UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

JANAINA TEIXEIRA LEÃO PERCEVAL

RELAÇÕES ENTRE OS PENSAMENTOS ALGÉBRICO E COMPUTACIONAL EM ATIVIDADES PROPOSTAS POR COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS

Caçapava do Sul-RS
2023

JANAINA TEIXEIRA LEÃO PERCEVAL

RELAÇÕES ENTRE OS PENSAMENTOS ALGÉBRICO E COMPUTACIONAL EM ATIVIDADES PROPOSTAS POR COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS

Trabalho de Conclusão do Curso apresentado ao Curso de Ciências Exatas - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciada em Ciências Exatas - Matemática.

Orientadora: Profª. Dra. Maria Arlita da Silveira Soares

Caçapava do Sul-RS
2023

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais).

P428r Perceval, Janaina Teixeira Leão
Relações entre os Pensamentos Algébrico e Computacional em atividades propostas por coleções de Livros Didáticos / Janaina Teixeira Leão Perceval.
89 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal do Pampa, CIÊNCIAS EXATAS, 2023.
"Orientação: Maria Arlita da Silveira Soares".

1. Álgebra. 2. Computação. 3. Resolução de Problemas. 4. Padrão. 5. Algoritmo. I. Título.

JANAINA TEIXEIRA LEÃO PERCEVAL

RELAÇÕES ENTRE OS PENSAMENTOS ALGÉBRICO E COMPUTACIONAL EM ATIVIDADES PROPOSTAS POR COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Ciências Exatas - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciada em Ciências Exatas - Matemática.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 25 de janeiro de 2023.

Banca examinadora:

____

Profa. Dra. Maria Arlita da Silveira Soares

Orientadora

UNIPAMPA

____

Prof. Dr. Leugim Corteze Romio

UNIPAMPA

____

Profa. Dra. Simone Pozebon

UFSM

Assinado eletronicamente por **MARIA ARLITA DA SILVEIRA SOARES**, **PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 05/02/2023, às 20:03, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.

Assinado eletronicamente por **LEUGIM CORTEZE ROMIO**, **PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 05/02/2023, às 20:03, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1047897** e o código CRC **820A67FC**.

RELAÇÕES ENTRE OS PENSAMENTOS ALGÉBRICO E COMPUTACIONAL EM ATIVIDADES PROPOSTAS POR COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS

Janaina Teixeira Leão Perceval[1]
Maria Arlita da Silveira Soares[2]

Resumo: Esta investigação tem por objetivo analisar como coleções de livros didáticos de Matemática (Anos Finais Ensino Fundamental e Ensino Médio), aprovadas pelo PNLD, expõem situações que exigem a análise/construção de algoritmos no estudo do conceito de sequências. Para tanto, optou-se por uma pesquisa de cunho qualitativo, utilizando pressupostos da Análise de Conteúdo. As fontes de produção de dados são oito coleções de livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovadas pelo PNLD 2020, e nove coleções do Ensino Médio, aprovadas pelo PNLD 2021. A análise dos dados foi pautada nos seguintes critérios: tipos de padrões (repetitivos, numéricos, figurais); tipos de sequências (recursivas, não recursivas e os tipos de funções associadas); fases de um padrão; conceitos/pilares do PC (abstração, algoritmo, decomposição e identificação de padrão); representações utilizadas para análise e/ou construção de algoritmos (linguagem natural, fluxograma, linguagem de programação); nas coleções de livros didáticos selecionadas. Ao analisar as 17 coleções de livros didáticos foram identificadas 47 situações (26 no Ensino Fundamental e 21 no Ensino Médio) a partir dos critérios mencionados. Em relação aos tipos de padrões, constatou-se que a maioria das situações tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio explora o padrão numérico. Quanto a recursividade ou não das sequências, no Ensino Fundamental, 11 situações exploram sequências recursivas e no Ensino Médio 11 situações exploram sequências não recursivas, associadas a função afim. Em relação as 3 fases de um padrão, no Ensino Fundamental, 12 situações exploram as 3 fases e no Ensino Médio, apenas três situações exploram as 3 fases. Em relação as coleções do Ensino Fundamental, constatou-se que as 26 situações possibilitam explorar a abstração e a análise/construção do algoritmo; 17 possibilitam explorar, além da abstração e da análise/construção do algoritmo, a identificação de padrões e apenas três possibilitam explorar, além da abstração, da análise/construção do algoritmo e da identificação de padrões, a decomposição, assim, apenas três situações permitem explorar os quatro conceitos/pilares do PC. Sublinha-se que 24 situações exploram a análise/construção do algoritmo em fluxograma/esquema, no entanto, apenas 9 solicitam a sua construção. Nas coleções do Ensino Médio, constatou-se que 19 situações possibilitam explorar a abstração e a análise/construção do algoritmo, nove situações possibilitam explorar, além da abstração e da análise/construção do algoritmo, a identificação de padrões e nenhuma situação possibilita explorar a decomposição, assim, nenhuma situação possibilita explorar os quatro conceitos/pilares do PC. Ressalta-se que 14 situações exploram a construção do algoritmo em fluxograma/esquema, no entanto, apenas 10 solicitam a sua construção. Compreende-se que os professores precisarão recorrer a outros recursos ou livro didáticos para conseguirem desenvolver as habilidades expostas na BNCC, que envolvem algoritmos/fluxogramas.

Palavras-chave: Álgebra. Computação. Resolução de Problemas. Padrão. Algoritmo.

[1] Acadêmica do Curso de Ciências Exatas – Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, Campus Caçapava do Sul.
[2] Orientadora da pesquisa. Professora da Universidade Federal do Pampa, Campus Caçapava do Sul.

RELATIONSHIPS BETWEEN ALGEBRAIC AND COMPUTATIONAL THINKING IN ACTIVITIES PROPOSED BY TEXTBOOK COLLECTIONS

Janaina Teixeira Leão Perceval
Maria Arlita da Silveira Soares

Abstract: This investigation aims to analyze how collections of Mathematics textbooks (Final Years of Elementary and High School), approved by the PNLD, expose situations that require the analysis/construction of algorithms in the study of the sequences concept. For this, we opted for a qualitative research, using assumptions of Content Analysis. The data production sources are eight collections of Mathematics textbooks from the Final Years of Elementary School, approved by PNLD 2020, and nine collections from High School, approved by PNLD 2021. Data analysis was based on the following criteria: types of patterns (repetitive, numeric, figural); types of sequences (recursive, non-recursive and associated function types); phases of a pattern; PC concepts/pillars (abstraction, algorithm, decomposition and pattern identification); representations used for analysis and/or construction of algorithms (natural language, flowchart, programming language); in selected textbook collections. When analyzing the 17 textbook collections, 47 situations were identified (26 in Elementary School and 21 in High School) based on the mentioned criteria. Regarding the types of patterns, it was found that most situations in both Elementary and High School explore the numerical pattern. Regarding the recursion or not of the sequences, in Elementary School, 11 situations explore recursive sequences and in High School, 11 situations explore non-recursive sequences, associated with linear function. Regarding the 3 phases of a pattern, in Elementary School, 12 situations explore the 3 phases and in High School, only three situations explore the 3 phases. Regarding Elementary School collections, it was found that the 26 situations make it possible to explore the abstraction and analysis/construction of the algorithm; 17 make it possible to explore, in addition to abstraction and analysis/construction of the algorithm, the identification of patterns and only three make it possible to explore, in addition to abstraction, analysis/construction of the algorithm and identification of patterns, the decomposition, thus, only three situations allow explore the four concepts/pillars of PC. It should be noted that 24 situations explore the analysis/construction of the algorithm in a flowchart/scheme, however, only 9 request its construction. In the high school collections, it was found that 19 situations make it possible to explore the abstraction and analysis/construction of the algorithm, nine situations make it possible to explore, in addition to abstraction and analysis/construction of the algorithm, the identification of patterns and no situation allows exploring the decomposition, thus, no situation makes it possible to explore the four concepts/pillars of the PC. It is noteworthy that 14 situations explore the algorithm construction in flowchart/scheme, however, only 10 request its construction. It is understood that teachers will need to resort to other resources or textbooks to be able to develop the skills exposed in the BNCC, which involve algorithms/flowcharts.

Keywords: Algebra. Computing. Problem Solving. Pattern. Algorithm.

1 INTRODUÇÃO

O interesse por pesquisar sobre o ensino da Álgebra e o desenvolvimento do Pensamento Computacional (PC) emerge da trajetória acadêmica vivenciada pela licencianda no curso de Ciências Exatas - Licenciatura, dentre os quais podem ser destacados alguns componentes curriculares que contribuíram para essa escolha, a saber: Álgebra Linear, Raciocínio Computacional, Simulação e Modelagem no Ensino de Ciências e Matemática. Ainda, pode-se mencionar as experiências vivenciadas no contexto do Programa de Residência Pedagógica (PRP) e no período dos Estágios de Regência I e de Regência II.

Durante as regências constatou-se que muitos estudantes percebem a Matemática como uma matéria difícil de entender, sem conexão com o cotidiano, baseada em manipulação de equações conduzindo para uma aprendizagem mecânica e momentânea objetivando o estudo apenas “para o dia da prova” e “para passar de ano”. No que tange a Álgebra, verificou-se que os estudantes apresentam dificuldades na abstração e generalização, em particular, na resolução de situações que envolvem a dimensão funcional[3]. Assim, torna-se importante compreender os objetivos pelos quais se ensina e se aprende esse campo da Matemática. Isso porque as maiores dificuldades apresentadas por estudantes, geralmente, estão relacionadas a forma como a Álgebra é desenvolvida ao longo do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998).

Pesquisadores e documentos curriculares enfatizam que o objetivo do ensino de Álgebra refere-se ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico (PA). Para tanto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) indicam que,

> É mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da álgebra apenas enfatizando as manipulações com expressões e equações de uma forma meramente mecânica. (BRASIL, 1998, p. 116).

Assim, ao invés de forçar os estudantes a uma álgebra simbólica formal, torna-se necessário enfatizar o PA, levando-os a comunicar seus pensamentos com suas próprias palavras ou seus próprios símbolos (HERBERT; BROWN, 1997). Desta forma, “o trabalho com sequências de figuras, números ou outro tipo de objetos conduz naturalmente ao estudo de regularidades. Este trabalho é um excelente veículo para promover o pensamento sobre variáveis e funções” (PONTE; MATOS; BRANCO, 2009, p. 4).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) define que a finalidade da Álgebra no Ensino Fundamental é fazer com que os estudantes desenvolvam o PA e a partir dele consigam compreender, representar e analisar relações quantitativas de grandezas, fazendo uso de letras

[3] Na Dimensão Funcional as letras são utilizadas como variáveis e apresentam uma relação de dependência entre si, assim, são utilizadas para expressar a relação entre grandezas ou quantidades.

e outros símbolos matemáticos, bem como aprendam a identificar regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas (BRASIL, 2018).

Nesse sentido, salienta-se a importância de os professores de Matemática estarem sempre atentos às mudanças propostas pela BNCC, em particular, no âmbito da Álgebra, visto que este campo se tornou uma unidade temática com objetos de conhecimento e habilidades a serem trabalhadas desde os Anos Iniciais, com destaque ao conceito de sequências presente nos 1º, 2º, 3º, 4º, 7º e 8º anos. Bem como, a construção e análise de algoritmos (representados por linguagem natural e/ou por fluxogramas) e suas articulações com conceitos algébricos, em especial, variável. Conforme o documento,

> A **linguagem algorítmica** tem pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao **conceito de variável**. Outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a **identificação de padrões** para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos. (BRASIL, 2018, p. 271, grifos nossos).

De acordo com a BNCC, o desenvolvimento do letramento matemático deve assegurar aos estudantes a capacidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, favorecendo o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos (BRASIL, 2018). Para isso, o documento sugere o trabalho com resolução de problemas, investigações, desenvolvimento de projetos e modelagem, por serem formas privilegiadas de atividades matemáticas. "Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o **letramento matemático** [...] e para o desenvolvimento do **pensamento computacional**" (BRASIL, 2018, p. 266, grifos nossos). Percebe-se que o documento aponta como um dos objetivos do ensino de Matemática o desenvolvimento do PC.

Conforme Wing (2016), o PC consiste em processos de pensamento envolvidos na criação e resolução de problemas, que possam ser solucionados por um ser humano ou máquina. Neste intuito, destaca-se que tanto o letramento matemático quanto o PC têm por objetivo a formulação e a resolução de problemas, sendo identificação de padrões, abstração e decomposição, ações comuns a ambos.

Sublinha-se que a BNCC não é um currículo. Assim, as redes estaduais e municipais, bem como as escolas devem organizar os seus currículos. Segundo Sacristán e Pérez-Gómes (1998), o currículo é um processo e há diferentes fases, a saber: currículo planejado - criado para ser "consumido" por professores e estudantes, materializados a partir dos livros didáticos, guias didáticos, etc.; currículo organizado - os planos organizados pelas instituições escolares; currículo em ação - transformado/reelaborado no planejamento do professor; currículo avaliado

- práticas de controle internas e externas. Sendo o livro um dos materiais que expressa o currículo, é fundamental que este material seja avaliado constantemente, tanto pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) quanto por pesquisas na área da Educação, em particular, da Educação Matemática.

Além disso, o livro didático é um dos recursos mais utilizados por professores na elaboração de seus planejamentos e para que sejam utilizados de maneira produtiva é preciso conhecer os resultados de avaliações, elaboradas pelo PNLD[4] e por pesquisas na área da Educação. Assim, estudantes e professores terão um material de apoio de qualidade. Ainda, dada a relevância do livro didático no contexto escolar, enfatiza-se a importância deste recurso ser utilizado como apoio didático, o qual permite ao professor refletir sobre sua prática e ampliar seus conhecimentos, desenvolvendo uma maior autonomia pedagógica.

Diante desse contexto, esta pesquisa buscará responder a seguinte questão: *De que forma coleções de livros didáticos de Matemática, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático, apresentam situações que requerem a análise/construção de algoritmos envolvendo o conceito de sequências?* Para responder à questão norteadora desta pesquisa tem-se por objetivo: analisar como coleções de livros didáticos de Matemática (Anos Finais Ensino Fundamental e Ensino Médio), aprovadas pelo PNLD, expõem situações que exigem a análise/construção de algoritmos no estudo do conceito de sequências.

Tendo em vista a importância das atividades envolvendo padrões para o desenvolvimento do PA articulado ao PC, os quais envolvem habilidades para a resolução de problemas, bem como o uso de livros didáticos por professores na elaboração de seus planejamentos, nesta pesquisa, optou-se por uma abordagem qualitativa com ênfase na Análise de Conteúdo para analisar oito coleções de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e nove coleções do Ensino Médio de Matemática. O aporte teórico e os procedimentos metodológicos que foram utilizados, nesta investigação, são descritos a seguir.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico desta pesquisa está organizado em dois itens: Pensamento Computacional e Ensino da Álgebra.

[4] Um passo na direção de uma avaliação criteriosa do livro didático foi, sem dúvida, a implementação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC).

2.1 Pensamento Computacional: alguns entendimentos

Com a fluidez da informação e o fácil acesso às tecnologias, principalmente digitais, se faz necessária a inserção destas no contexto escolar. Para tanto, é essencial a inclusão de conceitos da área da Computação na Educação Básica, de forma articulada com outras áreas do conhecimento, de modo que contribua para que os jovens, desde o Ensino Fundamental, se engajem na produção de tecnologia e não sejam apenas consumidores, tornando-se críticos em relação aos produtos tecnológicos que consomem e produzem (BRASIL, 2018; CENTRO DE INOVAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO BRASILEIRA, 2020).

Nesta perspectiva, a BNCC apresenta em uma de suas competências gerais a importância de:

> [...] compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9).

E complementa, em uma das competências específicas da área da Matemática, que a utilização de processos e ferramentas matemáticas e computacionais, como as tecnologias digitais, são importantes para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados. Ainda, é salientado pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM[5]), que "a tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da Matemática; influencia a Matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos" (ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 2008, p. 26).

Países como Argentina, Estados Unidos, Finlândia, Portugal e Reino Unido têm inserido conceitos relacionados à Computação com intuito de que os estudantes não apenas usem tecnologias digitais, mas possam produzi-las. A maioria desses países tem buscado explorar situações que proporcionem, em particular, o desenvolvimento do PC. Isso porque, conforme Wing (2016, p. 2), o "PC é uma habilidade fundamental para todos, não somente para cientistas da computação. Assim como a leitura, a escrita e a aritmética, deveria ser incluído o PC na habilidade analítica de todas as crianças". Neste contexto, a autora complementa que o PC "envolve a resolução de problemas, a projeção de sistemas, e a compreensão do comportamento humano, através da extração de conceitos fundamentais da ciência da computação" (WING, 2016, p. 2).

---

[5] Ao citar o documento intitulado Princípios e Normas para a Matemática Escolar elaborado pelo NCTM foi utilizada a versão traduzida pela Associação de professores de Matemática de Portugal.

A Sociedade Brasileira de Computação[6] define PC como a "habilidade de compreender, definir, modelar, comparar, solucionar, automatizar e analisar problemas (e soluções) de forma metódica e sistemática" (SBC, 2019, p. 2). Percebe-se que a maioria das habilidades descritas pela SBC para caracterizar o PC, também, é utilizada para falar de Pensamento Matemático (PM). Uma das diferenças do PC para o PM está na automatização de problemas (RIBEIRO; FOSS; CAVALHEIRO, 2020). Neste viés, Ribeiro, Foss e Cavalheiro (2020), mencionam que a Computação está fortemente fundamentada na Matemática, porque o resultado do PC deve ser uma descrição clara e não ambígua de um processo (sequência de regras que definem uma transformação – entrada – saída), o que é fornecido, na maioria das vezes, pela linguagem matemática. Portanto, o objeto da Computação são os processos, ou seja, como se constroem modelos de processos. Esses modelos são denominados de algoritmos. Mas, geralmente, não é objeto da Matemática investigar como se constroem processos (algoritmos).

O entendimento de PC apresentado pela BNCC se aproxima da ideia exposta pela SBC. Na BNCC, o PC "envolve as capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e **automatizar problemas e suas soluções**, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos" (BRASIL, 2018, p. 474, grifos nossos). Assim como no entendimento apresentado pela SBC, verifica-se que a maioria das capacidades descritas pela BNCC para caracterizar o PC, também, é utilizada para tratar de PM.

Bocconi et al. (2016 apud REICHERT; BARONE; KIST, 2019, p. 65) definem o PC como "um conjunto de habilidades de resolução de problemas, que deveria ser adquirida pelas novas gerações para prosperar em nosso mundo baseado em computadores". O entendimento apresentado por esses autores marca a resolução de problemas como foco do desenvolvimento do PC, assim como nas ideias de WING (2016), SBC (2019), BNCC (2018).

O desenvolvimento do PC envolve quatro conceitos, também, denominados de "Quatro Pilares do Pensamento Computacional", apresentados por Liukas (2019) e utilizados na formulação e resolução de problemas, objetivos do PC. No Brasil, os mesmos conceitos/pilares são descritos no Currículo de Referência em Tecnologia & Computação (CIEB, 2020), sendo eles: abstração, algoritmos, decomposição e reconhecimento de padrões.

O domínio desses conceitos/pilares possibilita a classificação e organização de dados que auxiliam na resolução de um problema. Desta forma, no Quadro 2 estão organizados os conceitos/pilares relacionados ao PC propostos por Liukas (2019).

---

[6] SBC.

Quadro 2 – Conceitos/pilares relacionados ao PC

Abstração	**Algoritmo**	**Decomposição**	**Identificação de Padrões**
Processo de eliminar detalhes irrelevantes para se concentrar nas coisas que realmente importam.	Conjunto de passos específicos para resolver um problema. Em programação, os algoritmos são usados para criar soluções reutilizáveis para os problemas.	Processo pelo qual problemas são divididos em fragmentos menores. Quem trabalha com programação costuma dividir os códigos em pedaços menores. Assim fica mais fácil compreendê-los e consertá-los.	Encontrar semelhanças e padrões a fim de resolver problemas complexos com maior eficiência. Para isso, busca-se características comuns a todos os problemas, ou pelo menos similares.

Fonte: Liukas (2019, p. 110 - 111).

Percebe-se, no Quadro 2, que os conceitos/pilares relacionados ao PC também são essenciais ao desenvolvimento do PM, pois conceitos como abstração, reconhecimento de padrões e decomposição são geralmente mobilizados na resolução de problemas matemáticos. Já, a construção/análise de algoritmos, nem sempre é foco das aulas de Matemática. No entanto, a BNCC aponta que um dos objetivos do ensino de Matemática é o desenvolvimento do PC, conforme já mencionado na Introdução. Assim, os algoritmos precisam ganhar espaços, em outras palavras, serem objetos das aulas: "cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática" (BRASIL, 2018, p. 271).

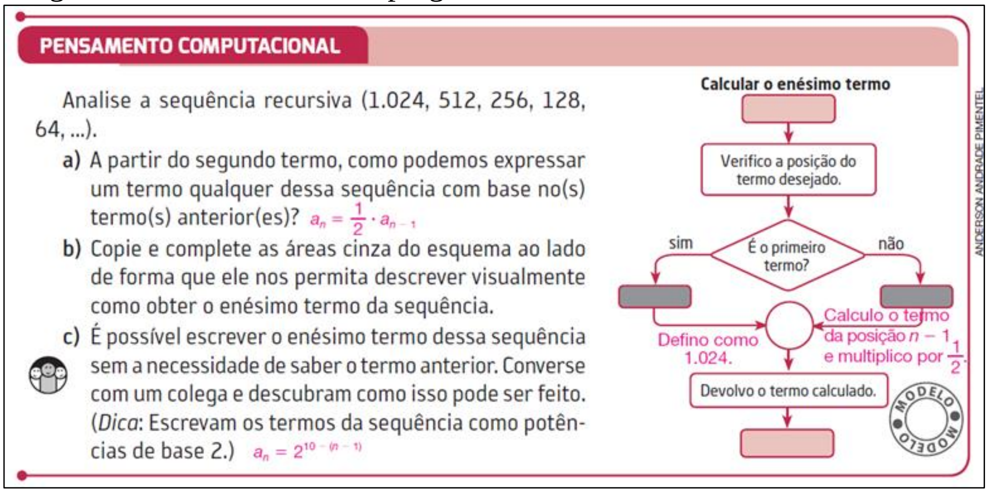
Percebe-se que, geralmente, o PC está associado a linguagem de programação e aulas de informática. Liukas (2019, p. 111) explica que, o PC "é a maneira de pensar em problemas de forma que os computadores possam resolvê-los, é praticado por humanos, não [por] computadores". Nesta perspectiva, é possível explorar os conceitos/pilares relacionados ao desenvolvimento do PC sem o uso de computadores e internet e isso serve como alternativa para estudantes e escolas que não possuem acesso às redes, neste caso, denomina-se Pensamento Computacional Desplugado. Para desenvolver esse tipo de pensamento podem ser utilizados materiais como papel, tesoura, canetas, lápis de cor, cola e demais materiais de uso comum.

Evaristo, Terçariol e Ikeshoji (2022, p. 78) apontam que:

> A modalidade desplugada utiliza metodologias que envolvem o desenvolvimento colaborativo por meio de atividades e projetos interativos, surgindo como uma aliada ao desenvolvimento dos estudantes em sala de aula nas unidades públicas de ensino. [...] Encontram-se várias opções de aplicação dos fundamentos da computação em formato desplugado, com objetivo de exercitar as habilidades de resolução de problemas e estratégias, como os jogos de xadrez, gamão, lego, etc.

Nesse contexto, apresenta-se, na Figura 1, uma atividade que pode possibilitar o desenvolvimento de conceitos relacionados ao PC Desplugado, pois requer a construção de um algoritmo representado por um fluxograma, envolvendo o conceito de sequência.

Figura 1 - Atividade PC Desplugado



Fonte: Adaptado de Gay; Silva (2018, p. 27).

Essa atividade pode promover o entendimento do conceito de recursividade[7], fundamental na Computação e na Matemática. Ela apresenta uma sequência numérica recursiva, na qual o estudante precisa identificar que em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior dividido por 2 (ou multiplicado por 1/2). Para tanto, é necessário focar nos dados relevantes (abstração), reconhecer a regularidade apresentada na sequência numérica (identificação de padrões) e generalizá-la. Além disso, a atividade requer a construção de um algoritmo representado por meio de um fluxograma, o qual “consiste em algoritmos gráficos indicando ações simples” (SILVA, 2020, p. 30), conforme recomenda a BNCC.

Entende-se que a construção/análise de algoritmos em suas diferentes representações (linguagem natural, fluxogramas, linguagem de programação) nas aulas de matemática pode possibilitar que os estudantes desenvolvam capacidades relacionadas ao desenvolvimento do PC e do PM, pois permite que eles tenham contato com diferentes formas de resolução de problemas matemáticos (EVARISTO; TERÇARIOL; IKESHOJI, 2022).

Destaca-se que as ideias relacionadas ao PC já estavam presentes nos estudos de Papert (2008), pois, mesmo o autor não utilizando essa expressão, é possível compreender em sua obra a busca por novas formas de pensar, de estimular o aprendizado dos estudantes salientando a

[7] A recursão pode ser considerada, em particular, na Matemática como um processo de repetição, assim, uma sequência recursiva permite descobrir qualquer termo a partir de um termo anterior, utilizando um padrão. (https://pt.khanacademy.org/math/pt-7-ano/algebra-equacoes-7ano/sequncia-recursiva-enao-recursiva/v/recursividade-alem-da-matematica).

reestruturação da escola, utilizando as tecnologias como ferramentas para o ensino, como pode-se verificar na citação a seguir:

> A atitude construcionista no ensino não é, em absoluto, dispensável por ser minimalista - a meta é ensinar de forma a produzir a maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino, enquanto se deixa todo o resto inalterado. A outra mudança principal é necessária para assemelhar-se a um provérbio africano: 'se um homem tem fome, você pode dar-lhe um peixe, mas é melhor dar-lhe uma vara de pescar'. (PAPERT, 2008, p. 134).

A teoria Construcionista de Papert trouxe muitas contribuições para o desenvolvimento do PC, visto que expõe as potencialidades do computador como recurso didático, tendo por base a construção do conhecimento por meio do fazer. Assim, deve-se estimular os estudantes a fazerem suas próprias criações, a elaborar e testar conjecturas, a trocar ideias, tornando-os protagonistas de sua aprendizagem. Papert, (2008, p. 137) explica que, "Construcionismo, possui a conotação de conjunto de peças para construção". Para ele, a principal característica do Construcionismo é "a ideia da construção mental e atribui especial importância ao papel das construções no mundo como um apoio para o que ocorre na cabeça, tornando-se assim uma concepção menos mentalista" (PAPERT, 2008, p. 137).

Os problemas envolvendo conceitos algébricos, em particular, envolvendo sequências podem ser essenciais para o desenvolvimento do PC, pois contribuem, principalmente, no reconhecimento de padrões, abstração e generalização. Neste sentido, Evaristo, Terçariol e Ikeshoji (2022, p. 76) explicam que, o PC emerge como uma nova forma de ensino,

> [...] utilizando distintos métodos da Ciência da Computação, capaz de gerar novos enfoques educacionais, no que diz respeito à inovação nas escolas, juntamente com o desenvolvimento de competências, na busca de soluções de problemas que precisam ser compreendidos por uma nova geração de estudantes imersos nas tecnologias.

Salienta-se que a maioria das pesquisas tem mostrado que o trabalho, em particular, com programação contribui na aprendizagem de conceitos matemáticos. Nesta investigação, busca-se evidenciar que atividades, geralmente, propostas nas aulas de matemática também podem contribuir no desenvolvimento do PC, desde que coloquem o algoritmo como objeto das aulas, o que permite mobilizar conceitos como abstração, decomposição e identificação de padrões. Os conceitos algébricos, em particular, sequências e possíveis relações com o PC são discutidos com mais detalhes na próxima seção a partir de ideias vinculadas ao desenvolvimento do PA.

2.2 Ensino de Álgebra e o desenvolvimento do Pensamento Algébrico: alguns entendimentos

A unidade temática Álgebra, apresentada na BNCC (BRASIL, 2018), enfatiza o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações e a resolução de problemas (por meio de equações, inequações, análise da interdependência de grandezas) tendo por finalidade, como já mencionado, o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento, o PA, essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.

O estudo de conceitos algébricos constitui um espaço bastante significativo para que o estudante desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas (BRASIL, 1998). Contudo, segundo Vale e Barbosa (2019), esses conceitos praticamente não têm expressão nos currículos de Matemática dos primeiros anos da Educação Básica, por se considerar a aritmética um tema mais fácil e, por isso, a álgebra deveria surgir mais tarde nesses documentos.

Nas últimas décadas, a inserção de conceitos algébricos desde os anos iniciais vem sendo defendida por estudos a nível internacional (KAPUT, 1998 apud VALE; BARBOSA, 2019) e nacional (BRASIL, 1997, 1998, 2018; ALMEIDA; SANTOS, 2017; FIORENTINI et al., 2013). Neste sentido, a BNCC menciona que, "é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade" (BRASIL, 2018, p. 270), com foco no desenvolvimento do PA.

Vale ressaltar que, o mais importante para o desenvolvimento do PA é a construção de significados para a linguagem simbólica empregada (KAPUT; BLANTON; MORENO, 2008 apud CORRÊA, 2020). Assim, o PA consiste em analisar por meio dos símbolos e não em analisar os símbolos (ALMEIDA; SANTOS, 2017).

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 88) compreendem o PA como um tipo especial de pensamento, destacando que:

> A análise das situações em que esse pensamento pode se manifestar levou-nos, ainda, a concluir que não existe uma única forma de se expressar o pensamento algébrico. Ele pode expressar-se através da linguagem natural, através da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para esse fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica.

Blanton e Kaput (2005 apud VALE; BARBOSA 2019, p. 401) consideram o PA como "um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecendo essas generalizações através do discurso da argumentação, expressando-as gradualmente de modos formais e apropriados à idade". Percebe-se que os pesquisadores entendem o PA como um processo que privilegia a generalização, sendo esta elaborada com base nas representações matemáticas já dominadas pelos estudantes (língua natural, representação numérica, representação mista, representação algébrica).

De acordo com Van de Walle (2009, p. 288), "o PA não é uma ideia singular, mas é composto de diferentes formas de pensamento e de compreensão do simbolismo". Observa-se que o PA se não for bem trabalhado pode gerar obstáculos cognitivos, visto que os estudantes podem atribuir significados equivocados às expressões algébricas, em seus processos de interpretação e apropriação da linguagem. Neste viés, Bonini, Druck e Barra (2018, p. 163, grifos nossos) afirmam que:

> Se o estudante não for exposto a experiências pessoais, favorecendo reflexões e abstrações gradativas e recorrentes, capazes de fazê-lo de fato entender que certas **formulações matemáticas designam objetos abstratos e genéricos** e outras são afirmações, com significado preciso, poderá tomá-las, indistintamente, como regras práticas, no máximo sugestivas, úteis apenas para produzir respostas a exercícios repetitivos. A linguagem perderá assim qualquer sentido, e a Matemática passará a representar, para ele, um amontoado de regras sem nexo, [...] pouco contribui à formação geral e ao desenvolvimento pessoal que devem ser assegurados aos estudantes na Educação Básica.

Nesse contexto, os professores têm um papel fundamental na abordagem da álgebra podendo buscar o desenvolvimento do PA de seus estudantes por meio da exploração de padrões. Corrobora com essa ideia a BNCC ao afirmar que para o desenvolvimento desse pensamento "é necessário que os alunos **identifiquem regularidades e padrões** de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos" (BRASIL, 1998, p. 270, grifos nossos). Neste viés, Vale e Pimentel (2011, p. 1) mencionam que "o primeiro passo para aprender a pensar matematicamente é aprender a descobrir padrões e estabelecer conexões".

Para Devlin (1998 apud IDEM; SILVA, 2021, p. 369), "a Matemática é a Ciência dos Padrões". O trabalho do matemático, segundo o autor, é explorar diversos tipos de padrões:

> [...] padrões numéricos, padrões de forma, padrões de movimento, padrões de comportamento, padrões de votação em uma população, padrões de repetição de eventos aleatórios e assim por diante. Esses padrões podem ser reais ou imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou de pouco mais que interesse recreativo. Eles podem surgir do mundo ao nosso redor, das profundezas do espaço e do tempo, ou do funcionamento interno da mente humana.

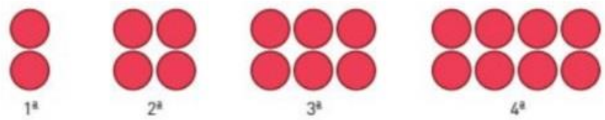
Se o trabalho do matemático é explorar padrões, estes podem ser levados para a sala de aula de matemática, não com o objetivo de formar matemáticos, mas porque, segundo Vale (2013), é possível construir e ampliar conceitos matemáticos, assim como procedimentos e ideias matemáticas, muitas das vezes aprendidos sem significado e sem relação entre eles ao estudar padrões. É importante mencionar que, não só na Matemática os padrões são “poderosos”, mas em todas as ciências, em particular, na Computação.

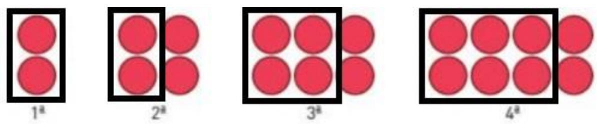
Ainda, conforme Vale (2013), as atividades envolvendo padrões proporcionam aos estudantes abstrair e generalizar diferentes ideias matemáticas pela observação de um conjunto de evidências. Essas abstrações e generalizações são elaboradas por meio de representações e argumentações e vão sendo expressas de uma maneira gradualmente mais formal, de acordo com a idade. Ressalta-se que generalizar, segundo Blanton e Kaput (2005 apud CANAL; BISOGNIN; ISAIA, 2021), é o processo pelo qual, a partir de um conjunto de casos particulares, o raciocínio continua além deste conjunto de casos, identificando a regularidade entre eles, fazendo a generalização da ideia por meio do discurso e/ou da expressão formal.

Na perspectiva do NCTM, a procura de padrões e regularidades e a formulação de generalizações em diversas situações devem ser fomentadas desde os primeiros anos da Educação Básica. Neste documento, é mencionado que “os padrões constituem uma forma pela qual os alunos mais novos reconhecem a ordem e organizam o seu mundo” (ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 2008, p. 105).

Conforme Herbert e Brown (1997), a resolução de problemas que envolvem padrões consiste em três fases: (1) busca de padrão - identificar as informações relevantes (abstrair); (2) reconhecimento do padrão - descrever o padrão por meio de diferentes representações; e (3) generalização - interpretar e aplicar o que foi aprendido. Estas fases são exemplificadas no Quadro 3.

Quadro 3 - Fases de um padrão

<table>
<tr><th>Fases</th><th>Exemplo</th></tr>
<tr><td>Procura de Padrões</td><td>

Quantidade anterior mais alguma coisa</td></tr>
<tr><td>Reconhecimento do Padrão</td><td>

<table>
<tr><td>Passo</td><td>1º</td><td>2º</td><td>3º</td><td>4º</td><td>5º</td><td>6º</td><td>…</td><td>n</td></tr>
<tr><td>Quant. de círculos</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>…</td><td>?</td></tr>
</table>

</td></tr>
<tr><td>Generalização do Padrão</td><td>$2n$</td></tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Longen (2018).

Assim, na resolução de problemas envolvendo padrões, o professor deve primeiro verificar se os estudantes compreenderam o padrão, ou seja, se conseguem extrair informações relevantes da situação. Em seguida, analisar se eles são capazes de descrever o padrão e expandi-lo matematicamente em palavras, diagramas, tabelas, gráficos ou equações. Após, verificar se eles podem abstrair e aplicar as descobertas matemáticas do padrão e por fim generalizá-lo. Neste sentido, é salientado pelo NCTM que, "à medida que os alunos fazem generalizações a partir de observações acerca dos números e das operações, estarão a construir as bases do pensamento algébrico" (ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 2008, p. 108).

Os padrões podem ser abordados por meio da exploração de sequências de diferentes naturezas, conforme apresentado no Quadro 4. Os diferentes tipos de padrões podem ser abordados nas aulas de matemática com o intuito de desenvolver as capacidades de abstração e generalização. Além disso, pode ser solicitada a elaboração de algoritmos (representados na linguagem natural, fluxograma, linguagem de programação) que exponham o processo para construir os termos das sequências, relacionando conceitos do PM com os do PC.

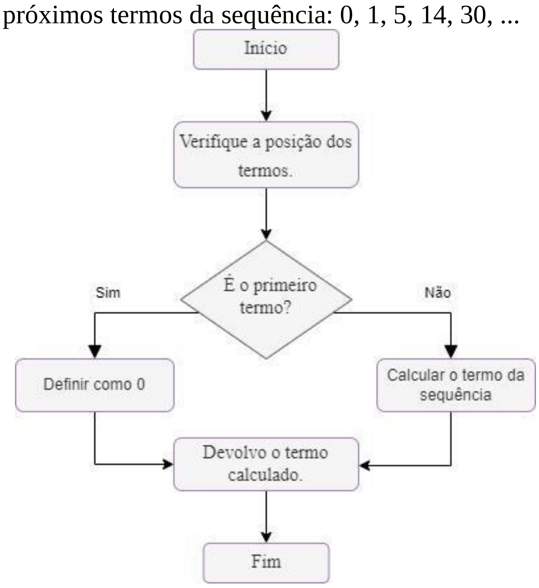
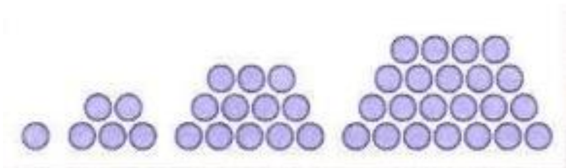
Ressalta-se que padrão é definido por Vale (2012, p. 186) como algo que envolve repetição ou mudança. Assim, "um padrão será de repetição quando há um motivo identificável que se repete de forma cíclica indefinidamente". Neste viés, Van de Walle (2009, p. 296) afirma que, "o núcleo de um padrão repetitivo é a menor cadeia de elementos que se repete". Este tipo de padrão pode ser trabalhado desde os anos iniciais, destacando-se a importância de levar o estudante a identificar o grupo de repetição, o que possibilita incluir tópicos como multiplicação, múltiplos e divisores, relações numéricas, raciocínio proporcional e generalização, proporcionando a entrada no domínio da álgebra (VALE; PIMENTEL, 2011).

Quadro 4 - Tipos de Padrões

<table>
<tr><th>Tipo de Padrão</th><th colspan="2">Exemplo(s)</th></tr>
<tr><td>Repetitivos</td><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td>Numéricos</td><td>2, 4, 6, 8, 10, ... (números pares: adicione 2 a cada vez)

1, 4, 7, 10, 13, ... (comece com 1; adicione 3 a cada vez)

1, 4, 9, 16, ... (números quadrados perfeitos)

0, 1, 5, 14, 30, ... (adicione o próximo número quadrado)</td><td>Escreva um algoritmo que permita determinar os próximos termos da sequência: 0, 1, 5, 14, 30, ...

</td></tr>
<tr><td>Crescentes</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Van de Walle (2009).

Vale e Pimentel (2011, p. 9) explicam que, os padrões numéricos “conduzem à generalização cuja expressão pode ser explorada a diferentes níveis e utilizando diferentes representações”. Corroborando com as ideias de Van de Walle (2009, p. 298) ao mencionar que, “muitos padrões valiosos podem ser observados com apenas números”. E, complementa afirmando que “os padrões numéricos encontrados em quadros (tabelas) ou sequências numéricas baseados em uma regra particular promovem desafios apropriados ao pensamento algébrico em todos os anos” (VAN DE WALLE, 2009, p. 297).

No que tange aos padrões de crescimento, Vale e Pimentel (2011, p. 4) mencionam que, neles “cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior”, ou seja, obedecem sempre uma lei de formação, assim, o processo de generalização relaciona cada termo com o(s) anterior(es) (recursivo) ou com a ordem que ocupa na sequência.

Ainda em relação aos padrões de crescimento, Vale (2012, p. 197) chama atenção para estes padrões em sequências figurativas. Para a pesquisadora, "é crucial para os alunos verem as relações entre os termos sucessivos, permitindo-lhes traduzir os padrões visuais identificados através de expressões numéricas como primeiro passo para chegar à generalização do pensamento algébrico". Corroboram com as ideias da pesquisadora supracitada, Vale e Barbosa (2019, p. 408) ao destacarem que:

> [...] os padrões em contextos figurativos têm um contributo importante na chegada à generalização, permitindo inclusive gerar regras diferentes, ajudando a: reforçar as conexões entre relações aritméticas e espaciais; atribuir significado às regras formuladas; perceber necessidade de formular e validar conjecturas.

De acordo com Stacey (1989 apud VALE, 2012, p. 190), as atividades envolvendo padrões podem envolver dois tipos de generalização:

> a) **generalização próxima** - que se refere à busca do termo seguinte e que podem ser obtidos por contagem, desenho ou por recurso a uma tabela e que normalmente envolve relações recursivas; b) **generalização distante** - que envolve a busca do padrão e que requer uma compreensão da lei de formação, ou seja, uma regra geral através de uma expressão matemática, e requer a procura de relações funcionais.

Como foi possível perceber nos exemplos apresentados nos Quadros 3 e 4, uma forma de trabalhar com padrões é a partir da exploração de sequências. O termo sequência, na matemática, é utilizado comumente para denotar uma sucessão de números cuja ordem é determinada por uma lei ou função que é chamada de termo geral da sequência ou lei de recorrência (RODRIGUEZ; MENEGHETTI; POFFAL, 2017). Sublinha-se que uma sequência pode ser constituída por uma sucessão de figuras (geométricas ou não).

Diante desse contexto, concorda-se com Vale; Palhares; Cabrita; Borralho (2007, p. 7) ao afirmarem que: "outro aspecto importante ligado aos padrões é a resolução de problemas, uma vez que a descoberta de um padrão é uma poderosa estratégia de resolução de problemas". Assim, pode-se dizer que é um modo promissor de exploração de conceitos algébricos, bem como de conceitos relacionados ao desenvolvimento do PC, pois enfatiza a busca pela identificação e generalização de regularidades, o que requer abstração e dependendo do problema a ser resolvido a sua decomposição.

Em relação aos conceitos do PC, em particular, a construção de algoritmos nas aulas de matemática, Bona (2022, p. 155) destaca que "são muitos os algoritmos construídos na disciplina de Matemática como modelos e fórmulas que podem ser explorados e segmentados como um problema investigativo a ser resolvido e que proporcionariam ao estudante uma vivência do que é o pensamento computacional".

Ainda, segundo Bona (2012 apud BONA, 2022, p. 153):

> Ao trabalhar paralelamente com a identificação do problema; a formulação de conjecturas; a realização de testes e a reformulação das conjecturas; a organização da argumentação (demonstração avaliação da resolução por si e pelo grupo de colegas/professor), em paralelo: à decomposição da situação-problema; ao reconhecimento de padrões; ao processo de abstração, para a computação, que é um tipo de otimização dos processos; e à generalização de um algoritmo. Esse processo espiral articula a resolução de problemas ao PC como um meio para o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes e professores.

Entende-se que a resolução de problemas é fundamental para que o professor de matemática consiga desenvolver de forma articulada conceitos matemáticos e do PC, visto que por meio de atividades investigativas é possível explorar os conhecimentos prévios dos estudantes, estimular a capacidade de pensar, criar, formular e argumentar, relacionando os conhecimentos da Matemática e da Computação, tornando-os protagonistas de sua aprendizagem.

3 METODOLOGIA

A escolha teórico-metodológica adotada para o desenvolvimento das atividades previstas, nesta pesquisa, é de abordagem qualitativa e foi conduzida por meio da pesquisa documental, a qual "possibilita realizar inferências, conhecidas não apenas por métodos estatísticos, de frequência, mas pela análise de mensagens provenientes de diferentes interlocutores, em um determinado contexto" (GOUVEIA; MISKULIN, 2018, p. 4).

A fonte de produção de dados, desta pesquisa, são as coleções de livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental (8 coleções), aprovadas pelo PNLD/2020, e as coleções de livros didáticos do Ensino Médio (9 coleções), aprovadas pelo PNLD/2021, buscando analisar de que forma as coleções abordam os conceitos de PC e PA. Neste estudo, foi utilizada a técnica de Análise de Conteúdo, definida como "um conjunto de técnicas de análise das comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens" (BARDIN, 2002, p. 38).

Para o desenvolvimento da pesquisa, primeiramente, foram selecionadas todas as coleções de livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovadas pelo PNLD/2020, e todas as coleções de livros didáticos do Ensino Médio, aprovadas pelo PNLD/2021. O Quadro 5 e o Quadro 6 apresentam as coleções aprovadas pelo PNLD/2020 e PNLD/2021.

Quadro 5 - Coleções de Livros Didáticos 6º, 7º, 8º e 9º ano - PNLD/2020

Título	Autor(es)	Editora
A Conquista da Matemática	José Ruy Giovanni Junior e Benedicto Castrucci	FTD
Apoema – Matemática	Adilson Longen	Editora do Brasil
Araribá Mais – Matemática	Mara Regina Garcia Gay e Willian Raphael Silva	Moderna
Convergências – Matemática	Eduardo Rodrigues Chavante	SM
Geração Alpha – Matemática	Carlos N. C. de Oliveira e Felipe Fugita	SM
Matemática – Bianchini	Edwaldo Bianchini	Moderna
Matemática - Compreensão e Prática	Ênio Silveira	Moderna
Matemática Essencial	Patricia Moreno Pataro e Rodrigo Balestri	Scipione
Matemática Realidade & Tecnologia	Joamir Roberto de Souza	FTD
Telaris – Matemática	Luiz Roberto Dante	Ática
Trilhas da Matemática	Fausto Arnaud Sampaio	Saraiva

Fonte: Elaborado pela autora.

Quadro 6 - Coleções de Livros Didáticos Ensino Médio - PNLD/2021

(continua)

Título	Autor(es)	Editora
Conexões – Matemática e suas Tecnologias	Dario Martins de Oliveira; Edson Ferreira de Souza; Ernani Nagy de Moraes; Fabio Martins de Leonardo; Juliana Ikeda; Luciana de Oliveira Gerzoschkowitz Moura; Maria José Guimarães de Souza; Renata Martins Fortes Gonçalves; Romenig da Silva Ribeiro.	Moderna
Diálogo – Matemática e suas Tecnologias	André Luiz Steigenberger; Lilian Aparecida Teixeira; Julio Cesar Jovino da Silva; Felippe Neves Manjavachi; Alessandra Negrini Dalla Barba; Daiany Cristiny Ramos.	Moderna
Interação Matemática	Rodrigo Morozetti Blanco; Adilson Longen; Luciana Maria Tenuta de Freitas.	Editora do Brasil
Matemática em Contextos	Luiz Roberto Dante; Fernando Cesar de Abreu Viana.	Ática
Matemática Interligada	Victor Hugo dos Santos Gois; Danielly Regina Kaspary dos Anjos; Eduardo Henrique Gomes Tavares; Elias Borges da Silva; Keila Tatiana Boni; Thais Marcelle de Andrade.	Scipione
Matemática nos dias de hoje	Jefferson dos Santos Cevada; Daniel Romão da Silva; Gabriel Gleich Prado; João Guilherme Boaratti Colpani.	SEI

Quadro 6 - Coleções de Livros Didáticos Ensino Médio - PNLD/2021

(conclusão)

Multiversos – Matemática	Joamir Roberto de Souza.	FTD
Prisma – Matemática	José Roberto Bonjorno; José Ruy Giovanni Júnior; Paulo Roberto Câmara de Sousa.	FTD
Quadrante Matemática e suas Tecnologias	Diego Barboza Prestes; Eduardo Rodrigues Chavante.	SM
Ser Protagonista Matemática e suas Tecnologias	Maria Ignez de Souza Vieira Diniz; Katia Cristina Stocco Smole.	SM

Fonte: Elaborado pela autora.

Em seguida, buscou-se, dentre as coleções aprovadas, as que possuíam versão digital disponível no site da editora e que permitiam busca eletrônica de palavras/expressões. Quanto as coleções dos Anos Finais do Ensino Fundamental (11 coleções), todas estavam disponíveis digitalmente, porém, apenas oito permitiram busca eletrônica. Com relação as coleções de livros didáticos do Ensino Médio (10 coleções), nove coleções estavam disponíveis digitalmente e todas permitiram a busca eletrônica, as quais foram utilizadas como corpus da pesquisa.

Após, foram analisados nas coleções os seguintes critérios: tipos de padrões (repetitivos, numéricos, figurais); tipos de sequências (recursivas, não recursivas e os tipos de funções associadas); fases de um padrão; conceitos/pilares do PC (abstração, algoritmo, decomposição e identificação de padrão); bem como as representações utilizadas para análise e/ou construção de algoritmos (linguagem natural, fluxograma, linguagem de programação). Para isso, foram definidos descritores que enfatizam esses aspectos, a saber: "sequência", "sequência numérica", "sequência figural", "algoritmo", "fluxograma", "passo a passo", "esquema".

Conforme já mencionado, foram analisadas oito coleções dos Anos Finais do Ensino Fundamental cujos nomes e os códigos utilizados para denominá-las são: A Conquista da Matemática (C1EF), Araribá Mais (C2EF), Matemática - Bianchini (C3EF), Matemática - Compreensão e Prática (C4EF), Matemática Essencial (C5EF), Matemática Realidade & Tecnologia (C6EF), Teláris Matemática (C7EF) e Trilhas da Matemática (C8EF).

Quanto ao Ensino Médio, foram analisadas nove coleções e os nomes e códigos utilizados para denominá-las são: Conexões Matemática e suas Tecnologias (C1EM), Diálogo Matemática e suas Tecnologias (C2EM), Interação Matemática (C3EM), Matemática em Contextos (C4EM), Matemática Interligada (C5EM), Multiversos (C6EM), Prisma (C7EM), Quadrante (C8EM) e Ser Protagonista (C9EM).

Os códigos que representam as situações foram organizados da seguinte forma: o termo situação (S) refere-se a explanações dos conteúdos/conceitos, exemplos e atividades abordados nas coleções de livros didáticos; as numerações das situações foram realizadas em contagem sequencial por coleção; e os termos corpo do texto (C) e atividade (A), referem-se à localização da situação no livro didático. O (A) em negrito representa as atividades que solicitam a representação gráfica do algoritmo por meio de fluxogramas.

Para cada situação, foram coletadas as seguintes informações: tipos de sequências, tipo de padrão, fases de um padrão, conceitos/pilares do PC e as representações utilizadas na construção do algoritmo, os quais são apresentados nos Apêndices A e B. A partir das informações, na etapa de tratamento dos resultados e interpretações, organizaram-se quadros de modo a contribuir para a leitura e compreensão dos dados obtidos e são apresentados na próxima seção.

4 ANÁLISE DE SITUAÇÕES ENVOLVENDO ANÁLISE/CONSTRUÇÃO DE ALGORITMOS NO ESTUDO DE SEQUÊNCIAS EM COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS

De acordo com os descritores supracitados foram identificadas 47 situações, sendo 26 situações no Ensino Fundamental e 21 situações no Ensino Médio. No que tange aos tipos de padrões, dentre as 26 situações do Ensino Fundamental, foram identificadas uma situação com padrão figural (S03**A**), duas situações com padrão algébrico (S01C, S25A), três situações com padrão repetitivo/figural (S07C, S16A, S17**A)** e 20 situações com padrão numérico (S02A, S04C, S05A, S06C, S08C, S09**A**, S10**A**, S11**A**, S12**A**, S13C, S14C, S15**A**, S18**A**, S19C, S20C, S21A, S22**A**, S23C, S24A, S26A). Assim, o tipo de padrão mais explorado é o numérico. Uma interpretação para este resultado pode estar na ênfase dada pela BNCC ao tratar de sequências, pois este termo vem acompanhado do termo numérico. Observa-se que dentre as coleções do Ensino Fundamental, a C8EF teve maior destaque, visto que das oito situações identificadas, sete delas, exploram esse critério de análise.

Dentre as 21 situações do Ensino Médio, foram identificadas duas situações que envolvem situações abertas[8] (S18**A**, S19C) e 19 situações que exploram o padrão numérico (S01**A,** S02**A,** S03**A,** S04**A,** S05C, S06C, S07C, S08C, S09C, S10C, S11C, S12A, S13**A**, S14A,

[8] Intitulou-se como situação aberta, as atividades em que os estudantes são estimulados a realizar reflexões para identificar possíveis conexões com o que foi estudado no Capítulo, propiciando uma atitude investigativa, avaliando sua aprendizagem com as ações desenvolvidas no decorrer do trabalho. Das situações mapeadas constata-se que a maioria requer a elaboração de questões relacionadas ao conteúdo abordado no capítulo.

S15**A**, S16**A**, S17A, S20**A**, S21**A)**. Observa-se que as coleções C1EM e C3EM tiveram maior destaque, visto que das cinco situações identificadas em cada uma delas, todas exploram esse critério de análise. Percebe-se que, tanto nas coleções do Ensino Fundamental quanto nas do Médio, a maioria das coleções dá ênfase ao padrão numérico. Entende-se que os tipos de padrões deveriam ser explorados de maneira mais equilibrada, visto que a análise de diferentes tipos de padrões contribui para o desenvolvimento do PA (VALE, 2012, 2013; VALE; BARBOSA, 2019; VALE; PIMENTEL, 2011; VAN DE WALLE, 2009).

Com relação as situações que envolvem sequências recursivas, não recursivas e os tipos de funções associadas, dentre as 26 situações do Ensino Fundamental foram identificadas uma situação que envolve sequência recursiva, que aborda a sequência de Fibonacci (S06C); uma situação que envolve sequência não recursiva, associada a função exponencial (S04C); uma situação que envolve sequência não recursiva, cujo padrão é figural (S07C); três situações que envolvem sequências recursivas e não recursivas na mesma atividade (S08C, S15**A**, S18**A)**; quatro situações que envolvem sequências não recursivas, associadas a função quadrática (S03**A**, S10**A**, S14C, S21A); cinco situações que envolvem sequências não recursivas, associadas a função afim (S05A, S12**A**, S19C, S20C, S22**A)** e 11 situações que exploram sequências recursivas (S01C, S02A, S09**A**, S11**A**, S13C, S16A, S17**A**, S23C, S24A, S25A, S26A). Observa-se que a coleção C8EF teve maior destaque, pois das oito situações identificadas, quatro delas exploram sequências não recursivas (três situações associadas a função afim e uma situação associada a função quadrática) e quatro exploram sequências recursivas. Verifica-se que as sequências recursivas são as mais exploradas nas coleções do Ensino Fundamental. É importante destacar que, nesse tipo de sequência pode-se determinar o termo seguinte, levando em conta os termos já apresentados, ou seja, o termo anterior. Nas coleções é possível verificar outros tipos de sequências, mas que não foram mapeadas porque não atendem aos descritores previstos para esta pesquisa. Entende-se que explorar diferentes tipos de sequências é importante para desenvolver o raciocínio recursivo e funcional dos estudantes, indicado na BNCC e por diversos pesquisadores (VALE, 2012; 2013; VALE; PIMENTEL, 2011).

Em relação ao Ensino Médio, das 21 situações foram identificadas duas situações que envolvem situações abertas (S18**A**, S19C); três situações que envolvem sequências recursivas que abordam a sequência de Fibonacci (S03**A**, S06C, S13**A**); cinco situações que envolvem sequências recursivas (S11C, S14A, S15**A**, S17A, S21**A**); e 11 situações que envolvem sequências não recursivas, associadas a função afim (S01**A,** S02**A,** S04**A**, S05C, S07C, S08C, S09C, S10C, S12A, S16**A**, S20**A)**. Observa-se que as coleções, C1EM e C3EM tiveram maior destaque, visto que das cinco situações identificadas na coleção C1EM, quatro exploram as sequências não recursivas associadas a função afim e uma explora a sequência recursiva de Fibonacci. Das cinco situações identificadas na coleção C3EM, quatro exploram as sequências não recursivas associadas a função afim e uma explora a sequência recursiva de Fibonacci. Os dados indicam que a maioria das situações do Ensino Médio exploram sequências não recursivas, associadas a função afim.

Ao analisar as coleções do Ensino Fundamental e do Ensino Médio quanto a abordagem de sequências recursivas e não recursivas, observa-se que as coleções do Ensino Fundamental procuram explorar de maneira diversificada as sequências recursivas e não recursivas e também as funções associadas, conforme indica a BNCC, enquanto que as coleções do Ensino Médio dão ênfase às sequências não recursivas, associadas somente a função afim, destacando as progressões aritméticas (PA). Uma interpretação para este resultado pode estar no fato de que a abordagem de sequências numéricas no Ensino Médio, anterior a BNCC, ficou restrita ao estudo de progressões aritméticas e geométricas. Destaca-se que a abordagem de sequências por meio de progressões, não é uma forma indicada para trabalhar o estudo de padrões. Neste sentido, Silva e Pires (2013) explicam que o estudo de sequências apenas por meio de progressões aritméticas (PA) e progressões geométricas (PG) limitam as possibilidades de investigação de padrões em apenas duas regras de formação (uma ligada à adição e outra à multiplicação).

Nesse viés, salienta-se a importância de explorar sequências a partir da observação de padrões, visto que possibilita o estudo das regularidades, a generalização, a utilização de diferentes representações, tornando-se uma estratégia para o desenvolvimento do PA e do PC. Para tanto, buscou-se nas situações identificadas, quais delas, exploravam as fases de um padrão. O Quadro 7 apresenta a classificação das situações quanto as fases de um padrão.

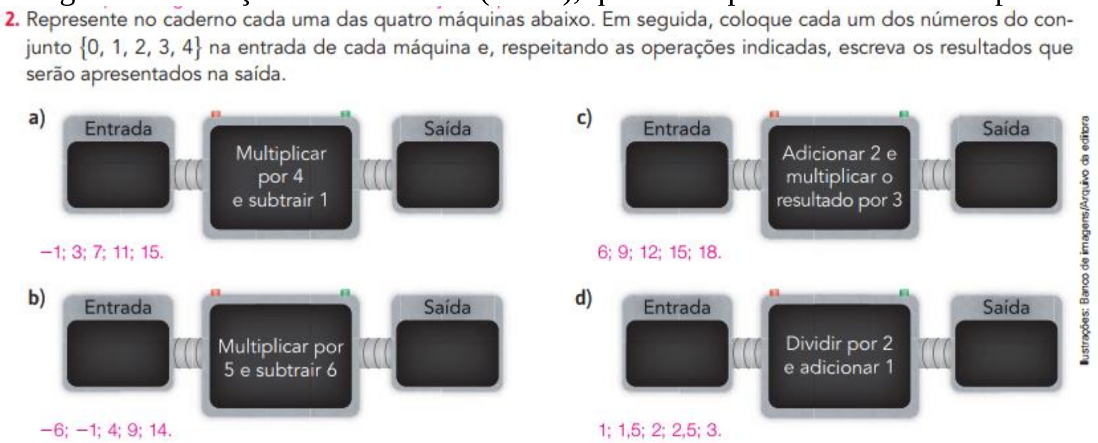
Quadro 7 – Fases de um Padrão

Padrão	**Código EF**	**Código EM**
Não explora as Fases de um Padrão	S04C; S06C; S11**A**; S19C; S20C; S21A; S23C; S24A; S25A	S01**A**; S02**A**; S03**A**; S07C; S08C; S09C; S10C; S11C; S12A; S17A
1ª e 2ª Fase de um Padrão	S05A; S09**A**; S16A; S17**A**; S26A	S04**A**; S05C; S13**A**; S15**A**; S16**A**; S20**A**
3 Fases de um Padrão	S01C; S02A; S03**A**; S07C; S08C; S10**A**; S12**A**; S13C; S14C; S15**A**; S18**A**; S22**A**	S06C; S14A; S21**A**
Situação Aberta	-	S18**A****; S19C**

Fonte: Elaborado pela autora.

A análise dos dados do Quadro 7 indica que das 26 situações do Ensino Fundamental, 9 situações não exploram as fases de um padrão (S04C, S06C, S11**A**, S19C, S20C, S21A, S23C, S24A, S25A). Das 21 situações do Ensino Médio, 10 situações não exploram as fases de um padrão (S01**A,** S02**A,** S03**A,** S07C, S08C, S09C, S10C, S11C, S12A, S17A). Verifica-se que grande parte das situações identificadas no Ensino Médio não exploram as fases de um padrão, esta evidência pode ser observada, por exemplo, na Figura 2.

Figura 2 – Situação Ensino Médio (S12A), que não explora as fases de um padrão



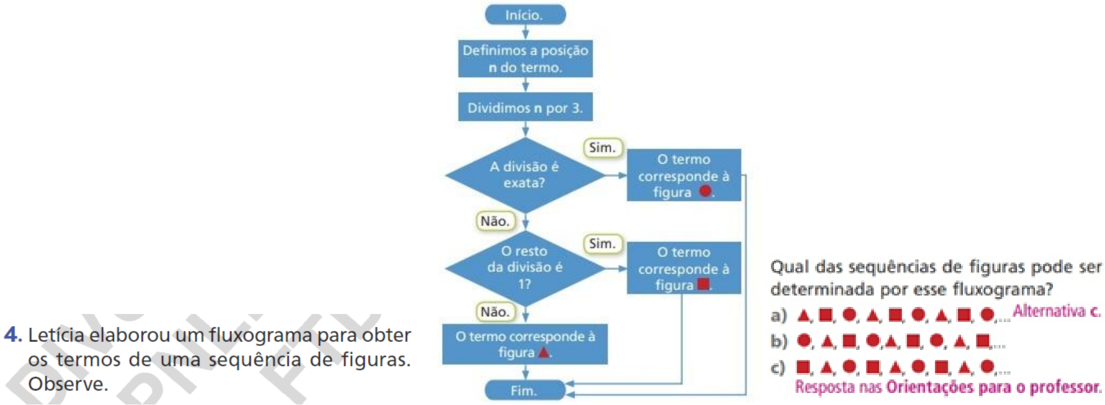
Fonte: Excerto de C4 (2020, p. 16).

A situação (Figura 2) apresenta, por meio de esquemas, quatro (4) sequências numéricas finitas, sendo que para determinar o próximo termo de cada sequência é preciso seguir a lei de formação já apresentada. A situação requer que os estudantes identifiquem as informações relevantes (abstração), mas não precisam identificar a regularidade entre os termos (identificação de padrão), pois a lei de formação já é apresentada de forma imediata (generalização), assim, compreende-se que essa situação não explora as fases de um padrão.

Ainda em relação a situação exposta na Figura 2, observa-se que o algoritmo (representado por um esquema) inicia apresentando os valores de entrada, ou seja, os valores atribuídos a variável n, os quais são os mesmos para os quatro esquemas e definidos como zero, um, dois, três, quatro (0, 1, 2, 3, 4). Na letra "a", é atribuído a variável n o valor zero (0), logo após solicita que seja multiplicado por quatro e subtraído de um, $(4 \cdot 0 - 1)$, resultando no valor de saída de menos um (-1), o qual será o primeiro termo da sequência (a situação sugere anotar o resultado no caderno). O próximo termo de entrada é um (1), o qual é multiplicado por quatro e subtraído de um, $(4 \cdot 1 - 1)$, resultando no valor de saída de três (3), segundo termo da sequência, e assim, sucessivamente até a variável n assumir o valor quatro (4). Nas outras letras, mudará apenas a lei de formação da sequência (dada em linguagem natural). Sublinha-se que, a situação não explora uma simbologia adequada para o algoritmo em fluxograma, por isso, foi classificada como esquema. É importante mencionar que a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical e que cada ação seja representada por uma forma geométrica, tenha início e fim e símbolos adequados para a pergunta e para o looping (Anexo 1).

Dentre as 26 situações do Ensino Fundamental, cinco situações (S05A, S09**A**, S16A, S17**A**, S26A), exploram a 1ª e a 2ª fase de um padrão, enquanto que das 21 situações do Ensino médio, seis situações (S04**A,** S05C, S13**A**, S15**A**, S16**A**, S20**A)** atendem a esse critério de análise. Pode-se observar na Figura 3 um exemplo de situação que atende a esse critério.

Figura 3 – Situação Ensino Fundamental (S16A), que explora a 1ª e a 2ª fase de um padrão



Fonte: Excerto de C6 (2018, p. 72).

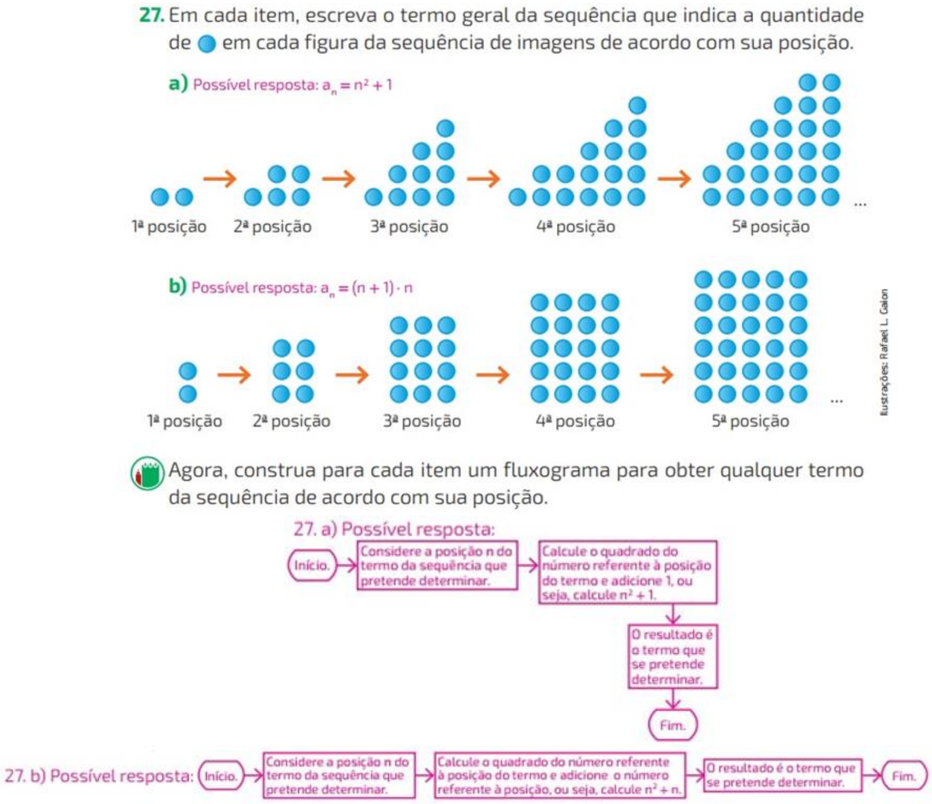
A situação proposta (Figura 3) apresenta por meio de um fluxograma uma sequência figural. Para tanto, será preciso identificar as informações relevantes (abstração), buscar as regularidades entre os termos, verificando as figuras que se repetem (identificação de padrão), mas não é necessário descrever (linguagem natural e/ou representação simbólica) a regra de formação da sequência figural (generalização), por isso, compreende-se que a solução exige a 1ª e a 2ª fase de um padrão.

Em relação ao algoritmo exposto na situação (Figura 3), percebe-se que ele encaminha para definição da posição n do termo, o próximo passo é efetuar a divisão por três e verificar se a divisão resulta em um número exato ou não, se sim, corresponde a figura círculo, se não, precisa verificar se o resto é um (1), se sim, corresponde a figura quadrado, se não, corresponde a figura triângulo e assim, é possível formar a sequência figural. Por exemplo, tomando o primeiro termo como quatro (4), a divisão por três (3) não é exata e o resto é igual a um (1), corresponde a figura quadrado, tomando o segundo termo como cinco (5), a divisão por três (3) não é exata e o resto não é um (1), corresponde a figura triângulo, tomando o terceiro termo como seis (6), a divisão por três (3) é exata corresponde a figura círculo. Verifica-se que o padrão é dado pelas seguintes figuras: quadrado, triângulo e círculo. Assim, seguindo a sequência numérica dos termos, esse padrão figural sempre se repetirá.

Cabe destacar que, a representação por meio de um fluxograma apresentada pelo autor é a adequada, visto que o fluxograma é apresentado na vertical, cada ação é representada por uma forma geométrica, a saber: as terminações de início e fim em formato ovalado, as ações são representadas por retângulos, as decisões são representadas por losangos, os quais indicam uma questão a ser resolvida, por isso, é um símbolo de dupla saída "Sim" e "Não", as setas indicam o sentido da leitura e também o processo de repetição, o qual caracteriza-se como looping, conforme indicações do Anexo 1. Sublinha-se que, a representação do processo de repetição é importante, pois em alguns casos as sequências são infinitas, mas os fluxogramas expostos não indicam esse processo, isso pode ser evidenciado nas Figuras 4 e 7, as quais serão apresentadas no decorrer do texto.

Das 26 situações do Ensino Fundamental, 12 situações exploram as 3 fases de um padrão (S01C, S02A, S03**A**, S07C, S08C, S10**A**, S12**A**, S13C, S14C, S15**A**, S18**A**, S22**A)**. No Ensino Médio, das 21 situações apenas três situações (S06C, S14A, S21**A)** atendem a esse critério de análise. Exemplifica-se, na Figura 4, uma situação que explora as 3 fases de um padrão.

Figura 4 – Situação Ensino Fundamental (S10**A**), que explora as 3 fases de um padrão



Fonte: Excerto de C5 (2018, p. 81).

A situação proposta (Figura 4) apresenta uma sequência figural e solicita o termo geral. Para tanto, será preciso identificar as informações relevantes na sequência dada (abstração), identificar o que ocorre de uma figura para a outra (identificação de padrão) e, por fim, elaborar a representação algébrica (generalização). Assim, entende-se que ela explora as 3 fases de um padrão. Ressalta-se a importância de fazer com que os estudantes percebam que essa sequência de figuras pode dar origem a uma sequência numérica.

Ao analisar detalhadamente a situações exposta na Figura 4, verifica-se que na letra “a” é possível relacionar o número de círculos com a posição da figura na sequência, considerando a posição n do termo da sequência como um (1), referente a posição do termo, calculando-se o seu quadrado e adicionando-se um (1), o número de círculos da primeira figura é igual a dois (2). Na segunda figura, considerando a posição n do termo da sequência como dois (2), calculando-se o seu quadrado e adicionando-se um (1), o número de círculos é igual a cinco (5). Na terceira figura, considerando a posição n do termo da sequência como três (3), calculando-se o seu quadrado e adicionando-se um (1), o número de círculos é igual a dez (10) e assim, sucessivamente. Assim, o termo geral dessa sequência é dado por: $n^2 + 1$.

A letra “b” pode ser resolvida, considerando a posição n do termo da sequência como um (1), calculando-se o seu quadrado e adicionando-se o número referente à posição, o qual será um (1), o número de círculos da primeira figura é igual a dois (2). Na segunda figura, considerando a posição n do termo da sequência como dois (2), calculando-se o seu quadrado e adicionando-se o número referente à posição, o qual será dois (2), o número de círculos é igual a seis (6). Na terceira figura, considerando a posição n do termo da sequência como três (3), calculando-se o seu quadrado e adicionando-se o número referente à posição, o qual será três (3), o número de círculos é igual a doze (12) e assim, sucessivamente. Assim, o termo geral dessa sequência pode ser representado por $n^2 + n$.

Com relação a elaboração do fluxograma (letra “c”), os estudantes precisam apresentar a sua construção, ou seja, descrever os passos para resolver o problema, assim, o primeiro passo será relacionar o número de círculos com a posição da figura na sequência; segundo passo identificar quantos círculos aumentam de uma figura para a outra e verificar como se dá esse aumento; terceiro passo perceber que a sequência de figuras pode dar origem a uma sequência numérica; quarto passo elaborar a representação algébrica. Sublinha-se que, a simbologia utilizada na representação do fluxograma não é adequada, pelos motivos já apresentados na análise da Figura 2, dessa forma, tem-se um esquema e não um fluxograma. Ressalta-se, ainda, que a situação indica uma sequência infinita, no entanto, o esquema apresentado não gera essa sequência, pois não apresenta símbolos que caracterizam looping.

Diante desses resultados em relação as fases de um padrão, pode-se afirmar que a maioria das situações mapeadas no Ensino Fundamental possibilitam a mobilização das 3 fases, enquanto que no Ensino Médio grande parte das situações apresentam a generalização de forma imediata, logo, poucas situações exploram as 3 fases. Portanto, salienta-se a importância de propor atividades que busquem explorar as 3 fases de um padrão, utilizando diferentes representações como tabelas, esquemas, linguagem natural e simbólica, visto que possibilitam a investigação, a elaboração de conjecturas, a argumentação e a generalização, proporcionando aos estudantes o desenvolvimento do PA, conforme indicam Herbert e Brown (1997), Van de Walle (2009), Vale e Pimentel (2011), Vale; Palhares; Cabrita; Borralho (2007), Vale e Barbosa (2019), Ponte; Matos; Branco (2009), BNCC (2018), e por consequência contribuem na mobilização de conceitos/pilares relacionados ao PC, pois potencializam a abstração, identificação de padrões e decomposição (LIUKAS, 2019; EVARISTO, TERÇARIOL, IKESHOJI, 2022; BRASIL, 2018; CIEB, 2020; WING, 2016).

Dentre as coleções do Ensino Fundamental, a C6EF teve maior destaque, visto que das seis situações identificadas, quatro delas exploram as 3 fases de um padrão. Com relação as coleções do Ensino Médio, devido ao número reduzido de situações, nenhuma coleção teve destaque. Este resultado revela que as 3 fases de um padrão precisam ser melhor exploradas, visto que contribuem para o desenvolvimento do PA.

Conforme já mencionado, por meio do estudo de padrões e das regularidades é possível explorar os conceitos/pilares do PC, de modo que ao analisar uma sequência consegue-se dividir o problema em partes menores (decompor), identificar as informações relevantes (abstração), buscar os pontos em comum (identificação de padrão) e essa sequência de passos para resolver o problema refere-se à construção do algoritmo, podendo ser representada na linguagem natural, ou por meio de fluxogramas. Nesse sentido, buscou-se nas situações identificadas quais exploravam conceitos/pilares do PC. Para apresentar os dados e analisá-los foram organizados Quadros (8 e 9) que expõem as situações identificadas em cada coleção e os conceitos/pilares do PC que podem ser mobilizados ao resolvê-las. Assim, no Quadro 8 são classificadas as 26 situações das coleções do Ensino Fundamental quantos aos conceitos/pilares do PC.

Quadro 8 - Coleções de Livros Didáticos Ensino Fundamental

		Conceitos/pilares Pensamento Computacional			
Coleções	**Código**	**Abstração**	**Algoritmo**	**Decomposição**	**Identificação de Padrão**
C1EF	S01C	X	X		X
C2EF	S02A	X	X		X
	S03**A**	X	X	X	X
C3EF	S04C (LP)	X	X		
C4EF	S05A	X	X		X
	S06C	X	X		
	S07C	X	X		X
C5EF	S08C	X	X		X
	S09**A**	X	X		X
	S10**A**	X	X	X	X
	S11**A**	X	X		
	S12**A**	X	X		X
C6EF	S13C	X	X		X
	S14C	X	X	X	X
	S15**A**	X	X		X
	S16A	X	X		X
	S17**A**	X	X		X
	S18**A**	X	X		X
C8EF	S19C	X	X		
	S20C	X	X		
	S21A	X	X		
	S22**A**	X	X		X
	S23C	X	X		
	S24A	X	X		
	S25A	X	X		
	S26A	X	X		X

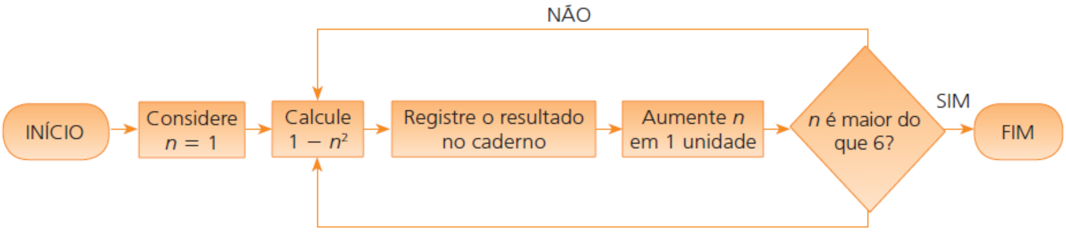
Fonte: Elaborado pela autora.

A análise dos dados do Quadro 8 indica que, as 26 situações possibilitam explorar a abstração e a análise/construção do algoritmo; 17 possibilitam explorar, além da abstração e da análise/construção do algoritmo, a identificação de padrões (S01C, S02A, S03**A**, S05A, S07C, S08C, S09**A**, S10**A**, S12**A**, S13C, S14C, S15**A**, S16A, S17**A**, S18**A**, S22**A**, S26A); apenas três podem explorar, além da abstração, da análise/construção do algoritmo e da identificação de padrões, a decomposição (S03**A**, S10**A**, S14C).

Ressalta-se que esse resultado, ou seja, todas as situações explorarem a análise/construção do algoritmo, é influenciado pelo descritor "algoritmo" utilizado no mapeamento das situações. Além disso, a abstração faz parte da construção do algoritmo, visto que se refere à interpretação dos dados e a tomada de decisão por parte dos estudantes. Nesse sentido, retoma-se que "no PC um algoritmo é visto como uma abstração de um processo que recebe uma entrada, executa a sequência de passos e produz uma saída que satisfaça um objetivo específico. É um plano, uma estratégia ou um conjunto de instruções claras necessárias para solucionar um problema" (SILVA, 2020, p. 56). A Figura 5 expõe uma situação que pode explorar a abstração e a análise de um fluxograma.

Figura 5 – Situação Ensino Fundamental (S21A), que pode explorar a abstração e a construção do algoritmo

31. Escreva os termos da sequência numérica obtida por meio do fluxograma a seguir.
(0, −3, −8, −15, −24, −35)



Fonte: Excerto de C8 (2018, p. 111).

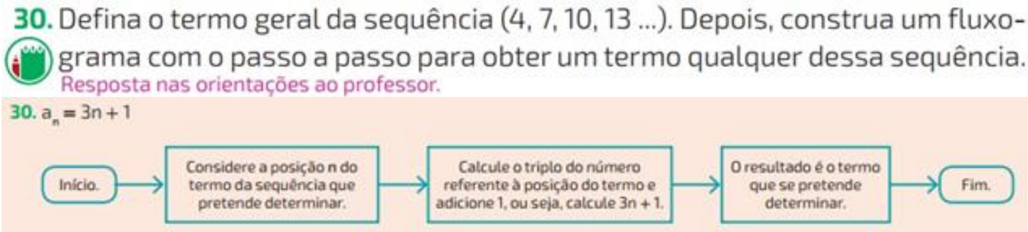
A situação proposta (Figura 5) apresenta por meio de um fluxograma uma sequência numérica finita. Para tanto, é preciso identificar as informações relevantes na sequência dada (abstração) e construir a sequência de passos (algoritmo). Verifica-se que a situação não requer que o estudante analise a regularidade entre os termos, visto que não explora a sequência de forma recursiva, em que cada termo depende do anterior e nem de forma não recursiva que requer a relação com a posição do termo na sequência (identificação de padrão), pois a lei de formação já é apresentada de forma imediata e, além disso, para resolvê-la não é necessário dividi-la em problemas menores (decomposição). Portanto, a situação explora apenas a abstração e a análise/construção do algoritmo. Salienta-se que só foram classificadas como situações que podem exigir a decomposição aquelas que envolvem padrão figural, pois pode ser necessário relacionar a posição da figura com um dado numérico e organizar essas informações em uma tabela. Um exemplo pode ser verificado na situação exposta na Figura 4.

No que tange ao algoritmo apresentado na Figura 5, constata-se que ele inicia a variável n com o valor um (1), logo após solicita que seja calculado um menos o quadrado de um $(1 - 1^2)$, resultando em zero (0), primeiro termo da sequência (o fluxograma sugere anotar o resultado no caderno). A próxima etapa do fluxograma pede que seja aumentada em uma unidade a variável n (passando a ser dois (2)), finalizando com a verificação se a variável é maior do que seis (6), neste caso, não. Este teste indica que a sequência seguirá um looping até que n seja maior do que seis (6). Tomando n como dois (2), calculando um menos o quadrado de dois $(1 - 2^2)$, resulta em menos três (-3), segundo termo da sequência, logo após, é preciso aumentar uma unidade ao termo n, o qual será três (3), em seguida é, novamente, testado se n é maior do que seis (6), neste caso, não. Tomando n como três (3), calculando um menos o quadrado de três $(1 - 3^2)$, resulta em menos oito (-8), terceiro termo da sequência e assim, sucessivamente até que n seja maior do que seis (6).

Com relação a representação por meio de um fluxograma, sugerida pelo autor, a simbologia não é adequada, pois, conforme já mencionado, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical. Além disso, o fluxograma (Figura 5), no teste condicional (verificar se a variável é maior que 6) apresenta três setas indicativas, uma para Sim, outra para Não e uma terceira sem nenhuma informação, neste caso, sem indicar algo para ela. O teste é do tipo Sim/Não o que acarretará em ter apenas duas setas orientadas e não três como representado na figura.

A Figura 6 apresenta uma das 17 situações que pode mobilizar a abstração, identificação de padrões e análise/construção do algoritmo.

Figura 6 – Situação Ensino Fundamental (S12**A**), que pode explorar a identificação de padrões



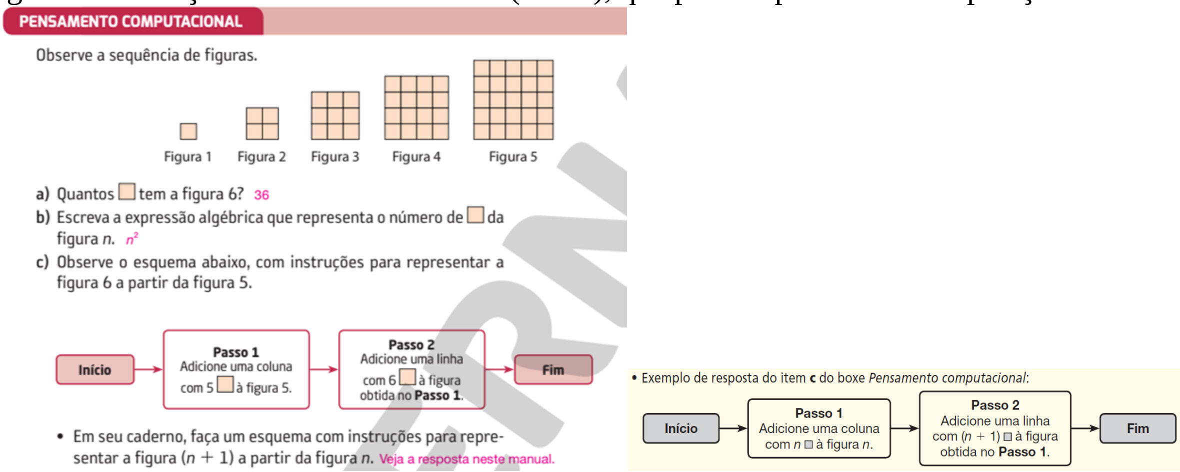
Fonte: Excerto de C5 (2018, p. 81).

A situação proposta (Figura 6) apresenta uma sequência numérica infinita, solicita o termo geral e a construção de um fluxograma. Para tanto, é preciso identificar as informações relevantes na sequência dada (abstração), verificar a regularidade entre os termos (identificação de padrão) e construir a sequência de passos (algoritmo), concluindo que o termo geral é dado por $3n + 1$. Salienta-se que não é necessário dividi-la em subproblemas (decomposição), deste modo, a situação explora a abstração, a construção do algoritmo e a identificação de padrão.

Com relação a representação por meio de um fluxograma, sugerida pelos autores, a simbologia não é adequada, pelos motivos já apresentados na análise da Figura 2, assim, o formato indicado assemelha-se mais a um esquema. Além disso, o fluxograma não apresenta simbologia para solicitação/atribuição de um valor a variável n, nem indica uma variável de atribuição da operação ($3n + 1$). A simbologia utilizada é apenas de ação. Cabe salientar que a situação apresentada indica uma sequência infinita, no entanto, o fluxograma solução dessa situação não apresenta laço de repetição.

Uma das três situações que pode explorar a decomposição é exposta na Figura 7.

Figura 7 – Situação Ensino Fundamental (S03**A**), que pode explorar a decomposição


PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Observe a sequência de figuras.

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5

a) Quantos ☐ tem a figura 6? 36

b) Escreva a expressão algébrica que representa o número de ☐ da figura *n*. n^2

c) Observe o esquema abaixo, com instruções para representar a figura 6 a partir da figura 5.

Início → Passo 1 Adicione uma coluna com 5 ☐ à figura 5. → Passo 2 Adicione uma linha com 6 ☐ à figura obtida no **Passo 1**. → Fim

- Em seu caderno, faça um esquema com instruções para representar a figura $(n + 1)$ a partir da figura *n*. Veja a resposta neste manual.

- Exemplo de resposta do item **c** do boxe *Pensamento computacional*:

Início → Passo 1 Adicione uma coluna com *n* ☐ à figura *n*. → Passo 2 Adicione uma linha com $(n + 1)$ ☐ à figura obtida no **Passo 1**. → Fim

Fonte: Excerto de C2 (2018, p. 180).

A situação proposta (Figura 7) apresenta uma sequência figural e solicita a representação algébrica (generalização). Para tanto, pode-se dividir a situação em situações mais simples, tendo em vista que essa sequência de figuras pode dar origem a uma sequência numérica (decomposição), identificar as informações relevantes na sequência dada (abstração), verificar a regularidade entre os termos, que pode ser realizada de forma recursiva ou de forma não recursiva (identificação de padrão) e construir a sequência de passos (algoritmo), assim, esta situação explora os quatro conceitos/pilares do PC.

Ao analisar detalhadamente essa situação, verifica-se que uma das formas de resolver a letra "a" é relacionar o número de quadrados com a posição da figura na sequência, assim, a figura seis terá 36 quadrados. Na letra "b", é solicitada a expressão algébrica que representa o número de quadrados da figura n, uma das formas de determinar um termo qualquer é elevar o valor da posição do termo ao quadrado, assim, a expressão algébrica será n^2. Geometricamente, pode-se pensar que cada figura possui base e altura iguais, ou seja, com a mesma medida. Na letra "c", é apresentado um esquema com as instruções para representar a figura seis, deste modo, a sequência de passos é: passo um, adicione uma coluna com cinco quadrados na figura cinco; passo dois, adicione uma linha com seis quadrados à figura obtida no passo um. Em seguida, a situação requer que seja elaborado um esquema com instruções para representar a figura $n + 1$, a partir da figura n. A sequência de passos será: passo um, adicione uma coluna com n quadrados a figura n, passo dois, adicione uma linha com $n + 1$ quadrados à figura obtida no passo um.

Com relação a representação por meio de um esquema, sugerida pelos autores, não pode ser considerada como um fluxograma, pois a simbologia não é adequada, pelos motivos já apresentados na análise da Figura 2. Além disso, os dois esquemas apresentados indicam a construção da próxima figura (figura 6), levando em consideração a figura anterior, ou seja, explorando a recursividade (busca da figura seguinte, a partir da anterior), mas o esquema não explora o número de quadrados que compõem cada figura da sequência.

No Quadro 9 são classificadas as 21 situações das coleções do Ensino Médio quanto aos conceitos/pilares do PC.

Quadro 9 - Coleções de Livros Didáticos Ensino Médio

		Conceitos/pilares Pensamento Computacional			
Coleções	**Código**	**Abstração**	**Algoritmo**	**Decomposição**	**Identificação de Padrão**
C1EM	S01**A** (LP)	X	X		
	S02**A** (LP)	X	X		
	S03**A** (LP)	X	X		
	S04**A** (LP)	X	X		X
	S05C	X	X		X
C3EM	S06C	X	X		X
	S07C* (LP)	X	X		
	S08C* (LP)	X	X		
	S09C* (LP)	X	X		
	S10C* (LP)	X	X		
C4EM	S11C	X	X		
	S12A	X	X		
	S13**A** (LP)	X	X		X
C6EM	S14A	X	X		X
	S15**A**	X	X		X
	S16**A**	X	X		X
C7EM	S17A	X	X		
	S18**A****		X		
	S19C**		X		
C8EM	S20**A**	X	X		X
	S21**A**	X	X		X

Fonte: Elaborado pela autora.

Os dados do Quadro 9 indicam que duas situações referem-se a situações abertas e, por isso, pode-se inferir que exploram apenas a construção do algoritmo (S18**A**, S19C); 19 situações possibilitam explorar a abstração e a análise/construção do algoritmo (S01**A**, S02**A**, S03**A**, S04**A**, S05C, S06C, S07C, S08C, S09C, S10C, S11C, S12A, S13**A**, S14A, S15**A**, S16**A**, S17A, S20**A**, S21**A**); nove situações podem explorar, além da abstração e da análise/construção do algoritmo, a identificação de padrões (S04**A**, S05C, S06C, S13**A**, S14A, S15**A**, S16**A**, S20**A**, S21**A**); e nenhuma situação explora os quatro conceitos/pilares do PC.

A Figura 8 expõe uma das 19 situações que pode possibilitar a mobilização da abstração e construção do algoritmo.

Figura 8 – Situação Ensino Médio (S01**A**), que pode explorar a abstração e a construção do algoritmo

9. Dado um número natural n, construa um algoritmo em linguagem corrente que armazene, na variável *semisSoma*, a semissoma dos n-ésimos primeiros números naturais. Em seguida, construa o fluxograma que represente esse algoritmo.

9. Nesse exercício, aparece pela primeira vez o conceito de um laço de repetição. Vale salientar que os laços exigem o cuidado de verificar se a variável de controle vai, em algum momento, atingir o valor que determina a parada (ou saída) do laço. Caso contrário, o algoritmo repetirá indefinidamente os passos de dentro do laço.

Resposta possível:

Dado n um número natural, determinar a *semisSoma* dos n primeiros números naturais.

Passo 1. Faça n receber um número natural como entrada.

Passo 2. Faça *semisSoma* $\leftarrow 0$.

Passo 3. Se $n = 0$, vá para o **passo 6**; senão, vá para o **passo 4**.

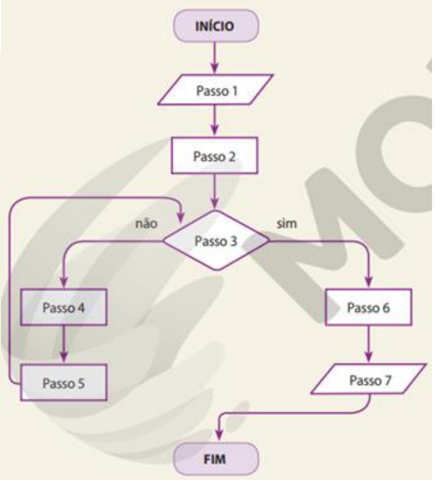
Passo 4. Faça *semisSoma* $\leftarrow$ *semisSoma* $+ n$.

Passo 5. Faça $n \leftarrow n - 1$. Volte para o **passo 3**.

Passo 6. Faça *semisSoma* $\leftarrow \frac{semisSoma}{2}$.

Passo 7. A variável *semisSoma* contém o resultado. Encerra-se o algoritmo.

O fluxograma que representa o algoritmo é o seguinte:



Fonte: Excerto de C1 (2020, p. 105).

A situação proposta (Figura 8) requer a construção do algoritmo em linguagem natural e em fluxograma. Para tanto, é preciso identificar as informações relevantes (abstração) e construir a sequência de passos (algoritmo), a relação entre os termos (*semissoma*) está sendo dada, logo, não é preciso identificar o padrão, além disso, não é necessário dividir a situação em subproblemas (decomposição), deste modo, ela explora apenas a abstração e a construção do algoritmo.

O algoritmo em linguagem natural, sugerido pelos autores, segue os seguintes passos: no passo um, é atribuído um número natural à variável n; no passo dois, é inicializada a variável *semissoma* com o valor 0; no passo três, é verificado se o valor informado no passo 1 é igual a 0, neste caso, sendo direcionado ao passo seis, em que é realizada a divisão do valor da *semissoma* por dois (como o valor inicial é 0, o resultado permanecerá 0) e seguirá para o passo sete, exibição do resultado da *semissoma*, encerrando o algoritmo. Caso, no passo três, o valor atribuído a variável n seja diferente de 0, então, segue-se para o passo quatro, em que é realizado o processo de adição do valor n ao valor atual da variável *semissoma*, em seguida, no passo cinco, é realizada a subtração de uma unidade do valor atualmente atribuído a variável n. Após retorna-se ao passo três, para verificação da condição de continuidade da repetição (laço de repetição).

Salienta-se que o fluxograma apresentado só pode ser compreendido a partir dos passos elaborados no algoritmo em linguagem natural. Com relação a representação por meio de um fluxograma, sugerida pelo autor a simbologia não é adequada, pois o laço de repetição não fica explícito na linguagem natural e nem no fluxograma. Além disso, a simbologia adotada pode confundir o estudante, pois o paralelogramo (passo sete), apesar de ser aceito como saída, em geral, é utilizado apenas para entrada de dados. A saída de dados, na forma de exibição em tela, utiliza-se de outra representação.

A Figura 9 expõe uma das nove situações que podem permitir a mobilização da abstração, identificação de padrões e análise/construção do algoritmo.

Figura 9 – Situação Ensino Médio (S13**A**), que pode explorar a identificação de padrões

13. Leonardo de Pisa (c. 1170-c. 1240), mais conhecido como Fibonacci, foi um matemático italiano, autor da obra *Liber abaci* [Livro do ábaco], repleta de Aritmética e Geometria. Nessa obra, há uma grande coleção de problemas, e um deles ficou muito conhecido, dando origem à famosa sequência de Fibonacci. Esse problema pode ser expresso, atualmente, da seguinte maneira:

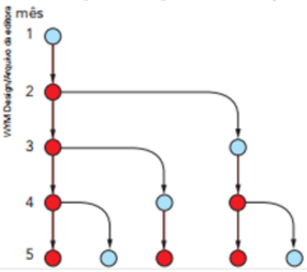
Suponha que em um viveiro, no mês 1, há 1 casal de coelhos jovens, e sabe-se que:

- um casal de coelhos jovens leva 1 mês para amadurecer e se tornar um casal de coelhos adultos;
- em cada mês, um casal de coelhos adultos dá à luz um casal de coelhos jovens.

Pergunta-se então quantos **casais de coelhos** existirão no viveiro nos próximos meses.

Fonte de consulta: LUCHETTA, V. O. J. Leonardo de Pisa (Fibonacci). IMÁTICA, 29 jan. 2003. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~leo/imatica/historia/fibonacci.html. Acesso em: 14 jul. 2020.

O diagrama a seguir ilustra esse problema até o 5º mês.



Neste diagrama, os casais de coelhos são representados por círculos: azuis, se for um casal de coelhos jovens; vermelhos, se for um casal de coelhos adultos.

13. c) (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...). Cada termo da sequência de Fibonacci, a partir do 3º, é determinado pela soma dos 2 termos imediatamente anteriores.

Não escreva no livro.

a) Qual é o número de casais de coelhos em cada um dos 5 primeiros meses? 1 casal; 1 casal; 2 casais; 3 casais; 5 casais.

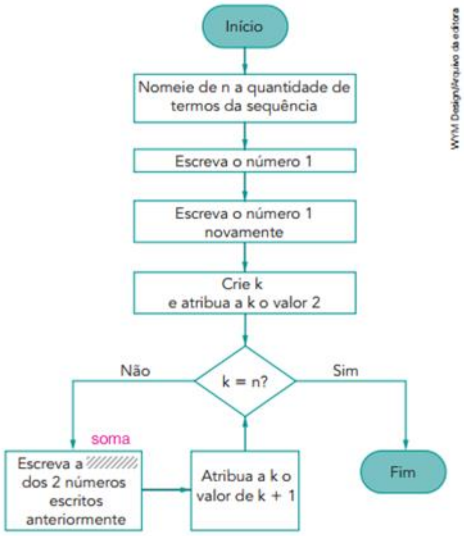
b) Qual é o número de casais de coelhos no 6º mês? E no 7º mês? 8 casais. 13 casais.

c) A sequência de Fibonacci é formada pelo número de casais de coelhos a cada mês. Nela, cada termo, a partir do 3º, é determinado por um padrão relacionado aos 2 termos anteriores.

Considerando as respostas que você identificou nos itens **a** e **b** desta atividade, escreva os 7 primeiros termos dessa sequência e identifique esse padrão.

d) O fluxograma a seguir apresenta um algoritmo para identificar os n primeiros termos da sequência de Fibonacci. No caderno, copie esse fluxograma, substituindo a parte hachurada pela palavra que torna o algoritmo correto.

Em seguida, utilize-o para escrever os 14 primeiros termos dessa sequência no caderno.
(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377)



e) Agora vamos construir uma sequência de números de acordo com o padrão da sequência de Fibonacci, mas escolhendo valores diferentes para os 2 termos iniciais da sequência. Para isso, crie um fluxograma no caderno de acordo com o fluxograma anterior, apenas trocando os 2 valores iniciais por 2 números naturais quaisquer de sua preferência. Em seguida, escreva no caderno os 6 primeiros termos dessa sequência. Professor, a resposta dependerá dos valores iniciais escolhidos pelo estudante.

Fonte: Excerto de C4 (2020, p. 120).

A situação proposta (Figura 9) apresenta uma sequência numérica recursiva infinita. Para tanto, é preciso identificar as informações relevantes na sequência dada (abstração), verificar a regularidade entre os termos, neste caso, a sequência de Fibonacci é recursiva, ou seja, requer a busca do termo seguinte a partir da soma dos anteriores (identificação de padrão), construir a sequência de passos por meio de um fluxograma (algoritmo). Não é necessário dividi-la em subproblemas (decomposição), deste modo, a situação explora a abstração, a construção do algoritmo e a identificação de padrão.

Observa-se que a sequência proposta se refere à sequência de Fibonacci, a qual pode ser expressa pelo número de casais de coelhos a cada mês. Para representar a regularidade dessa sequência, observa-se que a partir do terceiro termo, todos os outros termos serão definidos pela soma dos dois termos anteriores. Cabe ressaltar que das 26 situações do Ensino Fundamental, uma situação (S06C), explorou a sequência de Fibonacci e com relação as 21 situações do Ensino Médio, três situações (S03**A**, S06C, S13**A**).

O objetivo do algoritmo representado por meio de um fluxograma refere-se à construção dos primeiros termos da sequência de Fibonacci, assim, o primeiro passo, será nomear n conforme a quantidade de termos da sequência; o segundo e o terceiro passo, solicita a exibição do número um; o quarto passo, solicita a criação de um k e que atribua a ele o valor dois; o quinto passo, refere-se a pergunta $k = n$?, se sim encerra-se o algoritmo, se não, é necessário somar os dois números escritos anteriormente e, logo após, o sexto passo, pede para que atribua a k o valor $k + 1$ e assim, será realizado um looping dos passos anteriores até o momento em que k seja igual a n.

Por exemplo, no primeiro passo, os estudantes devem definir a quantidade de termos da sequência, neste caso são 14 termos; no segundo passo, devem escrever o número um (primeiro termo da sequência); terceiro passo, escrever o número um novamente (segundo termo da sequência); quarto passo, devem atribuir para k o valor dois; quinto passo, será realizada a pergunta, se k é igual a n, neste caso, se $2 = 14$?, a resposta é não, desta forma, soma-se os dois termos anteriores (um mais um), resultando no número dois (terceiro termo da sequência); sexto passo, adiciona-se um ao valor de k e assim retorna-se ao quinto passo, o qual é realizada a pergunta $3 = 14$?, como a resposta é não, soma-se os dois termos anteriores (um mais dois), resultando no número três (quarto termo da sequência) e assim, sucessivamente até que no quinto passo a pergunta seja $14 = 14$?, a resposta é sim e o algoritmo é encerrado.

Com relação a representação por meio de um fluxograma, sugerida pelos autores, a simbologia está adequada, pois, conforme já ressaltado, é apresentado na vertical, as terminações de início e fim foram representadas em formato ovalado, as ações foram representadas por retângulos, a decisão foi representada por um losango com dupla saída “Sim” e “Não”, as setas indicaram o sentido da leitura e também o processo de repetição. Sublinha-se que o fluxograma apresentado não contribuiria para a elaboração de um código de programação, pois para esta sequência seria necessário o uso de variáveis *temporárias*, utilizadas para atribuição e manipulação dos termos recursivos.

Observa-se que dentre as coleções do Ensino Fundamental, a C8EF teve maior destaque, com relação as situações em que é possível explorar a abstração e a construção do algoritmo, visto que das oito situações identificadas, todas podem explorar esse critério. Com relação as situações em que é possível explorar além da abstração e da análise/construção do algoritmo, a identificação de padrões, a C6EF teve maior destaque, visto que das seis situações identificadas, todas podem explorar esse critério de análise. Já com relação as situações que buscam explorar os quatro conceitos/pilares do PC, não houve destaque entre as coleções, pois os dados foram semelhantes em termos de quantidade.

Nas coleções do Ensino Médio, C1EM e C3EM tiveram maior destaque, visto que das cinco situações identificadas em cada coleção, em todas, é possível explorar a abstração e a construção do algoritmo. Com relação as situações em que é possível explorar além da abstração e da análise/construção do algoritmo, a identificação de padrões, a C6EM teve maior destaque, visto que das três situações identificadas, todas podem explorar esse critério. Já com relação as situações que buscam explorar os quatro conceitos/pilares do PC, nenhuma situação atende a esse critério.

Destaca-se a importância de serem propostas situações que requeiram a abstração, a decomposição, a identificação de padrões e o algoritmo, pois potencializam de forma articulada o desenvolvimento do PC e do PA. Para tanto, as situações que envolvem a análise/construção do algoritmo devem explorar as diferentes representações do algoritmo e não apenas executá-lo. Neste sentido, buscou-se nas coleções, as representações utilizadas para a construção do algoritmo, as quais foram classificadas em Linguagem Natural (LN), Fluxograma/Esquema (F/E), Linguagem Natural e Fluxograma/Esquema (LN e F/E), sendo organizados quadros para facilitar a exposição e análise dos dados produzidos. O Quadro 10 refere-se as coleções do Ensino Fundamental e o Quadro 11 as coleções do Ensino Médio.

Quadro 10 - Situações do Ensino Fundamental, organizadas quanto as representações utilizadas na construção do algoritmo

		Representações		
Coleções	**Ano**	**LN**	**F/E**	**LN e F/E**
C1EF	8º	-	S01C	-
C2EF	8º	-	S02A; S03**A**	-
C3EF	8º	-	S04C (LP)	-
C4EF	7º	S05A	-	-
	8º	-	S07C	S06C
C5EF	8º	-	S08C; S09**A;** S10**A;** S11**A** S12**A**	-
C6EF	8º	-	S13C; S14C; S15**A;** S16A S17**A;** S18**A**	-
C8EF	6º	-	S19C	-
	7º	-	S20C; S21A; S22**A**	-
	8º	-	S23C; S24A; S25A; S26A	-

Fonte: Elaborado pela autora.

No Quadro 10, constata-se que das 26 situações identificadas no Ensino Fundamental, uma situação explora a construção do algoritmo em linguagem natural (S05A), uma situação explora a construção do algoritmo em linguagem natural e em fluxograma/esquema (S06C) e 24 situações exploram a análise/construção do algoritmo em fluxograma/esquema (S01C, S02A, S03**A**, S04C (LP), S07C, S08C, S09**A**, S10**A**, S11**A**, S12**A**, S13C, S14C, S15**A**, S16A, S17**A**, S18**A**, S19C, S20C, S21A, S22**A**, S23C, S24A, S25A, S26A). Salienta-se que a letra “A” em negrito representa as atividades que solicitam a representação do algoritmo por meio de fluxogramas, assim, das 26 situações identificadas, apenas 9 solicitam ao estudante a construção do algoritmo, isso pode ser observado nas situações expostas nas Figuras 4, 6 e 7. Nas demais situações, o algoritmo já está dado e o estudante apenas o executa, conforme pode ser observado nas situações expostas nas Figuras 3 e 5. Desta forma, exemplifica-se na Figura 10, a única situação envolvendo algoritmo representado em linguagem natural.

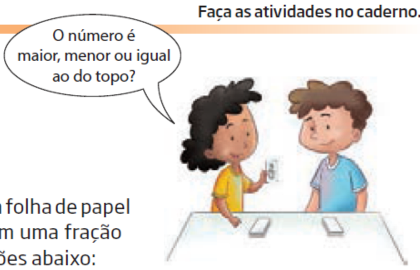
Figura 10 – Situação Ensino Fundamental (S05A), envolvendo algoritmo representado em linguagem natural

Resolvendo em equipe

Faça as atividades no caderno.

Partindo do algoritmo de ordenação visto na seção “Trocando ideias”, ordenem 10 cartas numeradas. Mas há um detalhe: quem for ordenar não poderá ver as cartas!

Para a confecção das cartas, dividam uma folha de papel em 10 retângulos. Em cada carta, escrevam uma fração equivalente, com denominador 12, às frações abaixo:



$\frac{8}{12}$ $\frac{2}{3}$	$\frac{4}{12}$ $\frac{1}{3}$	$\frac{6}{12}$ $\frac{1}{2}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{10}{12}$ $\frac{5}{6}$	$\frac{9}{12}$ $\frac{3}{4}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{6}{12}$ $\frac{3}{6}$	$\frac{12}{12}$

O integrante responsável por ordenar as cartas não poderá ver a carta, mas poderá mostrá-la para a equipe e fazer a pergunta: “O número desta carta é menor, maior ou igual ao número da que está no topo das cartas ordenadas?”. O restante da equipe deve responder à pergunta, sem dizer o valor da carta.

Interpretação e identificação dos dados	• Leia novamente a seção “Trocando ideias” e anote o que considerar relevante para ajudá-lo na ordenação das cartas. Ter o esquema do algoritmo pode ajudar os alunos a relembrar os passos para ordenar as cartas.
Plano de resolução	• Forme grupo com a quantidade de integrantes orientada pelo professor. • Embaralhe as cartas e coloque-as na mesa com os números voltados para baixo. • Converse com os colegas como organizar os montes de cartas. Na seção “Trocando ideias”, há a sugestão de nomear os montes de cartas para que lembrem qual está ordenado e qual não está.
Resolução	• Todos os integrantes devem ordenar as cartas pelo menos uma vez, aplicando o algoritmo de ordenação. Um integrante do grupo deve anotar as frações ordenadas dos demais colegas.
Verificação	• Cada integrante do grupo conseguiu a mesma ordem de cartas? Resposta pessoal. • A ordem que conseguiram está correta? Por quê? Se todos seguiram corretamente o algoritmo, as frações devem estar nesta ordem: $\frac{1}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \frac{6}{12}, \frac{6}{12}, \frac{7}{12}, \frac{8}{12}, \frac{9}{12}, \frac{10}{12}, \frac{12}{12}$
Apresentação	• Discuta com os colegas se existem outras formas de ordenar as cartas. Se descobrirem mais alguma, apresentem para a turma. Resposta pessoal.

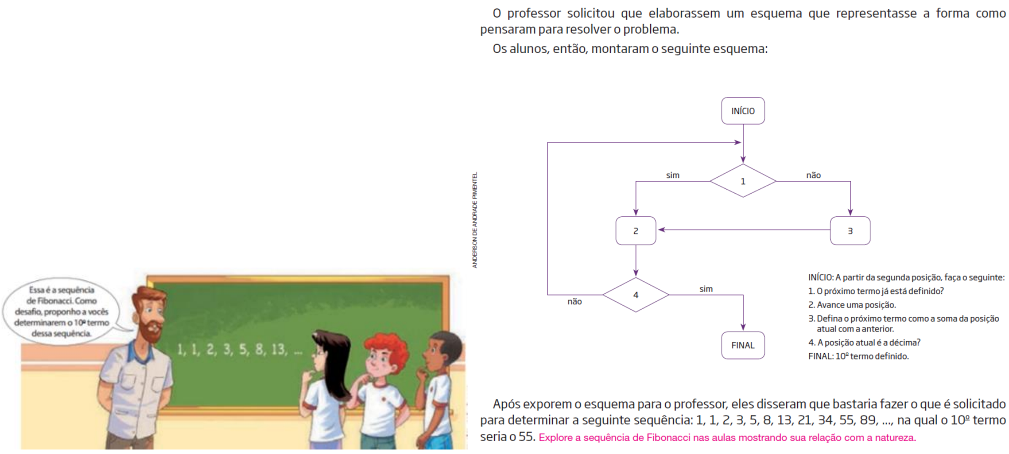
Fonte: Excerto de C4 (2018, p. 104).

A situação proposta (Figura 10) é a única que envolve algoritmo representado em linguagem natural. Para tanto, é preciso identificar as informações relevantes (abstração), verificar a regularidade entre os termos (identificação de padrão), construir a sequência de passos (algoritmo), a qual deve ser escrita em linguagem natural.

Observa-se que o algoritmo inicia solicitando a ordenação (tarefa que envolve comparar e decidir se um elemento vem antes ou depois de outro) das 10 cartas. Para tanto, é preciso determinar as frações equivalentes. Em seguida, o algoritmo solicita que coloque as cartas na mesa com os números voltados para baixo, o integrante responsável por ordenar as cartas não poderá ver a carta, assim, o próximo passo, será mostrar a carta para a equipe e fazer a pergunta: "O número desta carta é menor, maior ou igual ao número da que está no topo das cartas ordenadas?". O próximo passo será dado após a equipe responder à pergunta, sem dizer o valor da carta. Se as cartas mostradas forem menores que a primeira, ele as trocará de lugar e, assim, sucessivamente. Se todos seguiram corretamente o algoritmo, as frações devem estar nesta ordem: $\frac{1}{12}; \frac{3}{12}; \frac{4}{12}; \frac{6}{12}; \frac{7}{12}; \frac{8}{12}; \frac{9}{12}; \frac{10}{12}; \frac{12}{12}$ que representa uma sequência numérica finita, na qual a partir do segundo termo os demais são determinados a partir da adição de $\frac{1}{12}$.

A Figura 11 apresenta a única situação envolvendo algoritmo representado em linguagem natural e em fluxograma/esquema.

Figura 11 – Situação Ensino Fundamental (S06C), envolvendo algoritmo representado em linguagem natural e em fluxograma/esquema



Fonte: Excerto de C4 (2018, p. 14).

A situação proposta (Figura 11) solicita o décimo termo da sequência de Fibonacci e explora de modo articulado duas representações do algoritmo, a linguagem natural e fluxograma/esquema. Para tanto, é preciso identificar as informações relevantes na sequência dada (abstração), verificar a regularidade entre os termos, neste caso, a sequência de Fibonacci é recursiva, ou seja, requer a busca do termo seguinte a partir da soma dos anteriores (identificação de padrão), construir a sequência de passos (algoritmo), a qual deve ser escrita em linguagem natural e representada por um fluxograma.

Observa-se que o algoritmo inicia a partir da segunda posição, ou seja, um (1), no passo um é verificado se o próximo termo já está definido, neste caso, não. Avance para o passo três, o qual indica que é preciso definir o próximo termo como a soma da posição atual, que é um (1) com a anterior um (1), resultando em dois (2), terceiro termo da sequência, em seguida, avance para o passo quatro (4), nele haverá outra verificação se a posição atual é a décima.

Neste caso, não, retorne para o passo um, novamente será feita a verificação, se o próximo termo já está definido. Neste caso, não, avance para o passo três, novamente será preciso definir o próximo termo como a soma da posição atual, que é dois (2) com a anterior um (1), resultando em três (3), quarto termo da sequência, em seguida, avance para o passo quatro (4), nele haverá outra verificação se a posição atual é a décima. Neste caso, não, retorne para o primeiro passo, esse teste indica que a sequência seguirá um looping até formar o décimo termo da sequência.

A simbologia apresentada pelo autor para representar o fluxograma (Figura 11) não é a adequada, visto que as ações (passo dois e três) devem ser representadas por retângulos, ou seja, não devem conter cantos arredondados. Já as terminações de início e fim devem ter uma forma ovalada, além disso, o fluxograma não apresenta claramente a tarefa que se pretende executar, conforme orientações presentes no Anexo 1. O passo três apresenta uma seta sem indicar algo para ela, deste modo, o fluxograma não indica como chegar ao passo quatro para encerrar o algoritmo, podendo confundir o estudante. Destaca-se ainda que, a forma como as informações são apresentadas no algoritmo em linguagem natural não permitem a definição dos dois primeiros termos da sequência.

No Quadro 11 estão organizadas as situações das coleções do Ensino Médio quanto as representações utilizadas na construção do algoritmo. Nele são apresentadas as situações identificadas no Ensino Médio, percebe-se que das 21 situações, três situações exploram a construção do algoritmo em linguagem natural (S02**A** (LP), S03**A** (LP), S06C), quatro situações exploram a construção do algoritmo em linguagem natural e em fluxograma/esquema (S01**A** (LP), S04**A** (LP), S05C, S21**A)** e 14 situações exploram a construção do algoritmo em fluxograma/esquema (S07C* (LP), S08C* (LP), S09C* (LP), S10C* (LP), S11C, S12A, S13**A** (LP), S14A, S15**A**, S16**A**, S17A, S18**A****, S19C**, S20**A**).

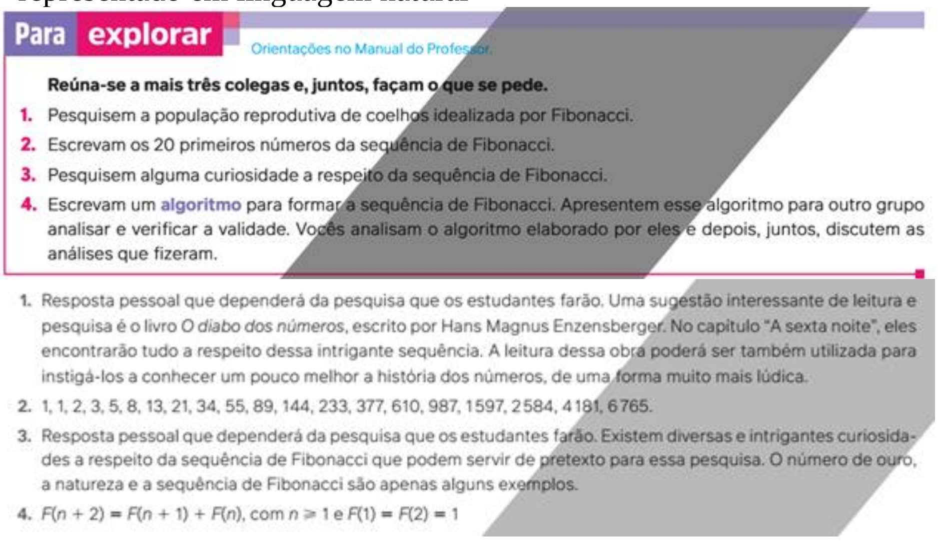
Quadro 11 - Situações do Ensino Médio, organizadas quanto as representações utilizadas na construção do algoritmo

<table>
<tr><th colspan="2"></th><th colspan="3">Representações</th></tr>
<tr><th>Coleções</th><th>Volumes</th><th>LN</th><th>F/E</th><th>LN e F/E</th></tr>
<tr><td rowspan="2">C1EM</td><td>V1 - Grandezas, álgebra e algoritmos</td><td>S02A (LP);
S03A (LP)</td><td>-</td><td>S01A (LP);
S04A (LP)</td></tr>
<tr><td>V2 - Funções e aplicações</td><td>-</td><td>-</td><td>S05C</td></tr>
<tr><td rowspan="4">C3EM</td><td>V1 - O tratamento da informação e a resolução de problemas por meio da função de 1º grau</td><td>S06C</td><td>S07C* (LP)</td><td>-</td></tr>
<tr><td>V2 - As Unidades de Medida e a Resolução de Problemas por meio da Função de 2º grau</td><td>-</td><td>S08C* (LP)</td><td>-</td></tr>
<tr><td>V3 - A Matemática Financeira e a Resolução de Problemas por meio das Funções Exponencial e Logarítmica</td><td>-</td><td>S09C* (LP)</td><td>-</td></tr>
<tr><td>V4 - A Estatística e a Resolução de Problemas por meio de Análise Combinatória e Probabilidade</td><td>-</td><td>S10C* (LP)</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="3">C4EM</td><td>V1 - Função Exponencial, Função Logarítmica e Sequências</td><td>-</td><td>S11C</td><td>-</td></tr>
<tr><td>V2 - Função Afim e Função Quadrática</td><td>-</td><td>S12A</td><td>-</td></tr>
<tr><td>V5 - Análise Combinatória, Probabilidade e Computação</td><td>-</td><td>S13A (LP)</td><td>-</td></tr>
<tr><td>C6EM</td><td>V3 - Sequências e Trigonometria</td><td>-</td><td>S14A; S15A;
S16A</td><td>-</td></tr>
<tr><td>C7EM</td><td>V3 - Funções e Progressões</td><td>-</td><td>S17A;
S18A**;
S19C**</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="2">C8EM</td><td>V2 - Trigonometria e Sequências</td><td>-</td><td>S20A</td><td>-</td></tr>
<tr><td>V6 - Grandezas, Medidas e Programação</td><td>-</td><td>-</td><td>S21A</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pela autora.

Salienta-se que o “A” em negrito representa as atividades que solicitam a representação gráfica do algoritmo por meio de fluxogramas, assim, das 21 situações, apenas 10 solicitam ao estudante a construção do algoritmo para a resolução da atividade, isso pode ser observado nas situações expostas nas Figuras 8 e 9. Nas demais situações o algoritmo já está dado e o estudante apenas o executa, conforme pode ser observado na situação exposta na Figura 2. Desta forma, exemplifica-se na Figura 12, uma das três situações envolvendo algoritmo representado em linguagem natural.

Figura 12 – Situação Ensino Médio (S06C), envolvendo algoritmo representado em linguagem natural



Para explorar

Orientações no Manual do Professor.

Reúna-se a mais três colegas e, juntos, façam o que se pede.

1. Pesquisem a população reprodutiva de coelhos idealizada por Fibonacci.
2. Escrevam os 20 primeiros números da sequência de Fibonacci.
3. Pesquisem alguma curiosidade a respeito da sequência de Fibonacci.
4. Escrevam um **algoritmo** para formar a sequência de Fibonacci. Apresentem esse algoritmo para outro grupo analisar e verificar a validade. Vocês analisam o algoritmo elaborado por eles e depois, juntos, discutem as análises que fizeram.

1. Resposta pessoal que dependerá da pesquisa que os estudantes farão. Uma sugestão interessante de leitura e pesquisa é o livro *O diabo dos números*, escrito por Hans Magnus Enzensberger. No capítulo "A sexta noite", eles encontrarão tudo a respeito dessa intrigante sequência. A leitura dessa obra poderá ser também utilizada para instigá-los a conhecer um pouco melhor a história dos números, de uma forma muito mais lúdica.
2. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765.
3. Resposta pessoal que dependerá da pesquisa que os estudantes farão. Existem diversas e intrigantes curiosidades a respeito da sequência de Fibonacci que podem servir de pretexto para essa pesquisa. O número de ouro, a natureza e a sequência de Fibonacci são apenas alguns exemplos.
4. $F(n+2) = F(n+1) + F(n)$, com $n \geqslant 1$ e $F(1) = F(2) = 1$

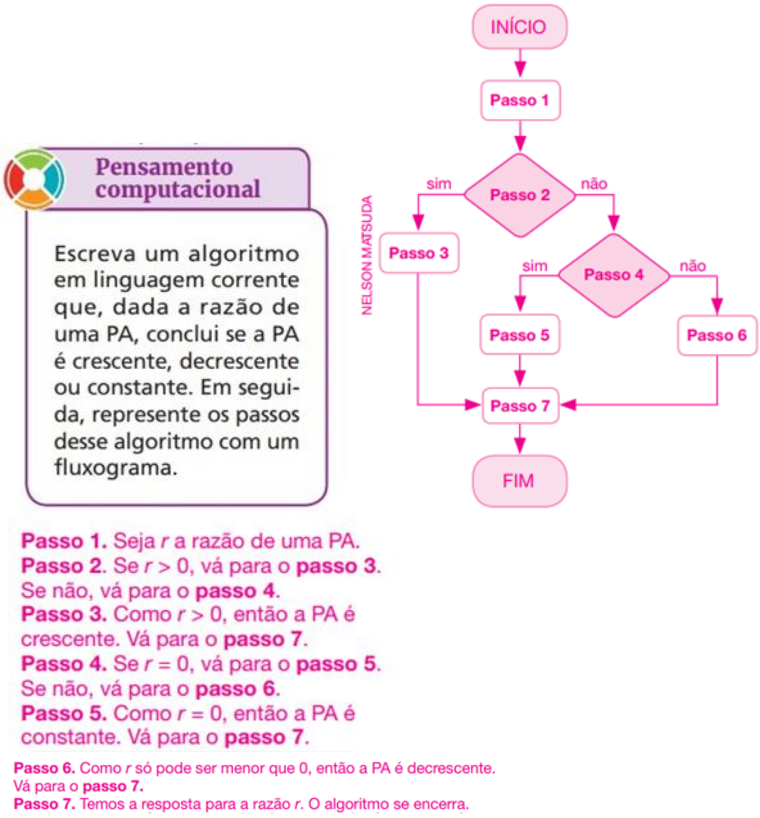
Fonte: Excerto de C3 (2020, p. 45).

A situação proposta (Figura 12) solicita os primeiros termos da sequência de Fibonacci e requer que escrevam em linguagem natural o algoritmo de formação desta sequência. Para tanto, é preciso identificar as informações relevantes na sequência dada (abstração), verificar a regularidade entre os termos, neste caso, a sequência de Fibonacci é recursiva (identificação de padrão), construir a sequência de passos (algoritmo), a qual deve ser escrita em linguagem natural.

Observa-se que o algoritmo apresentado como possível resposta refere-se a uma representação algébrica da sequência, a qual é definida pela função $F(n+2) = F(n+1) + F(n)$, com $n \geq 1$, sendo o primeiro e o segundo termo iguais a um $F(1) = F(2) = 1$. Deste modo, para determinar o próximo termo, é atribuído a variável n, o valor um (1) substituindo na função, tem-se que $F(1+2) = F(1+1) + F(1) \Rightarrow F(3) = F(2) + F(1) \Rightarrow F(3) = 1 + 1 = 2$, terceiro termo da sequência. Para determinar o próximo termo é atribuído a variável n, o valor dois (2) e substituindo na função, tem-se que $F(2+2) = F(2+1) + F(2) \Rightarrow F(4) = F(3) + F(2) \Rightarrow F(4) = 2 + 1 = 3$, quarto termo da sequência. O próximo termo é atribuído a variável n, o valor três (3) e substituindo na função, tem-se que $F(3+2) = F(3+1) + F(3) \Rightarrow F(5) = F(4) + F(3) \Rightarrow F(5) = 3 + 2 = 5$, quinto termo da sequência e assim, sucessivamente até obter todos os termos da sequência de Fibonacci. Verifica-se que o algoritmo poderia ter sido construído em linguagem natural e em fluxograma, conforme pode ser observado na situação exposta na Figura 9.

A Figura 13 expõe uma das quatro situações, identificadas no Ensino Médio, envolvendo algoritmo representado em linguagem natural e em fluxograma/esquema.

Figura 13 – Situação Ensino Médio (S05C), envolvendo algoritmo representado em linguagem natural e em fluxograma/esquema



Fonte: Excerto de C1 (2020, p. 110).

Na situação proposta (Figura 13) é dada a razão de uma PA e solicita as duas representações do algoritmo, linguagem natural e fluxograma/esquema para identificar se essa progressão é crescente ou decrescente ou constante. Para resolvê-la é preciso identificar as informações relevantes na sequência dada (abstração), verificar a regularidade entre os termos, neste caso, a razão dada (identificação de padrão), construir a sequência de passos (algoritmo), a qual deve ser escrita em linguagem natural e representada por um fluxograma.

Observa-se que no primeiro passo o algoritmo indica a razão de uma PA, no segundo passo, pede para verificar se a razão é maior que zero, se sim, vá para o passo três, se não, vá para o passo quatro. Se a razão for maior que zero, o passo três define a PA como crescente e solicita que vá para o passo sete, encerrando o algoritmo. O passo quatro, pede que verifique se a razão é igual a zero, se sim, vá para o passo cinco, se não, vá para o passo seis. Sendo a razão igual a zero, o passo cinco define a PA como constante e solicita que vá para o passo sete, encerrando o algoritmo. O passo seis indica que a razão só pode ser menor que zero, então a PA é decrescente e solicita que vá para o passo sete, encerrando o algoritmo.

Com relação a representação por meio de um fluxograma apresentada pelo autor é a adequada, visto que o fluxograma é apresentado na vertical, as terminações de início e fim são representadas em formato ovalado, as ações são representadas por retângulos, as decisões são representadas por losangos, indicando a dupla saída “Sim” e “Não” e as setas indicam o sentido da leitura e também o processo de repetição, o qual caracteriza-se como looping.

Dentre as coleções do Ensino Fundamental, a C6EF teve maior destaque, visto que as seis situações identificadas podem explorar a representação do algoritmo por meio de fluxograma/esquema. Com relação as representações que podem explorar a construção do algoritmo em linguagem natural e em linguagem natural e em fluxograma/esquema não houve destaque entre as coleções, pois foi identificada apenas uma situação em cada representação.

Sublinha-se que dentre as coleções do Ensino Médio, C1EM e C3EM tiveram maior destaque, na C1EM foram identificadas cinco situações, visto que das quatro situações (volume 1), duas podem explorar a representação do algoritmo por meio da linguagem natural, duas podem explorar a representação do algoritmo por meio da linguagem natural e fluxograma/esquema e uma situação (volume 2) pode explorar a representação do algoritmo por meio da linguagem natural e fluxograma/esquema. Com relação a C3EM, das cinco situações identificadas, uma situação (volume 1) pode explorar a representação do algoritmo por meio da linguagem natural e quatro situações (volumes 1, 2, 3 e 4) podem explorar a representação do algoritmo por meio de um fluxograma/esquema, sendo a mesma atividade apresentada em volumes diferentes, por este motivo essas situações foram identificadas com asteriscos (S07C* (LP), S08C* (LP), S09C* (LP), S10C* (LP)). Salienta-se que foram identificadas situações que apresentam uma simbologia que favorece a conversão para uma linguagem de programação, na qual o autor sugere uso de ambientes/softwares de programação como o Python, isso pode ser evidenciado nas situações (S01A (LP), S02A (LP), S03A (LP), S04A (LP), S07C* (LP), S08C* (LP), S09C* (LP), S10C* (LP), S13A (LP)).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao analisar as coleções de livros didáticos aprovadas pelo PNLD (2020 e 2021) foram identificadas 47 situações envolvendo os descritores mencionados na Metodologia, sendo 26 situações no Ensino Fundamental e 21 situações no Ensino Médio, em 17 coleções de livros didáticos. Esperava-se identificar um número maior de situações, tendo em vista a importância dessas discussões para o desenvolvimento do PA e do PC.

Com relação as coleções do Ensino Fundamental, no que tange aos tipos de padrões 20 situações exploram o padrão numérico. Quanto a recursividade ou não das sequências, 11 situações exploram sequências recursivas. Em relação as 3 fases de um padrão, 12 situações exploram as 3 fases. Assim, entende-se que o professor ao selecionar atividades dessas coleções deverá priorizar a diversificação dos tipos de padrão (repetitivo, numérico, figural) e situações que envolvam as 3 fases de um padrão, o que contribui para o desenvolvimento do PA e indiretamente do PC.

Ainda em relação as coleções do Ensino Fundamental, constatou-se que as 26 situações possibilitam explorar a abstração e a análise/construção do algoritmo; 17 possibilitam explorar, além da abstração e da análise/construção do algoritmo, a identificação de padrões e apenas três possibilitam explorar, além da abstração, da análise/construção do algoritmo e da identificação de padrões, a decomposição, assim, apenas três situações permitem explorar os quatro conceitos/pilares do PC. Sublinha-se que 24 situações exploram a análise/construção do algoritmo em fluxograma/esquema, no entanto, apenas 9 solicitam a sua construção. Esperava-se que todas as situações identificadas permitissem a mobilização de ao menos três dos conceitos/pilares do PC (abstração, identificação de padrões, algoritmo). Isso porque as situações mapeadas pertencem ao campo algébrico e uma forma de desenvolver o PA e o PC é a partir da exploração/identificação de padrões. Além disso, verificou-se que a representação dos fluxogramas na maioria das situações não atende as recomendações quanto a simbologia.

Nas coleções do Ensino Médio, no que se refere aos tipos de padrões foram identificadas 19 situações que exploram o padrão numérico. Com relação a recursividade ou não das sequências, 11 situações exploram sequências não recursivas, associadas a função afim. Quanto as 3 fases de um padrão, apenas três situações exploram as 3 fases. Assim como nas coleções do Ensino Fundamental, percebe-se que a variedade de tipos de padrões não foi contemplada pelas coleções. Ainda, é importante destacar que, a identificação de padrões (presente nas 3 fases) não foi verificada na maioria das situações, visto que a lei de formação das sequências já era dada na situação-problema o que pode restringir o desenvolvimento do PA e do PC.

No que tange aos conceitos/pilares do PC nas coleções do Ensino Médio, constatou-se que 19 situações possibilitam explorar a abstração e a análise/construção do algoritmo, nove situações possibilitam explorar, além da abstração e da análise/construção do algoritmo, a identificação de padrões e nenhuma situação possibilita explorar a decomposição, assim, nenhuma situação possibilita explorar os quatro conceitos/pilares do PC. Ressalta-se que 14 situações exploram a análise/construção do algoritmo em fluxograma/esquema, no entanto, apenas 10 solicitam a sua construção. Assim como nas coleções do Ensino Fundamental, verificou-se que a maioria das situações não possibilita a mobilização de todos os conceitos/pilares do PC. Isso porque, assim como no Ensino Fundamental, a identificação de padrões não foi uma prioridade dos autores na organização das situações. Também, constatou-se que a representação dos fluxogramas foi melhor explorada em relação as coleções do Ensino

Fundamental, sendo que nove situações atende as recomendações quanto a simbologia, oito situações não atendem essas recomendações e quatro situações não solicitam a representação dos fluxogramas.

Esses resultados revelam que as situações que requerem a análise/construção de algoritmos envolvendo o conceito de sequências precisa ser melhor explorada nas coleções de livros didáticos para atender a indicação prevista na BNCC de que os algoritmos e fluxogramas devem ser objeto de estudo nas aulas de Matemática.

Entende-se que, o trabalho com padrões, em particular, o estudo do conceito de sequências favorece o desenvolvimento do PA e do PC, visto que a partir da análise de sequências, os estudantes desenvolvem as capacidades de formular e testar conjecturas conduzindo a generalização, aspecto fundamental do raciocínio matemático e computacional, podendo ser expresso em linguagem natural, diagramas, fluxogramas e esquemas e, em especial, pela representação algébrica. Além disso, o PC contribui para a compreensão do estudo da Álgebra e torna-se uma importante estratégia para a resolução de problemas, visto que permite ao estudante explorar o problema por meio dos conceitos/pilares do PC: dividir o problema em partes menores (decomposição), identificar as informações relevantes (abstração), verificar a regularidade, ou um problema parecido (identificação de padrão), sequência de passos para resolver o problema (algoritmo).

As relações entre o PA e o PC nas situações identificadas ficam explícitas quando solicitam a identificação de padrões e a generalização. Há diferenças entre o PM e o PC, em especial, na representação da variável e isso precisar ser melhor explorado nas coleções de livros didáticos, pois nas coleções do Ensino Fundamental a maioria dos fluxogramas foram elaborados sem se preocupar com a linguagem de programação, por isso, a variável foi representada como é na Matemática. Já algumas coleções do Ensino Médio representam a variável conforme exigências das linguagens de programação, ou seja, expõem a ideia de atribuição. No entanto, não foram identificadas explicações adequadas para que tanto o estudante quanto o professor conseguissem perceber essas diferenças.

Para finalizar, ressalta-se a importância de desenvolver pesquisas que busquem analisar de forma detalhada como os conteúdos são abordados e/ou explorados nas coleções de livros didáticos, tendo em vista que é um dos recursos mais utilizados por professores na elaboração de seus planejamentos. Assim, compreende-se que os professores precisarão recorrer a outros recursos ou livro didáticos para conseguirem desenvolver as habilidades expostas na BNCC, que envolvem algoritmos/fluxogramas. E para dar continuidade a esta pesquisa, pretende-se reorganizar as situações apresentadas nas coleções, evidenciando relações entre o PM e o PC, bem como articulações com a BNCC, para aplicar a turmas do 8º ano do Ensino Fundamental e do 1º ano do Ensino Médio de escolas da rede pública de Caçapava do Sul e, ainda, analisar as contribuições das atividades desenvolvidas com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental e 1º do Ensino Médio no estudo do conceito de sequência, enfatizando os quatro conceitos do PC (decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmo).

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R. de; SANTOS, M. C. dos. Pensamento Algébrico: Em busca de uma definição. **Revista Paranaense de Matemática**. Paraná, v. 6, n. 10, p. 34–60, 2017.

ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar.** Tradução: Magda Melo. Ed. APM, 2008**.**

BONA, A. S. **A Resolução de Problemas Investigativos de Matemática e o Pensamento Computacional na Escola Básica: um processo complexo de abstração segundo a Teoria de Piaget**. RBECM, Passo Fundo, v. 5, edição especial, p. 149-164, 2022.

BONINI, A.; DRUCK, I. F.; BARRA, E. S. O. GT DiAD – **Grupo de Trabalho sobre Direitos à Aprendizagem e ao Desenvolvimento**. Curitiba, 2018.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução de L. A. Reto e A. Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 2002.

BORRALHO, A., CABRITA, I., PALHARES, P.; VALE, I. Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Orgs) **Números e Álgebra** (pp. 193-211). Lisboa: SEM-SPCE, 2007.

BRASIL**.** Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Fundamental**. Brasília, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 13 de fevereiro de 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Programa Nacional do Livro Didático** (PNLD): Guia de livros didáticos Ensino Fundamental Anos Finais - Matemática. Brasília, MEC. Virtual Books, 2016. Disponível em: http://www.fnde.gov.br/phocadownload/programas/Livro_Didatico_PNLD/Guias/PNLD_2017/pnld_2017_matematica.pdf. Acesso em: 01 de março de 2022.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental - Matemática. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

CANAL, A. P.; BISOGNIN, V.; ISAIA, S. M. A. Pensamento Computacional na Formação Inicial de Professores de Matemática: Um Estudo de Caso sob a Perspectiva da Teoria de Robbie Case. **Revista: Contexto e Educação**. Editora Unijuí • ISSN 2179-1309 • Ano 36 • nº 114 • maio/ago. 2021.

CORRÊA, E. B. **O Desenvolvimento do Pensamento Computacional e Algébrico na Formação Inicial de Professores de Matemática: Um Estudo de Caso com Scratch**. Ponta Grossa, 2020.

EVARISTO, I. S.; TERÇARIOL, A. A. L.; IKESHOJI, E. A. B. Do pensamento computacional desplugado ao plugado no processo de aprendizagem da Matemática. **Revista Latino-americana de Tecnología Educativa** 4 de janeiro de 2022.

FIORENTINI, D; MIORIN, M. A.; MIGUEL, A. *Contribuição para um Repensar a Educação Algébrica Elementar*. **Pro-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 78 - 91, mar. 1993.

GAY, M. R. G.; SILVA, W. R. Araribá Mais Matemática: manual do professor /organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna – 1. ed. - São Paulo: Moderna, 2018.

GOUVEIA, C. A. A.; MISKULIN, R. G. S. Aspectos metodológicos de uma pesquisa de doutorado: uma busca pela manifestação da prática docente. In: V Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos Qualitativos - V SIPEQ, 2018, Foz do Iguaçu - PR. **Anais...**, São Paulo SP: Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos, 2018. p. 01-12.

HERBERT, K.; BROWN, R. H., **Patterns as tools for Algebraic Reasoning**, 1997.

IDEM, R. C.; SILVA, R. S. R. **Padrões e Matemática na Educação Básica: uma Revisão Sistemática de Literatura**. VIII SIPEM, 2021.

LIUKAS, L. **Olá, Ruby: Uma Aventura pela Programação.** Trad: Stephanie C. L. Fernandes. 1ª ed. São Paulo: Companhia das Letrinhas, 2019.

LONGEN, A. Apoema Matemática 7 - 1 ed. - São Paulo: Editora Brasil, 2018.

PAPERT**,** S. A máquina das crianças: repensando a escola na era da Informática/ Seymour Papert; tradução Sandra Costa – ed. reb. – Porto Alegre: Artmed, 2008.

PONTE, J. P. D.; MATOS, A.; BRANCO, N. **Sequências e Funções**. Materiais de apoio ao professor com tarefas para o 3.º ciclo 7.º ano. Setembro de 2009.

RAABE, A. **Currículo de referência em Tecnologia e Computação: da educação infantil ao ensino fundamental**. Organização Centro de Inovação para a Educação Brasileira. 2ª ed. São Paulo, 2020.

REICHERT**,** J. T.; BARONE, D. A. C.; KIST, M. **Pensamento Computacional na Educação Básica: Análise com Discentes do Curso de Licenciatura em Matemática**. Ensino da Matemática em Debate (ISSN: 2358-4122), São Paulo, v. 6, n. 3, p. 63-83, 2019.

RIBEIRO, L.; FOSS, L.; CAVALHEIRO, S. **Entendendo o pensamento computacional**. In: RAABE, A.; ZORZO, A.; BLIKSTEIN, P. (Org.). Computação na Educação Básica: fundamentos e experiências. Porto Alegre: Penso, 2020.

RODRIGUEZ, B. D. A.; MENEGHETTI, C. M. S.; POFFAL, C. A. **Sequências Numéricas**. Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF. Rio Grande, 2017.

SACRISTÁN, J. G.; PÉREZ-GÓMEZ, A. I. Compreender e Transformar o Ensino. Tradução Ernani F. Da Fonseca Rosa. 4. ed. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SBC. **Diretrizes para o ensino de Computação na Educação Básica. 2019**. Disponível em: https://www.sbc.org.br/documentos-da-sbc/send/203-educacao-basica/1220-bncc-em-itinerario-informativo-computacao-2. Acesso em 20 de fevereiro de 2022.

SILVA, A. F. U. S. **Fluxogramas: Uma nova linguagem para trabalhar divisibilidade no Ensino Básico**. Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2020.

SILVA, M. A., PIRES, C. M. C. **A riqueza nos currículos da Matemática do Ensino Médio: em busca de critério para seleção e organização de conteúdos.** Unicamp v. 21. n. 39; 2013.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VALE, I. **As Tarefas de Padrões na Aula de Matemática: Um Desafio para Professores e Alunos.** Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo n. 20, p. 181-207, 2012.

VALE, I.; BARBOSA, A. **Pensamento algébrico: contributo da visualização na construção da generalização**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.21, n.3, 398-418, 2019.

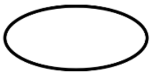
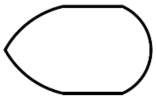
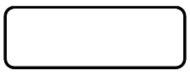
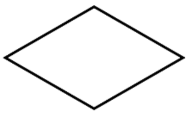
VALE**,** I. **Padrões em contextos figurativos: um caminho para a generalização em matemática.** REVEMAT. e ISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v. 08, n. 2, p. 64-81, 2013.

VALE, I.; PIMENTEL, T. **Padrões e Conexões Matemáticas no Ensino Básico**. Educação Matemática, 2011.

WING, J. PENSAMENTO COMPUTACIONAL – Um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 9, n. 2, 2016.

ANEXO 1

Simbologia básica fluxogramas

Símbolo	Descrição
	**Seta**: Indica o sentido do fluxo de dados. Utilizada, especificamente, para conexão entre símbolos ou blocos existentes.
	**Terminal**: Utilizado para indicar o início e/ou o fim do fluxo do algoritmo (normalmente possui uma palavra indicar em seu interior – início/fim).
	**Entrada de Dados/Operação Manual**: Utilizado para simbolizar a leitura de dados necessários ao algoritmo de forma manual (por exemplo, pelo teclado).
	**Saída de Dados (em vídeo)**: Utilizado para informar uma mensagem ao usuário na tela do dispositivo.
	**Processamento**: Utilizado para indicar ações (cálculos a efetuar, atribuições de valores, manipulação, ...).
	**Tomada de Decisão**: Utilizado para indicar uma decisão a ser tomada, possibilitando desvios para pontos diferentes no fluxo considerando o resultado da comparação sendo realizada.
	**Conector**: Ponto de conexão entre fluxos oriundos de diferentes direções.

Obs.: Existem outros símbolos que podem ser utilizados na representação de algoritmos por fluxogramas descritos pela norma ISSO 5807:1985. Entretanto, foram destacados os símbolos utilizados no decorrer desta pesquisa.

OLIVEIRA, C. D. S. Scratch no ensino e aprendizagem de Geometria: um panorama de pesquisas brasileiras. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Universidade Federal do Pampa. Caçapava do Sul-RS. 2021.

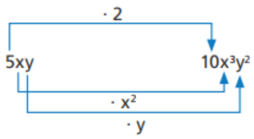
APÊNDICE A - Mapeamento Coleções Ensino Fundamental

C1EF - Situações 8º ano	Código
(conteúdo abaixo)	S01C - (C1, p. 114) – Corpo do texto - Pense e Responda

Veja outro exemplo:

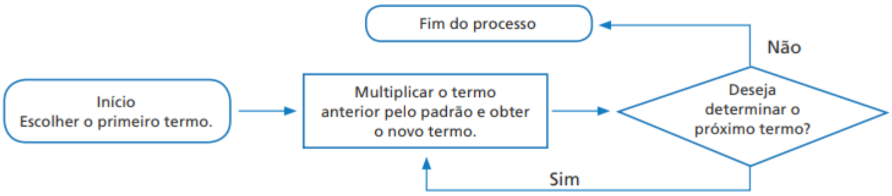
3 A sequência ($5xy$, $10x^3y^2$, $20x^5y^3$, ..., A) tem 6 termos. Descubra o padrão dessa sequência e escreva o 6º termo.

Vamos analisar o 1º e o 2º termos da sequência:



Observamos que o 2º termo é o produto do monômio $5xy$ (1º termo) pelo monômio $2x^2y$. Analisando o 2º e o 3º termos, temos que o 3º termo é o produto do monômio $10x^3y^2$ (2º termo) pelo monômio $2x^2y$. Assim, essa é uma sequência recursiva.

Vamos representar a geração de uma sequência desse tipo em um fluxograma:



Sequência Recursiva – Padrão Algébrico – 3 Fases de um Padrão – Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

Obs.: A simbologia do fluxograma não está adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, conforme orientações presentes no Anexo 1; o fluxograma não representa a sequência apresentada na situação.

C2EF - Situações 8º ano	Código
(conteúdo abaixo)	S02A - (C2, p. 27) – Boxe Pensamento Computacional Atividade

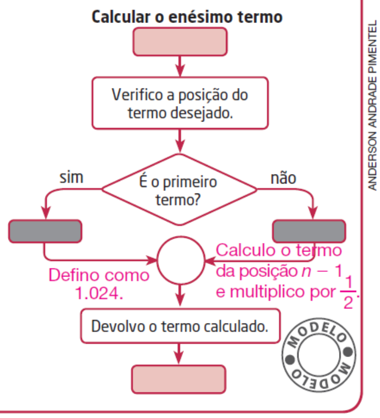
PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Analise a sequência recursiva (1.024, 512, 256, 128, 64, ...).

a) A partir do segundo termo, como podemos expressar um termo qualquer dessa sequência com base no(s) termo(s) anterior(es)? $a_n = \frac{1}{2} \cdot a_{n-1}$

b) Copie e complete as áreas cinza do esquema ao lado de forma que ele nos permita descrever visualmente como obter o enésimo termo da sequência.

c) É possível escrever o enésimo termo dessa sequência sem a necessidade de saber o termo anterior. Converse com um colega e descubram como isso pode ser feito. (*Dica*: Escrevam os termos da sequência como potências de base 2.) $a_n = 2^{10-(n-1)}$

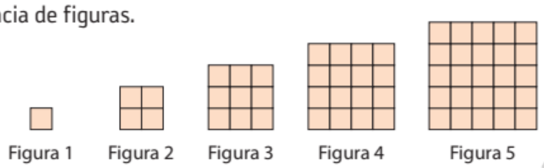


Sequência Recursiva – Padrão Numérico - 3 Fases de um Padrão – Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada.

PENSAMENTO COMPUTACIONAL

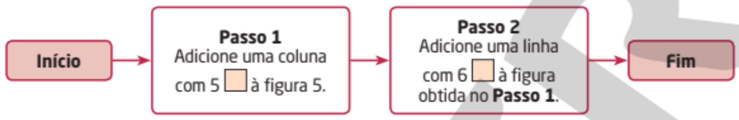
Observe a sequência de figuras.



a) Quantos ☐ tem a figura 6? 36

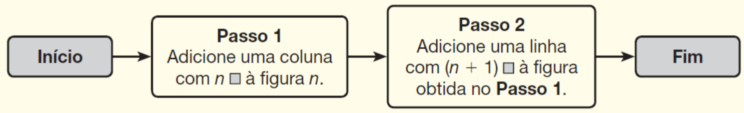
b) Escreva a expressão algébrica que representa o número de ☐ da figura *n*. n^2

c) Observe o esquema abaixo, com instruções para representar a figura 6 a partir da figura 5.



- Em seu caderno, faça um esquema com instruções para representar a figura $(n + 1)$ a partir da figura n. Veja a resposta neste manual.

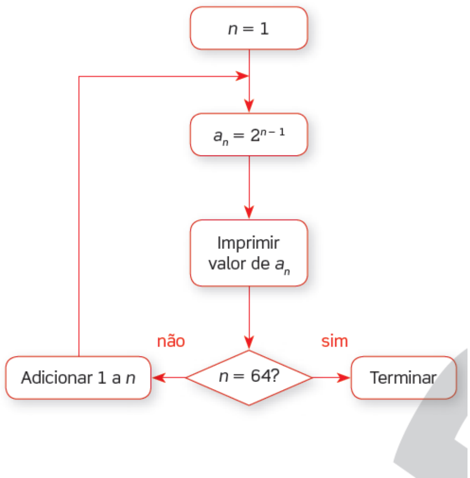
- Exemplo de resposta do item **c** do boxe *Pensamento computacional*:



Sequência Geométrica não Recursiva – Função Quadrática – Padrão Figural - 3 Fases de um Padrão - Conceitos PC (Decomposição, Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, que cada ação seja representada por uma forma geométrica e símbolos adequados para a pergunta e para o looping, conforme orientações presentes no Anexo 1, por este motivo foi classificado como um esquema; os dois esquemas apresentados indicam a construção da próxima figura, levando em consideração a figura anterior, explorando a recursividade, mas não explora o número de quadrados que compõe cada figura da sequência.

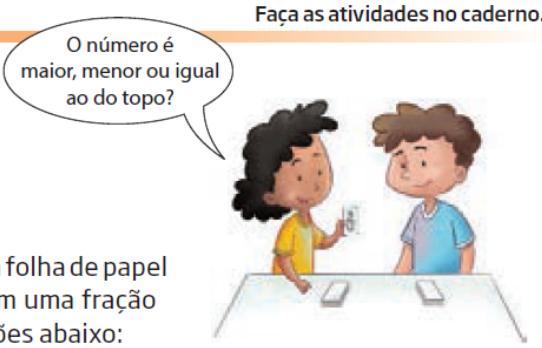
S03**A** - (C2, p. 180) – Boxe Pensamento Computacional Atividade

C3EF - Situações 8º ano	Código
Representamos ao lado, por meio de um fluxograma, como um computador faria para imprimir a sequência apresentada anteriormente. **I)** Inicia o procedimento atribuindo 1 à variável *n*. **II)** Calcula e imprime o valor numérico de $a_n = 2^{n-1}$. (No 1º cálculo fica $a_1 = 2^{1-1} = 2^0 = 1$.) **III)** Pergunta se *n* é igual a 64. **IV)** Em caso negativo, adiciona 1 a *n* e volta ao passo II. (No 2º cálculo fica $a_2 = 2^{2-1} = 2$; no 3º fica $a_3 = 2^{3-1} = 4$; etc.) **V)** Em caso afirmativo, termina o procedimento. **Fluxograma da sequência de Sessa**  Sequência não Recursiva – Função Exponencial – Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão - Conceitos PC (Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema). **Obs.:** A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que cada ação seja representada por uma forma geométrica, conforme orientações presentes no Anexo 1; o fluxograma não possui início e o fim é representado por terminar; enfase para a linguagem de programação.	S04C - (C3, p. 157) – Corpo do Texto

C4EF - Situações 7º ano	Código

Resolvendo em equipe

Faça as atividades no caderno.



Partindo do algoritmo de ordenação visto na seção “Trocando ideias”, ordenem 10 cartas numeradas. Mas há um detalhe: quem for ordenar não poderá ver as cartas!

Para a confecção das cartas, dividam uma folha de papel em 10 retângulos. Em cada carta, escrevam uma fração equivalente, com denominador 12, às frações abaixo:

$\frac{8}{12}$ $\frac{2}{3}$	$\frac{4}{12}$ $\frac{1}{3}$	$\frac{6}{12}$ $\frac{1}{2}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{10}{12}$ $\frac{5}{6}$	$\frac{9}{12}$ $\frac{3}{4}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{6}{12}$ $\frac{3}{6}$	$\frac{12}{12}$

O integrante responsável por ordenar as cartas não poderá ver a carta, mas poderá mostrá-la para a equipe e fazer a pergunta: “O número desta carta é menor, maior ou igual ao número da que está no topo das cartas ordenadas?”. O restante da equipe deve responder à pergunta, sem dizer o valor da carta.

Interpretação e identificação dos dados

- Leia novamente a seção “Trocando ideias” e anote o que considerar relevante para ajudá-lo na ordenação das cartas.

Ter o esquema do algoritmo pode ajudar os alunos a relembrar os passos para ordenar as cartas.

Plano de resolução

- Forme grupo com a quantidade de integrantes orientada pelo professor.
- Embaralhe as cartas e coloque-as na mesa com os números voltados para baixo.
- Converse com os colegas como organizar os montes de cartas.

Na seção “Trocando ideias”, há a sugestão de nomear os montes de cartas para que lembrem qual está ordenado e qual não está.

Resolução

- Todos os integrantes devem ordenar as cartas pelo menos uma vez, aplicando o algoritmo de ordenação. Um integrante do grupo deve anotar as frações ordenadas dos demais colegas.

Verificação

- Cada integrante do grupo conseguiu a mesma ordem de cartas? Resposta pessoal.
- A ordem que conseguiram está correta? Por quê?

Se todos seguiram corretamente o algoritmo, as frações devem estar nesta ordem: $\frac{1}{12}; \frac{3}{12}; \frac{4}{12}; \frac{6}{12}; \frac{6}{12}; \frac{7}{12}; \frac{8}{12}; \frac{9}{12}; \frac{10}{12}; \frac{12}{12}$

Apresentação

- Discuta com os colegas se existem outras formas de ordenar as cartas. Se descobrirem mais alguma, apresentem para a turma. Resposta pessoal.

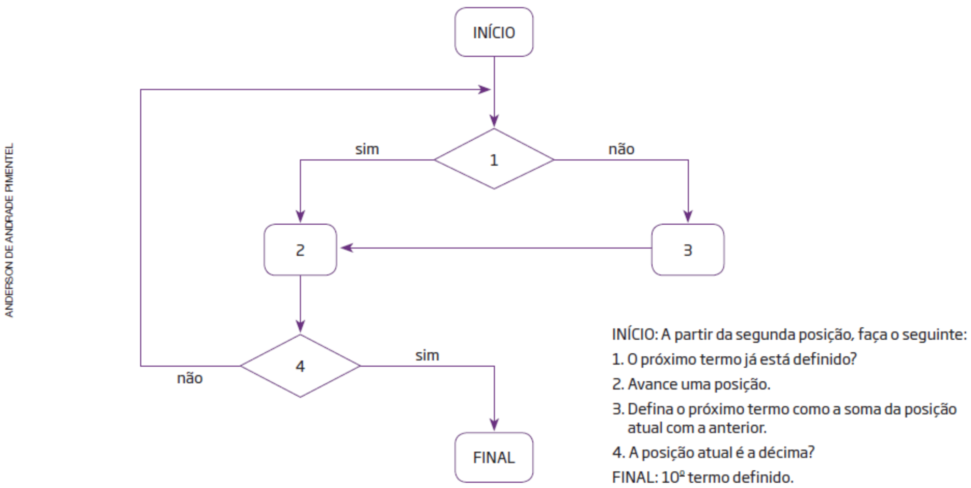
Sequência não Recursiva – Função Afim - Padrão Numérico - 1ª e 2ª Fase de um Padrão – Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Linguagem Natural).

S05A - (C4, p. 104) – Resolvendo em Equipe Atividades

C4EF - Situações 8º ano | **Código**

O professor solicitou que elaborassem um esquema que representasse a forma como pensaram para resolver o problema.

Os alunos, então, montaram o seguinte esquema:



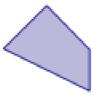
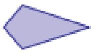
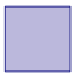
Após exporem o esquema para o professor, eles disseram que bastaria fazer o que é solicitado para determinar a seguinte sequência: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ..., na qual o 10º termo seria o 55. Explore a sequência de Fibonacci nas aulas mostrando sua relação com a natureza.

Sequência Recursiva Fibonacci – Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão - Conceitos do PC (Abstração e Algoritmo em Linguagem Natural e em Fluxograma/Esquema).
Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que cada ação seja representada por uma forma geométrica, conforme orientações presentes no Anexo 1; o fluxograma não apresenta claramente a tarefa que se pretende executar; o passo três apresenta uma seta sem indicar algo para ela.

S06C - (C4, p. 14) – Corpo do Texto

Construindo uma sequência

Observe a sequência de figuras abaixo. É possível saber qual é o elemento A_7?

Posição	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	...	A_n
Elemento								

O elemento A_1 é um trapezoide, o A_2 é um trapézio e o A_3 é um paralelogramo. Depois temos, novamente, um trapezoide, um trapézio e um paralelogramo, nessa ordem e assim por diante.

Apesar de as figuras serem diferentes, é possível dizer que essa sequência é repetitiva. A repetição está na seguinte classificação dos quadriláteros:

- nenhum par de retas paralelas: trapezoide
- um par de retas paralelas: trapézio
- dois pares de retas paralelas: paralelogramo

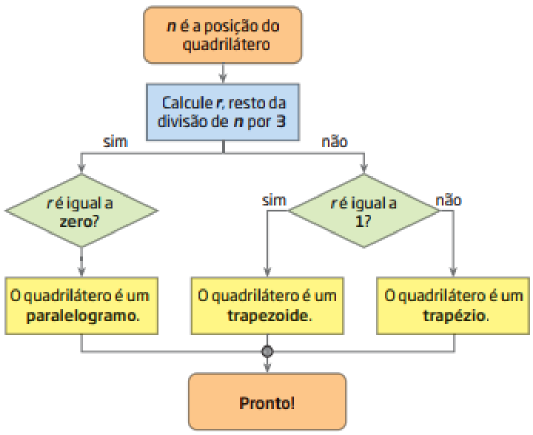
Obedecendo a essa sequência, podemos deduzir que o elemento A_7 será um trapezoide.

Se quisermos determinar o tipo de quadrilátero que ocupa, por exemplo, a posição A_{25}, sem descrever todos os elementos anteriores, basta dividir 25 por 3 (número de tipos da repetição).

Como a divisão de 25 por 3 é uma divisão não exata, que resulta em 8 com resto 1, então deveríamos observar o primeiro elemento após 8 ciclos. Podemos concluir então que a posição A_{25} será ocupada por um trapezoide.

Dependendo da posição que estivermos estudando, podemos obter, também, restos 0 e 2 nas divisões, que correspondem, respectivamente, a um paralelogramo e a um trapézio.

Seguindo o esquema abaixo, podemos determinar um termo qualquer da sequência.



- Qual é o quadrilátero que ocupa a posição A_{42} dessa sequência? paralelogramo
- No caderno, elabore uma sequência com 9 elementos, obedecendo à regra descrita acima, sem repetir os quadriláteros. Você não pode colocar na sequência, por exemplo, dois quadrados. Resposta pessoal.

Sequência não Recursiva – Padrão Repetitivo/Figural – 3 Fases de um Padrão – Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, conforme orientações presentes no Anexo 1; o fluxograma não possui início e o fim é representado por pronto.

S07C - (C4, p. 150) – Corpo do Texto

C5EF - Situações 8º ano	Código

Sequências

Já estudamos que uma sequência é definida de acordo com seus elementos e a ordem em que eles aparecem. As sequências podem ser constituídas por figuras, letras, números, entre outros elementos, e podem ser finitas ou infinitas. Quando uma sequência possui uma regra de formação, ou seja, a obtenção de cada um de seus termos obedece a determinado padrão ou regra, podemos obter os próximos termos.

> Lembre-se de que, em uma sequência, cada elemento chama-se **termo**.

Vimos também que uma sequência pode ser definida de maneira **recursiva**, ou seja, quando a obtenção de um termo qualquer depende de termos anteriores a ele, ou então por meio de seu **termo geral**.

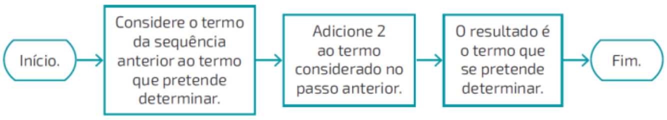
Vamos definir recursivamente a sequência numérica (7, 9, 11, 13 ...). Note que o primeiro termo é igual a 7, e cada termo, a partir do segundo, é igual ao termo anterior mais 2. Assim:

$$a_1 = 7$$

$$a_n = a_{n-1} + 2, \text{ para } n > 1$$

> Lembre-se de que representamos os termos de uma sequência por uma letra e um índice. Por exemplo, o primeiro termo representamos por a_1, o segundo termo por a_2, o terceiro por a_3, e assim por diante. Representamos um termo qualquer da sequência por a_n, em que **n** é um número natural não nulo.

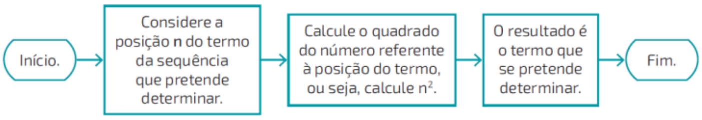
Também podemos indicar como determinar os termos dessa sequência por meio do fluxograma a seguir.



Agora, considere a sequência numérica (1, 4, 9, 16, 25, 36 ...). Note que, nessa sequência, cada termo é igual ao quadrado da posição que ele ocupa. Essa sequência pode ser definida por meio do seu termo geral, que é dado por $a_n = n^2$.

> O termo geral de uma sequência nos permite obter qualquer um de seus termos a partir da posição **n** que ele ocupa. Por exemplo, o décimo termo da sequência acima é igual a 100, pois $a_{10} = 10^2 = 100$.

Veja como obter os termos dessa sequência por meio do fluxograma a seguir.



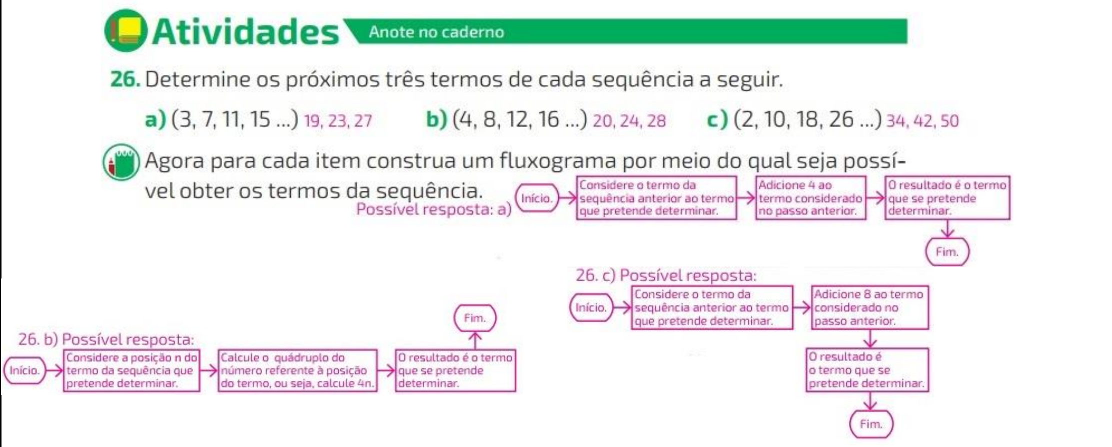
Sequência Recursiva – Padrão Numérico - 3 Fases de um Padrão – Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, que cada ação seja representada por uma forma geométrica e símbolos adequados para a pergunta e para o looping, conforme orientações presentes no Anexo 1, por este motivo foi classificado como um esquema; o esquema apresentado não gera uma sequência infinita, pois não apresenta símbolos que caracterizam looping.

Sequência não Recursiva – Função Quadrática – Padrão Numérico - 3 Fases de um Padrão – Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, que cada ação seja representada por uma forma geométrica e símbolos adequados para a pergunta e para o looping, conforme orientações presentes no Anexo 1, por este motivo foi classificado como um esquema; o esquema apresentado não gera uma sequência infinita, pois não apresenta símbolos que caracterizam looping.

S08C - (C5, p. 80) – Corpo do Texto


Atividades — Anote no caderno

26. Determine os próximos três termos de cada sequência a seguir.

a) (3, 7, 11, 15 ...) 19, 23, 27 b) (4, 8, 12, 16 ...) 20, 24, 28 c) (2, 10, 18, 26 ...) 34, 42, 50

Agora para cada item construa um fluxograma por meio do qual seja possível obter os termos da sequência.

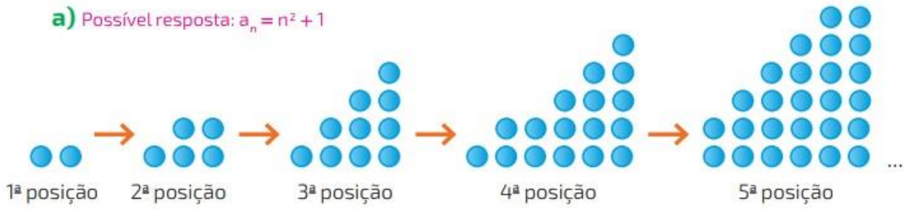
Sequência Recursiva – Padrão Numérico – 1ª e 2ª Fase de um Padrão - Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, que cada ação seja representada por uma forma geométrica e símbolos adequados para a pergunta e para o looping, conforme orientações presentes no Anexo 1, por este motivo foi classificado como um esquema; o esquema apresentado não gera uma sequência infinita, pois não apresenta símbolos que caracterizam looping.

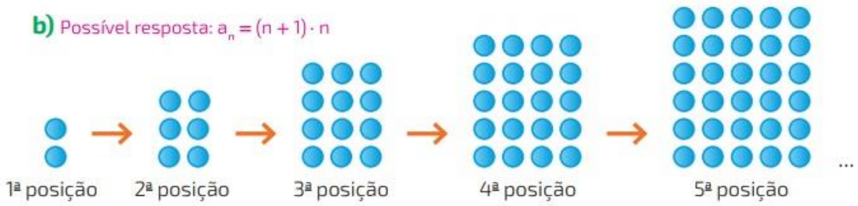
S09**A** - (C5, p. 81) - Atividades

27. Em cada item, escreva o termo geral da sequência que indica a quantidade de ● em cada figura da sequência de imagens de acordo com sua posição.

a) Possível resposta: $a_n = n^2 + 1$



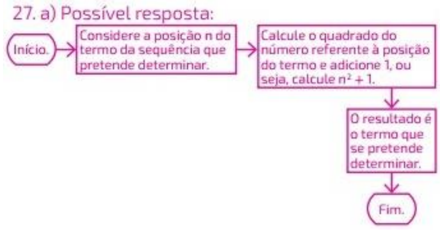
b) Possível resposta: $a_n = (n + 1) \cdot n$



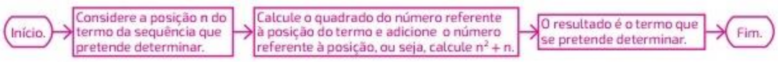
Ilustrações: Rafael L. Gaion

Agora, construa para cada item um fluxograma para obter qualquer termo da sequência de acordo com sua posição.

27. a) Possível resposta:



27. b) Possível resposta:



Sequência Geométrica não Recursiva – Função Quadrática – Padrão Numérico – 3 Fases de um Padrão - Conceitos PC (Decomposição, Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

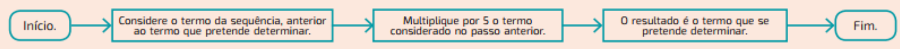
Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, que cada ação seja representada por uma forma geométrica e símbolos adequados para a pergunta e para o looping, conforme orientações presentes no Anexo 1, por este motivo foi classificado como um esquema; o esquema apresentado não gera uma sequência infinita, pois não apresenta símbolos que caracterizam looping.

S10A - (C5, p. 81) - Atividades

28. Escreva os 6 primeiros termos da sequência definida por $a_1 = 10$ e $a_n = a_{n-1} \cdot 5$, para $n > 1$. Depois, construa um fluxograma para obter um termo dessa sequência. 10, 50, 250, 1 250, 6 250, 31 250

Respostas nas orientações ao professor.

28. Possível resposta:



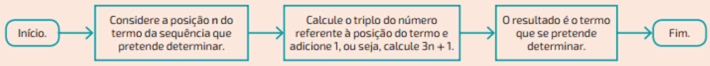
Sequência Recursiva – Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão - Conceitos PC (Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, que cada ação seja representada por uma forma geométrica e símbolos adequados para a pergunta e para o looping, conforme orientações presentes no Anexo 1.

S11A - (C5, p. 81) - Atividades

30. Defina o termo geral da sequência (4, 7, 10, 13 ...). Depois, construa um fluxograma com o passo a passo para obter um termo qualquer dessa sequência.
Resposta nas orientações ao professor.

30. $a_n = 3n + 1$



Sequência não Recursiva – Função Afim – Padrão Numérico – 3 Fases de um Padrão - Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, que cada ação seja representada por uma forma geométrica e símbolos adequados para a pergunta e para o looping, conforme orientações presentes no Anexo 1, por este motivo foi classificado como um esquema; o esquema apresentado não gera uma sequência infinita, pois não apresenta símbolos que caracterizam looping.

S12**A** - (C5, p. 81) - Atividades

C6EF - Situações 8º ano | **Código**

Sequências

Mônica está pensando em como construir uma sequência numérica.

O 1º termo é 3. Para obter o próximo, multiplico o anterior por 2 e subtraio 1 do resultado.

Observe os cálculos que ela fez para obter os primeiros termos dessa sequência.

$a_1 = 3$

$a_2 = 2 \cdot a_1 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 6 - 1 = 5$

$a_3 = 2 \cdot a_2 - 1 = 2 \cdot 5 - 1 = 10 - 1 = 9$

$a_4 = 2 \cdot a_3 - 1 = 2 \cdot 9 - 1 = 18 - 1 = 17$

! Nessa sequência, o 1º termo foi indicado por a_1, o 2º por a_2, e assim por diante.

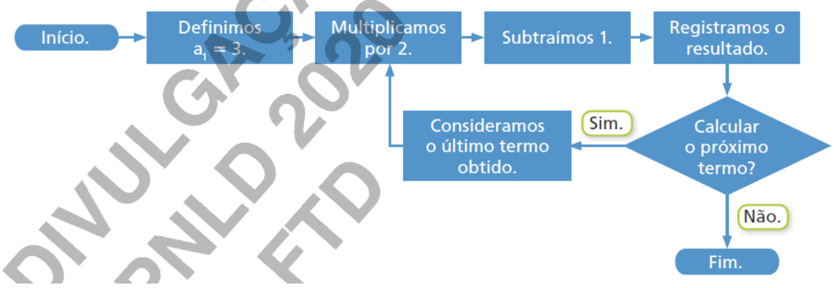
Considerando $a_1 = 3$, temos que cada termo dessa sequência, a partir do 2º, pode ser definido pela seguinte expressão:

$$\underbrace{a_n}_{\text{Termo de posição } \mathbf{n}.} = 2 \cdot \underbrace{a_{n-1}}_{\text{Termo de posição } n-1 \text{, ou seja, termo anterior ao de posição } \mathbf{n}.} - 1$$

Com essa expressão, em que **n** é um número natural maior que zero, é possível obter um termo qualquer da sequência a partir do termo anterior. Assim, dizemos que essa sequência está definida de maneira **recursiva**. Para obter a_5, por exemplo, calculamos:

$$a_5 = 2 \cdot a_{5-1} - 1 = 2 \cdot a_4 - 1 = 2 \cdot 17 - 1 = 34 - 1 = 33$$

Também podemos obter os termos dessa sequência por meio de um fluxograma. Observe.



Sequência Recursiva – Padrão Numérico – 3 Fases de um padrão - Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

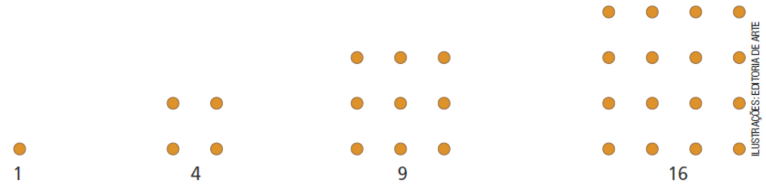
Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, conforme orientações presentes no Anexo 1.

S13C - (C6, p. 70) – Corpo do Texto

Um fluxograma pode ser utilizado para auxiliar nos procedimentos que devem ser efetuados para obter os termos de uma sequência. Nesse caso, a partir do 1º termo, realizamos as operações indicadas nas etapas ordenadas para obter o termo seguinte.

Agora, vamos estudar outra sequência.

Os números quadrados perfeitos são aqueles cuja raiz quadrada é um número natural. Observe como podemos representar os primeiros termos da sequência dos números quadrados perfeitos positivos por figuras formadas por pontos.



Podemos indicar essa sequência da seguinte maneira: (1, 4, 9, 16, ...). Para representar um termo qualquer dessa sequência, é possível usar a expressão:

$$\underbrace{a_n}_{\text{termo de posição } n} = n^2$$

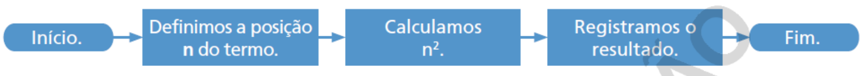
Note que, com essa expressão, é possível determinar qualquer termo da sequência sem que seja necessário conhecer termos anteriores. Assim, dizemos que essa sequência está definida de maneira **não recursiva**. Para obter a_{10}, por exemplo, basta calcularmos:

$$a_{10} = 10^2 = 100$$

Explique como o termo a_{10} pode ser representado por meio de uma figura composta de pontos.

Resposta esperada: Pode-se compor uma figura usando 100 pontos distribuídos igualmente em 10 linhas e 10 colunas, de maneira que lembre um quadrado.

Agora, observe como podemos obter um termo qualquer dessa sequência por meio de um fluxograma.



Sequência não Recursiva – Função Quadrática – Padrão Numérico – 3 Fases de um Padrão - Conceitos PC (Decomposição, Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, que cada ação seja representada por uma forma geométrica e símbolos adequados para a pergunta e para o looping, conforme orientações presentes no Anexo 1, por este motivo foi classificado como um esquema; o esquema apresentado não gera uma sequência infinita, pois não apresenta símbolos que caracterizam looping.

S14C - (C6, p. 71) – Corpo do texto

3. O fluxograma a seguir apresenta os procedimentos para obter uma sequência numérica.

3. b) Resposta esperada: $a_n = 3a_{n-1} + 5$ e $a_1 = -2$

a) Quais são os seis primeiros termos dessa sequência? -2, -1, 2, 11, 38 e 119.

b) Escreva uma expressão para representar um termo qualquer dessa sequência.

c) Agora, para cada sequência numérica a seguir, identifique a regularidade e construa um fluxograma que permita obter os números seguintes. Respostas possíveis nas **Orientações para o professor**.

I. (4, 9, 14, 19, 24, 29, ...)

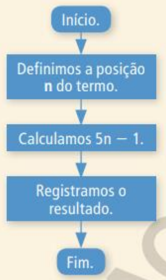
II. (2, 8, 2, 8, 2, 8, ...)

3. a) $a_1 = -2$
$a_2 = -2 \cdot 3 + 5 = -1$
$a_3 = -1 \cdot 3 + 5 = 2$
$a_4 = 2 \cdot 3 + 5 = 11$
$a_5 = 11 \cdot 3 + 5 = 38$
$a_6 = 38 \cdot 3 + 5 = 119$

b) $a_n = 3 \cdot a_{n-1} + 5$ e $a_1 = -2$

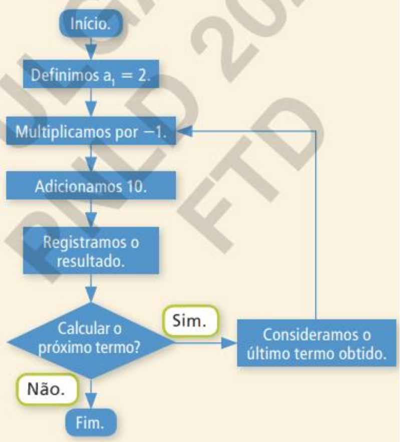
I -

c) I. Uma resposta possível:



II -

II. Uma resposta possível:



a) e b) Sequência Recursiva – Padrão Numérico – 3 Fases de um Padrão - Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).
Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada; o fluxograma permite gerar os termos da sequência, mas não por meio da representação algébrica.

c) I- Sequência não Recursiva – Função Afim – Padrão Numérico - 3 Fases de um Padrão - Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).
Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que cada ação seja representada por uma forma geométrica e símbolos adequados para a pergunta e para o looping, conforme orientações presentes no Anexo 1, por este motivo foi classificado como um esquema; o esquema apresentado não gera uma sequência infinita, pois não apresenta símbolos que caracterizam looping.

c) II – Sequência Recursiva – Padrão Repetitivo/Numérico - 3 fases de um Padrão - Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).
Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada.

4. Letícia elaborou um fluxograma para obter os termos de uma sequência de figuras. Observe.

Qual das sequências de figuras pode ser determinada por esse fluxograma?

a) ▲, ■, ●, ▲, ■, ●, ▲, ■, ●,... Alternativa c.

b) ●, ▲, ■, ●, ▲, ■, ●, ▲, ■,...

c) ■, ▲, ●, ■, ▲, ●, ■, ▲, ●,...

Resposta nas **Orientações para o professor.**

4. • n = 1
A divisão de 1 por 3 não é exata e o resto da divisão é 1. Então, é ■.
• n = 2
A divisão de 2 por 3 não é exata e o resto da divisão não é 1. Então, é ▲.
• n = 3
A divisão de 3 por 3 é exata. Então, é ●.
• n = 4
A divisão de 4 por 3 não é exata e o resto da divisão é 1. Então, é ■.
• n = 5
A divisão de 5 por 3 não é exata e o resto da divisão é 2. Então, é ▲.
• n = 6
A divisão de 6 por 3 é exata. Então, é ●.
A sequência segue este padrão:
■▲●■▲●■▲●
Portanto, a sequência correta é a sequência **c**.

Sequência Recursiva – Padrão Repetitivo/Figural – 1ª e 2ª Fase de um Padrão - Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).
Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada.

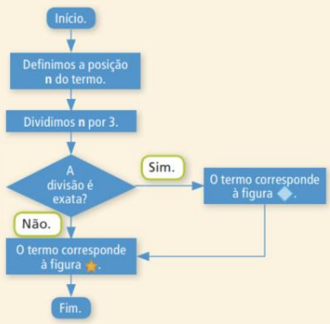
S16A - (C6, p. 72) - Atividades

5. Desenhe no caderno um fluxograma com o qual seja possível obter os termos da seguinte sequência de figuras:

★, ★, ◆, ★, ★, ◆, ★, ★, ◆, ...

! Nessa sequência, as figuras ★, ★ e ◆ são repetidas, nesta ordem, indefinidamente.

5. Uma resposta possível:



Sequência Recursiva – Padrão Repetitivo/Figural - 1ª e 2ª Fase de um Padrão - Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).
Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada.

S17A - (C6, p. 72) - Atividades

6. Elabore e registre no caderno duas sequências numéricas, uma que possa ser definida de maneira recursiva e outra não recursiva, indicando os seis primeiros termos de cada uma delas. Depois, troque-as com um colega para que ele descreva as regularidades observadas e construa um fluxograma que permita obter os termos seguintes de cada uma dessas sequências. Você deve fazer o mesmo com as sequências que receber. Ao final, juntos, verifiquem se as respostas estão corretas. Resposta pessoal. 6. Esta atividade trabalha a elaboração de sequências numéricas e a construção de fluxograma para representar as etapas que podem ser utilizadas para obter seus termos. Sequência Recursiva e não Recursiva – Padrão Numérico – 3 Fases de um Padrão - Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema). **Obs.:** Formulação de problemas.	**S18A** - (C6, p. 72) - Atividades

C8EF - Situações 6º ano	Código
	S19C - (C8, p. 133 - 134) – Corpo do Texto

Linguagem matemática

Os múltiplos de 4 podem ser obtidos multiplicando-se 4 por cada um dos números da sequência dos números naturais:

$$4 \times 0 = 0$$
$$4 \times 1 = 4$$
$$4 \times 2 = 8$$
$$4 \times 3 = 12$$

E assim por diante. Representando um número natural qualquer pela letra *n*, podemos escrever os múltiplos de 4 na forma $4 \times n$.

O fluxograma abaixo apresenta uma sequência de passos para obter os 11 primeiros múltiplos de 6.

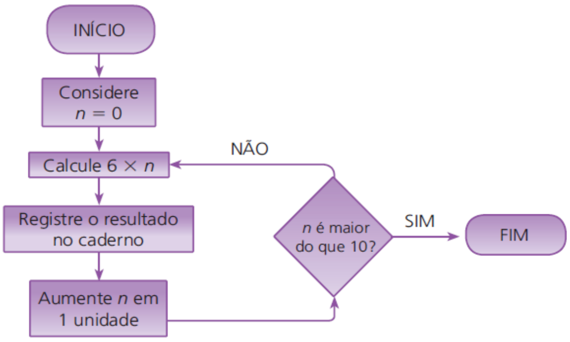
Registre no caderno como podemos escrever:

a) os múltiplos de 2? $2 \times n$

b) os múltiplos de 3? $3 \times n$

c) os múltiplos de 7? $7 \times n$

d) os múltiplos de 10? $10 \times n$



Para descobrir quais são esses números, faça o que se pede na figura "Início" e siga as setas e as ações indicadas nas outras figuras. Nesse fluxograma a letra *n* representa número natural qualquer.

Veja como começar...

I. Partimos da figura "Início" com $n = 0$ (*n* valendo zero).
II. Calculamos $6 \times n$: $6 \times 0 = 0$.
III. Registramos no caderno o valor obtido no cálculo anterior: **0** (zero).
IV. Aumentamos *n* em 1 unidade $(n + 1)$, ou seja, fazemos $0 + 1 = 1$ (agora, *n* valendo 1).
V. Respondemos à pergunta "*n* é maior do que 10?": não, pois *n* vale 1.
VI. Como a resposta foi "não", calculamos, novamente, $6 \times n$: $6 \times 1 = 6$.

E assim por diante, seguindo as setas do fluxograma, até que *n* fique com um valor maior do que 10.

Responda no caderno:

a) Quais números você registrou em seu caderno até chegar ao fim? 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60

b) Esses números são múltiplos de qual número natural? Todos os números obtidos são múltiplos de 6.

c) O que significa a expressão $6 \times n$ nesse fluxograma? Um número natural múltiplo de 6.

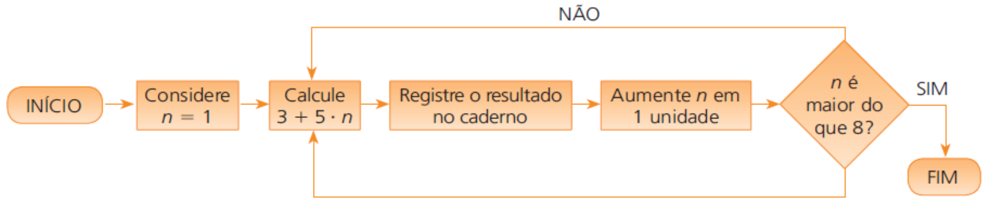
d) Retome o texto de abertura desta Unidade e observe o número de ovos nas diversas embalagens. O que eles têm em comum? Eles são múltiplos de 6.

Sequência não Recursiva – Função Afim - Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão - Conceitos PC (Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).
Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada.

<table>
<tr><th>C8EF - Situações 7º ano</th><th>Código</th></tr>
<tr><td>

Fluxograma

O fluxograma a seguir apresenta cada passo para obter os 8 primeiros termos da sequência numérica dada pela lei $3 + 5n$, com n natural maior do que zero. Acompanhe.



Para descobrir quais são os 8 primeiros termos dessa sequência fazemos o que se pede no fluxograma, partindo do “INÍCIO” e seguindo as setas e as ações indicadas até o “FIM”.

I. Começamos do “INÍCIO”, com $n = 1$.
II. Calculamos $3 + 5 \cdot 1 = 8$.
III. Registramos no caderno o valor obtido no cálculo anterior: 8.
IV. Aumentamos n em 1 unidade, obtendo $1 + 1 = 2$ ($n = 2$).
V. Respondemos à pergunta “n é maior do que 8?”: “não” (pois 2 não é maior do que 8).
VI. Como a resposta foi “não”, calculamos $3 + 5 \cdot 2 = 13$.

E assim por diante, seguimos as ações até que n seja igual a 8, e obtemos os 8 primeiros termos da sequência numérica:

(8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43)

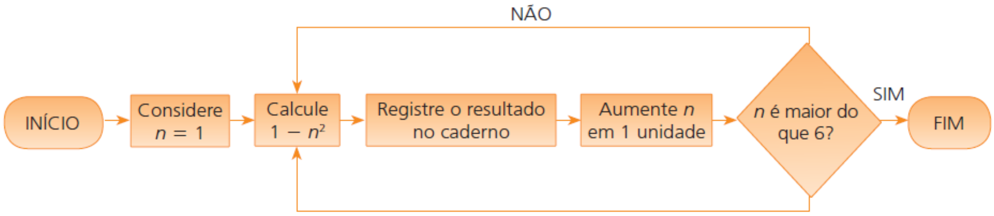
Sequência não Recursiva – Função Afim – Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão - Conceitos PC (Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, conforme orientações presentes no Anexo 1; o fluxograma apresenta três setas indicativas, uma para Sim, outra para Não e uma terceira sem nenhuma informação, neste caso, sem indicar algo para ela.

</td><td>S20C - (C8, p. 106) – Corpo do Texto</td></tr>
<tr><td>

31. Escreva os termos da sequência numérica obtida por meio do fluxograma a seguir.

(0, −3, −8, −15, −24, −35)



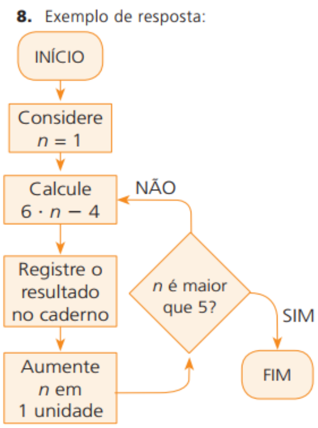
Sequência não Recursiva – Função Quadrática – Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão - Conceitos PC (Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, conforme orientações presentes no Anexo 1; o fluxograma apresenta três setas indicativas, uma para Sim, outra para Não e uma terceira sem nenhuma informação, neste caso, sem indicar algo para ela.

</td><td>S21A - (C8, p. 111) - Atividades</td></tr>
</table>

8. Elabore, no caderno, um fluxograma que permita obter os números da sequência numérica (2, 8, 14, 20, 26). Veja resposta no final do livro.

8. Exemplo de resposta:



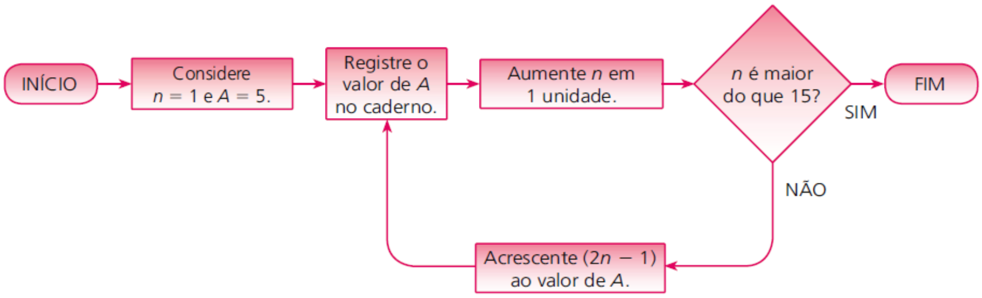
Sequência não Recursiva – Função Afim - Padrão Numérico – 3 Fases de um Padrão - Conceitos PC (Identificação de padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).
Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada.

S22A - (C8, p. 112) – Atividades Complementares

C8EF - Situações 8º ano	Código

Fluxograma

Veja agora como podemos descrever os passos para obter os 15 primeiros números da sequência numérica do exemplo anterior por meio de um fluxograma.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Acompanhe a sequência de passos do fluxograma:

I. Começamos da figura "Início" com $n = 1$ (1ª figura).
II. Definimos o valor inicial $A = 5$.
III. Registramos no caderno o número 5.
IV. Aumentamos n em 1 unidade, obtendo $n = 1 + 1 = 2$ (2ª figura).
V. Respondemos à pergunta "n é maior do que 15?": "Não" (pois 2 não é maior do que 15).
VI. Como a resposta foi "não", calculamos $(2 \cdot 2 - 1) = 3$.
VII. Acrescentamos 3 unidades ao valor de $A = 5$. Então, $5 + 3 = 8$.
VIII. Registramos no caderno o novo valor de A: 8.

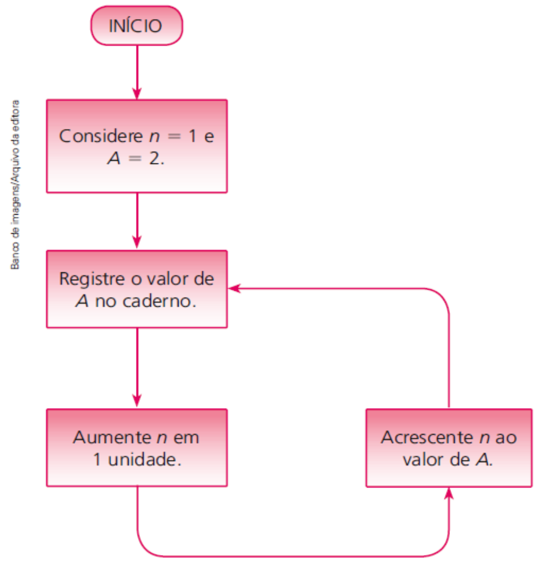
E assim por diante, seguimos as ações até que n seja igual a 16 e se chegue ao fim do processo.
A sequência será formada por esses 15 números.

5, 8, 13, 20, 29, 40, 53, 68, 85, 104, 125, 148, 173, 200, 229

Sequência Recursiva – Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão - Conceitos PC (Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).
Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, conforme orientações presentes no Anexo 1.

S23C - (C8, p. 55) – Corpo do Texto

22. A execução do fluxograma a seguir gera uma sequência infinita. Obtenha os seis primeiros termos dessa sequência. 2, 4, 7, 11, 16, 22



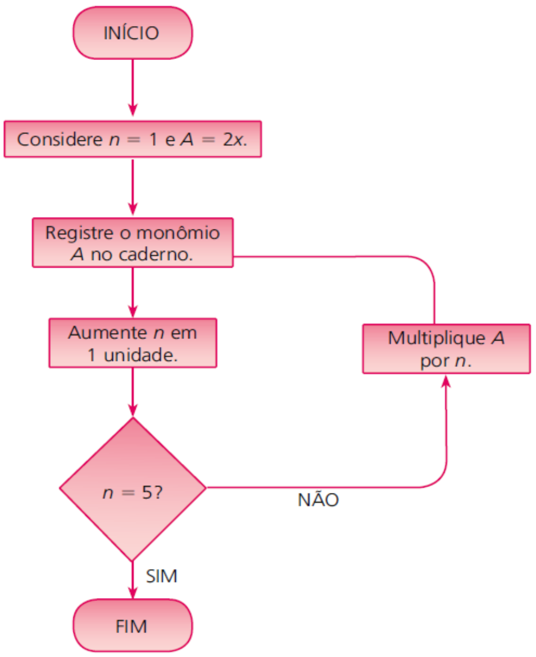
Banco de imagens/Arquivo da editora

Sequência Recursiva – Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão - Conceitos PC (Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma possua símbolos adequados para a pergunta e para o looping, conforme orientações presentes no Anexo 1, por este motivo foi classificado como um esquema; o esquema apresentado tem início e não tem fim.

S24A - (C8, p. 57) - Atividades

9. Qual é o monômio obtido após a execução do fluxograma a seguir? $48x$



Banco de imagens/Arquivo da editora

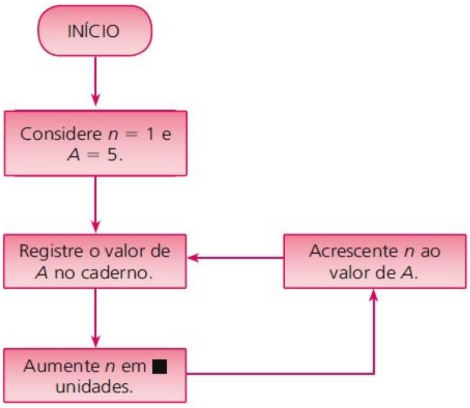
Sequência Recursiva - Padrão Algébrico – Não explora as Fases de um Padrão - Conceitos PC (Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada.

S25A- (C8, p. 67) - Atividades

3. Considere a seguinte sequência numérica infinita: 5, 8, 13, 20, 29, ...

Seguindo os passos descritos neste fluxograma, é possível obter os números dessa sequência, a partir do primeiro, mas precisa ser completado substituindo ■ pelo número correto.



Qual número completa corretamente esse fluxograma? alternativa **c**

a) 2 **b)** 1 **c)** 5 **d)** 3 **e)** 17

Agora, reflita sobre o que você estudou nesta Unidade e faça o que se pede a seguir.

I) Você teve dificuldade para aprender algum dos conteúdos apresentados nesta Unidade? Resposta pessoal.

II) Em sua opinião, a linguagem algébrica auxilia na representação de situações matemáticas e na resolução de problemas? Se possível, apresente um exemplo que justifique a sua opinião. Resposta pessoal.

II) Retome a abertura desta Unidade e verifique os símbolos usados em Libras para representar os números de 1 a 9. Você identifica alguma diferença entre o uso desses símbolos e o uso de uma variável em linguagem algébrica? Qual?

Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que em Libras cada número de 1 a 9 tem um símbolo a ele associado. Por outro lado, em linguagem algébrica podemos usar a variável n para representar cada um desses números.

Sequência Recursiva – Padrão Numérico – 1ª e a 2ª Fase de um Padrão - Conceitos PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).

Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma possua símbolos adequados para a pergunta e para o looping, conforme orientações presentes no Anexo 1, por este motivo foi classificado como um esquema; o esquema apresenta início e não tem fim.

S26A - (C8, p. 85) – O que aprendi - Atividade

APÊNDICE B - Mapeamento Coleções Ensino Médio

<table>
<tr><th>C1EM - Vol. 1 – Conexões Matemática e suas Tecnologias: Grandezas, álgebra e algoritmos</th><th>Código</th></tr>
<tr><td>

9. Dado um número natural n, construa um algoritmo em linguagem corrente que armazene, na variável *semisSoma*, a semissoma dos n-ésimos primeiros números naturais. Em seguida, construa o fluxograma que represente esse algoritmo.

9. Nesse exercício, aparece pela primeira vez o conceito de um laço de repetição. Vale salientar que os laços exigem o cuidado de verificar se a variável de controle vai, em algum momento, atingir o valor que determina a parada (ou saída) do laço. Caso contrário, o algoritmo repetirá indefinidamente os passos de dentro do laço.

Resposta possível:

Dado n um número natural, determinar a *semisSoma* dos n primeiros números naturais.

Passo 1. Faça n receber um número natural como entrada.

Passo 2. Faça $semisSoma \leftarrow 0$.

Passo 3. Se $n = 0$, vá para o **passo 6**; senão, vá para o **passo 4**.

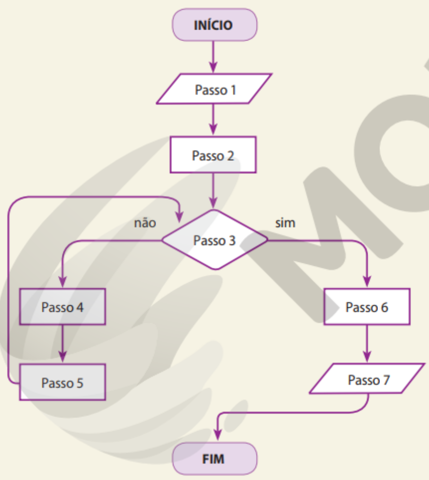
Passo 4. Faça $semisSoma \leftarrow semisSoma + n$.

Passo 5. Faça $n \leftarrow n - 1$. Volte para o **passo 3**.

Passo 6. Faça $semisSoma \leftarrow \frac{semisSoma}{2}$.

Passo 7. A variável *semisSoma* contém o resultado. Encerra-se o algoritmo.

O fluxograma que representa o algoritmo é o seguinte:



Sequência não Recursiva – Função Afim – Soma da PA - Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão – Conceitos do PC (Abstração e Algoritmo em Linguagem Natural e Fluxograma - LP). **Obs.:** A simbologia do fluxograma não é adequada, pois o laço de repetição não fica explícito na linguagem natural e nem no fluxograma, conforme orientações presentes no Anexo 1.

</td><td>S01A - (C1, p. 105) – Vol. 1 - Exercícios Propostos</td></tr>
<tr><td>

10. Dado um número natural n, construa um algoritmo em linguagem corrente que armazene na variável *soma* a soma dos n primeiros termos da sequência dada por $a_n = 2n + 1$. Ver resolução no Guia do professor.

10. Resposta possível:

Dado um número natural n, determinar a soma dos n primeiros termos da sequência gerada por $a_n = 2n + 1$.

Passo 1. Faça n receber um inteiro positivo como entrada.

Passo 2. Faça $soma \leftarrow 0$.

Passo 3. Se $n = 0$, vá para o **passo 6**; senão, vá para o **passo 4**.

Passo 4. Faça $soma \leftarrow soma + 2n + 1$.

Passo 5. Faça $n \leftarrow n - 1$. Volte para o **passo 3**.

Passo 6. A variável *soma* contém o resultado para a saída. Encerra-se o algoritmo.

Sequência não Recursiva – Função Afim – Soma da PA - Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão – Conceitos do PC (Abstração e Algoritmo em Linguagem Natural – LP). **Obs.:** A simbologia não é adequada, pois o laço de repetição não fica explícito na linguagem natural.

</td><td>S02A - (C1, p. 105) – Vol. 1 – Exercícios Propostos</td></tr>
<tr><td>

11. Para k natural não nulo, crie um algoritmo em linguagem corrente que determine o k-ésimo termo da sequência de Fibonacci. A sequência de Fibonacci S_F é dada por: Ver resolução no Guia do professor.

$$S_F(k) = \begin{cases} 1, & k \leq 2 \\ S_F(k-1) + S_F(k-2), & k > 2 \end{cases}$$

11. Resposta possível:

Dado k natural, determinar o k-ésimo termo da sequência de Fibonacci na variável *fibonacci*.

Passo 1. Faça k receber um número natural de entrada.

Passo 2. Faça $fibonacci \leftarrow 1$.

Passo 3. Faça $termo1 \leftarrow 1$.

Passo 4. Faça $termo2 \leftarrow 1$.

Passo 5. Se $k \leq 2$, vá para o **passo 10**; senão, vá para o **passo 6**.

Passo 6. Faça $fibonacci \leftarrow termo1 + termo2$. Vá para o **passo 7**.

Passo 7. Faça $termo2 \leftarrow termo1$. Vá para o **passo 8**.

Passo 8. Faça $termo1 \leftarrow fibonacci$. Vá para o **passo 9**.

Passo 9. Faça $k \leftarrow k - 1$. Vá para o **passo 5**.

Passo 10. A variável *fibonacci* contém o valor de saída. Encerra-se o algoritmo.

Sequência Recursiva Fibonacci – Padrão Numérico - Não explora as Fases de um Padrão – Conceitos do PC (Abstração e Algoritmo em Linguagem Natural – LP).

</td><td>S03A - (C1, p. 105) – Vol. 1 – Exercícios Propostos</td></tr>
</table>

2. Escreva um algoritmo em linguagem corrente que, dado um número natural *n* recebido da entrada, verifique se esse número é múltiplo de 7, armazenando "Verdadeiro" ou "Falso" na variável *multiplo*, enviando-a para a saída.

3. Elabore um fluxograma que represente o algoritmo construído no exercício **2**.

2. O algoritmo a seguir armazena um número natural recebido da entrada na variável *n*, determinando se é um múltiplo de 7. Para verificar se um número é ou não múltiplo de outro, é comum utilizar a operação módulo, que é equivalente a determinar o resto da divisão. Quando observamos o resto da divisão de um número inteiro por outro e o resto é 0, significa que o dividendo é múltiplo do divisor.

Resposta possível:

Passo 1. Faça $n \leftarrow$ entrada("Digite um número natural diferente de 0:")

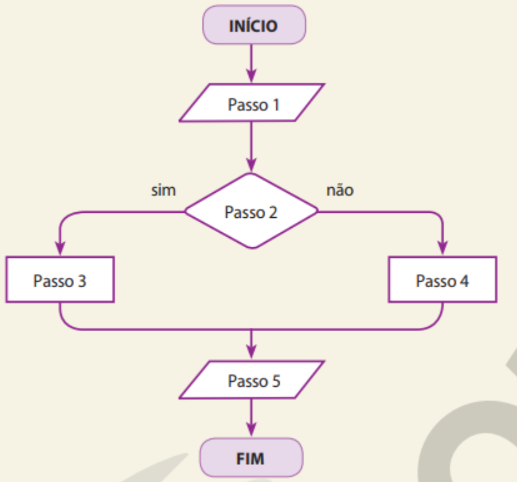
Passo 2. Se o resto da divisão de *n* por 7 for igual a 0, vá para o **passo 3**. Senão, vá para o **passo 4**.

Passo 3. Faça *multiplo* $\leftarrow$ "Verdadeiro". Vá para o **passo 5**.

Passo 4. Faça *multiplo* $\leftarrow$ "Falso".

Passo 5. Envie *multiplo* para a saída. Encerra-se o algoritmo.

3. O fluxograma a seguir pode representar o algoritmo expresso no exercício **2**.



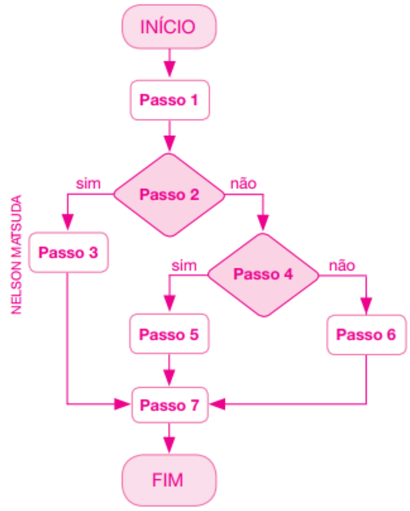
Sequência não Recursiva – Função Afim - Padrão Numérico – 1ª e 2ª Fase de um Padrão - Conceitos do PC (Identificação de Padrão, Abstração, Algoritmo em Linguagem Natural e Fluxograma - LP). **Obs.:** A simbologia do fluxograma está adequada.

S04A - (C1, p. 115) – Vol. 1 – Exercícios Complementares

C1EM – Vol. 2 - Conexões Matemática e suas Tecnologias: Funções e aplicações	Código

Pensamento computacional

Escreva um algoritmo em linguagem corrente que, dada a razão de uma PA, conclui se a PA é crescente, decrescente ou constante. Em seguida, represente os passos desse algoritmo com um fluxograma.



Passo 1. Seja *r* a razão de uma PA.
Passo 2. Se $r > 0$, vá para o **passo 3**. Se não, vá para o **passo 4**.
Passo 3. Como $r > 0$, então a PA é crescente. Vá para o **passo 7**.
Passo 4. Se $r = 0$, vá para o **passo 5**. Se não, vá para o **passo 6**.
Passo 5. Como $r = 0$, então a PA é constante. Vá para o **passo 7**.
Passo 6. Como *r* só pode ser menor que 0, então a PA é decrescente. Vá para o **passo 7**.
Passo 7. Temos a resposta para a razão *r*. O algoritmo se encerra.

Sequência não Recursiva – Função Afim PA – Padrão Numérico - 1ª e 2ª Fase de um Padrão - Conceitos do PC (Identificação de Padrão, Abstração, Algoritmo em Linguagem Natural e Fluxograma).
Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada.

S05C - (C1, p. 110) – Vol. 2 - Corpo do Texto

C3EM – Vol. 1 - Interação Matemática: o tratamento da informação e a resolução de problemas por meio da função de 1º grau	Código

Para explorar

Orientações no Manual do Professor.

Reúna-se a mais três colegas e, juntos, façam o que se pede.

1. Pesquisem a população reprodutiva de coelhos idealizada por Fibonacci.
2. Escrevam os 20 primeiros números da sequência de Fibonacci.
3. Pesquisem alguma curiosidade a respeito da sequência de Fibonacci.
4. Escrevam um **algoritmo** para formar a sequência de Fibonacci. Apresentem esse algoritmo para outro grupo analisar e verificar a validade. Vocês analisam o algoritmo elaborado por eles e depois, juntos, discutem as análises que fizeram.

1. Resposta pessoal que dependerá da pesquisa que os estudantes farão. Uma sugestão interessante de leitura e pesquisa é o livro *O diabo dos números*, escrito por Hans Magnus Enzensberger. No capítulo "A sexta noite", eles encontrarão tudo a respeito dessa intrigante sequência. A leitura dessa obra poderá ser também utilizada para instigá-los a conhecer um pouco melhor a história dos números, de uma forma muito mais lúdica.
2. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765.
3. Resposta pessoal que dependerá da pesquisa que os estudantes farão. Existem diversas e intrigantes curiosidades a respeito da sequência de Fibonacci que podem servir de pretexto para essa pesquisa. O número de ouro, a natureza e a sequência de Fibonacci são apenas alguns exemplos.
4. $F(n + 2) = F(n + 1) + F(n)$, com $n \geq 1$ e $F(1) = F(2) = 1$

Sequência Recursiva Fibonacci – Padrão Numérico – 3 Fases de um Padrão – Conceitos do PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Linguagem Natural/Alg).
Obs.: O algoritmo apresentado como possível resposta é a representação algébrica da sequência.

S06C - (C3, p. 45) – Vol. 1 – Corpo do Texto – Para explorar

Exemplo 4: **algoritmo com iteração e tomada de decisão apresentado em fluxograma**

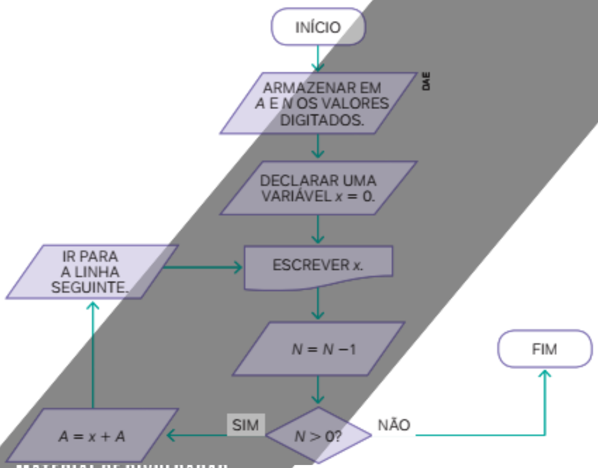
Algoritmo para escrever uma sequência de múltiplos de um número

Assim, as expressões $n = n - 1$ (que não tem sentido em matemática) ou $x = x + a$ (que em matemática significa $a = 0$), no fluxograma representam que a variável n redefine seu valor para $n - 1$ (ou seja, é reduzida em uma unidade) e a variável x recebe o valor de $x + a$ (ou seja, é acrescida de a unidades).

Atenção!

Uma observação importante sobre o fluxograma a seguir, que ilustra esse exemplo: como vimos, em linguagem de programação, o sinal de igualdade não indica a escrita de uma equação.

Vamos agora ao algoritmo. Para executá-lo, determina-se nessa ordem qual número será a base das multiplicações e quantos termos deve ter a sequência de múltiplos desse número. O algoritmo apresenta a sequência com determinada quantidade de múltiplos positivos do número dado.



Você já sabe que o último passo para verificar se um algoritmo foi bem construído é testá-lo. É interessante escolher alguns [illegible]ritmos dos exemplos 3 e 4.

Vamos testar o fluxograma desse exemplo para construir a sequência dos 5 primeiros múltiplos de 3.

INÍCIO
$a = 3, n = 5, x = 0$
0
$n = 5 - 1 = 4; n > 0; x = 0 + 3 = 3$
3
$n = 4 - 1 = 3; n > 0; x = 3 + 3 = 6$
6
$n = 3 - 1 = 2; n > 0; x = 6 + 3 = 9$
9
$n = 2 - 1 = 1; n > 0; x = 9 + 3 = 12$
12
$n = 1 - 1 = 0; n \ngtr 0;$
FIM

Sequência não Recursiva – Função Afim - Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão – Conceitos do PC (Abstração e Algoritmo em Fluxograma – LP).

Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada.

S07C* - (C3, p. 130) – Vol. 1 – Corpo do Texto

Exemplo 4: **algoritmo com iteração e tomada de decisão apresentado em fluxograma**

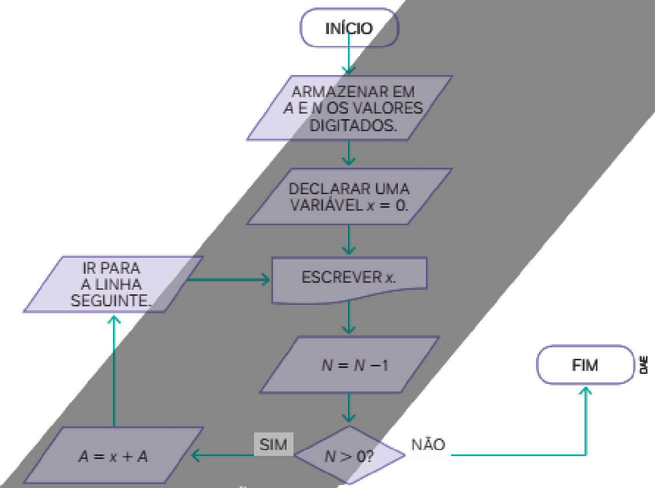
Algoritmo para escrever uma sequência de múltiplos de um número

Assim, as expressões $n = n - 1$ (que não tem sentido em matemática) ou $x = x + a$ (que em matemática significa $a = 0$), no fluxograma representam que a variável n redefine seu valor para $n - 1$ (ou seja, é reduzida em uma unidade) e a variável x recebe o valor de $x + a$ (ou seja, é acrescida de a unidades).

Atenção!

Uma observação importante sobre o fluxograma a seguir, que ilustra esse exemplo: como vimos, em linguagem de programação, o sinal de igualdade não indica a escrita de uma equação.

Vamos agora ao algoritmo. Para executá-lo, determina-se nessa ordem qual número será a base das multiplicações e quantos termos deve ter a sequência de múltiplos desse número. O algoritmo apresenta a sequência com determinada quantidade de múltiplos positivos do número dado.



Você já sab[illegible] verificar se um algoritmo foi bem construído é testá-lo. É interessante escolher alguns [illegible]ritmos dos exemplos 3 e 4.

Vamos testar o fluxograma desse exemplo para construir a sequência dos 5 primeiros múltiplos de 3.

INÍCIO
$a = 3$, $n = 5$, $x = 0$
0
$n = 5 - 1 = 4$; $n > 0$; $x = 0 + 3 = 3$
3
$n = 4 - 1 = 3$; $n > 0$; $x = 3 + 3 = 6$
6
$n = 3 - 1 = 2$; $n > 0$; $x = 6 + 3 = 9$
9
$n = 2 - 1 = 1$; $n > 0$; $x = 9 + 3 = 12$
12
$n = 1 - 1 = 0$; $n \not> 0$;
FIM

Sequência não Recursiva – Função Afim - Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão – Conceitos do PC (Abstração e Algoritmo em Fluxograma – LP).

Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada.

S08C* - (C3, p. 128) – Vol. 2 – Corpo do Texto

Exemplo 4: **algoritmo com iteração e tomada de decisão apresentado em fluxograma**

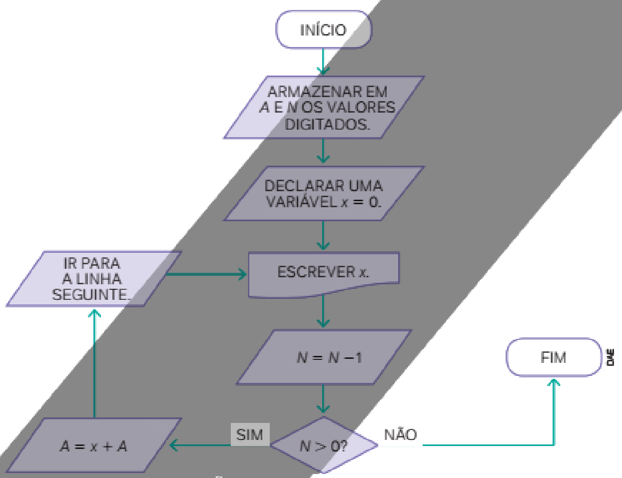
Algoritmo para escrever uma sequência de múltiplos de um número

Assim, as expressões $n = n - 1$ (que não tem sentido em matemática) ou $x = x + a$ (que em matemática significa $a = 0$), no fluxograma representam que a variável n redefine seu valor para $n - 1$ (ou seja, é reduzida em uma unidade) e a variável x recebe o valor de $x + a$ (ou seja, é acrescida de a unidades).

Atenção!

Uma observação importante sobre o fluxograma a seguir, que ilustra esse exemplo: como vimos, em linguagem de programação, o sinal de igualdade não indica a escrita de uma equação.

Vamos agora ao algoritmo. Para executá-lo, determina-se nessa ordem qual número será a base das multiplicações e quantos termos deve ter a sequência de múltiplos desse número. O algoritmo apresenta a sequência com determinada quantidade de múltiplos positivos do número dado.



Você já sabe que o último passo para verificar se um algoritmo foi bem construído é testá-lo. É interessante escolher alguns [illegible]ritmos dos exemplos 3 e 4.

Vamos testar o fluxograma desse exemplo para construir a sequência dos 5 primeiros múltiplos de 3.

INÍCIO

$a = 3, n = 5, x = 0$

0

$n = 5 - 1 = 4; n > 0; x = 0 + 3 = 3$

3

$n = 4 - 1 = 3; n > 0; x = 3 + 3 = 6$

6

$n = 3 - 1 = 2; n > 0; x = 6 + 3 = 9$

9

$n = 2 - 1 = 1; n > 0; x = 9 + 3 = 12$

12

$n = 1 - 1 = 0; n \not> 0;$

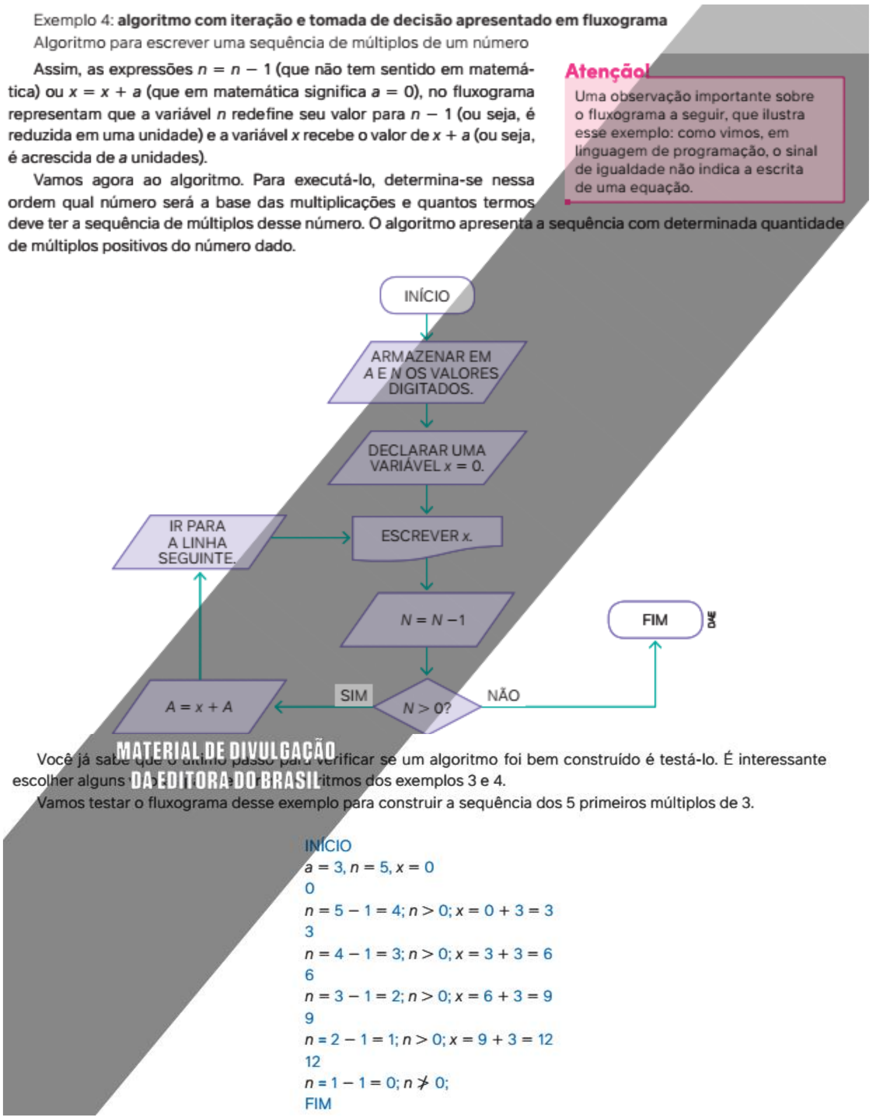
FIM

Sequência não Recursiva – Função Afim - Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão – Conceitos do PC (Abstração e Algoritmo em Fluxograma – LP).

Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada.

S09C* - (C3, p. 130) – Vol. 3 – Corpo do Texto

C3EM – Vol. 4 - Interação Matemática: A Estatística e a Resolução de Problemas por meio de Análise Combinatória e Probabilidade	**Código**



Exemplo 4: **algoritmo com iteração e tomada de decisão apresentado em fluxograma**

Algoritmo para escrever uma sequência de múltiplos de um número

Assim, as expressões $n = n - 1$ (que não tem sentido em matemática) ou $x = x + a$ (que em matemática significa $a = 0$), no fluxograma representam que a variável n redefine seu valor para $n - 1$ (ou seja, é reduzida em uma unidade) e a variável x recebe o valor de $x + a$ (ou seja, é acrescida de a unidades).

Vamos agora ao algoritmo. Para executá-lo, determina-se nessa ordem qual número será a base das multiplicações e quantos termos deve ter a sequência de múltiplos desse número. O algoritmo apresenta a sequência com determinada quantidade de múltiplos positivos do número dado.

Atenção!

Uma observação importante sobre o fluxograma a seguir, que ilustra esse exemplo: como vimos, em linguagem de programação, o sinal de igualdade não indica a escrita de uma equação.

Você já sabe que o último passo para verificar se um algoritmo foi bem construído é testá-lo. É interessante escolher alguns valores para testar os algoritmos dos exemplos 3 e 4.

Vamos testar o fluxograma desse exemplo para construir a sequência dos 5 primeiros múltiplos de 3.

INÍCIO
$a = 3, n = 5, x = 0$
0
$n = 5 - 1 = 4; n > 0; x = 0 + 3 = 3$
3
$n = 4 - 1 = 3; n > 0; x = 3 + 3 = 6$
6
$n = 3 - 1 = 2; n > 0; x = 6 + 3 = 9$
9
$n = 2 - 1 = 1; n > 0; x = 9 + 3 = 12$
12
$n = 1 - 1 = 0; n \not> 0;$
FIM

Sequência não Recursiva – Função Afim - Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão – Conceitos do PC (Abstração e Algoritmo em Fluxograma – LP).
Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada.

S10C* - (C3, p. 144) – Vol. 4 – Corpo do Texto

Algoritmo para a determinação do termo de uma progressão aritmética

No capítulo 2, você viu que algoritmo é um dos pilares do pensamento computacional e é utilizado com o objetivo de estipular uma ordem, uma rotina ou uma sequência de passos para resolver um problema.

Agora, você vai utilizar conhecimentos de algoritmos, escritos usando um pseudocódigo, para calcular por recorrência um termo qualquer a_n de uma progressão aritmética, conhecidos o primeiro termo a_1 e a razão r.

Veja um possível algoritmo para esse propósito.

```
Início
  Nomeie de a1 o primeiro termo da sequência
  Nomeie de r a razão da sequência
  Nomeie de n a posição do termo que deseja calcular
  Crie ak ← a1
  Crie k ← 1
  Enquanto k < n:
    Calcule ak ← ak + r
    Calcule k ← k + 1
  Saída: ak
Fim
```

Lembre-se de que a seta ← indica que uma variável do algoritmo vai receber um valor (um número explicitado no algoritmo, o valor de outra variável ou o resultado de um cálculo). Por exemplo, em **ak ← a1**, a variável ak do algoritmo recebe o valor da variável a1.

Nesse algoritmo, temos cinco variáveis: a1, r, n, ak e k. Os valores das variáveis a1, r, n são dados pela PA. Já as variáveis ak e k recebem inicialmente o valor da variável a1 e o valor 1, respectivamente.

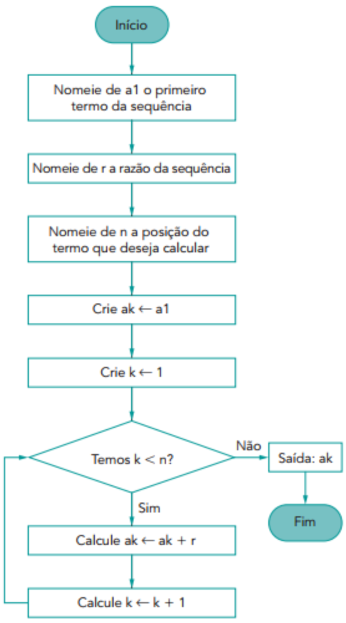
Além disso, nesse algoritmo, há a nomenclatura "Enquanto"; ela é utilizada para representar um *loop*, ou seja, uma instrução recursiva de parte do algoritmo que vai se repetir enquanto não obtivermos o valor desejado. Nesse caso, o *loop* vai se repetir enquanto k < n; e, como k aumenta de um em um a cada vez que essa instrução recursiva é executada, o *loop* vai se encerrar quando obtivermos k = n.

Para entender esses conceitos de *loop*, veja ao lado como podemos representar esse algoritmo na forma de fluxograma.

Professor, comente com os estudantes que o *loop* também pode ser entendido como uma repetição de tarefas ou uma repetição de uma mesma sequência de passos do algoritmo.

Fique atento

O fluxograma é um tipo de representação que pode auxiliar a visualização de processos ordenados, relacionados a diversos contextos. A representação ao lado, por exemplo, auxilia o entendimento dos passos do algoritmo dado, desde a etapa inicial até a final, seguindo a direção das setas do fluxograma.



Agora, acompanhe na próxima página o passo a passo de execução desse algoritmo para uma PA com $a_1 = 2$ e $r = 3$, na qual queremos calcular o termo a_4. Observe que percorremos as linhas do algoritmo de uma em uma, de cima para baixo; mas, quando entramos no *loop*, executamos novamente todas as instruções recursivas até obter o valor desejado.

Algoritmo	Cálculos correspondentes
Início Nomeie de a1 o primeiro termo da sequência	a1 = 2
Nomeie de r a razão da sequência	r = 3
Nomeie de n a posição do termo que deseja calcular	n = 4
Crie ak ← a1	A variável ak recebe o valor da variável a1, ou seja: ak = 2
Crie k ← 1	A variável k recebe o valor 1: k = 1
Enquanto k < n: Calcule ak ← ak + r Calcule k ← k + 1	Testamos a condição k < n, sabendo que n = 4 e que k = 1 neste momento: 1 < 4 (Verdadeira) Como a condição é verdadeira, devemos executar a instrução recursiva de a variável ak receber ak + r (sabendo que r = 3 e, neste momento, ak = 2) e a variável k receber k + 1: ak = 2 + 3 = 5 k = 1 + 1 = 2

Nesse algoritmo, k pode ser interpretado como um **contador** de termos, pois quando k = 1, o valor da variável ak que o algoritmo tem "guardado na memória" corresponde ao termo a_1 da sequência; quando k = 2, o valor de ak corresponde ao termo a_2 da sequência; quando k = 3, o valor de ak corresponde ao termo a_3; e assim por diante. A cada nova

<table>
<tr><td>
Testamos novamente a condição k < n, sabendo que n = 4 e que k = 2 neste momento: 2 < 4 (Verdadeira)
Então, devemos executar a instrução recursiva de ak receber ak + r (sabendo que r = 3 e, neste momento, ak = 5) e k receber k + 1:
ak = 5 + 3 = 8
k = 2 + 1 = 3
Testamos novamente a condição: 3 < 4 (Verdadeira)
Então:
ak = 8 + 3 = 11
k = 3 + 1 = 4
Testamos novamente a condição: 4 < 4 (Falsa)
Como a condição é falsa, encerramos o *loop* e seguimos para a próxima linha do algoritmo.
O valor de saída do algoritmo é ak, que neste momento é:
14
repetição do *loop*, o algoritmo "atualiza na memória" o valor atual de k e de ak, sempre tendo apenas um único valor "guardado na memória" para cada variável.
Então, o termo procurado a_4 da sequência é $a_4 = 14$.
Sequência Recursiva – PA – Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão – Conceitos do PC (Abstração e Algoritmo em Fluxograma).
Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada; o resultado para a_4 apresentado está errado.
</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>C4EM – Vol. 2 - Matemática em Contextos: Função Afim e Função Quadrática</th><th>Código</th></tr>
<tr><td>
2. Represente no caderno cada uma das quatro máquinas abaixo. Em seguida, coloque cada um dos números do conjunto {0, 1, 2, 3, 4} na entrada de cada máquina e, respeitando as operações indicadas, escreva os resultados que serão apresentados na saída.


Sequência não Recursiva - Finita – Função Afim – Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão – Conceitos do PC (Abstração e Algoritmo em Fluxograma/Esquema).
Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, que cada ação seja representada por uma forma geométrica e símbolos adequados para a pergunta e para o looping, conforme orientações presentes no Anexo 1, por este motivo foi classificado como um esquema.
</td><td>S12A - (C4, p. 16) – Vol. 2 – Atividades</td></tr>
</table>

C4EM – Vol. 5 - Matemática em Contextos: Análise Combinatória, Probabilidade e Computação	Código

13. Leonardo de Pisa (*c.* 1170-*c.* 1240), mais conhecido como Fibonacci, foi um matemático italiano, autor da obra *Liber abaci* [Livro do ábaco], repleta de Aritmética e Geometria. Nessa obra, há uma grande coleção de problemas, e um deles ficou muito conhecido, dando origem à famosa sequência de Fibonacci. Esse problema pode ser expresso, atualmente, da seguinte maneira:

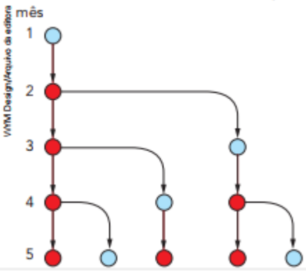
Suponha que em um viveiro, no mês 1, há 1 casal de coelhos jovens, e sabe-se que:

- um casal de coelhos jovens leva 1 mês para amadurecer e se tornar um casal de coelhos adultos;
- em cada mês, um casal de coelhos adultos dá à luz um casal de coelhos jovens.

Pergunta-se então quantos **casais de coelhos** existirão no viveiro nos próximos meses.

Fonte de consulta: LUCHETTA, V. O. J. Leonardo de Pisa (Fibonacci). IMÁTICA, 29 jan. 2003. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~leo/imatica/historia/fibonacci.html. Acesso em: 14 jul. 2020.

O diagrama a seguir ilustra esse problema até o 5º mês.



Neste diagrama, os casais de coelhos são representados por círculos: azuis, se for um casal de coelhos jovens; vermelhos, se for um casal de coelhos adultos.

e) Agora vamos construir uma sequência de números de acordo com o padrão da sequência de Fibonacci, mas escolhendo valores diferentes para os 2 termos iniciais da sequência. Para isso, crie um fluxograma no caderno de acordo com o fluxograma anterior, apenas trocando os 2 valores iniciais por 2 números naturais quaisquer de sua preferência. Em seguida, escreva no caderno os 6 primeiros termos dessa sequência. Professor, a resposta dependerá dos valores iniciais escolhidos pelo estudante.

13. c) (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...). Cada termo da sequência de Fibonacci, a partir do 3º, é determinado pela soma dos 2 termos imediatamente anteriores.

Não escreva no livro.

a) Qual é o número de casais de coelhos em cada um dos 5 primeiros meses? 1 casal; 1 casal; 2 casais; 3 casais; 5 casais.

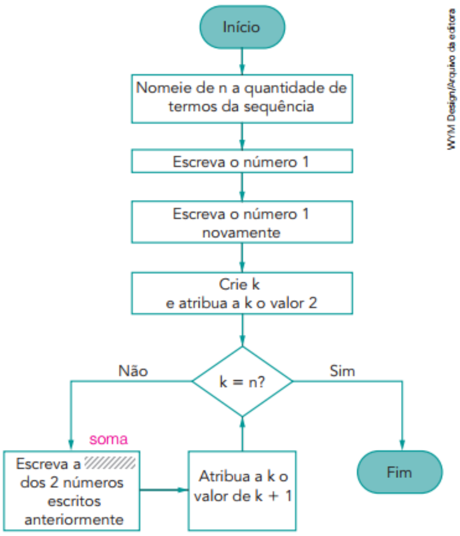
b) Qual é o número de casais de coelhos no 6º mês? E no 7º mês? 8 casais. 13 casais.

c) A sequência de Fibonacci é formada pelo número de casais de coelhos a cada mês. Nela, cada termo, a partir do 3º, é determinado por um padrão relacionado aos 2 termos anteriores.

Considerando as respostas que você identificou nos itens **a** e **b** desta atividade, escreva os 7 primeiros termos dessa sequência e identifique esse padrão.

d) O fluxograma a seguir apresenta um algoritmo para identificar os n primeiros termos da sequência de Fibonacci. No caderno, copie esse fluxograma, substituindo a parte hachurada pela palavra que torna o algoritmo correto.

Em seguida, utilize-o para escrever os 14 primeiros termos dessa sequência no caderno.
(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377)

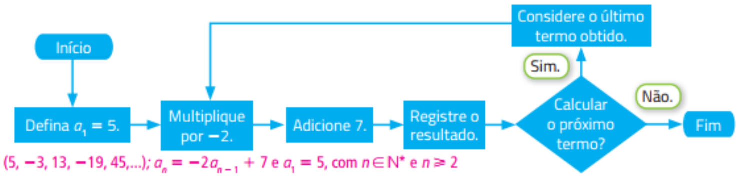


Sequência Recursiva Fibonacci – Padrão Numérico – 1ª e 2ª Fase de um Padrão – Conceitos do PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma - LP).
Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada.

S13A - (C4, p. 120) – Vol. 5 – Atividades

<table>
<tr><th>C6EM – Vol. 3 - Multiversos: Sequências e Trigonometria</th><th>Código</th></tr>
<tr><td>

73. Escreva os cinco primeiros termos da sequência numérica determinada pelo fluxograma a seguir e defina essa sequência de maneira recursiva.



(5, −3, 13, −19, 45,...); $a_n = -2a_{n-1} + 7$ e $a_1 = 5$, com $n \in \mathbb{N}^*$ e $n \geq 2$

73. De acordo com o fluxograma:

- $a_1 = 5$
- $a_2 = 5 \cdot (-2) + 7 = -3$
- $a_3 = (-3) \cdot (-2) + 7 = 13$
- $a_4 = 13 \cdot (-2) + 7 = -19$

⋮

Portanto, (5, −3, 13, −19, ...).

$a_n = -2a_{n-1} + 7$ e $a_1 = 5$, com $n \in \mathbb{N}^*$ e $n \geq 2$

Sequência Recursiva – Padrão Numérico – 3 Fases de um Padrão – Conceitos do PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma).

Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, conforme orientações presentes no Anexo 1.

</td><td>S14A - (C6, p. 45) – Vol. 3 - Atividades</td></tr>
<tr><td>

77. Analise a sequência numérica a seguir.

(7, −13, −33, −53, ...)

a) Construa um fluxograma que represente os procedimentos para obter, de maneira recursiva, os termos da sequência numérica apresentada. Resposta esperada nas **Orientações para o professor.**

77. a) Resposta esperada:

b) A sequência é uma PA em que $a_1 = 7$ e $r = -20$, assim:

$a_9 = a_1 + 8r = 7 + 8 \cdot (-20) = -153$

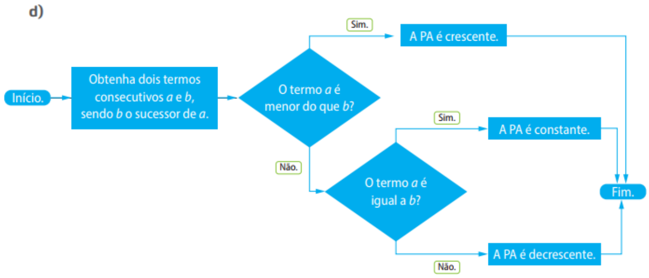
Sequência Recursiva – Padrão Numérico – 1ª e 2ª Fase de um Padrão – Conceitos do PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Fluxograma).

Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, conforme orientações presentes no Anexo 1.

</td><td>S15A - (C6, p. 46) – Vol. 3 - Atividades</td></tr>
<tr><td>

d) Pense em um algoritmo que possa ser utilizado para classificar uma PA em crescente, decrescente ou constante dados dois termos consecutivos. Depois, represente esse algoritmo por um fluxograma e faça a construção correspondente em uma planilha eletrônica. Resposta nas **Orientações para o professor.**

d)



Sequência não Recursiva – Função Afim PA – Padrão Numérico - 1ª e 2ª Fase de um Padrão - Conceitos do PC (Identificação de Padrão, Abstração, Algoritmo em Fluxograma).

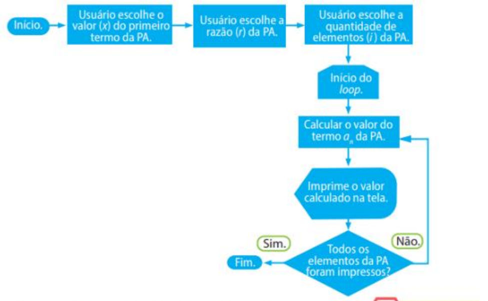
Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, conforme orientações presentes no Anexo 1.

</td><td>S16A - (C6, p. 51) – Vol. 3 – Atividades</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>C7EM – Vol. 3 - Prisma: Funções e Progressões</th><th>Código</th></tr>
<tr><td>

Vamos conhecer alguns símbolos utilizados na elaboração de um fluxograma.

Com um fluxograma, podemos, por exemplo, descrever como um programa de computador deve agir para mostrar na tela os termos de uma PA finita qualquer, dados o primeiro termo, a razão (*r*) e a quantidade de elementos da PA. Observe.



Agora, faça o que se pede nas atividades a seguir. NÃO ESCREVA NO LIVRO

1. Execute o fluxograma apresentado anteriormente para valores de *x*, *r* e *i* escolhidos por você. Resposta pessoal.

Sequência Recursiva – PA – Padrão Numérico – Não explora as Fases de um Padrão – Conceitos do PC (Abstração e Algoritmo em Fluxograma).
Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, conforme orientações presentes no Anexo 1.

</td><td>S17A - (C7, p. 143) – Vol. 3 – Explorando a Tecnologia - Atividades</td></tr>
<tr><td>

2. Escolha algum conteúdo estudado neste Capítulo e faça um fluxograma para algo relacionado a ele. Resposta pessoal.

Situação aberta – Algoritmo em Fluxograma

</td><td>S18A** - (C7, p. 143) – Vol. 3 - Explorando a Tecnologia -</td></tr>
</table>

PARA REFLETIR

NÃO ESCREVA NO LIVRO

Neste Capítulo, estudamos dois tipos de sequências numéricas: as progressões aritméticas e as progressões geométricas. Vimos que tanto a PA como a PG possuem razão constante e que podemos calcular a soma dos elementos que formam esses tipos de sequências.

Além disso, nas páginas de abertura, apresentamos os desenhos *sona* para mostrar que as sociedades lidam de diferentes maneiras com a realidade à sua volta.

Se possível, pesquise mais sobre os temas abordados no Capítulo.

Agora, vamos refletir sobre as aprendizagens do Capítulo **4**: Respostas pessoais.

- Você já conhecia algum dos conteúdos apresentados neste Capítulo? Qual?
- Retornando à atividade **3** da abertura deste Capítulo, como você responderia agora a essa questão? Algo mudou em sua resposta?
- Como podemos determinar todos os termos de uma sequência numérica finita?
- Dados o 1º e o 3º termo de uma PA, como podemos descobrir o 2º termo?
- Uma PA e uma PG podem ser associadas a quais tipos de funções?
- Como podemos representar os passos envolvidos no cálculo da soma de uma PA ou de uma PG, utilizando um fluxograma?

Essa seção relaciona os assuntos abordados neste Capítulo, possibilitando aos estudantes realizar questionamentos que auxiliam na reflexão dos conteúdos desenvolvidos. É importante preparar um momento da aula para que as respostas das questões sejam compartilhadas. Algumas delas são de autoavaliação e outras são de retomada de conceitos.

No primeiro e segundo itens, os estudantes precisam relembrar o que eles estudaram a respeito dos temas trabalhados no Capítulo e o que eles conhecem atualmente. Assim, vão conseguir perceber o quanto se desenvolveram em relação a esses temas.

No terceiro item, espera-se que os estudantes lembrem que, para determinar todos os termos de uma sequência finita, basta conhecer a razão dessa sequência e algum dos termos.

No quarto item, eles podem supor que o 1º e o 3º termos dessa PA são, respectivamente, a_1 e $a_3 = a_2 + r = a_1 + r + r = a_1 + 2r$. Assim, calculando a diferença entre esses termos, descobre-se a razão. Em outras palavras, calcula-se a diferença entre esses dois termos e divide-se o resultado por 2 para obter a razão. Finalmente, basta adicionar a razão ao 1º termo ou subtraí-la do 3º termo para determinar o 2º termo.

O quinto item retoma a representação gráfica de uma PA e uma PG. Espera-se que os estudantes associem a PA a uma função afim e a PG a uma função exponencial, ambas com domínio natural não nulo.

O sexto item retoma a importância do fluxograma. Espera-se que os estudantes indiquem uma maneira de obter a soma dos termos de uma PA ou de uma PG, a partir de um fluxograma. Para a PA, deve-se considerar o termo inicial, a razão e a quantidade de termos; com isso, é possível obter o termo final e calcular a soma dos termos. Para a PG, deve-se considerar o termo inicial, a razão e a quantidade de termos. Em algum momento do fluxograma, deve-se verificar se a razão está entre −1 e 1 (para o caso das progressões infinitas).

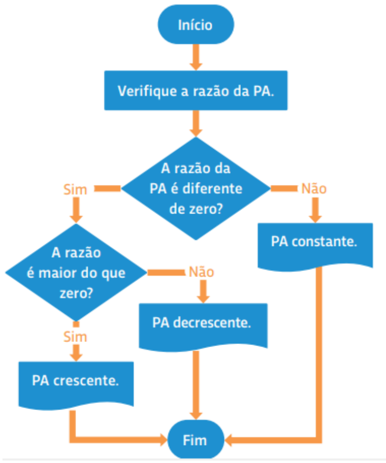
Situação Aberta - Algoritmo em Fluxograma

S19C** - (C7, p. 151) – Vol. 3 – Corpo do Texto - Para Refletir

<table>
<tr><th>C8EM – Vol. 2 - Quadrante: Trigonometria e Sequências</th><th>Código</th></tr>
<tr><td>

24. Elabore um fluxograma que represente a classificação de uma PA em crescente, decrescente e constante, em relação ao valor da razão.
Resposta na **Resolução das tarefas** nas **Orientações para o professor**.

24. Para a resolução dessa tarefa, é necessário que os alunos tenham conhecimento do conceito de fluxograma e da definição de PA crescente, decrescente e constante.



Sequência não Recursiva – Função Afim PA – Padrão Numérico - 1ª e 2ª Fase de um Padrão - Conceitos do PC (Identificação de Padrão, Abstração, Algoritmo em Fluxograma).
Obs.: A simbologia do fluxograma está adequada.

</td><td>**S20A** - (C8, p. 110) – Vol. 2 – Tarefas</td></tr>
</table>

C8EM – Vol. 6 - Quadrante: Grandezas, Medidas e Programação	Código
(see below)	S21A - (C8, p. 114) – Vol. 6 – Tarefa Resolvida

Tarefa resolvida

R2. Mônica escreveu uma sequência numérica no caderno. Para isso, inicialmente, ela escolheu um número natural maior do que 1 para ser o 1º termo. Para obter os próximos termos dessa sequência, a partir do segundo, ela analisa se o termo anterior é par ou ímpar. Se o termo for par, ela o divide por 2; caso contrário, o multiplica por 3 e adiciona 1 ao resultado. Ela repetiu esse procedimento até obter o número 1, que é o último termo da sequência.

a) Qual foi a sequência escrita por Mônica, sabendo que o 1º termo é 5?

b) Escreva a sequência obtida por Mônica, caso ela tivesse escolhido o número 6 para ser o 1º termo da sequência.

c) Escreva um passo a passo com o procedimento para escrever essa sequência.

d) Construa um fluxograma com o passo a passo escrito por você no item anterior.

Resolução

a) Sabemos que o 1º termo é 5. Como esse número não é par, Mônica o multiplicou por 3 e adicionou 1 ao resultado, obtendo o número 16, que é o 2º termo. Em seguida, como 16 é par, ela o dividiu por 2, obtendo o número 8, que é o 3º termo. Como 8 é par, ela dividiu por 2, obtendo 4, que é o 4º termo. O 5º termo é obtido dividindo 4 por 2, pois 4 é par. Logo, o 5º termo é 2. Para obter o 6º termo, ela dividiu o termo anterior por 2, pois 2 é par. Logo, o 6º termo é 1, que é o último termo da sequência.

Portanto, a sequência escrita por Mônica foi 5, 16, 8, 4, 2, 1.

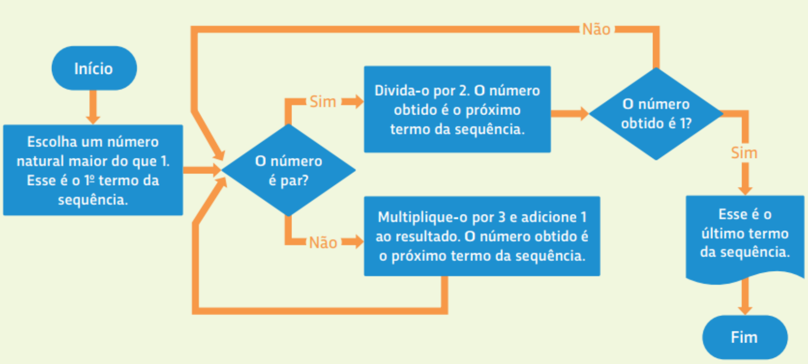
b) Caso Mônica tivesse escolhido inicialmente o número 6, ela precisaria efetuar os seguintes cálculos:

2º termo: $6 : 2 = 3$	6º termo: $16 : 2 = 8$
3º termo: $3 \cdot 3 + 1 = 10$	7º termo: $8 : 2 = 4$
4º termo: $10 : 2 = 5$	8º termo: $4 : 2 = 2$
5º termo: $5 \cdot 3 + 1 = 16$	9º termo: $2 : 2 = 1$

Portanto, a sequência seria 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

c) Primeiro passo: escolher um número natural maior do que 1 como o 1º termo da sequência. Segundo passo: a partir do 2º termo, se o termo anterior for ímpar, multiplicar o número por 3 e adicionar 1. Caso seja par, dividir o número por 2. Terceiro passo: repetir o segundo passo até obter o valor 1.

d) Uma possibilidade de fluxograma é o apresentado a seguir.



Sequência Recursiva – Padrão Numérico – 3 Fases de um Padrão - Conceitos do PC (Identificação de Padrão, Abstração e Algoritmo em Linguagem Natural e Fluxograma).

Obs.: A simbologia do fluxograma não é adequada, a recomendação é que o fluxograma não seja na horizontal e sim na vertical, conforme orientações presentes no Anexo 1.