#### **UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**

PAULO ROGÉRIO SANTOS SOUSA

CARACTERIZAÇÃO DA FLAMBAGEM LATERAL TORCIONAL E DETERMINAÇÃO DO MOMENTO FLETOR CARACTERÍSTICO PARA VIGA PERFIL "I" BISSIMÉTRICA

# PAULO ROGÉRIO SANTOS SOUSA

# CARACTERIZAÇÃO DA FLAMBAGEM LATERAL TORCIONAL E DETERMINAÇÃO DO MOMENTO FLETOR CARACTERÍSTICO PARA VIGA PERFIL "I" BISSIMÉTRICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Telmo Egmar Camilo Deifeld

# PAULO ROGÉRIO SANTOS SOUSA

# CARACTERIZAÇÃO DA FLAMBAGEM LATERAL TORCIONAL E DETERMINAÇÃO DO MOMENTO FLETOR CARACTERÍSTICO PARA VIGA PERFIL "I" BISSIMÉTRICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 27, junho de 2018.

Prof. Dr. Ederli Marangon
UNIPAMPA

Prof. Dr. Luis Eduardo Kosteski
UNIPAMPA

Dedico este trabalho a Deus, aos meus pais Oneide e Sandro, e aos meus avós: Rosa, Sebastião, Joaquim (*in memoriam*) e Albertina (*in memoriam*).

#### **AGRADECIMENTO**

Primeiramente sou grato à Deus, pois é suporte onipresente. Grato sou também aos meus pais Oneide Silva e Sandro Robson, que abraçaram junto a mim um sonho que há anos era só um projeto e agora realidade, mas que bem sei do esforço que foi a eles para o mesmo se concretizar, este apoio e fé na minha pessoa foi de fundamental importância.

Sou mais que grato à instituição UNIPAMPA, pois aqui me foi dada a estrutura para desenvolver este sonho, o seu corpo docente foi alicerce na construção do conhecimento que aplicarei no exercício da minha profissão, sem esquecer do crescimento pessoal.

Meu reconhecimento e gratidão ao Laboratório de Sistemas Mecânicos da instituição, na pessoa do professor Dr. Gustavo Fuhr Santiago, que prontamente me auxiliou e disponibilizou toda a estrutura do mesmo para concepção da abraçadeira que foi peça fundamental no trabalho realizado.

Em especial, ao meu orientador prof. Dr. Telmo Deifeld, que incansavelmente me orientou e ofereceu seu conhecimento para que desenvolvêssemos tal trabalho, sempre disponível, por tal sou muito agradecido.

Incluo neste, a excelentíssima Bruna Gasparotto, incluindo toda a família da mesma, os Santos Rocha que me adotaram de uma maneira ímpar e fizeram da minha estadia longe de casa um momento menos doloroso, em especial a Simone.

Destaque aos diversos amigos que fiz nesta jornada, os da minha turma: Thalita Vieira, Lucas Prata, Bruno Rodrigues, entre outros. Aos amigos que fiz na República Mandela: Diego Trindade, Felipe Vieira, Túlio Meirelles, José Warney, Felipe Kulzer, Roberta Spigolon e Anna Carolina.

Grato também aos amigos da universidade: Davi Linhares, Francisco Torres, Bruno Bet, Gabriel Macedo, Guilherme Camargo, e especialmente ao saudoso Lucas (Montanha) que foi de uma ajuda imensurável na realização deste trabalho e a todos os outros que não cabe citar nominalmente, mas ajudaram em diversos aspectos e são cientes disso.

"Sucesso é a capacidade de passar de um fracasso para outro sem perder o entusiasmo".

Sir Winston Churchill

#### **RESUMO**

A aplicação crescente de um carregamento sobre barras de aço – ao atingirem determinada intensidade – ocasionando flexão nos elementos, dá início ao processo de flambagem lateral torcional, que é caracterizado por translação da seção perpendicularmente à direção de aplicação dos carregamentos e rotação da seção transversal em relação ao eixo longitudinal, tal fenômeno constitui um estado limite último (ELU) relacionado à instabilidade. A norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 dispõe de uma metodologia de cálculo dos momentos fletores característicos, porém poucos ensaios práticos são encontrados para comparar os resultados obtidos com a norma vigente. Para tal, ensaiou-se uma viga bissimétrica do tipo "I" 76,2 x 8,48 com carregamento pontual no meio do vão com auxílio da máquina de ensaios universais EMIC DL 20000 e apoiada sobre uma viga de reação, aferindo-se deslocamento horizontal da mesa comprimida com auxílio de LVDT's HBM WA 50mm. Observando um momento crítico 208,3% maior que o limite de plastificação para um caso com momento constante em toda a viga (Cb=1) e 160,5% maior para carga pontual no meio do vão (Cb=1,316), porém ambos os momentos dentro do comportamento plástico da seção, que não é permitido por norma ficando limitado ao momento de plastificação de 810 kN\*cm para seção com Cb=1,316 e 624,21 kN\*cm para Cb=1, ficando evidente que há uma região em que a viga mostrou capacidade de suporte, mas que por conta do regime de comportamento não-elástico, limita-se a favor da segurança.

Palavras-Chave: Deslocamento Horizontal, FLT, Momento Fletor Característico, NBR 8800:2008.

#### **ABSTRACT**

A increscent application a charging on steel bars – when they reach determined intensity - causing bend in the elements, the process of lateral torsional buckling starts, which is characterized by translating the section perpendicular to the direction of loading and rotation of the cross section in relation to the longitudinal axis, such a phenomenon constitutes an limit state of collapse related the instability. The brazilian standard ABNT NBR 8800:2008 has a methodology for calculating the characteristic bending moments, but few practical tests are found to compare the results obtained with the current standard. For this, a bissimetric "I" beam was tested with dimensions 76,2 x 8,48 with punctual loading in the middle of the span with the aid of the universal testing machine EMIC DL 2000 and supported on a reaction beam, measuring horizontal displacement on the compressed table with assistance of LVDT's HBM WA 50mm. Observing a critical moment 208,3% greater than the plastification limit for a case with constant momentum across the beam (Cb=1) and 160,5% higher for punctual loading in the middle of the span (Cb=1,316), but both moments within the plastic behavior of the section, which is not allowed by standard being limited to the plastification moment of 810 kN\*cm to section with Cb=1,316 and 624, 21 kN\*cm for Cb=1, it being evident that there is a region in which the beam showed support capability, but that because of the regime of non-elastic behavior, is limited to safety.

Keywords: Characteristic bending moment, Horizontal Displacement, LTB, NBR 8800:2008

# **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1 - Flambagem global de coluna por flexão e deslocamento central na	
estrutura	13
<b>Figura 2</b> – Gráfico ( $N  ext{ x} \delta t$ ) ilustrando o comportamento de colunas perfil H sob carç	gа
crescente e com imperfeições em sua geometria	14
Figura 3 - Diferentes configurações de colunas. Da esquerda para direita: a)	
Idealmente perfeita (Euler); b) Imperfeição geométrica; c) Excentricidade de carga.	15
Figura 4 - Comportamento de colunas com diferentes índices de esbeltez sob ação	
de carga crescente até atingir a tensão última nominal (fc)	17
Figura 5 - Variação da resistência em colunas comprimidas, em função do índice o	de
esbeltez $(l/i)$	
Figura 6 - Curva de flambagem com hipérbole de Euler e subdivisões de acordo	
com a variação da resistência do elemento	18
Figura 7 - Parâmetro de flambagem (K) para elementos isolados na direção x e y,	
	19
Figura 8 - Detalhamento do fenômeno da flambagem lateral com torção	20
Figura 9 - Empenamento da seção de apoio para viga bi apoiada	
Figura 10 - Representação esquemática de um perfil tipo I, e as respectivas siglas	
	22
	23
Figura 12 - Viga bi apoiada sobre efeito de carga distribuída, ou seja, momento	
	23
Figura 13 - Variação do momento nominal de ruptura de vigas por flambagem	
	26
· ·	_0 32
Figura 15 - Representação esquemática do perfil a ensaiar e respectivos eixos, a)	Ŭ-
	33
Figura 16 – Apoio construído para utilização no ensaio mecânico, já instalado e	
	34
Figura 17 – Croqui do apoio isolado sem as vigas, ilustrando a ideia de abraçadeir	a
	35
Figura 18 - Máquina de ensaios universais EMIC DL 20000, com o pistão sobre o	
	35
Figura 19 – Chapa de transição idealizada inicialmente para aplicação de carga er	n
x=1/2L da viga ensaiada	
Figura 20 – Perfil "I", sua seção transversal disposta na mesa de ensaio	
Figura 21 – Disposição dos LVDT's e extensômetros ao longo da viga	
Figura 22 – Ilustração de um LVDT rotacionado devido ao deslocamento excessivo	
da viga no plano de aplicação da carga	
Figura 23 – LVDT fixo na máquina de ensaios universais, com fio de nylon preso a	
mesa superior da viga ensaiada	
Figura 24 – LVDT fixo nos apoios, para medir deslocamentos iniciais da viga	
ensaiada	40
Figura 25 – Viga desenhada no FTool, com carregamento unitário aplicado no mei	
do vão	
Figura 26 – Viga desenhada no FTool, com respectivos momentos unitários para	
cálculo do Cb.	45

Figura 27 – Comportamento da viga à FLT, momento nominal x parâmetros de	
esbeltez	46

# **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 - Valores dos coeficientes de ponderação das resistências γa1	.25
Tabela 2 - Equações para cálculo do momento fletor de cálculo, para o estado lim	nite
FLT (primeira linha)	29
Tabela 3 – Características acerca dos perfis a serem ensaiados	.30
<b>Tabela 4</b> – Síntese das características e propriedades geométricas do perfil "I"	
76,2x8,48	.31
Tabela 5 – Resumo e comparação de magnitude entre as propriedades das vigas	j
que compõem a mesa de ensaio	
Tabela 6 - Características do perfil "I" 6"x18,6	
Tabela 7 - Propriedades do perfil duplo "I" utilizado como viga de reação	
Tabela 8 – Propriedades e características do perfil I 76,2 x 8,48	
Tabela 9 - Características do aço ASTM A36 e distância entre contraventamentos	
3	.44
<b>Tabela 10</b> – Resumo dos momentos fletores característicos (MRk) calculados e	
respectivas cargas.	.49
· • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	

#### LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT Associação Brasileira de Normas Técnicas

FLT Flambagem Lateral Torcional

LNE Linha Neutra Elástica

LNP Linha Neutra Plástica

LTB "Lateral Torsional Buckling"

MEF Método dos Elementos Finitos

NBR Norma Brasileira

S.I. Sistema Internacional de Unidades

# **LISTA DE SÍMBOLOS**

Área Α  $A_c$ Área comprimida Área Bruta  $A_a$  $A_t$ Área tracionada b<sub>f</sub>. b Largura da aba C.C., s.c.. Centro de cisalhamento, "shear center" Centro de gravidade C.G.,c.g.  $C_b$ Fator minorador das cargas, por conta do carregamento não-constante Constante de empenamento  $C_w$ Ε Módulo de Young (Módulo de Elasticidade) Excentricidade da carga e, e<sub>o</sub> Tensão última  $f_{c}$ Tensão crítica  $f_{cr}$ Tensão de escoamento  $f_{V}$ G Módulo de cisalhamento ou deformação transversal Altura do perfil h h' Distância entre centro das mesas  $h_0$ Altura interna Momento de inércia de área Ι Momento de inércia da mesa  $I_f$ Momento de inércia da mesa tracionada  $I_{ft}$ Inércia em relação ao eixo y  $I_{y}$ Constante de torção pura (Saint-Venant) J K Parâmetro de flambagem ℓ. L Comprimento  $\ell_b$ Distância entre pontos de contenção lateral

Comprimento limite entre viga curta e intermediária

Comprimento limite entre viga intermediária e longa

Comprimento de flambagem

Momento que dista 1/4L da contenção

Momento fletor

 $\ell_{bp}$ 

 $\ell_{hr}$ 

 $\ell_{\it fl}$ 

Μ

MΑ

 $M_B$  Momento que dista 1/2L da contenção  $M_C$  Momento que dista 3/4L da contenção

 $M_{cr}$  Momento fletor crítico  $M_{d,res}$  Momento resistente  $M_{m\acute{a}x}$  Momento máximo  $M_n$  Momento nominal

 $M_p$  Momento do início da plastificação total

 $M_r$  Momento resistente nominal entre seção semicompacta e esbelta

*My* Momento do início de plastificação

N Carregamento normal aplicado a estrutura

N<sub>c</sub> Esforço normal sem flexão

N<sub>cr</sub> Carga crítica de EulerN<sub>cr</sub> Carga crítica de Euler

*R<sub>m</sub>* Fator multiplicador aplicado à curvatura reversa

 $t_0$  Espessura da alma  $t_f$  Espessura da aba

W Módulo elástico da seção

*x,y,z* Eixos coordenados do plano cartesiano

*X*<sub>0</sub> Distância do centroide da alma até o centro de cisalhamento

*X<sub>g</sub>* Distância do centroide da alma até o centroide da seção transversal

y<sub>c</sub> Distância da área comprimida até a linha neutra plástica

 $y_{m\acute{a}x}$  Distância entre os centroides do conjunto e o do elemento mais

afastado

y<sub>t</sub> Distância da área tracionada até a linha neutra plástica

Z Módulo plástico da seção

 $\alpha_V$  Relação entre inércias da mesa comprimida e tracionada

 $\gamma_{a1}$  Coeficiente de ponderação das resistências para o aço, para limites de

utilização

 $\delta$  Deslocamento

 $\delta_{o}$  Imperfeições geométricas

 $\delta_t$  Imperfeições totais

 $\lambda$  Indice de esbeltez

 $\lambda_0$  Índice de esbeltez reduzido

μ Translação lateral

 $\pi$  Relação entre perímetro e diâmetro da circunferência

 $\sigma_r$  Tensão residual

 $\varphi$  Torção

i Raio de giração

*i<sub>yc</sub>* Raio de giração da metade comprimida do elemento

# SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
1.1 Objetivos	11
1.1.1 Objetivos gerais	11
1.1.2 Objetivos específicos	
1.1.2 Justificativa	11
2 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DE LITERATURA	13
2.1 Peças Comprimidas	13
2.2 Flambagem por Flexão	13
2.3 Comprimento de Flambagem	18
2.4 Valor Limite do Coeficiente de Esbeltez	19
2.5 Flambagem Lateral	19
2.6 Variação do Momento Fletor, Momento de Início de Plastificação Momento de Plastificação Total M <sub>p</sub>	Му е
2.7 Resistência à Flexão de Vigas Tipo "l" com Dois Eixos de Simetria, Fl no Plano da Alma	
2.7.1 Vigas curtas (comportamento plástico)	26
2.7.2 Vigas longas (flambagem elástica)	26
2.7.3 Vigas intermediárias (flambagem inelástica)	27
2.8 Momento Resistente Nominal de Acordo com a Norma Brasileira 8800:2008	
2.8.1 Momento fletor resistente de cálculo de vigas de alma não-esbelta	28
3 METODOLOGIA	30
3.1 Composição da Mesa de Ensaio	30
3.1.1 Vigas ensaiadas	30
3.1.2 Viga de reação	31
3.1.3 Apoio ideal	32
3.2 Máquina de Ensaios Universais e Aplicação da Carga	35
3.3 Aquisição de Dados	37
3.3.1 Deslocamentos na viga ensaiada	38
3.3 Processo de Carregamento	41
4 APRESENTAÇÃO DA PESQUISA E ANÁLISE DOS RESULTADOS	43
4.1 Momento Resistente Nominal Vide Norma Brasileira NBR 8800:2008	44
4.2 Gráfico Força x Deslocamento Horizontal	47

4.3 Gráfico Momento Fletor x Deslocamento Horizontal	49
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	53
6 RECOMENDAÇÕES E SIGNIFICÂNCIA DA PESQUISA	55
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56

# 1 INTRODUÇÃO

A utilização de estruturas metálicas no Brasil, embora um pouco tímida, tem aumentado e não só no âmbito industrial, mas o comercial e residencial se incluem na tendência.

Conforme Fruchtengarten (2005, p.1) "tal mudança justifica-se pelas vantagens do emprego do aço em relação às estruturas convencionais de concreto". Em grandes empreendimentos se utilizam, os perfis do tipo "I", sejam de peças soldadas ou laminadas.

Uma grande diferença entre empreendimentos concebidos com perfis metálicos em detrimento dos de concreto armado é a esbeltez das estruturas metálicas, que geralmente são delgadas em comparação com vigas ou pilares de concreto. Outra diferença é a característica monolítica que uma estrutura de concreto – moldada *in loco* – apresenta e as metálicas não dispõem, sendo necessário emprego de juntas, conectores, solda, entre outros.

Na esteira deste raciocínio, levando em consideração a flambagem lateral em estruturas metálicas, se faz necessário um certo preciosismo para levantamento do comportamento estrutural do empreendimento, e um grifo relevante em vigas que necessitam vencer grandes vãos.

Fruchtengarten (2005, p.2) destaca ainda que "na literatura técnica, encontram-se resultados para um grande número de casos particulares de flambagem lateral, geralmente baseados em teorias aproximadas (...)", e levando em consideração que a normatização tende a simplificar a análise proposta pela literatura e seus resultados, se torna válido testar experimentalmente vigas metálicas.

A flambagem lateral torcional (FLT) é um fenômeno causado pelo momento fletor atuante, e ocasiona no elemento fletido uma translação lateral e uma torção combinados. A norma brasileira NBR 8800:2008 fornece procedimentos para determinação do momento fletor crítico e da respectiva resistência nominal do referido elemento, em se tratando do dimensionamento para o estado limite último.

No entanto, apesar da NBR 8800:2008 definir os procedimentos de cálculo e a literatura técnica especializada disponibilizar a análise numérica computacional de tais procedimentos, pouco se denota acerca da análise experimental do ensaio de perfis metálicos quanto à FLT e se há conformidade com o que é regido pela norma

técnica, quais suas limitações e se em comparação há um ganho de segurança real, e quão díspar é o horizonte entre teoria e prática.

Este trabalho, tem o intuito de apresentar uma análise comparativa, quando possível, entre o que está regido em norma e o ensaio prático de flambagem em perfis metálicos realizada com elemento do tipo bissimétrico seção em "I", para verificar a ocorrência de instabilidade lateral.

# 1.1 Objetivos

#### 1.1.1 Objetivos gerais

Fazer um apanhado teórico acerca da flambagem lateral torcional de vigas metálicas, definindo e caracterizando o tipo de flambagem que ocorre na viga ensaiada, para finalmente definir seu momento fletor característico, com o procedimento normativo vigente.

#### 1.1.2 Objetivos específicos

- a) Caracterizar qual o comportamento da viga quanto a flambagem lateral torcional;
- b) Calcular os momentos fletores característicos obtidos através da metodologia de cálculo da NBR 8800:2008;
- c) Comparar resultados obtidos em cálculo com os gráficos gerados no ensaio da viga bissimétrica.

#### 1.1.2 Justificativa

As vigas são elementos importantes em qualquer empreendimento, geralmente quando o sistema construtivo é o de estrutura metálica as mesmas tendem a vencer grandes vãos com uma esbeltez considerável, se comparado a viga de concreto.

Dependendo das condições de execução empregadas – como em telhados (longarinas), vigas principais de pontes – e dos carregamentos, um dos efeitos a se suprimir em uma viga metálica é o da flambagem lateral torcional (FLT).

Levando em conta o crescimento na aplicabilidade do sistema construtivo no Brasil, pois segundo Jefferson de Paula¹ (presidente da ArcellorMittal Aços Longos América Central e do Sul): "A construção metálica vem crescendo entre 30% e 50% mais que as obras com concreto nos últimos cinco anos no país", é válido caracterizar experimentalmente tal comportamento em vigas e comparar os resultados dos mesmos com o regido pela norma de dimensionamento de estruturas metálicas, a NBR 8800:2008.

-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Estrutura metálica é aposta na construção. Centro Brasileiro da Construção do Aço (CBCA). Matéria disponível em: <a href="http://www.cbca-acobrasil.org.br/site/noticias-detalhes.php?cod=7072">http://www.cbca-acobrasil.org.br/site/noticias-detalhes.php?cod=7072</a>. Publicada em: 13/072015. Acesso em: 28/06/2017.

### 2 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DE LITERATURA

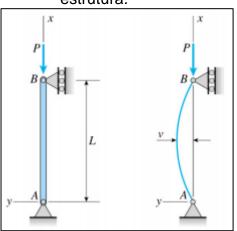
Neste capítulo se introduzirá conceitos pertinentes ao entendimento do fenômeno flambagem lateral em vigas de alma cheia do tipo perfil "l".

#### 2.1 Peças Comprimidas

Dependendo do esforço de compressão aplicado às estruturas elas apresentam determinados comportamentos, em estruturas metálicas não é diferente. Já é sabido que o esforço de tração retifica as peças e o contrário, à compressão, tende a acentuar determinadas curvaturas pré-existentes nas referidas estruturas.

Entretanto, o aparecimento de deslocamentos laterais são características do fenômeno de flambagem por flexão (Figura 1) que em linhas gerais, "(...) reduz a capacidade de carga da peça em relação ao caso da peça tracionada" (PFEIL, PFEIL, 2009, p.119).

**Figura 1** - Flambagem global de coluna por flexão e deslocamento central na estrutura.



Fonte: Disponível em página da web; Universidade Federal Fluminense.<sup>2</sup>

#### 2.2 Flambagem por Flexão

Segundo Pfeil e Pfeil. (2009, p.120) "os primeiros resultados teóricos sobre instabilidade foram obtidos por Leonhardt Euler (1707-1783)", porém há de se denotar a atualização e consequente equacionamento do fenômeno de flambagem

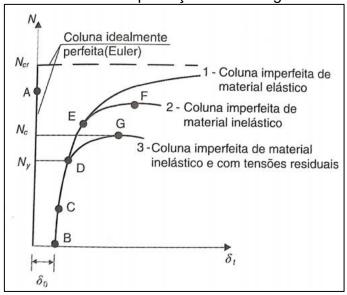
<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Disponível em: <a href="http://www.ppgec.ufrgs.br/segovia/espaguete/arquivos/flambagem.pdf">http://www.ppgec.ufrgs.br/segovia/espaguete/arquivos/flambagem.pdf</a>>. Acesso em: 11/07/2018.

por Gere e Timoshenko, que acaba por ser os procedimentos de cálculo adotados, claro que com suas modificações, pela NBR 8800:2008.

Euler descreve graficamente o comportamento de colunas comprimidas na posição deformada com deslocamentos laterais (Figura 2). Há de se denotar que para a coluna idealmente perfeita, se consideram as seguintes condições:

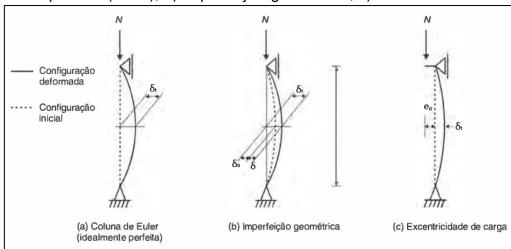
- Coluna sem imperfeições em sua geometria e sem apresentar tensões residuais;
- Material de comportamento elástico-linear (Obedece a Lei de Hooke);
- Carga aplicada com perfeição no centro da seção transversal.

**Figura 2** – Gráfico ( $N \times \delta_t$ ) ilustrando o comportamento de colunas perfil H sob carga crescente e com imperfeições em sua geometria.



Fonte: PFEIL; PFEIL (2009), p.121.

Porém, na prática uma coluna idealmente perfeita é praticamente impossível de se obter e as imperfeições geométricas se farão presentes, seja na fabricação com os desvios de retilinidade, que por fim dificultarão a centralização da carga. Pfeil e Pfeil (2009) ilustram bem as configurações de imperfeições geométricas ( $\delta_o$ ) e excentricidade de carga ( $e_o$ ) (Figura 3). Para casos "reais" já se ilustra que ao aplicar um carregamento, há uma imperfeição  $\delta_o$  inicial (Figura 2).



**Figura 3** - Diferentes configurações de colunas. Da esquerda para direita: a) Idealmente perfeita (Euler); b) Imperfeição geométrica; c) Excentricidade de carga.

Fonte: PFEIL; PFEIL (2009, p.121)

Portanto, compreendendo que colunas de aço possuem imperfeições geométricas e também apresentam tensões residuais, ambas oriundas do processo de fabricação do aço, fica evidente que as mesmas nunca resistiriam até  $N_{cr}$  (carga crítica de Euler), descrita por (GERE; TIMOSHENKO, 1994) na equação (1), sendo módulo de elasticidade do aço utilizado (E) e a inércia da seção transversal (I) do perfil escolhido:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \text{EI}}{\ell^2} \tag{1}$$

Ainda na esteira deste raciocínio, sabe-se também da dificuldade em centralizar perfeitamente os esforços em uma seção, ou seja, além da imperfeição geométrica da peça  $(\delta_o)$ , esta característica no elemento estrutural ainda proporciona o aparecimento de um deslocamento adicional  $(\delta)$  (Figura 3.b), logo para efeitos de cálculo se considera como flecha total  $(\delta_t)$  o descrito na equação (2), que no regime elástico, é expressa por (GERE; TIMOSHENKO, 1994):

$$\delta_t = \delta_o + \delta = \frac{\delta_o}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \tag{2}$$

Em termos de tensões aplicadas no elemento estrutural analisado, para Euler e a sua estrutura ideal, a tensão crítica ( $f_{cr}$ ) no mesmo seria a simples divisão da carga crítica pela área da coluna (A). Ficando da seguinte forma:

$$f_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} \tag{3}$$

Algumas mudanças ainda podem ser consideradas no cálculo da tensão crítica  $(f_{cr})$ , visto que raio de giração da seção conforme, em relação ao eixo de flambagem é definido por:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \tag{4}$$

E o índice de esbeltez ( $\lambda$ ) é calculado da seguinte forma:

$$\lambda = \ell/i \tag{5}$$

A tensão crítica pode ser reescrita como:

$$\sigma = f_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{\ell^2 A} = \frac{\pi^2 E}{(\ell/i)^2}$$
 (6)

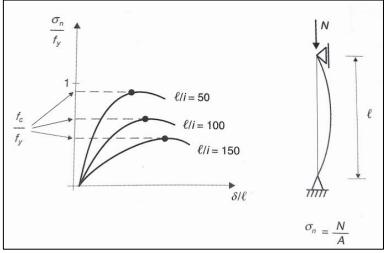
Porém, a análise de cargas também reflete o mesmo comportamento quando em tensões, ou seja, as imperfeições geométricas e outras características não permitem que o aço alcance a tensão crítica de Euler.

A carga última ou carga resistente ( $N_c$ ), por vezes é menor que  $N_{cr}$  (Figura 2). A tensão última nominal é calculada pela equação (7), sendo  $N_c$  esforço normal sem flexão.

$$f_c = N_c/A \tag{7}$$

Entretanto, observa-se que há uma relação entre esbeltez  $(\ell/i)$  do elemento estrutural e a tensão última nominal  $(f_c)$ , quanto mais esbelta a seção, menor sua resistência à flambagem e menor a sua tensão última  $(f_c)$  (Figura 4).

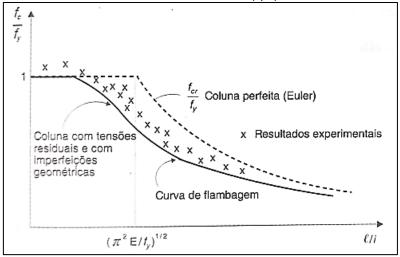
**Figura 4** - Comportamento de colunas com diferentes índices de esbeltez sob ação de carga crescente até atingir a tensão última nominal  $(f_c)$ .



Fonte: PFEIL; PFEIL (2009), p.122.

Graficamente, a variação da resistência em uma coluna comprimida, levando em conta o seu índice de esbeltez tem a seguinte distribuição (Figura 5). No eixo das ordenadas se divide a tensão última ( $f_c$ ) pela tensão de escoamento ( $f_y$ ) do aço, na abcissa há a indicativa dos diferentes índices de esbeltez.

**Figura 5** - Variação da resistência em colunas comprimidas, em função do índice de esbeltez (l/i).



Fonte: PFEIL; PFEIL. (2009), p.123.

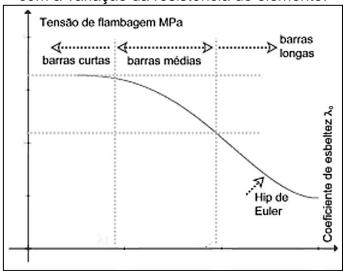
Para a curva de flambagem (linha cheia) há a identificação de três regiões: colunas muito esbeltas (longas), colunas intermediárias e colunas curtas (Figura 6). Porém, há de se explicitar que no eixo das abcissas para permitir a comparação entre perfis de diferentes tipos de aço a NBR 8800:2008 utiliza o índice de esbeltez

reduzido ( $\lambda_0$ ) (Equações 8 e 9). Para aços de uso corrente, o índice de esbeltez reduzido é definido da seguinte forma:

MR 250 
$$\lambda_0 = 0.0113(Kl/i)$$
 (8)

AR 350 
$$\lambda_0 = 0.0133(Kl/i)$$
 (9)

**Figura 6** - Curva de flambagem com hipérbole de Euler e subdivisões de acordo com a variação da resistência do elemento.



Fonte: Adaptado de página na web; MSPC-Informações Técnicas.<sup>3</sup>

#### 2.3 Comprimento de Flambagem

Comprimento de flambagem  $(l_{fl})$  é "a distância entre os pontos de momento nulo da haste comprimida, deformada lateralmente" (PFEIL; PFEIL, 2009, p.124), na indicação de tal distância (Figuras 3 e 4) a mesma é chamada de "l". O equacionamento de tal fator se dá por:

$$l_{fl} = Kl \tag{10}$$

Porém, o caso ilustrado (Figuras 3 e 4) são colunas bi rotuladas e têm como parâmetro de flambagem (*K*) o valor numérico de 1. Ou seja, o comprimento depende das condições de rotulação da haste – engastada, rotulada, livre – que são especificadas pela NBR 8800:2008 (Figura 7).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Disponível em: <a href="http://www.mspc.eng.br/matr/resmat0830.shtml">http://www.mspc.eng.br/matr/resmat0830.shtml</a>. Acesso em: 05/06/2017.

(b) (e) (f) A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem Valores teóricos de  $K_{
m x}$  ou  $K_{
m v}$ 0.5 0.7 1.0 1.0 2.0 2,0 Valores recomendados 0,65 08,0 1.2 1,0 2,1 2,0 444 Rotação e translação impedidas Rotação livre, translação impedida Código para condição de apoio Rotação impedida, translação livre Rotação e translação livres

**Figura 7** - Parâmetro de flambagem (*K*) para elementos isolados na direção x e y, em diferentes condições de apoio.

Fonte: NBR 8800:2008, p.125.

#### 2.4 Valor Limite do Coeficiente de Esbeltez

A norma NBR 8800:2008 faz recomendações acerca da esbeltez limite em estruturas comprimidas:

O índice de esbeltez das barras comprimidas, tomado como a maior relação entre o produto KL e o raio de giração correspondente r, portanto KL/i, onde K é o coeficiente de flambagem (...) e L é o comprimento destravado, não deve ser superior a 200. (ABNT NBR 8800, 2008, p.46)

#### 2.5 Flambagem Lateral

De acordo com Pfeil e Pfeil (2009, p.153) "a resistência à flexão das vigas pode ser afetada pela flambagem local e pela flambagem lateral", no projeto de vigas sujeitas à flexão simples, para verificação da resistência do elemento no estado limite último (ELU), calculam-se os momentos e esforços cortantes de projeto (resistentes) nas seções críticas e então compara-se com os esforços característicos (solicitantes) nas referidas seções, sem esquecer as verificações do estado limite de utilização (ELU).

Entretanto, a flambagem lateral será analisada nesta seção em associação com a rotação torcional, que é denominada de flambagem lateral torcional (FLT) ou

flambagem lateral com torção, que nada mais é segundo Fakury *et al.* (2016b, p.3) "um fenômeno causado pelo momento fletor atuante em relação ao eixo de maior inércia da seção transversal (...), e caracterizado por uma translação lateral (...)  $\mu(z)$ , e uma torção,  $\phi(z)$ , combinados" (Figura 8).

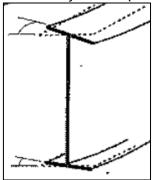
Figura 8 - Detalhamento do fenômeno da flambagem lateral com torção.

Fonte: FAKURY et al.(2016b) apud FAKURY et al. (2016a)

Já Pfeil e Pfeil (2009, p.167) explicita o fenômeno de forma sucinta da seguinte maneira:

O fenômeno da flambagem lateral pode ser entendido a partir da flambagem por flexão de uma coluna. Na viga (Figura 8) a seção composta da mesa superior e de um pequeno trecho da alma funciona como uma coluna entre pontos de apoio lateral, podendo flambar em torno do eixo y. Como a mesa tracionada é estabilizada pelas tensões de tração, ela dificulta o deslocamento lateral μ da mesa comprimida, de modo que o fenômeno se processa com torção φ da viga. Sob efeito de torção as seções sofrem rotações acompanhadas de deformações longitudinais, causando o empenamento (Figura 9). (Adaptado de PFEIL; PFEIL, 2009, p.165)

Figura 9 - Empenamento da seção de apoio para viga bi apoiada.



Fonte: PFEIL; PFEIL. (2009), p.166.

Para vigas o momento fletor que provoca a flambagem lateral, está intrinsecamente ligado à esbeltez da mesa comprimida, pois a alma tem sua flambagem impedida por estar associada à mesa, ou seja, no plano da alma a mesa não irá fletir. Sabendo disto, pode-se separar as vigas sem contenção lateral contínua em três grupos, a depender da distância entre seus apoios laterais:

**Quadro 1** - Características de flambagem lateral para diferentes comprimentos de vigas.

Vigas Curtas	O efeito de flambagem lateral pode ser desprezado. A viga atinge o momento definido por escoamento ou flambagem local.
Vigas Intermediárias	Apresentam ruptura por flambagem lateral inelástica, a qual é muito influenciada por imperfeições geométricas da peça e pelas tensões residuais embutidas durante o processo de fabricação da viga.
Vigas Longas	Atingem o estado limite de flambagem lateral em regime elástico, com o momento fletor crítico (Mcr).

Adaptado de: PFEIL; PFEIL (2009), p.166,167.

Sabendo como a FLT se apresenta num dado elemento estrutural, nos resta equacionar para que se calcule o momento fletor crítico  $(M_{cr})$ , neste tocante Timoshenko e Gere (1961 apud PFEIL; PFEIL, 2009) explana a metodologia do ensaio realizado e suas condições de contorno para a possível mensuração do já citado  $M_{cr}$ :

Trata-se de viga uma viga I duplamente simétrica, bi apoiada com contenção lateral e torcional nos extremos ( $\mu$ = $\phi$ =0) e sujeita a um momento fletor constante no plano da alma (em torno do eixo x). Nos apoios, a viga não tem restrição a empenamento da seção transversal. Neste caso, a solução exata (Timoshenko e Gere, 1961) da equação diferencial de equilíbrio na posição deformada fornece o valor do momento fletor crítico:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{l} \sqrt{EI_yGJ + \frac{\pi^2}{L^2}EI_yEC_w}.$$
 (11)

Sendo:

L – comprimento da viga

ly – momento de inércia da seção em torno do eixo y

J – constante de torção pura (Saint-Venant)

Cw – constante de empenamento

G – módulo de deformação transversal ou módulo de cisalhamento (PFEIL; PFEIL, 2009, p.167)

Ainda a respeito da equação (11) pode-se identificar a rigidez à flexão lateral  $(EI_y)$ , a flexão à torção  $(GJ \in EC_w)$  da viga. Logo, nota-se que a FLT não é trivial no dimensionamento de vigas I que tem flexão em torno do eixo de menor inércia, pois estas apresentam grande rigidez para a torção e para a flexão lateral.

É válido salientar que o método acima descrito tem uma formulação rigorosa para a flambagem lateral, sendo este na mesma linha do trabalho do Pfeil (1986). Quanto as variáveis apresentadas no equacionamento do  $M_{cr}$ , J e  $C_w$  podem ser calculados da seguinte maneira para perfis de abas paralelas e com dois eixos de simetria (Figura 10):

$$J = \frac{1}{3}(2b_f t_f^3 + h_0 t_0^3)$$
 (12)

$$C_w = (h - t_f)^2 \frac{I_y}{4}$$
 (13)

Sendo:

 $b_f$  – largura da aba;

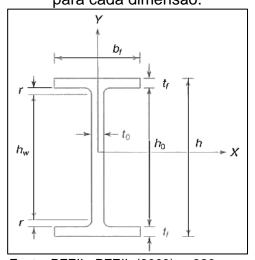
 $t_f$  – espessura da aba;

h – altura do perfil;

 $h_0$  – altura interna;

 $t_0$  – espessura da alma.

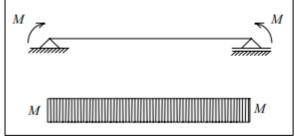
**Figura 10** - Representação esquemática de um perfil tipo I, e as respectivas siglas para cada dimensão.



Fonte: PFEIL; PFEIL (2009), p.329.

Para vigas com momento fletor não-uniforme há ainda o acréscimo de um fator multiplicador  $C_b$ , que tende a reduzir os efeitos de um carregamento aplicado ao longo de todo o comprimento da viga, a direita da equação (11), pois cargas variáveis são favoráveis à resistência quanto à FLT em vigas, também leva-se em consideração que a dedução da equação (11) tem por condição inicial um momento constante em toda a viga e "a situação mais desfavorável é aquela em que o momento fletor é constante ao longo da viga" (SILVA, 1996, p.4) (Figura 11).

Figura 11 - Situação de momento fletor mais desfavorável.

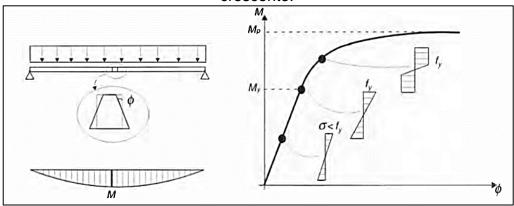


Fonte: SILVA (1996), p.5.

# 2.6 Variação do Momento Fletor, Momento de Início de Plastificação $M_y$ e Momento de Plastificação Total $M_p$

Antes de elucidar-se o procedimento de dimensionamento à FLT em vigor na norma atual NBR 8800:2008, necessita-se explicar como as tensões atuam no plano de corte da seção analisada, pois assim como na coluna ideal de Euler havia uma redução da resistência do elemento analisado à medida que se aumentava a esbeltez, nas vigas comprimidas sujeitas à FLT há um comportamento que também influencia na resistência do perfil ensaiado.

**Figura 12** - Viga bi apoiada sobre efeito de carga distribuída, ou seja, momento crescente.



Fonte: PFEIL; PFEIL (2009), p.156.

Se aplicado um carregamento distribuído crescente em toda a viga, o material sairá do regime elástico e começará a plastificação (Figura 12), que será acentuada na seção central da viga, fazendo com que a mesma atue como uma rótula plástica.

Portanto, o incremento gradual de tensões é o ideal para se compreender os referidos  $M_y$  e  $M_p$ , há a distinção de três fases no gráfico (Figura 12), no qual a primeira parte é linear e pode haver a ocorrência de FLT desde que a esbeltez da mesma seja suficiente para que flambe com um carregamento menor que a tensão

de escoamento, como ocorre em vigas longas, a partir do ponto em que o momento na seção alcança  $(M_y)$ , se dá início a plastificação da seção, porém este não representa a capacidade resistente da viga, pois ainda é possível o incremento de carga, mas há a mudança para um comportamento não-linear já que as "fibras" mais internas tendem a gradativamente ir se plastificando.

Todavia, esta plastificação gradativa da seção tende a alcançar um estado em que toda a seção será plastificada, momento de plastificação total da seção  $(M_p)$ , este tendendo a desenvolver grandes rotações na viga, e aqui é formada a rótula plástica no meio do vão.

Em linhas gerais, tanto para as tensões do início de plastificação e para as tensões de plastificação total, podemos ao analisar a distribuições das tensões nas respectivas seções transversais (Figura 12) e fazendo o equilíbrio das mesmas, considerando o  $\sum M = 0$ . Obtêm-se:

Para 
$$M_v$$
:  $W = I/y_{max}$  (14)

Para 
$$M_n$$
:  $Z = A_t y_t + A_c y_c$  (15)

Sendo W o módulo elástico da seção,  $y_{m\acute{a}x}$  a distância entre o centroide do conjunto e o do elemento mais afastado, Z o módulo plástico da seção,  $y_t$  e  $y_c$  as distâncias das áreas  $A_t$  (área tracionada) e  $A_c$  (área comprimida) até a linha neutra plástica (LNP) — que em seções simétricas coincide com a linha neutra elástica (LNE). A relação entre estes momentos (Equação 19) denomina-se de coeficiente de forma da seção.

$$\frac{M_p}{M_V} = \frac{W}{Z} \tag{16}$$

# 2.7 Resistência à Flexão de Vigas Tipo "I" com Dois Eixos de Simetria, Fletidas no Plano da Alma

Nesta seção será tratado o dimensionamento de acordo com a norma para o referido perfil, é válido ressaltar que a resistência à flexão para perfis simétricos flambando no plano da alma se dá pela equação (20), ou seja, redução do momento nominal ( $M_n$ ) por um coeficiente de ponderação das resistências (Tabela 1).

	Aço estru	ıtural <sup>a</sup>		
	γα	γa		Aço das
Combinações	Escoamento, flambagem e instabilidade γ <sub>al</sub>	Ruptura γ <sub>a2</sub>	Concreto γ <sub>c</sub>	armaduras γ <sub>s</sub>
Normais	1,10	1,35	1,40	1,15
Especiais ou de construção	1,10	1,35	1,20	1,15
Excepcionais	1,00	1,15	1,20	1,00

a Inclui o aço de fôrma incorporada, usado nas lajes mistas de aço e concreto, de pinos e parafusos.

Tabela 1 - Valores dos coeficientes de ponderação das resistências ya1.

Fonte: ABNT NBR 8800 (2008), p.23.

$$M_{d res} = \frac{M_n}{\gamma_{a1}} \tag{17}$$

Há uma relação de dependência entre o momento nominal resistente e o comprimento entre dois pontos de contenção lateral  $(l_b)$ , observando a curva da variação do momento nominal  $(M_n)$  em vigas com flambagem lateral (Figura 13), pode-se subdividi-la segundo Galambos (1998 *apud* ABREU; FAKURY; SILVA, 2010):

No estudo da flambagem lateral há três intervalos observados de comportamento: (a) flambagem elástica, comum em vigas com grandes comprimentos destravados; (b) flambagem inelástica, quando a instabilidade ocorre depois que alguma parte da seção transversal tenha se plastificado, situação que se manifesta para comprimentos destravados intermediários; (c) comportamento plástico, quando o comprimento destravado é suficientemente pequeno para que a plastificação total da seção transversal ocorra antes de qualquer tipo de instabilidade.

Viga intermediária Viga Viga curta longa ₿scoamento Flambagem Flambagem elástica inelástica  $M_p$ Resistência básica × C<sub>b</sub> C<sub>b</sub> M<sub>c</sub> Resistência básica м ШШШ (caso fundamental,  $C_b = 1.0$ )

**Figura 13** - Variação do momento nominal de ruptura de vigas por flambagem lateral. No trecho inelástico a curva é substituída por uma reta.

Fonte: PFEIL; PFEIL (2009), p.169.

Onde " $I_f$ " é o momento de inércia da mesa em relação ao eixo "y" e " $I_y$ " como dito anteriormente vai desprezar a parcela de contribuição da alma do perfil "I", pois esta é insignificante frente ao montante que resultará do momento de inércia das mesas.

#### 2.7.1 Vigas curtas (comportamento plástico)

Momento nominal é obtido por:

$$M_n = M_p = Zf_{\mathcal{V}} \tag{18}$$

A condição para considerar uma viga como curta é:

$$l_b \le l_{bp} = 1,76i_y \sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{19}$$

Sendo,  $i_{\nu}$  o raio de giração em torno do eixo de menor inércia.

Valores para aços usuais de  $l_{bp}$ : MR 250: 50  $i_y$ ; AR350: 42  $i_y$ .

#### 2.7.2 Vigas longas (flambagem elástica)

A condição para uma viga ser considerada longa:

$$l_b > l_{br} = \frac{\sqrt{I_y J}}{J\beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27C_w \beta_1^2}{I_y}}}$$
 (20)

Em que:

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r)W}{EI} \tag{21}$$

Momento nominal é obtido por:

$$M_n = M_{cr} = C_b \frac{\pi^2 E I_y}{l_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} (1 + 0.039 \frac{J l_b^2}{C_w})}$$
 (22)

Obtendo-se  $C_b$  pela seguinte expressão:

$$C_b = \frac{12,5M_{m\acute{a}x}}{2,5M_{m\acute{a}x} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \le 3,0 \tag{23}$$

 $M_{m\acute{a}x}$  é expresso em termos de valores absolutos, para o momento fletor máximo no trecho analisado da viga.  $M_A$ ,  $M_B$  e  $M_C$  são momentos fletores (valores absolutos) na viga analisada, porém eles se encontram nas seções que distam lb/4, lb/2 e 3/4lb de um dos pontos de contenção lateral (apoios), respectivamente.

"Em geral, o valor de  $C_b$  é conservadoramente adotado como igual a 1, exceto em alguns casos de vigas sem pontos de contenção lateral entre apoios e carregadas transversalmente e com carregamento transversal na mesa comprimida" (PFEIL; PFEIL, 2009, p.169).

Para vigas em balanço com extremidade livre, ou seja, sem contenção lateral  $C_b$ =1.

#### 2.7.3 Vigas intermediárias (flambagem inelástica)

A condição para uma viga ser considerada intermediária:

$$l_{hn} < l_h < l_{hr} \tag{24}$$

E o momento nominal é obtido por interpolação:

$$M_n = C_b \left[ M_p - (M_p - M_r) \frac{l_b - l_{bp}}{l_{br} - l_{bp}} \right] < M_p$$
 (25)

 $\mathsf{E}\,M_r$  obtido por:

$$M_r = W_x(f_y - \sigma_r) \tag{26}$$

Sendo que  $\sigma_r$  é a tensão residual, calculada por:

$$\sigma_r = 0.3 f_{\gamma} \tag{27}$$

Significa que esta é na ordem de 30% da tensão de escoamento do aço utilizado.

# 2.8 Momento Resistente Nominal de Acordo com a Norma Brasileira NBR 8800:2008

As condições de contorno para cálculo do momento nominal pela normativa brasileira já foram introduzidos previamente, porém cabe adicionar-se que não se leva em consideração a distorção da alma, pois a mesma não é significativa em vigas de alma cheia.

Paralelamente a isto, vale frisar que tal procedimento da ABNT NBR 8800:2008 leva aos mesmos resultados do procedimento da norma ANSI/AISC 360-05, que é americana. Segundo Bezerra (2010, p.23) a norma brasileira trabalha com índice de confiabilidade em torno de 2,6 e despreza as imperfeições geométricas iniciais.

Entretanto, cabe-se observar que a norma ainda estabelece uma outra classificação, as vigas de alma não-esbelta, na qual se encontra o perfil ensaiado.

#### 2.8.1 Momento fletor resistente de cálculo de vigas de alma não-esbelta

Segundo a ABNT NBR 8800:2008 no anexo G, seção G.1 que discorre sobre as generalidades de vigas de alma não-esbelta, fica definido como tal vigas de seção U,H e I, cujas almas quando perpendiculares ao eixo de flexão, têm parâmetro de esbeltez  $\lambda$  inferior ou igual a  $\lambda_r$  (parâmetro de esbeltez limite para seções semicompactas), sendo estes parâmetros definidos na Tabela G.1 (Tabela 2) da referida norma.

Para o estado-limite de FLT, o momento fletor resistente de cálculo  $(M_{Rd})$  pode ser dado por:

a) 
$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{v_{a1}}$$
,  $para \lambda \le \lambda_p$  (28)

b) 
$$M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}} \left[ M_{pl} - \left( M_{pl} - M_r \right) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \le \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}, para \lambda_p < \lambda \le \lambda_r$$
 (29)

c) 
$$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \le \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}, para \lambda > \lambda_r$$
 (30)

Sendo:

 $\lambda_p$  – parâmetro de esbeltez limite para seções semicompactas;

 $M_{pl}$  – momento de plastificação;

 $M_{cr}$  – momento fletor crítico;

Fica sintetizado o processo de definição do momento fletor de cálculo por:

**Tabela 2** – Equações para cálculo do momento fletor de cálculo, para o estado limite FLT (primeira linha).

Tipo de seção e eixo de flexão	Estados- limites aplicáveis	$M_{\rm r}$	$M_{\rm cr}$	λ	$\lambda_{\rm p}$	$\lambda_r$
Seções I e H com dois	FLT	$(f_{\rm y} - \sigma_{\rm r})W$ Ver Nota 5	Ver Nota 1	$\frac{L_{\rm b}}{r_{ m y}}$	$1,76\sqrt{\frac{E}{f_{y}}}$	Ver Nota 1
eixos de simetria e seções U não sujeitas a momento de torção, fletidas em relação ao eixo de maior momento	FLM	$(f_{ m y} - \sigma_{ m r})W$ Ver Nota 5	Ver Nota 6	b/t Ver Nota 8	$0,38\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Ver Nota 6
de inércia	FLA	$f_{y}W$	Viga de alma esbelta (Anexo H)	$\frac{h}{t_w}$	$3,76\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$

Fonte: ABNT (2008), p.134. Adaptada pelo autor.

Portanto, como pode se notar, a tabela especifica o cálculo do parâmetro de esbeltez (Eq. 32) e do momento crítico (Eq.31) na Nota 1, sendo esses:

$$M_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E I_y}{L_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left(1 + 0.039 \frac{J L_b^2}{C_w}\right)}$$
(31)

$$\lambda_r = \frac{1{,}38\sqrt{I_y J}}{r_y J \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27C_w \beta_1^2}{I_y}}}$$
 (32)

#### 3 METODOLOGIA

## 3.1 Composição da Mesa de Ensaio

## 3.1.1 Vigas ensaiadas

Para análise experimental do comportamento estrutural quanto à FLT, se definiu duas seções geométricas principais, conforme descrito e apresentado no referencial teórico, se analisará por meio de ensaio laboratorial de perfis do tipo "I", que serão pormenorizados nesta seção.

Trata-se do último elemento estrutural para completar a composição da mesa de ensaio, composta por: viga de reação, elementos de contenção, e viga ensaiada (Figura 16.b). Compreendendo que a viga de reação possui um comprimento entre contenções de 2,60 m e comercialmente os elementos ensaiados são encontrados em barras de 6 m de comprimento, pode-se contabilizar duas vigas de ensaio por barra adquirida.

Pensando em um número mínimo que permita uma amostragem aceitável do comportamento estrutural, e conhecendo algumas características acerca dos perfis a ensaiar e sintetizando todas essas informações (Tabela 3), é possível mensurar que se faz necessária a aquisição de 2 barras de perfil "I".

**Tabela 3** – Características acerca dos perfis a serem ensaiados

		1	0, 10	
Comp. Barra	Comp. Viga Ensaiada	Nº de	Aplicação da	Nº Ensaios/Aplicação de
(m)	(m)	Amostras/Barra	Carga	Carga
6	3	2	1/2L	4

Fonte: Elaborada pelo autor.

Logo, o ensaio será realizado com 4 vigas tipo I 76,2 X 8,48 (Figura 16.b) com comprimento de 3 metros e a estas nomeou-se em ordem alfabética: viga A, B, C e D, com aplicação do carregamento pontual no meio do vão, ou seja, a 1,5 metros de uma das extremidades.

Portanto, faz-se necessário o conhecimento de algumas propriedades das vigas a ensaiar (Tabela 4), que são disponibilizadas nos catálogos dos revendedores, trazendo como valores aproximados os dispostos a seguir, dependendo de qual marca será adquirida.

**Tabela 4** – Síntese das características e propriedades geométricas do perfil "I" 76,2x8,48.

Dime	ensão		ba	Alma	Ánna	Peso	Eixo X-X			Eixo Y-Y		
Dillie	elizao	Largura	Espessura	Espessura	Area	reso	J	W	r	J	W	r
pol.	mm	mm	mm	mm	mm <sup>2</sup>	kg/m	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm
3″	76,20	59,18	6,60	4,32	1080	8,48	105,10	27,60	3,12	18,90	6,40	1,33

Fonte: GERDAU (2017), p.33.

Uma importante consideração acerca do ensaio é a influência da ausência de uma viga de reação de grande inércia que venha a garantir as deformações mínimas a ponto de serem insignificantes ao ensaio, pois as deformações não podem ser de uma magnitude relevante para a viga ensaiada, para solucionar tal problemática, os laboratórios dispõem de vigas de reação de grande inércia (Figura 16.d).

No ensaio aqui descrito, escolheu-se perfis de seções geométricas reduzidas em comparação à viga de reação para que houvesse uma diferença acentuada (Tabela 5) entre as mesmas, sendo o perfil duplo "I" utilizado como viga de reação, o suficiente para que não haja influência nos resultados esperados.

Para o perfil "I" há uma aproximação nas inércias, área e peso nominal, entretanto, também há uma folga entre eles que não acarretará uma influência significativa sobre os perfis ensaiados.

**Tabela 5** – Resumo e comparação de magnitude entre as propriedades das vigas que compõem a mesa de ensaio.

	VIGA REAÇÃO [Duplo I]	PERFIL "I" de ENSAIO [76,2x8,48]	Relação (V.R./"I")
Peso Nominal (kg/m)	37	8	4.6
Área (cm²)	47	11	4.3
Ix (cm <sup>4</sup> )	1838	105	17.5
ly (cm <sup>4</sup> )	997	19	52.5

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

## 3.1.2 Viga de reação

É composta por um perfil duplo "I" soldado de 6"x18,6 (Figura 14), que servirá como viga de reação, ou seja, é uma base que oferece rigidez suficiente para que o sistema resista aos carregamentos aplicados na viga ensaiada, sem deformar para

não influenciar nos resultados do ensaio e tem suas propriedades pormenorizadas na Tabela 6.

Figura 14 - Perfil duplo "I" soldado.



Fonte: PFEIL; PFEIL, p.154.

Tabela 6 - Características do perfil "I" 6"x18.6.

Bitola	Peso	Al	_MA	M	ESA			EIXO X		ļ	EIXO Y	1	
	Nominal	d	tw	bf	tf	area	0	W	F	I	W	r	rt
pol	kg/m	mm	mm	mm	mm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm
6"	18,60	152,40	5,89	84,63	9,12	23,60	919,00	120,60	6,24	75,70	17,90	1,79	2,08

Fonte: Catálogo PERFIL I E U GERDAU. p.2.4

Em síntese, as características da viga de reação (perfil duplo) foram reunidas para melhor entendimento e clareza na Tabela 7, que segue:

**Tabela 7** - Propriedades do perfil duplo "I" utilizado como viga de reação.

Bitola	Bitola	<b>Peso Nominal</b>	Área	Inércia (ly)	Inércia (Ix)
pol	cm	kg/m	cm²	cm <sup>4</sup>	cm <sup>4</sup>
6"	15 24	37.2	47.2	996 54	1838 00

Fonte: Elaborada pelo autor.

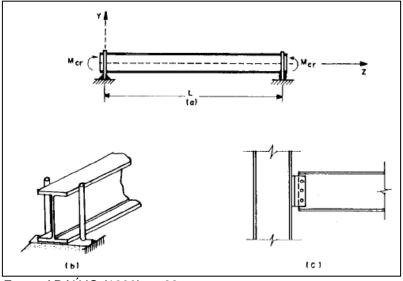
## 3.1.3 Apoio ideal

Para o cálculo de FLT, é considerado um comprimento " $l_b$ ", que é a distância entre os pontos de contenção para os perfis ensaiados, ou seja, é necessário travar os mesmos lateralmente para que sua torção e flambagem lateral no apoio sejam iguais a zero, pois é uma das condições da equação (11).

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Disponível em: <a href="https://www.gerdau.com/br/pt/productsservices/products/Document%20Gallery/barras-e-perfis-lamina-perfil-i-e-u.pdf">https://www.gerdau.com/br/pt/productsservices/products/Document%20Gallery/barras-e-perfis-lamina-perfil-i-e-u.pdf</a>. Acesso em:10/06/2017.

Segundo Araújo (1993, p.22) "as suas extremidades são livres para girar em torno de dois eixos principais "x" e "y", mas a rotação da seção transversal em torno do eixo "z" é impedida" (Figura 15):

**Figura 15** - Representação esquemática do perfil a ensaiar e respectivos eixos, a) Viga "I"; b) Apoio Ideal; c) Apoio Real.



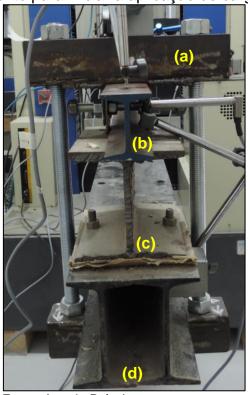
Fonte: ARAÚJO (1993), p. 22.

Como a mecânica de ensaio foi definida para que houvesse uma colaboração da inércia da viga duplo "I" evitando que o sistema pudesse se deslocar durante o ensaio, necessitava-se de um apoio que envolvesse todas as vigas. Elaborando-se no Laboratório de Sistemas Mecânicos da Engenharia Mecânica, um sistema de abraçadeira roscável, envolvendo todo o sistema (Figura 16.a).

Este totalmente operacional, proporciona o travamento lateral da viga ensaiada, por meio da chapa metálica de travamento lateral (Figura 17), garantindo que se atendam as condições de contorno da Figura 15b, descritas por Araújo (1993, p.22).

O apoio da viga de ensaio não foi do tipo rolete, visto que a viga-base para o ensaio já tinha apoios do tipo perfil "I" (Figura 16.c), mantendo as condições de contorno propostas.

**Figura 16** – Apoio construído para utilização no ensaio mecânico, já instalado e pronto para iniciar a aplicação de carga.



Fonte: Autoria Própria.

A concepção do mesmo trata-se de duas cantoneiras 2.1/2 x 3/16 soldadas para que assim formassem uma geometria retangular vazada, estas foram alocadas no topo e na base do sistema formando uma espécie de abraçadeira que tinha seu torque ajustado por meio de barras roscada de 1" (8 fios) e porcas de mesmo diâmetro, conforme esquema da Figura 17.

Tubo Retangular
Composto de 2 Cantoneiras
2.1/2 x 3/16

Barra Roscada 1" 8 fios

Parafuso fixos na alma da viga ensaiada

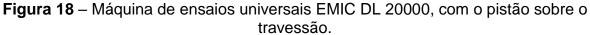
Chapa Metálica de Contenção Lateral

**Figura 17** – Croqui do apoio isolado sem as vigas, ilustrando a ideia de abraçadeira utilizada na mesa de ensaio.

Fonte: Autoria Própria.

## 3.2 Máquina de Ensaios Universais e Aplicação da Carga

O equipamento eletromecânico a ser utilizado na aplicação de carga nas vigas é a máquina de ensaios universais EMIC DL 20000, que possui capacidade máxima de 200 kN e é mostrado na Figura 18.



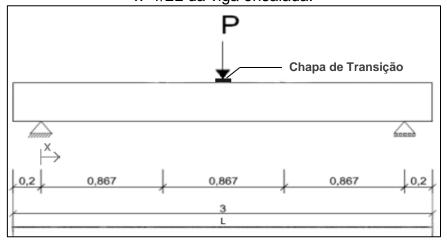


Fonte: Autoria Própria.

As vigas são posicionadas diretamente abaixo do pistão que carrega a viga, porém como a mesma apresentará uma translação lateral µ(z), deve-se impedir que o plano superior de aplicação da carga deforme excessivamente a ponto de fugir da área da célula de carga que está acima da aba/mesa da viga ensaiada, portanto inicialmente definiu-se a utilização de uma chapa de transição (Figura 19).

Entretanto, experimentalmente notou-se que a translação da mesa superior da viga manteria o pistão sempre em contato com a mesma, excluindo-se a necessidade de uma chapa de transição.

**Figura 19** – Chapa de transição idealizada inicialmente para aplicação de carga em x=1/2L da viga ensaiada.



Fonte: DELATORRE (2014), p. 44. Modificada pelo autor.

Se mudada a vista, para a seção transversal da viga ensaiada, o carregamento se daria na direção do eixo "y", aplicado na mesa superior da mesma (Figura 20).

VIGA ENSAIADA

APOIO A/B

Figura 20 – Perfil "I", sua seção transversal disposta na mesa de ensaio.

Fonte: LA POUTRÉ (2000). p.33. Modificada pelo autor.

## 3.3 Aquisição de Dados

Tendo por base que o esforço de flexão tende a fletir as vigas em torno do eixo "x" e do eixo "y", sendo que em "y" há a translação lateral que teoricamente tem de acontecer no meio do vão sem contenção lateral, mas que por pequenos deslocamentos na aplicação da carga e ajuste da viga, pode vir a ocorrer esta translação em uma faixa que abranja o meio da viga, não mais necessariamente no meio, lembrando que esta translação pode se dar para qualquer um dos lados da seção transversal.

Fica claro desta maneira que a viga tem um processo experimental que precisa ser milimetricamente ajustado para que não haja interferência nos resultados e consequente desperdício do material a ser ensaiado.

O registro dos LVDT's (Linear Variable Differential Transformer ou Transformador Diferencial Variável Linear) é processado no sistema de aquisição de dados SPIDER® 8 da HBM, utilizando o software CATMAN®, que recebe os dados dos LVDT's medindo os deslocamentos que ocorrerão nos apoios, e estes devem ser descontados posteriormente na análise dos resultados, assim como deve-se aferir a carga aplicada no elemento ensaiado.

Ou seja, se monitorará carregamentos aplicados, deslocamentos nos apoios e deslocamentos ao longo da viga.

## 3.3.1 Deslocamentos na viga ensaiada

Conforme se inicia aplicação da carga a estrutura se arranja no sistema de apoios da viga de reação, para tal, há a necessidade de incluir dois LVDT's (Linear Variable Differential Transformer ou Transformador Diferencial Variável Linear) em cada apoio conectados ao HBM SPIDER® 8 e interligados ao software CATMAN®, sendo HBM a marca dos equipamentos utilizados, um paralelo ao plano da alma e outro transversal ao mesmo, conforme Figura 21.

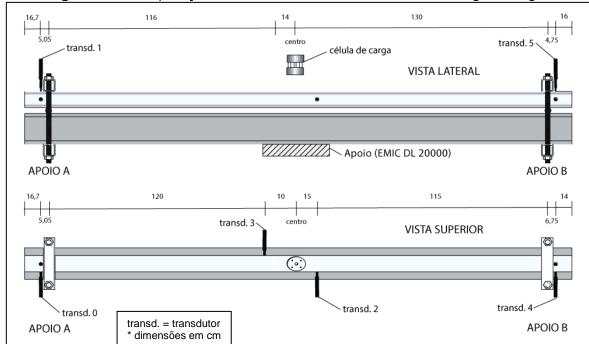


Figura 21 – Disposição dos LVDT's e extensômetros ao longo da viga.

Fonte: Autoria Própria.

Não há uma regra que por si só venha a reger a distribuição do número de LVDT's, porém a importância da representatividade fiel do comportamento da estrutura exige LVDT's em pontos cruciais:

- Pontos mais próximos possíveis do meio do vão (máxima translação e ponto de aplicação do carregamento);
- Nos apoios, para garantir a estabilidade do sistema e eliminar os deslocamentos iniciais de arranjo da viga ensaiada, eliminando a influência de tal no comportamento fiel da mesma.

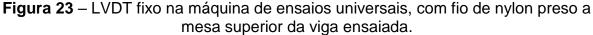
A curvatura à flambagem por ocorrer fora do plano inicial da viga requer cuidados quanto ao posicionamento dos LVDT's, pois no caso do deslocamento no plano de aplicação de carga, a mesa superior pode tocar o núcleo móvel e rotacionar o mesmo, influenciando nos resultados (Figura 22).

**Figura 22** – Ilustração de um LVDT rotacionado devido ao deslocamento excessivo da viga no plano de aplicação da carga.



Fonte: Autoria Própria.

Para evitar que o deslocamento excessivo modificasse os resultados finais, optou-se por fixar os LVDT's na estrutura da máquina de ensaios universais, e com auxílio de um fio de nylon, fixo na mesa superior da viga e no núcleo móvel do LVDT, se evitou que o deslocamento vertical pudesse levar a mesa a movimentar o LVDT instalado em contato direto com a viga, inclinando-o (Figura 23).





Fonte: Autoria Própria.

Os deslocamentos medidos nos apoios permitirão descartar a influência de um possível deslocamento inicial da viga nos apoios (Figura 24), visto que inicialmente a viga deveria se deslocar na direção de aplicação da carga pelo núcleo móvel, ou seja, verticalmente.

**Figura 24** – LVDT fixo nos apoios, para medir deslocamentos iniciais da viga ensaiada.



Fonte: Autoria Própria.

Entretanto, ajustes iniciais podem ocorrer em outras direções nos apoios, para os quais os LVDT's 0, 1, 4 e 5 foram instalados determinando tais deslocamentos, os mesmos foram descontados dos resultados finais da translação da viga na região central.

Finalmente, pode-se sintetizar as características dos extensômetros elétricos utilizados no ensaio mecânico descrito, conforme Quadro 2.

Quadro 2 - Características dos transdutores utilizados na realização do ensaio.

Região	Nº LVDT	Fabricante	Tipo
Anoin A	0	HBM	WA 10 mm
Apoio A	1	HBM	WA 10 mm
Central	2	HBM	WA 50 mm
Centrui	3	HBM	WA 50 mm
Apoio B	4	HBM	WA 20 mm
Αμυίυ Β	5	HBM	WA 20 mm

Fonte: Autoria Própria.

# 3.3 Processo de Carregamento

Como um perfil metálico não alcança a ruptura física, rompendo-se em duas partes, há de se carregar a mesma até a sua carga crítica obtida através do momento nominal para a seção ensaiada, que foi especificado no referencial teórico (Equação 11) e posterior definição da flambagem no elemento em: elástica, inelástica ou plástica.

Calculou-se o momento nominal para o perfil "I", e com ajuda do FTool, foi determinado o carregamento previsto para que a viga ensaiada viesse a flambar, sendo "P" o carregamento que o pistão da prensa eletromecânica aplicará no perfil e será transmitindo a viga em um ponto central.

Portanto, todos os ensaios foram contínuos na aplicação de carga e para tal definiu-se na máquina de ensaios universais uma velocidade de 1mm/min, no qual notou-se uma tendência no ensaio da viga A, o momento tendendo a estagnar em certo ponto e o deslocamento horizontal continuar aumentando, gerando uma reta praticamente paralela ao eixo "x" do gráfico.

Posteriormente, tal comportamento foi identificado para o gráfico força x deslocamento horizontal, definindo-se como critério de parada do ensaio uma força

por volta de 22 kN que conforme observado era onde a força começava a variar em ritmo lento se comparado a variação no regime elástico e inelástico da viga.

# 4 APRESENTAÇÃO DA PESQUISA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Inicialmente, se calculou parâmetros da viga ensaiada, para que se definisse em qual patamar de escoamento ocorreria a flambagem lateral torcional. Para tal utilizou-se informações previamente fornecidas pelo catálogo da fabricante do perfil I 76,2 x 8,48, elencados resumidamente na Tabela 8.

**Tabela 8** – Propriedades e características do perfil I 76,2 x 8,48

Perfil I 76,2 x 8,48					
Ag	10,80 cm <sup>2</sup>				
$A_{alma}$	1,36 cm <sup>2</sup>				
A <sub>mesa</sub>	4,04 cm²				
b <sub>f</sub>	5,918 cm				
t <sub>f</sub>	0,66 cm				
h	7,62 cm				
h <sub>0</sub>	6,30 cm				
t <sub>0</sub>	0,432 cm				
l <sub>y</sub>	18,90 cm <sup>4</sup>				
İy	1,32 cm				
W <sub>x</sub>	27,60 cm <sup>3</sup>				
W <sub>y</sub>	6,40 cm³				
J	1,30 cm <sup>4</sup>				
Cw	228,89 cm <sup>6</sup>				
Z	32,40 cm <sup>3</sup>				

Fonte: Catálogo de produtos, GERDAU (2017).

Somente o conhecimento de tais informações ainda não é o suficiente para determinar em que estado ocorre a flambagem, pois necessita-se o conhecimento de algumas características do material e outras definições (Tabela 9), encontradas na Norma Brasileira NBR8800:2008 e definidas pelas condições pré-determinadas do ensaio.

Dist. entre pontos de contenção [ℓ <sub>b</sub> ](cm)	260
E (kN/cm²)	20000
Coef. Poison (v)	0,3
G (kN/cm²)	7700
f <sub>y</sub> (kN/cm²)	25
$\sigma_{\rm r}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	7,5

Fonte: ABNT NBR8800:2008, adaptado pelo autor.

#### 4.1 Momento Resistente Nominal Vide Norma Brasileira NBR 8800:2008

A flambagem lateral com torção ocorre em regime elástico se o parâmetro de esbeltez da viga  $\lambda$  for maior que  $\lambda_r$ , sendo:

$$\lambda = \frac{L_b}{i_y} = \frac{260 \ cm}{1,32 \ cm} = 196,97 \tag{33}$$

Definida a esbeltez do perfil ensaiado, deve-se calcular o limite de esbeltez para seções esbeltas e semicompactas para definir em qual trecho se encaixa a esbeltez da viga. Mas primeiramente  $\beta_1$ :

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r)W_x}{EJ} = \frac{(25 \, kN/cm^2 - 7.5 \, kN/cm^2) \cdot 27.6 \, cm^3}{20000 \, \frac{kN}{cm^2} \cdot 1.3 \, cm^4} = 0.0185$$
 (34)

Então, calcula-se  $\lambda_r$ :

$$\lambda_{r} = \frac{1,38\sqrt{I_{y}J}}{r_{y}J\beta_{1}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27C_{w}\beta_{1}^{2}}{I_{y}}}}$$

$$= \frac{1,38\sqrt{18.9 \text{ cm}^{4} \cdot 1.3 \text{ cm}^{4}}}{1,32 \text{ cm} \cdot 1,3cm^{4} \cdot 0,0185} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 \cdot 228,89 \text{ cm}^{6} \cdot 0,0185^{2}}{18.9 \text{ cm}^{4}}}} = 308,84$$
(35)

Para que o colapso venha a ocorrer por conta da plastificação total da seção transversal, tal viga seria compacta e necessitaria que o parâmetro de esbeltez  $\lambda$  fosse menor que o parâmetro de esbeltez limite para seções compactas  $\lambda_p$ :

$$\lambda_p = 1.76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1.76 \sqrt{\frac{20000 \, kN/cm^2}{25 \, kN/cm^2}} = 49.78$$
 (36)

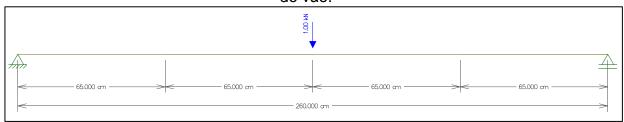
Logo a viga atende a condição de viga intermediária, ou semicompacta, com FLT ocorrendo no regime inelástico, sendo assim o momento fletor nominal

característico ( $M_{Rk}$ ) será definido pela Eq.29, porém como o carregamento não é constante ao longo do vão livre, o  $C_b$  deve ser calculado anteriormente, sendo:

$$C_b = \frac{12.5 \, M_{m\acute{a}x}}{2.5 M_{m\acute{a}x} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C} \le 3 \tag{37}$$

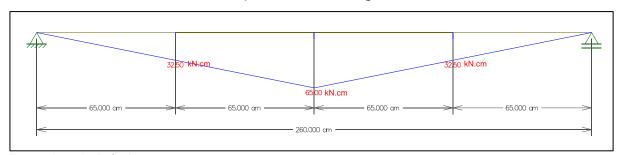
Com ajuda do FTool, se analisou a viga com uma carga unitária (Figura 25) para determinação do valor de  $C_b$ , tal condição só é possível por conta do carregamento simétrico, e os momentos nos pontos determinados são ilustrados na Figura 26.

**Figura 25** – Viga desenhada no FTool, com carregamento unitário aplicado no meio do vão.



Fonte: Autoria Própria.

**Figura 26** – Viga desenhada no FTool, com respectivos momentos unitários para cálculo do  $C_b$ .



Fonte: Autoria Própria.

Ficando  $C_h$ :

$$C_b = \frac{12,5 \cdot 65 \, kN \cdot cm}{2,5 \cdot 65 \, kN \cdot cm + 3 \cdot 32,5 \, kN \cdot cm + 4 \cdot 65 \, kN \cdot cm + 3 \cdot 32,5 \, kN \cdot cm} \le 3$$
 (38)

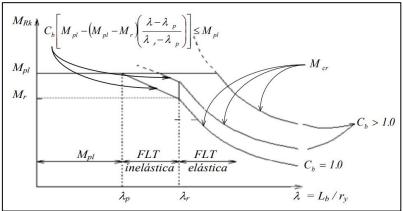
$$C_b = 1{,}316 \le 3 \tag{39}$$

O fator multiplicador  $C_b$  aumenta o momento fletor limite para seções esbeltas  $(M_r)$ , que é calculado pela Eq.26:

$$M_r = W_x(f_y - \sigma_r) = 27.6 \ cm^3 \left(25 \frac{kN}{cm^2} - 7.5 \frac{kN}{cm^2}\right) = 483 \ kN \cdot cm$$
 (40)

Cabe aqui uma releitura da Figura 13 (p. 26), onde se apresentavam os momentos resistentes para cada comprimento destravado, caracterizado como uma reta descendente na FLT inelástica, na releitura encontram-se nas abscissas os parâmetros de esbeltez calculados anteriormente, conforme Figura 27.

**Figura 27** – Comportamento da viga à FLT, momento nominal x parâmetros de esbeltez.



Fonte: BEZERRA (2010), p.25.

Olhando a Figura 27, pode-se identificar que o comportamento da viga quando a FLT é inelástica, corresponde a uma reta descendente, logo a equação para determinar o momento fletor nominal trata-se de uma interpolação definida na Eq.29.

$$M_{Rk} = C_b \left[ M_{pl} - \left( M_{pl} - M_r \right) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \le M_{pl}, \ para \ \lambda_p < \lambda \le \lambda_r$$
 (41)

Entretanto, não há interesse no momento fletor nominal de dimensionamento e sim no característico, e em um primeiro momento não multiplicaremos pelo  $C_b$  e não haverá minoração dos esforços, ficando:

$$M_{Rk} = \left[ M_{pl} - \left( M_{pl} - M_r \right) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \le M_{pl}, \ para \ \lambda_p < \lambda \le \lambda_r$$
 (42)

Portanto:

$$M_{Rk} = \left[ (Z \cdot f_y) - \left( \left( Z \cdot f_y \right) - M_r \right) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \le M_{pl}, \ para \ \lambda_p < \lambda \le \lambda_r$$
 (43)

$$M_{Rk} = \left[ \left( 32,4 \ cm^3 \cdot 25 \frac{kN}{cm^2} \right) - \left( (32,4 \cdot 25) - 483kN \cdot cm \right) \frac{196,97 - 49,78}{308,84 - 49,78} \right]$$

$$\leq 810 \ kN \cdot cm, para \ 49,78 < 196,97 \leq 308,84$$

$$(44)$$

Logo:

$$M_{Rk} = 624,21 \ kN \cdot cm \le 810 \ kN \cdot cm$$
 (45)

Para a condição de carregamento constante com  $C_b$ =1, o momento fletor nominal atende à condição estipulada, ficando entre FLT elástica e  $M_{pl}$ , sendo assim a força na qual a flambagem ocorre para a viga ensaiada é igual a

$$M = \frac{P \cdot l}{4} = \frac{624,21 \ kN \cdot cm \cdot 4}{260 \ cm} \to P = 9,6 \ kN \tag{46}$$

Entretanto, há a consideração e majoração do momento fletor nominal por conta da carga centrada no meio do vão, ou seja, carga pontual, e não uma carga constante durante toda a viga, ficando o momento  $M_{Rk}$  majorado da seguinte forma:

$$M_{Rk} = 624,21 \ kN \cdot cm \cdot C_b \le 810 \ kN \rightarrow 624,21 \cdot 1,316 \le 810 \ kN$$
 (47)

Calculando:

$$M_{Rk} = 821,46 \ kN \cdot cm \le 810 \ kN \cdot cm$$
 (48)

Portanto, fica definido o momento fletor nominal a se considerar para a viga ensaiada, no valor de  $810 \ kN \cdot cm$ , visto que o momento de plastificação não pode ser ultrapassado.

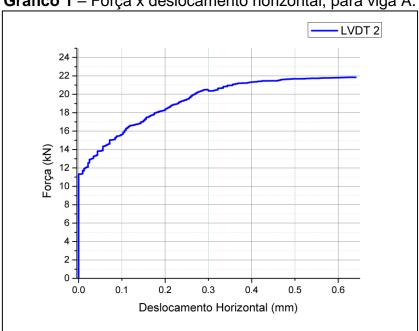
Neste caso a força onde a ocorrência da flambagem é máxima seria:

$$M = \frac{P \cdot l}{4} = \frac{810 \ kN \cdot cm \cdot 4}{260 \ cm} \to P = 12,4 \ kN \tag{49}$$

Para efeito de comparação, cabe lembrar que a viga dispunha de LVDT's ao longo de seu comprimento, que nos permitiriam medir o deslocamento e comparar com as respostas obtidas pelo método de cálculo da ABNT NBR 8800:2008.

#### 4.2 Gráfico Força x Deslocamento Horizontal

O gráfico força x deslocamento nos permite visualizar com qual carga iniciase o comportamento de flambagem lateral da viga, uma constatação direta conforme Gráficos 1 e 2.



**Gráfico 1** – Força x deslocamento horizontal, para viga A.

Fonte: Próprio Autor.

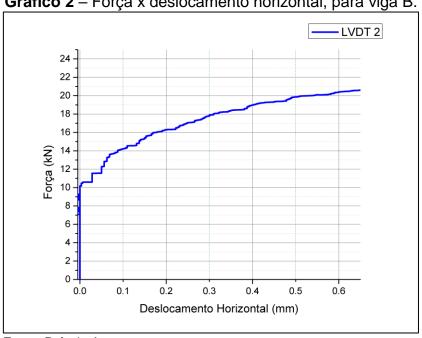


Gráfico 2 – Força x deslocamento horizontal, para viga B.

Fonte: Próprio Autor.

É possível notar que a flambagem lateral torcional começa a ocorrer por volta de 11kN, lembrando que os momentos fletores característicos calculados foram os seguintes:

**Tabela 10** – Resumo dos momentos fletores característicos ( $M_{Rk}$ ) calculados e respectivas cargas.

 Carga em x=1/2L

 C<sub>b</sub>
 1,0
 1,316

 M<sub>Rk</sub>
 624 kN\*cm
 820,52 kN\*cm

 P
 9,6 kN
 12,62 kN

Fonte: Próprio Autor.

A norma permite a majoração do carregamento desde que não ultrapasse o momento de plastificação, no qual toda a seção escoa, o início do comportamento plástico, o qual não pode ser analisado pelos métodos neste trabalho citados.

Portanto, o início da flambagem é próximo ao esforço esperado, calculado a partir do método numérico proposto pela ABNT NBR 8800:2008.

Cabe salientar, que as vigas C e D apresentaram uma leitura anômala para o deslocamento horizontal, portanto as mesmas foram ignoradas para análises envolvendo a leitura da flambagem lateral da viga em decorrência do deslocamento horizontal.

Tal registro anômalo pode ter sido ocasionado por uma sobrecarga no buffer do SPIDER® 8 que registra as leituras dos LVDT's ou uma possível incompatibilidade entre o sistema operacional instalado no computador conectado ao SPIDER® 8 e a melhor versão para execução do software CATMAN®, este melhor executado no Microsoft Windows XP®, porém a versão instalada nos computadores é Windows 10®.

Entretanto, a partir deste momento as vigas que melhor ilustram o comportamento das vigas em relação a FLT são as vigas A e B, que serão as estudadas nas demais análises quanto ao deslocamento lateral das mesmas e seus respectivos esforços.

#### 4.3 Gráfico Momento Fletor x Deslocamento Horizontal

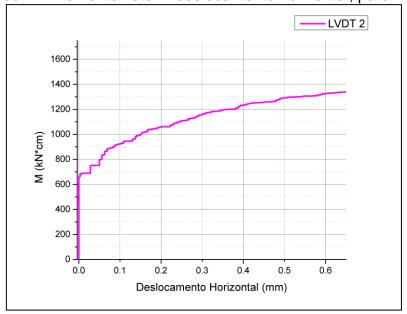
Conforme apresentado na Tabela 10, os momentos fletores nominais esperado para a viga eram de 624  $kN \cdot cm$  para  $C_b$ =1 e 820,52  $kN \cdot cm$  para  $C_b$ =1,316, porém o momento fletor nominal não pode ultrapassar o momento de

plastificação da seção transversal  $(M_{pl})$ , que tem o valor de  $810~kN\cdot cm$ , os Gráficos 3 e 4 ilustram os momentos fletores para as vigas A e B.

LVDT2 1600 1400 1200 1000 M (kN\*cm) 800 600 400 200 0 0.6 0.0 0.1 0.4 Deslocamento Horizontal (mm)

**Gráfico 3** – Momento fletor x deslocamento horizontal, para viga A.

Fonte: Próprio Autor.



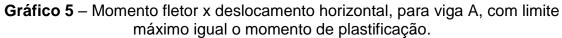
**Gráfico 4** – Momento fletor x deslocamento horizontal, para viga B.

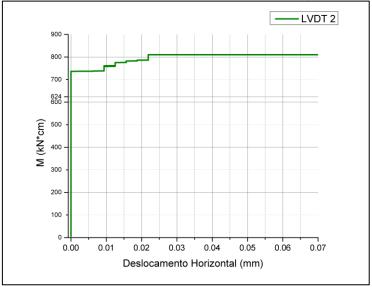
Fonte: Próprio Autor.

Pode-se visualizar que o comportamento esperado para o método numérico normativo é que após o momento de plastificação, o deslocamento horizontal continue a aumentar e o momento aumente porém em ritmo menor até ter uma

tendência de reta constante, comportamento observado para as duas curvas a partir de  $1300 \ kN \cdot cm$ , o deslocamento horizontal é predominante frente ao momento que permanece com uma variação se aproximando a uma reta paralela ao eixo das ordenadas.

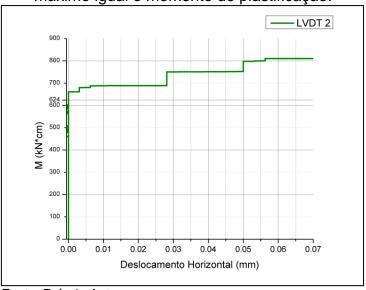
Aplicando a limitação imposta pelas Equações 45 e 48, no qual o momento de plastificação é o limite de dimensionamento os gráficos ficariam da seguinte maneira:





Fonte: Próprio Autor.

**Gráfico 6** – Momento fletor x deslocamento horizontal, para viga B, com limite máximo igual o momento de plastificação.



Fonte: Próprio Autor.

Limitando os valores dos momentos em 810  $kN \cdot cm$  que é o momento de plastificação obtiveram-se os Gráficos 5 e 6, que tem como momento fletor característico o ponto antes do deslocamento lateral em grande proporção para  $C_b = 1$  e fica no limite para valor de  $C_b = 1,316$ , mas tal teoria ignora que a resistência da viga I 76,2 x 8,48 graficamente vai até o momento de 1300 kN\*cm, antes de deformar lateralmente predominantemente (Gráficos 3 e 4).

Entretanto, se observado os deslocamentos horizontais, levando em consideração que a viga resistiria a 1300 kN\*cm, têm-se deslocamentos da ordem de 0,3 mm para viga A e 0,65 mm para viga B, que é imperceptível ao olho humano.

Ou seja, a diferença entre o momento característico nominal calculado, e o momento crítico apresentado pela viga ensaiada é de 208,3% para  $C_b$  =1, e de 160,5% para  $C_b$  =1,316, ou seja, mesmo sem levar em consideração o  $\gamma_{a1}$  de minoração do momento característico, já haveria uma margem de segurança até a ocorrência do momento fletor crítico à FLT, mas conforme explicado na equação 11, a FLT é analisada no regime elástico, pois sua distribuição de tensões no estado elasto-plástico e plástico tende a não se comportar conforme equações de Galambos (1988) e Gere e Timoshenko (1961).

Outro detalhe importante é a diferença no deslocamento horizontal entre as vigas A e B, nota-se que a viga A tem um deslocamento menor antes de chegar a tensão de escoamento, em comparação à viga B. Tal comportamento pode-se explicar pelo encruamento da viga A, que foi a primeira a ser ensaiada, e alcançou o escoamento por duas vezes, na primeira aplicação de carregamento que foi pausada por conta de uma sobrecarga no hardware e consequente travamento do software CATMAN® necessitando reiniciar o ensaio e não possibilitando a recuperação dos dados, e uma segunda vez em que uma queda de energia no laboratório forçou o reinício do referido ensaio.

# **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O ensaio das vigas realizado dispunha de uma série de condições de contorno a serem atendidas, em uma síntese geral, foram alcançados os resultados esperados para o comportamento das vigas, apesar de um apoio construído sem teste prévio pois a bibliografia apenas citava um vínculo de garfo ou engastado, mas não havia um ensaio realizado com uma viga de apoio apenas equilibrada na máquina de ensaios, os ensaios realizados dispunham de pórtico de apoio.

Em se tratando de comportamento elástico da viga, a normativa oferece método numérico eficiente para dimensionamento à FLT, conforme apresentado nos Gráficos 7 e 8, limitando ao momento de plastificação da seção.

Entretanto, fica a lacuna quanto ao comportamento elasto-plástico e plástico, no qual se enquadrou a viga I 76,2 x 8,48, visto que a mesma nos parâmetros de esbeltez se caracteriza como viga com ocorrência de FLT inelástica, a bibliografia não dispõe de ensaios práticos e equacionamento para aferição dos momentos obtidos, e para sanar tal lacuna o método dos elementos finitos simula a viga permitindo comparar com o comportamento previsto por BEZERRA (2010) na Figura 27.

Há convergência de resultados com o previsto em norma, porém se o momento fletor característico pode ser o dobro, como visto nos Gráficos 5 e 6, não tem como calcular e aplicar para dimensionamento estrutural, é válido lembrar que o comportamento plástico das estruturas também é assunto restrito a pós-graduação – majoritariamente a bibliografia encontrada tem metodologia desenvolvida com ajuda do MEF, e estas são teses ou dissertações – a graduação nos possibilita a análise elástica e para o dimensionamento há o embasamento técnico normativo.

Para o ensaio da viga há convergência nos resultados, pois os momentos fletores característicos calculados com ajuda da ABNT NBR 8800:2008, explanados nas Eq. 44, 45, 47 e 48, são pontos que estão no limite da curva dos Gráficos 7 e 8, pontos estes antes da predominância de um deslocamento lateral em detrimento de um acréscimo no momento fletor reduzido, em comparação com a fase elástica, que é uma reta vertical onde o momento é predominante em detrimento ao deslocamento que se dá totalmente no plano de menor inércia, sendo nulo para o deslocamento horizontal.

Ou seja, o dimensionamento normativo foi eficiente e comprovado no ensaio prático, porém há a indagação de quanto se perde em capacidade resistiva da viga dentro do regime elasto-plástico e plástico, que poderia ser considerada para majorar a carga que o perfil resistiria sem vir a flambar.

Indubitavelmente, a FLT pode ser solucionada com o devido contraventamento, porém a engenharia trata-se de utilizar a capacidade resistiva possível de determinado material aliado a segurança, e só o fato de escoar a seção não reduziu a capacidade resistiva do perfil ensaiado que apresentou deslocamento lateral predominante acima do momento fletor de plastificação total da seção transversal.

Houveram falhas na programação inicial para execução dos ensaios, a maior delas fica por conta dos LVDT's que apresentaram comportamento inesperado para o deslocamento horizontal das vigas C e D, denotando a importância de ensaiar um número de corpos de prova acima do suficiente, pois transtornos podem vir a ocorrer.

Fica claro a complexidade de ensaiar vigas quanto a flambagem lateral torcional, o que em parte justifica a realização de trabalhos acadêmicos voltados a simulação do comportamento dos materiais com ajuda do método dos elementos finitos, o que torna também este trabalho um ponto inicial que tem diversas possibilidades a serem exploradas em trabalhos futuros.

# 6 RECOMENDAÇÕES E SIGNIFICÂNCIA DA PESQUISA

Portanto, fica a sugestão de melhorias em trabalhos futuros os quais este não permitiu profundidade, a realização de uma simulação em MEF para as vigas ensaiadas permitiria uma possível explicação para o momento continuar a aumentar até próximo do momento crítico, este dentro do comportamento plástico da viga ensaiada e assim permitir um paralelo entre ensaio real e virtual.

Outro ponto que permitiria uma melhor investigação seria o cálculo dos deslocamentos translacionais do perfil, e a aferição do ângulo de torção do perfil, podendo estes serem comparados com a simulação realizada com auxílio de softwares de análise computacional baseados em MEF.

Para tal, fica a sugestão de uma aquisição futura de um transdutor que permita a leitura nas duas direções, evitando o uso de dois transdutores para aferir em qual direção se daria a translação lateral.

Ademais, torna-se válido a investigação da flambagem lateral torcional de elementos com comprimentos variados e consequentemente, comportamentos distintos, como por exemplo, vigas esbeltas.

Os resultados obtidos são relevantes para a comunidade acadêmica, pois permite uma absorção prática dos conceitos aprendidos em sala de aula e permite o raciocínio crítico do quanto a normatização priva o uso da total capacidade resistiva de um elemento, também torna a visualização dos parâmetros de esbeltez mais prática, pois parâmetros adimensionais nem sempre são compreendidos de imediato, ficando uma lacuna prática que trabalhos como este ajudam a esclarecer.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, L. M. P. de; FAKURY, R. H.; SILVA, A. L. R. de C. **Determinação do Momento Fletor Resistente à Flambagem Lateral com Torção de Vigas de Aço Celulares**. In: MECÁNICA COMPUTACIONAL, XXIX, 2010, Buenos Aires. Anais de Congresso... Buenos Aires: Asociación Argentina de Mecánica Computacional, 2010. p.7255-7271. Disponível em: < http://www.cimec.org.ar/ojs/index.php/mc/article/viewFile/3523/3437>. Acesso em: 07/05/2017.

ARAÚJO, E. C. de. **Elementos de aço flexo-comprimidos**. 20 de janeiro de 1993. 569f. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Carlos. Escola de Engenharia de São Carlos. Departamento de Estruturas. São Carlos, 20 de janeiro de 1993. Disponível em: < http://www.set.eesc.usp.br/static/media/producao/1993ME\_ErnaniCarlosdeAraujo \_1.pdf>. Acesso em: 06/06/2017.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 8800:2008. Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios. Rio de Janeiro.

BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R.; Jr.; J. T. DEWOLF. **Resistência dos Materiais** – **4**<sup>a</sup> **ed**. – Porto Alegre: AMGH, 2010. 744 p.

- BEZERRA, E. M.; FAKURY, R. H.; CASTRO E SILVA, A. L. R. e CALDAS, R. B. Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço casteladas. Anais das XXXIV Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, San Juan, Argentina, 2010.

DELATORRE, E. A. Reforço por Colagem de Fibras de Juta em Vigas de Concreto Armado Submetidas à Flexão. 2014. 62 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) - UNIPAMPA, Fundação Universidade Federal do Pampa. Alegrete. 2014.

FAKURY, R.H.; CASTRO E SILVA, A.L.R.; CALDAS, R.B. Dimensionamento de Elementos Estruturais de Aço e Mistos de Aço e Concreto. São Paulo. Pearson. 2016.

FAKURY, R.H.; CASTRO E SILVA, A.L.R.; SILVA, C.C. Influência da distorção da alma na flambagem lateral com torção de perfis I submetidos a momento constante e carga uniformemente distribuída. In: CONGRESSO LATINOAMERICANO DA CONSTRUÇÃO METÁLICA – CONSTRUMETAL, 7., 2016, São Paulo. Revista Eletrônica... São Paulo: Construmetal, 2016. Disponível em:

<a href="http://www.abcem.org.br/construmetal/downloads/apresentacao/9\_INFLUENCIA">http://www.abcem.org.br/construmetal/downloads/apresentacao/9\_INFLUENCIA</a>
-DA-DISTORCAO-DA-ALMA-NA-FLAMBAGEM-LATERAL.pdf>. Acesso em: 01/05/2017.

FRUCHTENGARTEN, J. Sobre o estudo da flambagem lateral de vigas de aço por meio da utilização de uma teoria não-linear geometricamente exata. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005. doi:10.11606/D.3.2005.tde-10102005-222432. Acesso em: 2017-05-08.

GALAMBOS, T.V., 1988 - Guide to stability design criteria for metal structures, 4th Ed., A. Wiley – Interscience. [S.I.].1988.

GERDAU. Catálogo de produtos. [S.I.],2017. 66p.

GERE, J.; TIMOSHENKO, S. **Mecânica dos sólidos**. Rio de Janeiro: LTC, 1994. La Poutré, D. B. **Lateral torsional buckling of channel shaped sections**. (Reprint. ed.) (TUE BCO rapporten; Vol. 99/06). Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven. (2000). Disponível em: <a href="https://pure.tue.nl/ws/files/4278882/200013829.pdf">https://pure.tue.nl/ws/files/4278882/200013829.pdf</a>. Acesso em: 27/06/2017.

PFEIL, W.; PFEIL, M. Estruturas de aço: dimensionamento prático de acordo com a NBR 8800:2008. 8 ed. Rio de Janeiro: LTC,2009.

\_\_\_\_\_. Estruturas de Aço. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, vols. 1, 2 e 3. 1986.

SILVA, A. L. R. d. C. e., FAKURY, R. H., LAVALL, A. C. C., & BATISTA, E. d. M. O método da energia aplicado à flambagem lateral com torção de vigas de aço. Universidade Federal de Minas Gerais. [S.I]. 1996. Disponível em: <a href="http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/handle/1843/PASA-7Y7HUP/24.pdf?sequence=1">http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/handle/1843/PASA-7Y7HUP/24.pdf?sequence=1</a>. Acesso em: 08/05/2017.

TIMOSHENKO, S.; GERE, J. **Theory of Elastic Stability**. 2 ed. McGraw-Hill. [S.I]. 1961.

ZIEMIAN, R. D. **Guide to stability design criteria for metal structures**. 6<sup>th</sup> ed. New Jersey. John Wiley & Sons, Inc. 2010.