

**ANÁLISE DAS DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DO CONCEITO DE  
FUNÇÃO IDENTIFICADAS EM LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS  
FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Guédulla de Senna Dias**

**Dr.(a) Maria Arlita da Silveira Soares (Orientadora)**

Trabalho apresentado ao Curso de Ciências Exatas - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciada em Ciências Exatas - Matemática.

**Caçapava do Sul, julho de 2019.**

## ANÁLISE DAS DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DO CONCEITO DE FUNÇÃO IDENTIFICADAS EM LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Guédulla de Senna Dias<sup>1</sup>  
Maria Arlita da Silveira Soares<sup>2</sup>

**Resumo:** A aprendizagem do conceito de função é essencial para estudantes, dada a importância deste na resolução de problemas de cotidiano, de outras áreas do conhecimento e da própria matemática. Considerando a importância do conceito de função e buscando compreender aspectos relacionados ao seu ensino, esta pesquisa, tem por questão norteadora: De que forma uma coleção de livros didáticos de Matemática, aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD/2017, para os anos finais do Ensino Fundamental aborda o conceito de função? Para tal, busca-se fundamentação teórica nas pesquisas sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico e sobre o processo de ensino e aprendizagem de função, em especial, acerca das diferentes representações deste conceito. A opção metodológica é de uma pesquisa qualitativa na forma de análise documental em função da fonte de produção de dados, ou seja, uma coleção de livros didáticos. A análise dos dados permitiu concluir que a coleção de livros didáticos aborda o conceito de função de forma implícita no 6º, 7º e 8º anos, pois os autores só apresentam este conceito explicitamente no 9º ano. Além disso, observou-se que os autores da coleção de livros didáticos não abordam situações que permitam aos estudantes perceber a articulação entre os campos da Matemática. Em relação as diferentes representações do conceito de função, verificou-se que padrão/generalização é a mais explorada em todos os anos, porém a maioria das situações não exige dos estudantes a generalização na representação algébrica, ou seja, a maioria requer apenas a identificação de um padrão. Identificou-se que, é no 9º ano, quando são mais exploradas as diferentes representações do conceito de função. Verificou-se que a dimensão da Álgebra mais explorada é a equação, o que acaba não favorecendo um ensino que articule equações e funções fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

**Palavras-chave:** Pensamento Algébrico; Função; Livro didático; Ensino Fundamental.

**Abstract:** Learning the concept of function is essential for students, given its importance in solving everyday problems, other areas of knowledge and mathematics itself. Considering the importance of the concept of function and seeking to understand aspects related to its teaching, this research has as its guiding question: How a collection of mathematics textbooks, approved by the National Textbook Program - PNLD / 2017, for the years Elementary school students approach the concept of function? To this end, we seek theoretical grounding in research on the development of algebraic thinking and on the process of teaching and learning function, especially on the different representations of this concept. The methodological option is a qualitative research in the form of document analysis based on the source of data production, ie a collection of textbooks. The data analysis concluded that the collection of textbooks implicitly addresses the concept of function in the 6th, 7th and 8th grades, as the authors only explicitly present this concept in the 9th grade. Moreover, it was observed that the authors of the textbook collection do not address situations that allow students to understand the articulation between the fields of mathematics. Regarding the different representations of the concept of function, it was found that pattern / generalization is the most explored in all years, but most situations do not require students to generalize in algebraic representation, ie most require only identification of a pattern. It was found that it is in the 9th grade, when the different representations of the concept of function are most explored. It was found that the most explored algebra dimension is the equation, which ends up not favoring a teaching that articulates fundamental equations and functions for the development of algebraic thinking.

**Keywords:** Algebraic Thinking; Function; Textbook; Elementary School.

### 1. INTRODUÇÃO

O interesse por pesquisar sobre a Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico, em particular, o conceito de função emerge da atuação em turmas do Ensino Fundamental possibilitadas pelos componentes curriculares do Curso de Ciências Exatas –

---

<sup>1</sup> Acadêmica do Curso de Ciências Exatas – Licenciatura.

<sup>2</sup> Orientadora do trabalho.

Licenciatura, especialmente, nos componentes de Educação Matemática I e Estágio Curricular de Monitoria. Além das atividades oportunizadas pelos componentes curriculares pode-se destacar as vivências/experiências em uma turma do Ensino Médio no contexto do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) - Subprojeto Física ao desenvolver atividades relacionadas à revisão de conceitos da Cinemática (ramo da Física que estuda o movimento dos corpos), que envolviam os conceitos de função horária da posição e função horária da velocidade. Nessas vivências/experiências percebeu-se dificuldades dos estudantes na resolução de situações envolvendo conceitos algébricos, em especial, o conceito de função.

Ao realizar o planejamento de atividades para posterior intervenção na escola, no contexto da Componente Curricular: Educação Matemática I, realizei estudos nas orientações curriculares (BRASIL, 1998) em relação ao ensino e aprendizagem da Álgebra na Educação Básica, verificando-se que o seu objetivo é o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes. Entretanto, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos estudantes, pois estes profissionais valorizam o estudo dos procedimentos em detrimento dos conceitos, evidenciando os cálculos algébricos ao trabalho com questões voltadas ao desenvolvimento do pensamento algébrico, por exemplo, generalização e abstração. Fato este evidenciado nas atividades desenvolvidas nos componentes curriculares supracitados e nas atividades do PIBID, bem como nas pesquisas em Educação Matemática e nos resultados das avaliações externas, por exemplo, Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB.

Assim sendo, constata-se que dificuldades apresentadas por estudantes, geralmente, estão relacionadas à forma como o estudo da Álgebra é desenvolvido ao longo do Ensino Fundamental. Em outros termos, muitas vezes apenas enfatizando as “manipulações” com expressões e equações de uma forma meramente mecânica, não contribuindo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. (BRASIL, 1998).

Desta forma, destaca-se a importância do professor de Matemática compreender que o objetivo do ensino da Álgebra na Educação Básica é o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes para propor situações que contribuam com o seu desenvolvimento. Segundo os PCN (BRASIL, 1998, p. 116), “para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra.” Neste sentido, é imprescindível que os professores

explorem as várias dimensões<sup>3</sup> da Álgebra ao longo dos terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental.

Além disso, sublinha-se que o pensamento algébrico pode ser desenvolvido desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (primeiro e segundo ciclos), de modo que os estudantes tenham um contato inicial com a Álgebra de maneira informal, articulada aos diferentes campos da Matemática, em particular, a Aritmética. Assim, entende-se que para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes é fundamental que o ensino da Álgebra comece nos Anos Iniciais, para que posteriormente seja aprofundado nos Anos Finais do Ensino Fundamental e formalizado no Ensino Médio.

Vale salientar que, “o estudo das funções constitui um dos aspectos do pensamento algébrico que deve ser desenvolvido” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 118). Deste modo, enfatizamos ser importante, para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, o estudo do conceito de função. Este conceito pode ser abordado de forma intuitiva desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (primeiro e segundo ciclos), ao trabalhar com sequências numéricas e figurais, a fim de identificar regularidades e, também, através de situações-problema envolvendo a variação entre duas grandezas, para que seja aprofundado nos Anos Finais do Ensino Fundamental, tendo em vista a sua relevância em diferentes níveis de ensino.

A importância do conceito de função para a Matemática e para que os estudantes adquiram a linguagem das ciências (algébrica) é evidenciada por vários pesquisadores da área da Educação Matemática. De acordo com Santos e Barbosa (2017, p. 28), “o conceito de função tornou-se uma das noções fundamentais da matemática contemporânea, tendo um papel central na estruturação dos conteúdos da matemática escolar, perpassando vários níveis de ensino”.

Segundo Kleiner (1993 apud SANTOS; BARBOSA, 2017, p. 316), “o conceito de função é um dos fundamentos da matemática contemporânea, permeando praticamente todos os campos desta disciplina.”

Entretanto, de acordo com Tabach e Nachlieli (2015 apud SANTOS; BARBOSA, 2017, p. 28), “apesar da sua importância na matemática escolar, o conceito de função ainda é considerado um desafio do ponto de vista do seu ensino e aprendizagem, em virtude tanto da variabilidade de formas de comunicá-lo [representá-lo], quanto do estabelecimento de relações entre elas”.

---

<sup>3</sup> As diferentes dimensões da Álgebra serão apresentadas no próximo item.

Destaca-se que, nesta pesquisa, cada uma dessas formas de comunicar o conceito de função será tratada como diferentes formas de representar o conceito de função. Diferentes formas de representar o conceito de função são: algébrica, gráfica, tabular, língua natural (definição), diagrama. Sendo cada uma destas representações mais adequadas e /ou eficazes dependendo da situação-problema a ser resolvida e do nível de ensino em que está sendo abordado o conceito de função.

Levando-se em consideração os desafios do ensino e aprendizagem do conceito de função, as limitações e potencialidades das diferentes formas de representar este conceito, bem como que “atualmente, no país, o livro didático é uma ferramenta fundamental no âmbito educacional, especialmente, no âmbito das escolas públicas” (MANDARINO, 2010, p. 4), escolheu-se realizar uma análise deste material didático, no que se refere à abordagem do conceito de Função nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

O livro didático é apontado por diversos autores como uma referência para a prática docente no contexto escolar, como pode-se verificar, por exemplo na citação abaixo:

[...] o livro didático é uma das principais fontes de orientação dos professores nas tarefas do fazer escolar, sendo utilizado como suporte e apoio tanto para seleção do conteúdo a ser ensinado, o seu sequenciamento e a sua forma, quanto para a organização das atividades de aprendizagem e da avaliação. (BIEHL, BAYER, 2009; PERRELLI; LIMA; BELMAR, 2013; SHIELD; DOLE, 2013, apud SANTOS, BARBOSA, 2017, p.321).

Dada a relevância do livro didático no contexto escolar, enfatiza-se a importância deste recurso estar em frequente avaliação tanto pelo Ministério da Educação (MEC), Secretarias Estaduais e Municipais, quanto por professores em formação inicial e continuada.

Diante desse contexto, esta pesquisa buscará responder a seguinte questão: *De que forma uma coleção de livros didáticos de Matemática, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (2017), para os anos finais do Ensino Fundamental aborda o conceito de função?* Para responder a questão norteadora desta pesquisa, elaborou-se como objetivos: i) Analisar a forma como as dimensões da álgebra, em particular, a dimensão funcional, é proposta nos livros didáticos para os Anos Finais do Ensino Fundamental; ii) Verificar se nestas coleções busca-se estabelecer a relação do conceito de função com outros campos da Matemática; iii) Identificar como são tratadas e exploradas as diferentes representações do conceito de função nestas coleções.

O aporte teórico e procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa são descritos a seguir.

## **2. REFERENCIAL TEÓRICO**

O referencial teórico desta pesquisa está organizado em dois itens, a saber: Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico: segundo as propostas curriculares; Função no Ensino Fundamental.

## **2.1. Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico: segundo as propostas curriculares**

A Álgebra é um campo da Matemática que permite aos alunos desenvolverem capacidades fundamentais como generalização e abstração, o que é de extrema importância para a resolução de problemas da própria matemática, de outras áreas do conhecimento e do cotidiano. (BRASIL, 1998).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam a importância de um trabalho envolvendo noções algébricas, desde os Anos Iniciais, em especial, um trabalho articulado com a Aritmética, possibilitando aos alunos desenvolver a habilidade de pensar abstratamente. (BRASIL, 1998). Embora nos PCN, a Álgebra não surja como tema independente nos Anos Iniciais, são diversos os aspectos de caráter algébrico propostos. Destaca-se: a exploração de sequências; o estabelecimento de relações entre números e entre números e operações; e o estudo de propriedades geométricas. Estes temas devem ser retomados nos Anos Finais, principalmente, no 6º ano, para que noções e conceitos algébricos possam ser ampliados e consolidados ao longo da Educação Básica. (BRASIL, 1998).

Nos PCN elaborados para os Anos Finais, a Álgebra está inserida no bloco de conteúdos denominado “Números e Operações” e ganha destaque no item “Orientações Didáticas”. Segundo este documento, o propósito principal do ensino da Álgebra está no desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, como pode ser observado na citação abaixo:

[...] **é o desenvolvimento do pensamento algébrico**, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas; traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções; traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar o significado das letras; utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico. (BRASIL, 1998, p. 64, grifo nosso)

Estas orientações são propostas para o terceiro ciclo do Ensino Fundamental, ou seja, 6º ano e 7º ano. Os PCN ressaltam ser fundamental, durante o trabalho com números, o estudo de algumas relações funcionais pela exploração de padrões em sequências numéricas que levem os alunos a fazer algumas generalizações e compreender, por um processo de aproximações sucessivas, a natureza das representações algébricas. Além disso, a construção dessas generalizações e de suas respectivas representações permitem a exploração das primeiras

noções de álgebra. (BRASIL, 1998). É fundamental, neste ciclo, que os alunos explorem situações que envolvem a noção de variável para que compreendam e reconheçam a expressão algébrica como uma forma de traduzir a relação existente entre a variação de duas grandezas. (BRASIL, 1998).

Para o quarto ciclo do Ensino Fundamental (8º ano e 9º ano), o ensino da Álgebra deve ter, também, como objetivo o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, como pode-se verificar na seguinte citação:

[...] é o **desenvolvimento do pensamento algébrico**, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: produzir e interpretar diferentes escritas algébricas - expressões, igualdades e desigualdades -, identificando as equações, inequações e sistemas; resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos; observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis. (BRASIL, 1998, p. 81, grifo nosso)

A partir da citação acima constata-se que para o quarto ciclo, além da ênfase dada ao estudo de equações e inequações, aponta-se o trabalho com a análise de padrões em busca de regularidades, a fim de estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis, que estão relacionadas ao conceito de função.

Neste sentido, cabe destacar o que apontam os PCN ao tratar sobre o conceito de função nos Anos Finais do Ensino Fundamental, sugerindo que a noção de função pode ser desenvolvida através de situações-problema que envolvam a variação de grandezas em que elas sejam diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais. Sendo essas situações favoráveis para que se expresse a variação através de uma sentença algébrica, representando-a no plano cartesiano. (BRASIL, 1998). Assim sendo, sublinha-se que no trabalho com a Álgebra durante os Anos Finais do Ensino Fundamental

[...] é fundamental a compreensão de conceitos como o de variável e função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, p.84, 1998).

A partir das orientações curriculares propostas pelos PCN tanto para o terceiro como para o quarto ciclo do Ensino Fundamental, verifica-se que o ensino da Álgebra no Ensino Fundamental visa ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a Álgebra ganha destaque, sendo uma das unidades temáticas que deve estar presente em todos os anos do Ensino Fundamental, ou seja, do 1º ano até o 9º ano. Cabe registrar que, a BNCC propõe cinco unidades temáticas, a saber: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Estas unidades temáticas orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do

Ensino Fundamental e cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização. (BRASIL, 2017).

Percebe-se na BNCC, que desde o 1º ano do Ensino Fundamental, tem-se orientações para o trabalho com a Álgebra, com objetivo de que os alunos desta etapa comecem a desenvolver o pensamento algébrico, para que posteriormente, as dimensões da álgebra<sup>4</sup> sejam ampliadas e aprofundadas ao longo desta etapa da Educação Básica. (BRASIL, 2017).

Neste sentido, segundo a BNCC,

[...] é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam. A relação dessa unidade temática com a de Números é bastante evidente no trabalho com sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação. [...] A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três). (BRASIL, 2017, p. 268).

Constata-se que ao tratar dos conceitos algébricos nos Anos Iniciais, a BNCC sugere aos professores que realizem um trabalho associado à unidade temática Números, principalmente, no estudo de sequências numéricas. Em outros termos, que os professores explorem intuitivamente o conceito de função ao trabalhar com sequências numéricas e também, com a resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas.

Em relação ao Ensino Fundamental – Anos Finais, conforme a BNCC, o estudo de conceitos algébricos deve retomar, aprofundar e ampliar o que foi trabalhado no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como pode-se verificar na citação abaixo:

[...] nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, **investigar a regularidade de uma sequência numérica**, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e **estabelecer a variação entre duas grandezas**. É necessário, portanto, que os alunos **estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação**. As técnicas de resolução de equações e inequações, inclusive no plano cartesiano, devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problema, e não como objetos de estudo em si mesmos. (BRASIL, 2015, p. 268, grifos nossos).

Verifica-se na citação acima que o trabalho com o conceito de função é enfatizado nesta fase do Ensino Fundamental, principalmente, ao indicarem que o estudante precisa compreender o conceito de variável. Uma das formas sugeridas para o estudo do conceito de

---

<sup>4</sup> Ainda, nesta seção, serão definidas as dimensões da álgebra.

variável é a partir da análise de situações que evidenciam padrões (numéricos, geométricos, figurais).

Tendo em vista o que apontam as orientações curriculares, pode-se então dizer que o grande objetivo do estudo da Álgebra, em particular, no Ensino Fundamental, proposto tanto nos PCN (BRASIL, 1998) quanto na BNCC (BRASIL, 2017) é desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes. Esta convicção tem como inspiração as orientações do Programa de Matemática elaborado pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM).

Segundo a proposta apresentada pelo NCTM,

[...] o pensamento algébrico diz respeito ao estudo das estruturas, à simbolização, à modelação e ao estudo da variação: a) compreender padrões, relações e **funções**; b) representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos; c) usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; d) **analisar a variação em diversos contextos**. Deste modo, o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e **funções**. Inclui, igualmente, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 9 e 10, grifos nossos).

Para Ponte, Branco e Matos (2009, p. 10), o entendimento de Álgebra e pensamento algébrico exposto no NCTM

[...] reforça a ideia de que este tema não se reduz ao trabalho com o simbolismo formal. Pelo contrário, aprender Álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação. Resumir a atividade algébrica à manipulação simbólica, equivale a reduzir a riqueza da Álgebra a apenas a uma das suas facetas.

Contudo, conforme os PCN (BRASIL, 1998), os resultados das avaliações externas (por exemplo, SAEB<sup>5</sup>) indicam que há uma valorização do trabalho com o simbolismo em detrimento das atividades que buscam desenvolver as capacidades de abstração e generalização. Este fato provavelmente está relacionado à forma como é trabalhada a Álgebra no Ensino Fundamental, em que os professores, diante das dificuldades dos alunos, na maioria das vezes propõem muitas atividades repetitivas e mecânicas que acabam não contribuindo para que o aluno desenvolva sua capacidade de abstração e generalização. (BRASIL, 1998).

Através dos resultados das avaliações externas, como a Prova Brasil, por exemplo, percebe-se dificuldades e falta de domínio em relação às habilidades que envolvem conceitos algébricos. Como pode-se observar na Figura 1.

Figura 1: Questão proposta para o 9º ano do Ensino Fundamental na matriz da Prova Brasil

---

<sup>5</sup> Sistema de Avaliação da Educação Básica.

As variáveis  $n$  e  $P$  assumem valores conforme mostra a figura abaixo.

$n$	5	6	7	8	9	10
$p$	8	10	12	14	16	18

A relação entre  $P$  e  $n$  é dada pela expressão

(A)  $P = n + 1$ .  
 (B)  $P = n + 2$ .  
 (C)  $P = 2n - 2$ .  
 (D)  $P = n - 2$ .

Percentual de respostas às alternativas			
A	B	C	D
19%	32%	33%	9%

Fonte (BRASIL, 2009 p. 188)

Esta atividade refere-se ao Descritor 32 – “Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões). Sendo que, este descritor pretende avaliar a habilidade de o aluno reconhecer a regularidade ocorrida em uma sequência e representá-la por meio de uma expressão algébrica”. (BRASIL, 2009, p. 189). Analisando os percentuais de acertos de cada alternativa, verifica-se que apenas a terça parte dos alunos domina essa habilidade, pois, segundo Brasil (2009), os alunos que assinalaram “A” ou “B”, apenas perceberam que os valores de  $P$  são sempre maiores que os de  $n$ , e aqueles que optaram por “D” parecem ter feito escolhas ao acaso.

Desta maneira, segundo os PCN, para uma tomada de decisões a respeito do ensino da Álgebra, deve-se ter

[...]evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. Assim, é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as “manipulações” com expressões e equações de uma forma mecânica. (BRASIL, 1998, p.116)

Assim sendo, para melhorar estes índices é de extrema importância que o professor entenda o objetivo do ensino da Álgebra na Educação Básica, bem como quais são as características do pensamento algébrico para poder propor situações que contribuam no seu desenvolvimento.

Ponte, Branco e Matos (2009) entendem que o pensamento algébrico inclui três vertentes: representar, raciocinar e resolver problemas (Quadro 1).

Quadro 1: Vertentes fundamentais do pensamento algébrico

Vertentes	Formas de desenvolver as vertentes relacionadas ao pensamento algébrico
-----------	---

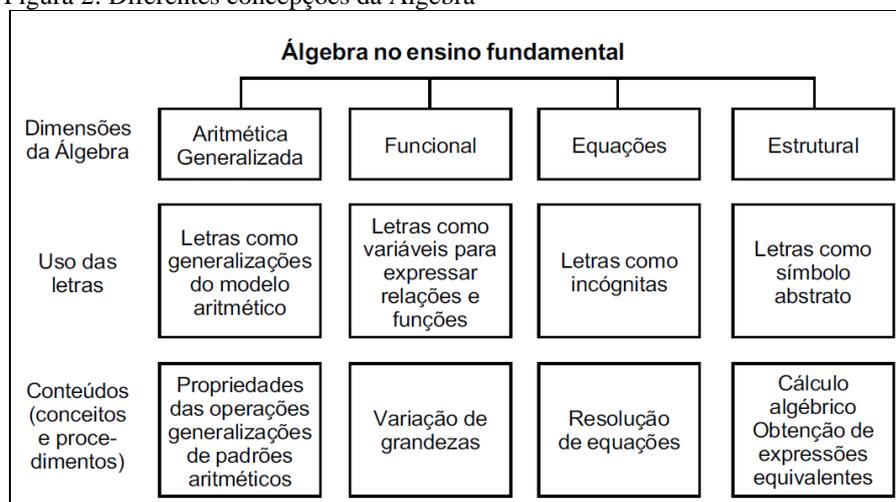
<p><b>Representar</b>                  (Entende-se como a capacidade do aluno usar diferentes sistemas de representação, nomeadamente sistemas cujos caracteres primitivos têm uma natureza simbólica).</p>	<p>Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais;                  Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa;                  Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.</p>
<p><b>Raciocinar</b>                  (Referente a esta vertente, raciocinar, tanto dedutiva como indutivamente – assumem especial importância o relacionar e o generalizar).</p>	<p>Relacionar (em particular, analisar propriedades);                  Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras;                  Deduzir.</p>
<p><b>Resolver problemas e modelar situações</b>                  (Refere-se a usar representações diversas de objetos algébricos para interpretar e resolver problemas matemáticos e de outros domínios).</p>	<p>Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).</p>

Fonte: (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 11)

Analisando o Quadro 1, pode-se constatar que estes autores, além de apontarem a capacidade de compreender e resolver problemas envolvendo conteúdos algébricos, destacam conceitos algébricos, a saber: equações, inequações, sistemas de equações e funções, como elementos caracterizadores do pensamento algébrico. Consideram, também, como características de pensamento algébrico a capacidade do aluno usar diferentes sistemas de representação; o pensar de modo indutivo e dedutivo; o estabelecimento de relações; e a percepção de propriedades matemáticas como a generalização, bem como a resolução de problemas matemáticos e de outros domínios. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Conforme os PCN (BRASIL, 1998), para o desenvolvimento do pensamento algébrico é recomendável que sejam propostas atividades aos estudantes que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra (Figura 2).

Figura 2: Diferentes concepções da Álgebra



Fonte: (BRASIL, 1998, p. 116)

Analisando a Figura 2 verifica-se que, na dimensão da álgebra como *aritmética generalizada* as letras são utilizadas com o objetivo de identificar e realizar generalizações de propriedades da aritmética, pois as letras substituem um valor numérico. Como pode-se observar nos exemplos expostos no Quadro 2.

Quadro 2: Álgebra como aritmética generalizada

\*Antecessor,  $n-1$ ,  $n \in N$  e Sucessor de um número natural,  $n+1$ ,  $n \in N$ ;

\*Propriedade comutativa da adição:  $a+b = b+a$ ;

\*Propriedade comutativa da multiplicação:  $a \times b = b \times a$ ;

\*Área do triângulo:  $A = \frac{b \times h}{2}$

Fonte: Adaptado de Brasil (1998).

Vale salientar a importância do professor propor situações de modo que os estudantes possam identificar e generalizar as propriedades das operações aritméticas, como também, estabelecer algumas fórmulas e propriedades da Geometria. (BRASIL, 1998).

Na dimensão da álgebra *equações*, as letras são usadas como incógnitas, ou seja, para determinar um valor numérico desconhecido. Por exemplo, na seguinte equação:  $2x + 5 = 10$ ,  $x$  representa uma incógnita, ou seja, um valor desconhecido que deve ser determinado.

Já na dimensão da álgebra *funcional*, as letras são usadas como variáveis, ou seja, apresentam relação de dependência entre si, e representam a relação entre grandezas ou conjuntos numéricos, que se realiza, por exemplo, por meio do estudo de funções. Por exemplo, propor aos estudantes atividades que permitam estabelecer como varia o perímetro (ou a área) de um quadrado, em função da medida de seu lado, determinando a expressão algébrica que representa esta variação, assim como esboçar o gráfico cartesiano que representa esta variação. (BRASIL, 1998).

Conforme Usiskin (1995, p. 15), ao se propor a seguinte questão aos alunos “o que ocorre com o valor de  $1/x$  quando  $x$  se torna cada vez maior? Apesar da questão parecer simples, é suficiente para confundir os alunos”. A confusão está no uso da letra  $x$ , ou seja, não está sendo pedido o valor de  $x$ , portanto não é uma incógnita; não se trata de um modelo aritmético a ser generalizado (não tem sentido perguntar o que aconteceria com o valor de  $1/2$  quando 2 se torna cada vez maior),  $x$  pode assumir qualquer valor do conjunto universo,  $x$  é uma variável.

Em relação a dimensão da *álgebra estrutural*, as letras têm a função de representar símbolos abstratos. Nesta dimensão a “variável tem o papel de objeto arbitrário dentro de uma estrutura estabelecida por certas propriedades” (SANTOS, 2005, apud COLPO, 2010, p. 22).

Como pode-se observar no exemplo de produtos notáveis:  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ . Neste caso, verifica-se que a letra representa apenas um símbolo abstrato.

Apesar de ser recomendado pelos PCN um trabalho que busque inter-relacionar as diferentes dimensões da Álgebra,

É fato conhecido que os professores não desenvolvem todos esses aspectos da Álgebra no ensino fundamental, pois privilegiam fundamentalmente o estudo do cálculo algébrico e das equações - muitas vezes descoladas dos problemas. Apesar de esses aspectos serem necessários, eles não são, absolutamente, suficientes para a aprendizagem desses conteúdos. Para a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos é necessário um trabalho articulado com essas quatro dimensões ao longo dos terceiro e quarto ciclos. (BRASIL, 1998, p.117)

Neste sentido, considerando a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico para a aprendizagem dos alunos, é fundamental que o professor explore as diferentes dimensões da Álgebra, propondo atividades que inter-relacionem as mesmas, em particular a dimensão funcional. (BRASIL, 1998).

## 2.2. Função no Ensino Fundamental

Ao analisar propostas para o ensino de Álgebra em documentos curriculares (PCN, BNCC, NCTM) percebe-se que há indicações para o trabalho com o conceito de função desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Assim, nesta subseção, destaca-se a importância deste conceito para a Matemática e outras áreas do conhecimento, algumas recomendações de como este conceito pode ser abordado no Ensino Fundamental, bem como as formas de representar este conceito.

Conforme Lima (2012 apud DIAS, 2015, p. 13),

[...] o conceito de função é um dos mais genéricos e unificadores de toda a Matemática contemporânea, fazendo-se presente em efetivamente todos os seus campos, incluindo Álgebra, Geometria, Análise, Combinatória, Probabilidade, etc. Diversas noções importantes – desde as mais elementares até as mais sofisticadas – admitem formulações em linguagem de funções, que contribuem para a clareza da exposição e impulsionam o desenvolvimento de ideias.

Além disso, percebe-se que o conceito de função é utilizado por outras áreas do conhecimento para descrever de forma generalizada os experimentos realizados. Em outros termos, o conceito de função é uma ferramenta utilizada por outras áreas do conhecimento para validar seus experimentos. Desta forma, salienta-se a relevância do estudo do conceito de função, pois está presente em diversos campos da Matemática, sendo o conhecimento de funções importante para a aprendizagem de outros conceitos matemáticos, e em outras áreas do conhecimento.

No documento Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN + Ensino Médio (BRASIL, 2002) é evidenciada a importância do conceito de função para a Matemática e outras áreas do conhecimento, como pode-se observar na citação abaixo:

O estudo de funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2002, p.121)

Para que os estudantes possam adquirir a linguagem das ciências, torna-se essencial que a noção de variável seja abordada desde o Ensino Fundamental. Segundo os PCN (BRASIL, 1998),

[...] muitos estudantes que concluem esse grau de ensino (e também o médio) pensam que a letra em uma sentença algébrica serve sempre para indicar (ou encobrir) um valor desconhecido, ou seja, para eles a letra sempre significa uma incógnita. (BRASIL, 1998, p. 118)

A compreensão da noção de variável, fundamental para o entendimento do conceito de função, requer que o enfoque dado à Álgebra no Ensino Fundamental, que muitas vezes prioriza o cálculo algébrico e das equações, (dimensão da álgebra equações), seja alterado. Os PCN mencionam que:

[...] a introdução de variáveis para representar relações funcionais em situações-problema concretas permite que o aluno veja uma outra função para as letras ao identificá-las como números de um conjunto numérico, úteis para representar generalizações. Além disso, situações-problema sobre variações de grandezas fornecem excelentes contextos para desenvolver a noção de função nos terceiro e quarto ciclos. (BRASIL, 1998, p. 118).

Além disso, Van de Walle (2009, p. 303), destaca que “a definição de função como uma regra que associa exclusivamente os elementos de um conjunto com elementos de outro conjunto, pode ser um pouco formal para alunos [nos anos] iniciais e finais do Ensino Fundamental.” Pois,

[...] para esses alunos o conceito de função evolui melhor a partir de situações contextualizadas em que uma mudança de uma coisa (variável independente) cause uma mudança correspondente em outra coisa (variável dependente). A altura de uma muda de feijão muda com o número de dias decorridos desde que brotou. A altura da muda de feijão é uma função dos dias em que ela cresceu. Existem infinitos exemplos de relações funcionais em nossas vidas diárias. O valor do pagamento é uma função do número de horas trabalhadas. O nível no tanque de combustível é uma função dos quilômetros dirigidos desde o enchimento do tanque. O lucro é uma função das vendas. Todos esses são exemplos de uma mudança em uma variável causando uma mudança correspondente em uma segunda variável. As funções são usadas para melhor compreendermos as mudanças em todos os tipos de contextos. (WALLE, 2009, p. 303)

A partir da citação acima, verifica-se que o trabalho com funções no Ensino Fundamental volta-se para uma abordagem intuitiva com base na resolução de situações-

problema contextualizadas. Neste sentido, compreende-se que o estudo de função pode ter início nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de forma intuitiva, para que posteriormente seja aprofundado nos Anos Finais do Ensino Fundamental e formalizado no Ensino Médio.

O conceito de função pode ser representado de diferentes formas: algébrica, gráfica, tabular, língua natural (definição), diagrama. Além destas representações, percebe-se que alguns autores de materiais didáticos utilizam metáforas para explorar este conceito, por exemplo, máquina de transformação. Santos e Barbosa (2017) entendem estas representações como diferentes formas de comunicar o conceito de função.

[...] nas aulas de matemática, nos livros didáticos e em trabalhos com professores, podemos identificar uma diversidade de configurações comunicativas, que dizem respeito a comunicar o conceito de função, tais como: tabela, máquina de transformação (metáfora), diagrama, expressão algébrica, generalização, gráfico e definição. (SANTOS; BARBOSA, 2017, p. 28)

Para Santos e Barbosa (2017, p. 28), “cada uma destas formas de comunicar o conceito de função evidencia aspectos e propicia interpretações particulares desse conceito, que são mais apropriadas e/ou eficazes a depender do contexto funcional sob a análise e do nível de ensino no qual está sendo abordado”. Nesta pesquisa as diferentes formas de comunicar o conceito de função serão tratadas como diferentes formas de representar este conceito, com base nos estudos de Ponte, Branco e Matos (2009), Santos e Barbosa (2017).

Cabe destacar que, concorda-se com Santos e Barbosa (2017, p. 29) ao afirmarem que:

[...] a variabilidade de formas de comunicar [/representar] o conceito de função, não se restringe a sua definição, sendo bem mais ampla. Podemos, inclusive, comunicar o conceito de função por intermédio de uma generalização, por exemplo, sem nem mesmo mencionar a palavra “função”, como ocorre nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, quando se busca identificar regras de formação em uma sequência.

Sublinha-se que o conceito de função não se restringe apenas a sua definição, mas vai muito além, sendo entendido como um conjunto constituído pela variabilidade de formas de representá-lo. (SANTOS, BARBOSA, 2017).

Ponte, Branco e Matos (2009 p.117), apontam quatro modos principais de representar uma função. Para estes pesquisadores,

[...] existem quatro modos principais de representar uma função: (i) através de enunciados verbais, usando a linguagem natural; (ii) graficamente, usando esquemas, diagramas, gráficos cartesianos e outros gráficos; (iii) aritmeticamente, com recurso a números, tabelas ou pares ordenados; e (iv) algebricamente, usando símbolos literais, fórmulas e correspondências.

Além disso, estes autores afirmam que estas quatro principais formas de representar o conceito de função podem ser usadas em conjunto, tendo em vista que a informação relativa a uma dada função é apresentada muitas vezes de forma parcial em uma determinada

representação, mas também, está parcialmente noutras representações. (PONTE, BRANCO, MATOS, 2009).

### 3. METODOLOGIA

A escolha teórico-metodológica adotada para o desenvolvimento das atividades previstas, nesta pesquisa, é de uma pesquisa qualitativa. De acordo com Silveira e Córdova (2009, p. 31), “a pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc.” Neste sentido, buscou-se analisar de que forma uma coleção de livros didáticos aborda o conceito de função, comparando-a com o referencial teórico produzido.

Há diferentes formas para realizar uma pesquisa qualitativa. Em função da fonte de produção de dados desta pesquisa, coleções de livros didáticos, foi realizada uma análise documental. Conforme Lüdke e André (1986 apud SCHNEIDER; TOBALDINI; FERRAZ, 2014, p. 7), “a análise documental pode-se constituir numa técnica valiosa de abordagem de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema”.

Conforme já mencionado, a fonte de produção de dados desta pesquisa é uma coleção de livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental aprovada pelo PNLD/2017. Para seleção desta coleção identificou-se no portal do Ministério da Educação (MEC) a coleção mais escolhida pelos professores brasileiros. A análise das coleções foi realizada com base em categorias de análise descritas no Quadro 3.

Quadro 3: Categorias de análise

<b>Categorias</b>	<b>Descrição</b>
<b>Abordagem do conceito</b>	Análise de como a dimensão funcional é introduzida e/ou abordada nos livros didáticos para os Anos Finais do Ensino Fundamental no que tange a análise de padrões com intuito de generalizar regularidades, o estudo de função como máquina e sua definição.
<b>Diferentes representações</b>	Verificação de quais representações do conceito de função são propostas e mais exploradas nas coleções analisadas (tabela, representação algébrica, gráfico, diagrama), bem como quais relações são estabelecidas entre as diferentes representações do conceito de função.

Fonte: Elaboração da autora.

As situações propostas na introdução dos conceitos e as atividades propostas na coleção foram classificadas conforme as categorias de análise: função como generalização; função como máquina; definição de função; representação de função em diagrama; função como

expressão algébrica; representação de função em tabela; e representação de função em gráfico. O quantitativo dos dados produzidos foi organizado em quadros para cada volume da coleção, sintetizados no Quadro 12 apresentado no Apêndice 1.

#### 4. ANÁLISE DOS DADOS

Nesta seção, apresenta-se a análise dos dados produzidos. Para tal, primeiramente, optou-se por expor a organização e algumas características da coleção analisada, conforme a avaliação do PNLD/2017 (BRASIL, 2016). Após, será exposto os dados e sua análise a partir das categorias elencadas na metodologia.

##### 4.1 Organização e características da coleção de livros didáticos

A coleção analisada, nesta pesquisa, é intitulada “Praticando a Matemática (Edição Renovada)”. Esta coleção é composta por quatro livros didáticos (volumes), elaborados para os Anos Finais do Ensino Fundamental (6º, 7º, 8º e 9º anos). Cada livro didático está organizado a partir de unidades, subdivididas em itens, nos quais são apresentados os conteúdos/conceitos matemáticos. Após a apresentação dos conteúdos/conceitos são abordados exemplos seguidos de exercícios propostos. Além disso, cada unidade é finalizada pelas seguintes seções: Revisando e Autoavaliação, que contemplam atividades sobre o conteúdo estudado.

Verifica-se que outras seções também são propostas nas unidades, como por exemplo, “Desafios; Vale a pena ler, que apresentam textos referentes à história da Matemática ou de ampliação do conteúdo, e Seção Livre, com curiosidades, situações do cotidiano ou questões interdisciplinares” (BRASIL, 2016, p. 58). No final de cada volume são apresentadas sugestões de livros para o estudante, referências bibliográficas, moldes de figuras geométricas e malhas quadriculadas para o desenvolvimento de algumas atividades, e também, as respostas das atividades propostas em cada unidade.

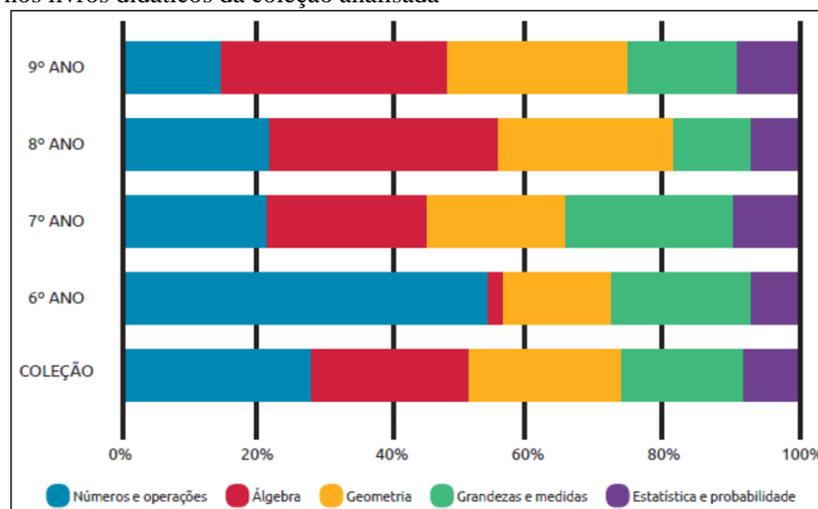
Conforme o guia PNLD/2017, a abordagem dos conteúdos/conceitos matemáticos realiza-se a partir de exemplos que possibilitam uma sistematização adequada dos temas propostos. “No entanto, muitas vezes, essas sistematizações são seguidas de uma quantidade excessiva de atividades que visam, prioritariamente, a **verificação ou a aplicação imediata dos conceitos trabalhados**” (BRASIL, 2016, p. 57, grifos nossos). Entende-se que esta escolha didática-pedagógica pode limitar o desenvolvimento do pensamento algébrico, tendo em vista que este requer que sejam propostas situações que permitam ao estudante explorar relações e

generalizá-las ao invés de apenas aplicar procedimentos e técnicas no estudo dos conteúdos/conceitos matemáticos.

Ainda, segundo o guia do PNLD/2017, a coleção, destaca a relevância dos conhecimentos matemáticos como ferramenta para resolver situações do dia a dia. Bem como o fato de que, “há muitas conexões da Matemática com diferentes áreas do conhecimento. Mas, tais conexões são pouco aprofundadas” (BRASIL, 2016, p. 57). Neste trabalho, busca-se enfatizar a importância da relação entre a Álgebra e os outros campos da Matemática, bem como com outras áreas do conhecimento, em particular, a partir do trabalho com o conceito de função.

A Figura 3 apresenta a distribuição dos conteúdos/conceitos matemáticos apresentados nos livros didáticos da coleção analisada a partir dos blocos de conteúdo, propostos nos PCN (BRASIL, 1998).

Figura 3: Distribuição dos conteúdos/conceitos matemáticos apresentados nos livros didáticos da coleção analisada



Fonte: Brasil, 2016, p. 60.

Ao analisar o gráfico (Figura 3) percebe-se que os conteúdos/conceitos relacionados ao campo da Álgebra são abordados em todos os anos (6º, 7º, 8º e 9º) porém, observa-se que conteúdos referentes ao campo algébrico têm maior ênfase no 8º ano. Neste ano, os conteúdos relacionados a Álgebra abordados, conforme as unidades propostas para o volume, são: **cálculo algébrico**: equação, variáveis, expressões; **monômios e polinômios**: operações, expressões; **produtos notáveis**; **fatoração**; **frações algébricas**: simplificação, adição, subtração; equações algébricas; **sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas**: método da adição, sistema indeterminado. Assim, constata-se que as dimensões da Álgebra mais enfatizadas no 8º ano são: *equações* (letras como incógnitas) e *estrutural* (letras como símbolo abstrato).

No que se refere ao 9º ano, conforme as unidades apresentadas para o volume, são abordados os seguintes conteúdos: **equações do 2º grau**: resolução, problemas, raízes; equações fracionárias, biquadradas e irracionais; **função**: notação, domínio, imagem, lei de formação, gráficos; gráficos de funções polinomiais do 1º e do 2º graus; funções do 1º grau e sistemas de equações. Para tanto, evidencia-se que as dimensões da Álgebra exploradas são: *equação* e *funcional* (letras como variáveis para expressar relações e funções).

No tocante as unidades do volume referente ao 7º ano, identifica-se como conteúdos relacionados a Álgebra: **equações**: definição, solução, operações. Dessa forma, verifica-se que apenas é enfatizada a dimensão da Álgebra *equação*.

Já em relação as unidades propostas para o livro do 6º ano, não foram identificados conteúdos específicos da Álgebra. Assim, vale salientar que os conteúdos relacionados a Álgebra identificados pelo guia do PNLD/2017 (Figura 3) devem ser contemplados na discussão de outros blocos, por exemplo, no bloco denominado “Números e Operações”, visto que uma das dimensões da Álgebra é a *aritmética generalizada* (letras como generalizações do modelo aritmético).

A partir da análise do gráfico (Figura 3) e das unidades propostas em cada volume da coleção quanto aos conteúdos/conceitos algébricos pode-se afirmar que a dimensão mais explorada é a *equação*. Contudo, concorda-se com os PCN de que “para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções [dimensões] da Álgebra” (BRASIL, 1998, p. 116).

Vale destacar, ainda, que de acordo com guia do PNLD/2017, os autores da coleção iniciam o estudo da Álgebra a partir da “observação de padrões e regularidades antes mesmo da sua inserção em unidades específicas” (BRASIL, 2016, p. 61), o que segundo os avaliadores é interessante. Além disso, os avaliadores ressaltam que algumas situações propostas buscam a articulação entre Álgebra e a Geometria, bem como a Álgebra e o bloco grandezas e medidas.

Quanto ao conceito de função, foco deste trabalho, o guia do PNLD/2017 destaca que “a abordagem das funções é feita em diversas etapas, no volume 9, tornando-se desnecessariamente extenso.” (BRASIL, 2016, p. 61). Assim, identifica-se que o conceito de função é apresentado de forma explícita (definição, formalização) no volume do 9º ano.

Em outros termos, pode-se afirmar, a partir da avaliação do Guia de Livros Didáticos do PNLD/2017, que o estudo de funções (dimensão da Álgebra funcional) é enfatizado no 9º ano. Entretanto, sublinha-se que o estudo de funções pode ter início nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental para que possa ser aprofundado nos Anos Finais e formalizado no Ensino Médio.

Tendo em vista a importância das diferentes dimensões da Álgebra serem exploradas ao longo do Ensino Fundamental, ou seja, do 1º ao 9º ano e não apenas receber ênfase em um ano específico, no intuito de contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes. Considerando que a resenha de cada coleção de livros didáticos exposta no PNLD/2017 apresenta uma visão geral da obra, torna-se relevante analisar com mais detalhes os conteúdos/conceitos matemáticos propostos, nesta investigação, o conceito de função. Nesta perspectiva, apresenta-se nas próximas subseções a análise do conceito de função a partir das categorias propostas na metodologia.

## 4.2 Conceito de função na coleção de livros didáticos

Nesta subseção expõe-se a análise de como a dimensão funcional é abordada na coleção de livros didáticos para os Anos Finais do Ensino Fundamental. Além da identificação e análise de quais representações do conceito de função são propostas e mais exploradas nas coleções analisadas, bem como de quais relações são estabelecidas entre as diferentes representações do conceito de função.

### 4.2.1 Função como generalização

De acordo com Santos e Barbosa (2017, p. 33), o conceito de função como uma generalização significa “expressar em linguagem corrente ou usando símbolos algébricos uma afirmação geral que explicita a dependência entre variáveis de uma relação funcional, tomando como base alguns dados dessa relação”. São exemplos de relações funcionais que podem ser representadas por meio de uma generalização: sequências numéricas, sequências figurais, bem como fenômenos funcionais passíveis de serem representados algebricamente (SANTOS; BARBOSA, 2017).

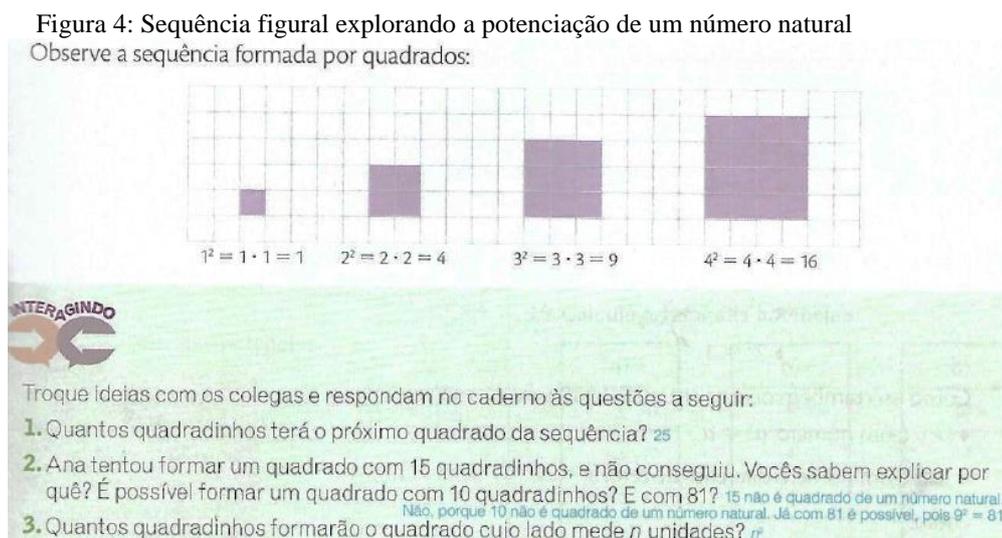
Apresenta-se no Quadro 4 os dados produzidos por volume da coleção de livros didáticos analisados, destacando o que foi identificado na introdução das unidades e nas atividades propostas quanto a generalização.

Quadro 4: Representação do conceito de função como generalização

Ano	6º	7º	8º	9º
<b>Introdução</b>	8	27	14	20
<b>Atividade</b>	27	41	40	58
<b>Total</b>	35	68	54	78

Fonte: Dados da pesquisa.

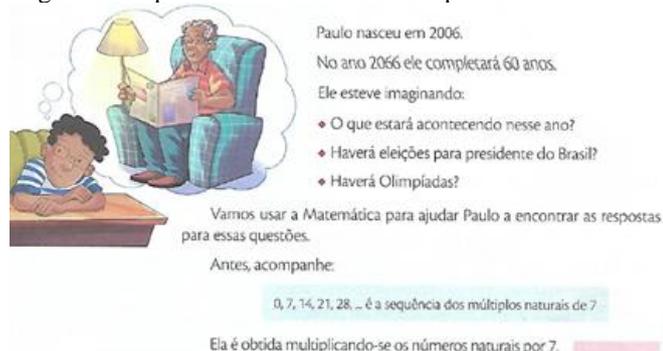
Em relação a análise do livro didático do 6º ano, identificou-se na introdução das unidades um total de 8 situações que envolvem uma relação funcional associadas aos seguintes conceitos/conteúdos: potenciação de números naturais, múltiplos de um número, área do quadrado, volume do cubo, volume do bloco retangular. Para definir potências os autores exploram a análise e identificação de padrões em sequências numéricas como pode-se observar nas Figuras 4 e 5.



Fonte: livro didático do 6º ano

Apenas na seção intitulada Interagindo (Figura 4) identificou-se uma situação em que o estudante deve expressar algebricamente o padrão da sequência figural. Pois, as demais sequências tanto numéricas quanto figurais expostas na introdução visavam a observação de padrões e regularidades. Na Figura 5 é apresentada a sequência dos múltiplos 7, em que embora explique o padrão (multiplicar os números naturais por 7), não é apresentada a representação algébrica que permite determinar todos os múltiplos de 7, ou seja,  $y = 7n$ .

Figura 5: Sequência numérica dos múltiplos de 7



Fonte: Livro didático do 6º ano.

Já nas definições de área e volume de figuras geométricas, os autores da coleção de livros didáticos apresentam a generalização da lei que permite determinar a área e o volume de figuras geométricas, mas não abordam a dependência entre as variáveis como pode-se observar nas imagens expostas na Figura 6.

Figura 6: Definição da área do retângulo e volume do cubo

Fonte: Livro didático do 6º ano.

Quanto as atividades propostas no livro didático do 6º ano, verificou-se que 27 exploram a relação funcional. Dentre as 27 atividades, 1 envolve a relação funcional entre número de lados e o perímetro de diferentes polígonos; 18 caracterizam-se como sequências numéricas e 8 como sequências figurais. Constatou-se que, tanto nas sequências numéricas quanto nas sequências figurais é preciso identificar o padrão da sequência dada, mas não é solicitado expressá-lo na representação algébrica. Este fato pode ser observado na Figura 7.

Figura 7: Identificação do padrão em sequência numérica e figurar

Fonte: Livro didático do 6º ano.

Cabe destacar que, foram identificadas 36 atividades relacionadas a área e volume de figuras geométricas que poderiam explorar a relação funcional. Contudo, verificou-se que tais atividades exigem apenas o *cálculo* de alguma das variáveis, ou seja, não requerem que o estudante identifique e/ou expresse a relação de dependência entre as variáveis.

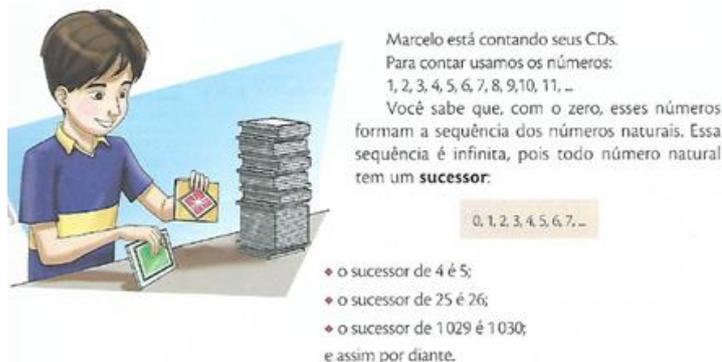
Assim, percebeu-se que no volume do 6º ano o conceito de função é tratado informalmente (termo utilizado pelos autores da coleção) no trabalho com conceitos relacionados a números naturais, potenciação, múltiplos, sendo explorado através da observação e identificação de padrões em sequências numéricas e figurais.

Nesta categoria (função como generalização) foram identificadas no volume do 6º ano as representações tabular e algébrica. Constatou-se que a representação tabular é utilizada no trabalho com sequências para observação e identificação de padrões numéricos, não exigindo do estudante expressar o padrão através da representação algébrica. Já a representação algébrica, é utilizada em apenas uma situação na seção intitulada Interagindo, em que o estudante deveria expressar a generalização do padrão nesta representação. E também, na definição e/ou generalização da lei que permite determinar área e volume de figuras geométricas, pois nas atividades propostas que envolviam o cálculo de área ou volume, a representação algébrica é utilizada apenas para substituir valores na lei e determinar o valor numérico de alguma das variáveis.

No que tange a análise do livro didático do 7º ano, verificou-se na introdução das unidades um total de 27 situações que envolvem uma relação funcional referentes aos seguintes conceitos/conteúdos: números naturais, números pares e ímpares, múltiplos e divisores de um número natural, números inteiros, antecessor e sucessor de um número inteiro, grandezas diretamente proporcionais, área do quadrado e retângulo, bem como área de diferentes polígonos (paralelogramo, triângulo, trapézio e losango), o volume do bloco retangular, e também, na introdução da unidade designada *Equações*, em particular, ao abordar o tópico letras e padrões.

Em relação aos conceitos associados a números naturais, números pares e ímpares, múltiplos e divisores de um número natural, números inteiros, antecessor e sucessor de um número inteiro, constatou-se que os autores da coleção buscam abordá-los a partir de sequências numéricas (Figuras 8 e 9).

Figura 8: Sequência dos números naturais explorando a definição de sucessor



Fonte: Livro didático 7º ano.

Figura 9: Sequência dos múltiplos de um número natural

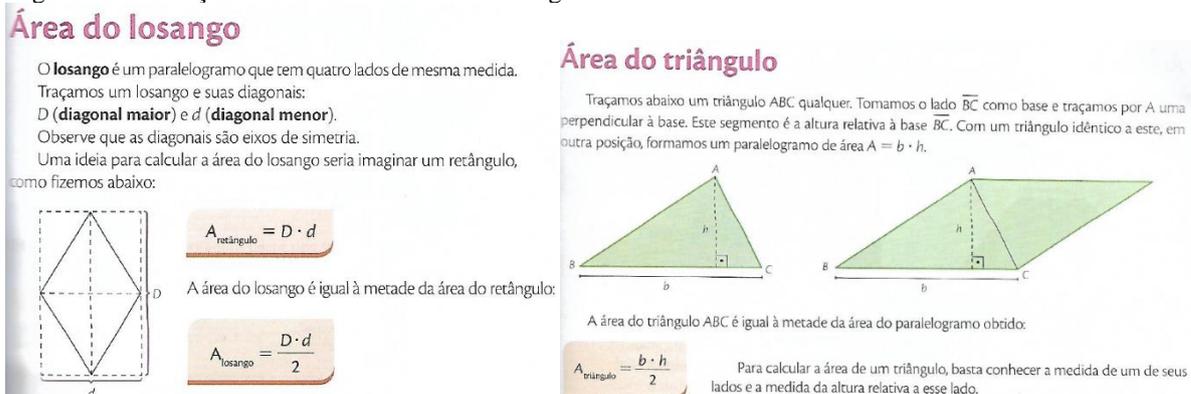


Fonte: Livro didático 7º ano.

Destaca-se que na Figura 8, os autores abordam a sequência dos números naturais definindo o conceito de sucessor, porém não apresentam a generalização da regra de formação da sequência dos números naturais. Já na Figura 9, é proposto uma situação em que o estudante deve expressar na representação algébrica a lei que determina a sequência dos múltiplos de 12.

Quanto aos conceitos de áreas e volume de figuras geométricas, constatou-se que os autores no volume do 7º ano apresentam as definições e generalizações relacionadas a figuras geométricas, não abordando nenhuma situação que discuta e/ou explore a dependência entre as variáveis. Esta evidência pode ser observada por exemplo, na Figura 10.

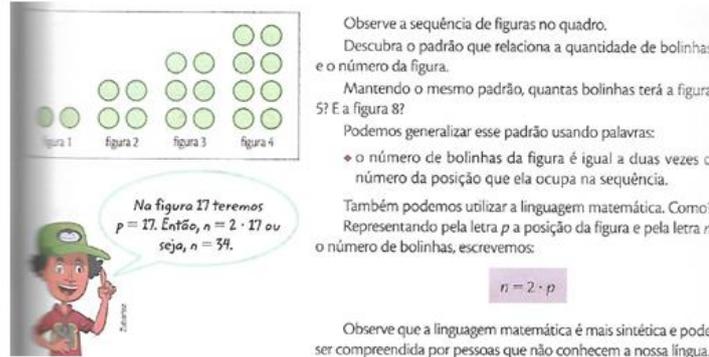
Figura 10: Definição da área do losango e do triângulo



Fonte: Livro didático do 7º ano.

Referente a introdução da unidade designada *Equações*, particularmente, no estudo de letras e padrões identificou-se que é a primeira vez na coleção, fora da seção Interagindo, que os autores abordam uma situação em que além da observação e identificação do padrão, apresentam e/ou destacam a representação algébrica que expressa o padrão como pode-se observar na Figura 11.

Figura 11: Explorando a identificação do padrão em sequência figural



Observe a sequência de figuras no quadro.  
Descubra o padrão que relaciona a quantidade de bolinhas e o número da figura.  
Mantendo o mesmo padrão, quantas bolinhas terá a figura 5? E a figura 8?  
Podemos generalizar esse padrão usando palavras:  
• o número de bolinhas da figura é igual a duas vezes o número da posição que ela ocupa na sequência.  
Também podemos utilizar a linguagem matemática. Como?  
Representando pela letra  $p$  a posição da figura e pela letra  $n$  o número de bolinhas, escrevemos:

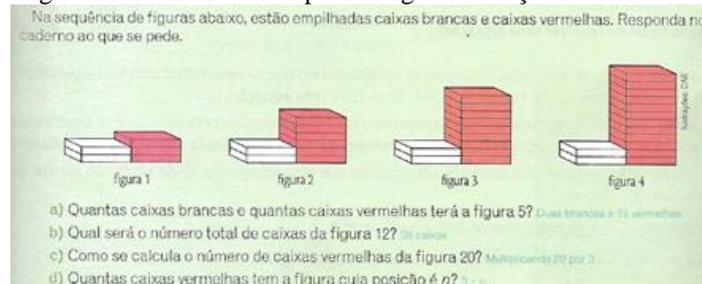
$$n = 2 \cdot p$$

Observe que a linguagem matemática é mais sintética e pode ser compreendida por pessoas que não conhecem a nossa língua.

Fonte: Livro didático do 7º ano.

Além disso, também, é proposta na introdução, uma situação na seção intitulada Refletindo em que exige-se dos estudantes além da observação e identificação do padrão figural a sua generalização expressa algebricamente como pode-se verificar na Figura 12.

Figura 12: Identificando o padrão figural na seção refletindo



Na sequência de figuras abaixo, estão empilhadas caixas brancas e caixas vermelhas. Responda no caderno ao que se pede.

a) Quantas caixas brancas e quantas caixas vermelhas terá a figura 5?  
b) Qual será o número total de caixas da figura 12?  
c) Como se calcula o número de caixas vermelhas da figura 20?  
d) Quantas caixas vermelhas tem a figura cuja posição é  $n$ ?

Fonte: Livro didático do 7º ano.

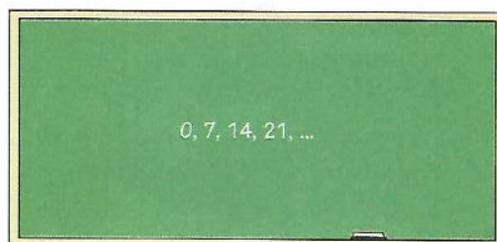
Quanto as atividades propostas no livro didático do 7º ano, identificou-se que 41 exploram a relação funcional. Dentre as 41 atividades, 33 são sequências numéricas associadas aos seguintes conceitos: números naturais, múltiplos e números inteiros, 3 envolvem grandezas diretamente proporcionais, 2 referem-se a grandezas inversamente proporcionais e 3 estão relacionadas a substituição de valores numéricos na representação algébrica.

Com base na análise das sequências numéricas elencadas, nesta categoria, pode-se afirmar que em apenas 5 situações propõe-se a identificação e generalização de um padrão

através da representação algébrica. Na Figura 13 apresenta-se uma situação relacionada ao conceito de múltiplo, em que, embora o estudante tenha que observar e identificar o padrão numérico, não é exigido expressar a regra de formação desta sequência, ou seja, generalizar a sequência dos múltiplos do número 7.

Figura 13: Sequência dos múltiplos do número 7

18. O número 665 é termo desta sequência? *Sim*



Fonte: Livro didático 7º ano.

Referente as 3 atividades que envolviam grandezas diretamente proporcionais, verifica-se que 2 requerem a análise da razão entre as variáveis. Na Figura 14 expõe-se 2 atividades relacionadas a grandezas diretamente proporcionais, que associam as variáveis (volume/preço) e (peso/preço), respectivamente. A situação que relaciona peso e preço a pagar exige a análise da razão entre as variáveis.

Figura 14: Explorando a análise da razão entre grandezas diretamente proporcionais

74. A companhia de abastecimento de água de uma cidade faz a cobrança mensal da água fornecida a uma residência de acordo com a tabela a seguir:

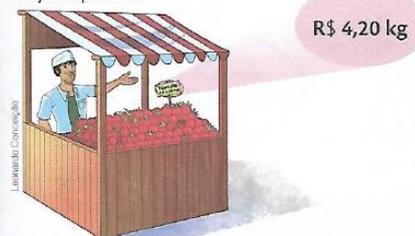
◆ pelos primeiros 12 m <sup>3</sup> fornecidos, R\$ 1,00 por m <sup>3</sup> ;
◆ pelos 8 m <sup>3</sup> seguintes, R\$ 2,00 por m <sup>3</sup> ;
◆ pelos 10 m <sup>3</sup> seguintes, R\$ 4,00 por m <sup>3</sup> ;
◆ pelo consumo que ultrapassar 30 m <sup>3</sup> , R\$ 9,00 o m <sup>3</sup> .

O total a ser pago por um consumo de 38 m<sup>3</sup> é:

- Alternativa **a**
- a) R\$ 140,00                      c) R\$ 113,00  
 b) R\$ 104,00                      d) R\$ 164,00

Fonte: Livro didático 7º ano.

28. Veja o quadro:



Peso do tomate (kg)	Preço (R\$)
1	4,20
1,5	6,30
2	8,40
2,5	10,50
3	12,60

Há proporcionalidade direta entre o preço e o peso do tomate? *Sim*

$$\frac{4,20}{1} = \frac{6,30}{1,5} = \frac{8,40}{2} = \frac{10,50}{2,5} = \frac{12,60}{3} = 4,20$$

Nas 2 atividades envolvendo grandezas inversamente proporcionais identificou-se que exigem a análise de que o produto entre as variáveis é constante, ou seja, requer a identificação

do padrão/regularidade apresentado pelas variáveis do problema e não apenas a utilização de uma regra (regra de três). A atividade exposta na Figura 15 envolve grandezas inversamente proporcionais (páginas lidas por dia/ número de dias). Esta atividade é uma das poucas no estudo de proporcionalidade que foi categorizada, pois para a resolução da questão g) é necessária uma análise de que o produto entre as variáveis é constante.

Figura 15: Explorando grandezas inversamente proporcionais

32. Veja o tempo gasto para ler um livro de 360 páginas e responda, observando a tabela.

Páginas lidas por dia	Número de dias
5	72
10	36
15	24
20	18
25	
30	

a) Lendo 5 páginas por dia, quantos dias serão necessários para ler o livro todo? 72 dias  
b) Lendo 15 páginas por dia, quantos dias demoraremos para ler o livro todo? 24 dias  
c) Para ler o livro todo em 18 dias, quantas páginas devem ser lidas por dia? 20 páginas  
d) Copie e complete a tabela acima até 30 páginas por dia. 14,4 dias; 12 dias  
e) Quando o número de páginas lidas por dia aumenta, o número de dias aumenta ou diminui? Diminui  
f) Quando o número de páginas lidas por dia diminui, o número de dias aumenta ou diminui? Aumenta  
g) Que número obtemos sempre ao multiplicar o número de páginas lidas por dia pelo número de dias? 360

Fonte: Livro didático 7º ano.

As 3 últimas atividades elencadas, nesta categoria, referem-se apenas a substituição de valores numéricos na representação algébrica como pode-se observar na Figura 16.

Figura 16: Substituição de valores numéricos na lei da função

6. Se  $n$  é um número natural, qual é o valor de  $n$  quando:

a)  $n + 3 = 10$ ? 7  
b)  $n - 5 = 35$ ? 40  
c)  $2 \cdot n = 18$ ? 9

Fonte: Livro didático 7º ano.

É importante salientar que, foram identificadas 60 atividades associadas a área e volume de figuras geométricas e 52 relacionadas a grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais que apesar de envolverem relações funcionais não buscaram dar ênfase a este conceito. Quanto as atividades referentes a figuras geométricas, evidenciou-se que tais atividades se propõem apenas o cálculo de alguma das variáveis, visto que nenhuma situação buscou discutir as relações de dependência entre variáveis.

Já nas situações que envolviam tanto grandezas diretamente proporcionais quanto inversamente proporcionais a ênfase dada na resolução foi a regra de três em 31 atividades e

em 16 (demais situações) o uso da estratégia escalar (análise da variação de grandezas de mesma espécie). Desta forma, percebeu-se que tais atividades não exploram o conceito de proporcionalidade como função. Concorda-se com Ponte et al. (2010 apud SOARES, 2016, p. 36), pois estes “defendem que a proporcionalidade deve ser explorada (intuitivamente) como função desde os primeiros anos de escolaridade, adquirindo precedência sobre a noção de igualdade entre razões (proporção)”.

Uma interpretação para os dados obtidos na análise do volume do 7º ano, ou seja, pouca ênfase para situações envolvendo relação funcional, pode ser encontrada no que afirmam os autores da coleção ao se referirem a este volume:

*No 7º ano, o trabalho é retomado e o estudo da Álgebra é abordado de modo mais formal; a linguagem algébrica, as equações e as inequações de 1º grau são introduzidas. **O maior objetivo nesse volume é mostrar as equações como ferramentas úteis na representação e resolução de problemas, sem ofuscar as habilidades de cálculo mental, as resoluções por tentativas e por meio da Aritmética.** (Manual do professor, livro didático do 7º ano, p. 297, **grifos nossos**)*

A citação acima indica que no 7º ano o enfoque dado é para o cálculo algébrico (dimensão equações). Destaca-se que, esta convicção tem por base tanto as análises expostas acima quanto ao fato do que apontam os autores da coleção. Contudo, seria relevante que fosse proposto um número maior de atividades que possibilitem aos estudantes, além de identificar regularidades e padrões, estabelecer relações entre as diferentes representações, bem como explorar a representação algébrica na generalização das situações.

Nesta categoria (função como generalização), no volume do 7º ano, foram identificadas as representações algébrica e tabular. Esta última é explorada no estudo de sequências numéricas para a observação e identificação de padrões e no trabalho com grandezas diretamente e inversamente proporcionais ao incentivar a utilização da estratégia escalar.

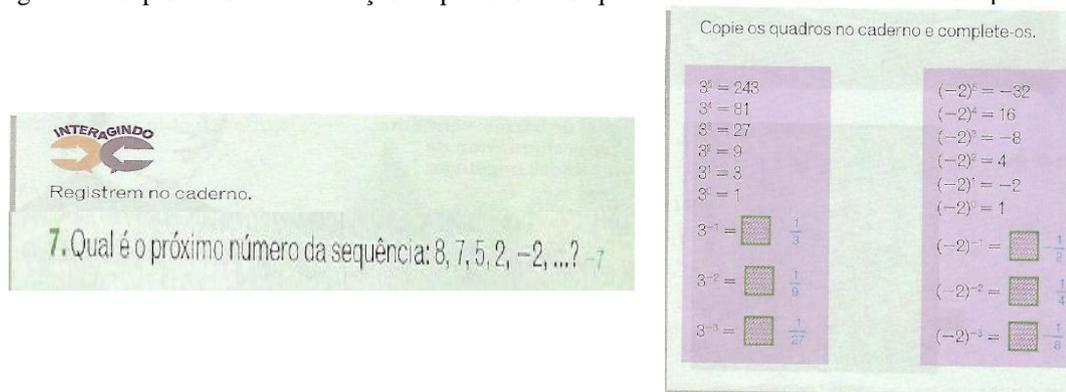
A representação algébrica é explorada: em 5 situações no trabalho com sequências numéricas, que além da observação e identificação de padrões numéricos exigia expressar a generalização algebricamente; em 3 atividades para representar algebricamente uma relação funcional, porém, foi utilizada apenas para determinar um valor numérico desconhecido. E também, nas definições/generalizações das fórmulas matemáticas utilizadas para determinar a área e volume de figuras geométricas. Porém, nas atividades propostas que envolviam o cálculo de área ou volume, a representação algébrica utilizada é abordada somente para substituir valores na lei e obter o valor numérico de alguma das variáveis.

Quanto a análise do livro didático do 8º ano, verificou-se na introdução das unidades um total de 14 situações que envolvem uma relação funcional, associadas aos seguintes conceitos/conteúdos: números inteiros, potenciação de números inteiros, comprimento da

circunferência, volume do cubo, variáveis, soma dos ângulos internos de um polígono e gráficos de segmentos.

Com relação aos conceitos relacionados a números inteiros e potenciação de números inteiros, constatou-se que os autores da coleção buscam abordá-los a partir de seqüências numéricas (Figura 17).

Figura 17: Explorando a identificação de padrões em seqüências de números inteiros e com potências



Fonte: Livro didático 8º ano.

Ao apresentar a definição de número irracional, os autores exploram a razão entre o diâmetro e comprimento da circunferência (representação tabular), a fim de chegar no número irracional pi ( $\pi$ ). A partir da identificação do padrão exposto na representação tabular é generalizada a lei que permite calcular o comprimento da circunferência, como pode-se observar na Figura 18.

Figura 18: Explorando o padrão a partir da representação tabular

No século XVII provou-se que este quociente é um número irracional que denotamos pela letra grega  $\pi$  (lê-se "pi").

$$\frac{C}{d} = \pi \text{ e } \pi = 3,14159265\dots$$

De acordo com nossas necessidades, usaremos **aproximações racionais para  $\pi$** . Por exemplo:

$$\pi = 3,14$$

Agora acompanhe:

Se  $\frac{C}{d} = \pi$ , então  $C = \pi \cdot d$ . Para calcular a medida C do comprimento de uma circunferência de diâmetro d, multiplicamos seu diâmetro por  $\pi$ .

Ou ainda, como  $d = 2 \cdot r$  (r é a medida do raio da circunferência), temos que:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

d (cm)	C (cm)	$\frac{C}{d}$
5		
10		
15		

Fonte: Livro didático 8º ano.

Quanto ao volume do cubo, este é abordado na introdução da unidade que trata sobre radiação, mais especificamente no trabalho com a raiz cúbica. Na figura 19 pode-se observar

que foi apresentada a generalização da lei que permite calcular o volume do cubo para determinar a raiz cúbica, que neste caso representa a aresta do cubo.

Figura 19: Definição do volume do cubo

Um reservatório de água terá a forma de um cubo. Nele devem caber 64 000 litros de água. Qual deverá ser a medida de sua aresta?

Lembrando que  $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$ , o volume do reservatório deve ser igual a  $64 \text{ m}^3$ .

O volume  $V$  de um cubo de aresta  $a$  é:  $V = a \cdot a \cdot a = a^3$

Nesta situação,  $a^3 = 64$ .

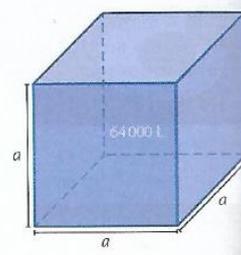
Qual número elevado ao cubo dá 64?

$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \rightarrow$  É pouco...

$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

Encontramos a medida procurada: a aresta do cubo deve medir 4 m.

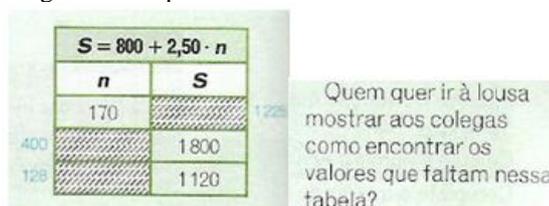
A raiz cúbica de 64 é 4, ou seja,  $\sqrt[3]{64} = 4$ , porque  $4^3 = 64$ .



Fonte: Livro didático 8º ano.

O conceito de variável é apresentado, pela primeira vez na coleção, na unidade 4, designada como *cálculo algébrico*. Nesta unidade, os autores, primeiramente, definem equação, destacando a letra como incógnita, após é exposta uma situação que explora a relação entre a quantidade de camisetas produzidas  $n$  e o salário  $S$  (Figura 20).

Figura 20: Explorando o conceito de variável



Fonte: Livro didático 8º ano.

A noção de dependência de variáveis, identificada na situação apresentada na Figura 20, é abordada pelos autores da seguinte forma: “Observe que usamos letras e operações para mostrar como o salário de Célia depende do número de camisas costuradas no mês. Escrevemos uma fórmula matemática  $S = 800 + n \cdot 250$ . [...] Para cada valor de  $n$ , há um valor para o salário  $S$ . Por isso, nessa fórmula, as letras  $n$  e  $S$  são chamadas de variáveis.”

No estudo da soma dos ângulos internos de um polígono a ideia de variável é apresentada, novamente, como pode ser observado na Figura 21.

Figura 21: Explorando a soma dos ângulos internos de um polígono

Representando o número de lados do polígono por  $n$  e a soma das medidas dos ângulos internos por  $S_n$ , temos:

$$S_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

Vamos experimentar?  
 Um octógono tem 8 lados.  
 Fazendo  $n = 8$  na fórmula acima, temos:

$$S_8 = (8 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S_8 = 6 \cdot 180^\circ$$

$$S_8 = 1080^\circ$$

A soma das medidas dos ângulos internos de um octógono é  $1080^\circ$ .

Fonte: Livro didático 8º ano.

$S_n$  e  $n$  são as variáveis dessa fórmula. Elas dependem uma da outra – são **interdependentes**.

Ainda em relação ao volume do 8º ano, na unidade denominada Possibilidades e Estatística, os autores exploram 2 situações que envolvem gráficos de segmentos, representando a variação de duas grandezas no decorrer do tempo. Cabe enfatizar que, nos outros volumes (6º e 7º anos) há unidades que exploram situações envolvendo conceitos de Probabilidade e Estatística em que a relação entre variáveis é representada por gráficos. No entanto, estas não foram categorizadas, pois os objetivos estavam voltados para o estudo exclusivo de conceitos de Probabilidade e Estatística.

No que se refere as atividades propostas no livro didático do 8º ano, identificou-se que 40 atividades que exploram a relação funcional. Dentre as 40 atividades, 4 são sequências numéricas relacionadas aos conceitos de números naturais, irracionais e racionais; 14 são sequências figurais associadas aos conceitos de potenciação, expressões algébricas, circunferência/nº de pontos e cordas; 21 envolvem a dependência entre variáveis; 1 trata da identificação de variáveis.

Nas sequências numéricas identificadas, nesta categoria, verificou-se que em nenhuma situação é solicitado representar a generalização do padrão através da representação algébrica. Na Figura 22 apresenta-se uma situação em que o estudante poderia expressar o padrão algebricamente, ou seja, os múltiplos de 3 ( $y = 3n$ ) e os múltiplos de 4 ( $y = 4n$ ) No entanto, isto não é proposto na atividade.

Figura 22: Explorando a identificação do padrão em sequências numéricas

6. Dois irmãos são viajantes.

- ◆ Carlos volta para casa nos dias 3, 6, 9, ...
- ◆ Luís volta para casa nos dias 4, 8, 12, ...

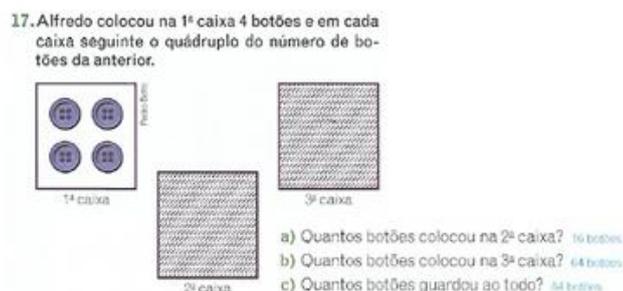
Em quais dias do mês você encontra os dois em casa? Nos dias 12 e 24.



Fonte: Livro didático 8º ano.

Quanto as 14 atividades envolvendo sequências figurais, destaca-se que 4 atividades exigem a representação algébrica do padrão, as demais situações requerem apenas a observação e identificação do padrão como pode-se verificar na Figura 23.

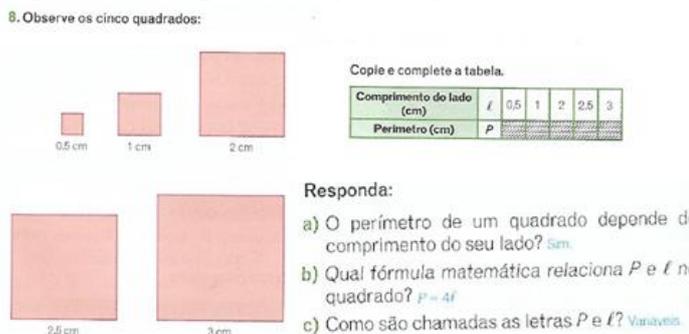
Figura 23: Explorando a identificação do padrão figurar



Fonte: Livro didático 8º ano.

Em relação as 20 atividades que tratam da dependência entre variáveis, verificou-se que em apenas 8 situações exige, além de identificar a relação de dependência entre as variáveis, expressá-la algebricamente. Na Figura 24 é exposta uma situação em que o estudante deve investigar a relação de dependência entre variáveis, generalizar a lei através da representação algébrica e identificar as variáveis.

Figura 24: Investigando a relação de dependência entre variáveis



Fonte: Livro didático 8º ano.

Porém, destaca-se que na maior parte das atividades (12) são exploradas situações que exigem do estudante apenas identificar as relações estabelecidas entre as variáveis, não sendo proposto obter a lei que permite associar as variáveis, como pode-se observar, por exemplo, na situação apresentada na Figura 25.

Figura 25: Situação envolvendo grandezas diretamente proporcionais

40. Um carro gasta 9 litros de gasolina ao rodar 100 km. Se mantiver sempre esse consumo, quanto gastará:
- a) em 1 000 km? 90 litros      c) em 1 km? 0,09 litro  
b) em 10 km? 0,9 litro      d) em 20 km? 1,8 litro

Fonte: Livro didático 8º ano.

Convém salientar que, foram identificadas 88 atividades relacionadas ao comprimento da circunferência, área e volume de figuras geométricas e soma dos ângulos internos de um polígono que embora envolvam uma relação funcional, tais atividades requerem do estudante apenas o cálculo de alguma das variáveis, ou seja, não possibilitam que ele explore a relação de dependência entre as variáveis.

Um aspecto importante a ser registrado é o fato de que apesar dos autores da coleção apresentarem a ideia de variável, bem como a relação de dependência entre variáveis ao tratar sobre a soma dos ângulos internos de um polígono (Figura 21), verificou-se que as situações propostas exigem do estudante apenas a substituição de valores na lei (Figura 26).

Figura 26: Atividade envolvendo a soma dos ângulos internos de um polígono

18. A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono é  $900^\circ$ . Qual é o polígono?  $900^\circ = (n - 2) \cdot 180^\circ$   
Heptágono

Fonte: Livro didático 8º ano.

Também, foram identificadas 26 atividades relacionadas a grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais que apesar de envolverem relações funcionais não exploraram o conceito de função, pois nas resoluções das situações propostas a ênfase dada foi a regra de três simples e composta, a estratégia escalar e a substituição de valores na lei quando esta foi dada.

Neste sentido, é válido apontar o que destacam os autores da coleção analisada ao tratar sobre o conceito de função.

*Desde o 6º ano e de forma mais específica a partir do 8º ano, trabalhamos com a observação e generalização de padrões, a relação de interdependência entre grandezas, o reconhecimento e uso de variáveis, a escrita e aplicação de fórmulas para representar algebricamente a relação entre variáveis. O conceito de função, desde os anos anteriores como preparo para o 9º ano, é trabalhado com mais facilidade e desenvolvido com o título “Funções”. (Manual do professor, livro didático do 8º ano, p. 315)*

Contudo, apesar do que afirmam os autores da coleção analisada, conclui-se com base na análise do volume do 8º ano que, o conceito de função é abordado de forma intuitiva no

trabalho com conceitos associados a números inteiros e potenciação de números inteiros, sendo explorado através da observação e identificação de padrões em sequências numéricas e no trabalho com conceitos relacionados a figuras geométricas, através da observação e identificação de padrões figurais. Entretanto, a quantidade de situações na introdução e nas atividades propostas diminuíram em relação ao volume do 7º ano, em função da queda do número de sequências numéricas e figurais propostas no volume do 8º ano. Além disso, verifica-se que apesar do conceito de variável ser apresentado no volume do 8º ano apenas uma situação propõe ao estudante investigar a relação de dependência entre variáveis e generalizá-la através da representação algébrica (Figura 24).

Nesta categoria foram identificadas as representações algébrica e tabular. Quanto a representação tabular, verificou-se que foi utilizada no trabalho com sequências numéricas na observação e identificação de padrões, bem como na análise da relação de dependência entre variáveis. A representação algébrica foi abordada em algumas situações ao tratar sobre a definição/generalização de áreas e volume de figuras geométricas, bem como ao apresentar o conceito de variáveis e, também, nas atividades propostas que requerem a aplicação da fórmula matemática para determinar uma das variáveis.

Ao analisar o livro didático do 9º ano quanto a função como generalização, identificou-se situações em quatro unidades, a saber: unidade 1, unidade 4, unidade 9 e unidade 10. Destaca-se que o conceito de função é tratado e/ou apresentado de forma explícita na coleção na unidade 4 denominada Funções.

Em relação a unidade 1 designada como *Potenciação e radiciação*, verificou-se na introdução um total de 2 situações que envolvem uma relação funcional, em particular, ao generalizar a área do quadrado e o volume do cubo, para explorar os conceitos de radiciação e potenciação. Contudo, percebeu-se que os autores da coleção não buscam abordar e/ou destacar a dependência entre as variáveis, lado e área do quadrado, bem como aresta e volume do cubo. Esta evidência pode ser observada na Figura 27.

Figura 27: Explorando os conceitos de radiciação e potenciação

### 3. Revendo a radiciação

Conhecendo a medida do lado do quadrado, podemos determinar sua área.

$$A = \ell^2 = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$$



Conhecendo a área do quadrado, podemos determinar a medida de seu lado.

$$A = \ell^2$$

$$\ell^2 = 25$$

$$\ell = \sqrt{25} = 5 \text{ cm, pois } 5^2 = 25$$

Extrair a raiz quadrada é a operação inversa de elevar ao quadrado.



O volume de um cubo de aresta 2 cm é:

$$V = a^3 = 2^3 = 8 \text{ cm}^3$$

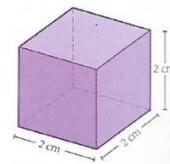
Se um cubo tem volume de 27 cm³, podemos determinar a medida de sua aresta.

$$V = a^3$$

$$27 = a^3$$

$$a = \sqrt[3]{27} = 3, \text{ porque } 3^3 = 27$$

Extrair a raiz cúbica é a operação inversa de elevar ao cubo.



A potenciação e a radiciação são operações inversas.

Fonte: Livro didático 9º ano.

Quanto as atividades propostas, nesta unidade, foram categorizadas 15 situações relacionadas aos conceitos de potenciação e radiciação. Dentre as 15 situações, 14 foram exploradas através da observação e identificação do padrão em sequências numéricas e figurais, exigindo-se em apenas 1 situação a generalização do padrão na representação algébrica. E a última situação categorizada, nesta unidade, envolve a variação entre duas grandezas, neste caso tempo e volume. Na Figura 28 expõe uma situação em que é necessário identificar o padrão, indicando os dois termos seguintes de cada sequência numérica. Porém, não é exigido do estudante generalizar o padrão na representação algébrica.

Figura 28: Atividade que exige identificar o padrão numérico

**89. Determine os dois termos seguintes de cada uma das sequências indicadas.**

a) 1, 4, 9, 16, ... 25, 36

b) 1, 8, 27, 64, ... 125, 216

c)  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}$

d)  $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \dots, \frac{16}{81}, \frac{32}{243}$

Fonte: Livro didático 9º ano.

Cabe destacar que, na unidade 1, foram identificadas 39 situações relacionadas a área e volume de figuras geométricas que poderiam explorar a relação funcional. Entretanto, constatou-se que nestas atividades é proposto apenas o cálculo de alguma das variáveis, ou seja, exige do estudante apenas a substituição de valores na lei para determinar uma das variáveis. Desta forma, salienta-se que tais atividades não possibilitam ao estudante identificar e expressar a relação de dependência entre variáveis, tendo ênfase apenas no cálculo algébrico.

Em relação a unidade 4 designada como *Funções*, destaca-se que é a unidade que apresenta de forma explícita o conceito de função. Na introdução foram categorizadas 10

situações, a saber: ideia de função como máquina, domínio e imagem da função, as funções e suas aplicações, da tabela para a lei de formação da função, bem como questões propostas na seção intitulada Interagindo relacionadas a ideia de função como máquina e, também, a função linear e proporcionalidade direta. Na maior parte destas situações buscou-se destacar as variáveis e apresentar a generalização na representação algébrica, como pode-se verificar na Figura 29.

Figura 29: Situação envolvendo o estudo de variáveis

2. Em um parque de diversões, os visitantes pagam R\$ 15,00 pelo ingresso e R\$ 13,00 para brincar em cada uma das 20 atrações disponíveis. A quantia  $p$  gasta pelo visitante depende do número de atrações  $n$  que ele escolher e pagar. Podemos representar a relação entre  $n$  e  $p$  pela fórmula  $p = 15 + 13n$ .

$n$  e  $p$  são as variáveis dessa função

Fonte: Livro didático 9º ano.

Quanto as atividades propostas, nesta unidade verificou-se um total de 38 situações, destas 4 exigem apenas a observação e identificação do padrão (Figura 28), as demais, ou seja, 35 exigem generalização na representação algébrica. Assim, percebeu-se que, no livro didático do 9º ano, os autores da coleção buscam propor um número maior de situações em relação aos volumes dos anos anteriores que possibilitam aos estudantes explorar a relação de dependência entre variáveis, estabelecer relações e realizar generalizações.

Cabe destacar que, na unidade 4, foram identificadas 63 situações relacionadas a área e volume de figuras geométricas que poderiam explorar a relação funcional. Porém, verificou-se que nestas atividades é proposto apenas o *cálculo* de alguma das variáveis, ou seja, requer do estudante apenas a substituição de valores na lei para determinar uma das variáveis.

Vale ressaltar ainda que, nesta categoria, identificou-se as representações algébrica, em diagrama e tabular. Estas últimas foram mais usadas na introdução dos conceitos relacionados a função. A representação algébrica, além de ser abordada na introdução, também, foi utilizada em quase todas as atividades propostas (com exceção de 3), atividades estas que requerem além de identificar a relação de dependência entre as variáveis, expressar a lei da função.

No que se refere a unidade 9 designada como Círculo e cilindro, identificou-se na introdução um total de 5 situações que envolvem uma relação funcional, referentes aos

conceitos de área e volume de figuras geométricas descritos a seguir: comprimento da circunferência, área do círculo, área da superfície do cilindro, volume do bloco retangular e volume do cilindro. Contudo, nenhuma situação explora a dependência entre as variáveis, como pode-se verificar na Figura 30.

Figura 30: Definição do volume do cilindro

**Volume do cilindro**

O cilindro é um sólido geométrico, portanto tem volume. Sabemos calcular o volume de blocos retangulares. Vamos recordar.

Quantos cubinhos de 1 cm de aresta formam o bloco retangular ilustrado?

São  $10 \cdot 8 \cdot 4,5 = 360$  cubinhos, cujo volume é  $1 \text{ cm}^3$ .

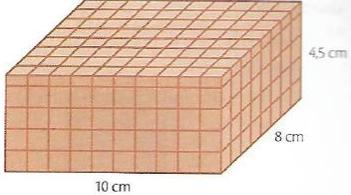
Então:

$$V_{\text{bloco retangular}} = c \cdot \ell \cdot h = 360 \text{ cm}^3$$
$$V_{\text{bloco retangular}} = \text{comprimento} \cdot \text{largura} \cdot \text{altura}$$

Repare que a base do bloco retangular é um retângulo cuja área é  $c \cdot \ell$ . Podemos escrever:

$$V_{\text{bloco retangular}} = A_{\text{base}} \cdot h$$

Escrevendo de forma geral, o volume  $V$  de um cilindro de altura  $h$  é calculado pela fórmula:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$


Fonte: Livro didático do 9º ano.

Destaca-se que, não foi categorizada na unidade 9 nenhuma atividade envolvendo relação funcional, mas observou-se um total de 61 situações relacionadas a área e volume de figuras geométricas que poderiam explorar a relação funcional. Visto que, nestas atividades, exige-se apenas a aplicação das fórmulas matemáticas que possibilitam substituir valores numéricos e determinar uma das variáveis.

Quanto a unidade 10 designada como *Porcentagem e juro*, observou-se na introdução um total de 3 situações que envolvem uma relação funcional, associadas aos conceitos de desconto, acréscimo e juros simples. Percebeu-se, que ao tratar sobre juros (Figura 31) os autores da coleção discutem a relação de dependência entre o juro e as variáveis: capital, tempo e taxa de juro.

Figura 31 Explorando o conceito de juro

Quando compromissos como contas, prestações ou impostos não são pagos em dia, em geral cobra-se uma multa mais juro pelo atraso. É uma forma de compensar quem deveria receber e não recebeu.

O valor pago pelo juro depende:

- ♦ da quantia (devida, aplicada etc.), que será chamada de **capital** ( $C$ );
- ♦ do **tempo** de duração da transação (empréstimo, aplicação financeira etc.) ( $t$ );
- ♦ da **taxa de juro** cobrada ( $i$ ), que é percentual.

Há dois tipos de juro: **juro simples** e **juro composto**.

Fonte: Livro didático do 9º ano.

Em relação as atividades propostas, identificou-se 3 situações que permitem ao estudante identificar a relação de dependência entre as variáveis. Além disso, verificou-se que 2 situações possibilitam ao estudante determinar a lei da função, como pode-se observar na Figura 32.

Figura 32: Explorando a dependência entre variáveis

11. Depois de um aumento de 12%, um televisor passou a custar R\$ 728,00. Qual era o preço do televisor antes do aumento?  
R\$ 650,00       $x + 0,12x = 728$

Fonte: Livro didático do 9º ano.

Com base na análise, desta categoria, constata-se que, nos volumes do 6º, 7º e 8º anos, os autores da coleção analisada exploram o conceito de função a partir da observação e identificação de padrões em sequências numéricas e figurais com um maior enfoque no 6º e 7º ano, visto que no 8º ano diminuiu o número de sequências. Porém, nestes volumes, a maior parte das situações requer a observação e identificação do padrão, ou seja, não exigem que o estudante expresse algebricamente a generalização. Já no 9º ano apesar do número de sequências ser bem menor que nos anos anteriores, identificou-se que são propostas um número expressivo de atividades que possibilitam aos estudantes investigar a relação de dependência entre variáveis, estabelecer relações e realizar generalizações.

Contudo, ao apresentar conceitos relacionados a área e volume de figuras geométricas, que envolvem uma relação funcional, os autores da coleção não buscam explorar e/ou discutir a relação de dependência entre as variáveis, bem como propõem uma quantidade excessiva de atividades relacionadas a estes conceitos, que objetivam a aplicação imediata dos conceitos trabalhados, neste caso, a substituição de valores na lei para determinar uma das variáveis. Assim, evidencia-se a ênfase no cálculo algébrico (dimensão da álgebra equações).

Diante desses resultados, pode-se afirmar que, muitas vezes, o estudante acaba apenas aplicando as fórmulas matemáticas no cálculo de figuras geométricas, não percebendo e/ou compreendendo que essas fórmulas representam uma relação funcional. Além disso, se as dimensões da álgebra não forem exploradas de forma articulada o estudante pode achar que as letras sempre substituem um valor numérico, ou seja, tendo a falsa percepção da letra sempre como incógnita (BRASIL, 1998; USISKIN, 1995). Neste viés, seria relevante que os autores de coleções de livros didáticos ao apresentar conceitos como áreas e volumes de figuras

proponham situações que possibilitem aos estudantes explorarem o conceito de variável ao longo do Ensino Fundamental, pois a apropriação deste conceito é essencial para o entendimento de função.

#### 4.2.2 Função como máquina de transformação

A metáfora da função como máquina de transformação é uma das formas elaboradas para introduzir este conceito no ensino, em particular, no Ensino Fundamental, pois utiliza uma linguagem acessível e próxima das situações já apresentadas aos estudantes, em especial, no estudo de sequências numéricas. O conceito de função como máquina tem o propósito de representar/indicar que todo elemento que entra na máquina é processado/transformado/modificado (de acordo com a regra dada), gerando um único elemento de saída, proporcionando uma visão dinâmica do conceito. Além disso, é possível introduzir as definições de domínio (entrada) e imagem (saída), definições estas que são fundamentais na caracterização de uma relação funcional, sem necessitar a formalização do conceito de função. (SANTOS; BARBOSA, 2017).

No Quadro 5 expõe-se os dados produzidos, a partir da análise da coleção de livros didáticos, evidenciando as situações identificadas na introdução das unidades e atividades propostas, no que se refere a abordagem do conceito de função como máquina.

Quadro 5: Conceito de função como máquina de transformação

Ano	6º	7º	8º	9º
<b>Introdução</b>	0	0	0	11
<b>Atividade</b>	0	0	0	9
<b>Total</b>	0	0	0	20

Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando o Quadro 5 percebe-se que o conceito de função como máquina de transformação é apresentado apenas no volume do 9º ano. Neste volume, constatou-se que a ideia de máquina é utilizada para explorar o conceito de função antes de abordar a sua definição (Figura 36). Assim, na introdução da unidade 4, designada como *Funções*, verificou-se o estabelecimento de relações entre a ideia de máquina e algumas formas de representação do conceito de função como por exemplo, a tabular e a algébrica, sendo a definição deste conceito exposta na sequência.

Na Figura 33 é exposta a ideia de máquina abordada na introdução da unidade 4 (Funções).

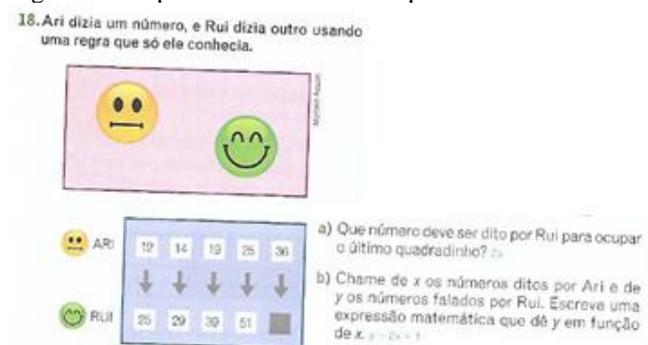
Figura 33: A ideia de máquina



Fonte: Livro didático do 9º ano.

Quanto as 9 atividades propostas que envolvem a ideia de máquina, observou-se que a maior parte explora a ideia de máquina, juntamente, com a determinação do padrão e representação algébrica como pode-se identificar na Figura 34.

Figura 34: Explorando a ideia de máquina



Fonte: Livro didático do 9º ano.

Contudo, esperava-se que a ideia de máquina fosse mais explorada pelos autores da coleção de livros didáticos analisada, tendo em vista as recomendações de propostas curriculares em particular, dos PCN (BRASIL, 1998), e pesquisas na área da Educação Matemática. Entende-se que, para a apropriação do conceito de função é relevante que o professor proponha situações que requerem a investigação de padrões e a generalização, propiciadas pela ideia de função como máquina. Além disso, esta ideia pode ser explorada em diferentes etapas do Ensino Fundamental e não apenas no 9º ano quando este conceito é tratado de forma explícita, ou seja, é definido.

#### 4.2.3 Definição de Função

Abordar e/ou apresentar o conceito de função como uma definição é indicar, em linguagem matemática precisa, critérios que possibilitem estabelecer se uma determinada relação, representada de diversas formas (por tabela, máquina de transformação, diagrama, expressão algébrica, generalização, gráfico), é ou não uma relação funcional. Entretanto, o

entendimento do conceito de função apenas por uma definição possui algumas limitações, pois devido a sua natureza formal, omite as noções de dependência, variação e regularidade, presentes em várias formas de representar o conceito de função, contribuindo para possíveis dificuldades na aprendizagem deste conceito. (SANTOS, BARBOSA, 2017). Nesta perspectiva, não basta compreender a definição de um conceito para se apropriar dele. A apropriação de um conceito, segundo Vergnaud (apud SOARES, 2016) envolve um conjunto de situações - que dá significado ao objeto em questão; um conjunto de invariantes - que envolve as propriedades e procedimentos necessários para definir esse objeto; e um conjunto de representações simbólicas, as quais permitem relacionar o significado desse objeto com as suas propriedades.

Neste viés, “alguns estudos sugerem que [a] apresentação [da definição de função] deve ser postergada no ensino, e que a sua introdução seja realizada conjuntamente com outras formas de representar o conceito de função” (TABACH, NATCHIELI, 2015 apud SANTOS, BARBOSA, 2017, p.35).

Em relação a análise do conceito de função abordado através de sua definição, verificou-se que é tratado de forma explícita no volume do 9º ano, tendo em vista que este conceito é de fato definido apenas nesta etapa do Ensino Fundamental. Além disso, identificou-se que a definição de função inicialmente não foi feita de forma isolada das demais representações, pois explorou-se a ideia de máquina, representação tabular, representação algébrica e a representação em diagrama antes de realizar a definição de função.

O que é relevante para a compreensão do conceito de função, visto que o conceito de função vai muito além de uma definição, sendo importante, por exemplo, explorar situações que permitam ao estudante analisar e identificar padrões, a dependência entre variáveis, expressar generalizações presentes em diferentes formas de representação.

Porém, ao tratar sobre a definição de função polinomial do 1º grau, função polinomial do 2º grau e função linear, identificou-se que, além da definição, os autores apresentam na introdução apenas a representação algébrica destas funções. Este fato pode ser identificado na Figura 35.

Figura 35: Definição de função polinomial do 1º e 2º grau

Funções cuja lei de formação pode ser escrita na forma  $y = ax + b$ , sendo  $a$  e  $b$  números reais e  $a$  diferente de zero, têm como gráfico uma **reta**. É o caso das funções:

$$\begin{aligned} \diamond y &= 2x && (a = 2 \text{ e } b = 0) \\ \diamond y &= -3x + 1 && (a = -3 \text{ e } b = 1) \end{aligned}$$

Essas funções são chamadas **funções polinomiais do 1º grau**, pois encontramos na sua lei de formação um polinômio do 1º grau.

Funções cuja lei de formação pode ser escrita na forma  $y = ax^2 + bx + c$ , sendo  $a$ ,  $b$ , e  $c$  números reais e  $a$  diferente de zero, têm como gráfico uma **parábola**. É o caso das funções:

$$\begin{aligned} \diamond y &= x^2 + 2x - 1 && (a = 1, b = 2 \text{ e } c = -1) \\ \diamond y &= -2x^2 + 4 && (a = -2, b = 0 \text{ e } c = 4) \end{aligned}$$

Essas são **funções polinomiais do 2º grau**, pois encontramos na sua lei de formação um polinômio do 2º grau.

Há funções cujo gráfico não é uma reta nem uma parábola.

Fonte: Livro didático 9º ano.

Quanto as atividades propostas, constatou-se apenas 3. Estas atividades exigem dos estudantes analisar se a situação envolve uma relação funcional, propondo questões do tipo: “é ou não é função”. Também, pode-se afirmar que, os autores da coleção exploram pouco as diferentes representações de uma mesma função, utilizando em 1 das atividades a representação tabular e nas outras 2 a representação tabular e gráfica. Neste sentido, seria pertinente que a definição do conceito de função fosse abordada conjuntamente com outras formas de representar este conceito (TABACH, NATCHIELI, 2015 apud SANTOS, BARBOSA, 2017). Pois, entende-se que quando são exploradas várias formas de representação de uma mesma função e as relações entre elas pode-se contribuir para um melhor entendimento deste conceito por parte dos estudantes.

#### 4.2.4 Representação de função em diagrama

A representação em diagrama apresenta o conceito de função de forma “mais formal”, sendo mais adequada e/ou geralmente tratada nos Anos Finais do Ensino Fundamental, em particular, no 9º ano. Além disso, “a representação como diagrama dá visibilidade às definições de relações funcionais injetoras, sobrejetoras e bijetoras” (SANTOS; BARBOSA, 2017, p. 31).

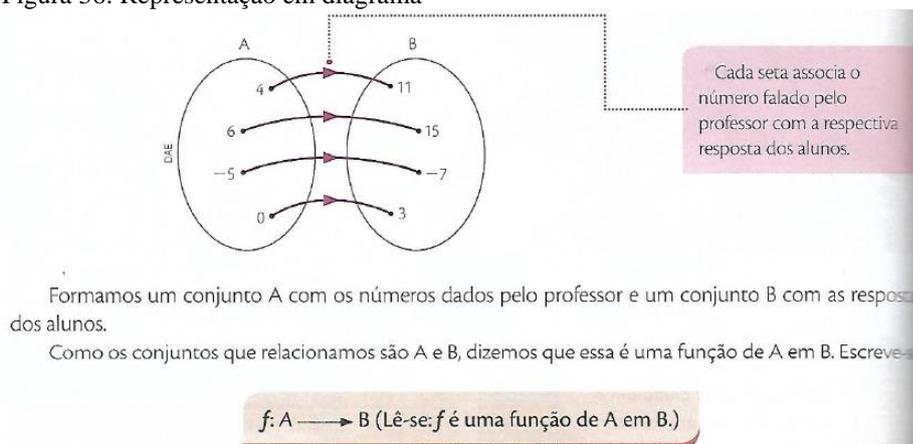
Segundo Santos e Barbosa (2017, p. 31):

[...] a representação do conceito de função como diagrama de setas caracteriza/define uma relação funcional como uma correspondência entre dois conjuntos não vazios quaisquer (dispostos em diagramas), desde que a todo elemento do conjunto A (denominado de domínio) corresponda (por uma seta) um único elemento do conjunto B (denominado de contradomínio).

A partir da citação acima percebe-se que, apesar do diagrama de setas caracterizar bem como definir uma relação funcional (função), ele apresenta algumas limitações, pois devido a sua linguagem formal, acaba não explorando noções importantes como: variação, dependência e regularidade, as quais estão presentes em várias formas de representar uma função. Também, apresenta algumas limitações na análise de conjuntos infinitos.

Em relação as análises realizadas nos volumes do 6º, 7º e 8º anos identificou-se que não foi abordada a representação do conceito de função através de um diagrama. Esta forma de representação do conceito de função é explorada apenas no volume do 9º ano quando este conceito foi definido, conforme mencionado na subseção anterior. O que indica que os autores, ainda, mantem a ideia de apresentar o conceito de função vinculado a teoria dos conjuntos como pode-se identificar na Figura 36.

Figura 36: Representação em diagrama



Fonte: Livro didático 9º ano.

Percebeu-se que no volume do 9º ano a representação em diagrama é explorada juntamente com outras formas de representar o conceito de função, como por exemplo, representação tabular e algébrica. Porém, na maior parte das atividades propostas que contemplavam a representação de função em diagrama, verificou-se que tais atividades utilizaram no máximo uma outra forma de representação do conceito de função. Assim, das 9 atividades propostas, 5 utilizaram apenas a representação em diagrama, 2 partiram da representação tabular para a representação em diagrama e 2 atividades partiram da representação em diagrama para a representação algébrica.

Salienta-se que, a representação do conceito de função através de diagrama não deve ser tratada de forma isolada das demais representações, pois limita-se a conjuntos finitos e as situações envolvendo relação funcional em sua maioria trata de conjuntos infinitos.

#### 4.2.5 Representação de função em tabela

O conceito de função pode ser representado por meio de uma tabela. Nesta representação, os dados de uma relação funcional são organizados em linhas e colunas, de modo que os dados de entrada (variáveis independentes) ficam associados aos seus correspondentes dados de saída (variáveis dependentes).

Além das representações tabulares permitirem a identificação das variáveis independentes e dependentes, possibilitam explorar as noções de relação entre variáveis e variação. Contudo, a representação do conceito de função apenas como tabela, apresenta algumas limitações, por exemplo, o pequeno número de dados, podendo não ser suficiente para identificação do tipo de relação funcional. (SANTOS; BARBOSA, 2017).

O Quadro 6 expõe os dados produzidos ao analisar a coleção de livros didáticos quanto a representação tabular identificada na introdução das unidades e atividades propostas.

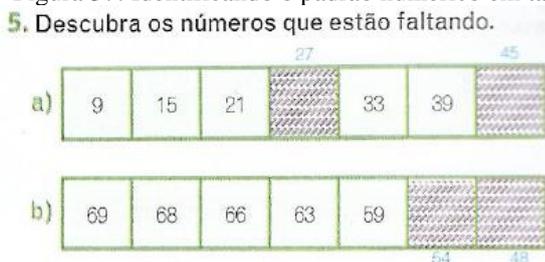
Quadro 6: Representação do conceito de função como tabela

Ano	6º	7º	8º	9º
<b>Introdução</b>	0	0	2	12
<b>Atividade</b>	6	4	9	50
<b>Total</b>	6	4	11	62

Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando o Quadro 6 pode-se perceber que a maior evidência da representação do conceito de função através de uma tabela é no volume do 9º ano, a segunda é no volume 8º ano, com uma pouca diferença em relação ao volume do 7º ano e a menor evidência observada é no volume do 6º ano. Verificou-se que no 6º ano são propostas 6 atividades na representação tabular, em particular, no trabalho com sequências numéricas, exigindo dos estudantes, observar e identificar o padrão numérico apresentado em tabela. Porém, em nenhuma das situações é solicitada a generalização do padrão na representação algébrica, como pode-se observar na Figura 37.

Figura 37: Identificando o padrão numérico em tabela



Fonte: Livro didático 6º ano.

Com relação ao 7º ano, não foi identificada nenhuma situação que envolve relação funcional na introdução das unidades deste volume. Quanto as atividades propostas, verificou-se um total de 4 situações. Dentre estas, 2 partiram da representação em tabela para explorar a identificação do padrão em sequências numéricas (Figura 38) e as outras 2 partiram da

representação em tabular para a análise da razão entre variáveis no estudo de grandezas diretamente proporcionais.

Figura 38: Explorando o padrão numérico em tabela

48. (Enceja) Marcela, responsável pela decoração da festa de São João, decidiu dispor as bandeirolas na seguinte sequência:

Fila	1ª	2ª	3ª
Número de bandeirolas	7	12	17

No pátio da escola cabiam 7 filas. Obedecendo a mesma sequência numérica do quadro, qual o número de bandeirolas da última fila?

37 bandeirolas

Fonte: Livro didático 7º ano.

Cabe salientar que, no volume do 7º ano, foram identificadas 8 situações na introdução e 10 atividades propostas envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais na representação tabular que poderiam explorar a relação funcional. Porém, estas situações não foram categorizadas, porque na resolução apresentada pelos autores da coleção constatou-se apenas a análise escalar (análise dentro da mesma grandeza) e a regra de três, logo, pelo encaminhamento dado, o estudante não precisa identificar a relação funcional das grandezas envolvidas. Na Figura 39 é apresentada uma atividade envolvendo grandezas diretamente proporcionais na representação tabular. Contudo, com os dados apresentados o estudante não consegue definir se as grandezas são proporcionais, bem como explorar a relação funcional entre as variáveis (quantidade de cadeiras e preço).

Figura 39: Atividade proposta envolvendo grandezas diretamente proporcionais

42. Complete mentalmente o quadro e relacione cada letra com o resultado correspondente a ela.  $A = 204$ ;  $B = 306$ ;  $C = 612$ ;  $D = 2040$

Quantidade de cadeiras	3	6	9	18	60
Preço (em reais)	102	A	B	C	D

Fonte: Livro didático 7º ano.

No que se refere ao 8º ano, verificou-se na introdução da unidade 2 situações que envolvem uma relação funcional representada em tabela. Quanto as atividades propostas,

identificou-se um total de 9 situações que buscaram explorar a relação funcional. Dentre estas, em 6 atividades explorou-se a dependência entre variáveis, sendo necessário expressar a lei da função em apenas 2 situações e em 1 atividade buscou-se através da representação tabular relacionar o número de pontos/número de cordas de uma sequência de circunferências, a fim de identificar o padrão figural e expressar algebricamente a regra de formação desta sequência.

Cabe registrar que, foram identificadas um total de 6 situações na introdução desta unidade e 8 atividades propostas que poderiam explorar a relação funcional. Contudo, estas não foram categorizadas, pois ao tratar sobre conceitos de grandezas diretamente e inversamente proporcionais, verificou-se que os autores da coleção, buscaram enfatizar o uso da regra de três, não explorando a relação funcional das grandezas envolvidas (Figura 40). Além disso, evidenciou-se que o encaminhamento dado as resoluções das atividades propostas foi, também, a utilização da regra de três e da estratégia escalar.

Figura 40: Introdução ao estudo de grandezas inversamente proporcionais

### Grandezas inversamente proporcionais

Duas grandezas que variam na razão inversa uma da outra, ou seja, se uma dobra, a outra diminui pela metade; se uma triplica, a outra diminui a sua terça parte e assim por diante, são chamadas **grandezas inversamente proporcionais**.

No 7º ano vimos situações que envolviam esse tipo de grandeza e as regras de três ajudaram a resolvê-las. Veja!

Um prêmio de loteria seria dividido entre 6 ganhadores, cada um recebendo R\$ 77.000,00. Na última hora, apareceram mais 5 pessoas premiadas. Qual o novo valor do prêmio?

Numa tabela:

	Número de ganhadores	Prêmio (R\$)
Eram 6, mais 5, ficam 11.	6	77 000
	11	x



Fonte: Livro didático 8º ano.

Referente ao 9º ano, identificou-se um total de 12 situações abordadas na introdução das unidades e 50 atividades propostas que envolvem uma relação funcional. Na *Unidade 1* que trata sobre potenciação e radiciação a representação em tabela foi explorada em 2 situações propostas para o trabalho com a identificação de um padrão numérico.

Já na *Unidade 4* que trata especificamente do conceito de função constatou-se que 10 situações buscaram explorar a representação tabular ao tratar sobre o conceito de função. Dentre estas, destaca-se as que propõem a identificação da lei de formação da função, no estudo de domínio e imagem, para explorar a relação de dependência entre variáveis e na construção de gráficos de função polinomial do 1º grau, função polinomial do 2º grau e função linear, na qual

a representação tabular possibilitou organizar os valores atribuídos a variável  $x$  substituí-los na lei da função, obtendo os respectivos pares ordenados.

No tocante as atividades propostas, elencadas nesta categoria, verificou-se um total de 50 situações que buscaram explorar a relação funcional. Dentre estas, na maior parte das situações busca-se explorar a relação de dependência entre as variáveis, identificar a lei de formação da função e expressa-la na representação algébrica. Já na menor parte das atividades propostas parte-se da representação tabular para atribuir valores numéricos a variável  $x$  e substituí-los na lei da função dada, obtendo os pares ordenados  $(x, y)$  para construir a representação gráfica da função. Na Figura 41 apresenta-se uma situação que busca explorar a relação de dependência entre as variáveis (lado e perímetro do quadrado), possibilitando ao estudante identificar e expressar algebricamente a lei da função.

Figura 41: Explorando as variáveis lado e perímetro do quadrado

14. Observe na tabela a medida do lado de um quadrado e o seu perímetro.

Medida do lado (cm)	Perímetro (cm)
1	4
2	8
2,5	10
3	12
:	:
$l$	$P$

- a) Qual é o perímetro de um quadrado cujo lado mede 7 cm? *28 cm*
- b) Qual é a medida do lado de um quadrado cujo perímetro mede 38 cm? *9,5 cm*
- c) É verdade que o perímetro depende da medida do lado? *Sim*
- d) Qual é a lei que associa a medida do lado de um quadrado com o perímetro?  *$P = 4l$*

Fonte: Livro didático 9º ano

No Quadro 7 apresenta-se a representação em tabela e relações com outras representações do conceito de função identificadas nos livros didáticos da coleção analisada. Para tanto, (RA, RD, RG, RT), indicam respectivamente as representações algébrica, diagrama, gráfica e tabular.

Quadro 7: Tabela e a relação com outras representações

	RT → RA	RT → RG	RT → RD	RG → RT
6º ano	0	0	0	0
7º ano	0	0	0	0
8º ano	3	7	0	3
9º ano	36	18	2	16

Função: Dados da pesquisa

A partir do Quadro 7 evidencia-se que a relação estabelecida entre a representação tabular e outras formas de representação do conceito de função é pouco explorada pelos autores da coleção de livros didáticos no 6º, 7º e 8º anos. Com relação ao 6º ano, verificou-se que a representação tabular é utilizada no trabalho com a observação e identificação de padrões em sequências numéricas. No 7º ano, também, utiliza-se a representação tabular para a identificação de padrões em sequências numéricas e para a análise da razão entre as variáveis. Referente ao 8º ano, a representação do conceito de função em tabela é usada para explorar a relação de dependência entre variáveis, sendo que a generalização na representação algébrica é solicitada em apenas 3 situações.

Quanto ao 9º ano, constata-se que é o volume em que a representação do conceito de função em tabela é mais explorada, bem como busca-se estabelecer um número maior de relações entre tabela e outras formas de representação. Entretanto, destaca-se que os autores de coleções de livros didáticos poderiam explorar mais a representação tabular nos anos anteriores, visto que situações-problema sobre variações de grandezas proporcionam excelentes contextos para que os estudantes desenvolvam a noção de função nos Anos Finais do Ensino Fundamental. (BRASIL, 1998).

Neste sentido, é relevante que tanto autores de coleções de livros didáticos quanto professores de Matemática busquem propor situações que permitam aos estudantes investigar a relação de dependência entre variáveis e determinar a expressão algébrica que expressa esta relação. Assim, situações como a exposta na Figura 41 podem ser mais exploradas ao longo do 6º, 7º, 8º e 9º anos, em particular, no estudo da geometria ao tratar sobre áreas e volumes de figuras geométricas e não apenas nos Anos Finais do Ensino Fundamental, pois identificou-se somente duas situações explorando as variáveis, lado e perímetro do quadrado Figura 24 e Figura 41 na coleção de livros didáticos.

#### **4.2.6 Função como expressão algébrica**

A representação do conceito de função como uma expressão algébrica é dada por meio de uma fórmula, equação ou lei algébrica (usando letras e símbolos), “caracterizando-se por expressar a relação entre as variáveis independentes e dependentes de uma relação funcional (cujos domínio e contradomínio são subconjuntos dos números reais)” (SANTOS; BARBOSA, 2017, p. 32).

Destaca-se que representação algébrica é utilizada tanto para identificar como definir tipos específicos de relações funcionais (funções), como por exemplo, a função constante, a

afim, a quadrática, a exponencial, a logarítmica e as trigonométricas. (SANTOS; BARBOSA, 2017).

Apresenta-se no Quadro 8 os dados produzidos, organizados por ano, introdução das unidades e atividades propostas, nos quais foram identificados o conceito de função tratado e/ou representado através de uma representação algébrica.

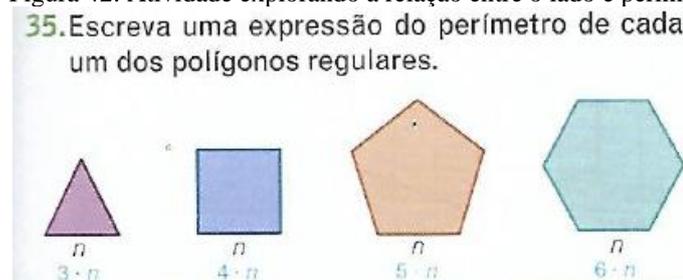
Quadro 8: Representação do conceito de função como expressão algébrica

Ano	6º	7º	8º	9º
<b>Introdução</b>	3	14	8	42
<b>Atividade</b>	1	13	35	65
<b>Total</b>	4	27	43	107

Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando o Quadro 8 verifica-se que a maior evidência da representação algébrica do conceito de função é no volume do 9º ano, a segunda é no volume 8º ano, a terceira é no volume do 7º ano e a menor evidência observada é no volume do 6º ano. Identificou-se que, na introdução das unidades do livro didático do 6º ano, a representação algébrica é utilizada pelos autores na definição e/ou generalização de áreas de figuras geométricas, a saber: área do quadrado, volume do bloco retangular e volume do cubo. Quanto as atividades propostas, observou-se que a representação algébrica é explorada apenas em 1 situação para expressar a relação entre o lado e perímetro de polígonos (Figura 42).

Figura 42: Atividade explorando a relação entre o lado e perímetro de polígonos



Fonte: Livro didático 6º ano

No que refere-se ao 7º ano, identificou-se que na introdução das unidades os autores da coleção analisada exploram a representação algébrica no trabalho com sequências numéricas e figurais na generalização de padrões, relacionada aos conceitos de múltiplos e divisores de um número natural, letras e padrões, bem como na definição de áreas e volumes de figuras geométricas. Quanto as 13 atividades propostas que utilizam a representação algébrica, destaca-se que apenas 5 situações requerem do estudante, além da identificação do padrão, expressá-lo na representação algébrica, pois nas demais situações, ou seja, 8, identificou-se que a

representação algébrica é dada e exige-se apenas a substituição de valores na lei, como pode-se observar na Figura 43.

Figura 43: Situação que envolve a substituição de valores numéricos na lei

1. A expressão  $2n + 3$  gera a sequência:

5, 7, 9, ...

Calcule:

- a) o sexto termo da sequência; 15
- b) o décimo termo da sequência; 23
- c) o vigésimo termo da sequência. 43

Fonte: Livro didático 7º ano.

Em relação ao 8º ano, verificou-se que, a representação algébrica foi abordada em algumas situações ao tratar sobre a definição/generalização de áreas e volume de figuras geométricas. Quanto as atividades propostas, identificou-se um total de 8 situações que requerem do estudante expressar a lei na representação algébrica que determina a relação de dependência entre variáveis, já as demais situações (4), exige-se a identificação e generalização do padrão figural. Entretanto, constatou-se que em 23 situações, a representação algébrica foi dada e exigiu-se apenas a substituição de valores numéricos na lei.

Quanto ao livro didático do 9º ano, percebeu-se que é quando a representação algébrica é mais explorada, visto que é neste volume que o conceito de função é apresentado de forma explícita. Assim, identificou-se que a representação algébrica é utilizada na introdução da unidade 1 denominada *Potenciação e Radiciação* ao tratar sobre áreas e volumes de figuras geométricas. Já na introdução da unidade 4 denominada *Funções* que trata sobre o conceito de função constatou-se que a representação algébrica é abordada na introdução sendo explorada juntamente com a ideia de máquina, representação tabular e representação em diagrama, antes da definição do conceito de função. Além disso, esta representação foi usada para representar tipos específicos de funções, a saber: função polinomial do 1º grau, função polinomial do 2º grau, função constante e função linear. E, também, na definição de áreas e volume de figuras geométricas.

Vale destacar que, no livro didático do 9º ano, os autores da coleção buscam propor um número maior de situações em relação aos volumes dos anos anteriores que possibilitam aos estudantes explorar a relação de dependência entre variáveis, realizar generalizações e estabelecer relações entre a representação algébrica e outras formas de representação do conceito de função No Quadro 9 expõe-se a representação algébrica e relações com outras

representações do conceito de função identificadas nos livros didáticos da coleção. Assim, (RA, RG, RT), indicam respectivamente as representações algébrica, gráfica e tabular.

Quadro 9: Representação algébrica e a relação com outras representações

	RT→RA	RA→RG	RG→RA
<b>6º ano</b>	0	0	0
<b>7º ano</b>	0	0	0
<b>8º ano</b>	3	0	0
<b>9º ano</b>	36	16	12

Fonte: Dados da pesquisa

Analisando o Quadro 9 percebe-se que apenas a partir do 8º ano busca-se estabelecer em poucas situações a relação entre a representação algébrica e tabular. Com relação ao 9º ano, identifica-se que é o volume em que a representação algébrica e o estabelecimento de relações com outras formas de representação do conceito de função é mais explorado. Porém, destaca-se que os autores de coleções de livros didáticos poderiam propor um número maior de situações que permitissem aos estudantes explorar mais esta forma de representação nos anos anteriores, buscando-se identificar e estabelecer relações entre as representações tabular e gráfica.

#### 4.2.7 Representação de função em gráfico

Segundo Santos, Barbosa (2017, p.34),

[...] a representação do conceito de uma função  $f$  (cujos conjuntos domínio e contradomínio são subconjuntos dos números reais) como um gráfico consiste em apresentar no plano cartesiano o subconjunto de pontos  $(x, y)$ , em que  $x$  pertence ao domínio da função  $f$  e  $y$  é a imagem de  $x$  por  $f$ , ou seja,  $y = f(x)$ , sendo geralmente visualizado como uma linha no plano.

A partir da citação acima, pode-se verificar que a representação gráfica de uma função permite visualizar informações importantes em uma relação funcional, a saber: imagem, sinal, intervalos de crescimento e decréscimo, injetividade, zero(s) e extremos, caso existam (SANTOS; BARBOSA, 2017).

Expõe-se no Quadro 10 os dados produzidos ao analisar a coleção de livros didáticos quanto a representação gráfica identificada na introdução das unidades e atividades propostas.

Quadro 10: Representação do conceito de função como gráfico

Ano	6º	7º	8º	9º
<b>Introdução</b>	0	0	2	20
<b>Atividade</b>	0	0	22	64
<b>Total</b>	0	0	24	84

Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando o Quadro 10 verifica-se que a representação gráfica do conceito de função é explorada apenas nos volumes do 8º e 9º ano. Com relação ao 8º ano, identificou-se a representação gráfica na introdução ao estudo de gráficos de segmentos, tratado na unidade designada *Possibilidades e estatística*. Assim, observou-se que as situações apresentadas buscam explorar a variação de grandezas no decorrer do tempo (Figura 44).

Figura 44: Explorando a variação do crescimento da população no decorrer do tempo



Quanto as atividades propostas, constatou-se que todas buscaram explorar a dependência entre variáveis, bem como a variação de grandezas no decorrer do tempo.

No que se refere ao volume do 9º ano, foram identificadas 20 situações que buscaram explorar a representação gráfica de função. Embora estas situações tenham sido tratadas de forma introdutória no estudo de gráficos de uma função, verificou-se que a representação gráfica não é explorada juntamente com a ideia de máquina e outras formas de representação como a tabular, algébrica e em diagrama, na introdução ao estudo de função, ou seja, quando este conceito é definido. Assim, esta representação é utilizada para explorar a variação entre grandezas, na construção de gráficos de tipos específicos de funções, em particular, função polinomial do 1º grau, função polinomial do 2º grau, função constante e função linear.

Quanto as situações propostas que exploraram a representação gráfica, constatou-se que dentre as 64 atividades elencadas, a maior parte das situações buscam estabelecer relação com

outras representações como a algébrica e a tabular. No Quadro 11 pode-se observar a representação gráfica e relações com outras representações do conceito de função identificadas nos livros didáticos da coleção. Assim, (RA, RG, RT), indicam respectivamente as representações algébrica, gráfica e tabular.

Quadro 11: Representação gráfica e a relação com outras representações

	RT→RG	RA→RG	RG→RA	RA→RT→RG
<b>6º ano</b>	0	0	0	0
<b>7º ano</b>	0	0	0	0
<b>8º ano</b>	3	0	0	0
<b>9º ano</b>	2	16	10	15

Função: Dados da pesquisa.

Analisando o Quadro 11 verifica-se que apenas a partir do 8º ano busca-se estabelecer em poucas situações a relação entre a representação tabular e gráfica. Quanto ao 9º ano, identifica-se que é o volume em que a representação gráfica e o estabelecimento de relações com outras formas de representação do conceito de função é mais explorado, estabelecendo-se a relação entre esta forma de representação e a tabular e algébrica. Contudo, os autores de coleções de livros didáticos poderiam propor um número maior de situações que possibilitassem aos estudantes explorar mais esta forma de representação nos anos anteriores, tendo em vista a relevância da representação gráfica para o desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos, bem como para explorar a variedade de relações possíveis entre duas variáveis. (BRASIL, 1998; SANTOS; BARBOSA, 2017).

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao analisar a coleção de livros didáticos foram categorizadas 645 situações envolvendo relação funcional, sendo que em 276 atividades (todas identificadas no 6º, 7º e 8º anos) esta relação foi abordada de forma implícita, pois os autores só abordam o conceito de função explicitamente no 9º ano. Neste ano, foram categorizadas 369 atividades. Entende-se que autores de livros didáticos deveriam identificar, no mínimo no manual do professor, os conceitos envolvidos nas situações, ou seja, que o foco fosse a aprendizagem de conceitos e não de conteúdos isolados.

Considerando que a ênfase deve ser na aprendizagem de conceitos e não no estudo de conteúdos isolados, no que tange a Álgebra é importante explorar de forma articulada as diferentes dimensões (aritmética generalizada, equação, funcional e estrutural). Contudo, na coleção de livros didáticos constatou-se que a dimensão equação é a mais explorada. Esta

escolha não favorece um ensino que articule equações e funções fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Em relação as categorias de análise propostas, constatou-se que padrão/generalização é a mais explorada em todos os anos. No 6º ano, além de padrão/generalização, foram exploradas em poucas situações a representação tabular. No 7º ano, além de padrão/generalização, foram abordadas a representação tabular e algébrica. No 8º ano, juntamente com padrão/generalização, foram exploradas com mais ênfase a representação algébrica e tabular, visto que a representação gráfica foi utilizada em poucas situações com a representação tabular e na maior parte tratada de forma isolada das demais representações do conceito de função. Quanto ao 9º ano, verificou-se que é quando são mais exploradas as diferentes representações do conceito de função a saber: padrão/generalização, representação algébrica, tabular, diagrama, gráfica, além de ser explorada a ideia de máquina e ser apresentada a sua definição. Cabe enfatizar que, é a mesma a categoria padrão/generalização (função como generalização) tendo o maior número de situações categorizadas, a maioria destas situações não exige dos estudantes a generalização na representação algébrica, ou seja, a maioria requer apenas a identificação de um padrão.

Com base no referencial teórico construído para a realização desta pesquisa, é possível afirmar que as atividades que exploram a investigação de padrões são essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico desde que a generalização da representação algébrica seja explorada e esta não precisa ser deixada para o 9º ano, isto é, pode ser abordada desde o 6º ano. Além disso, para a compreensão do conceito de função é fundamental que os estudantes estabeleçam relações entre as diferentes representações de uma mesma função, visto que algumas características importantes deste conceito estão mais evidentes em algumas formas de representação do que em outras. (PONTE, BRANCO, MATOS, 2009).

Outro aspecto a destacar é a quantidade excessiva de atividades relacionadas a áreas e volume de figuras geométricas e grandezas diretamente e inversamente proporcionais que poderiam explorar relações funcionais, mas não foi feito devido ao enfoque dado pelos autores da coleção analisada. Assim, concorda-se com os PCN (BRASIL,1998) de que no desenvolvimento de conteúdos referentes à geometria e medidas, quando bem explorados, possibilitam aos estudantes identificar regularidades, realizar generalizações, aperfeiçoarem a linguagem algébrica e obter fórmulas para o cálculo de áreas.

Tendo em vista o que foi exposto, destaca-se que os autores da coleção de livros didáticos não abordam situações que permitam aos estudantes perceber a articulação entre os campos da Matemática. Contudo, ressalta-se a relevância de autores de livros didáticos,

elaborados para o Ensino Fundamental, buscar no desenvolvimento de conceitos a articulação dos diversos campos da Matemática, a saber: Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade, ou seja, escolham por situações que possibilitem aos estudantes compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática bem como de outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 2017).

Com base na análise do guia do PNLD/2017 e na coleção de livros didáticos, pode-se afirmar que há uma quantidade excessiva de atividades que visam apenas a verificação imediata dos conceitos trabalhados, visto que “em nosso país o ensino de Matemática ainda é marcado [...] pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão” (BRASIL, 1998, p. 19).

Neste sentido, é relevante desenvolver pesquisas que busquem analisar de forma detalhada livros didáticos, visto que em nosso país, este material didático é um dos recursos muito utilizado para o planejamento dos docentes no contexto escolar. Assim, realizar pesquisas que busquem analisar a forma como os conteúdos são abordados e/ou explorados nas coleções de livros didáticos contribui para que o professor tenha um olhar mais crítico e reflexivo quanto ao melhor encaminhamento a ser dado no desenvolvimento de conceitos e/ou conteúdos matemáticos tratados na Educação Básica.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental - Matemática**. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Plano de Desenvolvimento da Educação/Prova Brasil: ensino fundamental – matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília: MEC, SEB, INEP, 2009.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Programa Nacional do Livro Didático (PNLD): Guia de livros didáticos Ensino Fundamental Anos Finais - Matemática**. Brasília, MEC. Virtual Books, 2016. Disponível em: [http://www.fnde.gov.br/phocadownload/programas/Livro\\_Didatico\\_PNLD/Guias/PNLD\\_2017/pnld\\_2017\\_matematica.pdf](http://www.fnde.gov.br/phocadownload/programas/Livro_Didatico_PNLD/Guias/PNLD_2017/pnld_2017_matematica.pdf). Acesso em: 10 jun. 2019.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação e Cultura. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio PCN+**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, MEC, 2002.

COLPO, A. G. **O desenvolvimento do Pensamento Algébrico: Uma análise das dimensões da álgebra em dois livros didáticos de matemática do ensino fundamental.** Trabalho de Graduação. URI-Campus de Santiago/RS, 2010.

DIAS, V. A. **O ensino de funções na educação básica.** Dissertação de Mestrado. UNESP. Ilha Solteira/SP, 2015.

MANDARINO, M. C. F. O livro didático de matemática: da avaliação ao uso em sala de aula. In: **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática** Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador/ BA, 7 a 9 de Julho de 2010.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico.** Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC, 2009.

SANTOS, G. L. D.; BARBOSA, J. C. **Como ensinar o conceito de função.** Virtual Books, 2017. Disponível em:  
<https://extensaotcosta.files.wordpress.com/2018/05/691-1782-1-pb.pdf>. Acesso em maio de 2018.

SANTOS, G. L. D.; BARBOSA, J. C. **Um modelo teórico de Matemática para o Ensino do conceito de função a partir de realizações em livros didáticos.** Educação Matemática Pesquisa. São Paulo, v.19, n.2, pp. 315-338, 2017.

SCHNEIDER, E. M.; TOBALDINI, B. G.; FERRAZ, D. F. O uso de modalidades didáticas no contexto do PIBID e o ensino por investigação. In: **Anais do X ANPED Sul**, Florianópolis, Outubro de 2014.

SILVEIRA, D. T.; CÓRDOVA, F. P. **Métodos de Pesquisa. Unidade 2 – A Pesquisa Científica.** Virtual Books, 2009. Disponível em:  
<http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>. Acesso em maio de 2018.

SOARES, Maria Arlita da Silveira. **Proporcionalidade um conceito formador e unificador da Matemática: uma análise de materiais que expressam fases do currículo da Educação Básica.** Tese (Doutorado em Educação nas Ciências) –Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2016.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis.** IN: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (org.) **As idéias da álgebra.** Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995, pp. 9-22.

VAN DE WALLE, J. A. **Pensamento Algébrico: Generalizações, Padrões e Funções.** Virtual Books, 2009. Disponível em:  
<https://vencermatematico.files.wordpress.com/2016/05/15.pdf>. Acesso em: jun. de 2018.

## Apêndice 1

Quadro 12: Representações do conceito de função exploradas na coleção de livros didáticos

Ano/ Categoria	Padrão/ Generalização	Máquina de Transformação	Definição	Diagrama	Tabela	Expressão alébrica	Gráfico
6º	35	0	0	0	6	4	0
7º	68	0	0	0	4	27	0
8º	54	0	0	0	11	43	24
9º	78	20	7	11	62	107	84
<b>Total</b>	235	20	7	11	83	181	108

Fonte: Dados da pesquisa.

Quadro 13: Situações que não foram categorizadas como padrão/generalização

Ano	Áreas e volume de figuras geométricas	Grandezas diretamente e inversamente proporcionais
6º	36	0
7º	60	52
8º	88	26
9º	163	0
<b>Total</b>	347	78

Fonte: Dados da pesquisa.