GEOMETRIA ANALÍTICA: ANÁLISE DE COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO SOB A ÓTICA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Jocilene Castro Soares

Dr.(a) Maria Arlita Soares (Orientadora)

Trabalho de Conclusão de Curso no formato de artigo apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Ciências Exatas – Matemática.

Caçapava do Sul, Junho de 2017.

Resumo: Este trabalho tem por objetivo analisar como a Geometria Analítica é proposta nas coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio. Para tanto, optou-se por buscar aporte teórico nas ideias de Duval ao propor a teoria dos Registros de Representação Semiótica. A fim de atingir tal objetivo organizou-se a seguinte questão de pesquisa: Quais são os tipos de atividades propostas nas coleções de livros didáticos de Matemática, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (2015), no que tange aos conceitos de Geometria Analítica? O desenvolvimento deste trabalho seguiu os pressupostos da pesquisa qualitativa. A análise, das fontes de produção de dados, foi realizada por meio da Análise de Conteúdo. As fontes de dados utilizadas foram três coleções de livros didáticos de Matemática. A análise destes recursos didáticos permitiu concluir que, aspectos da Teoria dos Registros Semióticos nos Livros Didáticos é atendida em partes, havendo destaque à conversão. Entretanto, não são explorados sentidos variados e não apenas as conversões em que a fórmula já foi apresentada. Além disso, verificou-se que a utilização dos softwares é proposta, apenas, por uma das coleções, contudo, são raras as atividades em que o autor sugere o uso deste recurso.

Palavras-chave: Geometria Analítica; Livros Didáticos; Referencial Curricular.

Abstract: This paper aims to analyze how Analytical Geometry is proposed in the High School Mathematics textbook collections. Therefore, it was decided to seek theoretical input in Duval's ideas when proposing the theory of the Semiotic Representation Registers. In order to achieve this goal the following research question was organized: What are the types of activities proposed in the collections of Mathematics textbooks, approved by the National Program of Textbook (2015), regarding the concepts of Analytical Geometry? The development of this work followed the presuppositions of qualitative research. The analysis of the sources of data production was performed through Content Analysis. The data sources used were three collections of Mathematics textbooks. The analysis of these didactic resources allowed us to conclude that aspects of Semiotic Records Theory in Textbooks are in parts answered, with emphasis on conversion. However, different meanings are not explored, not just the conversions in which the formula has already been presented. In addition, it was verified that the use of software is only proposed by one of the collections. However, the activities in which the author suggests the use of this resource are rare.

Keywords: Analytical Geometry; Textbooks; Curricular Referential.

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O interesse em desenvolver uma pesquisa sobre o ensino de Geometria, especificamente, Geometria Analítica emergiu dos estudos realizados para desenvolver as atividades do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e da Regência I[1]. Ao realizar estes estudos percebeu-se que a forma como os conteúdos/conceitos matemáticos são abordados na Educação Básica, geralmente, seguem as sequências propostas por coleções de livros didáticos. Assim, optou-se por realizar uma análise detalhada deste material didático, no que tange aos conteúdos/conceitos de Geometria Analítica. Além disso, nas discussões realizadas durante a Regência I teve-se o primeiro contato com a teoria dos Registros de Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Duval, a qual trata da aprendizagem matemática sob a ótica cognitivista.

Segundo as Orientações Curriculares Nacionais do Ensino Médio (OCNEM) a Geometria é “[...] essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de

[1] O estágio curricular tem como objetivo estabelecer uma relação entre a teoria e a prática e denominam-se no Projeto Político Pedagógico da instituição como: Cotidiano da Escola dividindo em seis estágios: observação, observação e intervenção, aulas de monitoria, Grupos de Estudo Orientado – GEO, regência I e regência II.

uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços" (BRASIL, 2006, p. 123).

Ainda, conforme as OCNEM (BRASIL, 2006), é ponderado o estudo da Geometria desde os Anos Iniciais da Educação Básica, tratando das formas planas e tridimensionais, suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos que fazem parte do cotidiano e são utilizados por outras áreas do conhecimento (artes, engenharia). O ensino da Geometria é organizado, em vários países (Estados Unidos da América - NCTM[2], Portugal – ME (2007)) incluindo o Brasil, em quatro unidades temáticas: Geometria Plana, Geometria Espacial, Geometria Métrica e Geometria Analítica.

Para a Geometria Plana são atribuídos os seguintes conteúdos/conceitos: axiomas de incidência e ordem; axiomas sobre medição de segmentos e ângulos; teoremas de ângulos externos; axioma das paralelas; semelhança e congruência; círculo; funções trigonométricas; áreas e representações de figuras. Em relação a Geometria Espacial, são destacadas: propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo; projeções; elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; inscrição e circunscrição de sólidos. Quanto a Geometria Métrica, são propostos os seguintes conteúdos/conceitos: áreas e volumes; estimativa, valor exato e aproximado. No que tange a Geometria Analítica, destaca-se: representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras.

A Geometria Analítica tem origem em uma ideia, considerada pelos matemáticos, como muito simples, introduzida por Descartes no século XVII. Esta ideia é considerada extremamente original, pois expõe a criação de um sistema de coordenadas que identifica um ponto P do plano com um par de números reais (x, y). A partir disso, pode-se caracterizar a Geometria Analítica como sendo: o estudo das propriedades geométricas de uma figura com base em uma equação; o estudo dos pares ordenados de números (x, y) que são soluções de uma equação, por meio das propriedades de uma figura geométrica. (BRASIL, 2006).

Assim, os conceitos relacionados à Geometria Analítica permitem a articulação entre Geometria e Álgebra. Para que esta articulação seja significativa ao estudante entende-se que o professor pode (e deve) trabalhar duas vias: o entendimento de figuras geométricas via equações e o entendimento de equações via figuras geométricas. Por exemplo, fazê-los perceber que a equação $x = 3$, corresponde a uma reta paralela ao eixo y; e que qualquer

[2] Conselho Nacional de Professores de Matemática. Neste trabalho, foi utilizada a versão traduzida pela Associação de Professores de Matemática de Portugal para o material elaborado pelo NCTM, denominado dos Princípios e Normas para a Matemática Escolar.

ponto que tenha segunda coordenada negativa não pode estar na curva $y = x^2$. (BRASIL, 2006).

Compreende-se, com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN+ (BRASIL, 2002) e nas OCNEM (BRASIL, 2006), que a simples apresentação de equações, sem explicações fundadas em raciocínios lógicos, deve ser evitada pelo professor. Em outras palavras, memorizações excessivas devem ser evitadas, porque não vale a pena o estudante memorizar fórmulas, por exemplo, da distância entre dois pontos, pois para resolver problemas de distância entre dois pontos basta mobilizar o teorema de Pitágoras. Outro exemplo de situação, que não demanda a memorização de fórmulas, está relacionada à resolução de problemas que envolvem a equação da circunferência, em que é possível resolvê-la, considerando um triângulo retângulo de raio r, cateto $(x - a)$ e cateto $(y - b)$ e, ao aplicarmos o teorema de Pitágoras, encontraremos a equação reduzida da circunferência.

Ainda, em relação ao ensino de Geometria Analítica o documento preliminar da Base Nacional Comum Curricular –BNCC (BRASIL, 2016) destaca a capacidade de visualização e a relação com outras áreas das Matemática:

> A Geometria Analítica deve ser trabalhada de modo articulado com a Álgebra, ampliando a capacidade de **visualização**. É importante valorizar não apenas a manipulação algébrica, mas enfatizar o significado geométrico dos coeficientes de equações (da reta e da circunferência), de retas paralelas e perpendiculares, entre outras. As articulações entre a Geometria Analítica e outras áreas da Matemática escolar também podem ser enfatizadas quando do estudo de ideias envolvendo crescimento e decrescimento, taxas de variação de uma função, entre outros temas. (BRASIL, 2016, p.563, grifo nosso).

Nesta perspectiva, evidencia-se que o trabalho com Geometria Analítica na Educação Básica precisa ir além da manipulação algébrica. Em outras palavras, é necessário explorar as várias representações matemáticas dos objetos geométricos, em especial, o significado geométrico dos coeficientes das diferentes equações, bem como a articulação com outras áreas do conhecimento, por exemplo, a Física.

Além disso, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2016), deve ser enfatizado o uso de material de desenho (como régua e compasso) bem como, o uso de *softwares* nas construções geométricas (em especial, quando envolvem as ideias de lugar geométrico e o estudo de pontos e segmentos notáveis de triângulos), aplicando-os à construção de figuras geométricas planas. Por exemplo, pode-se observar, por meio do *software* de Matemática Dinâmica Geogebra[3], qual é a posição relativa de um determinado ponto em relação a uma equação da

[3] O Geogebra é considerado um software de Matemática Dinâmica porque permite, através de suas variadas ferramentas, a realização de construções geométricas, possibilitando ainda a manipulação da figura (GRAVINA, 2015), bem como o trabalho com várias representações matemáticas simultaneamente.

circunferência, ou seja, se este ponto é interno ou externo à curva ou, ainda, pertencente à curva.

Ressalta-se que as propostas curriculares brasileiras, já mencionadas, sugerem que as equações da reta e da circunferência sejam deduzidas e não simplesmente apresentadas aos estudantes, tornando-as significativas, em especial, quanto ao sentido geométrico de seus parâmetros.

Com todos os avanços tecnológicos, muitos recursos e estratégias estão disponíveis para auxiliar o professor, em sua prática pedagógica, objetivando "facilitar" o entendimento do estudante quanto aos conteúdos/conceitos, o que pode tornar a aprendizagem significativa e desafiadora por expor uma variedade de representações, simultaneamente. Para isso, o professor precisa estar preparado e ter consciência dos objetivos que ele quer atingir com a utilização do recurso tecnológico em sua sala de aula (SCHEFER et al., 2011).

Por outro lado, no Brasil, o Livro Didático é uma ferramenta fundamental no ambiente educacional, especialmente, nas escolas públicas, tornando-se, para alguns, o único material pedagógico para leitura, e que disponibiliza conteúdos escolares e atividades escritas para os estudantes. "O livro didático pode contribuir para o processo de aprendizagem como um interlocutor que dialoga com o professor e com o aluno e possibilita interações de vários tipos" (MANDARINO, 2010, p. 5). Compreende-se que este recurso deve estar em constante avaliação tanto pelo Ministério da Educação (MEC), secretarias de estados e municípios quanto pelos professores em formação inicial e continuada.

Diante deste contexto, esta pesquisa buscará responder a seguinte questão: *Quais são os tipos de atividades propostas nas coleções de livros didáticos de Matemática, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (2015), no que tange aos conceitos de Geometria Analítica?* Para responder a questão norteadora desta pesquisa, elaborou-se o seguinte objetivo: analisar como a Geometria Analítica é proposta nas coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio.

O aporte teórico utilizado na pesquisa é descrito a seguir, bem como os procedimentos metodológicos, análise das coleções de livros didáticos e as considerações finais.

2. APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ANÁLITICA SOB A ÓTICA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A Matemática, no Ensino Médio, precisa ser entendida como "uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional" (BRASIL, 2002, p. 108).

Geralmente, as pessoas não reconhecem o conhecimento matemático como uma produção humana, pois o ensino reduz a Matemática "[...] a um tema obscuro, repleto de tecnicidades, virtualmente incompreensível, lugar por excelência das abstrações abstrusas" (MACHADO, 2008, p. 12). Contudo, o conhecimento matemático desenvolve-se por meio da busca por respostas a diversos problemas oriundos de práticas sociais como por exemplo, agricultura, engenharia, economia, medicina, etc. Estas respostas resultaram em novos conhecimentos, que produzem novas questões, gerando um processo cíclico.

Deste modo, "a Matemática se estabelece como ciência, desenvolvendo especificidades próprias, como uma linguagem sintética, direta e objetiva, com menor grau de ambiguidades, métodos rigorosos de validação interna e desenvolvimento de diferentes tipos de raciocínios" (BRASIL, 2016, p. 131).

Assim, ao aprender Matemática o estudante desenvolve competências e habilidades que permitem "compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação" (BRASIL, 2002, p.108).

No documento preliminar da BNCC há sugestões que corroboram com estas ideias e acrescentam que o ensino de Matemática precisa ser contextualizado e interdisciplinar, bem como perseguir "o desenvolvimento da capacidade de abstrair, de perceber o que pode ser generalizado para outros contextos, de usar a imaginação" (BRASIL, 2016, 132).

Conforme Duval (2003) o processo de ensino e aprendizagem de Matemática não tem por objetivo formar "futuros matemáticos", mas desenvolver as capacidades de raciocínio, análise e visualização. A Matemática é uma área privilegiada para o "desenvolvimento cognitivo do aluno, como a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas e a compreensão de textos, sendo que estas atividades cognitivas requerem a utilização de sistemas de representação diferentes da linguagem natural ou de imagens" (DALLEMOLE, GROENWALD, 2012, p. 37).

Ainda, em relação a aprendizagem matemática, Duval (2003) sugere que a aprendizagem dos conceitos matemáticos requer um olhar para aquilo que é específico da Matemática em relação às outras áreas do conhecimento. O objeto matemático não é acessado por meio de instrumentos, sendo necessária uma atividade de produção semiótica para ter o acesso a esses objetos. Nesta perspectiva, Duval (2003, p. 13), enfatiza:

1. A importância primordial das representações semióticas – É suficiente observar a história do desenvolvimento da matemática para ver o que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático. Ora, a importância das representações semióticas se deve a duas razões fundamentais. Primeiramente, há o fato de que as possibilidades de tratamento matemático – por exemplo, as operações de cálculo – dependem do sistema de representação utilizado.
2. A grande variedade de representações semióticas utilizadas em matemática – Além dos sistemas de numeração, existem as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural, mesmo se ela é utilizada de outra maneira que não a da linguagem corrente. Para designar os diferentes tipos de representações semióticas utilizados em matemática, falaremos parodiando Descartes, de "registro" de representação. Mas o mais interessante é notar que existem quatro tipos muito diferentes de registros.

Duval, ainda, (apud SILVA, 2014, p. 48) entende que "sem representações semióticas seria impossível a construção do conhecimento. A semiósis é apreensão ou a produção de uma representação e a noésis é a apreensão conceitual de um objeto, isto é, a conceitualização."

Para o teórico supracitado, o objeto matemático não pode ser confundido com a representação semiótica que foi utilizada para representá-lo. Esta afirmação gera o que Duval (2003), denomina de *paradoxo cognitivo da matemática*, ou seja, como não confundir o objeto com a representação, se o objeto só pode ser acessado por meio desta. Para não gerar confusão entre o objeto e sua representação, o pesquisador destaca uma das características da Matemática, isto é, a variedade de representações de um mesmo objeto, o que geralmente, não há em outras áreas do conhecimento.

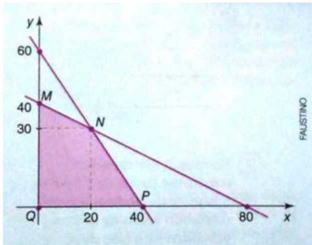
Dionizio e Brandt (2012, p.11), apontam que "a existência de diferentes representações semióticas para um mesmo objeto matemático possibilita a escolha da melhor e mais adequada ao que se pretende trabalhar". A escolha do objeto mais adequado requer um trabalho em que as representações semióticas, também, façam parte dos critérios para a seleção das situações problemas a serem propostas aos estudantes.

A diversidade de registros de representação semiótica, necessários ao funcionamento matemático, assume a classificação exposta no Quadro 1. Este quadro foi organizado conforme proposta apresentada por Duval (2003), dando-se ênfase aos conteúdos/conceitos de Geometria Analítica, foco desta pesquisa.

Quadro 1: Geometria Analítica e suas várias formas de representação

<table>
<tr><th></th><th>Representação Discursiva</th><th>Representação Não-Discursiva</th></tr>
<tr><td>REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis,</td><td>Registro na Língua Natural
Uma confecção dispões de 80m² de brim e 120m² de popeline. Cada unidade de um modelo A de vestido requer 1m² de brim e 3m² de popeline, e cada unidade de outro modelo B requer 2m² de brim e 2m² de popeline. Se cada unidade de qualquer um dos modelos é vendida por R$80,00, quantas unidades de cada modelo devem ser confeccionadas para obter a receita máxima, com a venda de toda a produção?</td><td></td></tr>
<tr><td>REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos</td><td>Registro Simbólico

Tabular
<table>
<tr><th></th><th>Modelo A</th><th>Modelo B</th><th>Estoque</th></tr>
<tr><td>Brim</td><td>1m²</td><td>2m²</td><td>80m²</td></tr>
<tr><td>Popeline</td><td>3m²</td><td>2m²</td><td>120m²</td></tr>
</table>

Algébrico
$$\begin{cases} x + 2y \leq 80 \\ 3x + 2y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$</td><td>Registro Gráfico

</td></tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Duval (2003).

Para resolver problemas reais, é preciso primeiro tomar consciência das transformações de representações semióticas, por meio de mudanças de registros e pelos tratamentos específicos de cada registro. (DUVAL, 2003). Segundo Duval (2003) existem dois tipos de transformações semióticas: Tratamento e Conversão.

Os tratamentos são transformações que ocorrem dentro de um mesmo registro, por exemplo, resolver uma equação ou um sistema de equações; já as conversões são transformações de representações que incidem em mudar de registro, porém seguindo a conservação do conteúdo da representação inicial. Um exemplo é passar de uma equação escrita em sua forma algébrica para a sua, respectiva, representação gráfica.

Ressaltando a importância da aprendizagem matemática, como linguagem que permite compreender problemas oriundos de práticas sociais e de outras áreas do conhecimento, destaca-se a linguagem geométrica. Esta linguagem possibilita compreender, por exemplo, a "estrutura de moléculas e cristais em forma de cubos e outros sólidos, [...] a predominância de paralelepípedos e retângulos nas construções arquitetônicas ou a predileção dos artistas pelas linhas paralelas e perpendiculares nas pinturas e esculturas" (BRASIL, 2002, p. 119).

Assim, o ensino de Geometria, na fase final de Educação Básica, deve potencializar a análise de situações como as descritas, bem como conceder uma articulação lógica entre ideias e conceitos garantindo assim maior significado à aprendizagem, proporcionando ao estudante a determinação de relações de forma consciente, caminhando em direção às competências da área da Matemática. (BRASIL, 2002)

Em relação à Geometria Analítica, as propostas curriculares sugerem abordar algebricamente as propriedades e os elementos geométricos, de modo que o estudante do Ensino Médio seja apresentado a uma “forma de pensar que transforma problemas geométricos na resolução de equações, sistemas ou inequações” (BRASIL, 2002, p. 124), possibilitando resolver uma mesma situação com conteúdos/conceitos e representações diferentes. Por exemplo, dada uma reta construir um gráfico cartesiano ou então, encontrar uma equação de reta que represente determinado gráfico.

No documento preliminar da BNCC (BRASIL, 2016), constata-se que, ao trabalhar com a Geometria Analítica, o professor precisa propor situações de modo a consolidar e ampliar a capacidade de visualização. ZIMMERMANN; CUNNINGGHAM, 1991 apud LEIVAS, 2016, defendem que a visualização matemática não significa apenas uma forma de representar objetos matemáticos. “Visualização Matemática é o processo de formação de imagens (mentalmente, ou com papel e lápis, ou com o auxílio da tecnologia) e utilização dessas imagens para descobrir e compreender matemática” (ZIMMERMANN; CUNNINGHAM, 1991 apud LEIVAS, 2016, p. 123).

A visualização é uma das capacidades apontadas por Duval (2003, p. 11) ao falar sobre os objetivos do ensino da Matemática:

> É necessária uma abordagem cognitiva, pois o objetivo do ensino da matemática, em formação inicial, não é nem formar futuros matemáticos, nem dar aos alunos instrumentos que só lhes serão eventualmente uteis muito mais tarde, e sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização.

Duval (2004 apud LEIVAS, 2016), menciona que a atividade matemática possui dois tipos de registros no ensino de Geometria: figuras e língua natural. Sendo necessário que o estudante estabeleça contato com o objeto que será representado para conseguir estabelecer a sua imagem mental.

Conforme já mencionado, percebe-se, na BNCC (BRASIL, 2016), a valorização não somente da manipulação algébrica, mas, também, a importância de realçar o significado geométrico dos coeficientes de equações da reta e da circunferência, de retas paralelas e perpendiculares, etc. Também, devem ocorrer articulações entre a Geometria Analítica e outras áreas da Matemática, como taxas de variação de uma função, entre outros temas do Ensino Médio. Para tanto, entende-se que a utilização de softwares de Matemática Dinâmica são essenciais ao desenvolvimento de conteúdos/conceitos de Geometria, em especial, da Geometria Analítica.

Há muitos programas de Matemática Dinâmica, em que o estudante tem acesso a ferramentas como régua e compasso virtual, menus para construção de retas perpendiculares, ponto médio, mediatriz e outros, com a possibilidade de movimento da construção possibilitando melhor observação dos processos de construção e relações geométricas. Estes programas oferecem várias ferramentas que provocam o processo de "pensar matematicamente", pois permitem elaborar conjecturas, testá-las, criar estratégias para resoluções de problemas, etc. (BRASIL, 2006)

Segundo Duval (2013, p 32), "os *softwares* têm sido desenvolvidos em todos os campos dos conteúdos do ensino da matemática, sendo o mais espetacular concentrado na construção de gráficos para todos os tipos de funções". Hoje em dia, estes softwares admitem a construção de figuras, a exploração das transformações que ocorrem quando realizados deslocamentos de um ponto, segmento, entre outros, possibilitando a atividade de conversão, essencial a aprendizagem matemática, na perspectiva de Duval (2003, 2013). Neste sentido, constata-se a importância do uso de *softwares* para a aprendizagem matemática e destaca-se que as propostas para este uso precisam levar em consideração as especificidades da Matemática (representações semióticas). Além disto, entende-se que são necessárias pesquisas que mostrem possibilidades de relacionar propostas de livros didáticos (em função do grande investimento feito pelo MEC para que as escolas recebam estes materiais) com a utilização de *softwares*.

Em relação ao Livro Didático, fonte de produção de dados desta pesquisa, recorre-se as ideias de Gérard e Roegiers (apud MANDARINO, 2010) ao definirem as funções indispensáveis do livro didático na relação com o aluno:

> Favorecer a aquisição de conhecimentos socialmente relevantes; propiciar o desenvolvimento de competências cognitivas que contribuam para aumentar a autonomia; consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos adquiridos; auxiliar na autoavaliação da aprendizagem; contribuir para a formação social e cultural, além de desenvolver a capacidade de convivência e de exercício da cidadania. (p. 5)

Já para o professor, o Livro Didático desempenha as importantes funções de:

> Auxiliar no planejamento e na gestão das aulas, seja pela explanação de conteúdos curriculares, seja pelas atividades, exercícios e trabalhos propostos; favorecer a atualização (ou aquisição) dos conhecimentos, assumindo o papel de texto de referência; favorecer a formação didático-pedagógica; auxiliar na avaliação da aprendizagem do aluno. (p.5).

Percebe-se que Gérard e Roegiers (apud MANDARINO, 2010) apontam funções importantes do livro didático tanto no desenvolvimento dos estudantes quanto do professor. Os Livros Didáticos podem auxiliar no desenvolvimento profissional dos professores. Desta forma, torna-se imprescindível o trabalho realizado pelo MEC por meio do PNLD e dos pesquisadores que se dedicam a investigar a forma como os conteúdos/conceitos vêm sendo propostos nas coleções de livros didáticos, em especial, no que se refere às metodologias e tecnologias utilizadas.

3. METODOLOGIA

Como o objetivo desta pesquisa é verificar os tipos de atividades propostas em coleções de livros didáticos de Matemática, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (2015), no que tange aos conceitos de Geometria Analítica, optou-se por uma abordagem qualitativa. Visto que, busca-se analisar coleções de Livros Didáticos confrontando-as com o referencial teórico produzido, em particular, a teoria dos Registros de Representação Semiótica e com as orientações curriculares (PCN, OCNEM, BNCC), dando ênfase à qualidade, buscando dissipar a predominância da quantidade.

A técnica escolhida para a realização desta pesquisa é denominada Análise de Conteúdo, desenvolvida por Bardin (1977, p. 31). Para a pesquisadora, a análise de conteúdo caracteriza-se como:

> [...] um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção [...] destas mensagens.

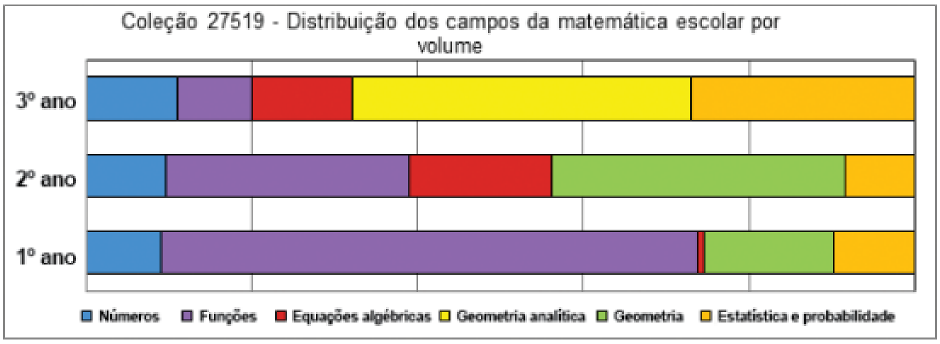
A análise de conteúdo constitui-se de três grandes etapas: a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados e interpretação.

A pré-análise é definida, por Bardin (1977), como a fase de organização, que pode utilizar vários procedimentos, tais como: leitura flutuante, hipóteses, objetivos e elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação. Nesta fase, sistematizou-se as ideias iniciais, ou seja, constituiu-se o *corpus* documental da pesquisa. Para tal, foram mapeadas, no site do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira (INEP), as coleções de Livros Didáticos, aprovadas pelos PNLD/2015 (Brasil, 2014) que foram escolhidas pela maioria dos professores brasileiros. A análise de 3 coleções deu-se por terem sido escolhidas pelos professores da rede estadual de um município da região do pampa gaúcho, no qual o curso de graduação da autora desta pesquisa está inserido.

Além disso, na pré-análise foram elencados indicadores que permitiram verificar a presença da Geometria Analítica nas coleções, fundamentados nos estudos de Duval (2003, 2013) e nas propostas curriculares nacionais. Por exemplo, identificou-se os conteúdos/conceitos relacionados à Geometria Analítica, propostos nos referenciais curriculares nacionais; verificou-se quais capítulos/unidades tratam esses conteúdos/conceitos nas coleções; observou-se as representações semióticas presentes nesses capítulos/unidades.

Na segunda fase, *exploração do material*, as coleções de Livros Didáticos selecionadas foram analisadas em função desses indicadores. Para tal, torna-se importante apresentar as características principais das obras, segundo o PNLD/2015 (Brasil, 2014) quanto ao campo da Geometria Analítica. Destaca-se que para manter o anonimato das obras, estas foram denominadas de *C1*, *C2* e *C3*. Na coleção, denominada *C*1, os conteúdos/conceitos estão organizados em capítulos, conforme Figura 1.

Figura 1: Distribuição dos Conteúdos/Conceitos na *C1*

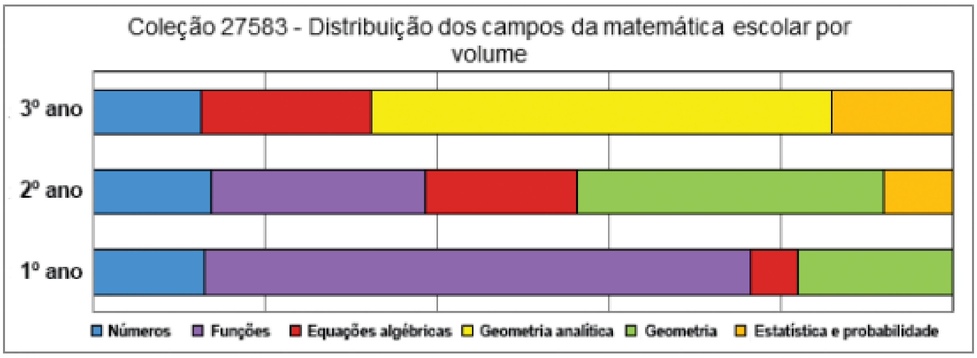


Fonte: (BRASIL, 2015, p. 25)

A Figura 1 indica que o campo da Geometria Analítica é abordado exclusivamente no terceiro volume da coleção. Conforme o documento elaborado pelos avaliadores do PNLD (BRASIL, 2015, p. 26) os conteúdos/conceitos referentes à Geometria Analítica são tratados "com predominância do uso de fórmulas e de procedimentos algébricos. Além disso, é proposto um número excessivo de exercícios". No que se refere ao estudo da reta, os avaliadores afirmam que é realizado de forma fragmentada, o que não é recomendado. "Em contrapartida, observa-se que algumas das deduções estão bem articuladas com outros campos da matemática escolar" (BRASIL, 2015, p. 26). Ao analisar todos os volumes, os avaliadores entendem que há, em alguns momentos, incentivos ao uso de *softwares* e de calculadoras. "Mas, no caso dessas últimas, a prioridade é para os aspectos técnicos em detrimento dos pedagógicos, o que pouco contribui para a elaboração ou validação de conjecturas por parte dos alunos" (BRASIL, 2015, p. 26). Cabe a esta pesquisa, a análise detalhada do uso de *softwares* nos capítulos de Geometria Analítica.

Na Coleção 2, os conteúdos/conceitos, também, estão organizados em capítulos, conforme Figura 2.

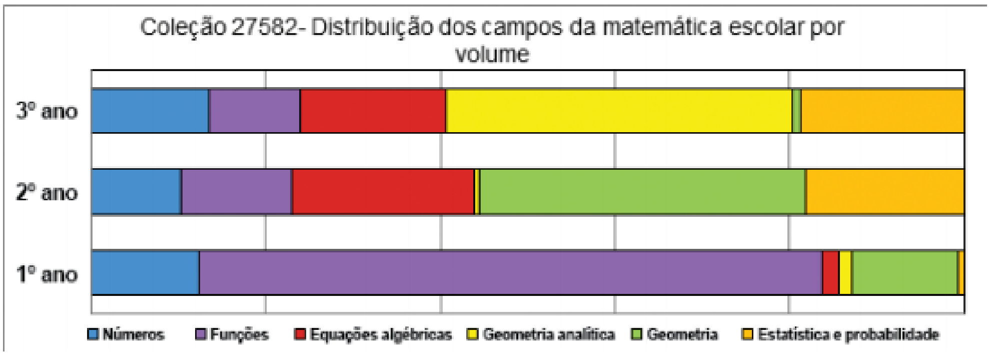
Figura 2: Distribuição dos Conteúdos/Conceitos na C2



Fonte: (BRASIL, 2015, p. 43)

Observa-se que, os conteúdos/conceitos da Geometria Analítica estão exclusivamente no volume 3 da obra. No documento do PNLD/2015 lê-se que essa coleção, ao tratar da Geometria Analítica, busca "a relação básica da geometria analítica entre as figuras geométricas e suas equações (ou inequações). Entretanto, há demasiada atenção a regras e fórmulas em detrimento das atividades de investigação, exploração e descoberta das variadas consequências daquela relação básica" (BRASIL, 2015, p. 44). Assim como na Coleção 1, os avaliadores do PNLD verificaram que no estudo das retas a abordagem é fragmentada, mesmo sendo exploradas as equações geral, reduzida e paramétrica de uma reta e as posições relativas entre retas. Em relação ao uso de recursos para a construção de figuras geométricas, os avaliadores afirmar que é adequado, "**mas as atividades para exploração do computador e da calculadora são insuficientes.** Em geral, esta última é recomendada somente para facilitar os cálculos e o computador para pesquisas na internet" (BRASIL, 2015, p. 46, grifos no original). Estas afirmações serão revisitadas no próximo item desta pesquisa.

Figura 3: Distribuição dos Conteúdos/Conceitos na C3



Fonte: (BRASIL, 2015, p. 33)

A Figura 3 mostra que os conteúdos/conceitos de Geometria Analítica são abordados nos três volumes da coleção, com ênfase no volume 3. Segundo, o documento do PNLD/2015

> "o estudo da Geometria Analítica inicia-se por uma abordagem histórica e salienta-se que o campo representa uma importante conexão entre a geometria e a álgebra. [...] Na apresentação dos conteúdos desse campo são efetuadas conexões com álgebra, funções e geometria plana, e o trabalho é concentrado nos estudos de reta, circunferência e cônicas, o que é positivo." (BRASIL, 2015, p. 35)

A citação acima indica pontos positivos na proposta apresentada pela Coleção 3 para o estudo de Geometria Analítica, principalmente, a relação com funções (estudadas com ênfase no volume 1) e geometria plana (estudadas com ênfase no volume 2).

Quanto aos recursos didáticos, os avaliadores do PNLD afirmam que "há incentivo ao uso de materiais concretos diversificados e de recursos tecnológicos com vistas a facilitar os cálculos ou contribuir para a aprendizagem, embora, na maioria dos casos, não seja explorado todo o potencial pedagógico desses recursos" (BRASIL, 2015, p. 36). Percebe-se que não há análise específica da proposta apresentada na coleção no que tange aos *softwares*.

Considerando que um dos objetivos desta pesquisa é verificar a presença dos conteúdos/conceitos de Geometria Analítica nos diferentes volumes das coleções, optou-se por apresentar o quantitativo de atividades, por coleções, nos capítulos/unidades referentes a este campo da Matemática. A Coleção 1 possui 303 atividades, destas 71,3% são do tipo propostas, 13,5% são do tipo resolvidas e 15,2% complementares. Na Coleção 2, há 285, destas 57,5% são propostas, 13,3% resolvidas e 29,2% complementares. Já na Coleção 3, há 139, destas 86,3% são propostas, 10,8% são resolvidas e apenas 2,9% de atividades complementares.

Após expor algumas características das coleções, segundo o PNLD, no Quadro 2 são apresentadas as categorias de análise.

Quadro 2: Categorias de análise

Categorias	Descrição
Introdução dos conteúdos/conceitos	Esta categoria foi organizada segundo os objetivos previstos pelo trabalho com Geometria Analítica nas propostas curriculares, objetivos estes destacados em uma das coleções analisadas. Estes objetivos serão descritos ao longo do item análise.
Transformações cognitivas	Verificação de quais transformações cognitivas são mais exploradas e quais os sentidos das conversões.
Demonstração	Reconhecimento de quais leis matemáticas são demonstradas no estudo dos conceitos de Geometria Analítica.
Utilização de Softwares	Identificação de quais softwares são propostos para o ensino de Geometria Analítica.

Fonte: Elaboração da autora.

A última fase da Análise de Conteúdo, tratamento dos resultados e interpretação, é descrita no próximo item.

4. ANÁLISE DE COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

A análise de como os conteúdos/conceitos de Geometria Analítica são apresentados nas coleções de Livros Didáticos seguiu os objetivos definidos na metodologia. O Quadro 3 mostra que a Geometria Analítica é abordada com ênfase no Volume 3 das coleções de Livros Didáticos. Este volume é elaborado para o trabalho com o terceiro ano do Ensino Médio. A coleção *C3* apresenta uma discussão acerca da Geometria Analítica no Volume 1 ao tratar da função afim (Item específico dentro do Capítulo: Conexão entre função afim e Geometria Analítica). Já no Volume 2, ao tratar da Geometria Espacial de posição há situações que destacam conceitos sobre: posição entre duas retas, distância entre dois pontos e distância entre ponto e reta. Este resultado pode ser observado na Figura 3.

Quadro 3: Volumes em que a Geometria Analítica é abordada

	C1	C2	C3
V1	-	-	X
V2	-	-	X
V3	X	X	X

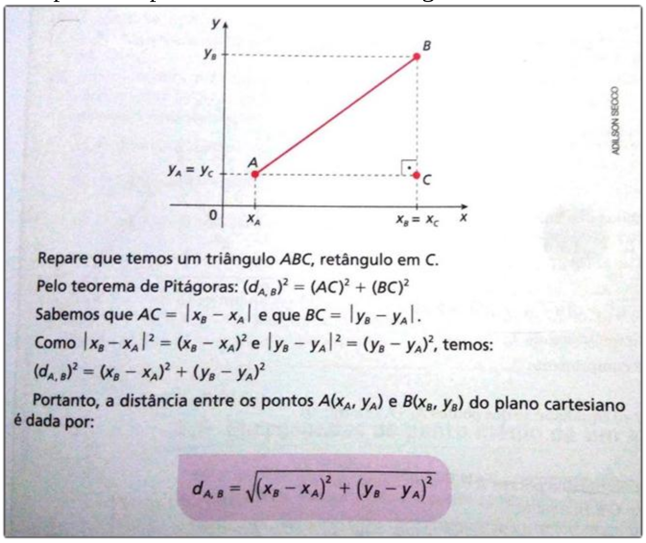
Fonte: Elaborado pela autora

Conforme mencionado na metodologia, a análise de como as coleções propõem a introdução dos conteúdos/conceitos foi realizada a partir dos objetivos definidos nas propostas curriculares e destacados por uma das coleções. Os primeiros conteúdos/conceitos analisados foram os que abordam o estudo de pontos. No estudo de pontos, tem-se o objetivo *representar pontos, segmentos e retas no plano cartesiano*, doravante denominado de *objetivo A*. Em relação a este objetivo, constatou-se que as primeiras páginas dos volumes referentes a Geometria Analítica propõem a retomada do sistema cartesiano ortogonal. Na Coleção 1 esta retomada é feita por meio da representação gráfica, destacando a bissetriz dos quadrantes ímpares e pares; e a localização de pontos no plano. Esta organização também é observada na Coleção3. Na Coleção 2, é apresentado o plano cartesiano e a representação geométrica de um ponto, a representação gráfica de uma função (da parábola) e a representação gráfica de uma inequação $(x \geq 4)$. Constata-se que a Coleção 3 ao retomar o plano cartesiano explora mais exemplos do que as demais, pois aborda a representação gráfica de uma inequação.

Outros conteúdos/conceitos abordados relacionados ao *objetivo A* são: pontos médio e condição de alinhamento de três pontos. Na Coleção 1, a fórmula utilizada para determinar as coordenadas do ponto médio é demonstrada por meio do Teorema de Tales e são exploradas as representações gráficas e algébricas. Em relação à condição de alinhamento de três pontos, verifica-se que o autor utilizou a semelhança de triângulos para mostrar que o resultado encontrado é o mesmo que se utilizar a regra de Sarrus na resolução do determinante formado pelos três pontos. Na Coleção 2, percebeu-se que autor não demonstra a fórmula para determinar o ponto médio, optando por utilizar um exemplo numérico e generalizar a partir deste. Entende-se que a demonstração da fórmula para determinar o ponto médio de um segmento de reta poderia ser realizada, pois, possibilita retomar um dos teoremas importantes da Matemática, ou seja, o Teorema de Tales. O autor aborda a condição de alinhamento de três pontos, por meio do conceito de coeficiente angular. Na Coleção 3, o autor utiliza a demonstração aplicando o Teorema de Tales para determinar as coordenadas do ponto médio e condição de alinhamento de três pontos.

Para a distância entre dois pontos há um objetivo especifico, ou seja, calcular a distância dentre dois pontos. Nesta análise tal objetivo será denominado *objetivo B*. Na Coleção 1, a introdução das questões relacionadas ao *objetivo B* é realizada por meio de uma situação-problema: *qual seria a menor distância para o helicóptero do corpo de bombeiros resgatar um grupo de pessoas que se perdeu em uma caminhada na mata*. Após a discussão das situações-problema é exposta a demonstração da fórmula que permite calcular a distância entre dois pontos. Esta demonstração destaca o conceito de módulo e o Teorema de Pitágoras. Verifica-se que as propriedades de módulo não são retomadas (Figura 4), o que pode gerar algumas dificuldades no entendimento na conversão de $|x_B - x_A|^2$ para $(x_B - x_A)^2$. Na Figura 4, percebe-se que essa demonstração mobilizou as representações gráficas e algébricas.

Figura 4 - Demonstração da fórmula da distância entre dois pontos a partir do Teorema de Pitágoras



Repare que temos um triângulo ABC, retângulo em C.

Pelo teorema de Pitágoras: $(d_{A,B})^2 = (AC)^2 + (BC)^2$

Sabemos que $AC = |x_B - x_A|$ e que $BC = |y_B - y_A|$.

Como $|x_B - x_A|^2 = (x_B - x_A)^2$ e $|y_B - y_A|^2 = (y_B - y_A)^2$, temos:

$(d_{A,B})^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

Portanto, a distância entre os pontos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ do plano cartesiano é dada por:

$$d_{A,B} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Fonte: Coleção 1, 2013, p.85

As Coleções 2 e 3 não utilizam, na demonstração da fórmula da distância entre dois pontos, o conceito de módulo, apenas o Teorema de Pitágoras. Nota-se a utilização das representações gráfica e algébrica.

As questões relacionadas as diversas formas da equação de uma reta foram categorizadas no *objetivo C* (escrever de diferentes formas a equação de uma reta). Na Coleção 1, a equação geral da reta é a primeira forma abordada. Para tanto, são apresentadas as representações gráfica e algébrica. Cabe destacar que, a representação algébrica da reta é obtida por meio da condição de alinhamento de três pontos, sendo P um ponto arbitrário ($P = (x, y)$). Ressalta-se que o procedimento adotado envolve a resolução do determinante da matriz formada por dois pontos pertencentes a reta e o ponto arbitrário (P). Em seguida, discute-se a inclinação da reta e o coeficiente angular, sendo utilizadas as representações gráfica, simbólica e algébrica. Neste item, são apresentados casos particulares em que a reta forma com o eixo x um ângulo de 90° e 0°. A fórmula que permite calcular o coeficiente angular da reta é demonstrada por meio da semelhança de triângulos, sendo destacados, os casos em que o ângulo está entre 0° e 90° e 90° e 180°.

Outra maneira de determinar a equação da reta é exposta, ou seja, explica-se o procedimento a ser utilizado quando são conhecidos o coeficiente angular e um ponto. A partir desta forma, o autor explora a equação reduzida da reta. Destaca-se que há uma breve explicação sobre a relação entre a equação reduzida da reta e a função afim (Figura 5).

Percebe-se que não são discutidas as aproximações e distanciamentos entre $y = mx + n$ e $f(x) = ax + b$, por exemplo, diferenças entre coeficiente angular e taxa de variação.

Figura 5 – Equação reduzida da reta

A forma $y = mx + n$ é denominada **equação reduzida da reta**, em que m é o coeficiente angular da reta e n é a ordenada do ponto onde a reta intercepta o eixo y.

Podemos fazer uma analogia entre a equação reduzida da reta e a função afim:

Equação reduzida da reta	Função afim
$y = mx + n$	$f(x) = ax + b$

Observe que $m = \text{tg}\ \alpha = a$, então: se $m > 0$ ($0° < \alpha < 90°$), a função afim é **crescente**; se $m < 0$ ($90° < \alpha < 180°$), a função afim é **decrescente**; se $m = 0$ ($\alpha = 0°$), a função afim é **constante**.

Observe também que $n = b$ é a ordenada do ponto de intersecção da reta com o eixo y, também chamado de **coeficiente linear** da reta.

Fonte: Coleção 1, 2013, p.101.

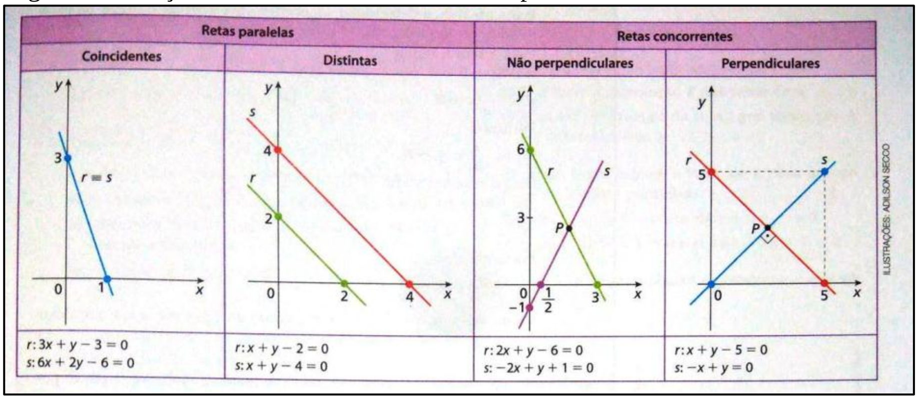
A forma segmentária da equação da reta, também, é apresentada. Para isso, utilizam-se as representações algébrica e gráfica. A forma paramétrica de representar a equação de uma reta é exposta por meio de exemplos que enfatizam apenas a representação algébrica. Não se observa justificativas para utilização desta forma, apenas uma explicação de que "equações paramétricas de uma reta são aquelas que não relacionam diretamente as coordenadas x e y". (p.104)

Quanto ao *objetivo C*, na Coleção 2, constata-se que há um trabalho inicial direcionado à determinação da equação de uma reta, sem se preocupar com as diferentes formas. Para a determinação de uma equação de reta é enfatizado o ângulo e o valor da tangente do ângulo, este último denominado de coeficiente angular de uma reta r de inclinação α. Há uma observação de que o coeficiente angular da reta pode ser determinado conhecendo-se dois pontos. A fórmula que permite calcular o coeficiente angular para pontos quaisquer é apresentada sem relação com a representação gráfica. Verifica-se que há um tópico específico para tratar das equações das bissetrizes dos quadrantes e das retas horizontais e verticais. Neste tópico, o autor utiliza a representação gráfica e algébrica das retas, destacando o ângulo formado entre as retas e o eixo x. Em outro capítulo, as diferentes formas da equação de uma reta (geral, reduzida e paramétrica) são discutidas de forma breve, pois o foco é abordar as posições relativas de retas. Observa-se que a Coleção 1 deu um maior destaque às diferentes formas de equação de uma reta, enfatizando as diversas representações, o que não ocorreu na Coleção 2, pois a representação algébrica foi a única explorada.

A Coleção 3, segue os mesmos procedimentos adotados na Coleção 2 para discutir as diferentes formas da equação de uma reta. Em outras palavras, aborda primeiro o coeficiente angular de uma reta, demonstrando a fórmula para calcular este coeficiente. A representação gráfica é utilizada como ponto de partida para essa demonstração. Em seguida, são apresentadas as formas reduzida, segmentária, geral e paramétrica da equação de uma reta, dando ênfase à representação algébrica.

No que tange ao *objetivo D*, discutir posições relativas entre duas retas, constata-se que na Coleção 1, as representações gráfica e algébrica são utilizadas para introduzir este conteúdo por meio de alguns casos específicos (conforme Figura 6). Observa-se que não há sugestões de um trabalho com *softwares* para analisar as condições necessárias, tanto na representação gráfica quanto na algébrica, para que as retas sejam: coincidentes, paralelas, concorrentes (não perpendiculares e perpendiculares).

Figura 6 - Posições relativas entre duas retas no plano



Fonte: Coleção 1, 2013, p. 105.

Nesta coleção (C1) a condição de paralelismo de duas retas é apresentada por meio da representação gráfica e simbólica ($m_r = m_s$). Em relação ao perpendicularismo de duas retas, verifica-se que, para demonstrar a condição de perpendicularismo, é utilizada a representação gráfica com a intenção de destacar os ângulos internos e externos de um triângulo. O cálculo do ângulo formado entre duas retas, também, foi abordado nessa coleção.

Já na Coleção 2, o autor retoma o método para determinar a intersecção de retas concorrentes, destacando a representação gráfica das retas e a organização do sistema linear envolvendo as equações das retas. Outra maneira de determinar a concorrência de duas retas é apresentada, ou seja, a resolução do determinante da matriz cujos elementos são os coeficientes das equações da reta. Após apresentação destes conceitos, o autor expõe a representação gráfica de várias retas em dois momentos. No primeiro momento, as retas são paralelas e a ênfase é dada para a inclinação das retas em relação ao eixo x, com intuito de mostrar que o coeficiente angular é o mesmo (Figura 6). No segundo momento, são apresentadas, no plano cartesiano, retas perpendiculares, destacando que os coeficientes angulares são diferentes (Figura 6). A demonstração da relação entre os coeficientes angulares de retas perpendiculares é realizada do mesmo modo que na Coleção 1. Destaca-se que na Coleção 2 esta relação, também, é apresentada na língua natural (*Duas retas, r e s, não verticais são perpendiculares se, e somente se, o coeficiente angular de uma delas é igual ao oposto do inverso do coeficiente angular da outra*). Os encaminhamentos referentes ao *objetivo D* na Coleção 3 seguem a mesma estrutura descrita na Coleção 2.

Ao analisar os itens que abordam a distância entre ponto e reta, *objetivo E*, percebe-se que na Coleção 1, são propostos dois procedimentos. O primeiro envolve determinar as coordenadas do ponto P', sendo este a projeção do ponto P sobre a reta r. Para tanto, é preciso determinar a equação da reta s, que passa por P e é perpendicular a r. Após, organiza-se o sistema linear entre as duas equações de reta, com objetivo de calcular as coordenadas de P'. Sabendo as coordenadas de P' basta calcular a distância entre P e P' a qual corresponde a distância entre P e r. O segundo procedimento, sugerido ao estudante, é a utilização de uma fórmula para o cálculo de uma distância entre um ponto e uma reta. No entanto, esta fórmula não é demonstrada. Estes encaminhamentos, também, foram identificados na Coleção 3. Já, na Coleção 2, o conteúdo de distância entre ponto e reta é sugerido como um estudo complementar. Sendo apresentado na representação gráfica e algébrica, sem demonstração para a fórmula.

No que se refere ao *objetivo F*, resolver inequações do 1º grau com duas variáveis e sistemas, verifica-se que, na Coleção 1, são apresentados quatro exemplos e três exercícios resolvidos que partem da representação algébrica para a gráfica. Na Coleção 2, é abordada a representação gráfica de uma inequação do 1º grau em um item denominado estudo complementar sobre reta. Assim, o foco está na conversão da representação gráfica para a algébrica. Ressalta-se que, na Coleção 3, este tema não é abordado.

Constata-se que todas as coleções abordam o cálculo da área de um triângulo, *objetivo G*. Na Coleção 1, a fórmula da área do triângulo é demonstrada e a representação gráfica é utilizada como registro de partida. Na Coleção 2, a fórmula é dada a partir de representações gráficas (item complementar) e, na Coleção 3, o autor apenas apresenta a fórmula sem nenhuma demonstração. Além disso, nas Coleções 2 e 3 a fórmula para o cálculo da área de uma triângulo conhecidos seus vértices, não é demonstrada.

O Quadro 4 apresenta a quantidade de atividades (propostas, resolvidas e complementares) expostas em cada coleção de livros didáticos, conforme os *objetivos A, B, C, D, E, F e G*.

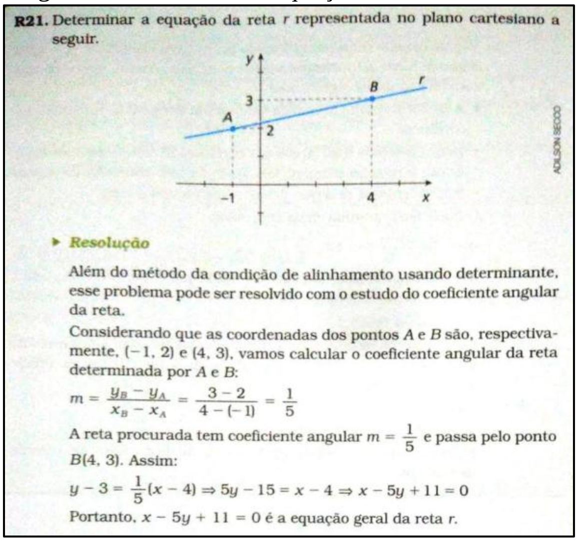
Quadro 4: Quantidade de atividades por objetivos em cada coleção analisada

Objetivos do Capítulo	**C1**	**C2**	**C3**
A: Representar pontos, segmentos e retas no plano cartesiano.	70	49	28
B: Calcular a distância entre dois pontos.	35	23	15
C: Escrever de diferentes formas a equação de uma reta.	95	127	44
D: Discutir posições relativas entre duas retas.	48	37	19
E: Calcular a distância entre ponto e reta.	18	17	15
F: Resolver inequações do 1º grau com duas variáveis e sistemas.	16	20	0
G: Calcular a área de um triângulo.	21	12	8
Total de questões	**303**	**285**	**129**

Fonte: Elaboração da autora

Os dados do Quadro 4, indicam que o maior número de atividades, nas três coleções analisadas, refere-se ao *objetivo C*. Isto porque há várias atividades que requerem a determinação das equações geral e reduzida (Figura 7, 8 e 9).

Figura 7 – Exercício de equação da reta resolvido



R21. Determinar a equação da reta r representada no plano cartesiano a seguir.

▸ **Resolução**

Além do método da condição de alinhamento usando determinante, esse problema pode ser resolvido com o estudo do coeficiente angular da reta.

Considerando que as coordenadas dos pontos A e B são, respectivamente, $(-1, 2)$ e $(4, 3)$, vamos calcular o coeficiente angular da reta determinada por A e B:

$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-2}{4-(-1)} = \frac{1}{5}$

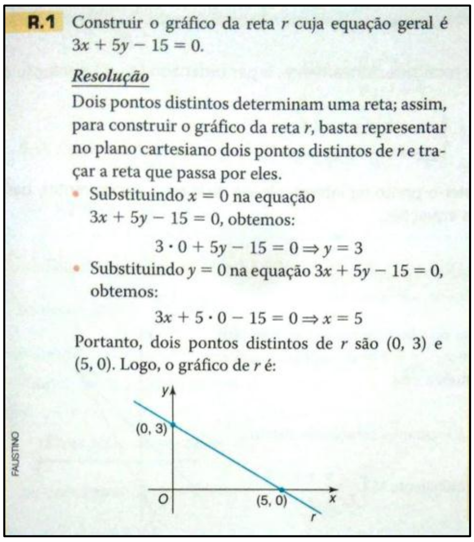
A reta procurada tem coeficiente angular $m = \frac{1}{5}$ e passa pelo ponto $B(4, 3)$. Assim:

$y - 3 = \frac{1}{5}(x-4) \Rightarrow 5y - 15 = x - 4 \Rightarrow x - 5y + 11 = 0$

Portanto, $x - 5y + 11 = 0$ é a equação geral da reta r.

Fonte: Coleção 1, 2013, p. 99

Figura 8 – Exercício Resolvido de construção de gráficos a partir de uma reta dada



R.1 Construir o gráfico da reta r cuja equação geral é $3x + 5y - 15 = 0$.

Resolução

Dois pontos distintos determinam uma reta; assim, para construir o gráfico da reta r, basta representar no plano cartesiano dois pontos distintos de r e traçar a reta que passa por eles.

- Substituindo $x = 0$ na equação $3x + 5y - 15 = 0$, obtemos:

$3 \cdot 0 + 5y - 15 = 0 \Rightarrow y = 3$

- Substituindo $y = 0$ na equação $3x + 5y - 15 = 0$, obtemos:

$3x + 5 \cdot 0 - 15 = 0 \Rightarrow x = 5$

Portanto, dois pontos distintos de r são $(0, 3)$ e $(5, 0)$. Logo, o gráfico de r é:

Fonte: Coleção 2, 2013, p. 57

Figura 9 – Exercício resolvido sobre equação de uma reta.

8. Escreva nas formas reduzida e geral a equação da reta que passa pelo ponto (1, −6) e tem inclinação de 135°.

Resolução:

Pelos dados é mais conveniente escrever inicialmente a equação na forma $(y - y_1) = m(x - x_1)$.

Como $\alpha = 135°$, então:

$m = \tan\alpha = \tan 135° = -1$

E, como a reta passa por (1, −6), temos:

$y + 6 = -1(x - 1)$

Daí vem:

- forma reduzida:
  $y + 6 = -x + 1 \Rightarrow y = -x + 1 - 6 \Rightarrow y = -x - 5$
- forma segmentária:
  $y + 6 = -x + 1 \Rightarrow x + y = -5 \Rightarrow \frac{x}{-5} + \frac{y}{-5} = 1$
- forma geral:
  $y + 6 = -x + 1 \Rightarrow x + y - 1 + 6 = 0 \Rightarrow x + y + 5 = 0$

Para refletir

- Essa reta tem inclinação de 135°, passa pelo ponto (1, −6) e corta os eixos em (−5, 0) e (0, −5). Desenhe-a.
- O triângulo que ela determina com os eixos é um triângulo retângulo isósceles. Calcule a medida da hipotenusa. $5\sqrt{2}$

Veja o gráfico no Manual do Professor.

Fonte: Coleção 3, 2015, p. 81.

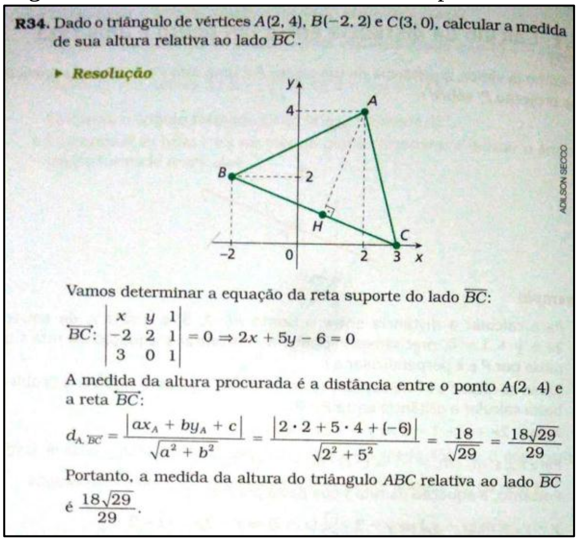
Observa-se, no Quadro 4, que em todas as coleções há um número expressivo de atividades (2º lugar) relacionadas ao *objetivo A*. Destaca-se, neste grupo de atividades, a localização de pontos no plano cartesiano e a determinação do ponto médio em questões envolvendo os conceitos de mediana, mediatriz e baricentro de um triângulo. Salienta-se que, se o *objetivo B*, calcular distância entre dois pontos, estivesse incluído no *objetivo A*, este teria o maior número de atividades. Assim, pode-se afirmar que, no capítulo Geometria Analítica das três coleções, a ênfase é dada ao estudo de pontos. Esta ênfase fica explicitada se analisarmos apenas as atividades referentes ao *objetivo B*, pois na coleção 1, as atividades referentes a este objetivo representam 11,55% do total; na coleção 2, as atividades representam 8,07% do total; e na coleção 3, do total 10,79% requerem a determinação da distância entre dois pontos.

A posição relativa entre retas (*objetivo D*) fica em terceiro lugar em número de atividades propostas, nas três coleções. A maioria das atividades exige que os estudantes calculem o coeficiente angular da reta e representem as retas no plano cartesiano. Explorando, assim, as representações algébricas e gráficas. A coleção que mais abordou atividades sobre posições relativas entre retas foi a Coleção 3, sendo 20,15% do total de atividades relacionadas a este objetivo. Na Coleção 1, as atividades deste objetivo equivalem a 15,84% do total e na Coleção 2 correspondem a 12,98% do total. Ainda, pode-se destacar que, na Coleção 2, identificou-se 67 atividades (23,5% do total de atividades da coleção) envolvendo, por exemplo, gráficos que descrevem a temperatura de um aquecedor de ambientes e evolução de investimentos de uma empresa.

Sublinha-se que as atividades apresentadas nas coleções em relação aos objetivos *E* e *G* exigiam dos estudantes apenas a aplicação de fórmulas (Figura 10). Se reunirmos o número de questões referentes aos *objetivos E* e *G*, verifica-se que 12,87% das atividades da Coleção

1 são destinadas a eles; na Coleção 2 correspondem a 10,18% do total de atividades e na Coleção 3 são 17,27% do total de atividades.

Figura 10 – Exercício de distância entre ponto e reta.



R34. Dado o triângulo de vértices $A(2, 4)$, $B(-2, 2)$ e $C(3, 0)$, calcular a medida de sua altura relativa ao lado $\overline{BC}$.

► **Resolução**

Vamos determinar a equação da reta suporte do lado $\overline{BC}$:

$$\overleftrightarrow{BC}: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2x + 5y - 6 = 0$$

A medida da altura procurada é a distância entre o ponto $A(2, 4)$ e a reta $\overleftrightarrow{BC}$:

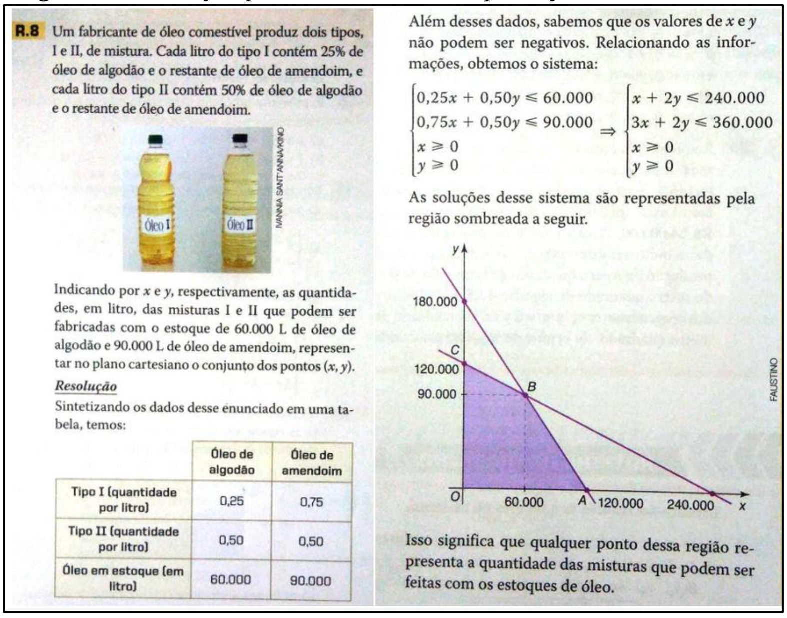
$$d_{A,\overleftrightarrow{BC}} = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 \cdot 2 + 5 \cdot 4 + (-6)|}{\sqrt{2^2 + 5^2}} = \frac{18}{\sqrt{29}} = \frac{18\sqrt{29}}{29}$$

Portanto, a medida da altura do triângulo ABC relativa ao lado $\overline{BC}$ é $\frac{18\sqrt{29}}{29}$.

Fonte: Coleção 1, 2013, p. 114.

Conforme já mencionado anteriormente, a Coleção 3 não trabalha as inequações do 1º grau, logo, não foram propostas atividades sobre este conteúdo. Já, as Coleções 1 e 2 propõem atividades desse conteúdo, em que são exploradas a representação das inequações no plano cartesiano e algumas situações-problema. Estas situações-problema abordam temas como temperaturas, produção de produtos e gastos referentes à produção (Figura 11).

Figura 11 – Situação-problema envolvendo produção de óleo comestível.



R.8 Um fabricante de óleo comestível produz dois tipos, I e II, de mistura. Cada litro do tipo I contém 25% de óleo de algodão e o restante de óleo de amendoim, e cada litro do tipo II contém 50% de óleo de algodão e o restante de óleo de amendoim.

Indicando por x e y, respectivamente, as quantidades, em litro, das misturas I e II que podem ser fabricadas com o estoque de 60.000 L de óleo de algodão e 90.000 L de óleo de amendoim, representar no plano cartesiano o conjunto dos pontos (x, y).

Resolução

Sintetizando os dados desse enunciado em uma tabela, temos:

	Óleo de algodão	Óleo de amendoim
Tipo I (quantidade por litro)	0,25	0,75
Tipo II (quantidade por litro)	0,50	0,50
Óleo em estoque (em litro)	60.000	90.000

Além desses dados, sabemos que os valores de x e y não podem ser negativos. Relacionando as informações, obtemos o sistema:

$$\begin{cases} 0,25x + 0,50y \leqslant 60.000 \\ 0,75x + 0,50y \leqslant 90.000 \\ x \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y \leqslant 240.000 \\ 3x + 2y \leqslant 360.000 \\ x \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \end{cases}$$

As soluções desse sistema são representadas pela região sombreada a seguir.

Isso significa que qualquer ponto dessa região representa a quantidade das misturas que podem ser feitas com os estoques de óleo.

Fonte: Coleção 2, 2013, p. 83.

A partir da análise dos registros das representações semióticas exploradas nas atividades das três coleções ficou explícito que a maioria evidenciou a conversão em detrimento do tratamento. Pode-se constatar, por meio dos dados do Quadro 5, que na Coleção 1 83,8% das questões exige algum tipo de conversão, na Coleção 2 são 79,3% do total de questões e, na Coleção 3 são 74,8% do total de questões. Ressalta-se que conforme Duval (2003, 2013) a conversão é uma atividade cognitiva essencial à compreensão dos objetos matemáticos, assim, pode-se afirmar que a ênfase para a conversão, dada pelas coleções, é um ponto positivo destes materiais curriculares.

Quadro 5: Distribuição das atividades em relação as transformações cognitivas

Objetivos do Capítulo	**C1**		**C2**		**C3**	
	T	**C**	**T**	**C**	**T**	**C**
A: Representar pontos, segmentos e retas no plano cartesiano.	8	62	20	29	7	21
B: Calcular a distância entre dois pontos.	6	29	5	18	6	10
C: Escrever de diferentes formas a equação de uma reta.	17	78	17	110	15	29
D: Discutir posições relativas entre duas retas.	12	36	11	26	3	24
E: Calcular a distância entre ponto e reta.	2	16	4	13	4	12
F: Resolver inequações do 1º grau com duas variáveis e sistemas.	3	13	1	19	0	0
G: Calcular a área de um triângulo.	1	20	1	11	0	8
Total de questões	**49**	**254**	**59**	**226**	**35**	**104**
% do total de questões	**16%**	**84%**	**21%**	**79%**	**25%**	**75%**

Fonte: Elaborado pela autora.

Os dados do Quadro 5 mostram o número de questões que exigem tratamento e conversão, para cada um dos objetivos analisados. Percebe-se que a conversão foi explorada com maior ênfase no *objetivo C* em todas as coleções. É importante mencionar que este dado é influenciado pelo número de atividades propostas nas coleções para este objetivo (ver Quadro 4). As Coleções 1 e 2 abordaram a conversão nas atividades referentes ao *objetivo C* com maior ênfase, 82,1% e 86,6% do total das questões, respectivamente. Foram exploradas atividades que pediam a determinação da equação da reta a partir da representação gráfica e vice-versa.

Somando os números de atividades relacionadas aos *objetivos A* e *B*, nota-se que, na Coleção 1, 86,7% das atividades apresentam algum tipo de conversão, na Coleção 2, 65,3% e na Coleção 3, 57,4% do total das atividades trazem algum tipo de conversão.

As questões relacionadas ao *objetivo D*, que exigem conversão, na Coleção 1, representam 75% do total de atividades, na Coleção 2 são 70,3% e, na Coleção 3, 88,9% das atividades que buscam atingir o *objetivo D* apresentam conversões. Vale destacar que, para este objetivo, a Coleção 3 é a que tem menor número de atividades.

Em relação aos *objetivos E* e *G*, há ênfase para a conversão entre a representação da língua natural e a algébrica, pois as atividades envolvem, em sua maioria, aplicação de fórmulas. Analisando o Quadro 5, verifica-se que 92,3% das atividades da Coleção 1 requerem algum tipo de conversão e na Coleção 2, são 82,7% do total. Já na Coleção 3, são 83,3% do total de atividades relacionadas aos *objetivos E* e *G*.

Considerando que só há atividades relacionadas ao *objetivo F* nas Coleções 1 e 2, observa-se que a conversão é abordada com ênfase em ambas as Coleções (81,3% e 95%, respectivamente).

No que tange aos tratamentos, a Coleção 3 é a que possui maior número de atividades que requerem esta transformação cognitiva, ou seja, 25,2% do total de atividades são tratamentos. A maioria das atividades demanda tratamentos algébricos. Na Coleção 1, apenas 16,2% do total das atividades exigem tratamentos e na Coleção 2, são 21% do total de questões.

Analisando o sentido das conversões das atividades (Apêndice A), nota-se que, nas Coleções 1 e 2, as conversões mais abordadas são: representação da língua natural para a representação algébrica ($RLN \rightarrow RA$); representação da língua natural para a representação gráfica e, em seguida, para a representação algébrica ($RLN \rightarrow RG \rightarrow RA$); representação gráfica para a representação algébrica ($RG \rightarrow RA$). Já, na Coleção 3, destaca-se as duas primeiras citadas acima e a conversão da representação numérica para a representação gráfica $(RN \rightarrow RG)$.

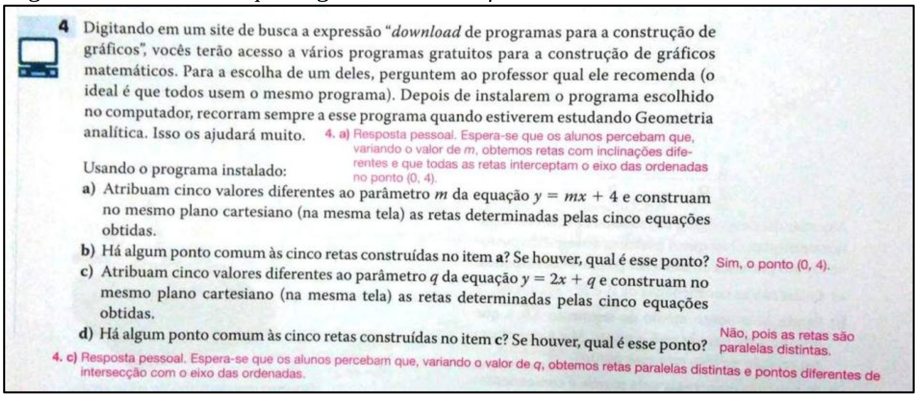
Ressalta-se que, a conversão envolvendo o sentido $RLN \rightarrow RG \rightarrow RA$ em algumas atividades não solicitava a utilização da representação gráfica, mas foi sugerido pelo autor no suplemento do professor como auxílio para a resolução das atividades.

As conversões que foram exploradas em número menor, mas não menos importantes são: representação algébrica para a representação gráfica $(RA \rightarrow RG)$, representação algébrica para a representação numérica $(RA \rightarrow RN)$. Destaca-se que na Coleção 2 nenhum desses sentidos da conversão foram explorados.

Para organizar o Quadro 6 (Apêndice A), optou-se por agrupar os sentidos das conversões menos enfatizados na coluna denominada *outros*. Nesta coluna estão registradas conversões como, por exemplo, representação da língua natural para a representação gráfica $(RLN \rightarrow RG)$ e vice-versa, representação numérica para a representação algébrica $(RN \rightarrow RA)$, representação gráfica para a representação numérica $(RG \rightarrow RN)$, entre outras.

No que tange a análise da categoria "uso de *softwares",* verifica-se que as Coleções 1 e 3 não solicitam e nem sugerem ao aluno a utilização de *softwares*. A Coleção 2 apresenta algumas atividades que sugerem a utilização de programas para a construção de gráficos no fim de cada capítulo analisado em um item denominado "roteiro de trabalho" com o intuito de revisar os aspectos mais importantes de cada tópico (Figura 12).

Figura 12 – Atividade que sugere o uso de *softwares*.



4 Digitando em um site de busca a expressão "*download* de programas para a construção de gráficos", vocês terão acesso a vários programas gratuitos para a construção de gráficos matemáticos. Para a escolha de um deles, perguntem ao professor qual ele recomenda (o ideal é que todos usem o mesmo programa). Depois de instalarem o programa escolhido no computador, recorram sempre a esse programa quando estiverem estudando Geometria analítica. Isso os ajudará muito.

Usando o programa instalado:

a) Atribuam cinco valores diferentes ao parâmetro m da equação $y = mx + 4$ e construam no mesmo plano cartesiano (na mesma tela) as retas determinadas pelas cinco equações obtidas.

b) Há algum ponto comum às cinco retas construídas no item **a**? Se houver, qual é esse ponto? Sim, o ponto (0, 4).

c) Atribuam cinco valores diferentes ao parâmetro q da equação $y = 2x + q$ e construam no mesmo plano cartesiano (na mesma tela) as retas determinadas pelas cinco equações obtidas.

d) Há algum ponto comum às cinco retas construídas no item **c**? Se houver, qual é esse ponto? Não, pois as retas são paralelas distintas.

4. a) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que, variando o valor de m, obtemos retas com inclinações diferentes e que todas as retas interceptam o eixo das ordenadas no ponto (0, 4).

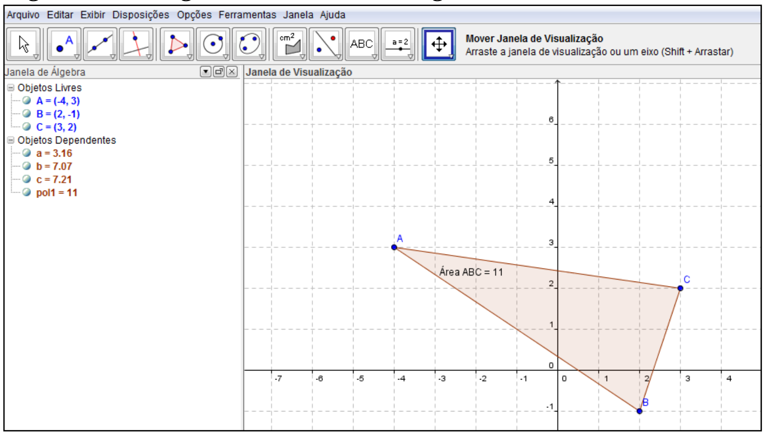
4. c) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que, variando o valor de q, obtemos retas paralelas distintas e pontos diferentes de intersecção com o eixo das ordenadas.

Fonte: Coleção 2, 2013, p. 51

Compreende-se que as coleções analisadas poderiam ter explorado mais os *softwares*, visto que as atitudes dos estudantes frente ao processo de aprender mediados por esses recursos modificam-se. Em outros termos, há modificação das atitudes dos estudantes porque podem experimentar; criar estratégias; fazer conjecturas; argumentar e deduzir propriedades matemáticas.

Em relação à Geometria Analítica, acredita-se que o uso de *softwares*, como o Geogebra, podem contribuir para significação de conteúdos/conceitos desta área. Um exemplo da utilização do *software* que reduz o uso exagerado de fórmulas é a determinação da área de um triângulo sem o uso de determinantes, ou seja, o estudante pode traçar a altura relativa a um dos lados do triângulo (usando o recurso reta perpendicular e ponto de interseção), depois, determinar a medida dessa pela distância entre dois pontos e, para finalizar, também pela distância entre dois pontos pode determinar a medida da base do triângulo (Figura 13).

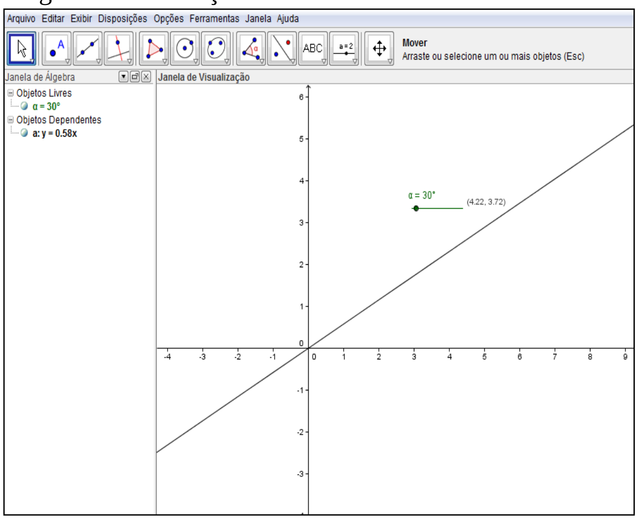
Figura 13: Triângulo construído no Geogebra



Fonte: Elaboração da autora.

Outra situação que pode ser abordada com o auxílio de *softwares*, mas nas coleções analisadas não foi realizado, envolve o cálculo do coeficiente angular da reta, conhecido o ângulo formado entre a reta e o eixo x. Ao resolver essa atividade com o auxílio do Geogebra pode-se explorar a coordenação de vários registros de representações semióticas: língua natural, algébrica, gráfica e numérica. Para tal, utiliza-se a ferramenta *"controle deslizante"*, optando por "ângulo" (variando no intervalo de 0° a 360°), em seguida digita-se na caixa de entrada $y = tan(\alpha) * x$ para plotar o gráfico. Ao modificar o ângulo a representação algébrica, também é alterada. Os estudantes podem perceber que ao realizar essas alterações o valor que multiplica a variável x (representação numérica), ou seja, o coeficiente angular, é modificado. Assim, percebe-se o trabalho com as várias representações, simultaneamente (Figura 14).

Figura 14: Inclinação da reta



Fonte: Elaboração da autora

Ainda, em relação ao uso de *softwares*, acredita-se que estes evitam conclusões precipitadas a partir de casos particulares, pois fornece mobilidade e uma diversidade grande de situações a serem exploradas com o simples movimento do *mouse* (Figura 14). Além disso, mobilizando os estudantes para aprender conteúdos matemáticos, em especial, da Geometria Analítica, sendo possível comprovar as propriedades e generalizações realizadas algebricamente.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao realizar a análise das três coleções quanto aos conceitos relacionados a Geometria Analítica pôde-se verificar que a abordagem destes conceitos é fragmentada, conforme avalia o PNLD, pois não articulam, por exemplo, o estudo da reta com a função afim. Acredita-se que a fragmentação dos conceitos pode ser evitada quando o professor consegue explorar as conexões entre os vários campos da matemática e, consequentemente, as articulações entre as diversas representações matemáticas.

No que tange a apresentação dos conteúdos/conceitos percebeu-se que, nas Coleções há, preocupação com a demonstração das fórmulas. Há exceção em alguns conceitos em que as fórmulas foram apenas apresentadas sem discussões, o que pode contribuir para que os estudantes associem o estudo de conteúdos/conceitos de Geometria Analítica a um amontoado de fórmulas.

Além disso, verificou-se que, geralmente, a introdução dos conteúdos/conceitos não apresenta situações-problema cujo o contexto é oriundo de outra área do conhecimento. Em outras palavras, a introdução dos conteúdos/conceitos envolve questões da própria matemática, muitas vezes sem relação com outros campos da própria matemática, por exemplo, geometria plana, restringindo as atividades relacionadas ao triângulo (mediana, altura, baricentro, área).

Pode-se afirmar que, nas atividades, a relação com outras áreas do conhecimento, como a física, é pouco explorada, apresentando, apenas, algumas situações-problemas envolvendo conceitos como, a temperatura. Seria interessante abordar o conceito de vetor relacionando à Geometria Analítica, pois esse é fundamental à resolução de problemas da Física e pode facilitar a resolução de situações da Geometria Analítica, por exemplo, na análise da posição de retas.

Em relação ao objetivos a serem alcançados no Ensino Médio, com o ensino da Geometria Analítica, constata-se que as três coleções abordam atividades buscando atingir os objetivos propostos pelos documentos oficiais. Apenas a Coleção 3 não apresenta atividades sobre inequações.

Quanto as transformações cognitivas, constatou-se que as três coleções analisadas priorizam atividades que envolvem conversões de representações em relação ao tratamento. Cabe destacar que, as conversões exigidas, na maioria da vezes, são propostas do registros da língua natural para o registro algébrico, porque o objetivo da atividade está relacionado a aplicação da fórmula demonstrada ou apresentada logo acima. Também, ressalta-se que por mais que os autores das coleções analisadas sugerissem o uso da representação geométrica para a resolução das atividades, entende-se que a utilização de *softwares*, por exemplo, o Geogebra, contribui positivamente pois, a habilidade em perceber representações semióticas diferentes de um mesmo objeto se desenvolve e, ainda, o controle sobre configurações geométricas leva a descoberta de propriedades novas e interessantes.

Pode-se afirmar, também, que o registro gráfico foi identificado nas coleções tanto como registro de partida quanto de chegada, mas acredita-se que este registro seria melhor explorado se os autores tivessem utilizado os *softwares.* Assim, constatou-se que a exploração dos pressupostos da Teoria dos Registros, nos Livros Didáticos, é atendida em partes, pois destacam a conversão, mas ainda falta explorar os diferentes sentidos e não apenas conversões em que a fórmula é apresentada anteriormente.

Após a análise das coleções de livros didáticos no que se refere a Geometria Analítica, pode-se afirmar que a escolha deste recurso para o trabalho do professor em sala de aula deve ser feita a partir de uma análise minuciosa, pois é um importante instrumento para a organização do planeamento, bem como pode auxiliar no desenvolvimento do conhecimento dos estudantes. Para a análise de livros didáticos, ressalta-se a potencialidade da teoria dos registros de representação semiótica, pois esta possibilita analisar se as situações propostas pelos autores das coleções atendem as especificidades exigidas pela aprendizagem matemática, ou seja, a mobilização e coordenação das representações semióticas.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Tradução Magda Melo. 2. ed. Lisboa: APM, 2008.

BARDIN, Laurence. Análise de conteúdo. Lisboa: Edições 70, 1977.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos**: PNLD 2015: Matemática – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014.

________ Ministério da Educação e do Desporto. **Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: SEB, 2006.

________ Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática 5ª a 8ª série**. Brasília: SEF, 1998.

________ Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

________ Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares do Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. (PCN+). Brasília: MEC/Semtec, 2002.

_______ Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Base Comum Curricular**. Disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/ Acessado em: jun. 2016.

DALLEMOLE, Joseide Justin. GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. A Geometria Analítica e os registros de representação semiótica nos livros didáticos de matemática. In **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática- JIEEM**. 7(1), p. 33 – 63, 2014.

DIONÍSIO, F. A. Q.; BRANDT, C.F. O caminho percorrido pela semiótica e a importância dos registros de representação semiótica para a aprendizagem da matemática. In: **Anais da IX Apend Sul**, Caxias do Sul, 2012.

DUVAL, R. Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**, Campinas(SP):Papirus, p. 11-33, 2003.

________ Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Entrevistadores: José Luiz Magalhães de Freitas e Veridiana Rezende. In: **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 2, n. 3, jul./dez. 2013.

GRAVINA, M. A. O potencial semiótico do geogebra na aprendizagem da geometria: uma experiência ilustrativa. In: **VIDYA**. v. 35. n. 2, p. 237-253, jul./dez., 2015 - Santa Maria, 2015.

LEIVAS, J. C. P. Visualização: um caminho para o ensino e aprendizagem em Geometria. In: CURY, H. (org.) **Erros na aprendizagem de matemática:** relatos de pesquisas e reflexões. Santa Maria: Centro Universitário Franciscano, 2016.

MANDARINO, M. C. F. O livro didático de matemática: da avaliação ao uso em sala de aula. In: Anais do **X Encontro Nacional de Educação Matemática** Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador – BA, 7 a 9 de Julho de 2010.

ME-DEB. **Currículo nacional do ensino básico**: Competências essenciais. Lisboa: Ministério da Educação/Departamento de Educação Básica. 2007.

MACHADO, Nilson José. **Mateologia, zero. Matemática, dez**. Pátio: Revista Pedagógica, Porto Alegre, v.12, n.47, p.12-15, ou. 2008.

SCHEFER, N. F. et. Al. O uso das tecnologias no ensino de Matemática: um trabalho realizado no PIBID. Erechim, R – 2011.

SILVA, R. S. **Estudo da reta em geometria analítica: uma proposta de atividades para o ensino médio a partir de conversões de registros de representação semiótica com o uso do software GeoGebra**. 2014. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

APÊNDICE A

Quadro 6: Sentido das Conversões

	C1						C2						C3					
Objetivos do Capítulo	**RLN-RA**	**RG-RA**	**RLN-RG-RA**	**RA-RG**	**RA-RN**	**Outros**	**RLN-RA**	**RG-RA**	**RLN-RG-RA**	**RA-RG**	**RA-RN**	**Outros**	**RLN-RA**	**RG-RA**	**RLN-RG-RA**	**RA-RG**	**RA-RN**	**Outros**
Representar pontos, segmentos e retas no plano cartesiano.	23	9	5	0	0	24	11	4	4	0	0	11	1	0	3	0	0	17
Calcular a distância entre dois pontos.	12	1	12	0	0	4	8	1	7	0	0	4	8	0	1	0	0	0
Escrever de diferentes formas a equação de uma reta.	22	27	9	0	3	16	23	20	19	6	5	35	22	1	2	0	0	3
Discutir posições relativas entre duas retas.	20	7	4	1	0	4	4	5	2	1	0	14	13	2	8	0	0	2
Calcular a distância entre ponto e reta.	8	5	2	0	0	1	3	0	1	0	4	5	8	0	3	0	0	1
Resolver inequações do 1º grau com duas variáveis e sistemas.	4	2	1	6	0	2	0	2	2	11	0	4	0	0	0	0	0	0
Calcular a área de um triângulo.	6	5	8	0	0	1	2	2	0	0	2	4	3	0	5	0	0	0
Total de questões	95	56	41	7	3	52	51	34	35	18	11	77	55	3	22	0	0	23

Fonte: Elaboração da autora.

Legenda:
RLN → Representação Linguagem Natural
RA → Representação Algébrica
RN→ Representação Numérica
RG→ Repesentação Gráfica