, & s > s_0 \end{cases} \quad \dots(14)$$

$$\varphi = 1 - \frac{\int_{H_x} \vartheta dV_\zeta}{\int_{H_x} dV_\zeta} \quad \dots(15)$$

Na Equação 14  $s_0$  é o alongamento crítico das ligações. Quando  $s$  atinge  $s_0$ , a ligação se rompe e as duas partículas inicialmente unidas por esta ligação, não interagem mais entre si.  $s_0$  pode ser definido em termos da energia de fratura macroscópica  $G_f$ . Seguindo o procedimento desenvolvido por Ha e Bobaru (2010) sob um estado plano de tensões, a energia de fratura  $G_f$  pode ser representada da seguinte forma:

$$G_f = \int_0^{\delta_o} \int_0^{2\pi} \int_z^{\delta_o} \int_0^{\cos^{-1} z/\xi} \left( \frac{cs_o^2 \zeta}{2} \right) \zeta^2 \sin \varphi d\varphi d\zeta d\theta dz = \frac{\pi cs_o^2 \delta_o^5}{10} \quad \dots(16)$$

e após algumas simplificações tem-se o estiramento crítico  $s_0$ ,

$$s_0 = \sqrt{\frac{5G_f}{6E\delta_o}} \quad \dots(17)$$

Observando as expressões acima pode-se escrever o estiramento crítico de maneira geral precisando apenas  $\delta_o$  como um parâmetro de simulação e as propriedades do material como  $\nu$ ,  $E$  e  $G_f$ . Reescrevendo (17) como,

$$s_0 = \sqrt{\frac{RG_f}{E\delta_o}} \quad \dots(18)$$

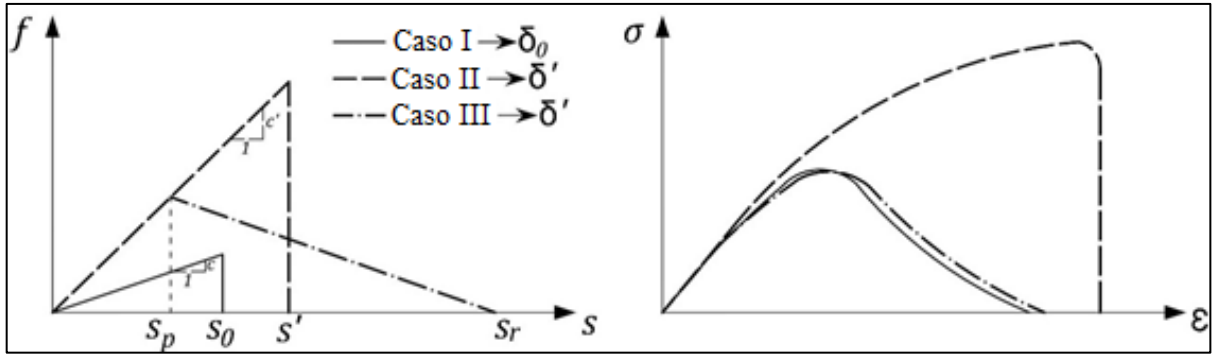
onde  $R$  representa uma constante que depende do coeficiente de Poisson e a dimensão do problema (1, 2 ou 3D).

### 2.3.2 Lei constitutiva bi linear

A lei constitutiva bi linear foi proposta por Cabral *et al.* 2019, como alternativa à modelagem de materiais de comportamento quase-frágil. Em seu trabalho os pesquisadores modificaram a lei original da relação  $f$ - $s$  proposta por Silling e Askari (2005) proporcionando maior flexibilidade e abrangência do uso da teoria. No entanto, algumas considerações devem ser entendidas para que a lei possa ser aplicada. A primeira delas é que o horizonte  $\delta_o$  é um parâmetro material, ou seja, uma propriedade que caracteriza a forma como o material pode vir a falhar, dúctil ou frágil. Essa medida do horizonte é obtida através de parâmetros fractomecânicos da mecânica da fratura linear elástica ou relacionada através do número de fragilidade de Carpinteri (1986). Esse detalhamento não será apresentado aqui e pode ser encontrada em Cabral *et al.* 2019 para maiores informações. Assim, o  $\delta_o$  que antes variava com o tamanho do espaçamento entre pontos materiais ( $dx$ ) agora é um valor determinado pelas características mecânicas do material. O segundo ponto é resultado do conceito apresentado anteriormente. Se o horizonte é uma propriedade do material, simular um material com um valor muito alto do  $\delta_o$  tornaria a simulação computacionalmente cara e inviável. Assim cria-se um horizonte computacional ( $\delta'$ ) de menor valor, porém com a energia total de cada família ( $H_x$ ) formada igual a original.

Buscando introduzir a lei bi linear, a Figura 12 demonstra três diferentes leis constitutivas  $f - s$  com suas respostas globais em termos de tensão e deformação  $\sigma - \epsilon$ . No caso I a lei constitutiva clássica de Silling e Askari (2005) é adotada, onde o alongamento crítico é calculado por meio da Equação 11. O caso II utiliza o mesmo tipo de lei, apenas mudando o horizonte para  $\delta'$ . Por último, o caso III utiliza o mesmo horizonte do caso II com determinados parâmetros alterados para que o comportamento global seja o mesmo do caso I. Vale mencionar que a principal diferença entre os casos I e II, é o horizonte maior do caso I, e o fato de se ter um número muito grande de ligações apresenta uma diferença na resposta global.

Figura 12 -(a) Lei constitutiva  $f-s$  a nível de ligações. (b) resposta estrutural para cada lei em termos de  $\sigma - \varepsilon$ . Em ambas imagens: Caso I: horizonte característico  $\delta_o$  com a lei tradicional dada pela Equação 17. Caso II: horizonte conveniente  $\delta'$  com a lei tradicional dada pela Equação 14. Caso III: horizonte conveniente  $\delta'$  com a lei bilinear, combinando (20) e (21).



Fonte: Adaptado Cabral *et al.* 2019.

O horizonte  $\delta'$  representará um horizonte convenientemente selecionado, compatível com a discretização necessária, a qual é, claramente, menor que  $\delta_o$ . Substituindo  $\delta'$  na Equação 18 (caso II na Figura 12):

$$s' = \sqrt{\frac{RG_f}{E\delta'}} \quad \dots(19)$$

Para manter este novo horizonte  $\delta'$  conveniente para a simulação, mas buscando representar o material do caso I, é necessário que se modifique a lei constitutiva do caso I para um modelo bilinear, caso III.

Adotando a relação:

$$s'^2 = s_p s_r \quad \dots(20)$$

e definindo o parâmetro adimensional  $Kr$ :

$$K_r = \frac{s_r}{s_p} \quad \dots(21)$$

Para que seja mantida a estabilidade na formulação, é necessário que  $Kr \geq 1$ .

Para garantir a equivalência entre os casos I e III, (20) e (21) são substituídas em (19), sendo igualada a (14). Então, tem-se:

$$s_0^2 \delta_o = K_r s_p^2 \delta' \quad \dots(22)$$

Podendo ser reescrito como:

$$\frac{\delta'}{\delta_o} = \frac{s_0^2}{s_p^2} \frac{1}{K_r} \quad \dots(23)$$

O parâmetro  $Kr$  define a forma da lei bilinear, se o horizonte característico  $\delta_o$  é conhecido e após ser proposto  $\delta'$ , é possível avaliar diferentes valores de  $Kr$  e ajustar a curva. Na lei bi linear apresentada, quando  $Kr = 1$ , o mesmo se reduz à lei original de Silling e Askari (2005) para o horizonte selecionado. Também, se  $\delta' = \delta_o$  a situação para o horizonte característico é modelada (parâmetro material).

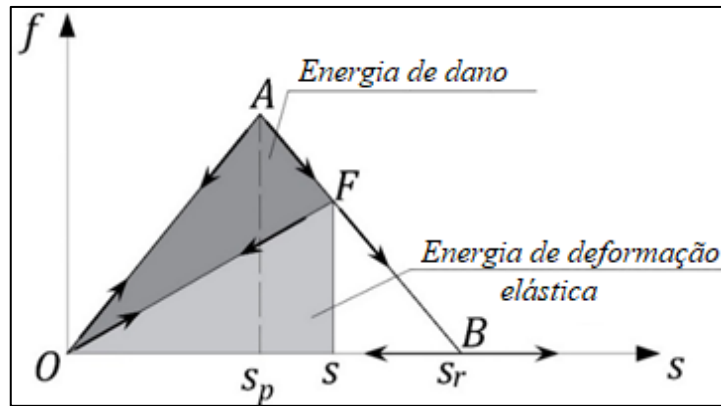
Devido a formulação é necessário redefinir a função escalar  $\vartheta$  da Equação (15) como uma medida de dano. A nova definição de  $\vartheta$  é:

$$\vartheta = \begin{cases} 1 & \text{se } s < s_p \\ \frac{\text{area OFB}}{\text{area OAB}} & \text{se } s_p < s < s_r \\ 0 & \text{se } s > s_r \end{cases} \quad \dots(24)$$

onde as áreas são definidas graficamente na Figura 13. Também na Figura 13 é demonstrada a maneira de se computar as energias por meio do processo de carregamento das ligações.

O descarregamento das ligações na lei bi linear, como pode ser visto na Figura 13, é elástico com uma curva (OF) menos acentuada devido ao dano acumulado, dessa maneira sendo computada a perda de rigidez. Durante a compressão, a lei é elástica e linear, assim sendo, nesta situação, o rompimento se dará por meio de tração indireta.

Figura 13 - Lei proposta e sua relação com as energias envolvidas no processo de carregamento.



Fonte: Adaptado de Cabral *et al.* 2019.

### 2.3.3 Geração de propriedades aleatórias no modelo PD

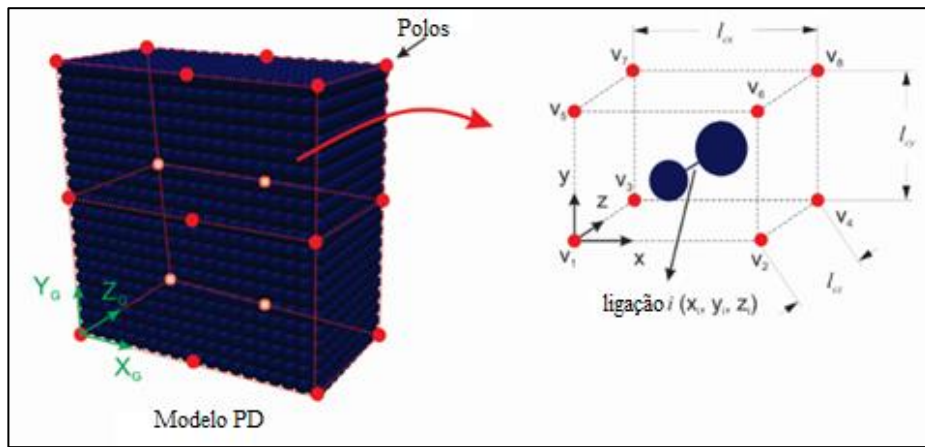
Maneiras variadas de se inserir aleatoriedade nas propriedades foram consideradas por diferentes autores, como Rädlel *et al.* (2017), Silling (2000) e Bobaru (2007). A metodologia utilizada neste trabalho é apresentada por Friedrich *et al.* 2019 baseada no trabalho de Puglia *et al.* 2010 que utiliza um método de geração de campo de tenacidade aleatório que não tem ligação com a discretização utilizada no modelo peridinâmico. Entretanto, as propriedades aleatórias estão distribuídas através de um comprimento de correlação. O método consiste em dividir o domínio formado pelos pontos materiais em regiões prismáticas as quais os lados são os comprimentos de correlação que podem ser diferentes nos três eixos cartesianos ( $l_{cx}$ ,  $l_{cy}$ ,  $l_{cz}$ ) (Puglia *et al.* 2010). A linha dos eixos  $X_G$ ,  $Y_G$  e  $Z_G$  representa o sistema de coordenadas global, para o qual o modelo global se referênciava. Cada fronteira  $i$  do sistema PD tem como referência o sistema global de coordenadas  $X_{Gi}$ ,  $Y_{Gi}$  e  $Z_{Gi}$ , e o sistema de coordenadas locais no interior do prisma contendo  $x_i$ ,  $y_i$  e  $z_i$ .

$$\varphi_v(x_i, y_i, z_i) = V_1 + \frac{V_2 + V_1}{l_{cx}} x_i + \frac{V_3 - V_1}{l_{cy}} y_i + \frac{V_5 - V_1}{l_{cz}} z_i + \frac{V_4 - V_3 - V_2 + V_1}{l_{cx} l_{cy}} x_i y_i + \frac{V_6 - V_5 - V_3 + V_1}{l_{cx} l_{cz}} x_i z_i + \frac{V_7 - V_5 - V_3 + V_1}{l_{cy} l_{cz}} y_i z_i + \frac{V_8 - V_7 - V_6 + V_5 - V_4 + V_3 + V_2 - V_1}{l_{cx} l_{cy} l_{cz}} x_i y_i z_i \quad \dots(25)$$

Nos vértices desses prismas localizam-se os polos ( $V_1 \dots V_8$ ), e a eles são atribuídos valores aleatórios com distribuições de probabilidade não correlacionada, Figura 14.

Posteriormente, uma interpolação tridimensional é realizada para definir o valor do campo aleatório correspondente a cada ponto no interior do prisma. Nesta implementação, a localização espacial da ligação PD  $i$  é caracterizada pelas coordenadas do seu baricentro  $(x_i, y_i, z_i)$ . A interpolação é realizada utilizando a Equação 25. Onde  $\varphi_v(x_i, y_i, z_i)$  é o valor aleatório interpolado para a ligação  $i$  das coordenadas  $x_i, y_i, z_i$ .

Figura 14 - Distribuição dos polos e o tamanho de correlação no domínio do modelo PD e o detalhe da localização do centroide de uma ligação PD.



Fonte: Adaptado de Friedrich *et al.* 2019.

$V_k$  é o valor do campo aleatório nos polos. A aleatoriedade das propriedades do material em  $V_k$  leva em consideração  $G_f$  como sendo um campo aleatório com uma distribuição Tipo III (Weibull), definida pela Equação 26.

$$F(G_f) = 1 - \exp[-(G_f / \beta)^\gamma] \quad \dots(26)$$

onde  $\beta$  e  $\gamma$  são os parâmetros de escala e geométrico, respectivamente. A média  $\mu$  e o desvio padrão  $sd$  relacionam-se por meio da Equação 27, onde  $\Gamma$  é a função Gamma.

$$\mu = \beta(\Gamma(1 + 1 / \gamma))sd = \beta[\Gamma(1 + 2 / \gamma) - \Gamma^2(1 + 1 / \gamma)]^{1/2} \quad \dots(27)$$

Sendo  $G_f$  e  $s_0$  diretamente relacionados (Equação 18), é possível obter as flutuações de  $s_0$ . A variação de  $s_0$  é aproximadamente metade do campo aleatório de  $G_f$ .

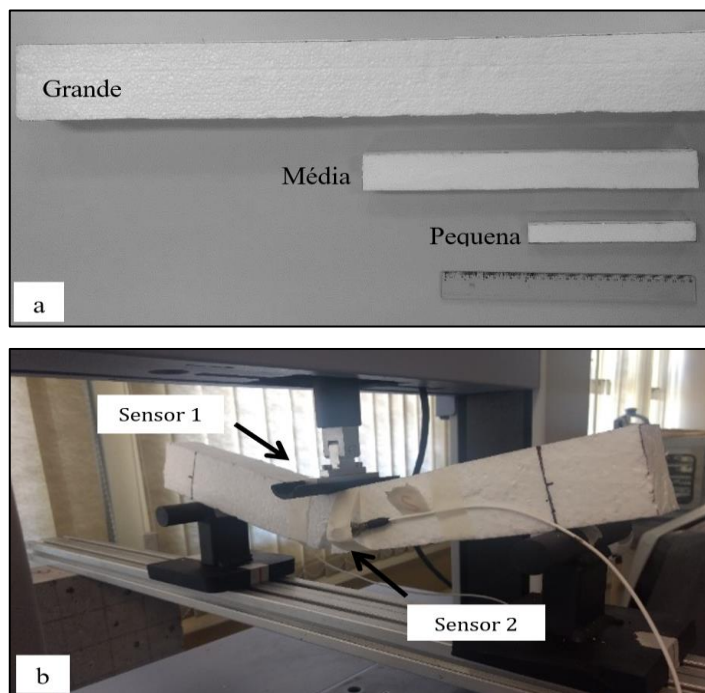
### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Validação

Para que fosse possível ter uma base comparativa, ensaios realizados por Friedrich *et al.* (2019) no laboratório de mecânica aplicada da UNIPAMPA em Alegrete serão utilizados para calibrar o material da peridinâmica através da comparação com os dados experimentais. Os testes são descritos em detalhes a seguir pois as simulações são realizadas nas mesmas condições dos experimentos.

Nos ensaios três vigas de poliestireno expandido (PS) de diferentes tamanhos, como podem ser vistas na Figura 15a, são submetidas a testes de flexão em três pontos como mostrado na Figura 15b. Para cada amostra experimental, quatro testes foram realizados. A mesma taxa de deformação é utilizada em todos testes. Na Tabela 1 encontram-se as dimensões de cada corpo de prova e também a velocidade de deslocamento aplicada, na Figura 16 um desenho esquemático dos parâmetros do corpo de prova utilizado é apresentado.

Figura 15 - a) Os três modelos utilizados durante os testes, b) Posição dos sensores no corpo de prova de tamanho médio



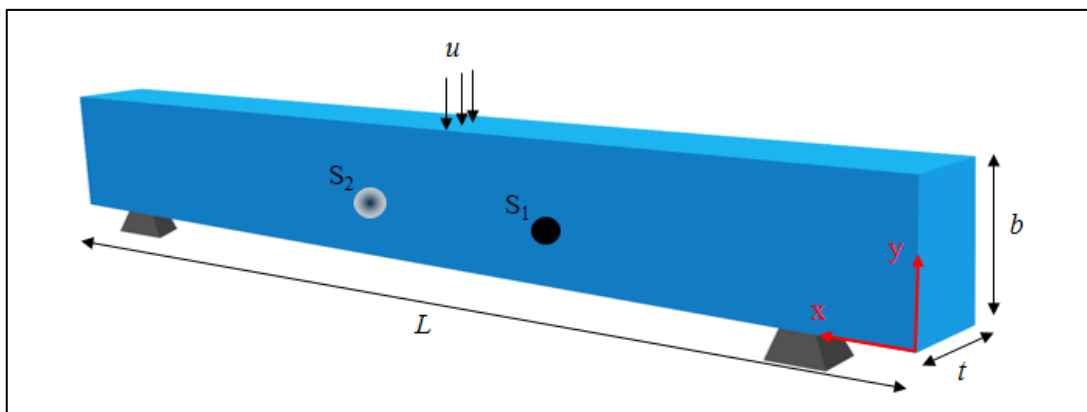
Fonte: adaptado de Friedrich *et al.* 2019

As três vigas possuem dimensões proporcionais entre si, com um fator de escala de aproximadamente, 2.0 em todas as dimensões. Os ensaios são realizados por meio da aplicação de um deslocamento previamente definido, cujos valores aumentam monotonicamente até a ruptura. Para medir o efeito de escala estrutural por meio da AE em cada um dos tamanhos diferentes de corpos de prova, dois sensores são instalados um na face frontal ( $S_1$ ) da viga e outro na face posterior ( $S_2$ ). A instrumentação utilizada são dois acelerômetros PCB Piezotronics modelo 352C03 com frequência de até 10 kHz, posicionados de acordo com a Figura 16 e Tabela 1. Durante os testes a força aplicada é medida utilizando-se uma célula de carga. Neste trabalho não serão comparados os dados obtidos pelos experimentos de EA realizados, porém o posicionamento dos sensores é considerado no modelo PD.

Tabela 1- Dimensões das vigas utilizadas nos ensaios experimentais.

Dimensões	Pequena	Média	Grande
$L$ (Comprimento – mm)	200	400	800
$b$ (Altura – mm)	24	48	96
$t$ (Espessura – mm)	16	32	64
$S_1$ (Posição xy do sensor 1 – mm)	80, 10	180, 18	340, 30
$S_2$ (Posição xy do sensor 2 – mm)	120, 10	220, 18	460, 30
$V$ (Velocidade – mm/min)	3,5	7,0	14

Figura 16 - Desenho esquemático representando as dimensões dos corpos de prova.



Fonte: Autor (2020).



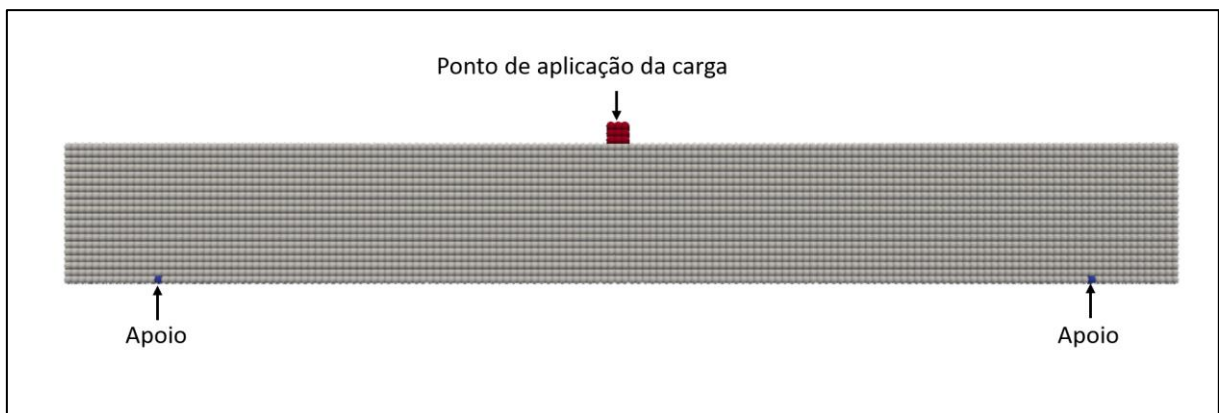
### 3.2 Simulação numérica dos ensaios de flexão em três pontos e de emissão acústica

A partir dos ensaios experimentais detalhados acima, são conhecidas as propriedades mecânicas do material analisado, no caso, o poliestireno expandido, dá-se, então, o início às simulações utilizando-se a teoria peridinâmica.

No método numérico são aplicadas as propriedades do material como, por exemplo, módulo de elasticidade, densidade, energia de fratura e as dimensões físicas. Após, são alterados os parâmetros que inserem aleatoriedade na simulação, sendo responsáveis por representar as heterogeneidades presentes no material, buscando aproximar os resultados das simulações com os obtidos pelos ensaios experimentais. Para fazer isso, é necessário realizar algumas simulações prévias para identificar qual o nível de aleatoriedade melhor corresponde ao experimento. Em um segundo passo, é necessário calibrar os parâmetros da peridinâmica como o horizonte ( $\delta_o$ ) e o computacional ( $\delta^*$ ), a discretização ( $dx$ ), o coeficiente de ajuste ( $Kr$ ) entre o estiramento elástico ( $S_p$ ) e o de ruptura ( $S_r$ ) entre outros.

Para realizar a modelagem numérica dos corpos de prova, altera-se o algoritmo base, buscando reproduzir os modelos utilizados nos ensaios experimentais. Um exemplo do modelo PD, assim como as condições de contorno (pontos de apoio e aplicação da carga) podem ser vistas na Figura 17. Para simular as repetições dos testes, o campo aleatório é alterado, ou seja, uma nova semente de geração de números aleatórios é utilizada. Assim tem-se diferentes padrões de ruptura.

Figura 17 - Exemplo de corpo de prova modelado numericamente.

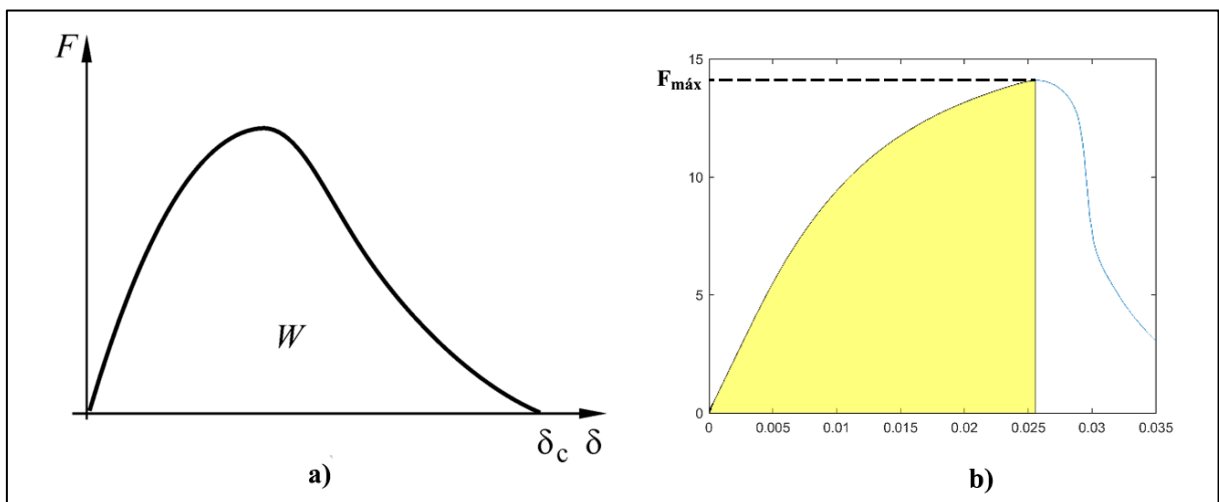


Fonte: Autor (2020).

Quando ocorre o rompimento das ligações entre os pontos materiais no modelo numérico uma quantidade de energia cinética é liberada, percorrendo todo o sólido. Essa energia cinética é convertida em aceleração por cada ponto material e dessa forma pode-se analisar de forma análoga às ondas de emissão acústica captadas pelos sensores nos ensaios experimentais. O modelo PD consegue guardar as acelerações nas 3 direções principais, mas utiliza-se aqui aquelas perpendiculares ao plano onde se encontra o acelerômetro virtual, ou seja, na direção z. Assim como nos experimentos, no modelo em PD os pontos de controle estão nos mesmos locais, Figura 15b e Figura 16.

Com todas as simulações realizadas, as curvas experimentais x PD são traçadas para buscar um comparativo. Posteriormente a coleta de dados para o cálculo das quantidades que sofrem o efeito de escala é realizado. Assim, das curvas experimentais e numéricas são registrados os dados da força máxima, deflexão máxima e energia dissipada. Essa última é calculada para os dois casos (experimental e numérico) como sendo a área do gráfico Força x Deflexão até o pico de carga ( $F_{\max}$ ). Diferente do que é utilizado por Carpinteri e Accornero (2018), no caso deste trabalho não se tem um descarregamento controlado, logo após o pico de carga é registrado uma propagação instável da trinca e a energia não pode ser corretamente mensurada. Um comparativo entre o que sugere Carpinteri e Accornero (2018) e o utilizado neste trabalho é mostrado na Figura 18. Embora haja diferença, acredita-se que a energia calculada seja representativa daquela que deveria ser obtida. Esse fato também será levado em conta na análise dos resultados.

Figura 18 – Comparativo energia dissipada ( $W$ ) definida por a) Carpinteri *et al.* (2018), b) utilizada neste trabalho.



Fonte: Autor (2020).

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 Determinação das propriedades do material

#### 4.1.1 Densidade

Para determinar a densidade ( $\rho$ ) do material foi coletada uma amostra de poliestireno expandido com dimensões 609mm x 579mm x 70mm ( $L \times A \times P$ ). Tal amostra foi, então, seccionada em 6 cubos com dimensões aleatórias que foram pesadas, em uma balança digital com precisão de 0,001g, para determinar suas massas ( $m$ ). Após, foram realizadas medições para determinar as dimensões de cada cubo e o seu volume ( $V$ ). Após o exposto anteriormente, foi calculada a densidade dos cubos de acordo com a equação que segue.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \dots(28)$$

Os resultados encontrados, assim como a média da densidade e o coeficiente de variação (CV), podem ser vistos na Tabela 2, abaixo.

Tabela 2 - Valores dos volumes, massas e densidades dos espécimes analisados.

<b>Amostra</b>	<b>Massa [kg]</b>	<b>Volume [m<sup>3</sup>]</b>	<b>Densidade [kg/m<sup>3</sup>]</b>
<b>I</b>	0,007243	0,000665	10,88
<b>II</b>	0,007326	0,000665	11,01
<b>III</b>	0,007394	0,000685	10,79
<b>IV</b>	0,006667	0,000623	10,69
<b>V</b>	0,009115	0,000855	10,66
		<b>Média</b>	10,79
		<b>CV</b>	1,44%

Fonte: Autor (2020)

#### 4.1.2 Módulo de elasticidade

Por meio dos ensaios experimentais de flexão em três pontos, de acordo com a Figura 15, foi determinado o módulo de elasticidade do material. As dimensões dos corpos de prova são as expostas na Tabela 1. Para o cálculo do módulo de elasticidade foi seguido o procedimento presente na literatura da mecânica dos materiais clássica, que nos entrega a seguinte expressão:

$$E = \frac{FL^3}{48I\delta} \quad \dots(29)$$

Onde:

$E$  – módulo de elasticidade;

$F$  – carga aplicada;

$I$  – momento de inércia;

$\delta$  – deflexão da viga.

Salientando que foi escolhido um ponto dentro da região linear da curva de carregamento para definir o valor de  $F$ , portanto, a partir do considerado e do equacionamento exposto, são encontrados os valores dos módulos de elasticidade para quatro diferentes ensaios em cada um dos tamanhos dos corpos de prova, tais valores podem ser vistos na Tabela 3.

Tabela 3 - Valores para o módulo de elasticidade.

<b>Módulo de elasticidade</b>							
	<b>E1</b>	<b>E2</b>	<b>E3</b>	<b>E4</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio</b>	
						<b>Padrão</b>	<b>CV(%)</b>
<b>Peq.</b>	2,43	2,37	2,95	3,07	2,70	0,358	13,22
<b>Méd.</b>	3,12	2,93	2,88	3,71	3,16	0,380	12,02
<b>Grande</b>	3,59	3,55	3,52	3,21	3,47	0,174	5,03
	<b>Média geral</b>				3,11 MPa		

Fonte: Autor (2020)

Dos valores encontrados é feita a média dos módulos de elasticidade, o que nos entrega um módulo de elasticidade do material de 3,11 MPa.

## 4.2 Simulação dos ensaios de três pontos

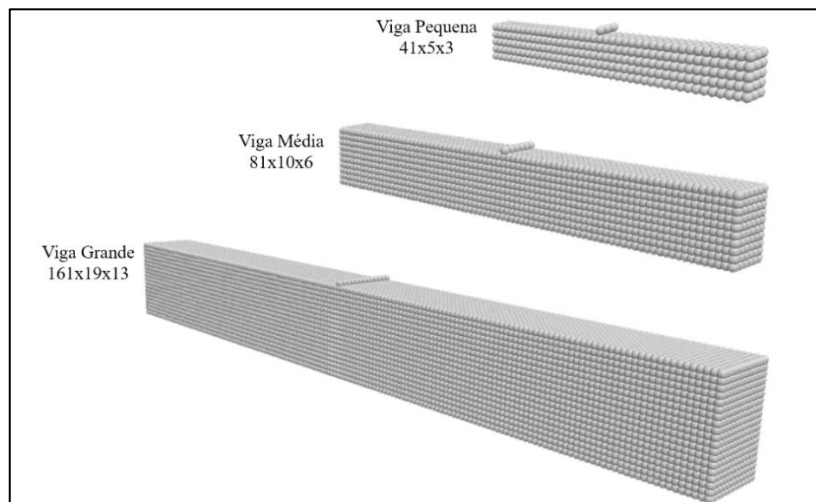
Para tornar possível o início das simulações, foi necessário determinar os parâmetros que seriam utilizados nas mesmas, tais parâmetros estão expostos na Tabela 4, abaixo. Os valores do módulo de elasticidade ( $E$ ) e densidade ( $\rho$ ) foram os obtidos do experimento. Já o valor de  $G_f$ , propriedade do material, foi retirada de Colpo (2016) que analisou poliestireno expandido de densidades semelhantes. O valor do comprimento de correlação ( $L_{cor}$ ) foi definido igual para as três direções principais e equivale à metade do espaçamento entre os pontos materiais,  $dx$ . Logo, trata-se de um campo completamente aleatório, já que cada ligação terá um valor de  $G_f$  diferente. Os parâmetros da lei bi linear foram definidos comparando-se as curvas Força x Deflexão até a melhor aderência das simulações e os experimentais. A Figura 19 mostra os modelos de vigas simuladas na PD com a quantidade de pontos materiais em cada caso.

Tabela 4 - Propriedades do material e Parâmetros da PD.

$E$	$\rho$	$G_f$	$CV_{G_f}$	$L_{cor}$	$dx$	$Kr$	$\delta'$	$\delta_0$	
[MPa]	[Kg/m <sup>3</sup> ]	[N/m]	[%]	[m]	[m]	$s_p$	[m]	[m]	
3,11	10,79	230	40	0,0025	0,005	0,0076	70	3,015dx	0.071

Fonte: Autor (2020)

Figura 19 – Diferentes tamanhos de viga simulados e as devidas divisões em pontos materiais de cada caso.



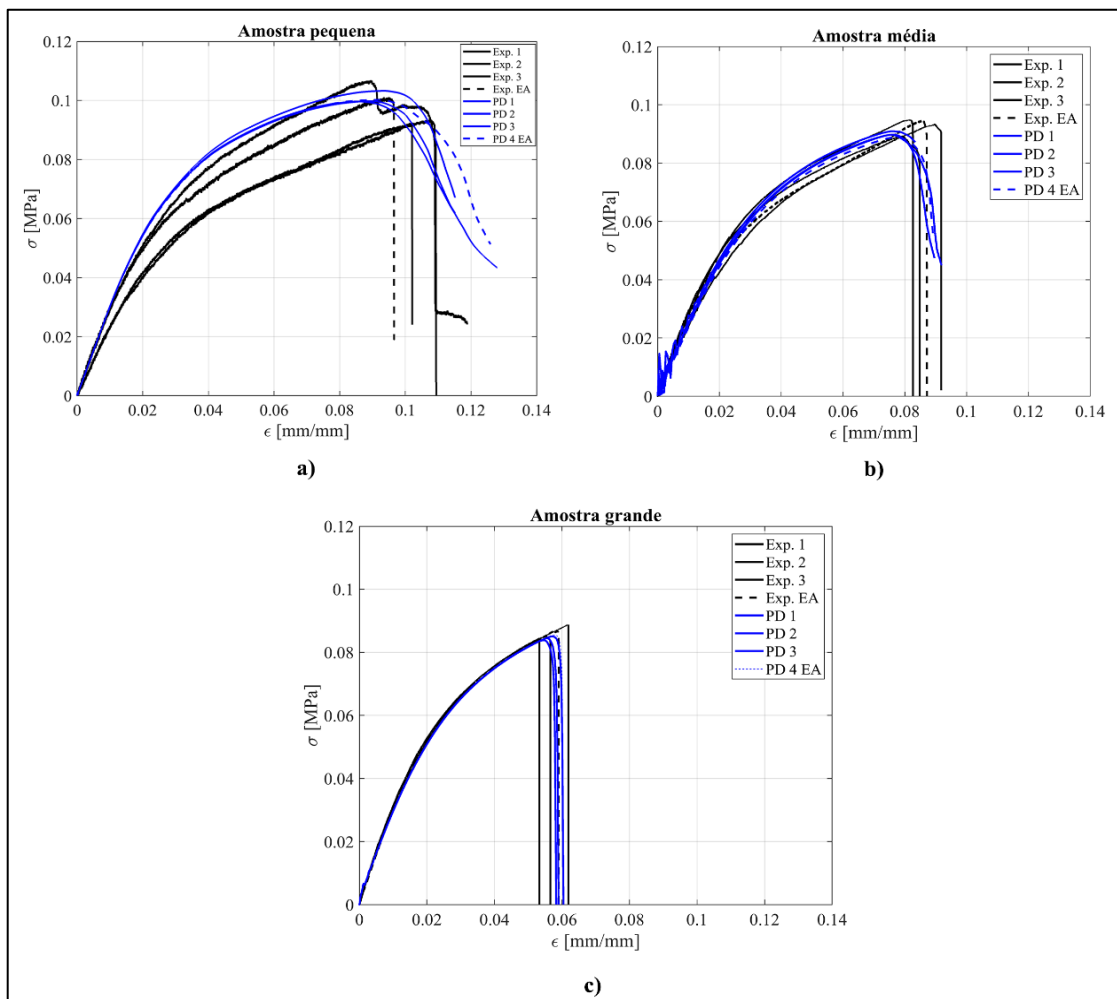
Fonte: Autor (2020)

#### 4.2.1 Análise do efeito de escala estrutural: Experimental x Simulações

Conforme exposto no item anterior, 4.1.3, foram realizadas simulações de maneira que se pudesse obter curvas de Tensão x Deformação com o maior grau de coerência possível em relação aquelas obtidas por meio dos ensaios experimentais. Um comparativo entre as curvas experimentais e numéricas estão expostas na Figura 20, abaixo. Na Figura, as linhas tracejadas indicam a amostra utilizada na análise de emissão acústica. A tensão de flexão foi determinada de acordo com a Equação 1 e a deformação de flexão é definida como,

$$\varepsilon = 6\delta h / L^2 \quad \dots(30)$$

Figura 20 – Comparativo entre as curvas Tensão x Deformação dos três tamanhos de amostra obtidas por meio dos ensaios experimentais e as simulações PD.

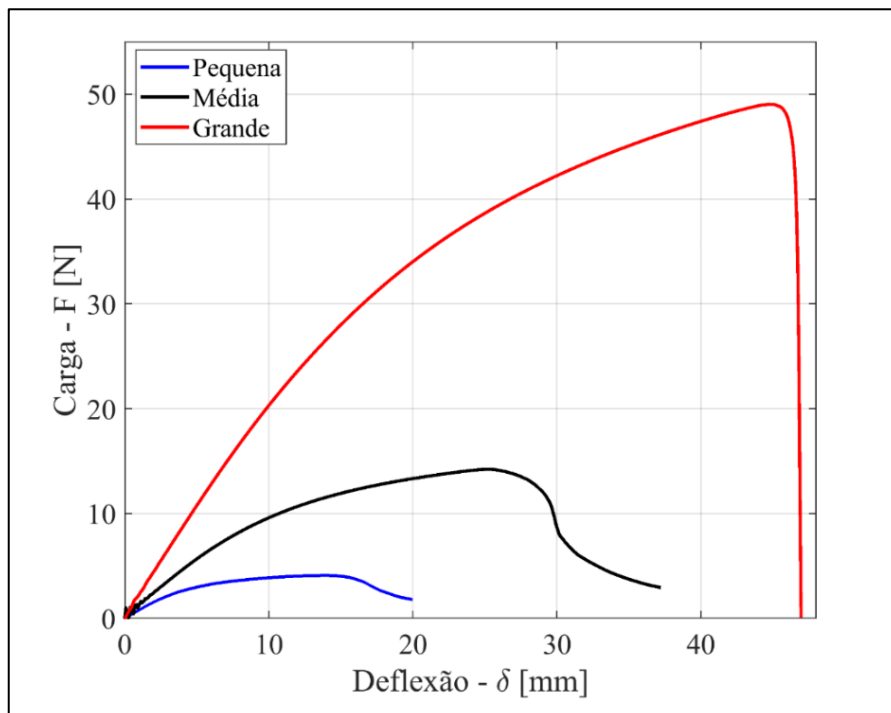


Fonte: Autor (2020)

A Figura 20a mostra que a viga pequena apresentou grande dispersão das curvas experimentais o que pode estar associado ao processo de corte do OS, realizado de forma manual, e a própria heterogeneidade do material. As vigas médias e grandes tiveram boa concordância com os resultados experimentais. Em termos de tensões as diferenças apresentadas entre os três tamanhos na Figura 20 não são tão claras, porém ao observar as deformações, nota-se uma clara redução da quantidade mecânica conforme o aumento do tamanho da amostra.

Uma outra forma de observar o efeito de escala é através da transição dúctil para frágil. Para tornar possível essa visualização a partir das simulações numéricas foi construído um comparativo das curvas Força x Deflexão entre os três tamanhos de vigas, Figura 21. Percebe-se que a viga pequena apresenta um comportamento dúctil enquanto a viga grande apresenta uma ruptura abrupta, característica típica do comportamento frágil. Entre esses dois comportamentos, tem-se as vigas médias, que apresentam, no momento da ruptura, uma indefinição do seu modo de falha, iniciando com uma queda rápida e posteriormente estabilizando a ruptura.

Figura 21 – Gráfico comparativo das curvas tensão x deformação dos três diferentes tamanhos de amostra simulados.



Fonte: Autor (2020)

Tendo em vista a necessidade de comparar os ensaios experimentais e as simulações numéricas em relação ao efeito de escala, e seus expoentes de escala, os quais foram comentados no Capítulo 2, item 2.1.1, serão expostos a seguir os dados coletados dos ensaios experimentais e das simulações numéricas.

#### 4.2.2 Expoentes de escala

Inicialmente, na Tabela 5 são apresentados os valores de tensão máxima de flexão para ambos os casos, experimentais e da PD. Na Tabela também são apresentados os valores médios, que serão usados na obtenção dos expoentes, assim como o coeficiente de variação para cada tamanho. As variações maiores para a viga menor, comentado na seção anterior é notada na tabela com a maior variação entre as amostras experimentais.

Tabela 5 – Apresentação dos valores de tensão dos ensaios experimental e numérico.

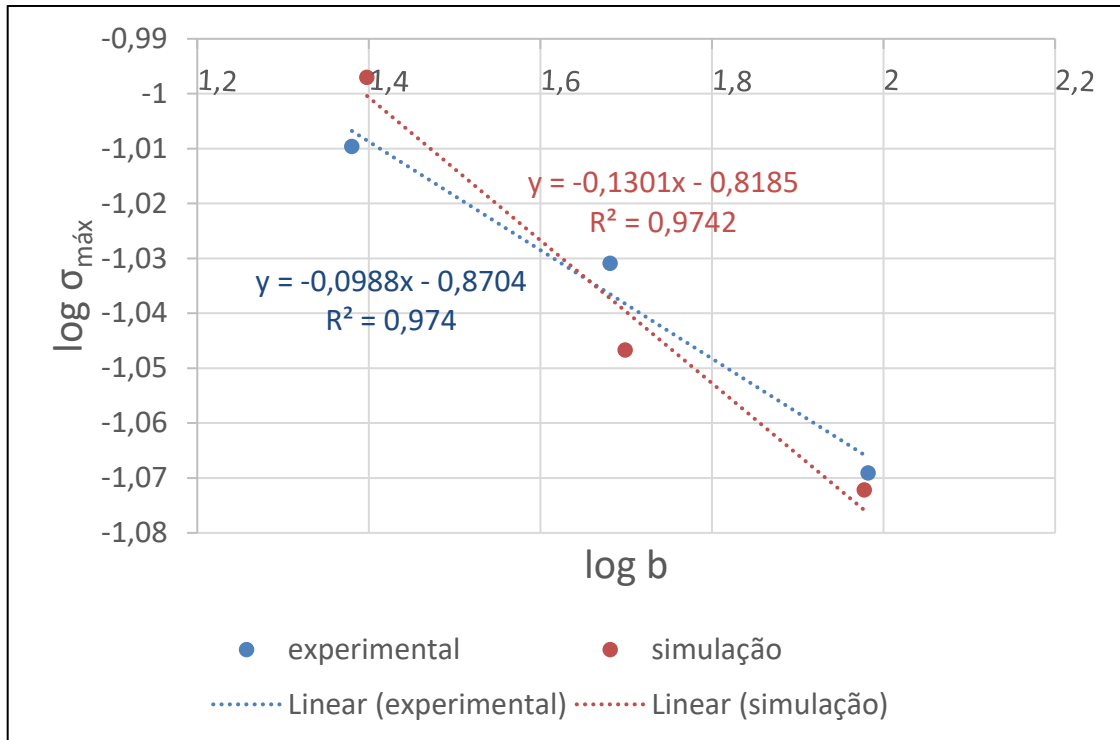
<b>Tensão última de flexão (<math>\sigma_u</math> - MPa) - Experimental</b>						
	<b>E1</b>	<b>E2</b>	<b>E3</b>	<b>E4</b>	<b>Média</b>	<b>CV (%)</b>
<b>Pequena</b>	0,095	0,094	0,102	0,101	0,098	4,2
<b>Média</b>	0,095	0,093	0,089	0,095	0,093	2,7
<b>Grande</b>	0,084	0,086	0,085	0,087	0,085	1,4
<b>Tensão última de flexão (<math>\sigma_u</math> - MPa) – PD</b>						
	<b>PD1</b>	<b>PD2</b>	<b>PD3</b>	<b>PD4</b>	<b>Média</b>	<b>CV (%)</b>
<b>Pequena</b>	0,100	0,103	0,100	0,100	0,101	1,7
<b>Média</b>	0,091	0,090	0,090	0,089	0,090	1,0
<b>Grande</b>	0,085	0,084	0,084	0,085	0,085	0,9

Fonte: Autor (2020)

A partir dos valores médios da tensão última de flexão, foi possível obter o expoente de escala da tensão. O gráfico bi logaritmo da tensão última versus a altura da viga b, Figura 22, mostra um expoente de escala  $d\sigma_{exp} = 0,098$  enquanto na PD tem-se  $d\sigma_{PD} = 0,1301$ . Ou seja, a tensão diminui à medida que o tamanho da viga aumenta.



Figura 22 – Gráfico comparativo entre os ensaios experimental e computacional demonstrando o comportamento do efeito de escala em relação à tensão,  $\sigma_{\text{máx}}$ .



Fonte: Autor (2020)

Posteriormente, o parâmetro a ser analisado será o efeito de escala na rotação crítica. Segundo Carpinteri *et al.* (2018) espera-se que essa quantidade mecânica diminua a medida que o tamanho da viga aumente. Ou seja, a viga torna-se mais frágil com a sua dimensão física maior. Na Tabela 6, são apresentados os dados de deflexão máxima coletados nos ensaios e nas simulações, bem como a rotação crítica ( $\varphi_c$ ), calculada a partir da Equação 3. A deflexão máxima foi considerada aquela registrada no pico de força máxima.

A partir da Tabela 6, é possível analisar o expoente de escala da rotação, no gráfico bi logarítmico da rotação crítica versus a altura da viga, b. A Figura 23, mostra um expoente de escala  $d\chi_{\text{Exp}} = 0,343$  e para a PD um valor  $d\chi_{\text{PD}} = 0,265$ , confirmando o esperado pela literatura.

Tabela 6 – Valores de deflexão máxima e rotação obtidos nos ensaios experimental e computacional.

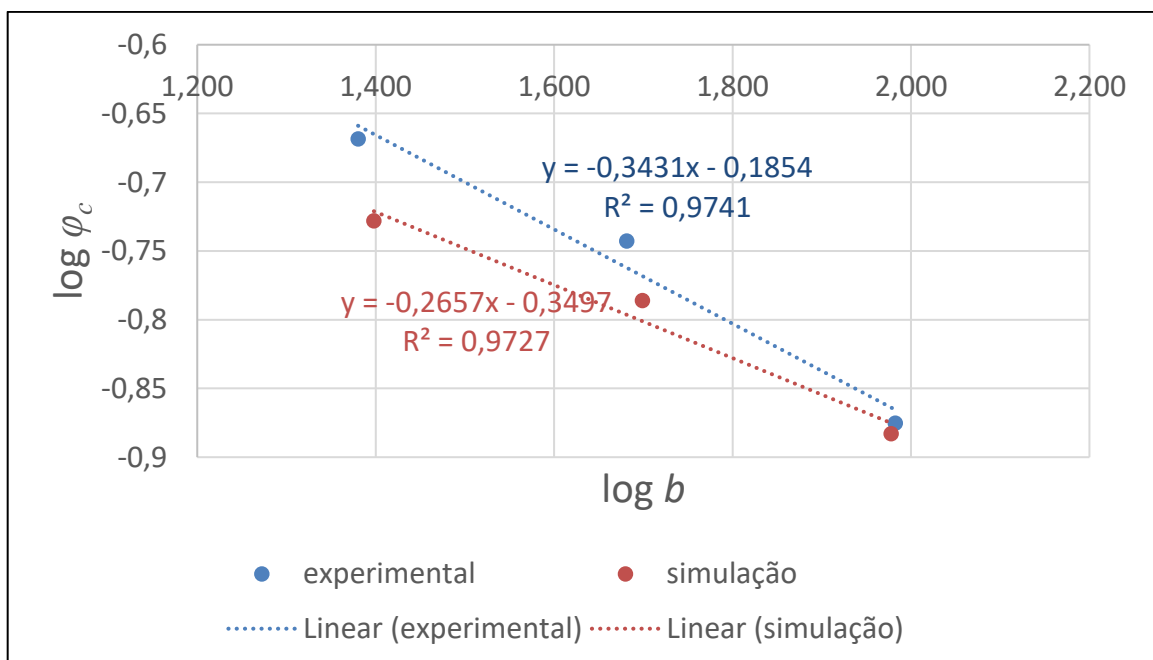
Deflexão máxima ( $\delta_u$ - mm) e rotação ( $\varphi_c$ ) - Experimental							
	E1	E2	E3	E4	Média	$\varphi_c$	CV (%)
<b>Pequena</b>	16,80	16,77	15,95	14,81	16,08	0,214	5,82
<b>Média</b>	27,18	29,90	26,45	28,57	28,02	0,181	5,45
<b>Grande</b>	41,50	48,18	43,14	45,77	44,65	0,133	6,66

Deflexão máxima ( $\delta_u$ - mm) e rotação ( $\varphi_c$ ) - PD							
	PD1	PD2	PD3	PD4	Média	$\varphi_c$	CV (%)
<b>Pequena</b>	13,94	14,60	13,36	14,17	14,02	0,187	3,7
<b>Média</b>	25,37	25,30	25,20	25,567	25,36	0,164	0,6
<b>Grande</b>	44,64	43,32	42,60	44,920	43,87	0,131	2,5

Fonte: Autor (2020)

Figura 23 – Comparativo entre as simulações e os ensaios experimentais levando em consideração o efeito de escala em relação a rotação.



Fonte: Autor (2020)

O último expoente de escala é relacionando a energia de fratura,  $G_f$ , definida de acordo com a expressão 2, a qual tem como base a energia dissipada durante o ensaio, conforme apresentado na Figura 18. Para tal, os valores de energia dissipada obtidos nos ensaios experimentais e simulações numéricas, são apresentados na Tabela 7, enquanto que a comparação do efeito de escala é graficada na Figura 24. Para o caso da energia de fratura, nota-se que o valor da quantidade mecânica aumenta à medida que aumenta o tamanho da viga. Para o caso experimental, tem-se  $d_{G\_exp} = 0,54$  e na PD registrou-se  $d_{G\_PD} = 0,52$ , ou seja, valores muito próximos, garantidos pela proximidade das curvas experimentais e da PD.

Tabela 7 – Tabela comparativa entre os valores de energia dissipada para o ensaio experimental e PD.

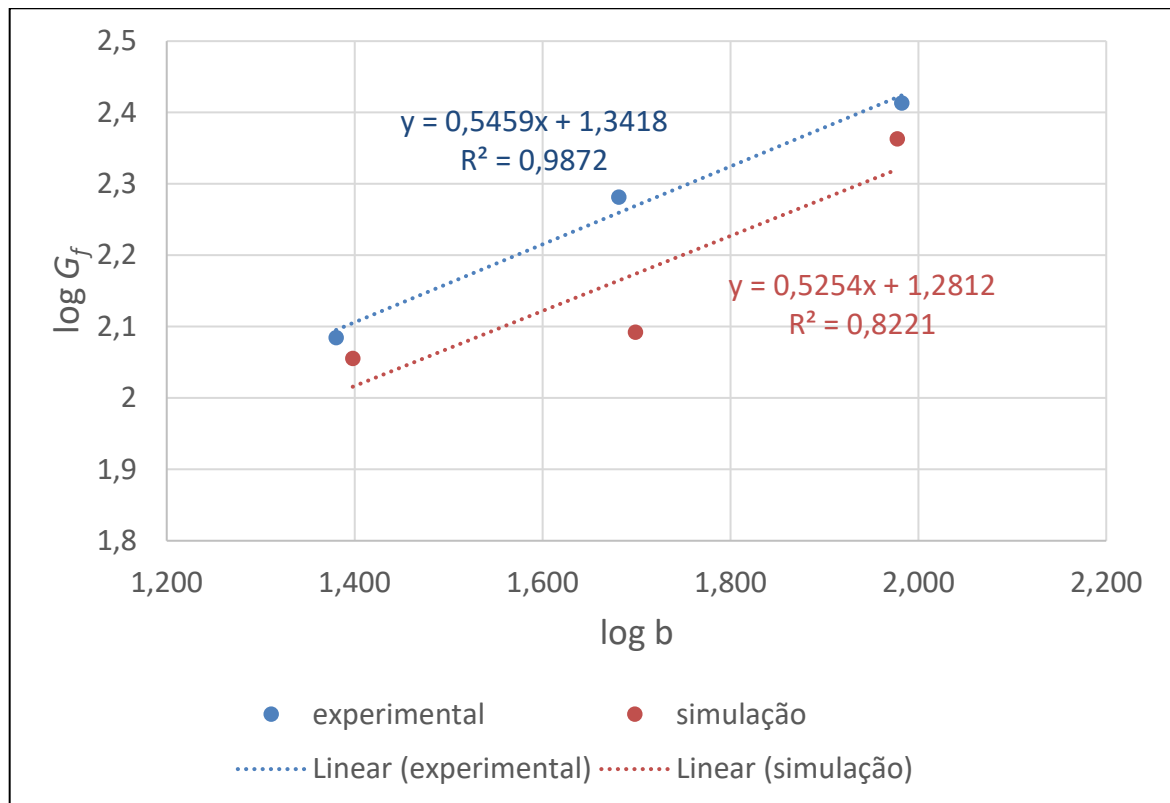
<b>Energia dissipada (W) e energia de fratura (<math>G_f</math> - Nm) - Experimental</b>							
	<b>E1</b>	<b>E2</b>	<b>E3</b>	<b>E4</b>	<b>Média</b>	<b>CV (%)</b>	<b><math>G_f</math></b>
<b>Pequena</b>	55,42	45,22	40,41	45,54	46,64	13,5	121,47
<b>Média</b>	286,63	307,70	287,06	292,54	293,48	3,4	191,06
<b>Grande</b>	1360,38	1698,70	1744,32	1559,93	1590,83	10,8	258,92

<b>Energia dissipada (W) e energia de fratura (<math>G_f</math> - Nm) – PD</b>							
	<b>PD1</b>	<b>PD2</b>	<b>PD3</b>	<b>PD4</b>	<b>Média</b>	<b>CV (%)</b>	<b><math>G_f</math></b>
<b>Pequena</b>	42	46	40	43	42,57	5,74	113,53
<b>Média</b>	252	246	244	245	185,45	2,32	123,63
<b>Grande</b>	1.485	1.420	1.385	1.406	1424,12	3,04	230,62

Fonte: Autor (2020)

Figura 24 – Gráfico demonstrando o efeito de escala em relação à energia de fratura,  $G_f$ , comparando os ensaios experimentais e as simulações.



Fonte: Autor (2020)

### 4.3 Simulação do ensaio de emissão acústica

#### 4.3.1 Seleção dos eventos de emissão acústica

Após a finalização das simulações, foi dado início a contagem dos eventos de emissão acústica. Para tanto foi necessário realizar a filtragem do sinal e remover possíveis ruídos provenientes de vibrações inerentes às amostras. Tal filtragem é realizada por meio da aplicação de um filtro passa alta, o qual tem por finalidade filtrar todos os sinais abaixo de uma determinada frequência, sendo assim, fica definido um limite nos sinais de emissão acústica aonde apenas serão considerados os eventos provenientes da formação de trincas ou outra deformação interna do material.

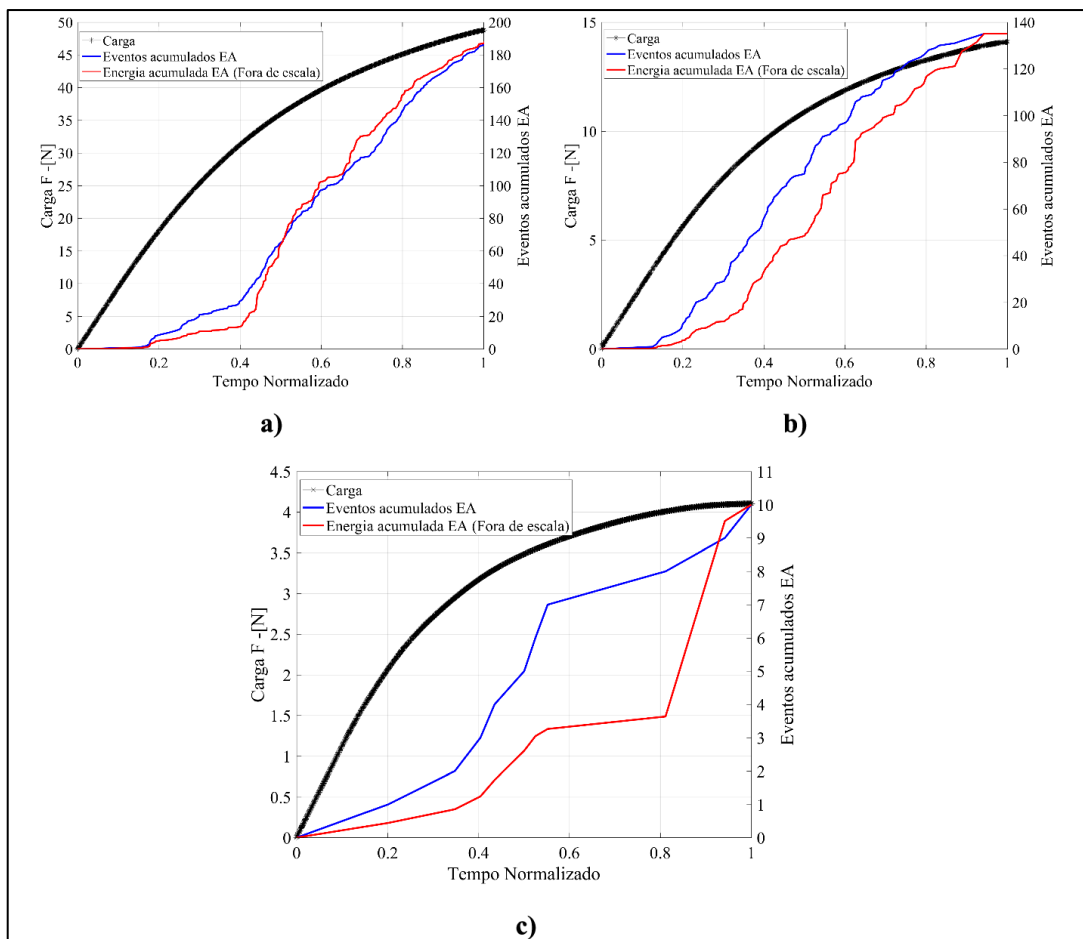
Inicialmente, com auxílio do *software* MatLab, em sua versão 2018, foi realizada uma contagem automática dos eventos. Posteriormente partiu-se para a contagem manual visando corrigir os erros da contagem automática adicionando eventos por ela ignorados bem como eliminando eventos contados de maneira errônea. A metodologia e o funcionamento do

algoritmo para contagem automática e manual é descrito em Friedrich *et al.* (2020). Findada a contagem dos eventos, uma lista de eventos selecionados é disponibilizada para posterior análise.

### 4.3.2 Atividade de EA

Tendo sido finalizada a aquisição de dados, foram construídas as curvas demonstrando a relação entre o número de eventos acumulados, a carga e a energia de emissão acústica acumulada (fora de escala), ver Figura 8, para os três tamanhos de corpos de prova, a comparação é exposta na Figura 25.

Figura 25 – Atividade de EA para a) viga grande, b) viga média e c) viga pequena.



Fonte: Autor (2020)

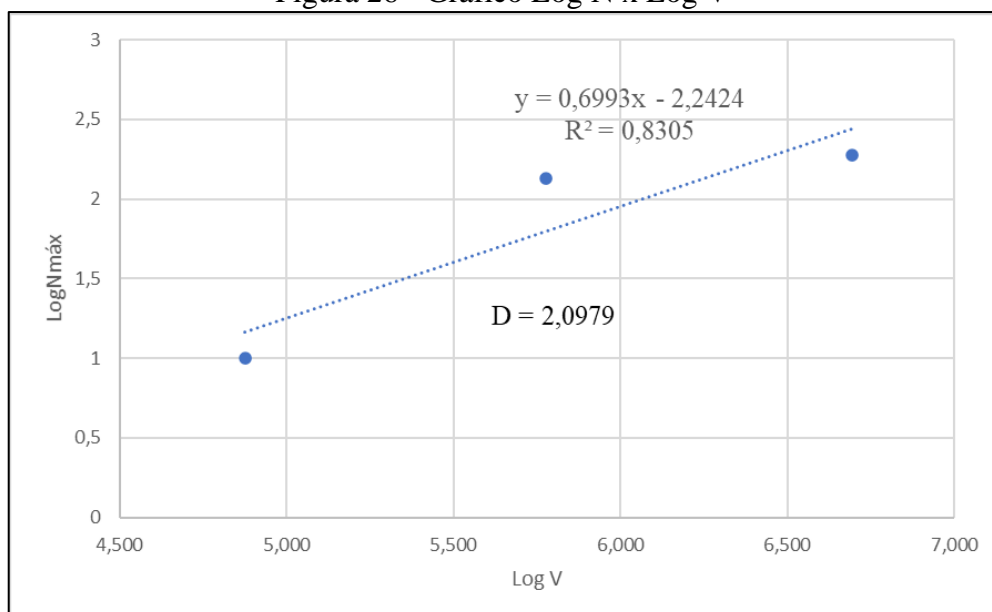
Nota-se primeiramente que na viga pequena, Figura 25c, apenas 10 eventos são contabilizados. Isso porque o comportamento dúctil da amostra fez com que poucos sinais

fossem capturados. É como se a ruptura das ligações da PD, ocorressem de forma sem fazer “barulho” e esse comportamento não perturba significativamente o sinal. Por outro lado, nas amostras maiores, eventos de EA foram capturados sem problemas e em grandes quantidades. Este trabalho não focará na avaliação sobre a distribuição no tempo ou na frequência dos eventos de EA, apenas na quantidade, mas o levantamento realizado poderá ser utilizado em outros trabalhos futuros.

### 4.3.3 Efeito de escala pela técnica de EA

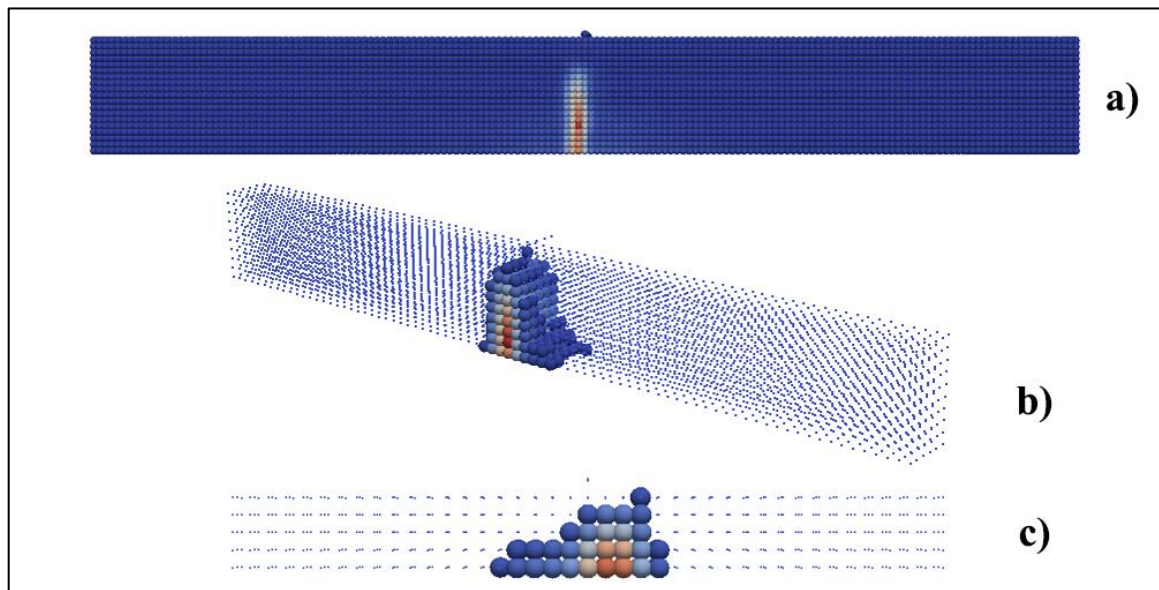
Conforme descrito no Capítulo 2, item 2.2, para que seja possível a análise do efeito de escala a partir do monitoramento dos sinais de emissão acústica das amostras, se faz necessário a construção de um gráfico representando a relação bi logarítmica entre o número máximo de eventos e o volume das amostras, o qual é apresentado na Figura 26. Partindo-se do gráfico apresentado, é realizado o cálculo da dimensão fractal de acordo com a Equação (5), que corresponde a um valor de  $D = 2,09$ . O valor de  $D$  indica que os eventos de EA estão distribuídos em um domínio que corresponde a uma superfície e não distribuídos no volume, caso em que  $D$  seria próximo a 3. O resultado observado está coerente com as configurações de rupturas apresentadas na Figura 27, onde o melhor ângulo da ruptura foi buscado para cada tamanho. Nota-se que nos três tamanhos analisados, sempre há uma pequena região, mais parecida com uma superfície onde a fratura ocorre, ou seja, tem-se uma concentração no momento da ruptura.

Figura 26 - Gráfico Log N x Log V



Fonte: Autor (2020)

Figura 27 – Configurações de ruptura das amostras, a) Grande, b) Média e c) pequena.



Fonte: Autor (2020)

## 5 CONCLUSÕES

O efeito de escala é um fenômeno presente em muitos problemas reais de engenharia. A mudança do comportamento dúctil para frágil, bem como a diminuição ou aumento das propriedades mecânicas importantes no dimensionamento de grandes estruturas como a tensão última, faz com que muitas pesquisas ainda busquem esclarecer o problema do efeito de escala. Nesse trabalho, avaliou-se a aplicação da peridinâmica na captura do efeito de escala em vigas de poliestireno expandido, um material quase-frágil, submetidas a um ensaio de três pontos. Com a abordagem proposta por Carpinteri *et al.* (2018), três expoentes de escala, mediram a variação de três quantidade mecânicas: a tensão última, rotação crítica e energia de fratura. A partir do desenvolvimento deste trabalho as seguintes conclusões podem ser realizadas:

- A PD mostrou-se capaz de simular satisfatoriamente o comportamento quase-frágil do material. A comparação com resultados experimentais mostrou boa aderência no comparativo das curvas Tensão *versus* Deformação.
- Os dados experimentais e da PD mostraram que os expoentes de escala capturados são muito próximos entre si e coerentes com o esperado com a literatura.
- Dentro do contexto da emissão acústica, a PD conseguiu ser utilizada e a dimensão de onde emanam os eventos foi medida e corresponde a um valor próximo a uma superfície. As configurações de ruptura ajudam a confirmar esse fato.

## 6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho é o primeiro de uma série de trabalhos paralelos sendo realizados com a peridinâmica, envolvendo os tópicos de efeito de escala, emissão acústica, materiais quase-frágeis entre outros. Assim, o trabalho teve um ganho de conhecimento inicial para o grupo de trabalho muito grande, já que se tinha pouca experiência sobre o funcionamento da PD dentro destes temas. Baseado nisso, os seguintes trabalhos futuros são sugeridos:

- Avaliação da influência de outros parâmetros sobre o efeito de escala, como o comprimento de correlação, coeficiente de variação da energia de fratura, geometria do corpo analisado entre outros.
- Ainda dentro do efeito de escala, aumentar a quantidade de amostras analisadas com o intuito de confirmar os expoentes registrados.
- Análise dos eventos de emissão acústica obtidos nos ensaios realizados nesse trabalho, com o objetivo de detectar modos de falha e índices de monitoramento como o valor- $b$ , por exemplo.
- Construir a curva de descarga experimental, levando em consideração diferentes regiões da curva de descarga construindo, a partir daí, um perfil do módulo de elasticidade ao longo do tempo.
- Graficar de diferentes maneiras os parâmetros obtidos dos sinais de emissão acústica visando uma melhor identificação e mapeamento do processo de dano na estrutura.



## REFERÊNCIAS

- ASKARI, E., BOBARU, F., LEHOUCQ, R. B., PARKS, M. L., SILLING, S. A., WECKNER, O. **“Peridynamics for multiscale materials modeling”**. *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 125, No. 1, p. 012078)., 2008.
- BAŽANT, P.; CHEN, P. **“Scaling of structural failure”**. *Appl. Mech, rev.* 50, p. 593-627, 1997.
- BAŽANT, Z.P. **“Scaling of quasibrittle fracture: Asymptotic analysis”**. *International Journal of Fracture*, 83(1), 1997, pp. 19-40.
- BAŽANT, Z.P. **“Size effect in blunt fracture: Concrete, rock, metal”**. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, 110(4), 1984, pp. 518-535.
- BAŽANT, Z.P., PLANAS, J. **“Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials”**. CRC Press LLC, 1998.
- BIRCK G, ITURRIOZ I, LACIDOGNA G, CARPINTERI A. **“Damage process in heterogeneous materials analyzed by a lattice model simulation”**. *Eng Fail Anal* 2016.
- BIRCK, G. (2016). **“Análise do processo de dano em material quase-frágil através da simulação de um modelo de barras”**.
- BIRCK, G. 2013. **“Aplicação de Técnicas de Emissão Acústica na Monitoração do Dano Estrutural”**. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.
- BOBARU F. **“Influence of van der Waals forces on increasing the strength and toughness in dynamic fracture of nanofibre networks: A peridynamic approach”**. *Model Simul Mater Sci Eng* 2007.

CABRAL, N. R.; ITURRIOZ, I.; INVALIDI, M. A.; D'AMBRA, R. B. **“An alternative bilinear peridynamic model to simulate the damage process in quasi-fragile materials”**. Engineering Fracture Mechanics (2019).

CARPINTERI A. **“Mechanical damage and crack growth in concrete: Plastic collapse to brittle fracture”**. 1986.

CARPINTERI, A., AND CHIAIA, B. **“Multifractal nature of concrete fracture surfaces and size effects on nominal fracture energy”**. Materials and Structures (RJLEM), 28, 1995, pp. 435-4-43.

CARPINTERI A, CORRADO M, LACIDOGNA G. **Three different approaches for damage domain characterization in disordered materials: fractal energy density, b-value statistics, renormalization group theory**. Mech Mater 2012;53:15–28.

CARPINTERI, A., CHIAIA, B., AND FERRO, G. **“Multifractal scaling law for the nominal strength variation of concrete structures”**. In Size effect in concrete structures (1994).

CARPINTERI, A.; FERRO, G. **“Scaling behavior and dual renormalization of experimental tensile softening responses”**. Materials and Structures, vol. 31(5), p. 303-309, 1998.

CARPINTERI A., **“Cusp catastrophe interpretation of fracture instability”**, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 37:567-582, 1989.

CARPINTERI, A.; FERRO, G.; INVERNIZZI, S. **“The nominal tensile strength of disordered materials: a statistical fracture mechanics approach”**. Engineering Fracture Mechanics, v. 58, p. 421-435, 1997.

COLPO A.B., 2014. **“Análise do Efeito de Escala em Materiais Quase Frágeis”**. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2014.

COLPO A.B., KOSTESKI, L.E., and IGNACIO I., 2016. **“The size effect in quasi-brittle materials: Experimental and numerical analysis”**. International Journal of Damage Mechanics. Vol. 26, pp. 395-416.

COLPO, A. B., KOSTESKI, L. E., & ITURRIOZ, I. (2017). **“The size effect in quasi-brittle materials: Experimental and numerical analysis”**. International Journal of Damage Mechanics, 26(3), 395-416.

COLPO, A. B.; ALMEIDA, W. R.; KOSTESKI L. E.; FRIEDRICH, L. F.; ITURRIOZ, I.; SOARES, L.; GEHLEN, B. **“Método dos elementos discretos: uma comparação crítica entre duas versões do método”**. XXXVIII Jornadas Sudamericans de Engenharia Estrutural (2018).

COLPO, A. B.; KOSTESKI, L. E.; ITURRIOZ, I. **“The size effect in quasi-brittle materials: Experimental and numerical analysis”**. International Journal of Damage (2016).

FRIEDRICH, L. F.; COLPO, A. B.; BIRCK, G.; KOSTESKI L. E.; ITURRIOZ, I.; BARCELLOS, M. **“Analysis of the size effect in quasi-fragile materials through the acoustic emission techniques using experimental tests and numerical simulations”**. Artigo em edição (2019).

FRIEDRICH, L. F.; BARCELLOS, M.; ITURRIOZ, I. **“Random field generation of the material properties in a peridynamic model”**. 25<sup>th</sup> ABCM International Congress of Mechanical Engineering – resumo aprovado (2019).

FRIEDRICH, L. F.; COLPO, A. B.; MAGGI, A.; BECKER, T.; LACIDOGNA, G., ITURRIOZ, I. **“Damage process in glass fiber reinforced polymer specimens using acoustic emission technique with low frequency acquisition”**, Composite Structures, Volume 256, 2020.

FRIEDRICH, L. F.; BARCELLOS, M.; ITURRIOZ, I.; COLPO, A. B.; CESAR, E. S.; PUGLIA, V. B.; KOSTESKI, L. E. “**Experimental analysis of the size effect in quasi-fragile materials**”. 25<sup>th</sup> ABCM International Congress of Mechanical Engineering – resumo aprovado (2019).

GROSSE, CHRISTIAN U.; OHTSU, MASAYASU (Eds.). “**Acoustic Emission Testing**”. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008.

HA Y. D., BOBARU F. “**Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics**”. Int J Fract 2010;

HERRMANN, H. ROUX, S., “**Statistical Models for the Fracture of Disordered Media**”. Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, 1990

HILLERBORG, A., MODEER, M., AND PETERSSON, P.E. “**Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements**”. Cement and Concrete Research, 6, 1976, pp. 773-782.

KOSTESKI, L. “**Aplicação do método dos elementos discretos formado por barras no estudo do colapso de estruturas**”. 2012. 6-59 f. Tese (Doutorado em engenharia) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

KOSTESKI, L.; RIERA, J.; ITURRIOZ, I. “**Consideration of scale effects and stress localization in response determination using the DEM**”. In Mecánica Computacional, MECOM-CILAMCE 2010, volume 29, pages 2785–2801, Buenos Aires, Argentina, novembro, 2010.

KRAJCINOVIC, D., “**Damage mechanics**”. Elsevier, Amsterdam, 1996

KURZ, J. H.; FINCK, F.; GROSSE, C. U.; REINHARDT, H.-W. “**Stress drop and stress redistribution in concrete quantified over time by the b-value analysis**”, Structural Health Monitoring, vol. 5(1), p. 69–81, 2006.

LEICESTER, R.H. “**Effect of size on the strength of structures**”. Report Paper No.71, CSIRO Australian Forest Production Laboratory Division of Building Research Technology, 1973.

MADERS, L., KOSTESKI, L. E., & ITURRIOZ, I. (2012). “**Estudo do efeito de escala no método dos elementos discretos formado por barras**”. *Mecánica Computacional*, 31, 1857-1876.

MIHASHI, H.; OKAMURA, H.; BAŽANT, P. “**Size effect in concrete structures**”. Proc Japan Concrete Ins! Int Workshop. Sendai. Japan. Oct 31 - Nov 2. E&FN Spon, London-New York, 1994.

RÄDEL M, BEDNAREK A-J, SCHMIDT J, WILLBERG C., 2017. “**Peridynamics: Convergence & Influence of Probabilistic Material Distribution on Crack Initiation**”. 6th ECCOMAS Themat. Conf. Mech. Response Compos.

RAO, M. V. M. S.; LAKSHMI, K. J. P.; **Analysis of b-value and improved b-value of acoustic emissions accompanying rock fracture**, vol. 89, no9, pp. 1577-1582 Current Science Association, Bangalore, 2005

SHATERI M.; GHAIB M.; SVECOVA D.; THOMSON D.; “**On acoustic emission for damage detection and failure prediction in fiber reinforced polymer rods using pattern recognition analysis**”. *Smart Materials and Structures*, 2017.

SHIOTANI, T.; FUJII, K.; AOKI, T.; AMOU, K. “**Evaluation of progressive failure using AE sources and improved b-value on slope model tests**”. *Progress in Acoustic Emission*, vol. 7(7), p. 529–534, 1994.

SILLING S. A.; ASKARI E.; “**A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics**”. *Comput Struct* 2005;

SILLING SA. “**Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces**”. *J Mech Phys Solids* 2000;

TURCOTTE, D.L.; NEWMAN, W.I.; AND SHCHERBAKOV, R.; “**Micro and macroscopic models of rock fracture**”, Geophysical Journal International, 2003.

VAN VLIET, M. R. A. (2000). “**Size effect in tensile fracture of concrete and rock**” (Vol.192). Delft: Delft University Press.

WALSH, P.F. “**Fracture of plain concrete**”. Indian Concrete Journal, 46(11), 1972, pp. 469-470.

WEIBULL, W. “**Phenomenon of rupture in solids**”. Proc Royal Swedish Inst of Eng Res, p. 153, 1939.