

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA
CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

RENAN PERES DE OLIVEIRA

**AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE AEROPORTOS DO SUL E
SUDESTE DO BRASIL POR MEIO DA APLICAÇÃO DE
MODELOS DE ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS
(DEA)**

**Bagé
2015**

RENAN PERES DE OLIVEIRA

**AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE AEROPORTOS DO SUL E
SUDESTE DO BRASIL POR MEIO DA APLICAÇÃO DE MODELOS DE
ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA)**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal do Pampa como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Xavier Guterres

**Bagé
2015**

RENAN PERES DE OLIVEIRA

**AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE AEROPORTOS DO SUL E
SUDESTE DO BRASIL POR MEIO DA APLICAÇÃO DE MODELOS DE
ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA)**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal do Pampa como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Trabalho de conclusão de curso defendido e aprovado em dia de mês de ano.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Marcelo Xavier Guterres

Orientador

Unipampa

Prof. Dr. Cláudio Sonáglio Albano

Unipampa

Prof. Ma. Carla Beatriz da Luz Peralta

Unipampa

RESUMO

O reconhecimento da importância da aplicação de técnicas matemáticas visando a mensuração da eficiência entre unidades tomadoras de decisão (DMUs) tem adquirido um espaço cada vez maior na literatura. Em vista disso, este trabalho lida com o uso de modelos matemáticos de análise por envoltória de dados (DEA) aplicados aos aeroportos do sul e sudeste do Brasil gerenciados pela Infraero, objetivando avaliar as suas eficiências, classificá-las como técnicas ou de escala, entender o grau de ineficiência na utilização de seus *inputs* e *outputs* e encontrar aeroportos que possam servir como *benchmarks* para as unidades estudadas. Para a realização desta pesquisa foram utilizados como *inputs* para os aeroportos: a área do pátio e a capacidade do terminal, ambos em metros quadrados, e o número de posições destinadas ao estacionamento de aeronaves. Como *outputs*, foram consideradas a movimentação de carga anual em kg, e a movimentação anual de passageiros. Pôde-se concluir sobre a amostra considerada que os aeroportos apresentaram em sua maioria uma alta eficiência técnica em seus processos, tendo os aeroportos de Congonhas, Curitiba, Florianópolis, Jacarepaguá, Rio de Janeiro e Vitória destacado-se como os únicos aeroportos detentores de eficiências técnica e de escala nos modelos considerados.

Palavras-chave: Modelagem matemática, análise por envoltória de dados, DEA, aeroportos, transporte aéreo.

ABSTRACT

Recognition of the importance of the application of mathematical techniques aimed at measuring the efficiency of decision making units (DMUs) is gaining a greater role in the mathematical literature. In view of this, this paper deals with the use of mathematical models of data envelopment analysis (DEA) applied to southern and southeastern Brazil airports managed by Infraero, to evaluate their efficiencies, classify them as technical or scale efficiencies, understand the degree of inefficiency in the use of its inputs and outputs and find airports that can serve as benchmarks for the studied units. For this research, the inputs used for the chosen airports were: the apron area and the capacity of the terminals, both in square meters and the number of positions for the parking of aircrafts. The outputs considered were the transported annual load in kg and the annual movement of passengers. It can be concluded from the considered sample that airports had mostly high technical efficiency in its processes, with the airports of Congonhas, Curitiba, Florianopolis, Jacarepaguá, Rio de Janeiro and Vitória deserving special mention due do the fact of being the only airports both technical and scale efficient in the considered models.

Keywords: Mathematical modeling, data envelopment analysis (DEA), airports, air transportation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Exemplos de funções objetivo.	15
Figura 2 - Exemplos de variáveis de decisão.	16
Figura 3 - Exemplo de restrição.	16
Figura 4 - Relação entre os modelos primal e dual.	19
Figura 5 – Fronteiras de eficiência referentes aos modelos CCR e BCC.....	22
Figura 6 - Contraste entre os conjuntos P referentes aos modelos CCR e BCC.....	27
Figura 7 - Etapas da pesquisa.	34
Figura 8 – Códigos utilizados para a identificação dos <i>inputs</i> e <i>outputs</i>	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados obtidos após a consulta.....	35
Tabela 2 - Matriz de correlação entre as variáveis selecionadas.	36
Tabela 3 - Eficiências obtidas pela aplicação dos modelos CCR.....	38
Tabela 4 - Variáveis duais do modelo CCR orientado aos <i>inputs</i>	39
Tabela 5 - Variáveis duais do modelo CCR orientado aos <i>outputs</i>	40
Tabela 6 - <i>Benchmarks</i> obtidos pela aplicação dos modelos CCR.	40
Tabela 7 - Projeções obtidas pela aplicação do modelo CCR orientado aos <i>inputs</i>	41
Tabela 8 - Projeções obtidas pela aplicação do modelo CCR orientado aos <i>outputs</i>	42
Tabela 9 - Comparação entre as projeções obtidas pelos modelos CCR.....	43
Tabela 10 - Eficiências obtidas pela aplicação do modelo BCC orientado aos <i>inputs</i>	44
Tabela 11 - Variáveis duais do modelo BCC orientado aos <i>inputs</i>	45
Tabela 12 - <i>Benchmarks</i> do modelo BCC orientado aos <i>inputs</i>	46
Tabela 13 - Projeções do modelo BCC orientado aos <i>inputs</i>	47
Tabela 14 - Eficiências obtidas com o modelo BCC orientado aos <i>outputs</i>	48
Tabela 15 - Variáveis duais do modelo BCC orientado aos <i>outputs</i>	49
Tabela 16 - <i>Benchmarks</i> do modelo BCC orientado aos <i>outputs</i>	50
Tabela 17 - Projeções do modelo BCC orientado aos <i>outputs</i>	51
Tabela 18 - Comparação entre as projeções obtidas pelos modelos BCC.....	52
Tabela 19 - Comparação entre as eficiências obtidas pelos modelos trabalhados.	53
Tabela 20 - Classificação das eficiências obtidas pelos modelos trabalhados.	54

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ANAC.....	<i>Agência Nacional de Aviação Civil</i>
BCC.....	<i>Banker, Charnes & Cooper</i>
CCR.....	<i>Charnes, Cooper & Rhodes</i>
CRS.....	<i>Constant Returns of Scale</i>
DEA.....	<i>Data Envelopment Analysis</i>
DMU.....	<i>Decision Making Unit</i>
FDH.....	<i>Free Disposal Hull</i>
INFRAERO.....	<i>Empresa Brasileira de Infraestrutura Aeroportuária</i>
PIB.....	<i>Produto Interno Bruto</i>
SME.....	<i>Slack-based Measure of Efficiency</i>
TFP.....	<i>Total Factor Productivity</i>
VRS.....	<i>Variable Returns of Scale</i>

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	6
LISTA DE TABELAS.....	7
LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS	8
1 INTRODUÇÃO	11
1.1 Problema da pesquisa	12
1.2 Justificativa do tema	12
1.3 Objetivo geral	13
1.3.1 Objetivos Específicos	13
1.4 Delimitação do tema.....	13
1.5 Método de pesquisa	13
1.6 Organização da pesquisa	14
2 MODELAGEM MATEMÁTICA	15
2.1 Classificação de modelos matemáticos	17
2.1.1 Variabilidade em relação ao tempo	17
2.1.2 Linearidade	17
2.1.3 Variabilidade dos coeficientes	18
2.1.4 Divisibilidade.....	18
2.2 Programação linear	18
2.2.1 Modelos Duais	19
3 ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS	21
3.1 Modelo CCR.....	22
3.2 Modelo CCR Dual.....	24
3.3 Modelos BCC Primal e Dual.....	26
3.4 Comparação entre os modelos CCR e BCC	29
4 ÍNDICES DE EFICIÊNCIA E O PROCESSO DE <i>BENCHMARKING</i>	31
4.1 Índices de eficiência no setor aeroportuário	32
5 METODOLOGIA.....	34
5.1 Revisão da literatura	34
5.2 Levantamento de dados	34
5.3 Tratamento de dados do problema	35
5.4 Formulação dos problemas.....	37
5.5 Resolução dos problemas	37
6 ANÁLISE DOS RESULTADOS	38
6.1 Modelos CCR orientados aos <i>Inputs</i> e <i>Outputs</i>	38
6.1.1 Eficiências obtidas	38

6.1.2	Seleção de unidades benchmark	39
6.1.3	Projeções fornecidas pelos modelos	41
6.2	Modelo BCC orientado aos <i>Inputs</i>	44
6.2.1	Eficiências obtidas	44
6.2.2	Seleção de unidades benchmark	45
6.2.3	Projeções fornecidas pelo modelo	46
6.3	Modelo BCC orientado ao <i>Output</i>	47
6.3.1	Eficiências obtidas	47
6.3.2	Seleção de unidades benchmark	48
6.3.3	Projeções fornecidas pelo modelo	51
6.4	Comparação entre os resultados obtidos	53
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	55
7.1	Sugestões para trabalhos futuros	56
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	57

1 INTRODUÇÃO

A desregulamentação do transporte aéreo no Brasil no ano de 2002 provocou a expansão acelerada do setor. A partir deste ano, quando entrou em vigor a liberdade tarifária no transporte aéreo doméstico brasileiro, até 2012, a demanda doméstica por transporte aéreo de passageiros mais do que triplicou em termos de passageiros-quilômetros pagos transportados, com crescimento médio de 14,35 % ao ano, correspondendo a mais de 3,5 vezes o crescimento do PIB brasileiro no mesmo período, segundo dados da *Agência Nacional de Aviação Civil* (ANAC, 2013). Com isso, a busca de melhorias de desempenho em aeroportos brasileiros passou a tomar um caráter cada vez mais estratégico, como forma de reduzir os seus custos operacionais e aumentar a qualidade percebida pelos seus clientes.

Durante os últimos anos, uma grande parcela de esforços e recursos tem sido direcionados para o desenvolvimento de medidas de performance para diversos setores da indústria. Medidas que variam desde as mais simplificadas, como a quantidade de *output* por funcionário, até medidas mais sofisticadas, como fatores de produtividade total (TFP), considerando todos os *inputs* do processo produtivo. Essas medidas têm sido utilizadas na avaliação do progresso técnico e na classificação de unidades pelos seus ganhos de produtividade (GILLEN & LALL, 1997). Nesse contexto, uma técnica que passa a receber importante destaque é a análise por envoltória de dados (DEA).

Diversas são as aplicações encontradas na literatura que comprovam essa afirmativa. Entre exemplos que merecem especial destaque, relacionados a esta pesquisa, podem ser citados os trabalhos de Gillen e Lall (1997), que em seu estudo, avaliaram a eficiência e o desempenho de 21 aeroportos estadunidenses entre os anos de 1989 e 1992; Martín e Román (2001), que usaram a análise por envoltória de dados para avaliar o desempenho de 37 aeroportos espanhóis antes de sua privatização no ano de 1997; e Humphreys e Francis (2002), que examinaram as mudanças nas estruturas de indicadores de desempenho de aeroportos como forma de avaliar a performance atual e futura dos mesmos.

Sendo uma metodologia com base em uma aplicação de programação linear originalmente desenvolvida para a medição de desempenho, esta técnica tem sido empregada com sucesso na avaliação de desempenho relativo de um conjunto de unidades que utilizam uma variedade *inputs* para produzir uma variedade de *outputs*. A performance destas unidades

é avaliada utilizando-se o conceito de eficiência ou produtividade, definido como a razão dos *outputs* totais divididos pelos *inputs* totais (RAMANATHAN, 2006).

Pelo exposto, a presente pesquisa visa investigar os resultados obtidos por meio da aplicação de técnicas de análise por envoltória de dados empregadas à medição da eficiência de aeroportos do sul e sudeste do Brasil.

1.1 Problema da pesquisa

Análise por envoltória de dados é uma técnica de programação linear utilizada para a medição do desempenho de unidades organizacionais. Essa técnica busca a mensuração do quão eficiente uma unidade tomadora de decisões (DMU) utiliza os recursos disponíveis a ela na geração de um conjunto de produtos ou serviços. DMUs podem incluir diversas variedades de organizações, como unidades de manufatura, departamentos de grandes organizações, escolas, hospitais, usinas elétricas, ou de particular interesse para essa pesquisa, aeroportos.

Com base nos fatos evidenciados, o presente trabalho tem por finalidade responder ao seguinte questionamento:

“Em valores numéricos comparativos, quão eficientes foram os aeroportos do sul e do sudeste do Brasil no ano de 2013, a qual extensão houve a presença de ineficiências na utilização de inputs e outputs em cada um dos aeroportos, e quais aeroportos poderiam servir como modelos de benchmarking para o conjunto considerado?”

1.2 Justificativa do tema

Este trabalho é relevante de um ponto de vista acadêmico, visto que ele aborda a aplicação de metodologias consolidadas da literatura na utilização da análise por envoltória de dados para a mensuração da eficiência de unidades de trabalho, tendo também pertinência de um ponto de vista prático, por meio da disseminação de conhecimento para a melhor realocação de recursos de aeroportos e da estimativa das economias geradas por meio da aplicação das técnicas a serem expostas.

Espera-se que esta pesquisa possa também colaborar com o aprimoramento das condições atuais de operação de aeroportos do sul e sudeste do Brasil. Melhorias direcionadas nesse sentido poderão refletir de forma positiva no seu relacionamento com os usuários de seus serviços.

1.3 Objetivo geral

Investigar os resultados obtidos por meio da aplicação de técnicas de análise por envoltória de dados empregadas à medição da eficiência de aeroportos do sul e sudeste do Brasil.

1.3.1 Objetivos Específicos

Para que o objetivo geral desta pesquisa fosse alcançado, tornou-se necessária a realização de um número de objetivos intermediários, que compreenderam:

1. A aplicação de um modelo matemático consolidado da literatura, utilizado com a finalidade da seleção dos multiplicadores das variáveis de entrada e saída que maximizassem a eficiência dos aeroportos;
2. A resolução dos modelos por meio de técnicas de programação linear;
3. Mensurar a eficiência de aeroportos gerenciados pela Infraero no sul e sudeste do Brasil;
4. Classificar as suas eficiências em eficiências técnicas e eficiências de escala;
5. Estimar as ineficiências na utilização de cada um de seus *inputs* e *outputs*;
6. Indicar aeroportos que pudessem servir como *benchmarks* para as unidades que apresentaram um desempenho abaixo do esperado.

1.4 Delimitação do tema

Este estudo discute somente o uso dos modelos de análise por envoltória de dados propostos por Charnes, Cooper e Rhodes; e Banker, Charnes e Cooper; denominados respectivamente de modelos CCR e BBC; orientados tanto à maximização dos níveis de *inputs* e a minimização dos níveis de *outputs* (COOPER *et al.*, 2006). Não foi abordada qualquer extrapolação para a utilização de quaisquer outros modelos.

1.5 Método de pesquisa

A seguinte caracterização da pesquisa usa como base os critérios de classificação apresentados no conteúdo exposto em Gil (2009).

Quanto aos seus objetivos, este trabalho pode ser classificado como pesquisa exploratória, pois visa proporcionar maior conhecimento do problema, compreendendo levantamento bibliográfico e coleta de dados.

Quanto aos seus procedimentos técnicos, esta pesquisa pode ser enquadrada tanto como pesquisa bibliográfica como pesquisa documental, uma vez que ela foi desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos, e também pelo fato da mesma utilizar materiais que ainda não haviam recebido um tratamento analítico.

Em relação à sua abordagem, o trabalho pode ser classificado como pesquisa quantitativa, e quanto a sua natureza, ele enquadra-se como pesquisa aplicada, visto que ele objetiva a geração de conhecimento de aplicação prática dirigido à solução de problemas específicos.

1.6 Organização da pesquisa

Com a finalidade de prover uma melhor apresentação dos temas tratados nesta pesquisa, a mesma foi estruturada em 7 capítulos.

No capítulo 2, são descritos conceitos relacionados à formulação de problemas no âmbito da otimização matemática, destacando-se a programação linear.

O capítulo 3, por sua vez, discute tópicos relacionados à análise por envoltória de dados; relevantes ao estudo realizado.

No capítulo 4, é apresentado o conceito de *benchmarking*, bem como medidas de eficiência apropriadas ao setor aeroportuário e suas características.

No capítulo 5, é exposta a metodologia utilizada para a realização desta pesquisa, destacando-se as etapas de coleta e tratamento de dados, formulação do modelo matemático tratado e interpretação dos resultados.

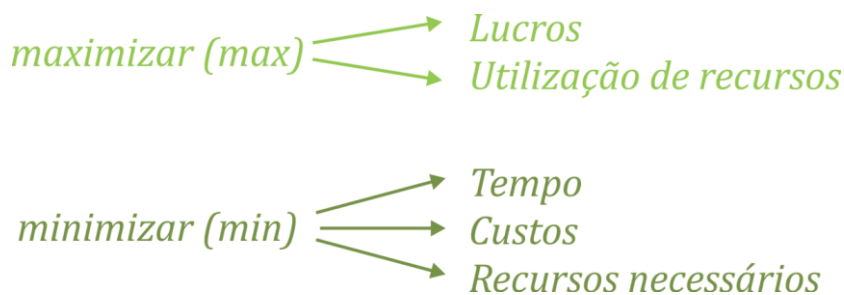
No capítulo 6 são discutidos os resultados obtidos na resolução dos modelos abordados.

Por fim, no capítulo 7 são apresentadas as discussões e conclusões deste trabalho, além de recomendações para a continuação desta pesquisa em trabalhos futuros.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

O ramo da matemática conhecido como otimização está primariamente focado na busca do melhor comportamento para um sistema. A geração de maiores lucros, a utilização de menos recursos, uma maior confiabilidade ou uma maior velocidade são exemplos de critérios comparativos utilizados para classificar as diversas alternativas possíveis para o seu comportamento. No âmbito da otimização matemática, estes critérios são descritos por meio de funções objetivo, sendo a mais apropriada normalmente àquela que estiver em maior sintonia com os objetivos específicos do sistema estudado; ou seja, a função objetivo que conciliar da melhor maneira as expectativas para a sua operação (WINSTON, 2003). Em modelos de otimização matemática, as mesmas são precedidas pelas palavras “*minimizar*”, “*maximizar*”, ou suas respectivas abreviações, dependendo de sua natureza. A Figura 1 ilustra exemplos de funções objetivo.

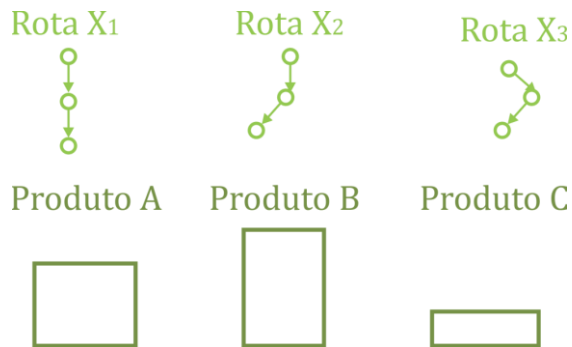
Figura 1 - Exemplos de funções objetivo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma vez realizada a definição do que é esperado em termos de comportamento, é necessário definir quais as decisões que devem ser tomadas para que os objetivos sejam alcançados. A combinação de rotas de abastecimento para mercados consumidores que gere os maiores lucros, a combinação de produtos a serem fabricados dentro de um *mix* de produtos que utilize menos recursos, ou a combinação de variáveis de estado que produza uma mistura química com a melhor qualidade são todos exemplos de decisões que podem ser realizadas. Em um modelo de otimização, são denominadas coletivamente de variáveis de decisão, e a escolha de diversas combinações para seus valores específicos poderá impactar de maneira positiva ou negativa a função objetivo associada a elas (WILLIAMS, 2013). Exemplos podem ser visualizados na Figura 2.

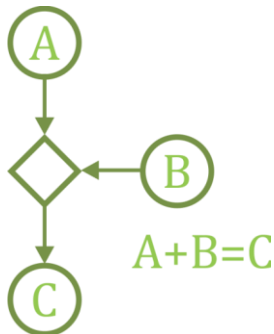
Figura 2 - Exemplos de variáveis de decisão.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Quando um sistema possuir um conjunto de parâmetros que influenciem o seu desempenho mas não podem ser controlados, esses parâmetros são denominados de restrições (WINSTON, 2003). Diversas podem ser as restrições consideradas em um modelo. Considerações de conservação de massa, energia, ou número de unidades em modelos de fluxo; número máximo de unidades disponíveis de matéria-prima para a fabricação de produtos; ou condições de não-negatividade para as variáveis de decisão são exemplos ocorridos em prática. A Figura 3 ilustra um exemplo de restrição.

Figura 3 - Exemplo de restrição.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Com base nessas definições, é possível então conceituar um problema geral de otimização. Sua representação, em termos matemáticos, é realizada na Equação 1.

$$\min (\max) f(\vec{x})$$

$$\text{sujeito a: } g_i(\vec{x}) \leq b_i, \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$$

$$\vec{x} \in \mathbb{R}^n$$

(1)

Onde a função f faz referência à função objetivo, o conjunto de m funções g às restrições do problema e o vetor de n componentes x às variáveis de decisão.

2.1 Classificação de modelos matemáticos

Modelos matemáticos surgem nas mais diversas áreas do conhecimento humano, tendo os sistemas descritos por eles cada qual características específicas. Com base nisso, torna-se conveniente a classificação desses modelos conforme alguns critérios, objetivando uma melhor compreensão da natureza do sistema estudado.

2.1.1 Variabilidade em relação ao tempo

Quanto à variabilidade das variáveis de decisão de um sistema em relação ao tempo, o modelo matemático que o descreve pode ser classificado como estático ou dinâmico.

Em um modelo estático a solução prescreve valores definitivos para as variáveis de decisão em todos os instantes de tempo subsequentes. É o caso de problemas como o problema da obtenção do conjunto de produtos que maximize os lucros de uma empresa. Dentro de um horizonte de tempo pré-definido onde os valores tratados no problema não sejam alterados, a alternativa referente à solução deste problema será comparativamente melhor às outras (WINSTON, 2003).

Em um modelo dinâmico, por outro lado, as variáveis de decisão envolvem uma sequência de decisões em múltiplos períodos de tempo. É o caso de problemas como o da decisão do número de unidades que devam ser produzidas em cada período de tempo de forma a minimizar os custos de estocagem e ao mesmo tempo satisfazer a sua demanda (WINSTON, 2003).

2.1.2 Linearidade

Um modelo pode ser classificado ainda de acordo com a relação entre as variáveis de decisão do sistema representado, que podem ser lineares ou não-lineares. Um modelo linear é um modelo no qual a função objetivo e as restrições são combinações lineares das variáveis de decisão. Um modelo de otimização que não satisfaça essas considerações é dito um modelo não-linear (BAZARAA *et al.*, 2010).

2.1.3 Variabilidade dos coeficientes

Outro critério utilizado faz referência ao grau de variabilidade dos coeficientes presentes, tanto na função objetivo quanto nas restrições. Com base nesse critério, os modelos são classificados em determinísticos ou estocásticos. Normalmente uma aproximação determinística inicial é examinada, com a utilização de modelos estocásticos sendo reservada somente para casos onde não seja possível capturar a natureza real do problema (BAZARAA *et al.*, 2010).

2.1.4 Divisibilidade

Por fim, quando as variáveis de decisão de um sistema podem ser descritas somente por valores inteiros, o modelo de otimização associado é classificado como um modelo inteiro. Outros modelos relacionados são os modelos não-inteiros, nos quais as variáveis podem assumir valores fracionais; e os modelos mistos, que contém os dois tipos de variáveis (WINSTON, 2003).

2.2 Programação linear

Dentre os diversos tipos de modelos matemáticos descritos, uma classe que merece especial destaque é a classe de modelos lineares. Apesar de modelos dessa natureza parecerem a princípio simplificações extremas para sistemas estudados, o sucesso de suas aplicações demonstra sua capacidade de descrever aspectos relevantes de um problema, com sua utilização mantendo uma grande popularidade inclusive atualmente (BAZARAA *et al.*, 2010).

Com a observação de que um número de sistemas econômicos, industriais, financeiros e militares poderiam ser modelados ou aproximados por sistemas matemáticos de equações e desigualdades lineares surgiu o ramo da matemática conhecido como programação linear (DANTZIG & THAPA, 1997).

Até 1947, quando George B. Dantzig desenvolve então o método Simplex para a resolução de problemas de planejamento das Forças Aéreas dos Estados Unidos, problemas do âmbito da alocação de recursos eram abordados apenas por meio da experiência e intuição de gestores, com melhorias de eficiência sendo advindas somente de inovações tecnológicas. Após a disseminação da aplicação desses modelos, essas melhorias passaram a ocorrer

igualmente por meio da melhor organização e do melhor planejamento do uso de recursos (CHVÁTAL, 1983).

Sua representação, em termos matemáticos, é realizada na Equação 2.

$$\begin{aligned}
 & \min (\max) c^T x \\
 & \text{sujeito a: } Ax \leq b \\
 & x \geq 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

Onde x e c são vetores pertencentes ao \mathbb{R}^n , b um vetor pertencente ao \mathbb{R}^m e A uma matriz de m linhas e n colunas.

2.2.1 Modelos Duais

Um fato de extrema notoriedade na teoria referente à programação linear é a existência, para problemas viáveis, de um modelo dual associado ao problema original. Esse problema dual tem uma função objetivo com extremização oposta à do problema original. Para o caso de um problema de maximização, por exemplo, o modelo dual associado será relacionado à minimização de determinadas quantidades de interesse.

A relação entre um dado problema, referido na teoria de programação linear como primal, e o problema dual associado é representada na

Figura 4. Nesta representação fica clara a relação entre as restrições de um problema e a função objetivo do problema associado.

Figura 4 - Relação entre os modelos primal e dual.

<i>Primal</i>	<i>Dual</i>
$\min c^T x$	$\max y^T b$
$\text{sujeito a: } Ax \geq b$	$\text{sujeito a: } y^T A \leq c^T$
$x \geq 0$	$x \geq 0$

Fonte: Adaptado de Strang, 1986, p. 692.

De especial interesse para esta pesquisa são os teoremas *da dualidade e das folgas complementares*. O autor optou por omitir a prova destes teoremas nesta pesquisa. Leitores interessados podem consultar Strang (1986).

Teorema das folgas complementares:

Os vetores viáveis x e y apresentam dualidade se e somente se $(c - yA)x = 0$. Para cada $j = 1, 2, \dots, n$, um ponto ótimo requer que:

$$(yA)_j = c_j \text{ ou } x_j = 0 \text{ (STRANG, 1986, p. 694)}$$

Teorema da dualidade:

Se existir um valor x ótimo no problema primal, então existe um valor y ótimo no problema dual, e o valor mínimo de cx é igual ao valor máximo de yb . Caso contrário, um ou ambos os conjuntos de pontos viáveis devem ser vazios (STRANG, 1986, p. 695).

3 ANÁLISE POR ENVOLTÓRIA DE DADOS

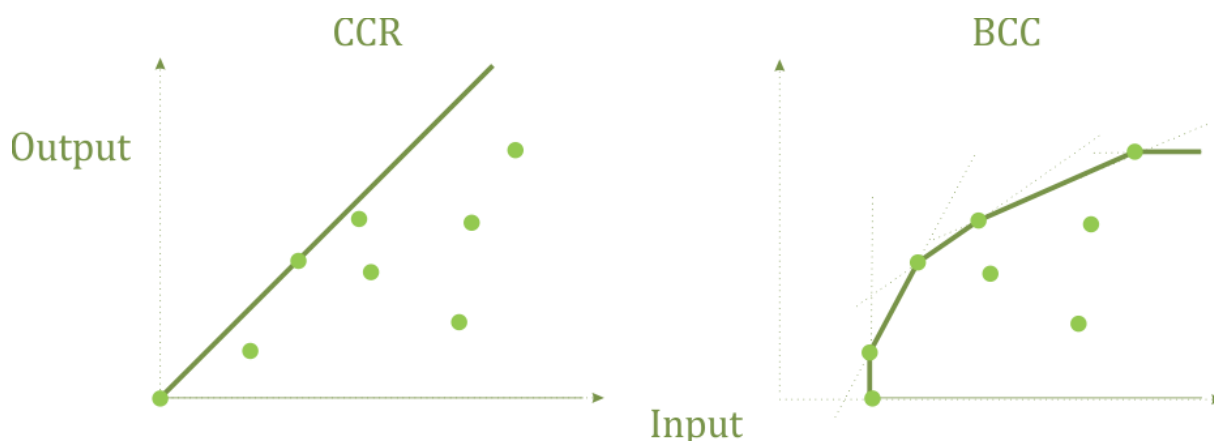
Em princípio, a técnica DEA lida com um número de Unidades Tomadoras de Decisão (DMUs), cada qual analisada separadamente por meio de um modelo matemático de programação que verifica a possibilidade da DMU em consideração melhorar a sua performance com decréscimos em seus *inputs* ou acréscimos em seus *outputs*.

A melhoria é buscada até que a fronteira da envoltória convexa de outras DMUs seja alcançada. Uma DMU que não puder melhorar a sua performance é eficiente, ou não-dominada. Em caso negativo, ela é dominada por uma combinação convexa de outras DMUs. Possíveis melhorias para uma DMU particular são indicadas, não em uma direção arbitrária, mas com base na performance de DMUs eficientes com maior sucesso (RAMANATHAN, 2003).

Uma hipótese fundamental utilizada na computação de eficiências relativas é a de que se uma dada organização eficiente é capaz de produzir Y unidades de *output* utilizando X unidades de *inputs*, então outras organizações devem ser capazes de realizar o mesmo, caso desejem operar de forma eficiente. Com isso, é possível definir *Metas de Desempenho* para organizações ineficientes como forma de capacitá-las a atingir 100% de eficiência relativa em comparação com as organizações mais eficientes. Estas organizações operam em um ambiente similar às outras; sendo a utilização de seu desempenho como *benchmark* para as outras uma hipótese realista (COOPER *et al.*, 2006).

É possível traçar uma *Fronteira da Eficiência*, como uma linha unindo as organizações mais eficientes e as linhas vertical e horizontal conectando-as aos dois eixos. Ela representa um padrão de performance que as organizações que não estão na fronteira devem tentar atingir (RAMANATHAN, 2003). A Figura 5 ilustra fronteiras de eficiência.

Figura 5 – Fronteiras de eficiência referentes aos modelos CCR e BCC.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Logo, o objetivo da técnica DEA é construir um conjunto de referência; permitindo a classificação das DMUs em unidades eficientes ou ineficientes, tendo como referencial a superfície formada por esse conjunto, com as unidades eficientes localizadas sobre a fronteira e as unidades ineficientes localizadas abaixo da mesma.

Um conceito central para a DEA é a ideia do índice de produtividade ser definido como uma combinação linear dos *inputs* dividida por uma combinação linear dos *outputs*.

Com isso, os modelos de otimização relacionados com cada uma das DMUs buscarão valores para os multiplicadores de cada *input* e *output* de forma que o seu índice seja maximizado em relação às outras unidades.

3.1 Modelo CCR

O modelo CCR, proposto por Charnes, Cooper e Rhodes em 1978, é o primeiro modelo de análise por envoltória de dados encontrado na literatura, sendo também o de mais simples compreensão e implementação. Este modelo busca a maximização da eficiência de cada uma das DMUs consideradas em um estudo, de forma individual por meio de aplicações de programas lineares. Este modelo, bem como o modelo BCC, tem normalmente suas funções objetivo modificadas, de problemas fracionais para modelos lineares, por meio da criação de restrições nos valores numéricos dos produtos internos dos pesos dos *inputs* e os seus valores específicos para cada DMU, referidos no restante do texto como *inputs virtuais*. A Equação 3 demonstra os conceitos de *input* e *output* virtuais, para uma dada unidade de referência j .

$$\begin{aligned}
 \text{Input virtual} &= \sum_{k=1}^m v_k x_{kj} \\
 \text{Output virtual} &= \sum_{l=1}^s u_l y_{lj}
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Onde os vetores u e v são os multiplicadores associados com os níveis de *inputs* e *outputs* observados, x e y , respectivamente.

Com a busca da maximização da função objetivo, composta na adaptação linear somente do *output* virtual, da restrição referente ao *input* virtual, das restrições relacionadas ao fato de nenhuma dada unidade poder apresentar uma eficiência maior do que 1 ou menor do que 0, e das restrições de positividade dos multiplicadores associados com cada *input* e *output*, obtem-se a forma linear do modelo CCR, demonstrada na Equação 4. Este modelo é conhecido como *forma dos multiplicadores*.

$$\begin{aligned}
 &\max u^T y_j \\
 &\text{sujeito a:} \\
 &vx_j = 1 \\
 &-vX + uY \leq 0 \\
 &u, v \geq 0.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Onde y_j é um vetor referente aos s *outputs* observados da unidade j , x_j é um vetor associado aos m *inputs* observados desta mesma unidade, u e v são as variáveis do problema, vetores de s e m componentes associados aos valores de *inputs* e *outputs* observados, e X e Y são matrizes cujas colunas representam cada DMU considerada e cujas linhas representam tipos de *inputs* ou *outputs* considerados.

3.2 Modelo CCR Dual

O modelo CCR Dual, conhecido também como *forma envoltória*, é apresentado na Equação 5.

$$\begin{aligned}
 & \min \theta \\
 & \text{sujeito a:} \\
 & \theta x_j - \lambda X \geq 0 \\
 & \lambda Y \geq y_j \\
 & \lambda \geq 0.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Importante destacar neste ponto o conceito do conjunto de possibilidades de produção, P . Este conjunto representa todas as combinações possíveis de *inputs* e *outputs* para uma dada coleção de postulados.

Os postulados do conjunto de possibilidades de produção do modelo CCR são:

1. Todas as combinações de *inputs* e *outputs* observadas, chamadas de atividades, pertencem a P ;
2. Se uma dada atividade (x,y) pertencer a P , então a atividade (tx,ty) também pertencerá a P para cada escalar positivo t . Essa propriedade é a hipótese de retornos de escala constantes;
3. Para cada atividade (x,y) em P , $\hat{x} \geq x, \hat{y} \leq y$ pertence a P . Ou seja, qualquer atividade com *inputs* não menores do que x em qualquer componente e com *outputs* não maiores que y em qualquer componente é viável. Em outras palavras, qualquer forma de operação com eficiência mais baixa do que as eficiências observadas pertence a P .
4. Qualquer combinação linear semipositiva de atividades pertencentes a P também pertence a P .

Podemos definir o conjunto de possibilidades de produção P satisfazendo a esses quatro postulados como: $P = \{(x, y) \mid x \geq \lambda X, y \leq \lambda Y, \lambda \geq 0\}$.

As restrições do modelo dual requerem que a atividade $(\theta x_j, y_j)$ pertença a P , enquanto que a função objetivo busca o mínimo θ que reduza o vetor de *inputs* radialmente para θx_j enquanto permanece em P . O modelo dual busca uma atividade em P que garanta pelo menos o nível de *output* da DMU em consideração em todas as suas componentes, enquanto reduz o vetor de *inputs* x_j radialmente para um valor tão menor quanto possível. Pode ser dito que $(\lambda X, \lambda Y)$ possui um desempenho melhor do que $(\theta x_j, y_j)$ quando $\theta < 1$. Acerca desta propriedade, definimos os excessos de *inputs* e faltas de *outputs* na Equação 6.

$$s^- = \theta x_j - \lambda X, \quad s^+ = \lambda Y - y_j. \quad (6)$$

Devido ao teorema das folgas complementares, se um dado *input* ou *output* de uma dada unidade possuir um multiplicador associado diferente de zero, a folga ou excesso associado será igual à zero. Em contraste, se uma dada unidade possuir folga ou excesso em um dado *input* ou *output*, o multiplicador associado será igual a zero. Isso se dá devido ao problema considerar os pesos de forma que a unidade relevante a cada problema encontre uma combinação que enalteça a sua performance. Logo, *inputs* com excessos e *outputs* com faltas serão descartados do resultado final.

Em posse de s^- e s^+ podemos definir então as projeções fornecidas pelo modelo orientado aos *inputs*. No caso deste modelo, unidades ineficientes terão os seus *inputs* corrigidos pela sua ineficiência e pelo decréscimo de seus excessos, enquanto os seus *outputs* serão corrigidos apenas pela soma de suas faltas. A Equação 7 demonstra as projeções fornecidas por este modelo para os *inputs* e *outputs*.

$$\begin{aligned} \hat{x}_j &= \theta_j x_j - s^- \\ \hat{y}_j &= y_j + s^+ \end{aligned} \quad (7)$$

Existe ainda outro modelo que busca a maximização de *outputs*, enquanto utiliza *inputs* não maiores do que as quantias observadas. Este é dito o modelo orientado para *outputs*, demonstrado na Equação 8.

$$\begin{aligned} & \max \eta \\ & \text{sujeito a:} \\ & x_j - \mu X \geq 0 \\ & \mu Y - \eta y_j \geq 0 \\ & \mu \geq 0. \end{aligned} \tag{8}$$

Este modelo é relacionado com o modelo CCR orientado para *inputs* pela Equação 9.

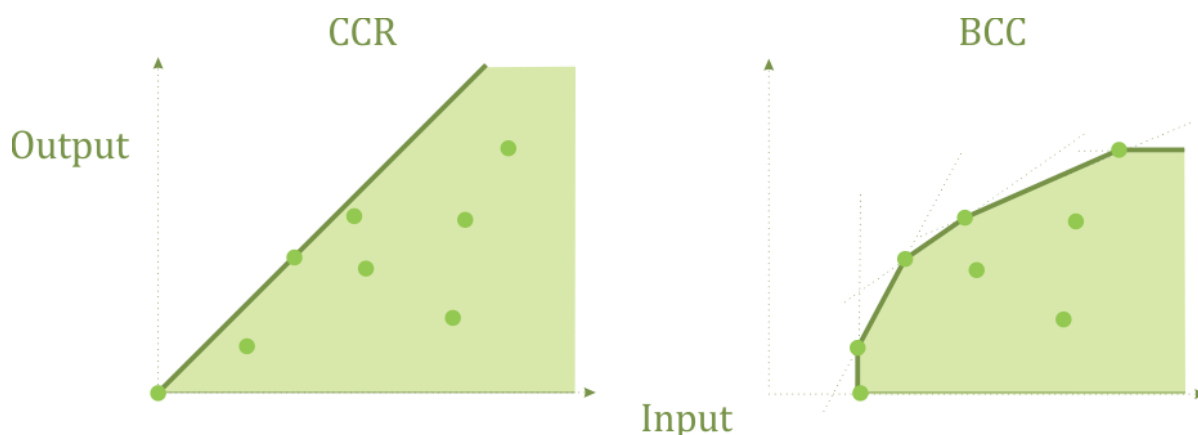
$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\mu}{\eta} \\ \theta &= \frac{1}{\eta} \end{aligned} \tag{9}$$

Uma solução para este modelo pode ser derivada diretamente da solução ótima do modelo CCR orientado para *inputs*, com os mesmos resultados sendo obtidos.

3.3 Modelos BCC Primal e Dual

O modelo BCC, em contraste ao modelo CCR, não assume retornos de escala constantes para as atividades consideradas, como demonstrado na Figura 6.

Figura 6 - Contraste entre os conjuntos P referentes aos modelos CCR e BCC.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O conjunto de possibilidades de produção P para este modelo possui uma restrição referente à soma das variáveis duais, que deve ser igual a 1, ou seja, $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$.

Esta restrição impacta diretamente o segundo e o quarto postulados do conjunto de possibilidades de produção do modelo CCR, forçando as soluções viáveis dos problemas em consideração a uma combinação convexa dos valores observados, e ocasionando a fronteira diferenciada do modelo BCC, como indicado na figura supracitada. O modelo BCC tem assim suas fronteiras de produção delimitadas pela envoltória convexa dos dados relacionados com as DMUs existentes.

A condição de convexidade para as variáveis duais é a única diferença apresentada entre os modelos BCC e CCR. Logo, como pode ser esperado, estes modelos apresentam propriedades similares bem como exibem suas particularidades. As formas lineares de seus modelos primal e dual orientados aos *inputs* encontram-se descritas nas Equações 10 e 11, respectivamente.

$\min \theta$

sujeito a:

$$\theta x_j - \lambda X \geq 0$$

$$\lambda Y \geq y_j$$

$$e\lambda = 1$$

$$\lambda \geq 0.$$

(10)

Onde e é um vetor de mesma dimensão que λ com entradas iguais a 1.

$$\max u^T y_j - u_j$$

sujeito a:

$$vx_j = 1$$

$$-vX + uY - u_j e \leq 0$$

$$u, v \geq 0.$$

u_j sem restrição de sinal.

(11)

Onde u_j é uma variável referente à restrição de convexidade do problema dual.

Importante destacar também o fato do valor ótimo obtido no modelo BCC ser sempre maior ou igual ao valor obtido pelo modelo CCR, uma vez que este modelo impõe uma nova restrição, sendo a sua região viável um subconjunto da região viável do modelo CCR.

Os excessos de *inputs* e faltas de *outputs* para o modelo BCC possuem a mesma forma apresentada no modelo CCR, devido às restrições referentes a estas quantidades permanecerem inalteradas no modelo dual.

As formas lineares dos modelos BCC primal e dual associados aos *outputs* podem ser visualizadas nas equações 12 e 13.

$$\max \eta$$

sujeito a:

$$x_j - \mu X \geq 0$$

$$\mu Y - \eta y_j \geq 0$$

$$e\mu = 1$$

$$\mu \geq 0.$$

(12)

$$\begin{aligned}
& \max v^T x_j - v_j \\
& \text{sujeito a:} \\
& uy_j = 1 \\
& vX - uY - v_j e \leq 0 \\
& u, v \geq 0. \\
& v_j \text{ sem restrição de sinal.}
\end{aligned} \tag{13}$$

Cooper *et al.* (2006) salientam que a transformação entre os modelos não implica a inexistência de diferenciações gerenciais na escolha entre os mesmos, uma vez que diferentes correções podem ser associadas com a maximização de *outputs* ou a minimização de *inputs*. Essa diferença pode ser substancial e a sua escolha merece sempre especial destaque.

3.4 Comparação entre os modelos CCR e BCC

Devido às diferentes eficiências associadas a unidades estudadas em casos de retornos de escala constantes (CRS) e retornos de escala variáveis (VRS), é buscada uma distinção entre dois tipos de eficiências, a *eficiência técnica* e a *eficiência de escala* (RAMANATHAN, 2003).

O modelo CCR, sem a restrição de convexidade, estima a eficiência bruta de uma DMU. Esta eficiência comprime as eficiências técnica e de escala. Eficiência técnica descreve a eficiência em converter *inputs* em *outputs*, enquanto eficiência de escala leva em consideração o fato de economias de escala não poderem ser obtidas em todas as escalas de produção, existindo uma escala mais produtiva, onde a escala de eficiência atinge o seu máximo.

O modelo BCC aborda a variação de eficiência em respeito à escala de operação, medindo então a eficiência técnica pura.

A eficiência VRS é dada pela Equação 14.

$$\varepsilon_{VRS} = \theta_{BCC} = (\text{eficiência técnica}) \tag{14}$$

Enquanto a eficiência CRS é dada pela Equação 15.

$$\varepsilon_{CRS} = \theta_{CCR} = (\text{eficiência técnica})(\text{eficiência de escala}) \quad (15)$$

Logo, a eficiência de escala de uma DMU pode ser computada como a razão de sua eficiência CRS pela sua eficiência VRS. Ou seja, a ineficiência de escala de uma dada unidade é causada devido a esta unidade não operar no seu tamanho mais produtivo.

A eficiência CRS de uma unidade é sempre menor ou igual a sua eficiência puramente técnica. A igualdade entre eficiência CRS e VRS é obtida quando a eficiência de escala é unitária, ou quando a DMU opera no seu tamanho de escala mais produtivo (RAMANATHAN, 2003).

4 ÍNDICES DE EFICIÊNCIA E O PROCESSO DE *BENCHMARKING*

Com benefícios que incluem melhorias no desempenho de organizações, planejamento de orçamentos, testes de novas ideias, resolução de problemas técnicos, e resolução de disputas internas, o processo de *benchmarking* vem conquistando cada vez maior espaço nos mais diversos segmentos da indústria (STAPENHURST, 2009). Este processo parte do princípio que, se uma dada unidade for capaz de realizar um conjunto de atividades de maneira mais eficiente que outras unidades consideradas em uma dada amostra, isso implica que possivelmente esta faça uso de práticas diferenciadas. A constatação de quais são estas práticas, a sua adaptação, e a sua adoção para uma dada organização compreendem os primeiros passos necessários a realização de melhorias em sua performance.

Essa definição destaca especificamente o fato do *benchmarking* poder ser aplicado tanto para os processos, quanto para os produtos ou serviços de uma organização. De forma mais ampla, o *benchmarking* pode ser empregado em qualquer área onde seja possível comparar as performances entre elementos constituintes ou gerar aprendizado por meio do conhecimento de métodos. Essa definição especifica também que o *benchmarking* pode ser realizado com relação aos maiores competidores de uma empresa, de forma a capacitá-la a conhecer as suas maiores forças e fraquezas em relação a estes; ou com relação aos líderes da indústria, de forma a informar os níveis mais altos de desempenho sendo atingidos atualmente na indústria de maneira geral. Mesmo quando da realização do *benchmarking* em relação a unidades não competitivas, uma performance comparativa aquém do esperado pode ser o primeiro passo necessário à persuasão da diretoria para a investigação do desempenho atual e à procura de melhorias em sua organização.

Stapenhurst (2009) afirma que apesar de não haver um método único que possa ser utilizado para a sua realização, existem fases e tarefas comuns a estes métodos que devem ser consideradas em todos os estudos realizados. A determinação dos objetivos, a decisão de quais unidades serão consideradas, e a seleção dos indicadores de desempenho a serem comparados são exemplos dessa afirmação.

Cabe ressaltar que, por vezes, uma organização não dispõe de recursos necessários para a adoção de um conjunto de melhorias focadas em todos os aspectos de sua atividade de forma simultânea, necessitando focar em áreas onde o retorno sobre investimentos possa ser

maior. Em ordem de realizar tal avaliação, estas empresas necessitam estimar o nível de performance a ser atingido após o investimento.

Apesar de ser possível o cálculo de um nível de desempenho teórico, frequentemente organizações não tem conhecimento sobre o nível de desempenho esperado até o momento em que as mesmas realizem algum tipo de análise. Uma solução para esse problema é a realização de atividades de *benchmarking* em áreas com potencial de melhorias.

Com isso, espera-se que seja possível:

1. Descobrir o nível de desempenho potencial em cada área, baseando-se nos níveis atingidos por outras unidades;
2. Calcular os benefícios gerados para cada área por meio da atuação da empresa sob estudo nessas condições;
3. Calcular o retorno sobre investimentos esperado para cada uma destas áreas;
4. Priorizar a distribuição de recursos para cada uma das áreas consideradas, baseando-se nos retornos sobre investimentos.

Torna-se claro que a melhor opção para uma dada organização é o dispêndio de esforços focados na implementação de mudanças apenas após a constatação da performance esperada estar ao menos entre as melhores observadas.

4.1 Índices de eficiência no setor aeroportuário

Toda organização, seja do setor público ou do setor privado, necessita mensurar e monitorar a sua performance. Neste contexto, um setor da indústria que acaba ganhando especial destaque, devido às suas características específicas, é o setor aeroportuário.

Em um ambiente perfeitamente competitivo, forças de mercado asseguram a equalização de um desempenho ótimo com lucratividade, mas a realidade da operação de aeroportos encontra-se distante destas condições (DOGANIS, 1992). Restrições geográficas, econômicas, sociais, e políticas impedem a competição direta entre aeroportos. Ao mesmo tempo, a extensão pela qual os aeroportos conseguem atrair o tráfego de outros com diferentes preços ou níveis de serviço é muito limitada. Logo, a maioria destas unidades ocupa uma posição virtualmente monopolista, podendo usufruir desta por meio da extração de altas receitas de seus clientes.

Nessas circunstâncias, as medidas de lucratividade podem não ser as mais adequadas para mensurar as suas eficiências. A consideração da lucratividade de forma isolada não é capaz de identificar o consumo desnecessário de recursos, e não providencia a um aeroporto os incentivos adequados para melhorar o seu desempenho. Índices adicionais ou indicadores que meçam seus *inputs* e *outputs* de forma física e financeira simultaneamente são essenciais.

Historicamente, muitos aeroportos adotaram o costume de avaliar a sua performance usando critérios fundamentados somente em medidas de lucro ou aumento de tráfego; mesmo com um crescente cuidado de gerentes de aeroportos sobre as implicações financeiras e comerciais de sua operação (DOGANIS, 1992). Somente um número reduzido de aeroportos desenvolveu uma abordagem sistemática para a medição do seu desempenho, e um número ainda menor de aeroportos incluiu qualquer indicador de desempenho em suas demonstrações contábeis.

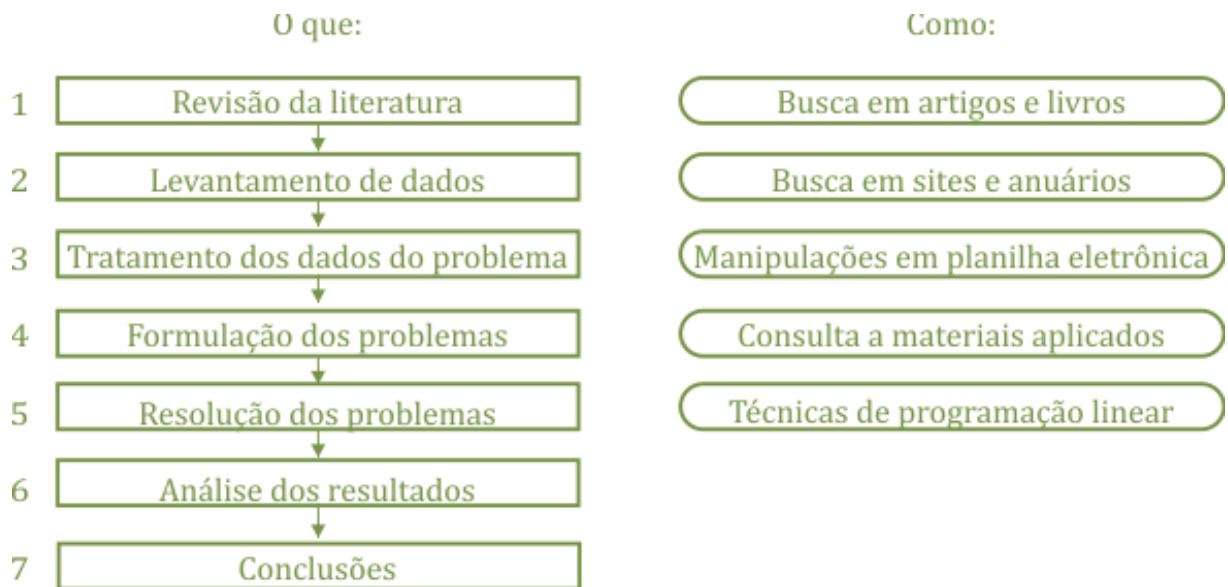
De maneira geral, não há um padrão aceito na indústria para a medição do desempenho de aeroportos. Este fato pode ser contrastado com muitas outras indústrias ou inclusive com a indústria de companhias aéreas, onde indicadores de desempenho padronizados tem sido amplamente adotados. Indicadores de desempenho deveriam ser utilizados como forma de assegurar a realização do melhor uso dos recursos a disposição da administração de aeroportos.

Sendo compostos essencialmente de uma ou várias pistas de pousos e decolagens para aeronaves, junto com as estruturas e terminais associados onde passageiros e cargas transportadas pelas aeronaves possam ser processados, aeroportos são empresas complexas, que agem como um sistema no qual elementos e atividades são aproximados com o intuito de facilitar, tanto para os passageiros quanto para as cargas de frete, a troca entre os transportes terrestres e aéreos. Com base nestes dados, a opção mais viável para a medição dos *outputs* deveria ser dada em termos do número de movimentos de aeronaves ocorridos, ou o volume de passageiros ou carga embarcados ou desembarcados (DOGANIS, 1992).

5 METODOLOGIA

Esta pesquisa foi realizada em sete etapas. As mesmas podem ser visualizadas na Figura 7.

Figura 7 - Etapas da pesquisa.



Fonte: Elaborado pelo autor.

5.1 Revisão da literatura

A primeira etapa compreendeu a revisão da literatura abordando a aplicação da análise por envoltória de dados em aeroportos, que foi realizada por meio da busca de artigos e livros com aplicações práticas de métodos consolidados da literatura, relacionados com os temas abordados. Foi escolhido para esta pesquisa a realização de um estudo similar ao empregado por De Almeida *et al.* (2008), com a utilização do mesmo conjunto de *inputs* e *outputs*, embora com a adoção de outros modelos de DEA e outra amostra de aeroportos.

5.2 Levantamento de dados

A segunda etapa envolveu o levantamento de dados pertinentes ao problema estudado, por meio de pesquisas em sites e da consulta a anuários estatísticos disponibilizados anualmente pela *Empresa Brasileira de Infraestrutura Aeroportuária* (INFRAERO, 2013).

Foram buscados dados referentes aos complexos aeroportuários de aeroportos do sul e sudeste do Brasil no sitio eletrônico da empresa, bem como a movimentação anual de

aeronaves, cargas e passageiros no anuário estatístico publicado no ano de 2013. Os dados compreendidos nas páginas eletrônicas de especial relevância para esta pesquisa foram as áreas dos pátios de aeronaves, número total de posições disponíveis para o estacionamento de aeronaves, áreas dos terminais de passageiros, comprimentos das pistas de pousos e decolagens e capacidades de passageiros processados ao ano. Estes dados estão disponibilizados em páginas destinadas a cada um dos aeroportos administrados pela agência. A Tabela 1 ilustra os dados obtidos após a consulta.

Tabela 1 - Dados obtidos após a consulta.

Cidade do Aeroporto	Área do Pátio (m ²)	Capacidade do Terminal (milhões/ano)	Comprimento da pista (m)	Área do Terminal (m ²)	# de Posições Estacionamento de Aviões	Movimentação de Carga (Kg)	Movimentação de Passageiros	Movimentação de Aeronaves
Bagé	3.000	200.000	1.500	600	5	-	2.001	414
Belo Horizonte	15.430	700.000	928	349	11	-	35.921	34.558
Congonhas	77.321	17.100.000	1.640	64.579	54	45.951.416	17.119.530	209.555
Criciúma	4.073	100.000	1.425	530	6	-	69.824	3.814
Curitiba	82.442	7.900.000	2.215	45.000	10	29.960.206	6.742.133	82.455
Bacacheri	16.060	300.000	1.390	157	17	-	67.414	24.390
Florianópolis	20.187	4.100.000	2.300	9.440	14	6.773.163	3.872.877	54.216
Foz do Iguaçu	50.102	2.800.000	2.195	24.188	18	324.251	1.677.460	18.524
Jacarepaguá	46.900	400.000	900	226	50	-	145.062	76.083
Joinville	15.010	800.000	1.540	4.000	9	1.205.440	397.556	9.496
Londrina	40.293	2.600.000	2.100	5.820	9	1.538.798	1.051.157	30.808
Navegantes	20.276	1.400.000	1.701	5.200	6	1.801.700	1.203.561	23.517
Pelotas	16.200	800.000	1.980	1.098	12	19.667	37.731	2.758
Porto Alegre	142.750	15.300.000	2.280	53.100	25	26.922.409	7.993.164	94.409
Rio de Janeiro	95.800	9.900.000	1.323	19.000	13	7.529.469	9.204.603	127.328
São José dos Campos	16.931	300.000	2.676	864	7	28.107	160.229	16.133
Uberaba	13.450	1.700.000	1.759	2.030	20	8.689	147.345	7.731
Uberlândia	34.612	2.400.000	2.100	4.733	14	1.489.677	1.136.908	29.943
Uruguaiana	10.634	300.000	1.500	800	9	419	1.373	511
Vitória	44.400	3.300.000	1.750	17.000	6	14.589.492	3.450.736	58.504

Fonte: Elaborado pelo autor.

Dentre os aeroportos do sul e sudeste do Brasil, foram excluídos aqueles que não apresentaram um descritivo completo do complexo aeroportuário, ou não possuíam dados publicados no anuário estatístico. No total foram vinte os aeroportos selecionados.

Para a aplicação do modelo DEA, além das escolhas das DMUs, se fez necessário a escolha de variáveis de *input* e *output*. Os modelos utilizados nesta pesquisa foram orientados tanto para a minimização dos *inputs* utilizados mantendo-se inalterados os *outputs*, quanto orientados para maximização dos *outputs*, sem incorrer aumentos nos níveis de *inputs* das DMUs. Neste trabalho foram utilizados modelos com retorno constante de escala, CCR, e com retorno variável de escala, BCC.

5.3 Tratamento de dados do problema

Nesta etapa fez-se necessário a busca da correlação entre variáveis do problema, a fim de validar o processo de escolha das mesmas e de desconsiderar quaisquer variáveis

irrelevantes ou duplicadas. Foi buscada a seleção de variáveis de forma que as correlações entre as variáveis de *input* e *output* fossem positivas e próximas ao número 1.

As faixas de correlação escolhidas para esta pesquisa foram:

- 0,00-0,50 – baixa correlação;
- 0,50-0,92 – média correlação;
- 0,92-1,00 – alta correlação.

Por meio da análise da matriz de correlações, apresentada na Tabela 2, pode-se eliminar o *input* “área do terminal”, devido à alta correlação com o *input* “área do pátio”; o *input* “comprimento da pista” que apresentou baixa correlação com todos os *outputs* considerados nesta pesquisa; e o *output* “movimentação de aeronaves”, devido ao mesmo ser altamente correlato com o *output* “movimentação de passageiros”. Optou-se pela desconsideração destas variáveis devido ao resultado possivelmente tendencioso de sua inclusão na pesquisa.

Tabela 2 - Matriz de correlação entre as variáveis selecionadas.

	Área do Pátio	Capacidade do Terminal	Comprimento da pista	Área do Terminal	# de Posições	Mov. de Carga	Mov. de Passageiros	Mov. de Aeronaves
Área do pátio	1,00	-	-	-	-	-	-	-
Capacidade do terminal	0,87	1,00	-	-	-	-	-	-
Comprimento da pista	0,21	0,21	1,00	-	-	-	-	-
Área do terminal	0,83	0,94	0,29	1,00	-	-	-	-
# de posições	0,42	0,51	-0,24	0,48	1,00	-	-	-
Mov. de carga	0,71	0,90	0,20	0,95	0,50	1,00	-	-
Mov. de passageiros	0,74	0,95	0,11	0,90	0,54	0,91	1,00	-
Mov. de aeronaves	0,73	0,88	-0,06	0,81	0,69	0,84	0,95	1,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Deste modo, a eficiência foi calculada levando-se em consideração três *inputs*:

- área do pátio;
- área do terminal;
- número de posições para o estacionamento de aeronaves;

e dois *outputs*:

- movimentação de carga;
- movimentação de passageiros.

Cooper *et al.* (2006) salientam que, de forma generalizada, o número de DMUs (n) deve ser maior do que o número combinado de *inputs* e *outputs* ($m+s$), sendo desejável que n exceda ($m+s$) por um dado número de vezes. Os autores sugerem como regra empírica, em um modelo envoltório, escolher $n \geq \max\{ms; 3(m + s)\}$.

Dessa forma a relação entre estas quantidades é satisfeita para esta pesquisa, pois:

$$20 \geq \max\{2 * 3; 3(2 + 3)\} = \max\{6; 15\} = 15.$$

5.4 Formulação dos problemas

Esta etapa correspondeu à formulação dos modelos CCR e BCC, os modelos considerados nessa pesquisa. Optou-se pela resolução de ambos os modelos CCR e BCC a fim de classificar as ineficiências dos aeroportos em ineficiências técnicas e de escala.

5.5 Resolução dos problemas

Nesta etapa foi realizada a resolução dos problemas propostos. Para este fim foi utilizado o software de uso livre OSDEA-GUI, direcionado especificamente para a resolução de problemas de análise por envoltória de dados.

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo descreve os resultados encontrados com a aplicação dos modelos de análise por envoltória de dados propostos nesta pesquisa. Ele foi dividido em quatro seções para melhor compreensão por parte do leitor das informações obtidas.

6.1 Modelos CCR orientados aos *Inputs* e *Outputs*

Os modelos CCR orientados aos *inputs* e aos *outputs* fornecem estimativas das eficiências de DMUs desconsiderando-se a existência de escalas de produção mais econômicas. Os resultados obtidos por meio destes modelos foram utilizados no decorrer desta pesquisa como forma de diferenciar as eficiências obtidas para os aeroportos considerados entre eficiências técnicas e eficiências de escala.

6.1.1 Eficiências obtidas

As duas variantes do modelo CCR fornecem os mesmos resultados para os dados trabalhados, como comentado no capítulo 2. As eficiências obtidas podem ser visualizadas na Tabela 3.

Tabela 3 - Eficiências obtidas pela aplicação dos modelos CCR.

<u>Nome do Aeroporto</u>	<u>θ</u>	<u>Eficiente</u>
Bagé	0,69%	
Belo Horizonte	20,32%	
Congonhas	100%	Sim
Criciúma	27,08%	
Curitiba	100%	Sim
Bacacheri	76,67%	
Florianópolis	100%	Sim
Foz do Iguaçu	22,95%	
Jacarepaguá	100%	Sim
Joinville	37,03%	
Londrina	41,95%	
Navegantes	55,26%	
Pelotas	6,99%	
Porto Alegre	62,81%	
Rio de Janeiro	100%	Sim
São José dos Campos	37,87%	
Uberaba	14,94%	
Uberlândia	54,27%	
Uruguaiana	0,35%	
Vitória	100%	Sim

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os dados obtidos sugerem que apenas seis entre os aeroportos considerados possuem eficiência composta, ou seja, possuem tanto eficiência técnica quanto eficiência de escala.

6.1.2 Seleção de unidades *benchmark*

Por meio da solução do modelo DEA dual, as variáveis duais diferentes de zero forneceram as unidades que poderiam servir como *benchmark* para as unidades em consideração. Os resultados obtidos para as variáveis duais, nos modelos orientados aos *inputs e outputs* estão ilustrados respectivamente na

Tabela 4 e na Tabela 5.

Tabela 4 - Variáveis duais do modelo CCR orientado aos *inputs*.

Nome do Aeroporto	Congonhas	Curitiba	Florianópolis	Jacarepaguá	Rio de Janeiro	Vitória
Bagé	-	-	0,000006	-	0,000215	-
Belo Horizonte	-	-	-	0,043875	0,003211	-
Congonhas	1,000000	-	-	-	-	-
Criciúma	-	-	-	0,008289	0,007455	-
Curitiba	-	1,000000	-	-	-	-
Bacacheri	-	-	-	0,255811	0,003292	-
Florianópolis	-	-	1,000000	-	-	-
Foz do Iguaçu	0,059090	-	-	-	0,072341	-
Jacarepaguá	-	-	-	1,000000	-	-
Joinville	-	-	0,049515	-	-	0,059636
Londrina	-	-	0,188777	0,013674	0,034555	-
Navegantes	-	-	0,187836	-	0,047263	0,011898
Pelotas	-	-	-	0,015769	0,003851	-
Porto Alegre	0,028328	-	0,208040	-	0,131459	1,591681
Rio de Janeiro	-	-	-	-	1,000000	-
São José dos Campos	-	-	-	0,048687	0,016640	-
Uberaba	-	-	-	0,010498	0,015842	-
Uberlândia	-	-	0,158313	0,093228	0,055435	-
Uruguaiana	-	-	-	0,000504	0,000141	-
Vitória	-	-	-	-	-	1,000000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5 - Variáveis duais do modelo CCR orientado aos *outputs*.

Nome do Aeroporto	Congonhas	Curitiba	Florianópolis	Jacarepaguá	Rio de Janeiro	Vitória
Bagé	-	-	0,000922	-	0,031121	-
Belo Horizonte	-	-	-	0,215892	0,015800	-
Congonhas	1,000000	-	-	-	-	-
Criciúma	-	-	-	0,030609	0,027531	-
Curitiba	-	1,000000	-	-	-	-
Bacacheri	-	-	-	0,333659	0,004294	-
Florianópolis	-	-	1,000000	-	-	-
Foz do Iguaçu	0,257454	-	-	-	0,315192	-
Jacarepaguá	-	-	-	1,000000	-	-
Joinville	-	-	0,133713	-	-	0,161044
Londrina	-	-	0,449969	0,032594	0,082364	-
Navegantes	-	-	0,339922	-	0,085531	0,021532
Pelotas	-	-	-	0,225673	0,055105	-
Porto Alegre	0,045104	-	0,331246	-	0,209312	2,534314
Rio de Janeiro	-	-	-	-	1,000000	-
São José dos Campos	-	-	-	0,128574	0,043944	-
Uberaba	-	-	-	0,070247	0,106007	-
Uberlândia	-	-	0,291690	0,171771	0,102138	-
Uruguaiana	-	-	-	0,144236	0,040390	-
Vitória	-	-	-	-	-	1,000000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela 6 é demonstrado o grupo de unidades *benchmarks* para cada unidade considerada.

Tabela 6 - *Benchmarks* obtidos pela aplicação dos modelos CCR.

Nome do Aeroporto	Benchmark				
Bagé	Florianópolis	Rio de Janeiro	-	-	-
Belo Horizonte	Jacarepagua	Rio de Janeiro	-	-	-
Congonhas	-	-	-	-	-
Criciúma	Jacarepagua	Rio de Janeiro	-	-	-
Curitiba	-	-	-	-	-
Bacacheri	Jacarepagua	-	-	-	-
Florianópolis	-	-	-	-	-
Foz do Iguaçu	Congonhas	Rio de Janeiro	-	-	-
Jacarepaguá	-	-	-	-	-
Joinville	Florianópolis	Vitoria	-	-	-
Londrina	Florianópolis	Jacarepagua	Rio de Janeiro	-	-
Navegantes	Florianópolis	Rio de Janeiro	Vitoria	-	-
Pelotas	Jacarepagua	Rio de Janeiro	-	-	-
Porto Alegre	Congonhas	Florianópolis	Rio de Janeiro	Vitoria	-
Rio de Janeiro	-	-	-	-	-
São José dos Campos	Jacarepagua	Rio de Janeiro	-	-	-
Uberaba	Jacarepagua	Rio de Janeiro	-	-	-
Uberlândia	Florianópolis	Jacarepagua	Rio de Janeiro	-	-
Uruguaiana	Jacarepagua	Rio de Janeiro	-	-	-
Vitória	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.1.3 Projeções fornecidas pelos modelos

Multiplicando-se as variáveis duais relacionadas com cada DMU pelo vetor de variáveis do problema primal (os *inputs* e os *outputs*), foram obtidas as projeções de uso de recursos e volumes de produção que cada unidade deveria possuir caso esta operasse de maneira eficiente. Os resultados obtidos podem ser observados na Tabela 7 e na Tabela 8.

Tabela 7 - Projeções obtidas pela aplicação do modelo CCR orientado aos *inputs*.

Cidade do Aeroporto	Proj. CCR Iap	Proj. CCR Iat	Proj. CCR Ipe	Proj. CCR Imc	Proj. CCR Imp
Bagé	21	4	1	1.660	-
Belo Horizonte	2.365	71	3	24.178	-
Congonhas	-	-	-	-	-
Criciúma	1.103	144	1	56.133	-
Curitiba	-	-	-	-	-
Bacacheri	12.313	120	13	24.790	-
Florianópolis	-	-	-	-	-
Foz do Iguaçu	11.499	5.190	5	3.259.942	-
Jacarepaguá	-	-	-	-	-
Joinville	3.647	1.481	2	-	-
Londrina	7.763	2.442	4	-	-
Navegantes	8.848	2.873	4	-	-
Pelotas	1.108	77	1	28.993	-
Porto Alegre	89.654	33.350	16	-	-
Rio de Janeiro	-	-	-	-	-
São José dos Campos	3.878	327	3	125.292	-
Uberaba	2.010	303	1	119.284	-
Uberlândia	12.879	2.569	8	-	-
Uruguaiana	37	3	1	1.063	-
Vitória	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 8 - Projeções obtidas pela aplicação do modelo CCR orientado aos *outputs*.

Cidade do Aeroporto	Proj. CCR Oap	Proj. CCR Oat	Proj. CCR Ope	Proj. CCR Omc	Proj. CCR Omp
Bagé	-	-	1	240.567	290.026
Belo Horizonte	11.639	-	-	118.969	176.755
Congonhas	-	-	-	-	-
Criciúma	-	-	2	207.291	257.849
Curitiba	-	-	-	-	-
Bacacheri	-	-	-	32.334	87.929
Florianópolis	-	-	-	-	-
Foz do Iguaçu	-	22.615	-	14.203.593	7.308.706
Jacarepaguá	-	-	-	-	-
Joinville	9.850	-	3	3.255.212	1.073.574
Londrina	18.503	-	-	3.667.876	2.505.536
Navegantes	16.012	-	-	3.260.494	2.178.056
Pelotas	15.863	-	-	414.913	539.958
Porto Alegre	-	-	-	42.866.539	12.726.917
Rio de Janeiro	-	-	-	-	-
São José dos Campos	10.240	-	-	330.877	423.141
Uberaba	-	-	5	798.173	985.938
Uberlândia	23.729	-	-	2.744.711	2.094.739
Uruguaiana	-	-	8	304.112	392.694
Vitória	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

Cabe ressaltar que, em grande parte das tabelas a serem expostas, foi utilizado um conjunto de códigos para a identificação de cada um dos *inputs* e *outputs* considerados nesta pesquisa. A descrição de cada um destes códigos pode ser visualizada na Figura 8.

Figura 8 – Códigos utilizados para a identificação dos *inputs* e *outputs*.

Sigla	Descrição
Proj. CCR I	Projeção fornecida pelo modelo CCR orientado aos inputs
Proj. CCR O	rojeção fornecida pelo modelo CCR orientado aos outputs
Proj. BCC I	Projeção fornecida pelo modelo BCC orientado aos inputs
Proj. BCC O	rojeção fornecida pelo modelo BCC orientado aos outputs
ap	Área do pátio
at	Área do terminal
pe	Posições de estacionamento
mc	Movimentação de carga
mp	Movimentação de passageiros

Fonte: Elaborado pelo autor.

As projeções fornecidas por cada modelo bem como as suas comparações com os valores reais são demonstradas na Tabela 9. Nesta tabela, um traço indica a projeção de um valor igual ao valor real.

Tabela 9 - Comparação entre as projeções obtidas pelos modelos CCR.

Cidade do Aeroporto	Área do Pátio	Proj. CCR Iap	Proj. CCR Oap	Área do Terminal	Proj. CCR lat	Proj. CCR Oat	# de Posiçõe	Proj. CCR Ipe	Proj. CCR Ope	Mov. de Carga	Proj. CCR Imc	Proj. CCR Omc	Mov. de Passageiros	Proj. CCR Imp	Proj. CCR Omp
Bagé	3.000	21	-	600	4	-	5	1	1	-	1.660	240.567	2.001	-	290.026
Belo Horizonte	15.430	2.365	11.639	349	71	-	11	3	-	-	24.178	118.969	35.921	-	176.755
Congonhas	77.321	-	-	64.579	-	-	54	-	-	45.951.416	-	-	17.119.530	-	-
Criciúma	4.073	1.103	-	530	144	-	6	1	2	-	56.133	207.291	69.824	-	257.849
Curitiba	82.442	-	-	45.000	-	-	10	-	-	29.960.206	-	-	6.742.133	-	-
Bacacheri	16.060	12.313	-	157	120	-	17	13	-	-	24.790	32.334	67.414	-	87.929
Florianópolis	20.187	-	-	9.440	-	-	14	-	-	6.773.163	-	-	3.872.877	-	-
Foz do Iguaçu	50.102	11.499	-	24.188	5.190	22.615	18	5	-	324.251	3.259.942	14.203.593	1.677.460	-	7.308.706
Jacarepaguá	46.900	-	-	226	-	-	50	-	-	-	-	-	145.062	-	-
Joinville	15.010	3.647	9.850	4.000	1.481	-	9	2	3	1.205.440	-	3.255.212	397.556	-	1.073.574
Londrina	40.293	7.763	18.503	5.820	2.442	-	9	4	-	1.538.798	-	3.667.876	1.051.157	-	2.505.536
Navegantes	20.276	8.848	16.012	5.200	2.873	-	6	4	-	1.801.700	-	3.260.494	1.203.561	-	2.178.056
Pelotas	16.200	1.108	15.863	1.098	77	-	12	1	-	19.667	28.993	414.913	37.731	-	539.958
Porto Alegre	142.750	89.654	-	53.100	33.350	-	25	16	-	26.922.409	-	42.866.539	7.993.164	-	12.726.917
Rio de Janeiro	95.800	-	-	19.000	-	-	13	-	-	7.529.469	-	-	9.204.603	-	-
São José dos															
Campos	16.931	3.878	10.240	864	327	-	7	3	-	28.107	125.292	330.877	160.229	-	423.141
Uberaba	13.450	2.010	-	2.030	303	-	20	1	5	8.689	119.284	798.173	147.345	-	985.938
Uberlândia	34.612	12.879	23.729	4.733	2.569	-	14	8	-	1.489.677	-	2.744.711	1.136.908	-	2.094.739
Uruguaiana	10.634	37	-	800	3	-	9	1	8	419	1.063	304.112	1.373	-	392.694
Vitória	44.400	-	-	17.000	-	-	6	-	-	14.589.492	-	-	3.450.736	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.2 Modelo BCC orientado aos *Inputs*

O modelo BCC orientado aos *inputs*, ao contrário do modelo CCR, fornece estimativas das eficiências de DMUs levando-se em consideração a existência de escalas de produção mais econômicas. Os resultados obtidos por meio da aplicação deste modelo estão relacionados com as eficiências técnicas das unidades em consideração. No caso dos modelos BCC, os resultados obtidos por meio de orientações por *input* e *output* são normalmente diferentes.

6.2.1 Eficiências obtidas

As eficiências obtidas por meio da aplicação do modelo BCC orientado aos *inputs* estão ilustradas na Tabela 10.

Tabela 10 - Eficiências obtidas pela aplicação do modelo BCC orientado aos *inputs*.

Nome do Aeroporto	θ	Eficiente
Bagé	100%	Sim
Belo Horizonte	100%	Sim
Congonhas	100%	Sim
Criciúma	100%	Sim
Curitiba	100%	Sim
Bacacheri	100%	Sim
Florianópolis	100%	Sim
Foz do Iguaçu	37,18%	
Jacarepaguá	100%	Sim
Joinville	57,27%	
Londrina	63,38%	
Navegantes	94,11%	
Pelotas	50,21%	
Porto Alegre	72,30%	
Rio de Janeiro	100%	Sim
São José dos Campos	85,19%	
Uberaba	34,43%	
Uberlândia	60,54%	
Uruguaiana	66,47%	
Vitória	100%	Sim

Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se que um número maior de unidades sendo consideradas eficientes por este modelo, devido à consideração de apenas um tipo de eficiência, e não de um índice composto, como é o caso do modelo CCR.

6.2.2 Seleção de unidades *benchmark*

Os resultados obtidos para as variáveis duais, para os modelos orientados por *inputs* estão ilustrados na Tabela 11.

Tabela 11 - Variáveis duais do modelo BCC orientado aos *inputs*.

Nome do Aeroporto	Bagé	Belo Horizonte	Congonhas	Criciúma	Curitiba	Bacacheri	Florianópolis	Jacarepaguá	Rio de Janeiro	Vitória
Bagé	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Belo Horizonte	-	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-
Congonhas	-	-	1,000	-	-	-	-	-	-	-
Criciúma	-	-	-	1,000	-	-	-	-	-	-
Curitiba	-	-	-	-	1,000	-	-	-	-	-
Bacacheri	-	-	-	-	-	1,000	-	-	-	-
Florianópolis	-	-	-	-	-	-	1,000	-	-	-
Foz do Iguaçu	0,533	-	-	-	-	-	0,153	-	-	0,314
Jacarepaguá	-	-	-	-	-	-	-	1,000	-	-
Joinville	0,898	-	-	-	-	-	-	-	0,007	0,095
Londrina	0,821	-	-	-	-	-	-	-	0,075	0,104
Navegantes	0,745	-	-	-	-	-	-	-	0,056	0,199
Pelotas	-	0,005	-	0,994	-	-	-	-	-	0,001
Porto Alegre	-	-	0,209	-	0,405	-	-	-	0,062	0,325
Rio de Janeiro	-	-	-	-	-	-	-	-	1,000	-
São José dos Campos	0,112	-	-	0,877	-	-	-	-	0,011	-
Uberaba	-	-	-	0,986	-	-	0,010	-	0,004	-
Uberlândia	-	-	-	0,712	-	0,073	0,168	-	0,047	-
Uruguaiana	0,018	-	-	0,982	-	-	-	-	-	2,87E-05
Vitória	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela 12 é demonstrado o grupo de unidades *benchmarks* para cada unidade considerada.

Tabela 12 - *Benchmarks* do modelo BCC orientado aos *inputs*.

Nome do Aeroporto	Benchmark				
Bagé	-	-	-	-	-
Belo Horizonte	-	-	-	-	-
Congonhas	-	-	-	-	-
Criciúma	-	-	-	-	-
Curitiba	-	-	-	-	-
Bacacheri	-	-	-	-	-
Florianópolis	-	-	-	-	-
Foz do Iguaçu	Bagé	Florianópolis	Vitória	-	-
Jacarepaguá	-	-	-	-	-
Joinville	Bagé	Rio de Janeiro	Vitória	-	-
Londrina	Bagé	Rio de Janeiro	Vitória	-	-
Navegantes	Bagé	Rio de Janeiro	Vitória	-	-
Pelotas	Belo Horizonte	Criciúma	Vitória	-	-
Porto Alegre	Congonhas	Curitiba	Rio de Janeiro	Vitória	-
Rio de Janeiro	-	-	-	-	-
São José dos Campos	Bagé	Criciúma	Rio de Janeiro	-	-
Uberaba	Criciúma	Florianópolis	Rio de Janeiro	-	-
Uberlândia	Criciúma	Bacacheri	Florianópolis	Rio de Janeiro	-
Uruguaiana	Bagé	Criciúma	Vitória	-	-
Vitória	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

Importante ressaltar ainda a maneira pela qual os valores obtidos para as variáveis duais priorizam as unidades utilizadas como *benchmarks*. Como exemplo, podemos citar o aeroporto de Criciúma, que possui valores muito próximos do número 1 para as unidades de Pelotas, Uberaba e Uruguaiana. Isso indica que as projeções para o desempenho destas unidades são dadas quase que exclusivamente pelo desempenho observado da unidade de Criciúma.

6.2.3 Projeções fornecidas pelo modelo

Os resultados obtidos podem ser observados na Tabela 13. Nesta tabela, um traço indica a projeção de um valor igual ao valor real.

Tabela 13 - Projeções do modelo BCC orientado aos *inputs*.

Cidade do Aeroporto	Proj. BCC Iap	Proj. BCC Iat	Proj. BCC Ipe	Proj. BCC Imc	Proj. BCC Imp
Bagé	-	-	-	-	-
Belo Horizonte	-	-	-	-	-
Congonhas	-	-	-	-	-
Criciúma	-	-	-	-	-
Curitiba	-	-	-	-	-
Bacacheri	-	-	-	-	-
Florianópolis	-	-	-	-	-
Foz do Iguaçu	18.628	7.102	7	5.617.087	-
Jacarepaguá	-	-	-	-	-
Joinville	7.616	2.291	6	1.438.040	-
Londrina	14.270	3.688	6	2.085.054	-
Navegantes	16.435	4.894	-	3.325.070	-
Pelotas	4.184	551	6	-	74.212
Porto Alegre	69.852	38.391	19	-	-
Rio de Janeiro	-	-	-	-	-
São José dos Campos	4.937	736	6	80.783	-
Uberaba	4.631	699	7	100.249	-
Uberlândia	11.966	2.865	9	-	-
Uruguaiana	4.055	532	6	-	68.700
Vitória	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.3 Modelo BCC orientado ao *Output*

O modelo BCC orientado aos *outputs* fornece estimativas das eficiências de DMUs levando-se em consideração a existência de escalas de produção mais econômicas, de forma similar ao modelo BCC orientado aos *inputs*.

6.3.1 Eficiências obtidas

As eficiências obtidas por meio da aplicação do modelo BCC orientado aos *outputs* são ilustradas na Tabela 14.

Tabela 14 - Eficiências obtidas com o modelo BCC orientado aos *outputs*.

Nome do Aeroporto	θ	Eficiente
Bagé	100%	Sim
Belo Horizonte	100%	Sim
Congonhas	100%	Sim
Criciúma	100%	Sim
Curitiba	100%	Sim
Bacacheri	100%	Sim
Florianópolis	100%	Sim
Foz do Iguaçu	24,04%	
Jacarepaguá	100%	Sim
Joinville	39,84%	
Londrina	45,14%	
Navegantes	78,81%	
Pelotas	8,47%	
Porto Alegre	77,40%	
Rio de Janeiro	100%	Sim
São José dos Campos	64,28%	
Uberaba	17,60%	
Uberlândia	55,29%	
Uruguaiana	0,55%	
Vitória	100%	Sim

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.3.2 Seleção de unidades *benchmark*

Os resultados obtidos para as variáveis duais, para os modelos orientados aos *outputs* estão ilustrados na Tabela 15.

Tabela 15 - Variáveis duais do modelo BCC orientado aos *outputs*.

Nome do Aeroporto	Bagé	Belo Horizonte	Congonhas	Criciúma	Curitiba	Bacacheri	Florianópolis	Jacarepaguá	Rio de Janeiro	Vitória
Bagé	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Belo Horizonte	-	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-
Congonhas	-	-	1,000	-	-	-	-	-	-	-
Criciúma	-	-	-	1,000	-	-	-	-	-	-
Curitiba	-	-	-	-	1,000	-	-	-	-	-
Bacacheri	-	-	-	-	-	1,000	-	-	-	-
Florianópolis	-	-	-	-	-	-	1,000	-	-	-
Foz do Iguaçu	-	-	0,108	-	-	-	0,578	-	0,314	-
Jacarepaguá	-	-	-	-	-	-	-	1,000	-	-
Joinville	-	-	-	0,539	-	0,199	0,102	-	0,000	0,160
Londrina	0,529	-	-	-	-	-	0,357	-	0,096	0,018
Navegantes	0,732	-	-	-	-	-	-	-	0,105	0,163
Pelotas	-	-	-	0,440	-	0,519	-	-	0,041	-
Porto Alegre	-	-	0,339	-	0,634	-	-	-	0,027	-
Rio de Janeiro	-	-	-	-	-	-	-	-	1,000	-
São José dos Campos	-	-	-	0,902	-	0,078	-	-	0,020	-
Uberaba	-	-	-	0,777	-	0,139	-	-	0,084	-
Uberlândia	-	-	-	0,158	-	0,455	0,290	-	0,097	-
Uruguaiana	-	-	-	0,720	-	0,260	-	-	0,020	-
Vitória	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela 16 é demonstrado o grupo de unidades referência em *benchmark* para cada unidade considerada.

Tabela 16 - *Benchmarks* do modelo BCC orientado aos *outputs*.

Nome do Aeroporto		Benchmark			
Bagé	-	-	-	-	-
Belo Horizonte	-	-	-	-	-
Congonhas	-	-	-	-	-
Criciuma	-	-	-	-	-
Curitiba	-	-	-	-	-
Bacacheri	-	-	-	-	-
Florianópolis	-	-	-	-	-
Foz do Iguaçu	Congonhas	Florianópolis	Rio de Janeiro		-
Jacarepaguá	-	-	-		-
Joinville	Criciuma	Bacacheri	Florianópolis	Vitória	
Londrina	Bagé	Florianópolis	Rio de Janeiro	Vitória	
Navegantes	Bagé	Rio de Janeiro	Vitória		-
Pelotas	Criciuma	Bacacheri	Rio de Janeiro		-
Porto Alegre	Congonhas	Curitiba	Rio de Janeiro		-
Rio de Janeiro	-	-	-		-
São José dos Campos	Criciuma	Bacacheri	Rio de Janeiro		-
Uberaba	Criciuma	Bacacheri	Rio de Janeiro		-
Uberlândia	Criciuma	Bacacheri	Florianópolis	Rio de Janeiro	
Uruguaiana	Criciuma	Bacacheri	Rio de Janeiro		-
Vitória	-	-	-		-

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.3.3 Projeções fornecidas pelo modelo

Os resultados obtidos podem ser observados na Tabela 17. Nesta, um traço indica a projeção de um valor igual ao valor real.

Tabela 17 - Projeções do modelo BCC orientado aos *outputs*.

Cidade do Aeroporto	Proj. BCC Oap	Proj. BCC Oat	Proj. BCC Ope	Proj. BCC Omc	Proj. BCC Omp
Bagé	-	-	-	-	-
Belo Horizonte	-	-	-	-	-
Congonhas	-	-	-	-	-
Criciúma	-	-	-	-	-
Curitiba	-	-	-	-	-
Bacacheri	-	-	-	-	-
Florianópolis	-	-	-	-	-
Foz do Iguaçu	-	18.390	-	11.236.257	6.976.471
Jacarepaguá	-	-	-	-	-
Joinville	14.552	-	-	3.025.496	997.813
Londrina	18.775	-	-	3.408.896	2.328.626
Navegantes	19.461	-	-	3.167.503	1.527.244
Pelotas	14.079	-	-	310.500	445.273
Porto Alegre	81.063	50.943	-	34.782.594	10.326.824
Rio de Janeiro	-	-	-	-	-
São José dos Campos	6.817	-	-	148.079	249.285
Uberaba	-	-	8	632.668	837.043
Uberlândia	23.073	-	-	2.694.100	2.056.112
Uruguaiana	9.013	-	-	149.615	250.711
Vitória	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

As projeções fornecidas por ambos os modelos BCC empregados, bem como a sua comparação com os valores reais, estão demonstradas na Tabela 18.

Tabela 18 - Comparação entre as projeções obtidas pelos modelos BCC.

Cidade do Aeroporto	Área do Pátio	Proj. BCC Iap	Proj. BCC Oap	Área do Terminal	Proj. BCC Iat	Proj. BCC Oat	# de Posições	Proj. BCC Ipe	Proj. BCC Ope	Mov. de Carga	Proj. BCC Imc	Proj. BCC Omc	Mov. de Passageiros	Proj. BCC Imp	Proj. BCC Omp
Bagé	3.000	-	-	600	-	-	5	-	-	-	-	-	2.001	-	-
Belo Horizonte	15.430	-	-	349	-	-	11	-	-	-	-	-	35.921	-	-
Congonhas	77.321	-	-	64.579	-	-	54	-	-	45.951.416	-	-	17.119.530	-	-
Criciúma	4.073	-	-	530	-	-	6	-	-	-	-	-	69.824	-	-
Curitiba	82.442	-	-	45.000	-	-	10	-	-	29.960.206	-	-	6.742.133	-	-
Bacacheri	16.060	-	-	157	-	-	17	-	-	-	-	-	67.414	-	-
Florianópolis	20.187	-	-	9.440	-	-	14	-	-	6.773.163	-	-	3.872.877	-	-
Foz do Iguaçu	50.102	18.628	-	24.188	7.102	18.390	18	7	-	324.251	5.617.087	11.236.257	1.677.460	-	6.976.471
Jacarepaguá	46.900	-	-	226	-	-	50	-	-	-	-	-	145.062	-	-
Joinville	15.010	7.616	14.552	4.000	2.291	-	9	6	-	1.205.440	1.438.040	3.025.496	397.556	-	997.813
Londrina	40.293	14.270	18.775	5.820	3.688	-	9	6	-	1.538.798	2.085.054	3.408.896	1.051.157	-	2.328.626
Navegantes	20.276	16.435	19.461	5.200	4.894	-	6	-	-	1.801.700	3.325.070	3.167.503	1.203.561	-	1.527.244
Pelotas	16.200	4.184	14.079	1.098	551	-	12	6	-	19.667	-	310.500	37.731	74.212	445.273
Porto Alegre	142.750	69.852	81.063	53.100	38.391	50.943	25	19	-	26.922.409	-	34.782.594	7.993.164	-	10.326.824
Rio de Janeiro	95.800	-	-	19.000	-	-	13	-	-	7.529.469	-	-	9.204.603	-	-
Campos	16.931	4.937	6.817	864	736	-	7	6	-	28.107	80.783	148.079	160.229	-	249.285
Uberaba	13.450	4.631	-	2.030	699	-	20	7	8	8.689	100.249	632.668	147.345	-	837.043
Uberlândia	34.612	11.966	23.073	4.733	2.865	-	14	9	-	1.489.677	-	2.694.100	1.136.908	-	2.056.112
Uruguaiana	10.634	4.055	9.013	800	532	-	9	6	-	419	-	149.615	1.373	68.700	250.711
Vitória	44.400	-	-	17.000	-	-	6	-	-	14.589.492	-	-	3.450.736	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.4 Comparação entre os resultados obtidos

As eficiências obtidas por meio dos modelos considerados nesta pesquisa encontram-se dispostas na Tabela 19.

Tabela 19 - Comparação entre as eficiências obtidas pelos modelos trabalhados.

DMU Cidade do Aeroporto	θ				
	CCR Input/Output	BCC Input	BCC Output	θ de Escala (I)	θ de Escala (O)
Bagé	0,69%	100%	100%	0,69%	0,69%
Belo Horizonte	20,32%	100%	100%	20,32%	20,32%
Congonhas	100%	100%	100%	100%	100%
Criciúma	27,08%	100%	100%	27,08%	27,08%
Curitiba	100%	100%	100%	100%	100%
Bacacheri	76,67%	100%	100%	76,67%	76,67%
Florianópolis	100%	100%	100%	100%	100%
Foz do Iguaçu	22,95%	37,18%	24,04%	61,73%	95,45%
Jacarepaguá	100%	100%	100%	100%	100%
Joinville	37,03%	57,27%	39,84%	64,66%	92,94%
Londrina	41,95%	63,38%	45,14%	66,20%	92,94%
Navegantes	55,26%	94,11%	78,81%	58,71%	70,12%
Pelotas	6,99%	50,21%	8,47%	13,92%	82,46%
Porto Alegre	62,81%	72,30%	77,40%	86,87%	81,14%
Rio de Janeiro	100%	100%	100%	100%	100%
São José dos Campos	37,87%	85,19%	64,28%	44,45%	58,91%
Uberaba	14,94%	34,43%	17,60%	43,41%	84,90%
Uberlândia	54,27%	60,54%	55,29%	89,65%	98,16%
Uruguaiana	0,35%	66,47%	0,55%	0,53%	63,84%
Vitória	100%	100%	100%	100%	100%

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 20 demonstra a classificação das eficiências dos aeroportos considerando-as como técnicas ou de escala.

Tabela 20 - Classificação das eficiências obtidas pelos modelos trabalhados.

DMU		
Cidade do Aeroporto	θ Técnica	θ de Escala
Bagé	✓	
Belo Horizonte	✓	
Congonhas	✓	✓
Criciúma	✓	
Curitiba	✓	✓
Bacacheri	✓	
Florianópolis	✓	✓
Foz do Iguaçu		
Jacarepaguá	✓	✓
Joinville		
Londrina		
Navegantes		
Pelotas		
Porto Alegre		
Rio de Janeiro	✓	✓
São José dos Campos		
Uberaba		
Uberlândia		
Uruguaiana		
Vitória	✓	✓

Fonte: Elaborado pelo autor.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo do estudo foi alcançado, uma vez que foi possível identificar por meio dos modelos matemáticos de análise por envoltória de dados empregados quão eficientes foram as operações dos aeroportos sob estudo no ano de 2013. As ineficiências ocorridas na utilização de *inputs* e na geração de *outputs* para cada um dos aeroportos considerados pôde ser estimada, bem como a escolha de aeroportos que poderiam servir como *benchmarks* para os aeroportos classificados como ineficientes. A pesquisa possibilitou ainda a classificação das ineficiências dos aeroportos trabalhados como ineficiências técnicas e ineficiências de escala. Esse fator torna-se interessante à medida que um aeroporto que opere de fato na sua escala de produção mais eficiente necessita corrigir tão somente a maneira pela qual gerencia o uso de seus recursos.

O estudo demonstrou que os aeroportos de Congonhas, Curitiba, Florianópolis, Jacarepaguá, Rio de Janeiro, e Vitória operaram de maneira mais eficiente em relação aos outros aeroportos do conjunto considerado, devido a estes operarem em sua escala mais produtiva. Desconsiderando-se o fator de escala, por meio da aplicação do modelo BCC, constatou-se que além destas unidades os aeroportos de Bagé, Belo Horizonte, Criciúma, e Bacacheri atingiram a chamada eficiência técnica.

Aeroportos como os de Foz do Iguaçu, Joinville, Londrina, e Uberlândia merecem especial destaque devido aos mesmos operarem em uma escala muito próxima da escala eficiente; considerando-se a orientação para *outputs*. Essas condições indicam a possibilidade de melhorias direcionadas a melhor utilização de recursos.

A aplicação do modelo BCC orientado para *inputs* possibilitou ainda a indicação do aeroporto de Criciúma como modelo de *benchmark* para os aeroportos das cidades de Pelotas, Uberaba, e Uruguaiana quase que exclusivamente, com o valor da variável dual associada a este aeroporto próximo a 100 % para cada uma destas cidades.

Importante considerar as projeções fornecidas pelos modelos BCC orientados aos *inputs* e aos *outputs* em especial. Os valores obtidos por meio destes modelos indicam valores a ser buscados com base em valores observados para outras unidades, e consideram as dificuldades introduzidas pelas diferentes escalas de produção.

7.1 Sugestões para trabalhos futuros

Podem ser citadas aplicações de outros modelos de análise, como o *modelo aditivo*, que considera os excessos de *inputs* e as faltas de *outputs* diretamente na função objetivo; o modelo *Slacks-based measure of efficiency* (SBM), que mede o grau de ineficiência relacionado com os excessos de *inputs* e faltas de *outputs* por meio de um escalar de forma similar ao modelo CCR; ou o modelo *Free Disposal Hull* (FDH), que supõe um conjunto de possibilidades de produção não-convexo.

Outra sugestão é a investigação das condições destes aeroportos em um futuro próximo, como forma de avaliar a existência de melhorias ou deteriorações no desempenho dos mesmos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGÊNCIA NACIONAL DE AVIAÇÃO CIVIL. **Anuário do transporte aéreo**: Dados estatísticos e econômicos de 2012. Brasília: [s.n.], 2013.
- BAZARAA, M. S.; JARVIS, J. J.; SHERALI, H. D. **Linear programming and network flows**. 4. ed. New Jersey: Wiley, 2010.
- CHVÁTAL, V. **Linear programming**. 1. ed. [S.l.]: W. H. Freeman, 1983.
- COOPER, W. W.; SEIFORD, L. M.; TONE, K. **Introduction to data envelopment analysis and its uses**. 1. ed. New York: Springer, 2006.
- DANTZIG, G. B.; THAPA, M. N. **Linear programming 1: Introduction**. 1. ed. New York: Springer, 1997.
- DE ALMEIDA, M. R.; MARIANO, E. B.; REBELATTO, D. A. N. **Análise de eficiência dos aeroportos internacionais brasileiros**. 2008.
- DOGANIS, R. **The airport business**. 1. ed. New York: Routledge, 1992.
- GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2009.
- GILLEN, D.; LALL, A. **Developing measures of airport productivity and performance**: An application of data envelopment analysis. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 33. p. 261-273, 1997.
- HUMPHREYS, I.; FRANCIS, G. **Performance measurement**: A review of airports. *International journal of transport management*, v.1, n. 2, p. 79-85, 2002.
- INFRAERO. **Empresa Brasileira de Infra-Estrutura Aeroportuária**. Online. [S.l.: s.n.], 2014. Disponível em: <<http://www.infraero.gov.br>>. Acesso em: 19 de dez. 2014, 19:10:22.
- MARTÍN, C. J.; ROMÁN, C. **An application of DEA to measure the efficiency of Spanish airports prior to privatization**. *Journal of Air Transport Management*, 7. p. 149-157, 2001.
- RAMANATHAN, R. **An introduction to data envelopment analysis**: A tool for performance measurement. 1. ed. New Delhi: Sage Publications, 2003.

STAPENHURST, T. *The benchmarking book: A how-to-guide to best practice for managers and practitioners*. 1. ed. Oxford: Elsevier, 2009.

STRANG, G. *Introduction to applied mathematics*. 1. ed. Wellesley: Wellesley-Cambridge Press, 1986.

WILLIAMS, H. P. *Model building in mathematical programming*. 5. ed. [S.l.]: Wiley, 2013.

WINSTON, W. L. *Operations research: Applications and algorithms*. 4. Ed. [S.l.]: Cengage Learning, 2003.

ZHU, J. *Quantitative models for performance evaluation and benchmarking*. 3. ed. New York: Springer, 2014.