

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

DAIANE GARCIA FERREIRA

**GRAFOS NO ENSINO MÉDIO: APLICABILIDADE COMO FORMA DE
POTENCIALIZAR A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA**

**Bagé
2024**

DAIANE GARCIA FERREIRA

**GRAFOS NO ENSINO MÉDIO: APLICABILIDADE COMO FORMA DE
POTENCIALIZAR A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof^a Dr^a Elizangela Dias Pereira

**Bagé
2024**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais).

F132g Ferreira, Daiane Garcia

Grafos no Ensino Médio: Aplicabilidade como forma de potencializar a aprendizagem matemática / Daiane Garcia Ferreira.

82 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade Federal do Pampa, MATEMÁTICA, 2024.

"Orientação: Elizangela Dias Pereira".

1. Teoria dos Grafos. 2. Aprendizagem Matemática. 3. Teorema das Quatro Cores. I. Título.



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal do Pampa

DAIANE GARCIA FERREIRA

GRAFOS NO ENSINO MÉDIO: APLICABILIDADE COMO FORMA DE POTENCIALIZAR A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciada em Matemática.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 12 de julho de 2024.

Banca examinadora:

Profa. Dra. Elizangela Dias Pereira
Orientadora
(UNIPAMPA)

Prof. Dr. Cristiano Peres Oliveira
(UNIPAMPA)

Profa. Dra. Luciana Martins Teixeira Lindner

(UNIPAMPA)



Assinado eletronicamente por **ELIZANGELA DIAS PEREIRA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 13/07/2024, às 13:39, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **CRISTIANO PERES OLIVEIRA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 15/07/2024, às 14:23, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **LUCIANA MARTINS TEIXEIRA LINDNER, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 16/07/2024, às 07:24, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1490008** e o código CRC **004AAA7B**.

Referência: Processo nº 23100.011891/2024-82 SEI nº 1490008

AGRADECIMENTO

Gratidão a Deus por me guiar e dar forças em cada passo desta jornada.

Aos meus queridos filhos, que são minha maior inspiração, agradeço pelo amor e apoio incondicional.

À minha orientadora Prof^a. Dr^a. Elizangela Dias Pereira pelo seu incansável apoio, orientação e incentivo ao longo deste projeto. Sua paciência e dedicação foram essenciais para o desenvolvimento deste trabalho.

À Prof^a. Dr.^a Luciana Martins Teixeira Lindner e ao Prof. Dr. Cristiano Peres Oliveira que se disponibilizaram a participar e contribuir com este trabalho.

Agradeço também a todos que fazem parte da Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, pela incrível jornada de aprendizado e crescimento que tive a oportunidade de vivenciar.

Aos professores, agradeço pelo empenho em compartilhar conhecimentos e inspirar-nos a buscar sempre mais.

Aos colegas, agradeço pela amizade e pelas experiências compartilhadas, que tornaram essa etapa ainda mais especial.

À toda a equipe do Colégio Estadual Prof. Waldemar A. Machado por me acolherem com tanto carinho. Em especial à Prof^a. Mara Beatriz Melgar Varella, por todo o suporte e por terem feito parte desta importante etapa da minha vida.

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma proposta de estudo na área da aprendizagem matemática, tendo como principal objetivo compreender como a Teoria dos Grafos, inserida num contexto de sala de aula do Ensino Médio, gera participação e protagonismo dos alunos em conteúdos de matemática e se trata de uma pesquisa qualitativa na modalidade de observação participante. Para esta proposta foi realizada uma oficina, com alunos do 3º ano do Ensino Médio, do Colégio Estadual Waldemar Amoretty Machado, na cidade de Bagé-RS, com duração de quatro períodos de aula. As atividades da oficina com a Teoria dos Grafos, usou a metodologia da resolução de problemas, viabilizando um enfoque interdisciplinar, de forma que possibilitou benefícios que enriqueceram a aprendizagem dos alunos. Como observação geral da oficina, acreditamos ter atingido nossos objetivos, pois a turma participou ativamente e concluiu todas as atividades no tempo previsto. Mesmo quando as respostas não corresponderam às expectativas, os grupos demonstraram habilidade em usar o raciocínio lógico e explorar métodos alternativos para encontrar soluções. Outros aspectos evidenciados foram o interesse e a motivação durante a realização da oficina.

Palavras-Chave: Teoria dos Grafos. Aprendizagem Matemática. Teorema das quatro cores.

ABSTRACT

The present work presents a study proposal in the area of mathematical learning, with the main objective of understanding how Graph Theory, inserted in a high school classroom context, generates participation and protagonism of students in mathematical content. This is a qualitative research in the modality of participant observation. For this proposal, a workshop was conducted with third-year high school students from the Waldemar Amoretty Machado State School, in the city of Bagé-RS, lasting four class periods. The activities of the workshop with Graph Theory used the problem-solving methodology, enabling an interdisciplinary approach, which provided benefits that enriched the students' learning. As a general observation of the workshop, we believe we have achieved our objectives, as the class participated actively and completed all activities within the expected time. Even when the answers did not meet expectations, the groups demonstrated the ability to use logical reasoning and explore alternative methods to find solutions. Other aspects highlighted were interest and motivation during the workshop.

Keywords: Graph Theory. Mathematical Learning. Four-Color Theorem.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplos de grafos	16
Figura 2 – Grafos ponderados e rotulados	17
Figura 3 – Grafos Direcionados	18
Figura 4 – Grafos completos	18
Figura 5 – Grafo Planar	19
Figura 6 – Pontes de Königsberg	19
Figura 7 – Quatro cores Teorema	20
Figura 8 – Gráfico da pontuação dos alunos	34
Figura 9 – Escrita dos alunos (1)	35
Figura 10 – Escrita dos alunos (2)	35
Figura 11 – Escrita dos alunos (3)	36
Figura 12 – Escrita dos alunos (4)	36
Figura 13 – Escrita dos alunos (5)	36
Figura 14 – Gráfico do tempo da oficina	37
Figura 15 – Resposta de um aluno (A)	38
Figura 16 – Gráfico do grau de dificuldade das atividades da oficina	38
Figura 17 – Resposta de um aluno (B)	39
Figura 18 – Resposta de dois alunos (C)	39
Figura 19 – Resposta de três alunos (D)	40
Figura 20 – Resposta de quatro alunos para duas questões	40
Figura 21 – Gráfico de avaliação da oficina	41
Figura 22 – Escrita de um aluno	41
Figura 23 – Escrita da professora regente	43
Figura 24 – Grafo elaborado por um dos grupos	44
Figura 25 – Resposta de um dos grupos (A)	44
Figura 26 – Resposta de um dos grupos (B)	45
Figura 27 – Resposta de um dos grupos (C)	45
Figura 28 – Resposta de um dos grupos (D)	46
Figura 29 – Resposta de um dos grupos (E)	47
Figura 30 – Resposta de um dos grupos (F)	48
Figura 31 – Resposta de três grupos (G)	49

Figura 32 – Resposta de um dos grupos (H)	50
Figura 33 – Grafo pintado por um dos grupos	51
Figura 34 – Resposta de um dos grupos (I)	51

LISTA DE TABELAS/ QUADRO

Quadro 1 – Organização da oficina

30

LISTA DE SIGLAS

AC - Acre

AS - Alagoas

AP - Amapá

AM - Amazonas

BA - Bahia

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

CE - Ceará

CE - Competências Específicas

CG - Competências Gerais

ES - Espírito Santo

GO - Goiás

IMPA - Instituto de Matemática Pura e Aplicada

MA - Maranhão

MG - Minas Gerais

MS - Mato Grosso do Sul

MT - Mato Grosso

OBMEP - Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

PA - Pará

PB - Paraíba

PE - Pernambuco

PI - Piauí

PR - Paraná

RJ - Rio de Janeiro

RN - Rio Grande do Norte

RO - Rondônia

RR - Roraima

RS - Rio Grande do Sul

SC - Santa Catarina

SE - Sergipe

SP - São Paulo

TO - Tocantins

TCC II - Trabalho de Conclusão de Curso II

UNIPAMPA - Universidade Federal do Pampa

WAM - Colégio Estadual Professor Waldemar Amoretty Machado

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	13
2 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DE LITERATURA.....	16
2.1 Definições e notações básicas.....	16
2.2 Origem.....	19
2.3 Trabalhos correlatos.....	21
2.4 Interdisciplinaridade e a Teoria dos Grafos.....	22
2.5 Resolução de Problemas.....	26
3 METODOLOGIA.....	28
3.1 Aspectos técnicos da pesquisa.....	28
3.2 Desenvolvimento da pesquisa.....	29
3.3 Descrição da oficina.....	31
3.3.1 Descrição da atividade 1.....	32
3.3.2 Descrição da atividade 2.....	32
3.3.3 Descrição da atividade 3.....	32
3.4 Instrumentos para produção de dados.....	33
4 APRESENTAÇÃO DA PESQUISA E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	34
4.1 Resultado do questionário inicial Termômetro.....	34
4.2 Análise do questionário final dos alunos.....	37
4.3 Análise do questionário da professora regente.....	42
4.4 Análise do desempenho observado e do desenvolvimento das atividades propostas na oficina.....	43
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	53
REFERÊNCIAS.....	55
ANEXO A – Questionário inicial aplicado aos alunos.....	57
ANEXO B – Atividade 1 para a oficina e respostas esperadas.....	59
ANEXO C – Atividade 2 para a oficina e respostas esperadas.....	64
ANEXO D – Atividade 3 para a oficina e respostas esperadas.....	69
ANEXO E – Questionário final para os alunos.....	78
ANEXO F – Questionário para a professora regente.....	80
ANEXO G – Respostas do questionário da professora regente.....	82

1 INTRODUÇÃO

Diante ao desafio enfrentado por alguns alunos da educação básica, em compreender o conteúdo de matemática, de acordo com experiências vivenciadas enquanto estagiária e residente no Programa Residência Pedagógica da Unipampa, observou-se que uma parcela dos estudantes parecem demonstrar indiferença no processo de aprendizagem, percebemos então, a necessidade pela busca de novas abordagens, no intuito de despertar o interesse e a motivação desses alunos, tornando as aulas de matemática mais atraentes e participativas, de modo que promova uma melhor compreensão e interpretação na resolução de determinados problemas. Neste sentido, consideramos pertinente o uso de metodologias alternativas em sala de aula como, por exemplo, o uso de grafos na resolução de problemas. Segundo Araújo e Aguiar (2021), a ideia do uso de grafos na resolução de problemas facilita o entendimento em diversos campos da matemática, podendo desenvolver relevantes habilidades na formação intelectual do aluno.

Embora o estudo sobre grafos não conste como conteúdo obrigatório na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em suas competências gerais da educação básica afirma:

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas (BRASIL, 2018, P. 9).

A partir do exposto, acreditamos que o uso de grafos possa entrar como ferramenta útil, buscando um olhar diferenciado na interpretação de problemas, de forma simples e clara. Quando observamos determinadas questões, logo notamos tratar-se de problemas matemáticos, porém muitos não estão explícitos, não apresentando uma linguagem matemática evidente. Ao inserir os grafos, buscamos um novo ponto de vista, saindo da formalidade e contextualização que trazem os livros didáticos. Queremos ir além dessa contextualização, e mostrar como áreas, por exemplo das engenharias, operam muito bem com problemas que são matemáticos, além de diferentes campos da matemática e inúmeras áreas do conhecimento humano.

Além disso, queremos apresentar outra forma de ver a matemática para além de fórmulas fechadas, com diferentes utilizações, não só na física onde é mais

frequente, mas em diversas aplicações matemáticas, inclusive em nosso cotidiano. Junior (2019) afirma que a Matemática é constituída por “impressionantes aplicações em vários níveis no mundo contemporâneo, com ênfase na modelagem, como: ciências sociais, plantas de imóveis, moléculas químicas, ecologia e jogos de “quebra cabeça”. Também pensamos que seja relevante a introdução da Teoria dos Grafos com o auxílio de tecnologias, como por exemplo o uso de *softwares* e aplicativos para contribuir com o entendimento, pois o aluno participa de forma ativa na própria construção do seu aprendizado. Araújo e Aguiar (2021), observaram em suas experiências, trabalhando com o *software* GeoGebra, uma boa aceitação dos alunos ao uso de tecnologias como auxílio ao ensino de matemática.

A partir do exposto, o tema central deste trabalho é mostrar a matemática para além dos livros didáticos, respondendo à seguinte questão: “Como a Teoria dos Grafos pode se adequar aos conteúdos de matemática do Ensino Médio, gerando uma maior participação e protagonismo dos alunos?”

O uso dos grafos pode trazer autonomia para o aluno, provocando a curiosidade, fazendo com que ele busque por estratégias e possibilidades nas tentativas de resolução de problemas. Mesquita (2015) fala que a Teoria dos Grafos utilizada na resolução de problemas é uma alternativa de ensino, auxiliando na compreensão ou interpretação exigida nas questões, permitindo fazer relações em outras áreas do conhecimento.

A partir dos trabalhos realizados por autores citados ao longo do texto, percebemos que a inserção da Teoria dos Grafos no Ensino Médio, poderá agregar a aprendizagem de forma intuitiva e lúdica, estimulando habilidades como a investigação, exploração, indagação e a busca por possíveis soluções. Para Nogueira (2015, p. 81), “os grafos acabam sendo uma ferramenta de acesso ao raciocínio matemático que não precisa nem mesmo ser exposta como “Teoria””.

O objetivo geral do trabalho é compreender como a Teoria dos Grafos, inserida num contexto de sala de aula do ensino médio, gera participação e protagonismo dos alunos em conteúdos de matemática. Ainda pretende-se mapear as turmas de ensino médio que será realizada a investigação, identificar os conteúdos matemáticos que se integram à Teoria dos Grafos. Procura-se também realizar atividades de matemática que estejam presentes em nosso cotidiano, através de uma oficina que se utiliza da resolução de problemas e grafos e analisar como os estudantes se envolveram na realização da oficina.

Portanto, pensamos que atividades com uso de grafos, utilizando como metodologia a resolução de problemas, apresentam benefícios que enriquecem a aprendizagem dos alunos de maneira que abrange não só a matemática, mas também envolve várias competências no desenvolvimento dos estudantes como: raciocínio lógico, trabalho em equipe, processo investigativo, entre outros.

2 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo serão apresentados alguns conceitos que permeiam o estudo da Teoria dos Grafos, com aporte dos autores Goldberg e Luna (2000), bem como estudos já realizados a respeito do tema deste projeto.

2.1 Definições e notações básicas

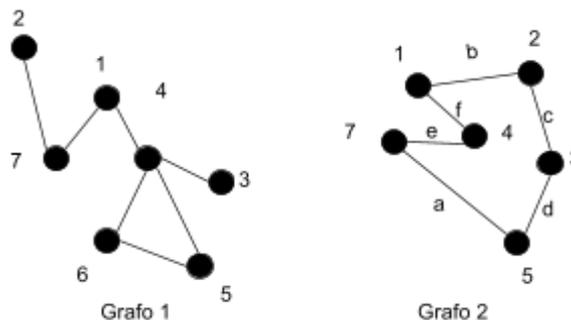
O Grafo é formado por vértices e arestas, usado para representar e resolver de forma simples e clara um problema nas mais diversas aplicações.

O conceito de grafo é extremamente simples e até mesmo intuitivo. Podemos considerar que um grafo nada mais é que uma representação gráfica de interdependência entre elementos que são representados por *nós*. Elementos que atendem à relação imaginada são simbolicamente unidos através de um traço denotado *aresta* (GOLDBARG e LUNA, 2000, p. 571).

Definição de Grafo: Um grafo é uma estrutura de abstração que representa um conjunto de elementos denominados *nós* e suas relações de interdependência ou *arestas*.

Representação Matemática: Denominado por N o conjunto de vértices da estrutura, e por M o conjunto das arestas ou ligações entre os vértices, um grafo pode ser representado por: $G = (N, M)$.

Figura 1 - Exemplos de grafos



Fonte: Elaborado pela autora (2023)

O conjunto $N = \{1, 2, \dots, n\}$ será composto dos n nós do grafo, e $M = \{1, 2, \dots, m\}$ conterà as m arestas. É comum a utilização da variável x_i , $i = 1, 2, \dots, n$ para

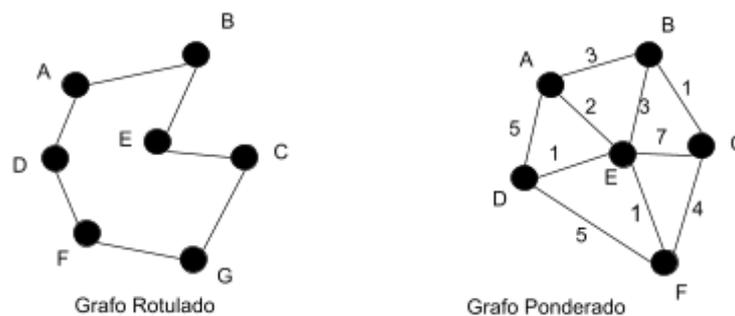
a representação dos nós. No grafo da 1, $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ e $M = \{a, b, c, d, e, f\}$.

Um grafo pode conter outros tipos de informações associadas aos seus vértices e arestas. Definimos essas informações como *rótulos* ou *pesos*. Formalmente temos:

Definição de Grafo Ponderado: Um grafo $G = (N, M)$ é ponderado se existem valores numéricos associados a suas arestas ou nós.

Definição de Grafo Rotulado: Um grafo $G = (N, M)$ é rotulado se existem atribuições associadas a seus nós (tanto numéricas como alfabéticas).

Figura 2 - Grafos ponderados e rotulados.



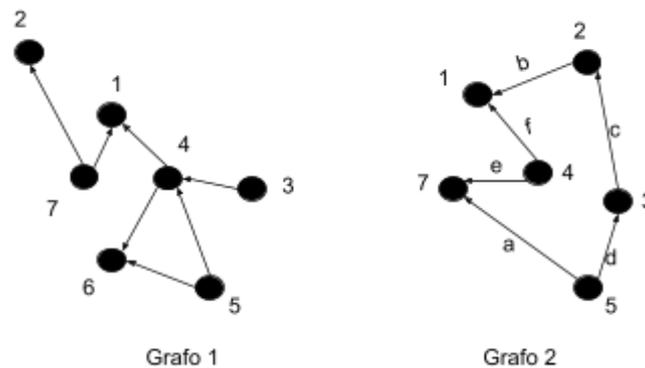
Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Alguns grafos se destacam por conter peculiaridades em suas estruturas. Essas peculiaridades podem ser úteis na representação de situações reais ou na utilização de algoritmos de solução para os problemas modelados por grafos. Dentre eles destacamos:

Definição de Grafo Direcionado: Um grafo é dito *direcionado* quando o sentido das ligações entre os vértices é importante. Nesse caso normalmente as arestas são chamadas de *arcos*.

Representação Matemática: Denominado por N o conjunto de vértices da estrutura, e por M o conjunto dos pares ordenados do produto cartesiano $n \times n$ das ligações existentes em G , um grafo Orientado é também representado por $G = (N, M)$.

Figura 3 - Grafos Direcionados



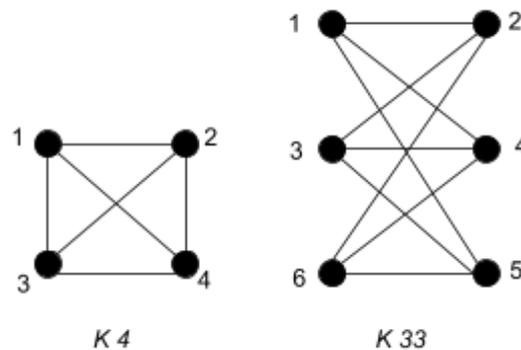
Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Os grafos aqui denominados por *direcionados* são igualmente chamados de *orientados*. No presente trabalho utilizaremos a denominação $G = (N, A)$ para representar grafos não direcionados, e $G = (V, E)$ para os direcionados.

Definição de Grafo Completo: Um grafo G é dito completo se existir ao menos uma ligação associada a cada par de vértices. No caso não orientado isso significa exatamente uma ligação.

Os grafos completos não orientados são também denominados *cliques* e denotados como K_n , onde n representa o número de nós do grafo completo.

Figura 4 - Grafos completos.

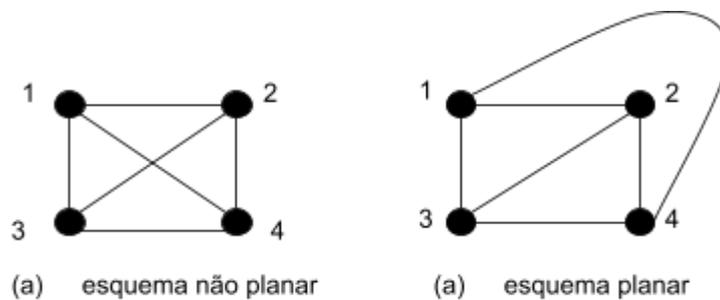


Fonte: Elaborado pela autora (2023)

Grafo Planar: Um tipo de grafo muito importante por representar os problemas de topologia plana é o chamado *grafo planar*. Redes de estrada, mapas, circuitos eletrônicos, vários tipos de *layout* etc., quando representados via grafos, acabam configurado , na maioria das ocasiões, grafos planares.

Definição de Grafo Planar: Um grafo G é dito *planar* quando seu esquema admitir pelo menos uma representação planar, ou seja, quando traçado em um plano duas arestas quaisquer se toquem, no máximo, em alguma extremidade.

Figura 5 - Grafo Planar

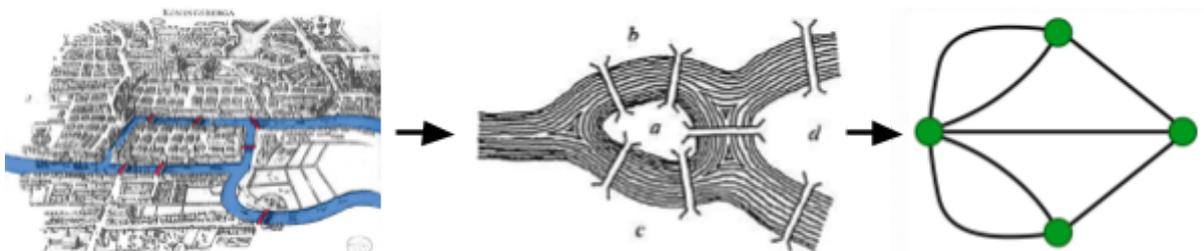


Fonte: Elaborado pela autora (2023)

2.2 Origem

O estudo de Grafos começa no século XVIII, por Leonhard Euler com o conhecido problema das sete pontes de Königsberg, em que os moradores questionavam-se sobre a possibilidade de cruzar pelas sete pontes, passando apenas uma só vez em cada ponte, regressando ao ponto inicial (SILVA, 2020).

Figura 6 - Pontes de Königsberg



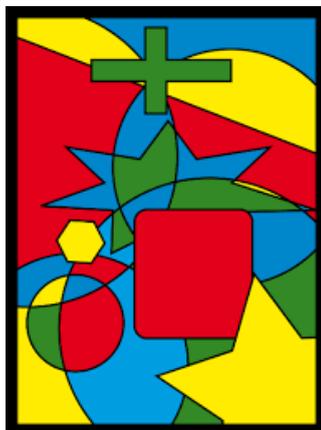
Fonte: Adaptada da internet

Euler provou não ser possível passar pelas sete pontes, sem passar duas vezes pela mesma, e que apenas determinadas estruturas de mapas podem cumprir essa condição, sendo este um problema de caminhos.

Outro problema bem conhecido é o problema das quatro cores, embora tenha uma exposição simples, foi encontrada muita dificuldade na sua resolução, levou mais de um século para que chegassem a sua solução. “Em 1852 Frederick Guthrie, aluno de Augustus de Morgan[...], trouxe a este um problema proposto por seu irmão Francis Guthrie. Na verdade, tratava-se de uma conjectura, hoje um teorema” (BOAVENTURA; JURKIEWICZ, 2017, p. 168).

O problema das quatro cores tem como objetivo pintar um mapa real ou fictício com o menor número possível de diferentes cores, problema este, que trouxe técnicas e teoremas essenciais para o desenvolvimento dos grafos (Junior, 2019).

Figura 7 - Quatro cores Teorema



Fonte: clube da spm

Assim como, o problemas das pontes de Königsberg e o problemas das quatro cores, temos também outros problemas bem conhecidos como: O problema do caixeiro viajante, o problema do carteiro chinês , o problema do menor caminho, entre outros, que contribuem para nosso estudo sobre a Teoria dos Grafos.

Desta forma, mostraremos na próxima seção, trabalhos realizados com diferentes direcionamentos para inserção de Grafos, alguns autores trazem somente para ensino fundamental, outros para Ensino Médio, bem como trabalhos que contemplam ambos, em um mesmo estudo.

2.3 Trabalhos correlatos

Nogueira (2015) apresenta em seu trabalho uma introdução à Teoria dos Grafos, propondo sua aplicação em sala de aula, direcionando para o segundo ou terceiro ano do Ensino Médio, com duração de três aulas. O mesmo aborda problemas como determinar trilhas eulerianas, caminhos hamiltonianos e minimização de custos de fluxo em redes, com foco em aplicações do dia a dia da Teoria dos Grafos. Segundo o autor, seu experimento em sala de aula ocorreu com êxito, assim como esperado, porém, percebeu a necessidade de mais duas aulas para uma melhor avaliação do aprendizado ou apresentar tópicos mais direcionados em que se aplica a Teoria dos Grafos. Ressalta ainda, que suas atividades propostas podem ser adaptadas para o Ensino Fundamental.

Sá (2014) também levou sua proposta para duas turmas de segundo ano do Ensino Médio, fazendo um levantamento histórico sobre o surgimento da Teoria dos Grafos, sugerindo uma atividade adaptada do problema das sete pontes de Königsberg, para a disposição geográfica da cidade de Vitória-ES e um material didático elaborado pelo autor. Ele ainda destaca que a Teoria dos Grafos é uma abordagem que mostra caminhos contemporâneos para a investigação na Educação Matemática.

Baltazar e Pereira (2018), trataram de uma proposta investigativa com destaque em Grafos e a inserção do Algoritmo de Dijkstra no Ensino Fundamental. O Algoritmo de Dijkstra foi criado por Edsger Dijkstra e publicado em 1959, sendo um dos algoritmos usados para resolver problemas de caminho, aplicado apenas em Grafos que os valores de suas arestas sejam positivos. As atividades propostas foram executadas com alunos do nono ano do Ensino Fundamental, e elaborado um problema sobre Grafos, com base em questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e com documentos de formação de professores, cedido pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA).

Com isto, Baltazar e Pereira (2018), realizaram uma pesquisa com os alunos, sobre os lugares onde os estudantes costumavam frequentar indo de transporte coletivo ao centro da cidade, como por exemplo: mercado, farmácia, lojas, praça, etc. A partir desses dados, os estudantes foram estimulados a criar uma representação por Grafo, e interpretar com os lugares que os mesmos indicaram, e

calcularem o menor custo (o melhor caminho). Posteriormente foram aplicados outros problemas de melhor caminho com o mesmo intuito de resolução, os alunos conseguiram interpretar bem e resolver, além de observarem que também poderiam calcular o maior custo. Ao aplicarem a proposta, perceberam que atividade investigativa coloca o aluno como protagonista trazendo autonomia, mostrando que problemas com Grafos auxiliam de forma positiva para novos conhecimentos.

Já, Aleixo (2020) em seu trabalho contempla Ensino Fundamental e Ensino Médio, sugerindo a Teoria dos Grafos como:

[...] conteúdo de aprofundamento no Ensino Fundamental e Itinerário Formativo no Ensino Médio, a partir da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), atual documento oficial que afirma que os professores devem desenvolver habilidades em seus alunos para que atinjam competências necessárias para lidarem com situações do cotidiano e serem capazes de resolver problemas reais (ALEIXO, 2020, p. 9).

Em sua dissertação Aleixo (2020), traz uma Introdução sobre Grafos, noções preliminares, origem (Pontes de Königsberg), problema das quatro cores, Grafos Hamiltonianos, o algoritmo de Dijkstra, entre outros, e diversas atividades com grafos que aplicou no Ensino Fundamental e Médio, atividades estas, que servem como material didático pronto para utilização em sala de aula.

Durante sua experiência com as turmas, percebeu o despertar do pensamento algorítmico e computacional dos estudantes que buscavam por estratégias, trabalhando em equipes expressando suas ideias possibilitando a conexão da Matemática com assuntos científicos, tecnológicos, interdisciplinares, bem como assuntos do dia-a-dia.

2.4 Interdisciplinaridade e a Teoria dos Grafos

Fazenda (2008) traz o conceito de interdisciplinaridade, que estende-se à integração de métodos, abordagens e estudos de distintas disciplinas para discutir questões relevantes ou problemas do cotidiano. De forma que esta abordagem possa transpor a fragmentação do conhecimento em disciplinas separadas, possibilitando um entendimento mais amplo em temas que não podem ser limitados apenas a uma específica.

Apesar do conteúdo de Grafos não constar como obrigatório na BNCC, que é

o documento normativo para rede de ensino e suas instituições públicas e privadas, ainda é possível encontrar na BNCC uma forma de articular a Teoria dos Grafos com outros conteúdos para o fortalecimento do aprendizado. Dentre as competências específicas de matemática a serem desenvolvidas para o Ensino Médio, que nos dão respaldo para a aplicação da Teoria dos Grafos, destacamos :

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral (BRASIL, 2018, p. 533).

Ainda sobre as articulações da BNCC com a Teoria dos Grafos podemos citar a questão da interdisciplinaridade, no qual, o documento nos mostra que devemos:

Decidir sobre formas de organização interdisciplinar dos componentes curriculares e fortalecer a competência pedagógica das equipes escolares para adotar estratégias mais dinâmicas, interativas e colaborativas em relação à gestão do ensino e da aprendizagem (BRASIL, 2018, p.16).

Fazenda (2008) fala da dificuldade, e do receio que o professor tem, em pôr na prática a proposta interdisciplinar, por trabalhar diferentes áreas do conhecimento, segundo a autora, é necessário, conhecer e entender os diversos saberes para um trabalho integrador. A interdisciplinaridade incentiva o trabalho em equipe entre os professores, desenvolvendo práticas que estimulam um ensino contínuo. “Aprender a pesquisar, fazendo pesquisa, é próprio de uma educação interdisciplinar, que, segundo nossos dados, deveria se iniciar desde a pré-escola” (FAZENDA, 1994, p. 88).

Como podemos observar, a interdisciplinaridade é uma abordagem que se espera do sistema nos últimos tempos, havendo assim, uma integração entre as disciplinas em torno de um objetivo em comum. Reunindo os conhecimentos e rompendo com a aprendizagem fragmentada.

Assim, acreditamos que a Teoria dos Grafos se apresenta como um importante tema a ser tratado para cumprir não só com o que aponta a BNCC (BRASIL, 2018), mas com a questão da interdisciplinaridade, tão discutida nos últimos anos.

A BNCC do Ensino Médio, nos mostra que na área da Matemática e suas tecnologias, os estudantes precisam operar conceitos, métodos e estratégias não

somente para resolver problemas, mas também para elaborar, descrever dados e selecionar modelos matemáticos.

Dentre as dez competências gerais (CG) da BNCC, salientamos a seguir as competências nas quais estão relacionadas à Teoria dos Grafos (BRASIL, 2018, p. 9):

- Competência Geral 1: Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
- Competência Geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
- Competência Geral 4: Utilizar diferentes linguagens verbal (oral ou visual motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
- Competência Geral 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Assim, as competências específicas (CE) da matemática no Ensino Médio, nas quais a Teoria dos Grafos pode ser inserida são (BRASIL, 2018, p. 531):

- Competência Específica 1: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
- Competência Específica 3: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver

problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

- Competência Específica 4: Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

Algumas das principais habilidades nas quais a Teoria dos Grafos pode ser incluída são (BRASIL, 2018, p. 531-539):

– (EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos, contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

– (EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

– (EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

– (EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

A BNCC enfatiza a necessidade de promover uma educação integral, que não se limite apenas ao conhecimento teórico, mas que também desenvolva habilidades práticas e competências socioemocionais. Ao incorporar a Teoria dos Grafos e a metodologia da resolução de problemas, este trabalho poderá promover o desenvolvimento do pensamento crítico, do raciocínio lógico e da capacidade de resolução de problemas, que são competências centrais recomendadas pela BNCC.

2.5 Resolução de Problemas

Segundo Polya (1995), é essencial que o aluno tenha clareza do problema proposto, pois não faz sentido algum, responder algo que não se tenha compreensão, e ainda o problema deve ser interessante, para que além da compreensão, o mesmo tenha vontade de resolvê-lo. Quanto ao professor, deve mediar o aluno de modo que não lhe dê a resposta pronta, mas também não o deixe sozinho, sem auxílio.

É possível, porém, que chegue a perceber que um problema de Matemática pode ser tão divertido quanto um jogo de palavras cruzadas, ou que o intenso trabalho mental pode ser um exercício tão agradável quanto uma animada partida de tênis (Polya, 1995, p.v).

De acordo com Dante (2010), um problema é caracterizado como um obstáculo a ser superado, uma questão a ser resolvida que demanda a reflexão consciente do indivíduo para ser solucionada. Uma vez que o que constitui uma dificuldade para uma pessoa pode não ser percebido da mesma forma por outra. Assim, é essencial que o indivíduo reflita de maneira consciente diante da situação desafiadora para encontrar uma solução.

O desafio proposto deve ser adequado para os alunos da faixa etária em questão, é importante que represente um obstáculo alcançável. Um nível de dificuldade excessivo para a idade pode levar os alunos à frustração e ao desânimo, causando traumas não apenas em relação à resolução de problemas, mas também ao estudo da matemática e, por vezes, a todas as atividades escolares.

Assevera que resolver problemas matemáticos com o aluno “[...] dão a oportunidade de ele mesmo explorar, organizar e expor seus pensamentos, estabelecendo uma relação entre suas noções informais ou intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática”(DANTE, 2010, p. 18).

Dante ainda coloca que os professores precisam aprimorar suas abordagens pedagógicas para se adaptarem ao contínuo processo de mudança impulsionado pela crescente globalização. O principal desafio da educação atual reside em proporcionar um ensino que capacite os indivíduos para lidar com a vida e sua diversidade.

A resolução de problemas pode promover o protagonismo dos estudantes e uma aprendizagem ativa, mas para isto, as questões devem ser escolhidas ou

elaboradas de forma que os alunos tenham a compreensão do que está sendo pedido, que traga motivação, incentive a curiosidade e autonomia para que possam tomar decisões, criando suas estratégias e desenvolvendo o pensamento crítico.

Ainda sobre a BNCC, diz que podem ser desenvolvidas situações de aprendizagem colaborativas, que sejam ordenadas com apoio nos interesses dos estudantes e beneficiem seu protagonismo. Uma das possibilidades de articulação entre as áreas do conhecimento são as oficinas.

Oficinas: espaços de construção coletiva de conhecimentos, técnicas e tecnologias, que possibilitam articulação entre teorias e práticas (produção de objetos/equipamentos, simulações de “tribunais”, quadrinhos, audiovisual, legendagem, fanzine, escrita criativa, performance, produção e tratamento estatístico etc.) (BRASIL, 2018, p.472).

As oficinas exercem um papel importante para a aprendizagem dos estudantes em todos os níveis de estudo e suas disciplinas, para a matemática não é diferente, ajuda a ver a relevância da matemática em situações do mundo real e a compreender como ela é usada em contextos reais.

3 METODOLOGIA

O propósito desta pesquisa é compreender “Como a Teoria dos Grafos pode se adequar aos conteúdos de matemática do Ensino Médio, gerando uma maior participação e protagonismo dos alunos?”, a partir da questão posta, acreditamos que o caminho metodológico seja por meio de uma pesquisa qualitativa que será detalhada a seguir.

3.1 Aspectos técnicos da pesquisa

De acordo com as fontes de produção de dados, com a análise que pretende-se realizar e com a especificidade da pesquisa, pode-se caracterizá-la como uma pesquisa qualitativa na modalidade observação participante. Os autores (BOGDAN; BIKLEN, 1991, p. 47-50) afirmam que uma pesquisa qualitativa possui as seguintes características:

- Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.
- A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números.
- Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.
- Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.

Essas características vêm ao encontro do estudo delineado nesta pesquisa que se adequa à modalidade observação participante pois, segundo Marconi e Lakatos (2003) o observador atua de forma efetiva com o grupo, integrando-se a equipe observada e participando juntamente das atividades. Pela sua influência no grupo, o observador participante pode enfrentar obstáculos para garantir a objetividade.

Comumente são sinalizados dois aspectos de observação participante, para (MARCONI; LAKATOS, 2003, p. 194):

- Natural: O observador pertence à mesma comunidade ou grupo que investiga.
- Artificial: O observador integra-se ao grupo com a finalidade de obter informações.

Segundo Mónico *et al.* (2017), a observação participante é aplicada em pesquisas ditas exploratórias, descritivas, etnográficas ou ainda, pesquisas que objetivam a generalização de teorias interpretativas, quando agregada ao conjunto das metodologias qualificadas em qualitativas. Quando o observador está empenhado na dinâmica do grupo em seu meio natural, e não, unicamente em coletar dados individuais relacionados às questões de trabalho, então esta abordagem utilizada é a observação participante, promovendo assim, uma visão panorâmica e própria dos conteúdos em estudo e não de forma desmembrada, sendo oportuno acrescentar para esta investigação entrevistas ou grupo de controle.

Para produzir os dados que serão analisados nesta pesquisa, pretende-se inserir a Teoria dos Grafos em sala de aula, para alunos do Ensino Médio, por meio de uma oficina, com atividades interativas e lúdicas, a partir de uma abordagem matemática envolvendo a resolução de problemas. E por ser esta, a proposta de atividades, terá por metodologia didática, a resolução de problemas.

3.2 Desenvolvimento da pesquisa

No primeiro momento, foi realizado um questionário denominado “Termômetro” nos dias 27 e 28 de novembro de 2023, com dezenove alunos do 2º ano do Ensino Médio, sendo duas turmas (201 e 204) no turno da manhã do Colégio Estadual Prof. Waldemar Amoretty Machado (WAM), onde atuei como residente pelo Programa Residência Pedagógica, na qual a professora regente abriu espaço para que eu pudesse realizar a oficina. O questionário aplicado conforme Anexo A foi retirado do material Reúna (2023). Este Termômetro possui cinco questões de múltipla escolha, e uma questão para livre comentário, com o propósito de obter uma prévia de como os alunos relacionam a matemática em seu cotidiano, bem como a partir das observações feitas, escolher atividades adequadas para a oficina que seria aplicada na próxima etapa deste trabalho.

Para fazer a análise do questionário de cada aluno, usamos a soma das respostas a partir do gabarito constante no anexo A. Lembrando que os questionários são anônimos e este gabarito servirá apenas para analisar os dados obtidos.

Após a entrega do termo de consentimento aos alunos, para participarem do questionário e da devolutiva devidamente assinada pelos responsáveis, foi possível realizar a aplicação do questionário Termômetro, cujo resultado será apresentado na seção 4.1.

A oficina ocorreu nos dias 17/06, 18/06 e 24/06 de 2024, com uma turma de 3º ano do Ensino Médio a (304) no turno da manhã, em quatro períodos de aula, com o total de doze alunos matriculados. Essa turma no ano anterior era do 2º ano a (204), do colégio (WAM). As atividades foram realizadas em duplas, sendo que no primeiro dia havia sete alunos em aula, ficando dispostos em três duplas e um aluno sozinho. No segundo dia estavam presentes dez alunos, ficando em cinco duplas e no terceiro dia tínhamos nove alunos na sala, organizados em quatro duplas e um aluno sozinho.

Os três dias de oficina foram realizados na sala de contabilidade da escola, onde possui mesas para trabalhar em grupos e projetor para a apresentação do material. Embora esteja descrito acima que um aluno realizou as atividades sozinho, não quer dizer que ele ficou isolado dos demais, pelo contrário os meninos sentaram todos próximos e discutiram sobre as questões a serem resolvidas, ele apenas transcreveu suas respostas individualmente. Veremos no quadro 1 a organização da oficina.

Quadro 1 – Organização da oficina

ETAPA	ATIVIDADE	DURAÇÃO
Início	Apresentação do professor/mediador, esclarecimento sobre o tema da oficina	5 min
Contextualização	Introdução à origem da Teoria dos Grafos	15 min
Execução	Atividade "O dia a dia de dois professores"	20 min
Reflexão	Comentário para encerramento desta atividade	2 min
Contextualização	Alguns tópicos sobre Matrizes e Sistema Binário	20 min
Execução	Atividade "Matrizes e o Sistema Binário"	30 min
Reflexão	Comentário para encerramento desta atividade	2 min
Execução	Atividade "Teorema das Quatro Cores"	30 min
Reflexão	Comentário para encerramento desta atividade	2 min
Execução	Questionário para os alunos e questionário para a professora regente	20 min
Carga horária total:		2 h 26 min

Fonte: Autoria própria

Da oficina proposta, tivemos então a seguinte programação: começamos com uma apresentação de introdução à origem da Teoria dos Grafos seguido da primeira atividade que foi “O dia a dia de dois professores” e um comentário para encerramento desta. Na aula seguinte dando continuidade a oficina, foi apresentado alguns tópicos sobre Matrizes e Sistema Binário, pois por decorrência dos eventos climáticos ocorridos no Rio Grande do Sul, ocasionando em suspensões das aulas por determinado período e conseqüentemente o atraso do trimestre, a professora regente não conseguiu trabalhar com conteúdo de Matrizes, conforme estava planejado. Porém, os tópicos apresentados aos alunos na oficina bastaram para poderem realizar a segunda atividade que chama “Matrizes e o Sistema Binário”.

Para finalizar as atividades, tivemos a terceira e última etapa chamada de “Teorema das Quatro Cores”, e concluímos a oficina com um questionário para os alunos e outro para a professora regente da turma, para produção de dados conforme a seção 3.4. Veremos nas seções 3.3.1 a 3.3.3 a descrição das atividades.

3.3 Descrição da oficina

A partir dos resultados obtidos na primeira entrevista, foi possível esquematizar a oficina a ser ministrada de acordo com o Quadro 1. Apresentou-se um breve histórico sobre a origem da Teoria dos Grafos, descrito na seção 2.2 e algumas definições básicas sobre grafos de acordo com a seção 2.1, seguido de algumas atividades direcionadas conforme a coleta do questionário e observação da turma.

As atividades propostas foram retiradas do trabalho de Aleixo (2020), no qual as atividades 1 e 2 conforme anexos B e C, respectivamente, estão igualmente reproduzidas, a atividade 3, conforme anexo D foi adaptada, e todas as atividades possuem as competências e habilidades orientadas pela BNCC citadas ao fim de cada atividade.

3.3.1 Descrição da atividade 1

A primeira atividade será o dia a dia de dois professores conforme anexo B. Para esta, veremos grafos, vértices, arestas, grau de um vértice e caminho euleriano, mostrando dois mapas diferentes que representam os locais que seu professor percorre durante a semana e o percurso de outro professor durante a mesma semana, então será pedido aos alunos que desenhem os trajetos de cada professor representando os lugares por pontos e as ruas por linhas, logo após responderão questões relacionadas à vértices e arestas.

3.3.2 Descrição da atividade 2

A segunda atividade trará Matrizes e o Sistema Binário, que encontra-se no anexo C. O sistema binário é a base da lógica digital e compreender como os dados são representados e processados em formato binário é crucial para entender o funcionamento interno dos computadores e dispositivos digitais. O sistema binário é amplamente utilizado em diversas áreas, principalmente em computação e tecnologia (GOMES, 2003).

Diante disso, o exercício proposto pede por uma representação de um grafo, por uma matriz de adjacência, através do sistema binário, que indicará o número 1 se existir uma aresta ligando os vértices e o número 0 se não existir aresta. Posteriormente deverão analisar uma matriz de adjacência e desenhar o grafo correspondente à matriz.

3.3.3 Descrição da atividade 3

Na terceira atividade trataremos o Teorema das quatro cores de acordo com anexo D, onde os mapas geográficos podem ser modelados e representados por grafos, viabilizando um enfoque interdisciplinar, onde os estados e regiões são os vértices e as fronteiras (regiões de adjacência) são as arestas. O escalonamento de horários ou exames de final de ano, é um exemplo prático de aplicação do Teorema das quatro cores, segundo Scheeren (2018) o problema de programação de horários de exames pode ser solucionado através do desenvolvimento de um

calendário de exames de modo que diminua o choque de horários dos alunos matriculados em outros exames.

Para esta atividade, receberam o mapa das regiões do Brasil e tiveram que desenhar o grafo correspondente, colorir e responder questões sobre as regiões e suas fronteiras, após receberão o mapa dos estados brasileiros, já representados por grafo, para colorir conforme o teorema e responder questões sobre as fronteiras dos estados.

3.4 Instrumentos para produção de dados

Para a produção de dados foram construídos e utilizados três instrumentos ao longo da pesquisa, sendo um questionário inicial Termômetro, um questionário final para os alunos e outro questionário direcionado ao docente acolhedor da escola, todos de forma impressa, conforme os anexos A, D e F, complementando com a observação feita durante a realização da oficina e análise das atividades resolvidas pelos alunos. Buscamos com estes questionários entender se a proposta teve seu objetivo alcançado.

Com o propósito inicial, aplicou-se o questionário Termômetro na tentativa de compreender como os alunos relacionam a matemática no seu dia a dia e, a partir destas, selecionar atividades apropriadas para a oficina.

O questionário para os alunos teve como objetivo compreender suas possíveis dificuldades em relação à resolução das atividades escolhidas, bem como se perceberam a presença da matemática e interdisciplinaridade. Além disso, buscou-se investigar se houve uma participação ativa do grupo, se já conheciam a Teoria dos Grafos e também avaliar a oficina de modo geral.

Já o questionário direcionado a professora regente da turma, teve a intenção de produzir dados na perspectiva de avaliar a utilização da Teoria dos Grafos no Ensino Médio, assim como saber se a oficina foi realizada adequadamente, promovendo o protagonismo dos alunos e adicionando um diferencial na aprendizagem.

4 APRESENTAÇÃO DA PESQUISA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados apresentados a seguir são baseados no questionário “Termômetro” realizado inicialmente, no questionário avaliativo dos alunos e da professora regente, bem como na observação durante a oficina e na resolução das atividades que constituem os instrumentos descritos na seção anterior aplicados ao longo das etapas previstas para a realização da pesquisa.

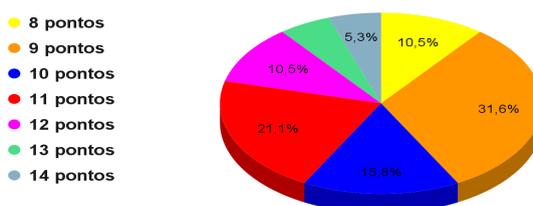
4.1 Resultado do questionário inicial Termômetro

O questionário Termômetro de acordo com sua descrição na seção 3.2, foi respondido por dezenove estudantes dos vinte e sete participantes desta pesquisa. Com o total de seis questões, sendo cinco de múltipla escolha e uma de escrita livre. Para análise das respostas obtidas, foi calculada uma pontuação através do gabarito, onde cada uma das cinco questões de múltipla escolha varia de 0 à 3 e 1 à 3 pontos, podendo então a pontuação total ser no mínimo 3 e no máximo 15 pontos.

Dos resultados, dois alunos somaram (oito pontos), seis alunos (nove pontos), três alunos (dez pontos), quatro alunos (onze pontos), dois alunos (doze pontos), um aluno (treze pontos) e um aluno (quatorze pontos). Fazendo uma média aritmética entre a pontuação mínima 3 e a máxima 15, temos 9 de média, como podemos ver no gráfico (Figura 8), que representa o número de alunos e sua pontuação, lembrando que quanto maior a pontuação, maior é a relação com a matemática no dia a dia .

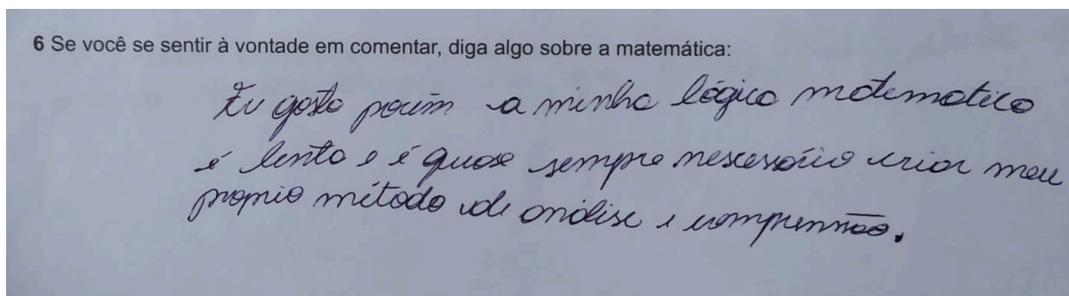
Figura 8 - Gráfico da pontuação dos alunos

Relação da Matemática no cotidiano dos alunos



Percebemos então, que a maioria das respostas (31,6%) estão dentro da média aritmética simples que é nove, apenas 10,5% estão abaixo da média e 57,9% estão acima da média, ou seja, relacionando melhor a matemática em seu cotidiano, também vemos esta relação na questão seis, em que se pedia para escreverem algo sobre a matemática. Dos dezenove alunos, seis não responderam, os demais enxergam bem a utilidade e importância da matemática no dia a dia, apesar da maioria responder que não gostam da disciplina, podemos ver nas figuras a seguir alguns destes relatos:

Figura 9 - Escrita dos alunos (1)

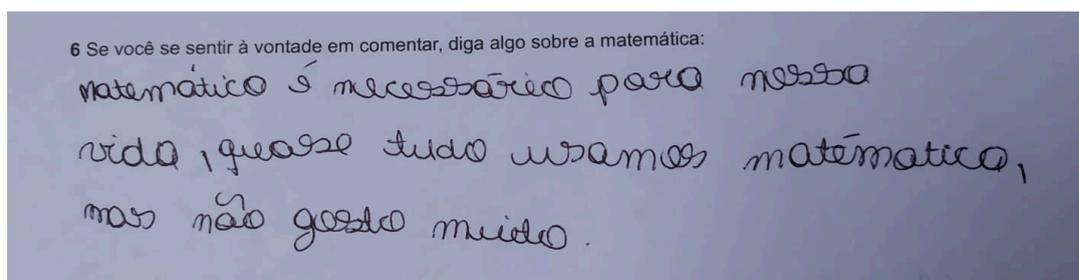


Fonte: Questionário Termômetro respondido pelos alunos (2023)

O aluno 1 (Figura 9) diz em seu comentário que, apesar de gostar da matemática, precisa criar seu próprio método de análise. Percebemos aqui o raciocínio lógico do estudante e a busca por estratégias para solucionar as questões de matemática.

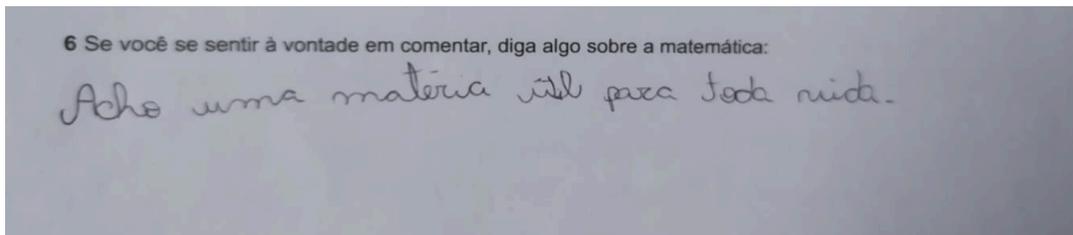
Os alunos 2 e 3, falam da necessidade e utilidade da matemática no cotidiano, e que precisamos da matemática para praticamente tudo em nossa vida e seus comentários podem ser vistos nas Figuras 10 e 11.

Figura 10 - Escrita dos alunos (2)



Fonte: Questionário Termômetro respondido pelos alunos (2023)

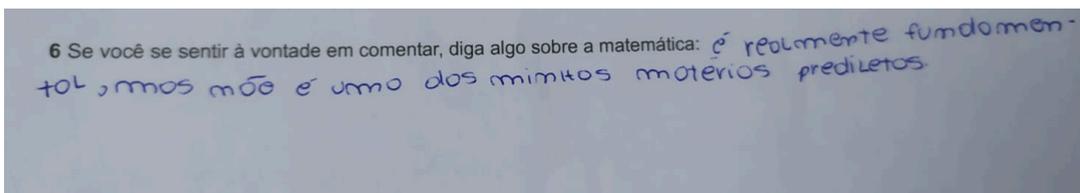
Figura 11 - Escrita dos alunos (3)



Fonte: Questionário Termômetro respondido pelos alunos (2023)

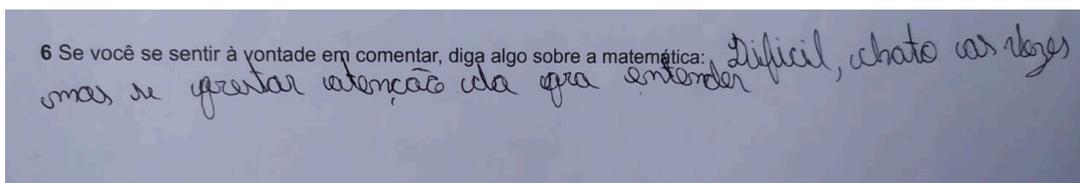
Para os alunos 4 e 5 (Figuras 12 e 13), a matemática não é tão interessante como gostaríamos, dizendo ser difícil e chato, mas concordam do quanto é fundamental no nosso dia a dia.

Figura 12 - Escrita dos alunos (4)



Fonte: Questionário Termômetro respondido pelos alunos (2023)

Figura 13 - Escrita dos alunos (5)



Fonte: Questionário Termômetro respondido pelos alunos (2023)

Embora os alunos não tenham tamanho apreço pela disciplina de matemática, sendo esse um dos motivos que nos leva a este estudo, esse resultado é animador, ao passo que mais da metade dos alunos que participaram parecem compreender a importância da matemática e, além disso, enxergam a matemática no dia a dia.

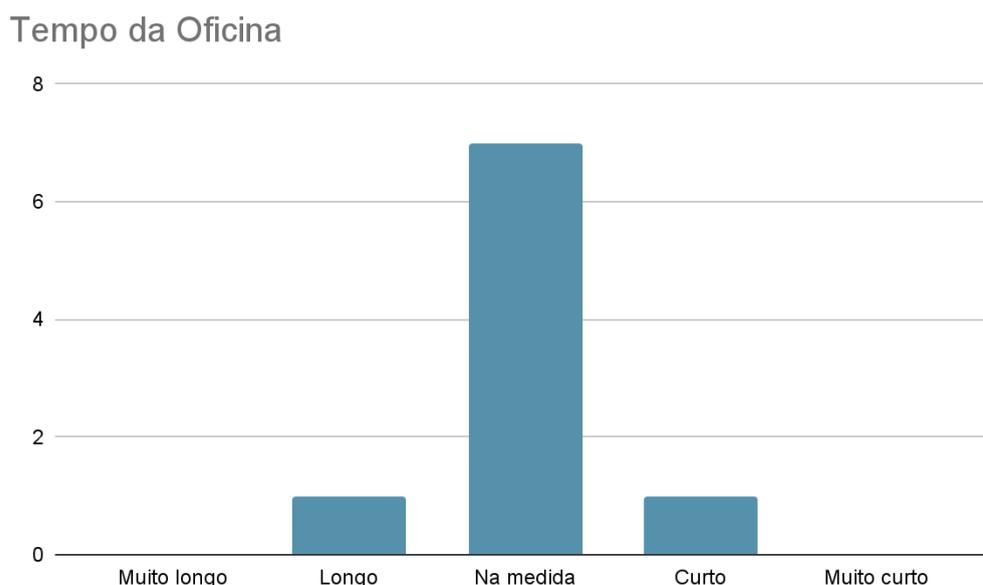
4.2 Análise do questionário final dos alunos

Os alunos da turma (304) têm entre 17 e 19 anos de idade, nove deles estavam presentes no último dia de oficina, e responderam o questionário individualmente, sendo cinco meninos e quatro meninas. Apenas duas meninas dizem já ter reprovado, uma delas no 5º ano do Ensino Fundamental.

Nenhum deles conhecia a Teoria dos Grafos, mas uma aluna diz lembrar de um mapa do Parque de Diversões, no qual a remeteu à semelhança de uma representação por grafo.

Em relação ao tempo de aplicação da oficina os alunos em sua maioria disseram ter sido na medida, como veremos na Figura 14.

Figura 14 - Gráfico tempo da oficina



Fonte: Autoria própria (2024)

Quando perguntado aos estudantes o que mais gostaram na oficina, tivemos diferentes respostas, tais como, pintar pontos e mapas, ligar vértices e arestas, representar grafos, bem como contar arestas e o estudo de matrizes. Por outro lado, outros disseram não ter gostado da Matriz de Adjacência e nem do Teorema das Quatro Cores. Alguns acharam que tinha muitas atividades, em geral a maioria respondeu ter gostado de tudo. Na Figura 15 um aluno relata o que mais e que menos gostou.

Figura 15 - Resposta de um aluno (A)

7. Do que você mais gostou na oficina?
 PINTAR OS POMBOS

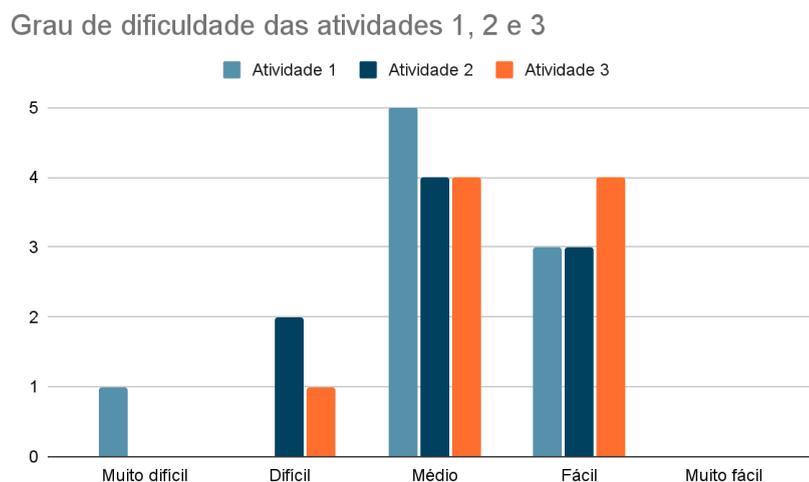
8. Do que você menos gostou na oficina?
 ATIVIDADES DA MATEMÁTICA

Fonte: Questionário final dos alunos (2024)

Sobre o grau de dificuldade das atividades propostas, para a atividade 1 intitulada “O dia a dia de dois professores”, apenas um aluno considerou muito difícil, cinco alunos avaliaram como nível médio e três acharam fácil. Na atividade 2, “Matrizes e o Sistema Binário”, dois alunos acharam difícil, quatro responderam médio e três disseram que foi fácil. Já para a última atividade, que recebeu o nome de “Teorema das Quatro Cores”, um aluno considerou difícil, quatro deles atribuíram o nível médio e outros quatro acharam fácil.

Observando o gráfico na Figura 16, temos uma melhor compreensão do que foi dito.

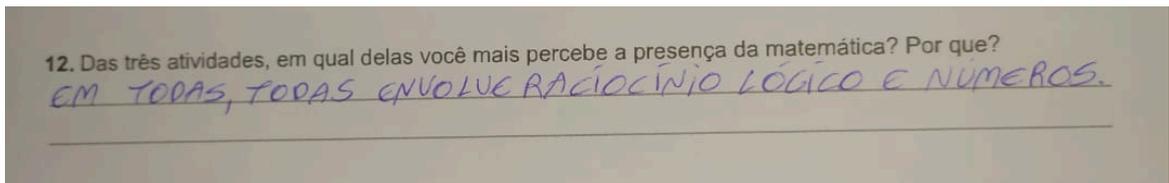
Figura 16 - Gráfico grau de dificuldade das atividades da oficina



Fonte: Autoria própria (2024)

Das atividades propostas, a atividade que os estudantes mais perceberam a matemática presente foi a de “Matrizes e o Sistema Binário”, por conter números. Outros dois responderam “O dia a dia de dois professores” sem mais detalhes. Na Figura 17 temos um recorte onde a aluna diz perceber que a matemática está presente em todas as atividades que foram propostas.

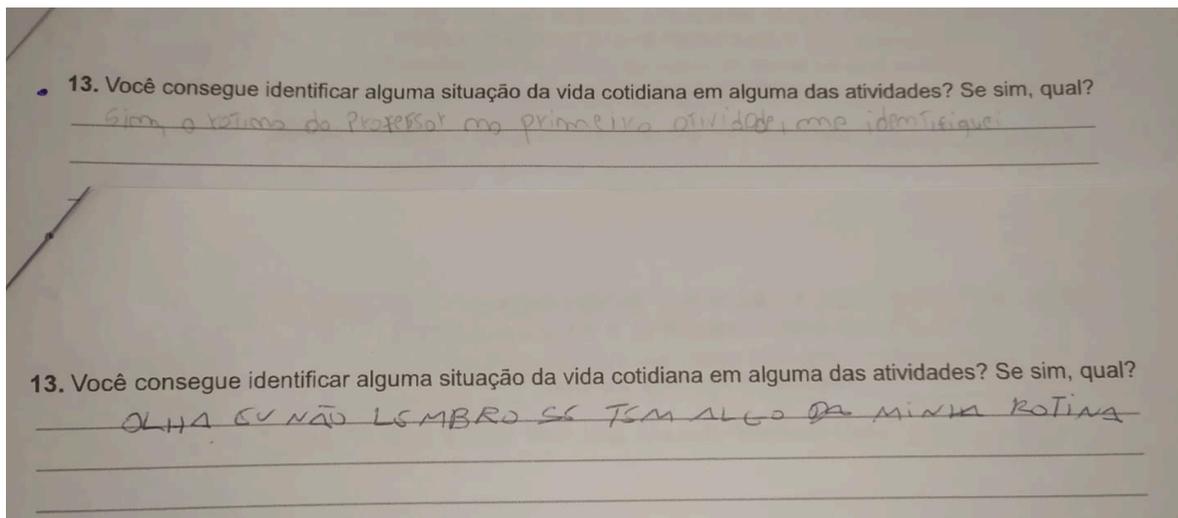
Figura 17 - Resposta de um aluno (B)



Fonte: Questionário final dos alunos (2024)

Para a questão de identificar alguma situação do dia a dia em uma das três atividades, seis dos estudantes responderam “O dia a dia de dois professores”, por causa dos seus deslocamentos e trajetos feitos. Os demais alunos não identificaram situação da vida cotidiana em nenhuma atividade. Exemplos dessas respostas podem ser vistos na Figura 18.

Figura 18 - Resposta de dois alunos (C)



Fonte: Questionário final dos alunos (2024)

A respeito da interdisciplinaridade, sendo duas ou mais disciplinas reunidas em um projeto, aula ou oficina, perguntou-se aos estudantes se haviam identificado

a presença da interdisciplinaridade em alguma das atividades propostas, como resposta, tivemos seis alunos dizendo ter presente a Geografia no “Teorema das Quatro Cores”. Um aluno em sua resposta refere-se à lógica e interpretação, e outros dois disseram não ter. A seguir, a Figura 19 traz três respostas distintas sobre a mesma pergunta.

Figura 19 - Resposta de três alunos (D)

14. Você percebe a presença da interdisciplinaridade em alguma das atividades? Se sim, qual?
 SIM, PERCEBO, GEOGRAFIA, NA ATIVIDADE DO TEOREMA DAS 4 CORES.

14. Você percebe a presença da interdisciplinaridade em alguma das atividades? Se sim, qual?
 SIM, TEM MATEMÁTICA, COM PENSAMENTO LÓGICO E INTERPRETAÇÃO.

14. Você percebe a presença da interdisciplinaridade em alguma das atividades? Se sim, qual?
 NÃO

Fonte: Questionário final dos alunos (2024)

Trabalhar em grupo é uma ótima oportunidade para desenvolver habilidades de comunicação e colaboração, com isto, foi perguntado aos estudantes sobre o trabalho em grupo e a participação ativa dos integrantes. A maioria respondeu ser bom, e dois alunos não gostam de trabalhos em grupo como mostra a Figura 20. Com tudo, nenhum deles reclamaram de suas duplas, dizem que trabalharam bem juntos, com a contribuição do grupo para resolver as atividades.

Figura 20 - Resposta de quatro alunos para duas questões

15. Sobre o trabalho em equipe (grupo), o que você acha?
 particularmente não gosto de trabalhar em grupo pois temo que não esteja esperando as atividades terem este fim ~~interessante~~ interessante

15. Sobre o trabalho em equipe (grupo), o que você acha?
 foi bom e melhor para relacionar.

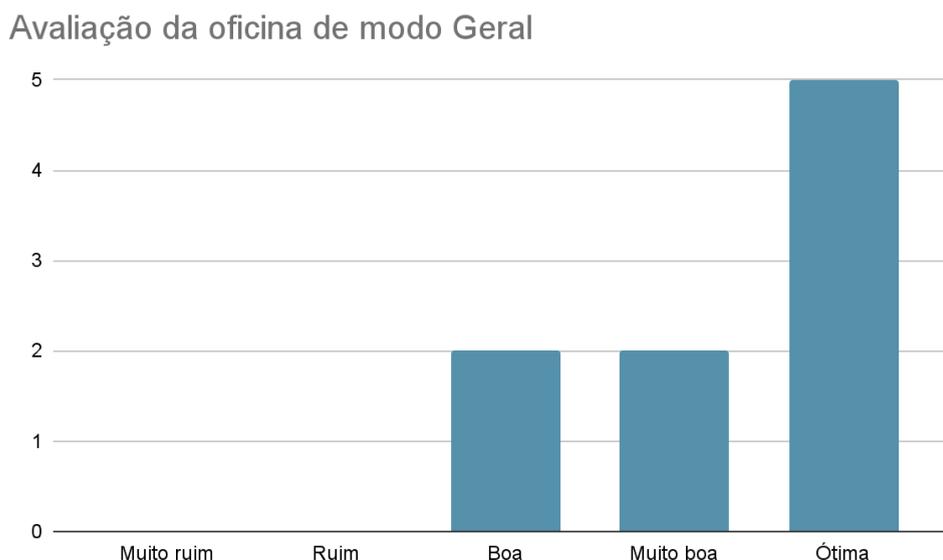
17. Você e seu grupo, participaram de forma ativa no desenvolvimento das atividades?
 sim, todos envolvidos fez um pouco

17. Você e seu grupo, participaram de forma ativa no desenvolvimento das atividades?
 sim, cada um fez uma parte

Fonte: Questionário final dos alunos (2024)

Tivemos os nove estudantes relatando querer mais momentos como o que tivemos na oficina de Grafos, também responderam, em suas palavras, que a oficina foi bem divertida, interessante e legal. De modo geral tivemos uma avaliação satisfatória como mostra o gráfico na Figura 21.

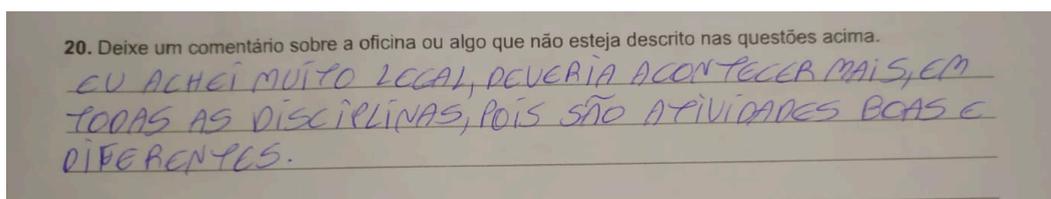
Figura 21 - Gráfico de avaliação da oficina



Fonte: Autoria própria (2024)

Quando solicitados a deixar um comentário sobre a oficina ou relatar algo não mencionado nas demais questões, os estudantes expressaram ter apreciado o trabalho em equipe, o apoio dos colegas, sugerindo que atividades assim poderiam ocorrer mais vezes, sendo consideradas produtivas e repletas de observações durante as atividades. Um dos comentários destacados e apresentado na Figura 22 menciona o desejo de ter mais momentos semelhantes em outras disciplinas.

Figura 22 - Escrita de um aluno



Fonte: Questionário final dos alunos (2024)

Os alunos demonstraram grande interesse e envolvimento na oficina de grafos, destacando a importância do aprendizado prático. A maioria apreciou atividades como pintura de pontos, ligação de vértices e análise de matrizes, embora alguns tenham achado a Matriz de Adjacência e o Teorema das Quatro Cores um pouco desafiadores.

O aspecto interdisciplinar, especialmente com a Geografia, foi reconhecido por muitos, evidenciando a integração de conhecimentos. O trabalho em grupo foi bem recebido, promovendo a colaboração entre os participantes. A satisfação geral dos estudantes com as atividades sugere que oficinas como essa são valiosas e poderiam ser realizadas com mais frequência.

4.3 Análise do questionário da professora regente

A professora regente da turma 304 do Colégio WAM em sua avaliação “concordou totalmente” nos itens de 1 à 7 do questionário, em que considera a escolha da oficina como método de trabalho apropriado para abordar a Teoria dos Grafos no Ensino Médio, com tema interessante e contextualizado, sendo este relevante para os alunos. De modo que os assuntos abordados através das atividades foram atuais e relacionados ao contexto onde os estudantes estão inseridos.

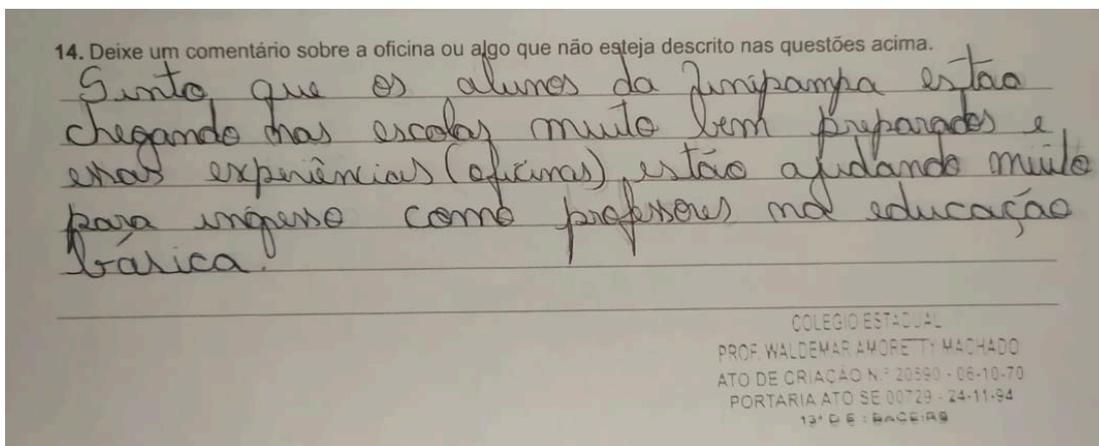
Também “concorda totalmente” que foram utilizados recursos de imagens e vídeos, relacionados ao tema proposto, assim contribuindo para a melhor compreensão dos assuntos tratados nas atividades, bem como, foram adequadamente esclarecidos colaborando com os estudantes de forma comprometida e interessada. Com tempo destinado para a execução, socialização e avaliação da oficina satisfatório.

Nas questões escritas a professora respondeu que a oficina contribuiu para gerar a participação e protagonismo dos estudantes, pois estavam solícitos ao interagir durante a oficina. Já sobre a interdisciplinaridade, ela faz referência a Geometria Molecular.

De modo geral a professora avaliou a oficina como ótima e elogia a responsabilidade e comprometimento com o aprendizado dos alunos, ainda

podemos conferir a última questão respondida na Figura 23, onde ela faz referência a preparação dos alunos da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA).

Figura 23 - Escrita da professora regente



Fonte: Questionário da professora regente (2024)

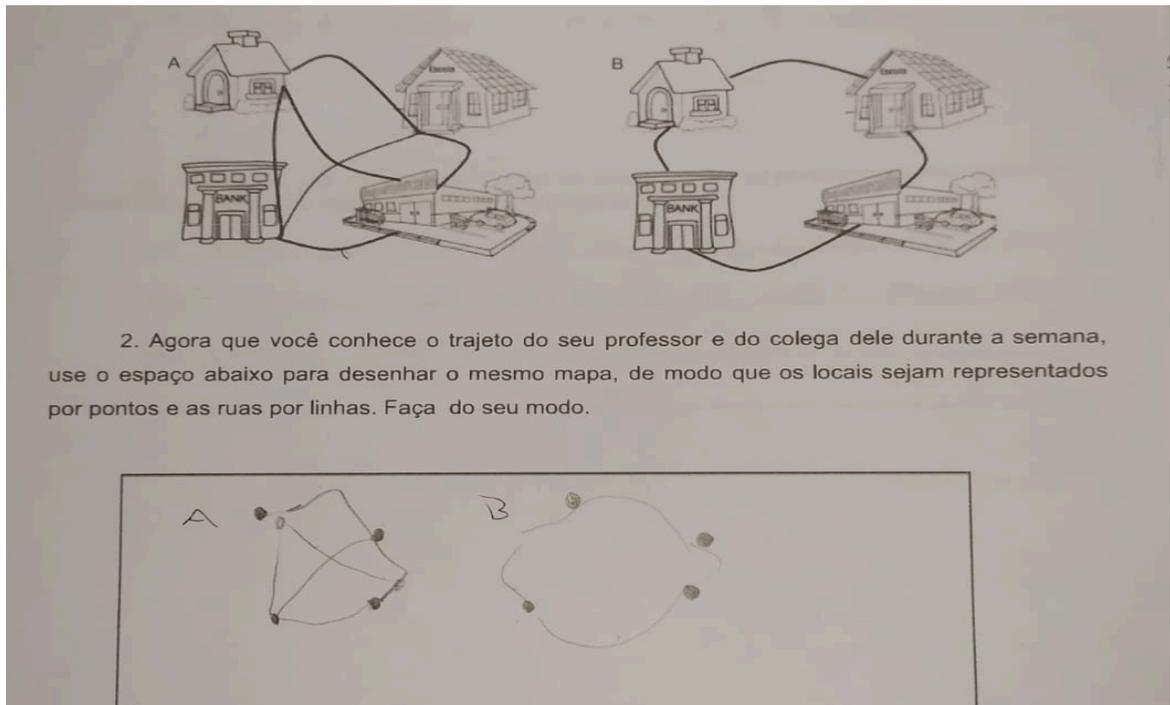
A observação da professora nos enche de satisfação ao destacar que nossa universidade oferece ensino de qualidade, isso mostra que recebemos uma excelente orientação ao longo do processo de aprendizagem. O questionário completo respondido pela professora está disponível no anexo G.

4.4 Análise do desempenho observado e do desenvolvimento das atividades propostas na oficina

A primeira atividade “O dia a dia de dois professores”, os estudantes desenvolveram a seguinte habilidade: (EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

A partir dos mapas A e B, todas as duplas conseguiram representar em forma de grafo, bem como a contagem de linhas que partiam de cada ponto em cada mapa, como mostra a Figura 24.

Figura 24 - Grafo elaborado por um dos grupos



Fonte: Material de atividades dos alunos (2024)

Para a contagem geral de linhas em cada grafo, dois grupos apesar de compreender a questão, após contarem, somaram as linhas dos dois grafos. Talvez o enunciado tenha atrapalhado a interpretação por dizer “no total” ao final da pergunta, como mostra a Figura 25.

Figura 25 - Resposta de um dos grupos (A)

(a) Em cada um dos mapas que você desenhou, quantas linhas partem de cada ponto?

A - Possuem 3 linhas

B - Possuem 2 linhas

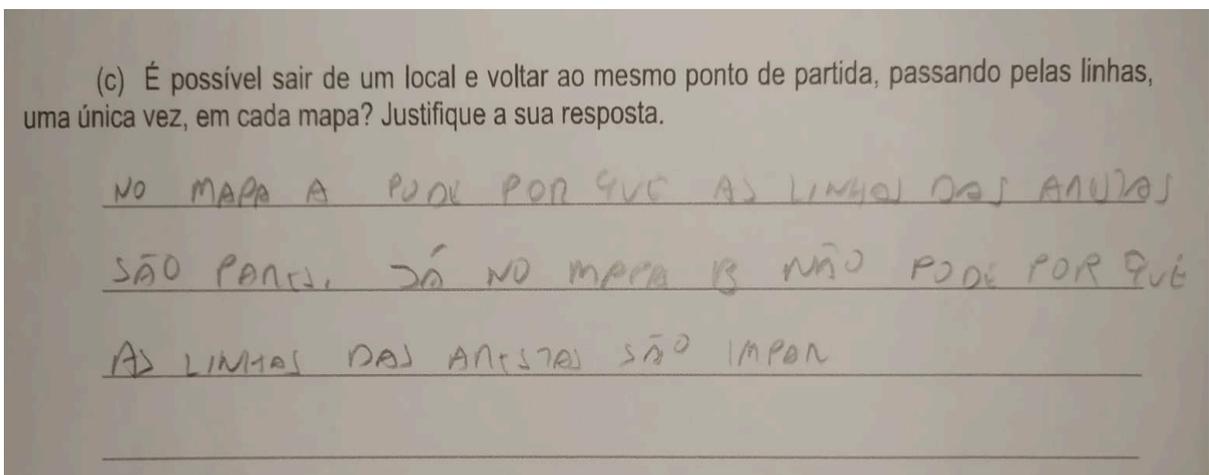
(b) Quantas linhas cada mapa tem no total?

No total 10

Fonte: Material de atividades dos alunos (2024)

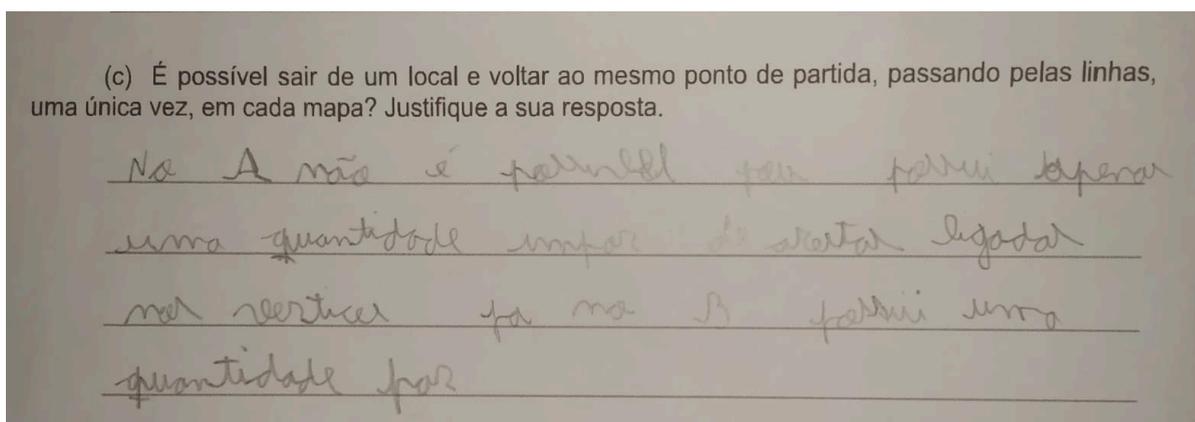
Na questão em que perguntava se era possível sair de um local e voltar ao mesmo ponto de partida, passando por todas as linhas uma única vez, em cada mapa. Um dos grupos disse que somente se mudasse a ordem do trajeto, outro grupo embora tenha invertido as respostas entre os mapas A e B, também confundiu arestas com vértices na hora de escrever, porém o raciocínio matemático está correto, como mostra a Figura 26. Já na Figura 27, o grupo respondeu de forma esperada.

Figura 26 - Resposta de um dos grupos (B)



Fonte: Material de atividades dos alunos (2024)

Figura 27 - Resposta de um dos grupos (C)



Fonte: Material de atividades dos alunos (2024)

Por se tratar do primeiro contato com a Teoria dos Grafos, a turma interagiu mais que o esperado, não se opuseram a participar e alguns solicitaram o auxílio para interpretar a questão e até mesmo para saber se estavam no caminho correto.

A Competência Específica na qual a Teoria dos Grafos foi inserida a partir desta atividade é a CE 3: em que se espera que o aluno consiga utilizar estratégias, conceitos e a partir de procedimentos matemáticos interpretar e construir modelos que condizem com a realidade estudada.

Para a segunda atividade “Matrizes e o Sistema Binário” a habilidade desenvolvida na atividade anterior se repete juntamente com a habilidade (EM13MAT405) que utiliza conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática. A partir do grafo dado, os alunos indicaram em uma tabela o número 1 quando existia uma aresta ligada ao vértice, e 0 quando não existia ligação, e após, desenharam a *Matriz de Adjacência* 4 x 4 sem dificuldades, como veremos na Figura 28.

Figura 28 - Resposta de um dos grupos (D)

1. Representa o grafo abaixo na tabela que vem logo depois, onde os vértices aparecem na primeira linha e na primeira coluna.



2. Indique, em cada célula, o número 1 se existir uma aresta ligando os vértices e o número 0 se não existir tal aresta.

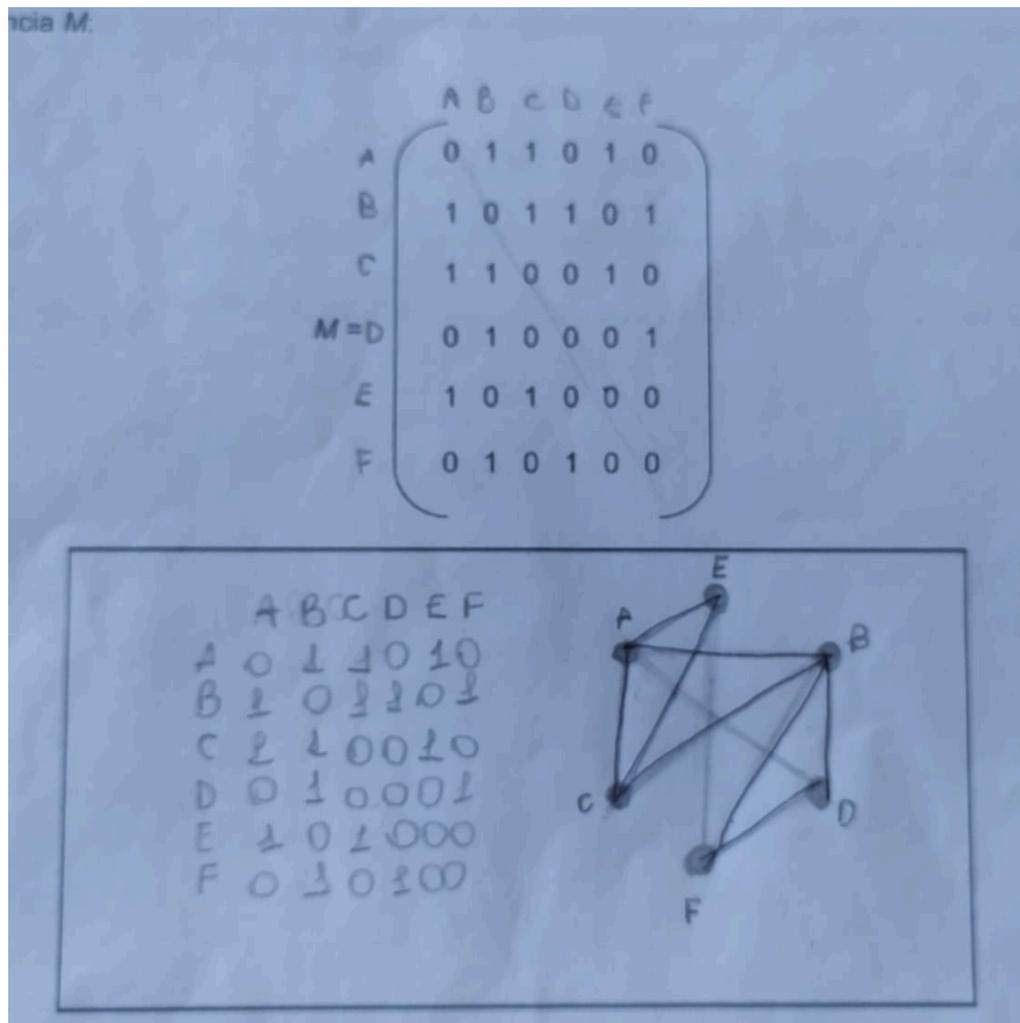
	A	B	C	D
A	0	1	0	0
B	1	0	1	0
C	0	1	0	1
D	0	0	1	0

3. Cada célula da tabela acima é um elemento de uma matriz quadrada 4x4. Desenhe a matriz correspondente no espaço a seguir. Na *Teoria dos Grafos* essa matriz é chamada *Matriz de Adjacência* do grafo dado.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Na segunda parte desta atividade, os alunos deveriam fazer o processo inverso ao anterior, e desenhar o grafo correspondente a *Matriz de Adjacência* dada. Dois grupos fizeram algumas ligações a mais, é o caso de um dos grupos que veremos na Figura 29, ligaram duas arestas em vértices que não tinham ligação. Por conta destas duas arestas a mais, resultou no grau do vértice diferente ao esperado, porém considerando o grafo criado pelo grupo, a resposta está de acordo.

Figura 29 - Resposta de um dos grupos (E)



Fonte: Material de atividades dos alunos (2024)

Por conta destas duas arestas a mais, resultou no grau do vértice diferente ao esperado, porém considerando o grafo criado pelo grupo, a resposta está de acordo. Como mostra a Figura 30.

Figura 30 - Resposta de um dos grupos (F)

5. Responda:

(a) Por que a diagonal principal da matriz M é totalmente preenchida por zeros?

Por não ter conexão com eles mesmos. No caso, não.

(b) Determine o grau de cada vértice.

$A=4$ $D=3$
 $B=4$ $E=3$
 $C=3$ $F=3$

(c) O grafo correspondente à matriz de adjacência M tem um caminho euleriano, um ciclo euleriano ou nenhum dos dois? Explique.

$A=4$ $D=3$ é um ciclo, pois ele consegue dar a volta no grafo e voltar ao ponto inicial.

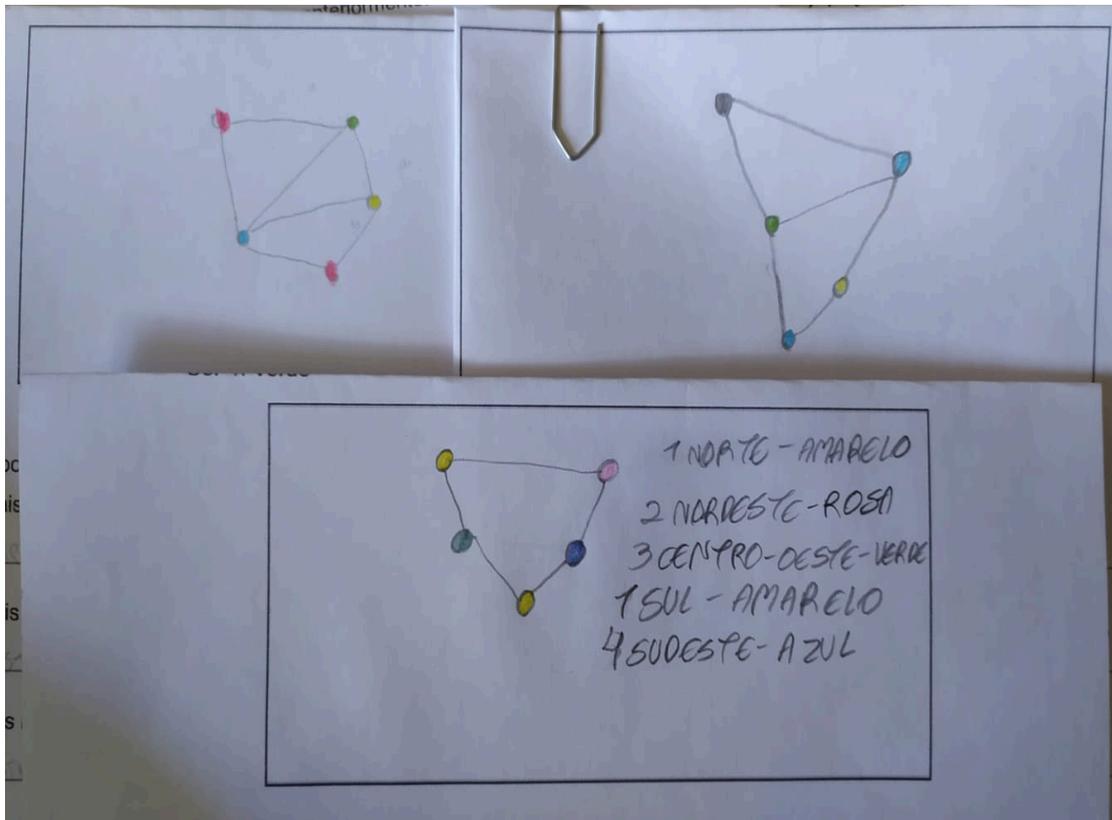
Fonte: Material de atividades dos alunos (2024)

Com “Matrizes e o Sistema Binário” contemplamos as Competências CG4, CG5 e, novamente, a Competência Específica 3, bem como a Competência Específica 4 que tem como objetivo a compreensão e a utilização, com flexibilidade e precisão, os diferentes registros de representação matemáticos na busca de resultados de problemas propostos, nas quais a Teoria dos Grafos pôde ser inserida.

Para a última atividade o “Teorema das Quatro Cores” a seguinte habilidade foi desenvolvida pelos estudantes: (EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise. Dado o mapa das regiões brasileiras, os alunos tinham que representar este mapa em forma de grafo e pintar utilizando no máximo quatro cores, de acordo com o Teorema. Nenhuma das duplas conseguiu representar de forma completa, faltou alguma ligação de aresta ou fizeram ligações a mais, embora

a quantidade de vértices todos colocaram adequadamente, assim podemos observar na figura 31.

Figura 31 - Resposta de três grupos (G)



Fonte: Material de atividades dos alunos (2024)

A partir do grafo representado, as duplas deveriam responder quatro questões sobre as cores escolhidas para cada região, e outras duas sobre as fronteiras em determinadas regiões. As respostas foram de acordo com o grafo criado por eles, cada dupla escolheu a sua ordem de cor, e os que se guiaram pelo mapa inicial dado, responderam com êxito. Vejamos uma destas respostas na Figura 32.

Figura 32 - Resposta de um dos grupos (H)

5. Responda:

(a) Quais regiões você pintou da cor 1?
NOITE e SUL

(b) Quais regiões você pintou da cor 2?
Sudeste

(c) Quais regiões você pintou da cor 3?
Centro-Oeste

(d) Quais regiões você pintou da cor 4?
Nordeste

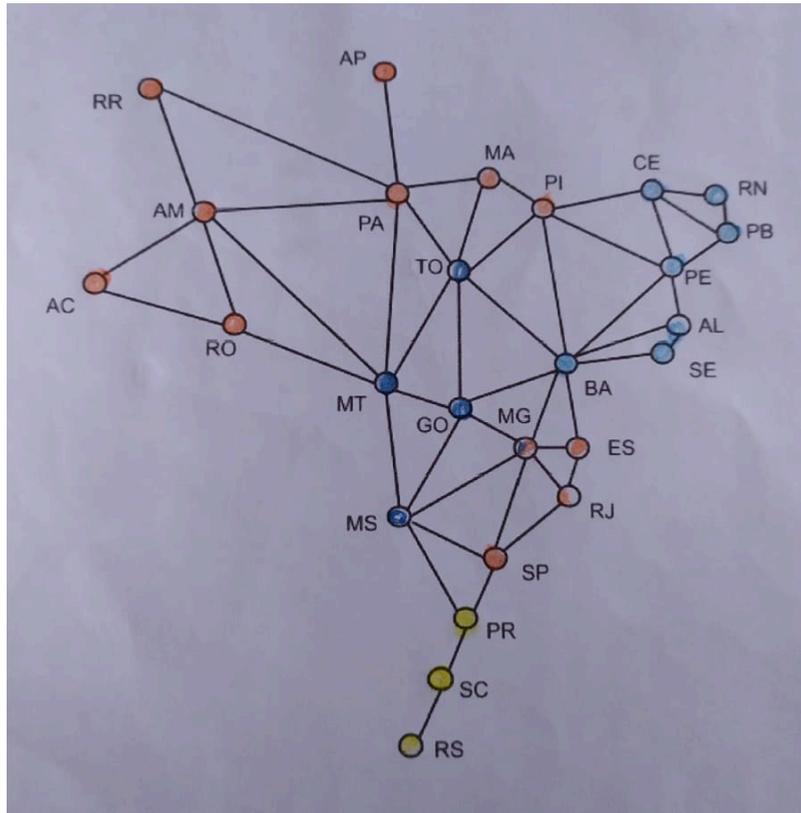
(e) Quais regiões fazem fronteira com a região Norte?
Centro-Oeste e Nordeste

(f) Quais regiões não fazem fronteira com a região Norte?
Sul e Sudeste

Fonte: Material de atividades dos alunos (2024)

Quando dado o grafo dos Estados brasileiros para os grupos pintarem de acordo com o “Teorema das Quatro Cores”, uma dupla, acreditamos que utilizou o raciocínio do mapa anterior, de modo que dividiu os Estados em regiões, como podemos ver na Figura 33.

Figura 33 - Grafo pintado por um dos grupos



Fonte: Material de atividades dos alunos (2024)

Para as questões referentes ao mapa acima, todos responderam como esperado, inclusive sobre qual o estado que possui mais fronteiras e seu grau, e o(s) estado(s) com fronteira única e seu grau. Assim como mostra a Figura 33.

Figura 34 - Resposta de um dos grupos (I)

(a) Quais estados você pintou da cor 1?
RS - SC - PR

(b) Quais estados você pintou da cor 2?
SP - RJ - ES - RO - AC - AM - MG

(c) Quais estados você pintou da cor 3?
MS - MT - GO - TO

(d) Quais estados você pintou da cor 4?
BA - SE - AL - PE - PB - RN - CE - PI - MA

(e) Qual estado possui o maior número de fronteiras? Qual seu grau?
BAHIA - 8°

(f) Qual(is) o(s) estado(s) possui fronteira única, ou seja, com grau 1?
AP - RS

Fonte: Material de atividades dos alunos (2024)

Com a atividade “Teorema das Quatro Cores” contemplamos as Competências: CG1; CG2 e ainda como Competência Específica 4: Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

Como observação geral da oficina, acreditamos ter atingido nossos objetivos, uma vez que a turma participou de forma ativa, concluindo todas as atividades no tempo previsto. Notavelmente, nas partes das atividades em que as respostas não corresponderam às expectativas iniciais, os grupos demonstraram habilidade em aplicar o raciocínio lógico, explorando métodos alternativos para alcançar a solução.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao concluir este trabalho retoma-se a questão que o norteou: “Como a Teoria dos Grafos pode se adequar aos conteúdos de matemática do Ensino Médio, gerando uma maior participação e protagonismo dos alunos?”

Para responder a essa questão, foram realizados estudos sobre a Teoria dos Grafos, pesquisa em trabalhos no qual trata da inserção de grafos na educação básica, bem como observações em turmas de Ensino Médio para elaboração e realização de uma oficina.

Essa estrutura também foi baseada no estabelecimento do objetivo geral “compreender como a Teoria dos Grafos, inserida num contexto de sala de aula do Ensino Médio, gera participação e protagonismo dos alunos em conteúdos de matemática”, que acreditamos ter sido alcançado.

Para que fosse atingido este objetivo, começamos com a realização de um questionário com os alunos, de modo que pudéssemos ter uma noção de como eles relacionam a matemática em seu cotidiano. Nesse momento conseguimos mapear as turmas de Ensino Médio que seria realizada a investigação, bem como identificar os conteúdos matemáticos que poderiam ser integrados à Teoria dos Grafos. Os resultados deste questionário trouxeram respostas que confirmam a hipótese de desinteresse dos estudantes pela matemática, porém, conseguem relacionar bem e ver a importância, bem como a necessidade da matemática em suas vidas.

Com a realização da oficina foi possível adequar atividades presentes no cotidiano à teoria dos grafos e matemática. No processo de resolução de problemas pudemos observar que os alunos buscaram por estratégias de solução sendo protagonistas de seu aprendizado, perguntando, questionando e participando ativamente de todas as atividades propostas.

Para que pudéssemos analisar os resultados, os questionários finais foram essenciais. Neles pudemos ver, por exemplo, que a maioria dos alunos gostou de participar da oficina e, mesmo sendo um assunto nunca visto, sentiram-se seguros ao responder às atividades. No decorrer do trabalho foi apresentado recortes dessas respostas, em que podemos conferir a percepção dos alunos sobre a presença da matemática no cotidiano a partir da Teoria dos Grafos e, por consequência, a importância do estudo dessa ciência.

A professora regente colaborou em todas as etapas, desde o início da pesquisa e também foi questionada ao final da oficina, por entendermos a importância de seu olhar sobre a dinâmica da turma durante a realização das atividades. Em sua opinião, o tema foi relevante e atual em relação ao contexto onde os estudantes estão inseridos. Ainda, afirma que a oficina contribuiu para gerar a participação e protagonismo dos estudantes sustentando a hipótese inicial da pesquisa. Finalizando, a professora regente destaca que nossa universidade oferece ensino de qualidade, mostrando que recebemos uma excelente orientação ao longo do processo de aprendizagem, nos deixando plenamente satisfeitos.

Como conclusão geral da pesquisa, acreditamos ter atingido nossos objetivos, apesar de ter sido reduzido o número de alunos participantes em relação ao início da pesquisa, os dados produzidos foram suficientes para analisar o envolvimento dos estudantes nas atividades. A dificuldade na disponibilidade de tempo da escola, em relação à aplicação da oficina, não atrapalhou a realização das atividades e os resultados obtidos são encorajadores.

Dispor de outros momentos como esses, em que pode ser proporcionado o conhecimento e o aprendizado de um assunto diferente e desafiador, mas que mantenha a interseção com a matemática, além de ser uma boa ferramenta, como mostram os resultados, pode ser alvo de pesquisas futuras em diferentes níveis de ensino.

REFERÊNCIAS

ALEIXO, Júlia Abreu. **A Teoria dos Grafos e as novas diretrizes curriculares para a Educação Básica**. 2020. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, 2020.

ARAÚJO, Francisco Cleuton de; AGUIAR, Jonathan Haryson Araújo. Teoria dos Grafos no Ensino Médio: Um estudo introdutório. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática: I Encontro Cearense de Educação Matemática**, Ceará, v. 08, n. 23, p. 242 – 257, 2021.

BALTAZAR, Rene; PEREIRA, Letícia. O estudo de Grafos: uma proposta investigativa. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 20, n. 2, p. 334-348, 2018.

BOAVENTURA, Paulo Oswaldo Netto; JURKIEWICZ, Samuel. **Grafos: Introdução e prática**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2017.

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto Codex- Portugal: Porto Editora LDA, 1991.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

DANTE, Luiz R. **Formulação e resolução de problemas de matemática**. teoria e prática. 1 ed. – São Paulo: Ática, 2010.

FAZENDA, Ivani C. Arantes. **Interdisciplinaridade, História e Pesquisa**. 11. ed. São Paulo: Papyrus, 1994. ISBN 8530803078.

FAZENDA, Ivani (org.). **O que é interdisciplinaridade?** São Paulo: Cortez, 2008. Disponível em: <
<https://filosoficabiblioteca.files.wordpress.com/2013/11/fazenda-org-o-que-c3a9-interdisciplinaridade.pdf>>.

GOLDBARG, Marco Cesar; LUNA, Henrique Pacca L. **Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos**. Rio de Janeiro: Campus, 2000.

GOMES, Marco Alexandre Cravo. **Códigos Binários definidos por matrizes de teste de paridade esparsas algoritmos de descodificação**. 2003. Dissertação (Mestre em Engenharia Electrotécnica e de Computadores Especialização em Sistemas de Telecomunicações) - Faculdade Ciências e Tecnologia da Universidade Coimbra, [S. l.], 2003. Disponível em:
<https://core.ac.uk/download/pdf/144015059>. pdf. Acesso em: 4 dez. 2023.

JUNIOR, Francisco Antonio do Nascimento Siqueira. **Uma Abordagem da Teoria de Grafos no Ensino Médio**. 2019. Monografia (Especialista em Educação Matemática) - Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura Especialização em Educação Matemática, Rio de Janeiro, 2019.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas S.A, 2003.

MESQUITA, Daniel Da Rosa. **Resolução de Problemas Relacionados à Teoria dos Grafos no Ensino Fundamental**. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

MÓNICO, Lisete S *et al.* A Observação Participante enquanto metodologia de investigação qualitativa. **Investigação Qualitativa em Ciências Sociais**, [s. l.], v. 3, p. 724-733, 27 jun. 2017. Disponível em: <https://proceedings.ciaiq.org/index.php/ciaiq2017/article/view/1447/1404> Acesso em: 26 set. 2023.

MOTA, M. **Grafos: Pontes de Königsberg**. 2021. Disponível em: <https://medium.com/20-21/grafos-ac48e874570/> Acesso em: 15 mai. 2023

NOGUEIRA, Daniel Klug. **Introdução à Teoria dos Grafos: Proposta para o Ensino Médio**. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade de Brasília Instituto de Ciências Exatas Departamento de Matemática, Brasília, 2015.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas: Um Novo Aspecto no Método Matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196 p.

PNG, Grátis. **Quatro Cores Teorema, Matemática, Teorema PNG**. Disponível em: <https://www.gratispng.com/png-jqoav7/> Acesso em: 15 mai 2023.

REÚNA. *In: O projeto Avançar: Para Uma Matemática Engajadora* Instituto Reúna. [S. l.], 2023. Disponível em: <https://www.institutoreuna.org.br/conteudo/avancar> . Acesso em: 31 out. 2023.

SÁ, Lauro Chagas E. **História da Teoria dos Grafos e algumas contribuições no Ensino Médio**. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciado em Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.

SCHEEREN, Vanessa. **Teoria dos Grafos: Uma abordagem para a programação de horários de exames finais em cursos universitários**. 2018. 62 p. Monografia (Especialista em Modelagem Computacional em Ensino, Experimentação e Simulação) - Universidade Federal do Pampa, [S. l.], 2018. Disponível em: <https://dspace.unipampa.edu.br/bitstream/rii/3259/1/Mono%20Esp%20Vanessa%20Scheeren%202018.pdf>. Acesso em: 29 nov. 2023.

SILVA, Luciano Pereira Da. **Grafos na educação básica: do formal ao lúdico**. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba Centro de Ciências Exatas e da Natureza PPGM - Departamento de Matemática, João Pessoa - PB, 2020.

ANEXO A – Questionário inicial aplicado aos alunos

Questionário Termômetro e gabarito¹

Primeira pergunta:

Quando ouve a palavra “Matemática”, você:

- A- Corre
- B- Boceja, mas vai em frente
- C- Se anima
- D- Já busca exercícios extras para fazer

Segunda pergunta:

Sua relação mais próxima com Matemática é:

- A- Fazendo receitas na cozinha de casa
- B- Vendo a pontuação do meu time
- C- Usando a lógica em jogos
- D- Nas aulas de Matemática

Terceira pergunta:

Quando está no supermercado ou comprando algo em uma loja, você se identifica mais com quem:

- A- Faz contas para ver a diferença de preço entre dois produtos.
- B- Compara produtos de tamanhos diferentes e tenta descobrir qual está mais em conta
- C- Confere o troco no caixa
- D- Costuma nem prestar atenção nos preços

¹ REÚNA. *In: O projeto Avançar: Para Uma Matemática Engajadora* Instituto Reúna. [S. l.], 2023.

Quarta pergunta:

Quando vê um gráfico com os resultados de uma pesquisa, você:

- A- Consegue entender de um jeito fácil os resultados de cada item
- B- Precisa de um tempinho para interpretar todas as informações
- C- Prefere que os resultados estejam em formato de lista, por escrito
- D- Consegue conferir se as representações do gráfico estão realmente nos tamanhos corretos, com base nas porcentagens

Quinta pergunta:

Nas aulas de Matemática, você:

- A- Sempre presta atenção
- B- Tem facilidade de entender a explicação do professor
- C- Quase não teve aulas de Matemática
- D- Faz as tarefas de casa e da sala de aula

Sexta pergunta:

Se você se sentir à vontade em comentar, diga algo sobre a matemática:

Gabarito

	A	B	C	D
1	0 ponto	1 ponto	2 pontos	3 pontos
2	3 pontos	3 pontos	3 pontos	1 ponto
3	2 pontos	3 pontos	1 ponto	0 ponto
4	3 pontos	2 pontos	1 ponto	3 pontos
5	3 pontos	2 pontos	1 ponto	3 pontos

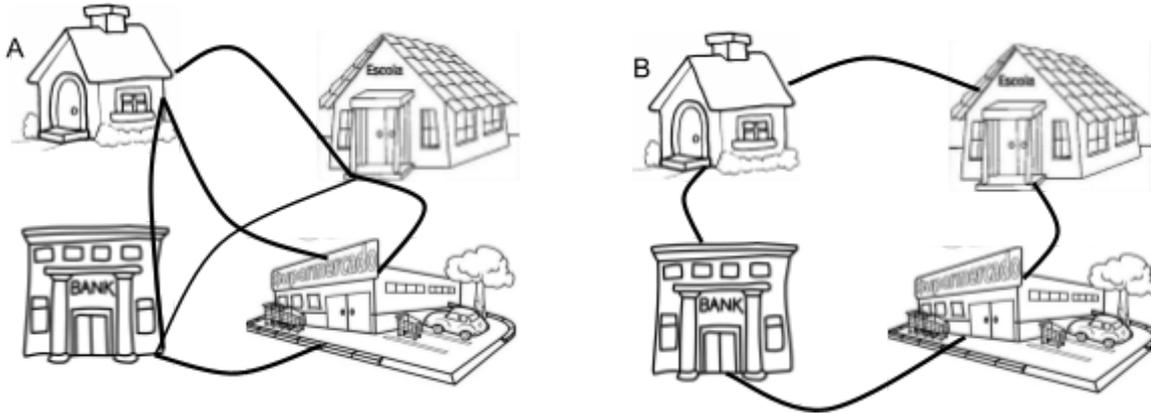
ANEXO B – Atividade 1 para a oficina e respostas esperadas

O dia a dia de dois professores²

- Objetos de Conhecimento: grafos, vértices, arestas, grau de um vértice e caminho euleriano.

- Pré-requisito: nenhum

1. Observe os dois mapas a seguir. O mapa *A* representa os locais por onde seu professor passa no decorrer da semana, já o mapa *B* mostra os locais por onde um outro professor, que não te dá aula, costuma passar durante a semana.



2. Agora que você conhece o trajeto do seu professor e do colega dele durante a semana, use o espaço abaixo para desenhar o mesmo mapa, de modo que os locais sejam representados por pontos e as ruas por linhas. Faça do seu modo.



² ALEIXO, Júlia Abreu. **A Teoria dos Grafos e as novas diretrizes curriculares para a Educação Básica**. 2020. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, 2020.

3. Você acabou de fazer um modelo matemático que representa os lugares por onde os professores passam. Agora, responda às perguntas:

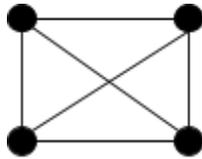
(a) Em cada um dos mapas que você desenhou, quantas linhas partem de cada ponto?

(b) Quantas linhas cada mapa tem no total?

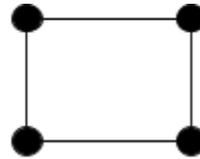
(c) É possível sair de um local e voltar ao mesmo ponto de partida, passando pelas linhas, uma única vez, em cada mapa? Justifique a sua resposta.

Respostas esperadas: Atividade 1

- O modelo do professor pode ser como este:



A



B

• Antes de dar suas respostas às perguntas, o professor explica que de acordo com a Teoria dos Grafos:

– Os diagramas que os alunos desenharam são chamados grafos, os pontos são chamados vértices e as linhas são chamadas arestas.

– Grafo é um conjunto finito, não vazio, de vértices e um conjunto finito de arestas.

– O número de arestas que partem de um vértice é chamado de grau de um vértice.

– Qualquer grafo com todos os vértices de grau par possui um caminho euleriano.

- Com isto, as respostas das perguntas feitas aos alunos poderiam ser:

(a) No grafo *A*, 3 linhas partem de cada ponto, já no grafo *B*, 2 linhas partem de cada ponto, ou seja, cada vértice tem grau 3 no grafo *A* e cada vértice tem grau 2 no grafo *B*.

(b) O grafo *A* tem 6 linhas no total, já o grafo *B* tem 4 linhas.

(c) Não é possível sair de um local e voltar ao mesmo ponto passando pelas linhas uma única vez. Em um grafo com mais de 2 vértices, sempre que todos os vértices são de grau ímpar, é impossível passar por todas as arestas sem repeti-las. Por outro lado, em todo grafo onde todos os vértices têm grau par, conseguimos passar por todas as arestas uma única vez, que é o que ocorre no grafo *B*.

- Com esta atividade desenvolvemos:
 - Competências: CG4; EM: CE3.
 - Habilidades: EM13MAT315.

ANEXO C – Atividade 2 para a oficina e respostas esperadas

Matrizes e o Sistema Binário³

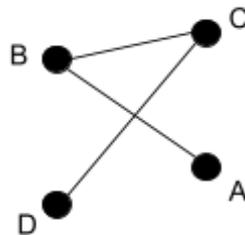
- Objetos de Conhecimento: matrizes e sistema binário.
- Pré-requisito: atividade 1

Você sabia que o nosso sistema numérico é chamado decimal porque usamos dez símbolos, os algarismos de 0 a 9, para representar qualquer número que nos seja útil no dia a dia? Esses dez símbolos nos são úteis para contar, medir, dar preço, porcentagens, cálculos e tudo o que pudermos imaginar que envolva números.

Mas, por outro lado, os computadores só precisam de dois símbolos, 0 e 1, para armazenar qualquer quantidade. Impressionante né?

Existem outros sistemas numéricos, mas para esta atividade nos limitaremos ao sistema binário, que é usado para armazenar informações nos computadores.

1. Representa o grafo abaixo na tabela que vem logo depois, onde os vértices aparecem na primeira linha e na primeira coluna.



2. Indique, em cada célula, o número 1 se existir uma aresta ligando os vértices e o número 0 se não existir tal aresta.

³ Id.,2020.

	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

3. Cada célula da tabela acima é um elemento de uma matriz quadrada 4x4. Desenhe a matriz correspondente no espaço a seguir. Na *Teoria dos Grafos* essa matriz é chamada *Matriz de Adjacência* do grafo dado.

4. Analise a matriz abaixo e desenhe no espaço, logo depois, o grafo correspondente à matriz de adjacência M :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



5. Responda:

(a) Por que a *diagonal principal* da matriz M é totalmente preenchida por zeros?

(b) Determine o grau de cada vértice.

(c) O grafo correspondente à matriz de adjacência M tem um caminho euleriano, um ciclo euleriano ou nenhum dos dois? Explique.

Respostas esperadas: Atividade 2

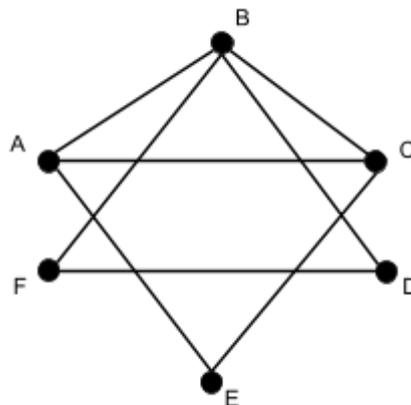
- A tabela 4X4 preenchida fica assim:

	A	B	C	D
A	0	1	0	0
B	1	0	1	0
C	0	1	0	1
D	0	0	1	0

- A matriz de adjacência do grafo anterior é dada por:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- O grafo correspondente à matriz de adjacência M pode ficar assim:



- Para as perguntas, podemos ter as respostas:

(a) A diagonal principal é toda preenchida por zeros porque nenhum vértice está ligado a ele mesmo.

(b) Os vértices A e C têm grau 3 cada; os vértices D, E e F têm grau 2 cada e o vértice B tem grau 4.

(c) O grafo tem um caminho euleriano porque dois de seus vértices têm grau ímpar e os demais têm grau par.

- Com esta atividade, desenvolvemos:

– Competências: CG4; CG5; EM: CE3, CE4.

– Habilidades: EM13MAT315, EM13MAT405.

ANEXO D – Atividade 3 para a oficina e respostas esperadas

Teorema das Quatro Cores⁴

- **Objetos de Conhecimento:** Teorema das quatro cores, regiões e estados brasileiros e suas fronteiras.

1. Para realizar esta atividade, você precisará de lápis de cor.

2. Veja que história interessante: O Teorema das Quatro Cores é um dos grandes problemas da matemática, desde a sua origem em meados de 1852, com o matemático inglês Francis Guthrie, que tinha como hobby colorir mapas. Até que ele lançou um desafio: seria possível colorir qualquer mapa usando somente quatro cores, de modo que os territórios vizinhos não tenham a mesma cor? Parece uma pergunta de resposta simples, mas durou mais de um século para que supercomputadores pudessem dar uma resposta, depois que muitos matemáticos tentaram respondê-la usando as técnicas de demonstração matemáticas habituais na comprovação dos Teoremas. Esta demonstração do Teorema das Quatro Cores feita pelos supercomputadores é muito polêmica e gera muita discussão pois, até hoje, alguns matemáticos não a aceitam. Isso porque em uma demonstração tradicional, usando as técnicas conhecidas, é possível acompanhar cada etapa da demonstração do teorema e verificar que cada passo está correto, o que não acontece com o computador.

3. Agora que você conhece um pouco sobre a história do Teorema das Quatro Cores, tente desenhar o mapa do Brasil dividido por regiões, represente-o através de um grafo no espaço reservado para isto, logo após algumas dicas para a construção do seu grafo:

⁴ Adaptado Id.,2020.

MAPA DO BRASIL E SUAS REGIÕES



- Faça cada região com uma bolinha aberta, para que você possa colorir depois;
- As fronteiras entre as regiões são as arestas. Cuidado que existem pontos no mapa que não podem ser considerados regiões de adjacência (fronteira). Na figura acima, por exemplo, podemos ver que a Região Norte não faz fronteira com a Região Sudeste.

4. Desenhe seu grafo neste espaço e use até quatro cores distintas para colori-lo de acordo com as regras do Teorema das Quatro Cores:

Obs: Escolha quatro cores e numere-as

Exemplo:

Cor 1: Vermelho

Cor 2: Amarelo

Cor 3: Azul

Cor 4: Verde



5. Responda:

(a) Quais regiões você pintou da cor 1?

(b) Quais regiões você pintou da cor 2?

(c) Quais regiões você pintou da cor 3?

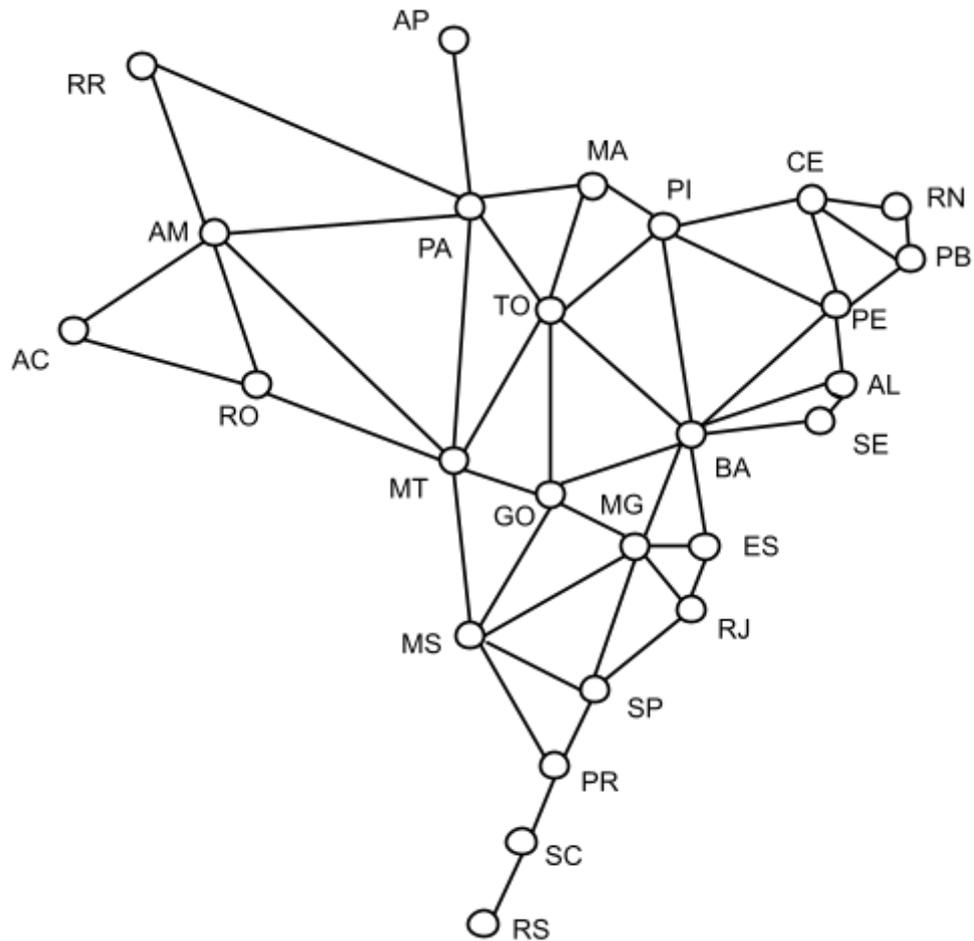
(d) Quais regiões você pintou da cor 4?

(e) Quais regiões fazem fronteira com a região Norte?

(f) Quais regiões não fazem fronteira com a região Norte?

6. Agora tente pintar o Grafo abaixo que representa o mapa dos estados brasileiros, usando no máximo quatro cores:

Obs: escolha e numere as quatro cores como anteriormente.



(a) Quais estados você pintou da cor 1?

(b) Quais estados você pintou da cor 2?

(c) Quais estados você pintou da cor 3?

(d) Quais estados você pintou da cor 4?

(e) Qual estado possui o maior número de fronteiras? Qual seu grau?

(f) Qual(is) o(s) estado(s) possui fronteira única, ou seja, com grau 1?

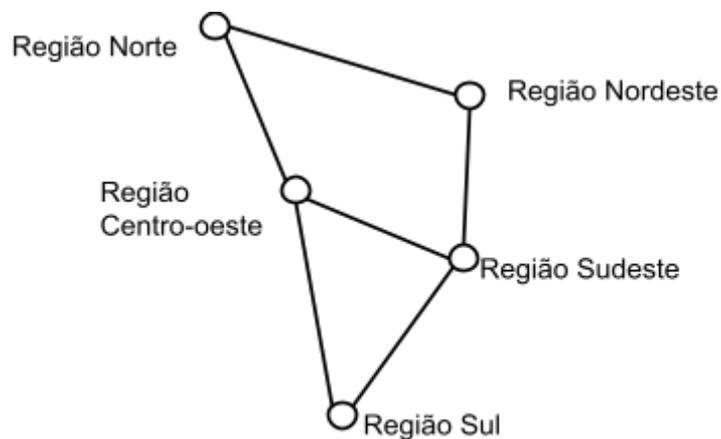
- Acre (AC)
- Alagoas (AL)
- Amapá (AP)
- Amazonas (AM)
- Bahia (BA)
- Ceará (CE)
- Espírito Santo (ES)
- Goiás (GO)
- Maranhão (MA)
- Mato Grosso (MT)
- Mato Grosso do Sul (MS)
- Minas Gerais (MG)
- Pará (PA)
- Paraíba (PB)
- Paraná (PR)
- Pernambuco (PE)
- Piauí (PI)
- Rio de Janeiro (RJ)
- Rio Grande do Norte (RN)
- Rio Grande do Sul (RS)
- Rondônia (RO)
- Roraima (RR)
- Santa Catarina (SC)

- São Paulo (SP)
- Sergipe (SE)
- Tocantins (TO)

Respostas Esperadas – atividade 3

- O professor deve explicar aos alunos que, na matemática, as afirmações chamadas de Teorema são resultados que devem ser provados por meio de técnicas bastante precisas para que sejam aceitos por todos. O processo de provar que um Teorema é verdadeiro é chamado Demonstração Matemática.

- O grafo correspondente as regiões brasileiras fica assim:



- O grafo das regiões, colorido de acordo com o Teorema das Quatro Cores:

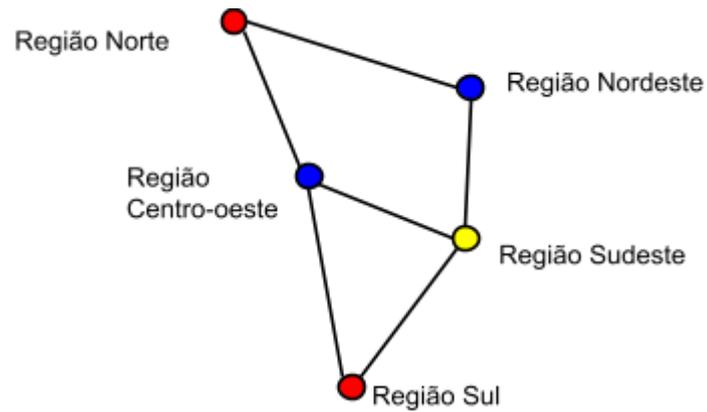
Cor 1: vermelho

Cor 2 : amarelo

Cor 3: azul

Cor 4: verde

Obs: As respostas irão variar conforme a ordem e as cores escolhidas pelos alunos.



• Para as perguntas, podemos ter as seguintes respostas:

- (a) Região sul e Norte
- (b) Região Sudeste
- (c) Região Centro-oeste e Nordeste
- (d) Não foi necessário utilizar a quarta cor.
- (e) Regiões Centro-oeste e Nordeste
- (f) Regiões Sul e Sudeste

• O grafo dos estados brasileiros, colorido de acordo com o Teorema das Quatro Cores:

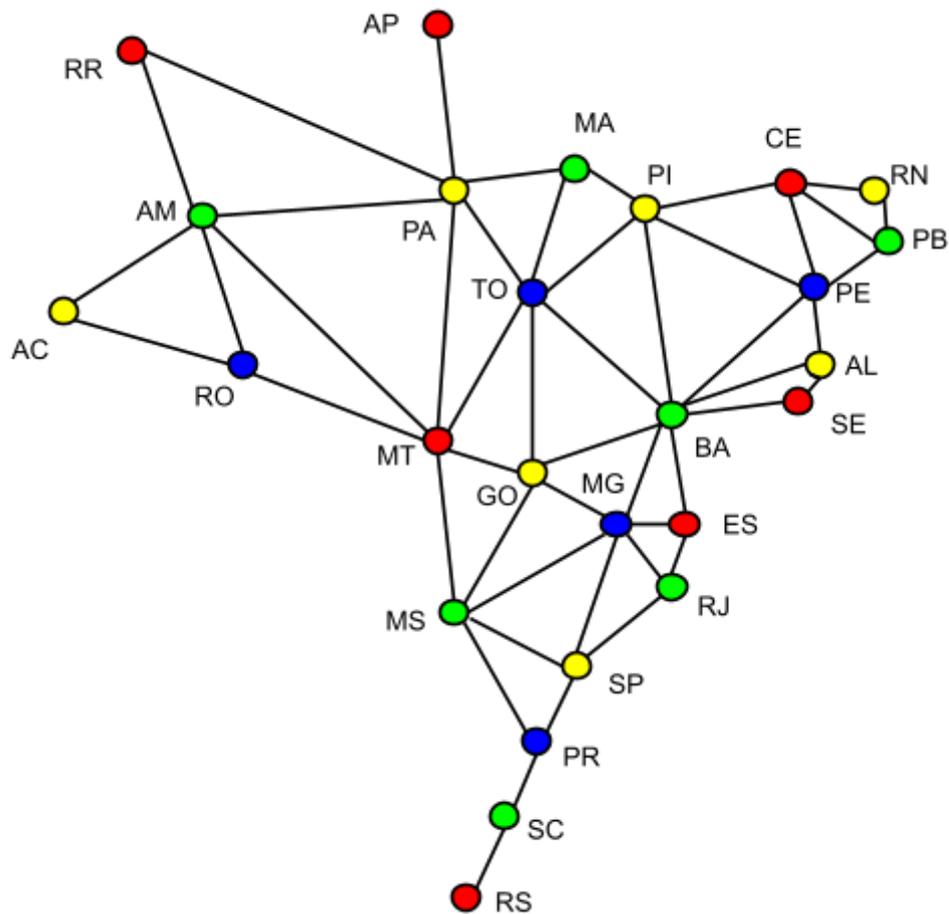
Cor 1: vermelho

Cor 2 : verde

Cor 3: azul

Cor 4: amarelo

Obs: As respostas irão variar conforme a ordem e as cores escolhidas pelos alunos.



• Para as perguntas, podemos ter as seguintes respostas:

(a) RS, ES, MT, SE, CE, AP e RR

(b) SC, MS, RJ, BA, PB, MA e AM

(c) PR, MG, RO, TO e PE

(d) SP, GO, AL, RN, PI, PA e AC

(e) Bahia com oito fronteiras, grau 8

(f) RS e AP

• Com esta atividade, desenvolvemos:

– Competências: CG1; CG2; CG4; EM: CE4.

– Habilidades: EM13MAT407.

ANEXO E – Questionário final para os alunos

Escola: Colégio E. Prof. Waldemar Amoretty Machado **Data:** ____/____/____.

1. Qual sua idade? _____
2. Qual seu gênero? _____
3. Você já reprovou de ano alguma vez? Se sim, em qual (is) disciplina (s)? _____

4. Antes desta oficina, você já conhecia a TEORIA DOS GRAFOS? Se sim, conte-nos como?

5. Antes desta oficina, você já tinha visto alguma representação por GRAFO? Se sim, qual?

6. Como você descreve a oficina em relação ao tempo?
 a) Muito longo b) Longo c) Na medida d) Curto
 e) Muito curto
7. Do que você mais gostou na oficina?

8. Do que você menos gostou na oficina?

9. Qual o grau de dificuldade ou facilidade, você achou na atividade 1 **O dia a dia de dois professores?** a) Muito difícil b) Difícil c) médio
 d) Fácil e) Muito Fácil
10. Qual o grau de dificuldade ou facilidade, você achou na atividade 2 **Matrizes e o Sistema Binário?** a) Muito difícil b) Difícil c) médio
 d) Fácil e) Muito Fácil
11. Qual o grau de dificuldade ou facilidade, você achou na atividade 3 **Teorema das Quatro Cores?** a) Muito difícil b) Difícil c) médio
 d) Fácil e) Muito Fácil

12. Das três atividades, em qual delas você mais percebe a presença da matemática?
Por que?

13. Você consegue identificar alguma situação da vida cotidiana em alguma das atividades? Se sim, qual?

14. Você percebe a presença da interdisciplinaridade em alguma das atividades? Se sim, qual?

15. Sobre o trabalho em equipe (grupo), o que você acha?

16. Você gostaria de mais momentos assim?

17. Você e seu grupo, participaram de forma ativa no desenvolvimento das atividades?

18. Você achou a oficina interessante? Divertida?

19. De modo geral, como você avalia a oficina?

a) Muito ruim b) Ruim c) Boa d) Muito boa e) Ótima

20. Deixe um comentário sobre a oficina ou algo que não esteja descrito nas questões acima.

ANEXO F – Questionário para a professora regente

Professora regente: _____

Data: ____/____/____.

Escola: Colégio E. Prof. Waldemar Amoretty Machado

1. Diante dos objetivos propostos, considero que a escolha da oficina como método de trabalho foi apropriada para abordar o tema da TEORIA DOS GRAFOS.
a) Concordo totalmente **b)** Concordo parcialmente **c)** Não concordo nem discordo **d)** Discordo parcialmente **e)** Discordo totalmente
2. O tema da oficina foi interessante e contextualizado, sendo esse tema relevante para os estudantes. **a)** Concordo totalmente **b)** Concordo parcialmente
c) Não concordo nem discordo **d)** Discordo parcialmente **e)** Discordo totalmente
3. Os assuntos trabalhados nas atividades foram atuais, representando situações relacionadas ao contexto no qual os estudantes estão inseridos(as).
a) Concordo totalmente **b)** Concordo parcialmente **c)** Não concordo nem discordo **d)** Discordo parcialmente **e)** Discordo totalmente
4. Foram utilizados recursos (imagens, vídeos, etc) relacionados ao tema, os quais contribuíram para melhor compreensão dos assuntos trabalhados e para realização das atividades. **a)** Concordo totalmente **b)** Concordo parcialmente
c) Não concordo nem discordo **d)** Discordo parcialmente **e)** Discordo totalmente
5. As atividades propostas foram esclarecidas adequadamente pela pesquisadora.
a) Concordo totalmente **b)** Concordo parcialmente **c)** Não concordo nem discordo **d)** Discordo parcialmente **e)** Discordo totalmente
6. O tempo dedicado para a execução da oficina, socialização das conclusões e avaliação foi satisfatório. **a)** Concordo totalmente **b)** Concordo parcialmente
c) Não concordo nem discordo **d)** Discordo parcialmente **e)** Discordo totalmente
7. A pesquisadora acompanhou todas as etapas da oficina, dando esclarecimentos e colaborando na construção de forma interessada e comprometida.
a) Concordo totalmente **b)** Concordo parcialmente **c)** Não concordo nem discordo **d)** Discordo parcialmente **e)** Discordo totalmente
8. Os alunos acompanharam todas as etapas da oficina, colaborando com o grupo na construção de forma interessada e comprometida?

9. Você achou que a oficina contribuiu para gerar a participação e protagonismo dos alunos? Por que?

10. Você percebe a presença da interdisciplinaridade em alguma das atividades da oficina? Se sim, qual?

11. Gostaria de deixar algum elogio ou comentário positivo sobre sua experiência com a oficina?

12. Gostaria de deixar alguma reclamação, crítica ou sugestão sobre a oficina?

13. De modo geral, como você avalia a oficina?

a) Muito ruim

b) Ruim

c) Boa

d) Muito boa

e) Ótima

14. Deixe um comentário sobre a oficina ou algo que não esteja descrito nas questões acima.

ANEXO G – Respostas do questionário da professora regente

 **GRAFOS NO ENSINO MÉDIO: APLICABILIDADE COMO FORMA DE POTENCIALIZAR A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA**
Trabalho de Conclusão do Curso Matemática-Licenciatura
DAIANE GARCIA FERREIRA

Professora regente: Mara Beatriz Helgen Varela Data: 24/06/2024
Escola: Colégio E. Prof. Waldemar Amoretty Machado

- Diante dos objetivos propostos, considero que a escolha da oficina como método de trabalho foi apropriada para abordar o tema da TEORIA DOS GRAFOS.
 a) Concordo totalmente b) Concordo parcialmente c) Não concordo nem discordo
d) Discordo parcialmente e) Discordo totalmente
- O tema da oficina foi interessante e contextualizado, sendo esse tema relevante para os estudantes.
 a) Concordo totalmente b) Concordo parcialmente c) Não concordo nem discordo
d) Discordo parcialmente e) Discordo totalmente
- Os assuntos trabalhados nas atividades foram atuais, representando situações relacionadas ao contexto no qual os estudantes estão inseridos(as).
 a) Concordo totalmente b) Concordo parcialmente c) Não concordo nem discordo
d) Discordo parcialmente e) Discordo totalmente
- Foram utilizados recursos (imagens, vídeos, etc) relacionados ao tema, os quais contribuíram para melhor compreensão dos assuntos trabalhados e para realização das atividades.
 a) Concordo totalmente b) Concordo parcialmente c) Não concordo nem discordo
d) Discordo parcialmente e) Discordo totalmente
- As atividades propostas foram esclarecidas adequadamente pela pesquisadora.
 a) Concordo totalmente b) Concordo parcialmente c) Não concordo nem discordo
d) Discordo parcialmente e) Discordo totalmente
- O tempo dedicado para a execução da oficina, socialização das conclusões e avaliação foi satisfatório.
 a) Concordo totalmente b) Concordo parcialmente c) Não concordo nem discordo
d) Discordo parcialmente e) Discordo totalmente
- A pesquisadora acompanhou todas as etapas da oficina, dando esclarecimentos e colaborando na construção de forma interessada e comprometida.
 a) Concordo totalmente b) Concordo parcialmente c) Não concordo nem discordo
d) Discordo parcialmente e) Discordo totalmente
- Os alunos acompanharam todas as etapas da oficina, colaborando com o grupo na construção de forma interessada e comprometida?
Todos os alunos foram comprometidos e responsáveis com a realização da oficina

9. Você achou que a oficina contribuiu para gerar a participação e protagonismo dos alunos? Por que?

Com certeza, quando os alunos foram solicitados para interação durante os relatos.

10. Você percebe a presença da interdisciplinaridade em alguma das atividades da oficina? Se sim, qual?

Sim, química molecular

11. Gostaria de deixar algum elogio ou comentário positivo sobre sua experiência com a oficina?

Elogios são muitos, responsabilidade e comprometimento com o aprendizado dos alunos.

12. Gostaria de deixar alguma reclamação, crítica ou sugestão sobre a oficina?

13. De modo geral, como você avalia a oficina?

a) Muito ruim b) Ruim c) Boa d) Muito boa Ótima

14. Deixe um comentário sobre a oficina ou algo que não esteja descrito nas questões acima.

Sinto que os alunos da Junipampa estão chegando nas escolas muito bem preparados e estas experiências (oficinas) estão ajudando muito para ingressar como professores na educação básica.