

**FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA – UNIPAMPA  
CAMPUS ALEGRETE**

**KATIA SIMONE ANTUNES DE OLIVEIRA**

**A UTILIZAÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE  
ENSINO E APRENDIZAGEM NO ESTUDO DA MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES**

**ALEGRETE  
2012**

**KATIA SIMONE ANTUNES DE OLIVEIRA**

**A UTILIZAÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM NO ESTUDO DA MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES**

Monografia apresentada ao curso de Pós-Graduação *Lato Sensu* da Universidade Federal do Pampa como requisito parcial para a obtenção do Título de Especialista em Tecnologia no Ensino de Matemática.

Orientador (a): Prof.<sup>a</sup> Ma. Fabiane Cristina Höpner Noguti

Co-orientador: Prof.<sup>o</sup> Adir Alexandre Bibiano Ferreira

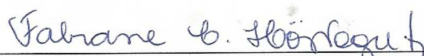
**Alegrete  
2012**

**KATIA SIMONE ANTUNES DE OLIVEIRA**

**A UTILIZAÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO  
METODOLOGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM NO ESTUDO DA  
MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES**

Monografia apresentada ao curso de Pós-Graduação *Lato Sensu* da Universidade Federal do Pampa como requisito parcial para a obtenção do Título de Especialista em Tecnologia no Ensino de Matemática.

Monografia defendida e aprovada em: 03 de novembro de 2011.  
Banca examinadora:



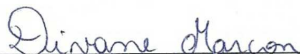
---

Prof<sup>ª</sup>. Ma. Fabiane Cristina Hopner Noguti  
UNIPAMPA



---

Prof. Me. Fernando Colman Tura  
UNIPAMPA



---

Prof<sup>ª</sup>. Ma. Divane Marcon  
UNIPAMPA

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, que nos proporcionou saúde e paz e nos conduziu os nossos passos nesta caminhada.

Ao meu esposo e filha Maria Eduarda pelo carinho, apoio e incentivo.

Aos meus pais, Eroni e Marli que com carinho e incentivo possibilitaram-me a realização de vários anos de estudos, auxiliando-me no início da caminhada, da qual ainda permanece à vontade e o desejo contínuo.

Aos meus colegas de turma pela troca de conhecimento e pela amizade.

Aos professores do curso em especial a minha orientadora professora Fabiane Cristina Höpner Noguti, pela disponibilidade, atenção e auxílio nos momentos solicitados.

Se, na verdade, não estou no mundo para simplesmente a ele me adaptar, mas para transformá-lo; se não é possível muda-lo sem um certo sonho ou projeto de mundo, devo usar toda possibilidade que tenha para não apenas falar de minha utopia, mas participar de práticas com ela coerentes”.

Paulo Freire

## RESUMO

O presente trabalho, baseado em pesquisa qualitativa, busca o conhecimento e a utilização da Metodologia via Resolução de Problemas como instrumento alternativo de aprendizagem em sala de aula, para alunos do 2º ano do ensino médio, destacando o estudo da multiplicação de matrizes. Todo trabalho tem como base a necessidade de produzir um ensino significativo, que promova o conhecimento lógico matemático dos alunos. Como fundamentação teóricas foram utilizados os estudos de George Polya, em a *Arte de Resolver Problemas*, as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais, e também novas propostas de ensino e aprendizagem nas ideias de Lourdes de la Rosa Onuchic e Luiz Roberto Dante, ambos oriundos do Programa de Pós Graduação da Universidade Estadual Paulista (UNESP). Considerando a importância de uma aprendizagem mais significativa de matemática e centrando o foco do estudo no conceito e multiplicação de matrizes, essa pesquisa visa responder a duas questões centrais: *Quais as principais dificuldades apresentadas pelos alunos ao resolver questões referentes a matrizes?* e *Quais as contribuições que a metodologia via resolução de problemas pode proporcionar para uma aprendizagem significativa no ensino de multiplicação de matrizes para uma turma do 2º ano do Ensino Médio?*

Palavras-chave: resolução de problemas, conhecimento matemático, multiplicação de matrizes.

## **ABSTRACT**

This work, based on qualitative research, seeks knowledge and use Methodology through problem solving as an alternative learning in the classroom, for students in 2nd year of high school, emphasizing the study of matrix multiplication. All work is based on the need to produce a meaningful education that promotes logical mathematical knowledge of students. In support of theoretical studies were used by George Polya, in the Art of Problem Solving, the guidelines of the National Curriculum, and also proposed new ideas in teaching and learning of Lourdes de la Rosa Onuchic and Luiz Roberto Dante, both from the Program Graduate of Universidade Estadual Paulista (UNESP). Considering the importance of more significant learning of mathematics and the focus of the study focusing on the concept and matrix multiplication, this research aims to answer two central questions: What are the main difficulties presented by the students to resolve issues related to arrays? and What are the contributions that the methodology through problem solving can provide for a meaningful learning in the teaching of multiplication of matrices for a class of 2nd year of high school?

Keywords: problem solving, mathematical knowledge, matrix multiplication.

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Mudanças Matemáticas.....	23
Quadro 2 – Comparação entre procedimentos em uma aula tradicional com a aula da metodologia de Resolução de Problemas.....	32
Quadro 3 – Fases da Resolução de Problemas.....	37



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Preço de produtos nos supermercados .....	42
--	----

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Turma que utilizou a Metodologia da Resolução de Problemas .....	49
Gráfico 2 – Turma que não utilizou a Metodologia da Resolução de Problemas.....	50
Gráfico 3 – Com quem você mora?.....	54
Gráfico 4 – Você gosta da disciplina de matemática?.....	54
Gráfico 5 – Qual a sua maior dificuldade em matemática? .....	54
Gráfico 6 – Como você procura sanar essas dificuldades? .....	55
Gráfico 7 – Você gostou e entendeu o estudo das matrizes? .....	55

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Resultado do questionamento 1 .....	49
Figura 2 – Relato da segunda turma .....	50
Figura 3 – Resposta dos entrevistados .....	50
Figura 4 – Dificuldades em matrizes .....	51

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	13
2	INSTITUTO ESTADUAL DE EDUCAÇÃO OSWALDO ARANHA .....	19
2.1	Breve Histórico da Instituição .....	19
3	A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A MATEMÁTICA NO CONTEXTO ESCOLAR.. .....	21
4	A METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....	29
4.1	A Resolução de Problemas Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) .....	30
4.2	Como se resolve um Problema segundo o Método de Polya.....	36
5	MATRIZES .....	39
5.1	Tipos de Matrizes ou Identificando Matrizes .....	42
5.1.1	Matriz linha.....	43
5.1.2	Matriz coluna.....	43
5.1.3	Matriz nula.....	44
5.1.4	Matriz quadrada.....	44
5.1.5	Matriz identidade.....	44
5.1.6	Matriz inversa.....	44
5.1.7	Matriz transposta.....	45
5.1.8	Igualdade de matrizes.....	45
5.1.9	Adição de matrizes.....	45
5.1.10	Subtração de matrizes.....	46
5.1.11	Multiplicação de um número real ou matriz.....	46
5.2	Multiplicação de Matrizes.....	46
6	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	49
7	A APLICAÇÃO DO PROJETO.....	51
7.1	Análises das entrevistas respondidas pelos docentes.....	51
7.2	Análises dos questionários aplicados aos educandos.....	53
7.3	O desenvolvimento em sala de aula.....	55
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	59
	REFERÊNCIAS.....	61

<b>APÊNDICE A - PROBLEMA 1.....</b>	<b>65</b>
<b>APÊNDICE B - PROBLEMA 2.....</b>	<b>69</b>
<b>APÊNDICE C - PROBLEMA 3.....</b>	<b>71</b>
<b>APÊNDICE D - PROBLEMA 4.....</b>	<b>73</b>
<b>APÊNDICE E - QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS.....</b>	<b>75</b>
<b>APÊNDICE F - QUESTÕES DAS ENTREVISTAS COM OS PROFESSORES.....</b>	<b>77</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Possuo experiência na rede estadual de ensino do Estado do Rio Grande do Sul desde 2001, trabalhando com séries finais do Ensino Fundamental, na Escola Estadual de Ensino Médio Tancredo de Almeida Neves em Alegrete.

O trabalho em sala de aula é gratificante, porém preocupa-me com o passar dos anos o aumento na população estudantil que anseia por novos modelos de ensino adequados com as exigências da realidade atual. Para suprir esta lacuna acredito no desenvolvimento de ferramentas que tragam aperfeiçoamento ao ensino através de uma nova metodologia.

No decorrer dos dez anos de sala de aula surgiram dúvidas e anseios sobre a aplicação do processo de ensino e aprendizagem, na área de matemática. Acredito que a construção do conhecimento de forma significativa não está condizente com as ferramentas de interesse dos estudantes, pois estas não se enquadram numa metodologia 'atrativa', necessária para despertar a atenção de uma classe de adolescente.

Com a introdução da tecnologia no cotidiano dos alunos há uma disseminação de novas possibilidades de aprendizagem através da exploração dos benefícios desta. Com isso há reflexo direto no trabalho do educador matemático em sala de aula. Remeto-me a necessidade de adequação das ferramentas de aprendizado de acordo com as competências cognitivas dos estudantes - visando à construção do conhecimento do aluno enquanto cidadão ativo na sociedade. Para Santaló:

A missão dos educadores é preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver. Isto quer dizer proporcionar-lhes o ensino necessário para que adquiram as destrezas e habilidades que vão necessitar para seu desempenho, com comodidade e eficiência, no seio da sociedade que enfrentarão ao concluir sua escolaridade. (SANTALÓ, 1996 apud Projeto Radix, Jackson Ribeiro, 2010, p.10).

Desta forma defendo que o professor tem que assumir diferentes papéis, como orientador e incentivador do processo de ensino.

No ano 2007 comecei a trabalhar no curso de Ensino Médio do Instituto Estadual de Educação Oswaldo Aranha com turmas do segundo ano. Os problemas

de aprendizagem em sala de aula eram semelhantes aos dos alunos do Ensino Fundamental, faltava motivação para ler, interpretar e raciocinar matematicamente, e quando as dificuldades aumentavam, eles diziam odiar matemática ou evadiam-se da escola.

Diante dessas inquietudes busquei um curso de aperfeiçoamento. Então me matriculei no curso de Especialização em Tecnologia no Ensino da Matemática na Universidade Federal do Pampa (Unipampa), com o propósito de conhecer novas tecnologias e metodologias de ensino.

Há alguns anos, educadores matemáticos tentam identificar os motivos do fraco desempenho na disciplina de matemática pelos alunos. Dentre os mais conhecidos estão à falta de domínio dos termos matemáticos na escrita e as falhas ao apresentar matematicamente os problemas que comprometem o conhecimento desenvolvido pelo aluno. Esses estudos evidenciam a necessidade de expor uma metodologia que proporcione uma visão contextualizada dos temas a serem tratados para atingir uma aprendizagem satisfatória.

Por isso, julgo que é necessário trabalhar no contexto cultural dos alunos, desafiando-os através da interpretação de problemas matemáticos que desenvolvam o raciocínio, a leitura, a interpretação e análise dos resultados obtidos. Acredito, portanto, na necessidade de produzir um ensino significativo com o uso da Metodologia de Resolução de Problemas que promova o conhecimento lógico-matemático dos alunos.

Dentro desse contexto destaco o estudo de matrizes como um papel da maior relevância na aprendizagem matemática no 2º ano do ensino médio. É fundamental que o aluno tenha um desenvolvimento aritmético e saiba interpretar problemas nesta série e que o professor conheça os instrumentos que favoreçam o ensino desse tema, para que possam integrar a sua prática de ensino. Frente a isso se observa em sala de aula a desmotivação de alguns alunos que carregam uma defasagem das séries anteriores, pois, falta-lhes o hábito da leitura e a exploração do raciocínio lógico matemático. Assim, constata-se entre os alunos uma dificuldade de ensino e aprendizagem no estudo das multiplicações de matrizes, pois, o cálculo mecânico apenas relacionando os números e suas operações não faz sentido. Por isso desafiaremos os alunos a pensar com ênfase a compreensão com o uso da Metodologia da Resolução de Problemas.

A Resolução de Problemas apresenta uma proposta que pretende alterar o foco do ensino da matemática, saindo do ensino tradicional, marcado pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão. Com o decorrer dos anos, a Resolução de Problemas passa a ser pensada com ênfase na compreensão, em obter uma forma de aprendizagem significativa, tornando a sala de aula um espaço motivador e de crescimento pessoal; abandonando o estigma de exercícios de repetição.

Ao considerar a importância do uso de multiplicação de matrizes como ferramenta da matemática, compõe este trabalho um aprofundamento da história das matrizes e centrando o foco no estudo dos conceitos desse tema, visando por parte dos alunos sanar as dificuldades apresentadas ao resolver questões referentes a matrizes. Busca-se através das contribuições da Metodologia da Resolução de Problemas uma aprendizagem significativa no ensino de multiplicação de matrizes.

Para tanto realizou-se um estudo de coleta de dados no Instituto Estadual de Educação Oswaldo Aranha- IEEOA sediado neste município o qual possui uma história no campo educativo de mais de oitenta anos, consagrada como a maior escola da cidade e uma das maiores do estado, em espaço físico. Comporta alunos nos três turnos, contemplando a Educação Básica e o Curso Normal- para formação de professores.

Dentro de um universo com trinta alunos de ambos os sexos de segundo ano do Ensino Médio regular da referida escola, no primeiro trimestre do ano letivo foram convidados a responder uma pesquisa qualitativa através de um questionário com cinco perguntas objetivas sobre relação familiar, a abordagem de multiplicação de matrizes por parte dos professores e as dificuldades na disciplina de matemática. Para verificar como o ensino do tema está sendo abordado em sala de aula cinco professores licenciados em matemática que atuam nesta escola, foram expostos a uma pesquisa qualitativa com quatro perguntas abertas na forma de entrevista. Ambas as pesquisas tiveram características teóricas com objetivos exploratórios e descritivos, para fundamentar e enriquecer o estudo de caso deste trabalho.

A metodologia de ensino utilizada em sala de aula foi a Resolução de Problemas, aplicada a uma das duas turmas que leciono do segundo ano da escola. Nesta referida turma, foram apresentados os problemas e posteriormente foram feitas as discussões dos caminhos para sua solução.



Na segunda turma a abordagem da multiplicação de matrizes foi focada simplesmente na descrição e no caráter operatório e técnico sem o uso de resolução de problemas para interpretar e argumentar sobre fenômenos sociais. Posteriormente faremos a comparação e a análise dos dados quantitativos obtidos sobre o aproveitamento das duas turmas em questão a fim de verificar se nestas turmas a resolução de problemas se mostrou mais eficaz na aprendizagem dos alunos.

No capítulo I apresento um breve histórico do Instituto Estadual de Educação Oswaldo Aranha visando relatar aspectos estruturais e organizacionais desta escola.

No capítulo seguinte a ênfase está na abordagem sobre a Educação e a Matemática, ressaltando a sua importância histórica, a necessidade de relacionar a matemática a realidade sociocultural dos alunos e a importância do papel do professor no ambiente de sala de aula no processo de aprendizagem.

No capítulo III exponho a Metodologia da Resolução de Problemas que propõe que as ideias matemáticas não partam de uma simples definição conceitual, mas sim extraídas a partir de um problema proposto, desafiando a curiosidade dos alunos e despertando seu gosto pelo raciocínio matemático.

Também fazem parte da estrutura deste trabalho as propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais- PCNs (1999) para o ensino e aprendizagem de Matemática que orientam o trabalho pedagógico no sentido de que os problemas devem ser o ponto de partida para conduzir à formação dos conceitos, antes de sua apresentação em linguagem matemática em sala de aula.

Ainda neste capítulo apresento também as ideias do matemático George Polya, no livro *“A Arte de Resolver Problemas”*, considerado um dos pilares da Metodologia da Resolução de Problemas, as orientações para a prática desta investigação estão baseadas nesta obra que descreve como deve ser ensinada a resolução de problemas.

Defino no capítulo IV a teoria das matrizes e suas propriedades, aprofundando a pesquisa na multiplicação de matrizes, que objeto dessa pesquisa exige uma técnica mais elaborada para resolver do que as demais operações matriciais.

No capítulo V enfatizo os procedimentos metodológicos para a concretização do trabalho. Os problemas utilizados são previamente estudados e analisados de

forma a serem relacionados diretamente com os conceitos abordados em sala de aula fazendo uso de aplicações com ênfase na interdisciplinaridade.

O último momento versa sobre a aplicação das atividades em sala de aula, os procedimentos adotados e a forma de organização das ações, culminando com o relato dessa experiência.



## 2 INSTITUTO ESTADUAL DE EDUCAÇÃO OSWALDO ARANHA

Instituto Estadual de Educação Oswaldo Aranha é uma escola vinculada a 10ª Coordenadoria Regional de Educação (CRE) da Secretaria da Educação do Estado do Rio Grande do Sul, situado na Rua General Sampaio, 535 – Centro em Alegrete, RS.

### 2.1- Breve Histórico da Instituição

O Instituto Estadual de Educação Oswaldo Aranha (IEEOA) - este legalizado como um estabelecimento de ensino sob o decreto de criação número 4283 de 23/03/1929 Diário Oficial de 23/03/1929 do governo do Estado, regulamentada pelo decreto nº 427 de 13/03/1929, do Ensino Normal do Estado do Rio Grande do Sul, é reconhecido como o mais tradicional colégio da cidade, por onde passaram várias gerações de Alegretenses.

Esta instituição de ensino tem como filosofia: *“A escola como organização humana e democrática, tem como finalidade, fazer com que da relação dos vários sujeitos do processo educativo, seja gerada uma atitude crítica e de compromisso com as necessárias transformações”*.

O IEEOA contempla o ensino em salas de aulas durante os três turnos, com os cursos de Educação Básica, Educação de Jovens e Adultos e curso Normal. O curso de Ensino médio funciona no turno da manhã e noite.

O Ensino Médio vinculado às finalidades gerais da escola busca a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos ao nível de Ensino Fundamental, possibilitando o prosseguimento dos estudos, a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando em plenitude. Essa etapa educacional do Ensino Médio deverá gerar condições de compreensão das novas relações de trabalho e desenvolvimento científico/ tecnológico de forma crítica e construtiva, o aprimoramento do processo de humanização, formação ética, o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico, preparando para a construção da autonomia individual e coletiva.

A metodologia orientar-se-á pela ideia de construir um sistema educativo que seja inclusivo, proporcionando múltiplas formas de assimilação, problematização

e construção de conhecimentos centrados nos sujeitos, que reconheça as experiências, os saberes e fazeres das diferentes culturas, comprometendo-se com projetos de vida pessoal e coletivo.

As aulas de Matemática do Ensino Médio manhã, acontecem em períodos de cinquenta minutos totalizando cinco horas semanais. As turmas comportam uma média de trinta e cinco alunos.

Segundo o regimento da escola a finalidade principal da área de matemática é:

Contemplar formas de apropriação e construção de sistemas de pensamentos de forma criativa, imaginativa e crítica do mundo matemático e suas dimensões, dos fenômenos físicos e químicos, o significado da vida, nas suas múltiplas formas, gerando condições de compreensão, interpretação e intervenção nessa realidade, na perspectiva de obtenção do desenvolvimento autossustentável e a convivência harmoniosa homem-natureza. (Instituto Estadual de Educação Oswaldo Aranha, 1990).

A avaliação do processo de ensino-aprendizagem processar-se-á por componente curricular específico, expressa através de notas, numa escala de (0) zero a (100) cem, sendo que a periodicidade de entrega dos resultados aos pais ou responsáveis ocorre através de instrumento próprio, trimestralmente. Os alunos são avaliados trimestralmente por meio de notas com média mínima sessenta (60) durante três meses finalizando cento e oitenta pontos no ano letivo vigente. As formas de avaliação são de inteira responsabilidade do professor da área de conhecimento, geralmente é feita uma avaliação contínua inserida em um projeto interdisciplinar anual através da construção de um eixo temático gerado pelos professores e alunos. Complementados por trabalhos individuais e coletivos, mais avaliação diária como comprometimento com os estudos, participação, frequência e postura em sala de aula.

### 3 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A MATEMÁTICA NO CONTEXTO ESCOLAR

Educadores matemáticos já constataram em diversas pesquisas que o ensino da matemática deve ser dinâmico, pois o mundo está em constante mudança sendo necessário desenvolver competências nos jovens através de um trabalho significativo que os assegure um conhecimento matemático útil que possa ser inserido a sua realidade social e cultural. Como aponta os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

A Matemática caracteriza-se como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural. No entanto, precisamos mostrar que a matemática tem sentido (não é somente de fórmulas e regras inexplicáveis), está em nosso dia-a-dia e contribui para a humanidade progredir. Devemos também, relacionar a matemática com a realidade, com outras disciplinas e com a história humana. (PCNs 3º e 4º ciclos, 2009, p.25).

Saber trabalhar as ideias matemáticas intuitivamente antes da linguagem matemática é um dos caminhos a seguir, e essa abordagem pode ser feita através de uma situação-problema, pois atribui significado a aprendizagem do aluno. Para o professor Guiomar Namó de Mello as novas fronteiras científicas e da informação é necessário para que escola desperte para esta realidade.

O século XXI chegou, e com ele a globalização econômica, o aquecimento global, a valorização da diversidade, as novas fronteiras científicas e a acessibilidade da informação. Esse é um tempo em que os meios de comunicação constroem sentidos e disputam a atenção e a devoção da juventude, a escola precisa ser o lugar em que se aprende a analisar, criticar, pesar argumentos e fazer escolhas. Isso requer que os conteúdos do currículo sejam tratados de modo a fazer sentido para o aluno. (Lições do Rio Grande- Matemática e suas Tecnologias, SEC 2009 p.17).

É preciso pensar o papel do professor no ambiente de sala de aula como questionador, incentivador, facilitador, mediador e avaliador no processo de aprendizagem são de relevante importância. Por sua vez, não é raro o professor sentir-se inseguro e sobrecarregado diante de tantas cobranças e exigências.

Ao considerar a função de professor é preciso refletir sobre seu futuro em sala de aula. O professor Moacir Gadotti, faz a seguinte reflexão sobre a “educação do futuro”:

Qualquer projeção que se faça do futuro, o conhecimento terá presença garantida. Nesse contexto, as perspectivas para a educação no século XXI são otimistas. A pergunta que se faz é: que educação, que escola, que aluno, que professor, que currículo, que sistema de ensino? (GADOTTI, 2007.p.9).

A educação matemática no Brasil apresenta problemas, como por exemplo, a formação do professor, pois, para muitos pesquisadores o simples domínio do conteúdo, adicionado a algumas disciplinas didático-pedagógicas, simplesmente não o prepara para enfrentar a realidade complexa da escola.

A Matemática contemporânea desencadeou reflexões sobre o seu ensino em todos os níveis da educação básica. Em decorrência disso, surgiu um novo campo de trabalho: da Didática da Matemática ou Metodologia da Matemática, denominações substituídas no Brasil, a partir do final da década de 50, por uma mais geral, que é Educação Matemática.

DANTE faz a seguinte reflexão sobre educação matemática:

É preciso que os estudos, pesquisas e as teses em Educação Matemática contribuam com a melhoria da qualidade da prática educativa nas escolas, mas de nada valerá se ficarem armazenadas nas prateleiras das Universidades, enquanto as aulas de matemáticas que as crianças estão tendo continuam traumatizando e enfatizando a mecanização e tolhendo a compreensão e a criatividade. (DANTE, 1991. p. 48).

É razoável então, pensar que as abordagens da aprendizagem da matemática que não conseguem trazer o aluno para o ambiente de sala de aula prendendo o seu interesse, não trarão mais aprendizado e o “gosto” pela escola. Devemos estar sempre pesquisando novas metodologias de ensino para motivá-los. Assim, para levar o aluno a aprender, é necessário fazer que o objeto da aprendizagem lhe seja agradável e útil para a sua vida.

Inserido neste contexto os estudos do movimento de Educação Matemática levaram a conceber novos métodos de ensino além da aula expositiva. A seguir nos referimos a essas ideias:

- ✓ Resolução de problemas: a ideia comum a todas elas é que os alunos devam construir seu conhecimento matemático com base em problemas.

Muitas vezes estes são propostos antes da teoria, o que difere da prática habitual, em que problemas servem apenas para verificar se o aluno sabe reproduzir o que lhe foi ensinado.

- ✓ Modelagem Matemática: o ponto de partida são as situações motivadoras da realidade. O ensino desenvolve-se por meio de modelos matemáticos.
- ✓ Abordagens etnomatemáticas – trata-se de valorizar a Matemática de diferentes grupos culturais e de usar como ponto de partida os conhecimentos matemáticos do grupo ao quais os alunos pertencem, aproveitando, o máximo possível, o saber extraescolar.
- ✓ Abordagens históricas – busca-se na história da matemática a motivação ou mesmo o ponto de partida do aprendizado.
- ✓ Uso de jogos – os jogos possibilitam abordar os conteúdos de matemática lúdica e contribuem para a formação de atitudes e para o desenvolvimento de habilidades.
- ✓ Uso de tecnologia – a utilização desses recursos possibilita motivar o aprendizado, aplicar e exercitar o que se aprendeu em sala de aula.

A aplicação de tais projetos depende do professor, da turma, do meio social e do momento de vivência dos alunos, respeitando as condições de cada comunidade escolar.

Portanto, se a sociedade mudou, o ensino tem-se transformado e os critérios de competência que valiam no passado em muitos casos não se aplicam mais. Atualmente os objetivos são outros. Segundo os autores Imenes e Lellis. (2009) podemos ter ideia das mudanças matemáticas comparando os seguintes quadros 1 e 2:

Quadro 1- Mudanças matemáticas

<b>O que já foi importante</b>	<b>O que importa hoje</b>
Possuir destreza em cálculo numérico e algébrico feito com lápis e papel.	Possuir habilidades em cálculo mental, estimativa e uso de calculadora.



Fazer muitos exercícios mecânicos para fixação.	Compreender os usos da matemática na sociedade atual
Conhecer receitas para resolver problemas típicos.	Ter competência para enfrentar problemas novos.
Decorar fórmulas e definições	Compreender conceitos e saber como as fórmulas se originam.

Fonte, Ribeiro, 2010, p.10

Os dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Nacionais (INEP – 2009) indicam que a nota média em Matemática nas escolas brasileiras é vermelha, falta motivação dos alunos em sala de aula. As famílias ainda estão distantes da escola, e acredita-se que tem que haver parceria entre os pais e a instituição de ensino para que o aluno sinta-se motivado e acolhido. As práticas pedagógicas aplicadas em sala de aula estão ultrapassadas, ainda predomina o método tradicional onde prevalece a memorização em detrimento das pesquisas e da resolução de problemas.

Segundo o professor Pitombeira:

A escola tem uma responsabilidade social, e não deve permitir que seus alunos saíssem despreparados para atuar como cidadãos conscientes em uma sociedade cada vez mais permeada pela ciência e pela tecnologia. Parte disso consiste em habilitá-los e resolver problemas que possam ser formulados matematicamente. (PITOMBEIRA, 1991 p. 25).

Uma grande parcela, de professores ainda trabalha usando a metodologia tradicional, onde os problemas são vistos meramente como exercício de fixação, sem discussão de resultados obtidos e sem relação com o trabalho de sala de aula, uma forma mecânica de ensinar tornando os educandos depositários de conteúdo e desprovidos de iniciativa e criatividade.

Muitos são os fatores que influenciam essa dificuldade de aceitar mudanças e métodos novos de ensinar. Podemos citar o medo de ousar num campo estranho principalmente na área tecnológica, segundo um artigo da revista Nova Escola (fev./2011) 74% dos professores não se consideram preparados para utilizar computadores na sala de aula. Sabemos que atualmente a informática e professores

capacitados para trabalhar com esses recursos são essenciais para a melhoria da aprendizagem dos alunos. Entre tantos fatores que desmotivam os profissionais da educação estão às graduações que são consideradas fracas e distantes da realidade da sala de aula, a falta de uma formação continuada, o plano de carreira e melhores salários.

Constatamos em nosso país que muitos professores precisam trabalhar mais de quarenta horas semanais para poder sustentar sua família, em consequência falta tempo e dedicação para preparar uma boa aula, fazer uma pesquisa aprofundada sobre um determinado conteúdo, enfim torna-se impossível fazer um curso de formação sem dispor de verbas econômicas do governo e tempo para aperfeiçoamento profissional.

As experiências de muitas escolas e professores atestam que o desempenho de estudantes cujos pais acompanham o trabalho escolar e participam de reuniões, formam alunos mais autônomos e criativos, competentes para estudar e pesquisar por si mesmos. Mas infelizmente é a minoria dos pais que procuram estar atentas aos problemas da escola, as faltas e indisciplina dos seus filhos em consequência sobrecarrega o professor, pois além de desempenhar seu trabalho precisa dar suporte psicológico a esses alunos.

Diante dessa realidade, muitos professores continuam utilizando um método de ensino ultrapassado e desmotivador para os alunos, fazendo com que não sejam visíveis os índices nas melhorias da educação brasileira.

Assim sendo, entendo que a matemática deveria ser ensinada de modo a ser um estímulo à capacidade investigativa lógica do educando, fazendo-o raciocinar. A tarefa básica do professor seria o desenvolvimento da criatividade apoiada em experiências agradáveis, capazes de favorecer o desenvolvimento de atitudes positivas frente a uma situação-problema.

A caracterização da Matemática como área e disciplina é definida segundo professora Ana Maria Beltrão Gigante como:

O espectro das Matemáticas na sua diversidade e especificidade compõe uma área do conhecimento definido como uma ciência, que abrange um vasto corpo de linguagens, de práticas, de conceitos e de fórmulas de pensar que se mantém em construção ao longo da história. (Lições do Rio Grande- Matemática e suas Tecnologias, p.37).

A contribuição da matemática tem uma valiosa e decisiva importância no nosso cotidiano. O matemático Irineu Bicudo enfatiza algumas características básicas da matemática:

A Matemática “a priori” – isso significa dizer que a matemática é independente da experiência, se considerar o conhecimento matemático como um corpo de teoremas e de suas provas formais. A Matemática é exata – é exata no sentido de terem todos os seus termos, definições, regras de inferência, etc. um significado preciso. A Matemática é abstrata – uma das características da Matemática de nossos dias é sua abstração. Abstrair significa eliminar de uma situação tudo o que não for essencial a um dado propósito. A Matemática é absoluta – os resultados são absolutos, ou seja, não são possíveis de revisão com base na experiência. A adequação de uma disciplina matemática a um dado estudo empírico fica, é claro sujeito à revisão. A Matemática é simbólica – o uso da notação simbólica é uma das principais características de matemática. Esse uso está ligado a sua natureza exata, mas ainda mais ao desenvolvimento da matemática como um tipo de linguagem. A Matemática é organizadora – tão logo uma ciência qualquer ultrapasse o estágio da mera colheita, envolve-se com a atividade de organização das experiências. (BICUDO, 2004, p. 213-215)

Sabemos que os índices de rendimento escolar são reconhecidos a partir de vários indicadores. No Brasil, o Indicador de Alfabetismo Funcional (Inaf) mede os resultados funcionais da escolarização da população adulta. Ao processo de “letramento numérico”, o Inaf refere-se como numeramento.

Em relação às habilidades matemáticas, o Inaf considera analfabeto aquele que não consegue realizar operações básicas com números, como ler o preço de um produto ou anotar um número de telefone. Além disso, estabelece três níveis de alfabetismo funcional:

**Nível 1** – alfabetismo nível rudimentar: corresponde à capacidade de ler números em contextos específicos, como preços, horários, número de telefone, etc.;

**Nível 2** – alfabetismo nível básico: corresponde à capacidade de dominar completamente a leitura de números, resolver operações usuais envolvendo soma, subtração e até multiplicação.

**Nível 3** – alfabetismo nível pleno: corresponde à capacidade de colocar uma estratégia na resolução de problemas mais complexo.

Os dados demonstram que a maior parte da população brasileira não consegue resolver problemas matemáticos complexos. Sabe-se que a consolidação dos conhecimentos iniciais é fundamental para as aprendizagens posteriores, o que

leva a concluir que o ensino e a aprendizagem da matemática inicial estão deixando muito a desejar e dificultando um melhor desempenho dos adultos na área.

Um grande problema que têm-se vivenciado em sala de aula é a dificuldade na aprendizagem de matemática por parte de alguns alunos, mas que muitas vezes não podem ser sanadas apenas com a ajuda do professor.

As pesquisas têm apontado a possibilidade de identificação precoce de crianças com possibilidade de vir a apresentar transtornos na aprendizagem da matemática. Desde cedo, elas apresentam alguns sinais, como dificuldade de entender situações de contagem, de reconhecer a diferença entre letras e de reconhecer os princípios da contagem.

Segundo a professora Beatriz Vargas Dorneles da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2009, p. 46) há várias adaptações que podem ser feitas para amenizar o sofrimento desses alunos nas aulas de matemática, como, por exemplo:

- ✓ Proporcionar maior uso de recursos de apoio (dedos, material concreto, traços), que diminuam as demandas à memória de trabalho;
- ✓ Disponibilizar tempo extra para resolver exercícios e até mesmo testes, o que possibilitará que o aluno demonstre tudo o que sabe;
- ✓ Permitir o uso da calculadora, que deixa o aluno livre para raciocinar e estabelecer relações;
- ✓ Permitir que o aluno consultasse a tabuada durante a realização de cálculos, especialmente em sequências de cálculos;
- ✓ Desmembrar tarefas matemáticas complexas em pequenos passos que permitam a resolução em etapas;
- ✓ Dispensar atendimento individualizado que permita acompanhar e ajudar todo o processo de construção dos conteúdos.

Não há dúvida de que com o auxílio individual do professor, alguns alunos com dificuldade em matemática compreenderam os conteúdos dessa disciplina. Mas, infelizmente em nossas escolas públicas, grande parte das salas de aula está lotada, dificultando um atendimento minucioso e afetivo que essas crianças necessitam. Portanto, um diagnóstico claro para entender o que acontece com nosso aluno é fundamental. Por isso o professor contemporâneo é considerado muitas vezes um herói, quando consegue identificar um aluno com alguma dificuldade cognitiva, e compartilha do problema com seus familiares e tão logo

encaminha, a um profissional competente na área como fonoaudiólogos, psicopedagogos etc.

## 4 A METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Desde o início da história escrita, os povos se interessam em aplicar a matemática a situações descritas verbalmente.

No início do século XX o ensino da matemática dava ênfase à repetição, assim os exercícios eram utilizados como forma de treinamento para os alunos memorizarem os conteúdos. Mudando a ênfase do ensino da matemática, com o decorrer dos anos, para compreensão passou-se a pensar em resolução de problemas como uma forma para aprender matemática baseado na Metodologia de Resolução de Problemas. Uma ideia que tem sido muito discutida nos últimos anos, segundo Onuchic diz que:

A importância dada à Resolução de Problemas é recente e que somente nas últimas décadas é que os educadores matemáticos passaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia atenção. (ONUChic, 1999, p.203).

Onuchic reflete e destaca três concepções de ensinar Resolução de Problemas apresentadas por Schroeder & Lester (1999, p. 206), “ensinar sobre resolução de problemas, ensinar a resolver problemas e ensinar matemática através da resolução de problemas”.

Esta terceira concepção passa a ser o foco de alguns pesquisadores nos anos 90, em particular de Onuchic na qual a Resolução de Problemas é vista como uma metodologia de ensino.

Em sua tese de Livre Docência, DANTE (1988, p.16) propõe a resolução de problemas no que hoje chamamos de séries iniciais do primeiro ao quinto ano. Para ele os objetivos na resolução de problemas são:

- ✓ Fazer o aluno pensar produtivamente;
- ✓ Desenvolver o raciocínio do aluno;
- ✓ Preparar o aluno para enfrentar situações novas;
- ✓ Dar oportunidade aos alunos de se envolverem com aplicações da Matemática;
- ✓ Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;

- ✓ Equipar o aluno com estratégias e procedimentos que auxiliam na análise e na solução de situações onde se procura um ou mais elementos desconhecidos;
- ✓ Dar uma boa alfabetização matemática ao cidadão comum.

Tendo os pressupostos destacados anteriormente com base para uma prática pedagógica diferenciada, devemos apresentar situações-problema aos alunos e criar um ambiente em sala de aula de desafios que os motivem a resolvê-los. Sabemos intuitivamente que cada aluno aprende de um modo diferente, portanto, precisamos ensinar através de métodos novos. Com a Resolução de problemas é possível despertar o interesse pela aprendizagem, fazendo ao aluno pensar produtivamente, despertar o raciocínio matemático através de desafios e problemas do seu cotidiano. Procurando sempre iniciar os conteúdos de forma contextualizada, envolvendo situações que acreditamos serem familiares aos alunos, tendo em vista uma aprendizagem significativa.

Sabe-se que a resolução de problemas exige, primeiramente, o conhecimento da linguagem matemática, no entanto, no ato da interpretação do problema percebemos que os alunos carregam um grande déficit de leitura e compreensão o que gera equívocos que comprometem toda a solução de um problema, portanto o professor precisa ficar atento a essas falhas de aprendizagem das séries anteriores. A fim de auxiliar o estudante nesse processo de aprendizagem, várias pesquisas e práticas de estudo têm sido feitas nesta área, como exemplo a utilização das ideias do matemático George Polya que veremos nesse trabalho.

#### **4.1 A Resolução de Problemas Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**

O Brasil como os demais países da América Latina, está empenhado em promover reformas na área educacional que permitam superar o quadro de extrema desvantagem em relação aos índices de escolarização e nível de conhecimento.

A Lei de Diretrizes e bases da Educação – Lei 9.394/96(LDB) orienta a reformulação curricular de Ensino Médio propondo a formação geral, em oposição à formação específica; o desenvolvimento de capacidades de pesquisas, buscar informações, analisá-las e selecioná-las a capacidade de aprender, criar, formular,

ao invés do simples exercício de memorização. O ministério da educação vem tentando implementar novos rumos à educação brasileira também através dos Parâmetros Curriculares Brasileiros (PCNs), que determinam um conjunto de normas para melhorar a qualidade do ensino e ampliar o debate nacional ao conjunto dos professores brasileiros.

Dentro do campo da matemática os PCNs ressaltam a importância de levar o aluno a compreender e transformar o mundo à sua volta, estabelecer relações qualitativas e quantitativas, resolver situações problemas, comunicar-se matematicamente, desenvolvendo assim sua autoconfiança no seu fazer matemático.

De acordo com os PCNs a sociedade pós-industrial está mudando a organização do trabalho, a produção e disseminação da informação e as formas de exercício da cidadania. Isso requer que as escolas apresentem um ensino de modo a fazer sentido para o aluno.

As ideias básicas contidas nos PCNs (1998), em Matemática refletem muito mais do que uma mera mudança de conteúdos uma mudança de filosofia de ensino e aprendizagem. Apontam para a necessidade de mudanças urgentes não só no o que ensinar, mas principalmente no como ensinar e avaliar.

Para, tanto, novas metodologias vieram à tona, dentre elas a Metodologia da Resolução de Problemas, cuja proposta segundo os PCNs se resume nos seguintes princípios:

O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las; O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada; Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da matemática; O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações; A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona



o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (PCNs. 1997, p.28)

Na visão da professora Maria Teresa Carneiro Soares (UFPR):

A utilização da resolução de problemas na prática educativa da matemática é uma metodologia que deve merecer atenção por parte de todos os professores, pois é a partir dela que se pode envolver o aluno em situações da vida real, motivando-o para o desenvolvimento do modo de pensar matemático. (SOARES, 2007, p.13)

A Resolução de Problemas é de fundamental importância para a educação matemática. Ela dá suporte para aplicações da matemática do cotidiano, motivando os estudantes da disciplina, visto que adequa a matemática a situações reais que ocorrem com os alunos. A resolução de problemas deve ser feita através do raciocínio lógico e não de forma mecânica, pois se deve incentivar, instigar o aluno a pensar no processo de resolução e não usar fórmulas sem saber o porquê está usando. Podemos visualizar alguns aspectos que diferenciam uma aula tradicional de uma aula onde se aplica a Metodologia via Resolução de Problemas.

Segundo, Regina Buriasco (BURIASCO, 1995, apud SECON, 2006, p.4), as diferenças existentes entre a metodologia baseada na resolução de problemas e o método tradicional de ensino podem ser verificadas a partir do quadro:

**Quadro 2 – Comparação entre procedimentos em uma aula tradicional com a aula da Metodologia de Resolução de Problemas.**

<b>Tendência tradicional</b>	<b>Tendência da Resolução de Problemas</b>
1) O professor explica a matéria (teoria).	1) O professor apresenta um problema escolhido por ele ou pelo(s) aluno(s).
2) O professor mostra exemplos.	2) Os alunos tentam resolver o problema com o conhecimento que têm.
3) O professor propõe	3) Quando os alunos

“exercícios” semelhantes aos exercícios dados para que os alunos resolvam.	encontram algum obstáculo o professor os auxilia.
4) O professor (ou aluno) resolve no quadro os exercícios.	4) Resolvido o problema, os alunos discutem sua solução, se necessário, com a ajuda do professor. Essa discussão envolve todos os aspectos da resolução de problemas, inclusive os do conteúdo necessário.
5) O professor propõe aos alunos outros “exercícios” já não tão semelhantes aos exemplos que ele resolveu.	5) O professor apresenta outro problema escolhido por ele ou pelo(s) aluno(s).
6) O professor (ou um aluno) resolve os exercícios no quadro.	
7) O professor propõe “problemas”, se for o caso, ou mais “exercícios”.	
8) Correção dos “problemas” ou dos “exercícios”.	
9) O professor começa outro assunto.	

Fonte: BURIASCO (1995) in SECON (2006) p.4

Há diferenças entre fazer uma aula apresentando a solução de exercícios e a Resolução de Problemas. Enquanto na resolução de exercícios os estudantes dispõem de mecanismos e técnicas que os levam, de forma imediata, à solução, na Resolução de Problemas isto não ocorre, porque, muitas vezes, é preciso entender os problemas, traçar um plano, executar e testar. Desta forma, uma mesma situação pode ser fácil para alguns e mais difícil para outros, dependendo do conhecimento que cada aluno tem. Deve-se finalmente fazer os alunos assumirem a responsabilidade de serem capazes de resolver problemas. Sabemos que a aprendizagem acontece em momentos e formas diferentes para cada indivíduo, depende muito dos seus problemas pessoais como a desestrutura familiar e até

mesmo a falta de alimentos saudáveis tão necessárias à concentração e aprendizagem em sala de aula.

A motivação natural está no estudo de problemas reais e em grande parte físicos. Os problemas reais podem surgir de um simples anúncio de venda de um imóvel que contenha a planta do apartamento e sua localização. A partir dele pode-se trabalhar com escala, área, orientação espacial, perímetro, custo de materiais, confecção de maquetes, sólidos geométricos e tudo o que a criatividade e a motivação permitem.

Segundo a professora Gladis Wiener Blumenthal os Parâmetros Curriculares Brasileiros apresentam outras ideias básicas, a saber:

Eliminação do ensino mecânico da matemática; Prioridade para a resolução de problemas; Conteúdo como meio para desenvolver ideias matemáticas fundamentais (proporcionalidade, equivalência, igualdade, inclusão, entre outras); Organização do conteúdo em espiral e não em forma linear; desprivilegiando a ideia de pré-requisito como condição única para organização da mesma; Revigoração do cálculo mental, em detrimento da matemática "papel e lápis"; Uso de recursos didáticos (calculadora, computador, jogos) durante todo Ensino Fundamental; Avaliação como processo contínuo no fazer pedagógico. (BLUMENTHAL, 2006. p. 25)

Uma grande maioria de professores tem como único objetivo ensinar a matemática sem se preocupar se os alunos obterão um conhecimento matemático significativo, o aluno aprende mecanicamente, no entanto deviam buscar atividades matemáticas que sejam realmente educativas e não meramente um treino em uma linguagem sem sentido para o aluno.

É importante reconhecer que a Matemática surgiu a partir da necessidade de se resolver problemas, para dar significado à matemática, dar sentido, vê-la a partir de uma dificuldade do cotidiano. O problema matemático deve, sempre que possível, ser apresentado em um contexto desafiador, possibilitando a mobilização dos conteúdos estudados na busca de soluções e abrindo espaço para a criação de estratégias.

Atualmente, as escolas discutem a organização dos conteúdos matemáticos, felizmente não mais de forma tão rígida, linear. Constata-se a importância de abordar um conteúdo dependendo do momento político, esportivo, etc. da sua cidade, do seu país ou do mundo para poder contextualizar o tema

proposto. Busca-se educar por meio da matemática, em vez de simplesmente expor conteúdos matemáticos. Entende-se que uma educação de qualidade só é alcançada pelo aluno se o professor levá-lo a refletir sobre situações que o rodeiam no mundo real, na busca de fazer com que esse aluno vislumbre a aprendizagem.

O exercício de cálculo mental pode ser realizado de diferentes formas e acaba facilitando a compreensão dos conceitos matemáticos. Devemos promover frequentemente discussões e reflexões sobre as maneiras e os caminhos que os alunos percorrem para chegar aos resultados, valorizando sempre a forma de raciocínio de cada um.

A avaliação é considerada um dos processos mais difíceis no meio educacional, pois não deve ser uma interrupção do processo ensino-aprendizagem e sim parte dele e por isso deve ser contínua. A avaliação deve orientar e auxiliar o aluno e o professor. Somente com a diversificação das mesmas podem perceber algumas aptidões e identificar progressos e obstáculos na aprendizagem dos nossos alunos.

Além disso, neste trabalho seguiremos as recomendações que fazem os PCNs.

A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas. Ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las. O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. (PCNs,1998, p.28 ).

Na visão da professora Suelen Hipólito Vieira, “se durante a vida escolar forem dadas oportunidades ao aluno de se envolver com diferentes situações-problema, quando adulto agirá com inteligência e naturalidade ao ter que enfrentar seus problemas da vida diária, sejam eles de ordem econômica, política e social”.

## 4.2 Como se Resolve um Problema Segundo o Método de Polya

Quando nos propomos a analisar objetos matemáticos no contexto da sua evolução histórica, com certa frequência, nos deparamos com a resolução de problemas.

O matemático George Polya foi considerado um inovador ao discutir pela primeira vez a resolução de problemas na década de 40 com a primeira tiragem de seu livro *How to solve it*, traduzida no Brasil como *A arte de resolver problemas*. Suas ideias tiveram um forte impacto no ensino da resolução de problemas, alicerçando muitas pesquisas posteriores. Segundo o autor:

Resolver um problema implica em encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados. (POLYA apud GOMES, 2004, p.2).

Nos anos 60 a Educação Matemática começa a investir nas pesquisas quanto ao ensino de Resolução de Problemas, inspirados nas ideias de Polya. Surgem nos finais dos anos 70 nos Estados Unidos recomendações do ensino da Resolução de Problemas como uma estratégia de progresso do ensino da matemática.

As pesquisas persistem no decorrer dos anos 70 discutindo as implicações da Resolução de Problemas no currículo escolar para o progresso do Ensino da Matemática. Apoiando-se nestas pesquisas, nos Estados Unidos, o NCTM - National Council of Teachers of Mathematics - recomendou que o foco do ensino da matemática para os anos 80 deveria ser a Resolução de Problemas. Diversos materiais foram desenvolvidos pelos pesquisadores do mundo inteiro no decorrer da década de 80 como recursos para o professor trabalhar em sala de aula.

Polya apresenta uma estratégia baseada em questionamentos e sugestões e descreve em quatro fases de trabalho: Compreensão do Problema, Estabelecimento de um Plano, Execução do Plano e Retrospecto. Em resumo, estas etapas se caracterizam pelos aspectos que descreveremos no quadro a seguir:

### Quadro 3 – Fases da Resolução de Problemas

<b>COMPREENSÃO DO PROBLEMA</b>		
Primeiro	É preciso compreender o problema	É preciso que o aluno compreenda o problema, descrevendo as relações entre dados e incógnitas, podendo usar figuras, diagramas ou adotar uma notação que julgue adequada.
<b>ESTABELECIMENTO DE UM PLANO</b>		
Segundo	Encontre a conexão entre os dados e a incógnita.	Baseando-se em conhecimentos já adquiridos ou considerando problemas auxiliares, o aluno deve procurar encontrar uma conexão imediata com um problema
<b>EXECUÇÃO DO PLANO</b>		
Terceiro	Execute o plano	Esta pode ser a parte mais fácil do processo desde que as fases anteriores estejam corretas. Por outro lado, somente executando seu plano, verá o aluno a necessidade de correções às etapas anteriores.
<b>RETROSPECTO</b>		
Quarto	Examine a solução obtida	Examinar a solução obtida, nesta fase poderá ser revisado todo o processo e perceber se existe um modo diferente para o problema ser resolvido.

Fonte: POLYA, apud Gomes 1995

É importante estabelecer diferentes tipos de interação. Uma delas seria aluno- problema- professor, as interações aparecem em todas as etapas da

resolução, são indicadores de que o processo ensino-aprendizagem está sendo consolidado. Para facilitar o processo de interação é necessário que se tenham:

- Mecanismos para facilitar a compreensão do texto;
- Referenciais teóricos para abordar os conteúdos envolvidos;
- Recursos (lápiz, papel, calculadora, computador etc.) adequados;
- Sequências didáticas motivadoras.

Podemos utilizar também outro tipo de estratégia na resolução de problemas através da elaboração de situações-problema inseridas no contexto social, cultural, econômico e político dos próprios alunos.

Quanto a isso as autoras Smole e Centurión acrescentam:

É, pois, fundamental que o estudo da Matemática seja calcado em situações-problema que possibilitem a participação ativa na construção do conhecimento matemático. O aluno desenvolve seu raciocínio participando de atividades, agindo e refletindo sobre a realidade que o cerca, fazendo uso das informações de que dispõe. Se quisermos melhorar o presente estado de conhecimento, devemos nos questionar sobre como pode, de fato o nosso aluno desenvolver o pensamento crítico ou raciocínio lógico. (SMOLE, CENTURIÓN, 1992, p.9).

Faz-se necessário que o nosso alunado saiba refletir sobre a sua realidade social, cabe ao professor propor trabalhos para elaborarem situações-problemas que sejam vivenciadas na sua comunidade escolar, assim ajuda a criar sua identidade de pertencer a um lugar e sintam-se responsáveis pelos anseios de mudanças sociais e políticas dessa região. Tornando-se assim, um cidadão participativo para a vida em sociedade.

## 5 MATRIZES

A palavra matriz possui várias interpretações, de acordo com a área em que é utilizada segundo o dicionário Aurélio um dos significados de matriz é *“lugar onde alguma coisa se gera ou se cria”*, no dia-a-dia, temos algumas aplicações desta palavra, como por exemplo, no âmbito empresarial matriz *“é uma empresa à qual se subordinam as sucursais ou filiais e agências”*, na biologia, matriz *“é uma substância fundamental do tecido conjuntivo”* e na escola, temos a *“matriz curricular”* que vem a ser *“o conjunto de todas as disciplinas que compõem uma série ou uma totalidade para nortear o trabalho de construção do conhecimento”*.

O estudo de matrizes nos leva aos tempos mais antigos da história da humanidade. O termo matriz tal como se conhece hoje foi introduzido pelo matemático inglês James Joseph Sylvester (1814-1897) no século XIX. Durante essa época, personalidades com Arthur Cayley (1821-1895) e William R. Hamilton (1805-1865) desempenharam um papel fundamental no desenvolvimento da teoria matricial. Alguns dos exemplos proeminentes foi o famoso teorema de Cayley-Hamilton de crucial importância para o desenvolvimento da álgebra matricial. Outro trabalho inigualável foi de John Von Neumann, que dedicou a sua vida ao estudo de praticamente todas as áreas da matemática, à continuidade do desenvolvimento da teoria matricial e sua relação com a ciência da computação, assim, considerado o principal visionário do modelo lógico computacional dos dias de hoje.

No século XX, Olga Taussky-Todd (1906-1995) utilizou matrizes para investigar um fenômeno aerodinâmico conhecido por aero elasticidade durante a segunda guerra mundial, tornando-se a principal precursora da teoria matricial contemporânea.

De acordo com Dante (Matemática: Contexto & Aplicações- Ed. Ática- 2011- p.96) desde o seu aparecimento na China antiga e durante a sua evolução na história, as matrizes têm permanecido como uma ferramenta matemática fundamental para resolver problemas associados a equações simultâneas lineares. Na atualidade, permitem, além disso, descrever a mecânica quântica da estrutura dos átomos auxilia no desenvolvimento de modelos matemáticos computacionais, analisa e representa relações entre variáveis matemáticas, entre muitas outras aplicações.



Na visão de Barreto Filho e da Silva (Matemática aula por aula- Editora FTD).

Um dos objetivos específicos da matemática é relacionar os conhecimentos e métodos matemáticos com outras áreas do conhecimento ligados á situações reais e utilizar esses conhecimentos para analisar e intervir nessas situações. (BARRETO; SILVA, 2003. p.4)

Em depoimento ao jornal Zero Hora (POA- jun/10) o biólogo carioca, Alexandre Fadigas de Souza aposta na matemática para trabalhar na conservação e recuperação da natureza de forma sustentável. Ao constatar que o pinhão, pode ser compreendido por meio de modelos matemáticos, o pesquisador se desafiou a projetar o número de plantas que existirão no futuro, dependendo do manejo e da conservação da floresta adotados hoje. Para isso ele desenvolveu modelos de previsão baseados em cálculos matriciais.

Neste trabalho, o biólogo coleta os dados em campo e os organiza em tabelas quadradas, multiplicadas de muitas formas diferentes. Cada número obtido representa um acontecimento da vida das araucárias como, por exemplo, a chance de sobreviver como muda e não crescer, o número de pinhões produzidos em um ano e a chance de atingir um tamanho acima de todas as outras árvores da floresta. A partir daí, se manipula matematicamente a tabela, multiplicando cada acontecimento (matriz) por elas mesmas várias vezes, para simular se o presente continuará semelhante no futuro. Estas multiplicações de matrizes permitem que se descubra se o número de araucárias varia, tem ciclos, aumenta ou diminui. O agricultor poderá contar quantas árvores tem na propriedade ou indicar se o número de árvores se mantém apesar da intensidade do corte praticado, através desse programa, apenas multiplicando essas quantidades por todos os dados já coletados.

Apesar de exemplos de utilização como este, constata-se que a resolução de problemas matemáticos é uma barreira que a maioria dos alunos enfrenta no aprendizado da Matemática, pois têm dificuldade em identificar a operação que deve ser utilizada para a sua resolução. Ao resolvermos um problema matemático, antes de fazermos as “contas”, devemos interpretar, entender o que ele quer que calculemos, assim podemos dizer que a dificuldade em resolver problemas matemáticos não é uma dificuldade da disciplina de matemática e sim uma

dificuldade interdisciplinar, pois o aluno que não interpreta um problema dificilmente fará uma interpretação de texto bem feita nas aulas de português, por exemplo. São vários os fatores que levam um aluno a ter dificuldade em interpretar textos ou problemas, o principal deles, segundo algumas pesquisas a falta do hábito da leitura.

Quando utilizamos programas gráficos nos computadores não nos damos conta do que está por trás das operações que efetuamos, mas é bom que saibamos que estas operações só são possíveis porque antes mesmo de serem desenvolvidos os computadores, o homem já havia desenvolvido a teoria das matrizes. Programas como o Word, o Excel e o Matlab que é um software que trabalha com bases matriciais, não poderiam efetuar esses cálculos se não existisse a teoria das matrizes.

De acordo com o site (05- uma possível introdução ao estudo das matrizes - a magia da Matemática) cada movimento executado com uma figura colocada na tela de seu computador corresponde a uma operação de matrizes. A geração dos movimentos e deformações que vemos nos efeitos especiais do cinema, da televisão, dos games de computadores e em inúmeras simulações científicas está baseada na multiplicação de matrizes. Nestas aplicações, nosso problema reside na rapidez com que precisamos realizar as multiplicações para que os resultados pareçam mais realísticos. É aí, exatamente que entra a informática e quanto mais ágeis forem os coprocessadores de nossos computadores, tanto mais e melhores serão os benefícios que deles podemos usufruir.

Ainda, segundo o site, problemas que envolvem campos elétricos, magnéticos, de tensões elásticas, térmicas, e etc., são reduzidos a sistemas de equações lineares com números excessivamente grandes de equações e incógnitas cuja solução só é plausível com o uso de matrizes. Só para termos uma ideia de o quanto as matrizes fazem parte de nossas vidas, basta saber que a distribuição de energia elétrica, de gás e outros serviços como telecomunicação seriam absolutamente inviáveis em grande escala, como nas redes estaduais, não fosse o uso de matrizes gigantescas operadas por computadores.

É bem comum no nosso cotidiano estarmos interessados em comparar medidas ou aspectos de diversos objetos. A forma mais eficiente de fazermos isso é através de uma tabela de dupla entrada onde, numa das entradas relacionamos os

objetos a serem observados e na outra, as medidas os aspectos que queremos comparar.

Por exemplo, suponha que estamos precisando comprar feijão, arroz, açúcar e café. Vamos pesquisar os menores preços nos supermercados Baratão, Bom Demais, e Econômico e para anotarmos seus preços fazemos a seguinte tabela:

Tabela 1 – Preço de produtos nos supermercados

	Feijão (Kg)	Arroz (Kg)	Açúcar (Kg)	Café (Kg)
Baratão	1,98	2,20	2,55	4,30
Bom Demais	2,10	2,38	2,15	3,95
Econômico	1,80	2,40	2,30	4,15

Uma matriz é exatamente uma tabela como a que construímos acima com a única diferença que não enfatizamos os significados das linhas e colunas (já esta explicitada).

$$\begin{pmatrix} 1,98 & 2,20 & 2,55 & 4,30 \\ 2,10 & 2,38 & 2,15 & 3,95 \\ 1,80 & 2,40 & 2,30 & 4,15 \end{pmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1,98 & 2,20 & 2,55 & 4,30 \\ 2,10 & 2,38 & 2,15 & 3,95 \\ 1,80 & 2,40 & 2,30 & 4,14 \end{bmatrix}$$

### 5.1 Tipos de Matrizes ou Identificando Matrizes

O estudo aprofundado de matrizes dentro dos conteúdos matemáticos visa tornar o aluno apto a explicar fenômenos de diferentes naturezas, utilizando as operações com matrizes. Baseando-se na interpretação das informações e na linguagem matricial o aluno é capaz de tomar decisões diante de situações-problema, pois elabora argumentos consistentes a fim de encontrar uma solução.

De acordo com o autor Jackson Ribeiro define-se uma matriz matemática como:

Uma matriz  $A$  do tipo  $m \times n$  é uma tabela numérica com  $m \cdot n$  elementos dispostos em  $m$  linhas e  $n$  colunas, cada elemento de uma matriz pode ser representado por uma letra minúscula acompanhada de dois índices, sendo o primeiro para indicar linha e o segundo, a coluna. (RIBEIRO, 2011, p 111).

Para representar essas linhas e colunas devemos obedecer a determinadas regras, e, dependendo no número de linhas e colunas que a matriz possuir, podemos caracterizá-las, por exemplo, matriz linha, matriz coluna, etc.

A representação dos elementos de uma matriz matemática geralmente é disposta entre parênteses ou entre colchetes.

*Definição de matriz  $m \times n$*

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

onde:

$m$ : número de linhas,  $m \in \mathbb{N}$ .

$n$ : número de coluna,  $n \in \mathbb{N}$ .

$a_{ij}$ : elemento da matriz, sendo os índices  $i$  e  $j$  indicadores da posição do elemento na matriz.

O índice  $i$  indica a linha,  $1 \leq i \leq m$

O índice  $j$  indica a coluna,  $1 \leq j \leq n$

### 5.1.1 Matriz Linha

É a matriz que possui uma única linha, ou seja, tem ordem  $1 \times n$ .

Exemplo:

$$C = [1 \ 2 \ 3]_{1 \times 3}$$

### 5.1.2 Matriz Coluna

É a matriz que possui uma única coluna, ou seja, tem ordem  $m \times 1$

Exemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

### 5.1.3 Matriz nula

É a matriz que possui todos os elementos iguais à zero.

Exemplo:

$$N = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 5.1.4 Matriz Quadrada

É a matriz que possui o número de linhas igual ao número de colunas. Nesse caso, dizemos que a matriz é quadrada de ordem  $n$ .

Consideremos a matriz  $A = [a_{ij}]$  quadrada de ordem 2:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$$

Quando uma matriz é quadrada nela podemos identificar a presença de uma diagonal principal e uma diagonal secundária.

Em uma matriz de ordem 3, temos:

$$A_3 = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -8 \\ 3 & 0 & -3 \\ 5 & 7 & -6 \end{bmatrix}$$

Os valores  $-1$ ,  $0$  e  $-6$  formam a diagonal principal da matriz  $A_3$  e os valores  $-8$ ,  $0$  e  $5$  a diagonal secundária.

### 5.1.5 Matriz Identidade ( $I_n$ )

Chama-se matriz identidade a uma matriz quadrada em que cada elemento da diagonal principal tem o valor 1 e os demais têm o valor zero.

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### 5.1.6 Matriz Inversa

Consideremos  $A$  uma matriz quadrada de ordem  $n$ . Dizemos que  $A^{-1}$  é a inversa de  $A$  se, e somente se,  $A \cdot A^{-1} = I_n$  e  $A^{-1} \cdot A = I_n$ , onde:

$A =$  é a matriz dada

$A^{-1}$  é a matriz inversa da matriz  $A$ .

$I_n$  é a matriz identidade de mesma ordem da matriz  $A$ .

A matriz  $B = \begin{bmatrix} 8 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$  é inversa da matriz  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ , pois  $A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

### 5.1.7 Matriz Transposta

Dada uma matriz  $A$  de ordem  $m \times n$  chama-se matriz transposta de  $A$ , indicada por  $A^T$ , a matriz cuja ordem é  $n \times m$ , sendo as suas linhas ordenadamente iguais às colunas da matriz  $A$ .

Exemplo:

Se  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$ , então  $A_t = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$

### 5.1.8 Igualdade de Matrizes

Dada duas matrizes de mesma ordem,, as duas poderão ser iguais se, e somente se, seus elementos correspondentes forem iguais.

$$\begin{bmatrix} x + 1 & 3 \\ 1 & x - y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Com as três operações matemáticas adição, subtração e multiplicação por um número real e multiplicação de matrizes inseridas no estudo de matrizes, podemos fazer uso para resolver situações problemas. Acompanhe a seguir:

### 5.1.9 Adição de Matrizes

Para somar duas matrizes é necessário que elas tenham a mesma ordem.

Sendo  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$  e  $B = [b_{ij}]_{m \times n}$  temos:  $A + B = [a_{ij} + b_{ij}]_{m \times n}$

Propriedades da adição:

Propriedade comutativa:  $A + B = B + A$

Propriedade associativa:  $A + (B + C) = (A + B) + C$

Elemento simétrico:  $A + (-A) = 0$

Elemento neutro:  $A + 0 = A$

### 5.1.10 Subtração de Matrizes

A diferença entre duas matrizes A e B, de mesma ordem, é a matriz obtida pela adição da matriz A com a oposta da matriz B, ou seja:

$$A - B = A + (-B)$$

### 5.1.11 Multiplicação de um número real por Matriz

Para calcular o produto de um número real K por uma matriz A, multiplicamos cada elemento da matriz A por esse número real.

Sendo a matriz  $A = \begin{bmatrix} 3 & 10 \\ -6 & 7 \end{bmatrix}$

A multiplicação de A pelo número real 6 é:

$$6 \cdot A = \begin{bmatrix} 6 \cdot 3 & 6 \cdot 10 \\ 6 \cdot (-6) & 6 \cdot 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 60 \\ -36 & 42 \end{bmatrix}$$

## 5.2 Multiplicações de Matrizes

A multiplicação entre matrizes exige uma técnica mais elaborada para resolver que as demais operações estudadas.

A multiplicação de duas matrizes A e B, somente são possíveis quando o número de colunas da matriz A for igual ao número de linhas da matriz B, tendo assim, a matriz  $C = A \cdot B$ , e o resultado será a matriz resultante ou produto de duas matrizes com o mesmo número de linhas de A e o mesmo número de colunas de B.

$$A_{m \times p} \cdot B_{p \times n} = C_{m \times n}$$

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 19 \\ -25 & 9 \end{bmatrix}$$

Observe, por exemplo, que para obter o elemento  $C_{12}$  da matriz  $A \cdot B$  multiplicamos o primeiro elemento da linha 1 de  $A$  pelo primeiro elemento da coluna 2 de  $B$ , o segundo elemento da linha 1 de  $A$  pelo segundo elemento da coluna 2 e somamos esses produtos.

Podemos abordar a multiplicação de matrizes também a partir de uma resolução de problemas como essa sugerida por Xavier & Barreto (PNLEM. p.180. 2009).

Um batalhão do exército resolveu codificar suas mensagens através da multiplicação de matrizes. Primeiramente, associa as letras do alfabeto aos números, segundo a correspondência abaixo considerada:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Desta forma, supondo-se que o batalhão, em questão, deseja enviar a mensagem "PAZ", pode-se tomar uma matriz  $2 \times 2$ , da forma:

$$\begin{bmatrix} P & A \\ Z & \_1 \end{bmatrix}, \text{ a qual, usando-se da tabela acima, será dada por: } M = \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ 25 & 0 \end{bmatrix}.$$

Tomando-se a matriz chave  $C$  para o código, isto é:

$C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  transmite-se a mensagem "PAZ" através da multiplicação das matrizes  $M$  e  $C$ , ou seja:  $M \cdot C = \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ 25 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31 & 47 \\ 50 & 75 \end{bmatrix}$  ou através da cadeia de números 31, 47, 50 e 75.



Para todas as matrizes  $A$ ,  $B$  e  $C$  que podem ser multiplicadas, temos algumas propriedades:

M.1- Propriedade associativa: sendo  $A$ ,  $B$  e  $C$  matrizes de ordem  $m \times n$ ,  $n \times k$  e  $k \times p$ , respectivamente, tem-se  $(AB)C = A(BC)$ . A propriedade associativa nos permite indicar o produto entre essas matrizes simplesmente por  $ABC$ , isto é, sem parênteses.

M.2 - Propriedade distributiva à direita: se  $A$ ,  $B$  e  $C$  são matrizes de ordem  $m \times n$ ,  $m \times n$  e  $n \times k$ , respectivamente, tem-se  $(A + B)C = AC + BC$ .

M.3 – Propriedade distributiva à esquerda: sendo  $A$ ,  $B$  e  $C$  matrizes de ordem  $m \times n$ ,  $n \times k$  e  $n \times k$ , respectivamente, tem-se  $A(B + C) = AB + AC$ .

M.4 – Sendo  $A$  uma matriz de ordem  $m \times n$ , têm-se  $A I_n = A$  e  $I_m A = A$ .

M.5 – Sendo  $A$  e  $B$  matrizes de ordem  $m \times n$  e  $n \times k$ , respectivamente, e sendo  $r$  um número qualquer, tem-se  $(rA)B = A(rB) = r(AB)$ .

M.6 – Sendo  $A$  e  $B$  matrizes de ordem  $m \times n$  e  $n \times k$ , respectivamente, tem-se  $(AB)^t = B^t A^t$ .

M.7 – Se  $A$  e  $B$  são matrizes quadradas, de mesma ordem, inversíveis então  $(A.B)^{-1} = B^{-1} . A^{-1}$ .

A propriedade comutativa não vale para a multiplicação de matrizes. Ao multiplicarmos duas matrizes quadradas  $A$  e  $B$ , podemos ter duas situações:  $A.B = B.A$  ou  $A.B \neq B.A$ . Se ocorrer a 1ª situação, dizemos que as matrizes  $A$  e  $B$  comutam.

Todos os conceitos expostos acima e mais alguns, foram necessários para que eu como professora pudesse auxiliar os meus alunos na compreensão do conteúdo de matrizes.

Sabemos que a teoria de matrizes aborda conceitos muito mais amplos e complexos, mas nos detivemos aqui em apresentar os conceitos mínimos necessários para o desenvolvimento das aulas de multiplicação de matrizes ministradas no Instituto Estadual de Educação Oswaldo Aranha.

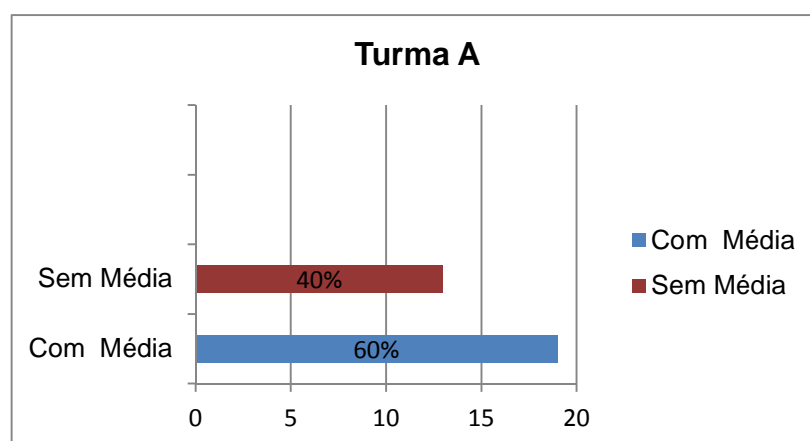
O trabalho foi desenvolvido com base num estudo de caso, utilizando-se a pesquisa qualitativa em duas turmas do segundo ano do Ensino Médio. Num universo de sessenta e dois alunos, sendo quarenta e cinco do sexo feminino e dezesseis do sexo masculino numa média de faixa etária dos quatorze aos dezesseis anos. A pesquisa foi realizada no Instituto Estadual de Educação Oswaldo Aranha no município de Alegrete.

Numa das turmas foi abordado o estudo de multiplicação de matrizes via Resolução de Problemas onde os alunos receberam problemas interdisciplinares e em grupos chegaram à resolução destes problemas através de análises, discussões da compreensão dos mesmos. Na segunda turma o desenvolvimento desse conteúdo foi através do método tradicional, com a exposição do conteúdo e posterior aplicação de exercícios, apenas de caráter operatório e técnico sem o uso de resolução de problemas no conteúdo de matrizes.

A turma A era composta por trinta e dois alunos, enquanto a Turma B era composta por trinta alunos.

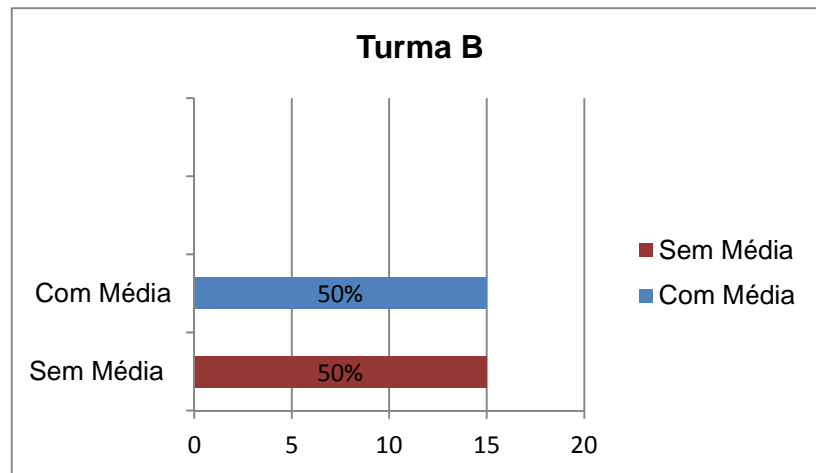
Realizada a comparação e a análise dos dados quantitativos obtidos sobre o aproveitamento das turmas em questão, podemos observar o seguinte através dos gráficos.

GRÁFICO 1 – Turma que utilizou a Metodologia da Resolução de Problemas



Fonte: OLIVEIRA, 2011.

## GRÁFICO 2- Turma que não utilizou a Metodologia da Resolução de Problemas



Fonte: OLIVEIRA, 2011.

Os dados demonstram a porcentagem dos alunos com média e sem média, lembrando que a média mínima trimestral vigente na escola, é de sessenta pontos por trimestre, finalizando nos três trimestres do ano letivo cento e oitenta pontos para aprovação para a série seguinte. Os alunos foram avaliados por meio de prova escrita individual e trabalho em duplas.

Portanto, comparando as turmas, observa-se que a turma que utilizou a resolução de problemas obteve além de uma melhor média (sessenta por cento acima da média, versus quarenta por cento abaixo da média), uma melhor compreensão dos conteúdos estudados, o que pode ser evidenciado em sala de aula durante os questionamentos e nas avaliações realizadas através das respostas e análise dos problemas por parte dos alunos, o que indica uma maior compreensão no estudo das multiplicações de matrizes. Na segunda turma o rendimento foi mais equilibrado, como em geral ocorre nas turmas com ensino tradicional, além disso, foi possível verificar nas avaliações e nas dúvidas apresentadas pelos alunos que o conceito foi entendido de forma bastante técnica, indicando uma aprendizagem pouco significativa.

## 7 A APLICAÇÃO DO PROJETO

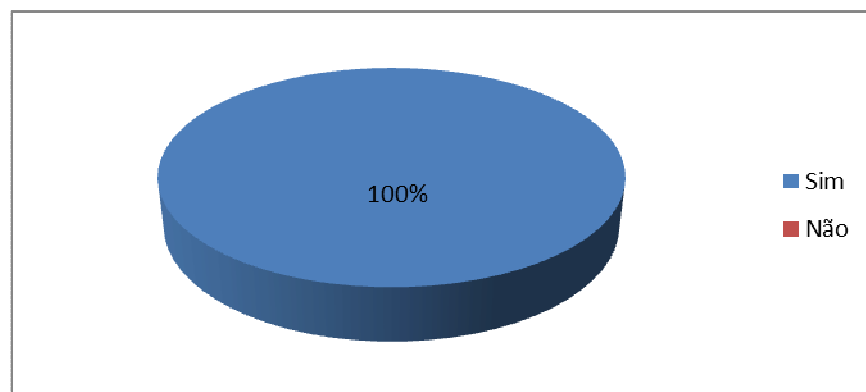
Os instrumentos usados na pesquisa desse trabalho foram uma entrevista com professores da área de Matemática e um questionário com cinco perguntas fechadas respondido por trinta alunos do 2º ano do Ensino Médio do Instituto Estadual de Educação Oswaldo Aranha.

### 7.1 Análises das Entrevistas Respondidas pelos Docentes

Passamos a analisar cada resposta em particular dos professores entrevistados. Lembramos que este questionário foi aplicado a 5 professores.

1. Inicialmente perguntamos se utilizam a resolução de problemas durante as aulas de matemática (figura 1).

FIGURA 1- Resultado do questionamento 1

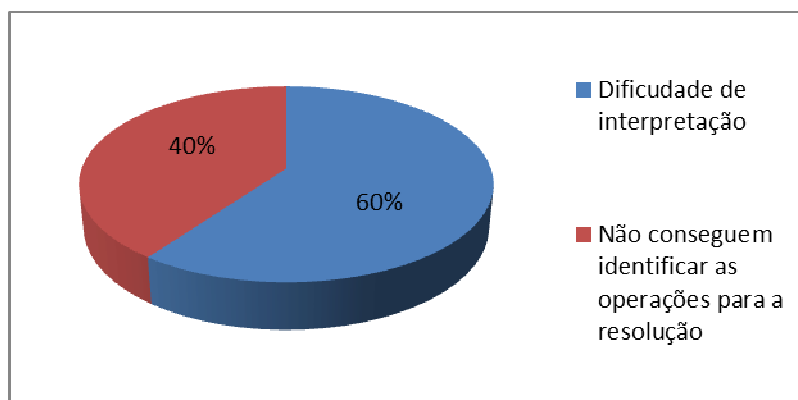


Fonte: OLIVEIRA, 2011

Os professores explicaram sua metodologia de trabalho na abordagem de conteúdos de matemática, todos disseram que sempre que possível utilizam situações problemas para a introdução de cada conteúdo e durante o desenvolvimento do tema proposto, pois, acreditam que o problema é o meio pelo qual a Matemática se desenvolve.

2. Perguntados sobre quais as maiores dificuldades encontradas por seus alunos ao resolverem problemas, foram relatadas as seguintes preocupações conforme a figura 2.

FIGURA 2 – Relato da segunda pergunta

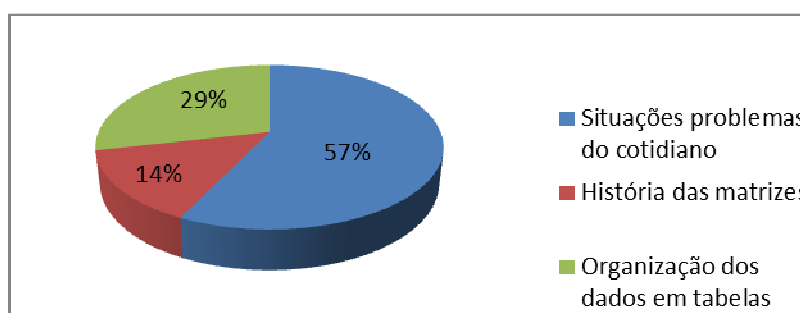


Fonte: OLIVEIRA, 2011.

Foi constatada na maioria das vezes que a interpretação do problema é a maior dificuldade encontrada por seus alunos, pois, não conseguem compreender e analisar os caminhos da resolução de um problema, decifrando apenas parte da situação-problema, consequência da falta do hábito de leitura. A segunda dificuldade enfrentada pelos alunos é quando não sabem identificar as operações que devem ser utilizada para sua resolução.

3. A próxima pergunta diz respeito à abordagem do conteúdo de matrizes (figura3).

FIGURA 3 – Resposta dos entrevistados



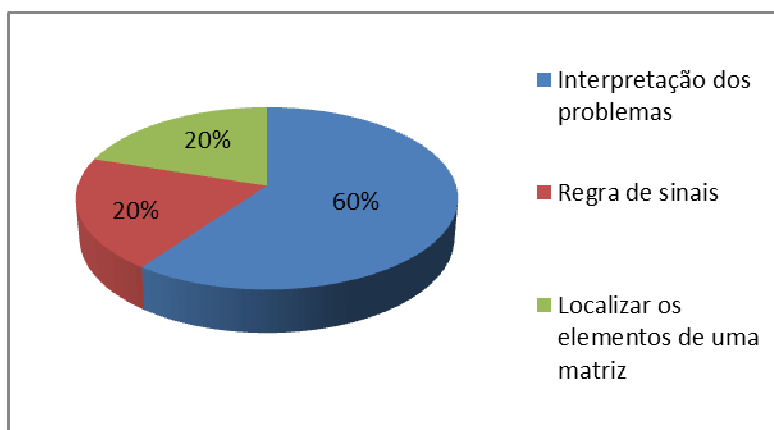
Fonte: OLIVEIRA, 2011

Segundo os professores entrevistados, a introdução do conteúdo de matrizes geralmente é abordada procurando relacionar com assuntos do cotidiano, através de uma situação-problema onde os números possam ser organizados em

tabelas de forma simplificada para escrever informações e interpretações de dados da realidade. Alguns docentes iniciam através da História das matrizes.

4. A última pergunta diz respeito às maiores dificuldades encontrada pelos alunos no ensino de matrizes.

FIGURA 4 – Dificuldades em matrizes



Fonte: OLIVEIRA, 2011.

Na opinião dos professores as maiores dificuldades encontrada pelos alunos no ensino de matrizes e a localização dos elementos na matriz, regras de sinais e principalmente na interpretação dos problemas. Normalmente os alunos gostam do estudo de matrizes, apesar dessas dificuldades.

## 7.2 Análises dos questionários aplicados aos educandos

Através desse instrumento de coleta formulamos um diagnóstico dos alunos sobre suas famílias, a preferência ou não pela disciplina de Matemática e o entendimento do estudo de matrizes.

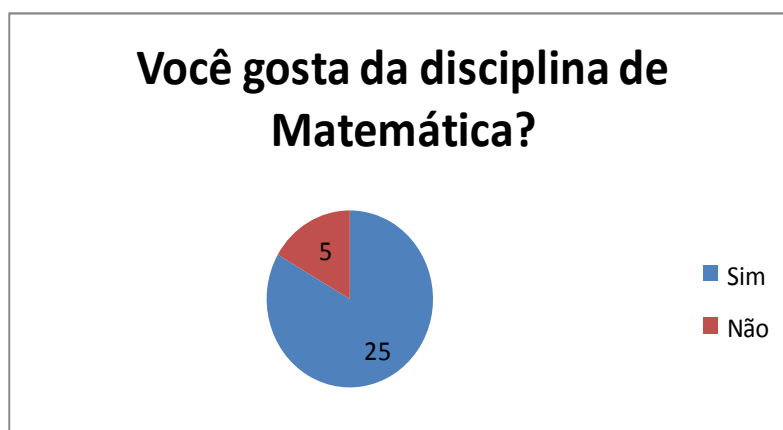
Podemos analisar através dos gráficos o resultado das perguntas respondidas nos questionários. No total tivemos trinta questionários respondidos.

GRÁFICO 3 – Com quem você mora?



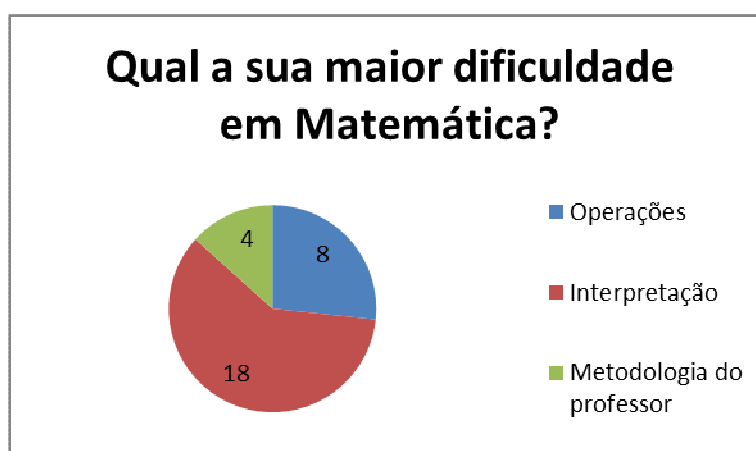
Fonte: OLIVEIRA, 2011.

GRÁFICO 4 – Você gosta da disciplina de Matemática?



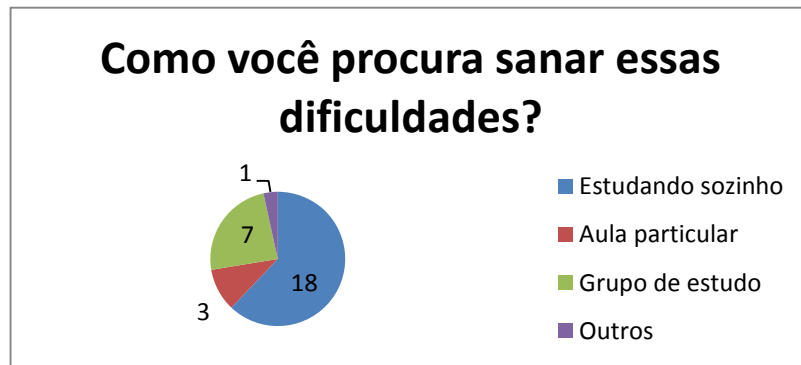
Fonte: OLIVEIRA, 2011.

GRÁFICO 5 – Qual a sua maior dificuldade em Matemática?



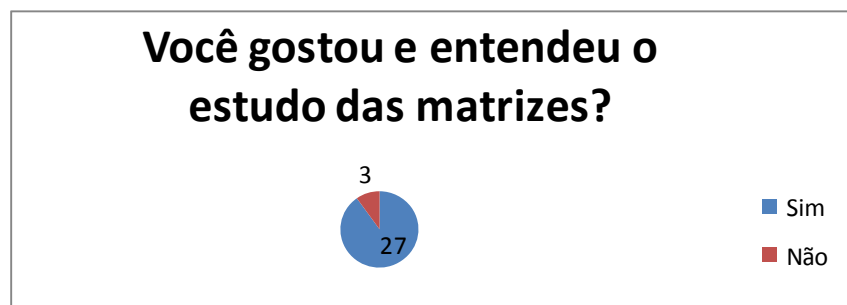
Fonte: OLIVEIRA, 2011.

GRÁFICO 6 – Como você procura sanar essas dificuldades?



Fonte: OLIVEIRA, 2011.

GRÁFICO 7 – Você gostou e entendeu o estudo das matrizes?



Fonte: OLIVEIRA, 2011.

### 7.3 O desenvolvimento em sala de aula

O trabalho em sala de aula ocorreu no período de março a abril de 2011, contando com a participação de 62 alunos distribuídos em duas turmas no turno da manhã. A primeira turma constava de 32 alunos onde aplicamos a resolução de problemas, os demais 30 alunos na segunda turma, aos quais trabalhamos através de uma metodologia tradicional para o ensino da multiplicação de matrizes. Os períodos tinham duração de 50 minutos, distribuídos em cinco aulas semanais.

Inicialmente os alunos obtiveram o conhecimento sobre matrizes, como conceito, tipos e a construção de várias ordens e a lei de formação diferenciada de algumas matrizes. Logo compreenderam as adições e subtrações de matrizes de forma mecânica envolvendo apenas as operações matemáticas.



Em uma das turmas organizamos os alunos em grupo de quatro componentes visando aplicar a resolução de problemas. Começamos com uma reflexão e um questionamento baseado em duas perguntas objetivas. *O que é um problema? E o que é um problema matemático?* Com a finalidade de diagnosticar a turma, manifestando suas ideias, expondo suas necessidades e principalmente seus conhecimentos já adquiridos ao longo das séries. Os grupos ficaram bastante motivados e opinaram bastante expondo seus problemas cotidianos, como exemplo de um problema. Algumas respostas foram mais comuns a respeito da primeira pergunta, como: *“é algo que não sabemos e temos que resolver”, “são situações chatas que nós temos que resolver de qualquer modo, pois ninguém dorme com um problema”, “situações inesperadas e ruins”*. Constatamos que os argumentos sobre *“o que é um problema matemático?”* eram demonstrados com certa resistência e uma atitude negativa perante a resolução de problemas matemáticos, no entanto todos os grupos se posicionaram conhecedores do assunto. Vejamos alguns depoimentos: *“é algo que apesar da dificuldade existe uma solução matemática”,* ou *“é o tipo de problema que envolve cálculos e que nós temos que interpretar e achar a solução matematicamente”*.

Procuramos apresentar problemas de forma contextualizada, envolvendo situações que acreditávamos serem familiares aos alunos, tendo em vista uma aprendizagem significativa.

Neste direcionamento, para o ensino-aprendizagem de multiplicação de matrizes, buscava-se selecionar um problema condizente com a realidade da turma, seguindo as quatro etapas proposta por Polya. Durante nossas aulas propomos situações-problemas, deixando um tempo para que os alunos pudessem ler e compreender o problema. Após o término da leitura, cada grupo colocava suas dúvidas para a classe e todos questionavam surgindo o esclarecimento das questões quanto à significação das palavras do enunciado, onde constatamos um nível médio de dificuldade de interpretação. Esse processo que se dá o entendimento do problema é denominado, segundo Polya, 1995 como a fase de *compreensão do problema*.

Os alunos se empenhavam em buscar soluções, e surgiram diversas formas de resolução. As situações apresentadas os instigavam a pensar, deixando-os inquietos e curiosos para resolver.

Após esse momento os grupos procuraram formalizar as ideias, dando início a segunda fase proposta por Polya, a de construção de uma estratégia de resolução. Houve alguns questionamentos importantes, como o reconhecimento de problemas semelhantes e dificuldade de introduzir elementos e deduzir “*o que o problema quer*”, alguns alunos conseguiram enxergar parte dos dados sugeridos no problema, outros ficaram em total silêncio demonstrando claramente que não conseguiam definir nenhum plano de execução. Foi um momento tenso, onde o professor interveio reformulando o problema várias vezes através de novas indagações, como as sugerida por Polya, 1995:

- *Conhece um problema semelhante?*
- *É possível introduzir algum elemento auxiliar para possibilitar a sua utilização?*
- *É possível reformular o problema?*
- *É possível resolver parte do problema?*

Observa-se que os alunos mais concentrados nos objetivos e aqueles que gostam de matemática tentaram e chegaram ao planejamento da execução mais rapidamente.

Logo surgiu a terceira proposta definida como execução das estratégias, a minoria tentava resolver mecanicamente usando apenas operações matemáticas básicas, no entanto quando obtinham o resultado não conseguiam incorporar na resolução que o problema exigia, pois, estava faltando interpretação precisa do problema e perceberam que somente os números não significavam o entendimento da situação problema. Nesse momento foi necessária a mediação e o dialogo com o professor. Grande parte dos grupos percebeu que os problemas eram decifrados com o uso de multiplicação, portanto, com o conhecimento adquirido anteriormente sobre o estudo de matrizes, concluíram que com o uso da multiplicação de matrizes demonstrariam rapidamente a resolução do problema. Observamos que essa fase foi a mais estimulante para os alunos, pois a concretização da resolução dos problemas criou um ambiente matemático de aprendizagem. Em seguida o grupo escolhia um colega para demonstrar no quadro o caminho realizado para a resolução do problema, evidenciava-se um entusiasmo juntamente com um receio de errar perante aos colegas, mas depois de exposta as diferentes maneiras de

resolução, constatamos um entrosamento entre os colegas e uma aprendizagem realmente significativa.

Segundo a Metodologia de Resolução de Problemas, o fato de relacionar e especificar diferentes caminhos para a resolução é muito enriquecedor para a aprendizagem.

Segundo Polya, 1995 a revisão da solução é a etapa mais importante no processo de resolução de problemas matemáticos, pois, propicia uma depuração e uma abstração da solução do problema. É nessa fase em que são feitas as seguintes indagações:

*É possível verificar o resultado?*

*É possível chegar ao resultado por um caminho diferente?*

*É possível verificar o argumento?*

Durante a exposição dos resultados no quadro, verificam-se os diversos caminhos sugeridos pelos grupos, alguns com êxito outros com pequenos equívocos onde constatamos não chegar à resolução certa da situação- problema trabalhado.

Constata-se a importância dessa última fase de retrospecto da resolução completa detalhando o resultado final e o caminho que levou a este, somente assim poderão consolidar e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas.

Na segunda turma a abordagem de multiplicação de matrizes foi de forma tradicional, apenas de caráter operatório e técnico sem o uso de resolução de problemas. As tabelas foram expostas na lousa e os alunos resolveram de forma mecânica, houve alguns erros nas operações que logo os alunos sanaram. Percebe-se um diferencial nesse método tradicional, pois a aula ficou monótona e não houve motivação no estudo desse tema por parte dos alunos.

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho procuramos expor as especificidades da racionalização do processo de resolução de problemas de matemática que constituem o conteúdo de matrizes, especificamente multiplicação de matrizes, com o objetivo de apresentar as qualificações que estão sendo requeridas (aprendizagem), no processo de reestruturação da matemática em sala de aula. Esta análise também procurou resgatar a relação professor e aluno, por compreendê-la relevante e necessária para o desempenho mais amplo do objeto deste estudo.

Neste sentido, considerando que o estudo via resolução de problemas contextualizados são portadores de especificidades próprias, foi analisado o local de trabalho (sala de aula) que, em uma pesquisa prévia, demonstrou-se necessária para comprovação dos questionamentos levantamentos. Assim, procurou-se compreender diferentes formas do ensino de matemática via resolução de problemas em comparação com o método tradicional.

Baseada nas ideias de Polya foram sendo concretizadas as quatro fases propostas pelo autor para a aplicação dos problemas. Revelou-se de imediato a importância da sequência desses passos, deixando o aluno mais seguro e motivado a concluir as resoluções dos problemas propostos.

Com aplicação do método trabalhado ficou evidente que apesar da relutância, houve o despertar para o conhecimento através do método de resolução de problemas, ou seja, desenvolver atividades associativas de conhecimento direcionado para o trabalho colaborativo. Desta forma é visível o ganho de autonomia do aluno no sentido de adquirir conhecimento se utilizando da ferramenta de resolução de problemas. Evidenciando assim, que os conceitos matemáticos abordados foram dissecados de maneira mais compreensiva e ágil.

Assim, consideramos de forma geral que, os professores devem buscar novas alternativas de metodologia, dentre muitas a que apresentamos aqui, visando despertar e motivar no aluno a compreensão da matemática de forma efetiva e significativa e desta forma construir na sua sala de aula um ambiente propício para o desenvolvimento cognitivo do aluno. No entanto, é necessário recordar que devemos trabalhar com temas do contexto cultural, desafiando-os através da

interpretação de problemas matemáticos que desenvolvam o raciocínio do nosso aluno.

Percebe-se a partir dessa experiência, que essa é uma estratégia metodológica eficaz de ensino, pois, os alunos assimilaram o conteúdo de forma mais interessante e produtiva, tornando as aulas de matemática realmente significativas. O presente trabalho trouxe benefícios que podem ser incluídos na lista dos que contribuirão para trabalhos futuros.

## REFERENCIAS

ANTUNES, C. **A arte de comunicar**. Rio de Janeiro: Vozes, 2005.

BARRETO FILHO E DA SILVA. **Matemática aula por aula**. São Paulo: FNDE, 2003.

BICUDO, M.A.V.; BORBA, M. C. (Org). **Educação Matemática: Pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213-231.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. Terceiro e quarto ciclos, 2009.

COLOMBO, J; CASAGRANDE. P.; COSTA. V. Artigo Registro de Representação. **Semiótica e Resolução de problemas no ensino de matrizes e sistema lineares**. Paraná, 2009.

DANTE, L.R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 8 ed. São Paulo: Ática, 1998.

\_\_\_\_\_. **Tese de Livre Docência**, São Paulo: Ática, 1988.

\_\_\_\_\_. **Temas e Debates**, São Paulo: SBEM, 1991.

DORNELES, B.V. **Dificuldades em Matemática**. Pátio: Revista Pedagógica Porto Alegre, p. 44-46. Jan/2009.

GADOTTI, Moacir. **Novas Perspectivas para a Educação**. Pátio - Revista Pedagógica. Porto Alegre, p.9-11, fev./abr. 2007.

LER NA ESCOLA, **Revista Nova Escola**, São Paulo: Abril, ago.2010.

MELLO, G.N.; GIGANTE, A.N.B. **Matemática e suas Tecnologias**, Lições do Rio Grande, p.17 e 37. Porto Alegre. 2009.

OLIVEIRA, K.S.A.; **A utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem no estudo da multiplicação de matrizes**. 2011- 76 p. Monografia (Especialização em Tecnologia no ensino de matemática), Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2011.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas**. São Paulo: UNESP, cap. 12, p. 199-220, 1999.

ONUCHIC, L. R. ALLEVATO, N. S. G. **Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V. BORBA, M. C. (Org). **Educação Matemática: Pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213-231.

PITOMBEIRA, J.B.; **Uma representação material para o algoritmo de Euclides**. Revista do Professor de Matemática. n. 70, 2009. p.34.

\_\_\_\_\_. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. LOCAL E EDITORA, 1991. p.25.

POLYA. G. **A arte de resolver problemas**. 2 ed. Rio de Janeiro: Interciência,1995.

\_\_\_\_\_. Apud GOMES, 2004. p 2.

RIBEIRO, J. **Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia**. Ensino médio. São Paulo: Scipione, 2011.

RIBEIRO, J.R. **Projeto Radix**. São Paulo: EDITORA, 2010.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL. **Lições do Rio Grande**. Porto Alegre, p.17, 2009.

SMOLE, Kátia C.S. e CENTURIÓN, Marília. A matemática de jornais e revistas. **RPM** n. 20, 1. quadrimestre, 1992.

SOARES, Maria Tereza Carneiro e PINTO, Neuza Bertoni. **Metodologia da Resolução de Problemas**. Disponível em: metodologia.pdf. Acesso em: 26 de ago. 2011.

SOUZA, A.F.; **Nosso mundo sustentável**, Porto Alegre: Jornal Zero Hora. ago. 2010, diário.

TEMAS E DEBATE. São Paulo: **SBM**, ano IV, n.3, 1991.

VASCONCELLOS, C.S.; O que é necessário para que o aluno aprenda? **Pátio**: Revista Pedagógica. Porto Alegre: Artmed. fev. 2009 p. 44-47.

VIEIRA- Suelen Hipólito. **Ensino de Matemática: A resolução de problemas como método de ensino**. Disponível em: [artigonal.com](http://artigonal.com). Acesso em: 23 de ago. 2011.





## APÊNDICE A - PROBLEMA 1

Organizados numa associação, os moradores de um bairro, visando minimizar os problemas gerados pelo excesso de lixo jogado nas ruas, resolveram promover uma campanha educativa junto aos vizinhos. Os organizadores da campanha precisam saber, inicialmente, se os moradores do bairro separam o lixo, e com que frequência.

Veja, nas tabelas seguintes, os dados obtidos na entrevista feita com 100 moradores.

### Tipos de lixo

Jogam sem critério	Lata de alumínio	Plástico	Papel e papelão	Vidro	Orgânico
Nunca	74	68	56	48	08
Sempre	24	25	34	33	77
Esporadicamente	02	07	10	19	15

Cada pessoa entrevistada produz, aproximadamente, por semana, a quantidade de lixo representada na tabela seguinte:

### Lixo produzido por semana

Tipo de lixo	Quantidade (em kg)
Lata de alumínio	0,5
Plástico	1
Papel e papelão	3
Vidro	2
Orgânico	8

1) Considerando as tabelas anteriores, qual a quantidade de lixo produzida, durante uma semana, pelos moradores que:

a) nunca jogam lixo sem critério.

b) sempre jogam sem critério.

c) esporadicamente jogam lixo sem critério.

2) Com base nas tabelas e nos cálculos feitos, que avaliação você faz sobre os hábitos desses moradores em relação ao destino do lixo?

Solução apresentada pelo aluno "X" para o problema 1:

$$\left| \begin{array}{cccccc} 74 & 68 & 56 & 48 & 8 & \\ \cdot & & & & & \\ \textcircled{0,5} & & & & & \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} 0,5 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \\ 8 \end{array} \right|_{5 \times 1} = \left| 433 \right|_{1 \times 1}$$

$$\left. \begin{array}{l} 74 \cdot 0,5 = 37 \\ 68 \cdot 1 = 68 \\ 56 \cdot 3 = 168 \\ 48 \cdot 2 = 96 \\ 8 \cdot 8 = 64 \end{array} \right\} 433 \text{ Nunca}$$

$$\left| \begin{array}{cccccc} 24 & 25 & 34 & 33 & 77 & \\ \cdot & & & & & \\ \textcircled{0,5} & & & & & \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} 0,5 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \\ 8 \end{array} \right|_{5 \times 1} = \left| 821 \right|_{1 \times 1}$$

$$\left. \begin{array}{l} 24 \cdot 0,5 = 12 \\ 25 \cdot 1 = 25 \\ 34 \cdot 3 = 102 \\ 33 \cdot 2 = 66 \\ 77 \cdot 8 = 616 \end{array} \right\} 821 \text{ Sempre}$$

$$\left| \begin{array}{cccccc} 2 & 7 & 10 & 19 & 15 & \\ \cdot & & & & & \\ \textcircled{0,5} & & & & & \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} 0,5 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \\ 8 \end{array} \right|_{5 \times 1} = \left| 196 \right|_{1 \times 1}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 0,5 = 1 \\ 7 \cdot 1 = 7 \\ 10 \cdot 3 = 30 \\ 19 \cdot 2 = 38 \\ 15 \cdot 8 = 120 \end{array} \right\} 196 \text{ Esperadicamente}$$





**Solução apresentada pelo aluno "Y" para o problema 2:**

Em matriz..

$$[3 \ 2 \ 3]_{1 \times 3} \begin{bmatrix} 84 & 17 & 1 \\ 140 & 25 & 2 \\ 122 & 20 & 2,4 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = [898 \ 14,2 \ 164]$$

$$\begin{array}{lll} 3 \cdot (84) = 252 & 3 \cdot (17) = 51 & 3 \cdot (1) = 3 \\ 2 \cdot (140) = 280 & 2 \cdot (25) = 50 & 2 \cdot (2) = 4 \end{array}$$

### APÊNDICE C - PROBLEMA 3

Uma fábrica de chocolate que produz quatro tipos de bombons, A, B, C e D, empregando apenas três ingredientes: chocolate, licor e fruta. Os quatro tipos diferem entre si apenas na porcentagem desses ingredientes. O receituário da fábrica nos informa que o preparo de 10 kg de bombons, de cada um dos tipos, requer os seguintes ingredientes.

	Chocolate	Licor	Fruta
A	5	2	3
B	7	1	2
C	6	0	4
D	10	0	0

Vamos admitir que o custo desses ingredientes, nos meses de janeiro, fevereiro e março de um determinado ano, variou de acordo com os seguintes dados:

	Janeiro	Fevereiro	Março
Chocolate	50	60	80
Licor	40	50	70
Fruta	20	25	30

Valores em reais por quilograma

Agora queremos responder as seguintes perguntas:

a) Quais são os custos de produção de 10 kg de cada tipo de bombom ao longo desses três meses?

b) Como responder a essa pergunta, trabalhando com os dados das duas matrizes?



**Solução apresentada pelo aluno "Z" para o problema 3:**

$$\begin{array}{c}
 \begin{matrix} S^{\text{CH}} & L & R \\ 5 & 2 & 3 \\ 7 & 1 & 2 \\ 6 & 0 & 4 \\ 10 & 0 & 0 \end{matrix} \\
 \begin{matrix} J & F & M \\ 50 & 60 & 80 \\ 40 & 50 & 70 \\ 20 & 25 & 30 \end{matrix} \\
 \begin{matrix} \\ \\ \\ 3 \times 3 \end{matrix}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \begin{matrix} 390 & 475 & 630 \\ 430 & 520 & 690 \\ 380 & 460 & 600 \\ 500 & 600 & 800 \end{matrix} \\
 \begin{matrix} \\ \\ \\ 4 \times 3 \end{matrix}
 \end{array}$$

Vemos por exemplo que 10Kg de bombom do tipo B custou 690 reais um março. No mês de Janeiro 10Kg de bombom custou (do tipo D) 500,00 reais. Assim podemos analisar os preços mensais de cada bombom.

### APÊNDICE D - PROBLEMA 4

O número de transistores e o número de alto falantes usados para montar três modelos de aparelhos de TV foram especificados em uma tabela.

*Modelo de transistores e alto falante*

	Modelo A	Modelo B	Modelo C
Nº de transistores	13	18	20
Nº de alto falantes	2	3	4

Suponha agora que, em janeiro, tenham sido encomendados 12 aparelhos do modelo A, 24 de modelo B e 12 do modelo C; em fevereiro, 6 aparelhos do modelo A, 12 do modelo B e 9 do modelo C.

*Encomenda de aparelhos*

	Janeiro	Fevereiro
Modelo A	12	6
Modelo B	24	12
Modelo C	12	9

a) Represente em forma de matriz as duas tabelas acima.

b) Determine o nº de transistores e de alto falantes necessários para cada um dos meses nessa encomenda?

**Solução apresentada pelo aluno "W" para o problema 4:**

	modelo A	modelo B	modelo C	JAN	FEV	JAN	FEV
Nº de trans.	13	18	20	A   12	6	828	474
Nº de alto-falantes	2	3	4	B   24	12	144	84
			2x3	C   12	9		2x2
					3x3		

$$13 \times 12 + 18 \times 24 + 20 \times 12 = 828$$

$$2 \times 12 + 3 \times 24 + 4 \times 12 = 144$$

$$13 \times 6 + 18 \times 12 + 20 \times 9 = 474$$

$$2 \times 6 + 3 \times 12 + 4 \times 9 = 84$$

Então o nº de transistores necessários em janeiro é 828, e o nº de alto-falantes é 144

Para o mês de fevereiro necessita de 474 e 84 transistores e alto-falantes, respectivamente.

**APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS**

**Universidade Federal do Pampa  
Campus Alegrete  
Especialização em Tecnologia no Ensino de Matemática  
Orientando: Katia de Oliveira**

**1)** Com quem você mora?

pai    mãe    ambos    outros

**2)** Você gosta da disciplina de Matemática.

sim    não

**3)** Qual a sua maior dificuldade em matemática?

operações    interpretação    Metodologia do professor

**4)** Como você procura sanar essas dificuldades?

estudando sozinho    aula particular    grupo de estudo

outros:.....

**5)** Você gostou e entendeu o estudo das matrizes?

sim    não



