

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO VERTICAL DE UM PROTÓTIPO BAJA SAE PARA
PROJETO DA SUSPENSÃO**

Alegrete

2025

ESTUDO DO COMPORTAMENTO VERTICAL DE UM PROTÓTIPO BAJA SAE PARA PROJETO DA SUSPENSÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **em Engenharia Mecânica** .

Orientador: Prof. Vicente Bergamini Puglia

Alegrete

2025

CRISTHIAN HILBERTO KIRINUS

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO VERTICAL DE UM PROTÓTIPO BAJA SAE PARA
PROJETO DA SUSPENSÃO**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Monografia defendida e aprovada em 09 de julho de 2025.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Vicente Bergamini Puglia
Orientador
(UNIPAMPA)

Prof. Dr. Leandro Ferreira Friedrich
(UNIPAMPA)

Prof. Dr. Tonilson de Souza Rosendo
(UNIPAMPA)



Assinado eletronicamente por **TONILSON DE SOUZA ROSENDO, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 09/07/2025, às 14:31, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **LEANDRO FERREIRA FRIEDRICH, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 09/07/2025, às 14:31, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **VICENTE BERGAMINI PUGLIA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 09/07/2025, às 14:31, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1778011** e o código CRC **CF69C8E8**.

RESUMO

A suspensão é um elemento essencial no desempenho dinâmico de veículos *off-road*, especialmente em competições como o Baja SAE, onde conforto e estabilidade dependem diretamente da capacidade de absorção de vibrações. Neste trabalho, foi analisado o comportamento vertical da suspensão dianteira de um protótipo do tipo Baja SAE em desenvolvimento pela equipe Baja Pampa, utilizando uma configuração de suspensão do tipo duplo A. A avaliação foi realizada por meio de simulações computacionais com um modelo dinâmico de 1/4 de veículo, desenvolvido no *software MATLAB*. O modelo foi configurado com parâmetros representativos das características do sistema real e submetido a excitações típicas de terrenos encontrados na competição, com o objetivo de verificar a resposta do sistema às irregularidades. A partir dos resultados, foram analisados o deslocamento e a aceleração das massas suspensa e não suspensa, possibilitando compreender como diferentes combinações de rigidez da mola e razões de amortecimento influenciam a resposta dinâmica do conjunto. A seleção dos melhores parâmetros foi orientada por valores de referência encontrados na literatura técnica, buscando um equilíbrio entre conforto e controle. O estudo oferece informações relevantes para o projeto e ajuste da suspensão do novo veículo da equipe Baja Pampa, evidenciando a importância da modelagem e simulação como ferramentas fundamentais no desenvolvimento de sistemas veiculares.

Palavras-chave: 1/4 de veículo, *MATLAB*, Suspensão, SAE Baja

ABSTRACT

Suspension is a key element in the dynamic performance of off-road vehicles, especially in competitions such as SAE Baja, where comfort and stability strongly depend on the system's ability to absorb vibrations. This study analyzes the vertical behavior of the front suspension of a SAE Baja prototype under development by the Baja Pampa team, using a double wishbone suspension configuration. The evaluation was carried out through computational simulations using a quarter-car dynamic model developed in MATLAB. The model was configured with parameters representative of the real system and subjected to typical excitations found in competition terrains in order to assess the system's response to irregularities. From the simulation results, the displacement and acceleration of both sprung and unsprung masses were analyzed, allowing for an understanding of how different combinations of spring stiffness and damping ratios affect the dynamic response of the suspension. The selection of optimal parameters was guided by reference values from the technical literature, aiming to achieve a balance between ride comfort and handling performance. This study provides valuable insights for the design and tuning of the suspension system in the new vehicle of the Baja Pampa team, highlighting the importance of modeling and simulation as essential tools in vehicle engineering development.

Keywords: quarter-car, MATLAB, Suspension, SAE Baja

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Suspensão frontal independente tipo <i>trailing arm</i>	13
Figura 2 – Suspensão frontal independente tipo <i>McPherson</i>	14
Figura 3 – Mecanismo de representação da suspensão frontal independente tipo Duplo A	14
Figura 4 – Diferentes posições de centro de massa.	15
Figura 5 – Sistema de coordenadas de um automóvel no padrão SAE.	17
Figura 6 – Gráficos de diferentes razões de amortecimento.	19
Figura 7 – Mola helicoidal de espiras idênticas.	20
Figura 8 – PNEU MAXXIS 23X7-10 6PR RAZR 2.	22
Figura 9 – Relação de movimento de uma suspensão <i>trailing arm</i>	23
Figura 10 – Representação de 1/4 de veículo.	24
Figura 11 – Fluxograma da metodologia.	28
Figura 12 – Cálculo Centro de Gravidade.	29
Figura 13 – Pesagem da massa não suspensa.	30
Figura 14 – Perfil de excitação senoidal utilizado na simulação ($\lambda = 1$ m, $A = 200$ mm, 3 ciclos).	37
Figura 15 – Deslocamento das massas a 15 km/h	40
Figura 16 – Deslocamento das massas a 30 km/h	40
Figura 17 – Deslocamento das massas a 45 km/h	41
Figura 18 – Aceleração das massas a 15 km/h	41
Figura 19 – Aceleração das massas a 30 km/h	42
Figura 20 – Aceleração das massas a 45 km/h	42
Figura 21 – Deslocamento e Aceleração das massas para $k_w = 7000$ N/m a 30 km/h	44
Figura 22 – Deslocamento e Aceleração das massas para $k_w = 9000$ N/m a 30 km/h	45
Figura 23 – Deslocamento e Aceleração das massas para $k_w = 13000$ N/m a 30 km/h	46
Figura 24 – Deslocamento e Aceleração das massas para $k_w = 15000$ N/m a 30 km/h	47
Figura 25 – Deslocamento e Aceleração das massas a 15 km/h e $k_w=7000$ N/m	54
Figura 26 – Deslocamento e Aceleração das massas a 45 km/h e $k_w=7000$ N/m	55
Figura 27 – Deslocamento e Aceleração das massas a 15 km/h e $k_w=9000$ N/m	56
Figura 28 – Deslocamento e Aceleração das massas a 45 km/h e $k_w=9000$ N/m	57
Figura 29 – Deslocamento e Aceleração das massas a 15 km/h e $k_w=13000$ N/m	58
Figura 30 – Deslocamento e Aceleração das massas a 45 km/h e $k_w=13000$ N/m	59
Figura 31 – Deslocamento e Aceleração das massas a 15 km/h e $k_w=15000$ N/m	60
Figura 32 – Deslocamento e Aceleração das massas a 45 km/h e $k_w=15000$ N/m	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Descrição das variáveis do sistema de suspensão.....	24
Tabela 2 – Rigidez vertical do pneu Maxxis Razr 2 em função da pressão	31
Tabela 3 – Parâmetros do modelo 1/4 de veículo	39

LISTA DE SIGLAS

CG	Centro de Gravidade
RC	Centro de rolagem (do inglês Roll Center)
IC	Centro instantâneo (do inglês Instant center)
z_s	Deslocamento da massa suspensa
z_u	Deslocamento da massa não suspensa
z_r	Deslocamento do solo (entrada de excitação)
m_s	Massa suspensa
m_u	Massa não suspensa
k_w	Rigidez efetiva da suspensão
c_s	Coefficiente de amortecimento da suspensão
k_t	Rigidez vertical do pneu
k_s	Rigidez da mola
SAE	Sociedade dos Engenheiros Automotivos (do inglês <i>Society of Automotive Engineers</i>)
m_m	Massas no centro de massa
l_m	Posição longitudinal do centro de massa
h_m	Posição vertical do centro de massa
C_{crit}	Coefficiente de amortecimento crítico
c_s	Coefficiente de amortecimento
ζ	Razão de amortecimento
F_{ks}	Força exercida sobre a mola
Hz	Hertz
Pa	Pascal
PSI	Libra-força por polegada quadrada (do inglês <i>Pound-Force per Square Inch</i>)

km/h Quilômetros por hora

UNIPAMPA Universidade Federal do Pampa

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	Justificativa	11
1.2	Objetivos	11
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
2.1	Conceito de suspensão	12
2.2	Tipos de Suspensões Dianteiras	12
2.2.1	Suspensão de Braço arrastado ou <i>trailing arm</i>	12
2.2.2	Suspensão McPherson	13
2.2.3	Suspensão Duplo A	14
2.2.4	Suspensão Multi-Link	15
2.3	Dinâmica veicular	15
2.3.1	Centro de gravidade	15
2.3.2	Sistema de coordenadas e movimentos	16
2.3.3	Massa suspensa e não suspensa	17
2.3.4	Amortecedor	17
2.3.5	Mola	19
2.3.6	Pneu	21
2.3.7	Relação de movimento	22
2.3.8	Modelo de 1/4 de veículo	23
2.3.9	Frequência natural	25
2.4	Método de integração no <i>MatLab</i>	26
2.4.1	Fundamentos do Método de Runge-Kutta	26
2.4.2	A função <code>ode45</code> do <i>MATLAB</i>	27
3	METODOLOGIA	28
3.1	Obtenção de informações sobre o protótipo em construção	29
3.1.1	Definição das massas do sistema	29
3.1.2	Rigidez Vertical do Pneu	31
3.1.3	Constante de Rigidez da Mola Helicoidal utilizada	31
3.1.4	Relação de movimento (<i>Motion Ratio</i>)	32
3.1.5	Frequências naturais	32
3.1.6	Coefficiente de amortecimento ideal conforme a literatura	33
3.2	Modelo Dinâmico de 1/4 de Veículo	34
3.2.1	Descrição do Modelo	34
3.2.2	Equações de Movimento e Dependência com a Velocidade	35
3.2.3	Forma de Estado	35
3.3	Excitações ao sistema	36

3.3.1	Perfil de Excitação.....	36
3.3.2	Condições de Velocidade do Veículo	37
3.3.3	Variações de Rigidez e Coeficiente de amortecimento.....	37
3.4	Variáveis de Saída e Avaliação	37
4	RESULTADOS	39
4.1	Parâmetros do modelo	39
4.2	Resposta dinâmica ao obstáculo	39
4.2.1	Deslocamento da Massa suspensa e não suspensa	40
4.2.2	Aceleração da Massa Suspensa e Não Suspensa	41
4.3	Análise com Variação da Razão de Amortecimento	43
4.3.1	Avaliação de Diferentes Combinações de Rigidez da Suspensão	43
4.3.2	Discussões.....	47
5	CONCLUSÕES.....	49
5.1	Trabalhos Futuros	49
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	50
	Apêndice A – ROTINA NO <i>MATLAB</i> UTILIZADA NO TRABALHO	51
	Apêndice B – RESULTADOS NUMÉRICOS DE ACELERAÇÕES E DESLOCAMEN- TOS PARA TODAS AS VARIAÇÕES DE VELOCIDADE E RIGIDEZ	54

1 INTRODUÇÃO

O programa Baja SAE é uma das competições estudantis mais importantes da engenharia, organizado pela *Society of Automotive Engineers*. O projeto foi criado na Universidade da Carolina do Sul, nos Estados Unidos da América, onde aconteceu a primeira competição oficial em 1976. Desde então a competição se expandiu pra vários países, incluindo o Brasil, Índia, México e África do Sul. Deram-se início em 1991 as atividades da SAE Brasil, e posteriormente, em 1995 o Projeto Baja SAE Brasil, que hoje vem a ser uma das maiores competições do mundo (SAE Brasil, 2025).

No Brasil a competição é denominada de Competição Baja SAE BRASIL, e é uma das competições estudantis mais importantes da engenharia como um todo. Promove a integração de diversos cursos e possibilita a aplicação prática de conceitos estudados na sala de aula, o que também prepara os estudantes para posteriormente entrar no mercado de trabalho. Durante a participação do programa Baja SAE os estudantes se desafiam a desenvolver um veículo *off-road* desde sua concepção, projeto detalhado e testes. (SAE Brasil, 2025)

A competição é dividida em etapas regionais, Etapa Sul, Sudeste e Nordeste. Contudo somente a equipe vencedora do Baja Nacional tem o direito de competir na etapa internacional que ocorre nos Estados Unidos da América. Cada etapa avalia os seguintes itens: projeto, onde há avaliação dos projetos apresentados pelas equipes, que devem incluir detalhes técnicos e inovações; Provas Dinâmicas, estas envolvem testes de aceleração, frenagem, suspensão e tração; e Enduro e Resistência, uma prova de longa duração que testa a durabilidade e desempenho do veículo em um circuito *off-road*. (SAE Brasil, 2025).

Fica evidente que a maneira como o protótipo irá se comportar durante o transpasse dos obstáculos está intimamente ligada a quanto a equipe e os projetistas do sistema de suspensão dispuseram seu tempo à análise e ao estudo tanto geométrico, estático e também dinâmico do conjunto da suspensão. Ao desenvolver um bom projeto e aliar este a uma produção criteriosa e de qualidade, tem-se a garantia de um protótipo de alto desempenho. Alta performance para o conjunto de suspensão e direção é sinônimo de mais tempo de contato do pneu com o solo, ótimos contornos de curvas e bom comportamento dinâmico do veículo.

Um projeto abrangente de suspensão automotiva deve considerar tanto os aspectos cinemáticos quanto os dinâmicos. O comportamento dinâmico de um veículo pode ser segmentado em três áreas principais: dinâmica longitudinal, dinâmica lateral e dinâmica vertical. Neste contexto, este estudo apresentará foco na dinâmica vertical da suspensão dianteira do novo protótipo da equipe Baja Pampa, utilizando um modelo simplificado de 1/4 de veículo. Através da realização de simulações computacionais no software *MATLAB*, a fim de avaliar a resposta dinâmica do sistema a excitações tipicamente encontradas nas

pistas da competição, considerando diferentes combinações de rigidez da mola e coeficiente de amortecimento.

1.1 Justificativa

Sabe-se que o sistema de suspensão e direção tem grande influência no desempenho de veículos do tipo Baja, pois são constantemente testados em circuitos de *Slalom* (ziguezague) e em terrenos altamente acidentados tendo que superar fortes obstáculos durante o desafio. Com o intuito de estudar, propor e validar um futuro conjunto de suspensão juntamente à equipe Baja Pampa da Universidade Federal do Pampa, UNIPAMPA, faz-se necessário um estudo sobre a dinâmica vertical das suspensão.

Após o fim deste trabalho, fica disponível aos estudantes que integram a equipe Baja Pampa os dados obtidos a partir das análises aqui realizadas, para a utilização destes em futuros protótipos e relatórios em futuras competições.

1.2 Objetivos

O objetivo geral do presente estudo é propor uma configuração de suspensão, com valores de rigidez e amortecimento, que assegurem um desempenho satisfatório em termos de dinâmica vertical de um veículo Baja SAE, mais especificamente o protótipo da equipe Baja Pampa.

Como objetivos específicos pode-se ressaltar:

- Realizar a análise dinâmica no modelo 1/4 de veículo;
- Definir o melhor valor de coeficiente de rigidez para a suspensão dianteira;
- Definir o melhor valor de razão de amortecimento para a suspensão dianteira;

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo serão tratados conceitos utilizados para a formulação deste trabalho.

2.1 Conceito de suspensão

Segundo Gillespie (2021) as propriedades mais importantes para a dinâmica de um veículo são analisadas principalmente no comportamento dinâmico, durante o movimento, e em relação às forças e momentos que ela deve transmitir dos pneus para o chassi. O conjunto de suspensão tem como funções: permitir o movimento vertical das rodas para copiar o terreno e mantê-las em contato com o solo o maior tempo possível; produzir uma reação para as forças longitudinais durante a aceleração e frenagem, e também às forças laterais causadas pelo esterçamento; ser capaz de manter as roda com ângulo de camber e esterçamento; e também, resistir ao rolamento de todo chassi.

Assim como em outros setores, no projeto de um sistema de suspensão deve-se levar em consideração diversos fatores como o custo, peso, espaço disponível, capacidade de fabricação e facilidade de montagem.

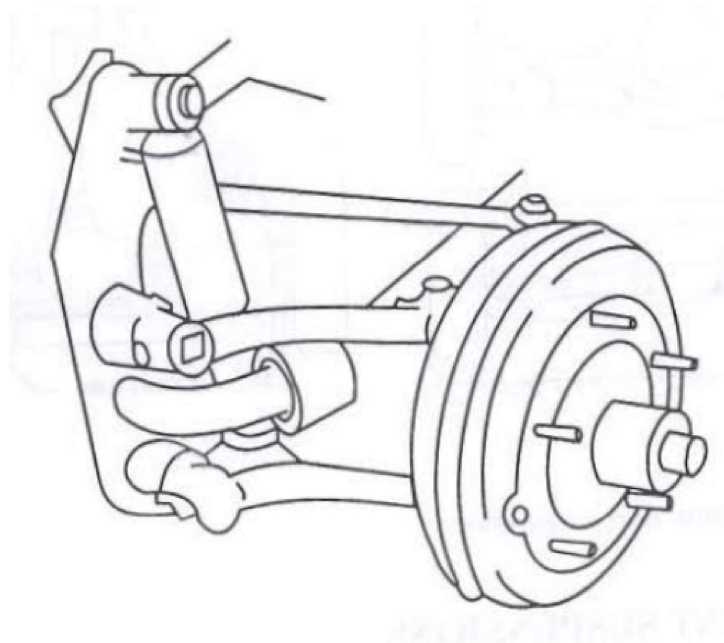
2.2 Tipos de Suspensões Dianteiras

Todas as literaturas mais relevantes concordam que os conjuntos de suspensão são divididos em dois grupos: sistemas dependentes (eixo rígido) e suspensões independentes, caracterizados pela dependência no movimento entre as rodas de um mesmo eixo. Com o intuito da utilização de um sistema independente na suspensão dianteira, a seguir são apresentados os possíveis sistemas a serem utilizados no projeto.

2.2.1 Suspensão de Braço arrastado ou *trailing arm*

Conforme Gillespie (2021) a suspensão de braço arrastado, ou *trailing arm*, é um dos designs mais simples e econômicos de uma suspensão dianteira independente, constituída de braços arrastados paralelos, com mesmo comprimento, voltados para trás em relação ao ponto de montagem no chassi até a roda. Nas extremidade dianteiras, os braços são conectados a barras de torção laterais que tem a função de mola, como pode-se observar na Figura 1.

Figura 1 – Suspensão frontal independente tipo *trailing arm*



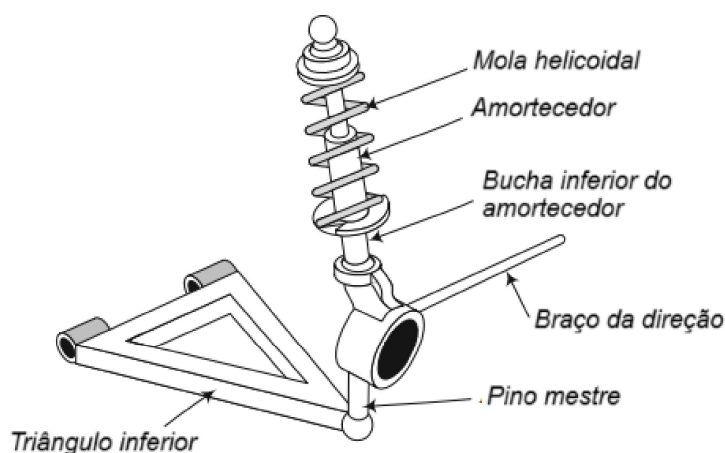
Fonte: Adaptado de Gillespie (2021).

Entre as vantagens desse modelo de suspensão, pode-se observar a simplicidade de construção, o que gera menor custo de produção e manutenção. Porém como desvantagens deste sistema nota-se que não há controle de parâmetros como o câmbio, pois ele não varia durante o movimento de subida e descida, e o ângulo de direção é limitado Jazar (2008).

2.2.2 Suspensão McPherson

A suspensão do tipo McPherson, Figura 2, é atualmente muito utilizada em veículos modernos por conta da sua simplicidade, eficiência de espaço e custo-benefício. Inventada por Earle S. McPherson na década de 1940, essa suspensão combina um amortecedor telescópico envolto de uma mola helicoidal como uma torre, fazendo a função de pilar, com uma bandeja inferior tipo "A". A fixação do conjunto mola e amortecedor é simples, e feita no chassi e na manga de eixo da roda, Gillespie (2021).

Figura 2 – Suspensão frontal independente tipo *McPherson*



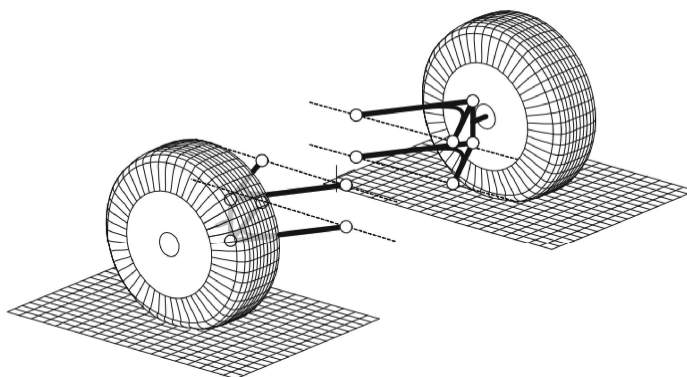
Fonte: Adaptado de Jazar (2008).

A simplicidade do design e montagem reduzem os custos de produção e manutenção. Também permite um bom controle do alinhamento das rodas e ângulo de câmbor durante o movimento da suspensão, o que melhora o contato do pneu com a superfície, aderência e o controle do veículo. Por outro lado, o fato de ter apenas uma bandeja limita a capacidade de ajustar parâmetros de suspensão, fator que influencia no conforto do sistema Milliken, Milliken e Metz (1995).

2.2.3 Suspensão Duplo A

Segundo Seward (2014) suspensão de duplo A é do tipo independente, onde cada roda terá um comportamento de acordo com a irregularidade da pista. Os elementos duplo A são formados por um triângulo superior e outro inferior, tal como na Figura 3, e se movimentam numa trajetória pré-definida em relação ao chassis.

Figura 3 – Mecanismo de representação da suspensão frontal independente tipo Duplo A



Fonte: Adaptado de Jazar (2008).

Este tipo de suspensão pode sofrer variações em relação à fixação do conjunto mola-amortecedor, podendo ser fixo tanto no triângulo superior quanto no inferior, dependendo do espaço disponível e movimentação do conjunto. Em qualquer caso, o braço que suporta a mola é feito mais robusto e o outro atua como um braço de conexão Jazar (2008).

2.2.4 Suspensão Multi-Link

O sistema de suspensão Multi-Link é uma evolução altamente sofisticada dos sistemas de suspensão de braços duplos. Usa-se mais braços (links) e juntas para controlar o movimento da roda em várias direções, e a configuração pode variar, mas normalmente em uma faixa de três a cinco braços por roda Jazar (2008).

O mecanismo Multi-Link promove um movimento mais preciso da roda e ajustes individuais em cada braço, porém a complexidade desse sistema acarreta em um alto custo de produção e manutenção do conjunto.

2.3 Dinâmica veicular

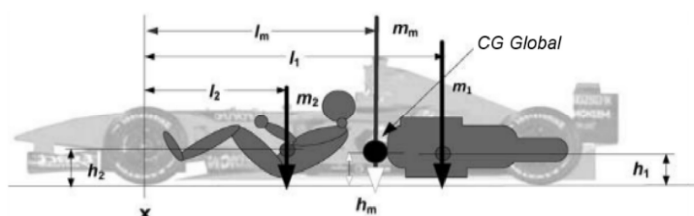
O projeto do sistema de suspensão tem como base uma série de parâmetros a serem considerados a fim de obter um bom comportamento vertical. Nesta subseção serão expostas as definições destes parâmetros.

2.3.1 Centro de gravidade

O centro de gravidade é muito importante no projeto de veículos pois, a partir dele podemos definir a distribuição de massas nos eixos dianteiros e traseiros.

Segundo Seward (2014) é necessário um projeto preliminar, a fim de estimar o centro de gravidade (CG) dos maiores conjuntos mecânicos que compõe um carro, por exemplos, CG do motor, transmissão, CG da carroceria, CG da suspensão dianteira e traseira, posição do motorista/piloto, como observa-se na Figura 4

Figura 4 – Diferentes posições de centro de massa.



Fonte: Adaptado de Seward (2014).

A magnitude (m) e a localização (l, h) de cada componente pode ser estimada ou medida. O objetivo é encontrar o valor combinado de m_m e as posições l_m e h_m . Para encontrar o valor da m_m faz-se o somatório das massas individuais m_i .

$$m_m = \sum (m_1 + m_2 \cdots + m_i) \quad (1)$$

A localização do centro de massa ou CG pode ser definido por:

$$l_m = \sum \frac{(m_1 l_1 + m_2 l_2 + \cdots + m_i l_i)}{m_m} \quad (2)$$

$$h_m = \sum \frac{(m_1 h_1 + m_2 h_2 + \cdots + m_i h_i)}{m_m} \quad (3)$$

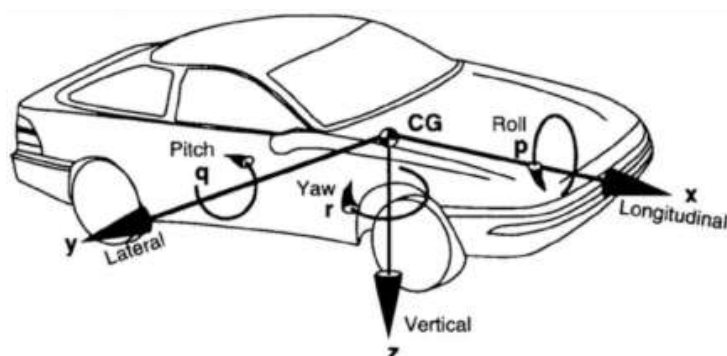
2.3.2 Sistema de coordenadas e movimentos

Conforme Gillespie (2021) um veículo é formado por diversos componentes distribuídos em sua estrutura externa. Contudo, em muitas das análises mais básicas aplicadas a ele, todos os componentes se movimentam de forma conjunta. Por exemplo, durante a frenagem, o veículo desacelera como um todo; portanto, pode ser representado por uma massa concentrada no centro de gravidade (C.G.), com propriedades adequadas de massa e inércia. Para análises de aceleração, frenagem e a maioria das curvas, essa representação com uma única massa é suficiente.

De acordo com a *Society of Automotive Engineers (SAE)*, o sistema de coordenadas padrão adotado para descrever o comportamento dinâmico de um carro permite seis graus de liberdade, caracterizando seis movimentos diferentes que um automóvel pode realizar. Esses movimentos representados na Figura 5 são definidos por:

- Translação Longitudinal (Eixo X): movimento ao longo do eixo longitudinal do veículo, que corresponde ao movimento para frente e para trás;
- Translação Lateral (Eixo Y): movimento ao longo do eixo lateral do veículo, que corresponde ao movimento para os lados (esquerda e direita);
- Translação Vertical (Eixo Z): movimento ao longo do eixo vertical do veículo, que corresponde ao movimento para cima e para baixo (como em resposta a irregularidades na estrada);
- Rotação em Torno do Eixo X (*Roll*): inclinação do veículo de um lado para o outro, ou rolagem, comum em curvas;
- Rotação em Torno do Eixo Y (*Pitch*): inclinação do veículo para frente e para trás, ou arfagem, percebida durante acelerações e frenagens;
- Rotação em Torno do Eixo Z (*Yaw*): rotação do veículo em torno do eixo vertical, ou guinada, observada durante mudanças de direção.

Figura 5 – Sistema de coordenadas de um automóvel no padrão SAE.



Fonte: Adaptado de Gillespie (2021).

2.3.3 Massa suspensa e não suspensa

Segundo Gillespie (2021) a dinâmica veicular é fortemente influenciada pela distribuição de massa entre componentes suspensos e não suspensos. A massa suspensa (m_s) consiste na massa do chassi, motor, bancos, componentes elétricos, piloto e todas as peças que ficam presas na estrutura do veículo. Já na massa não suspensa (m_u) entra a massa da roda, pneus, disco de freio, ponta de eixo, manga de eixo, e todos os elementos que ficam agrupados no conjunto roda e pneu.

A relação entre essas massas afeta muito o desempenho do veículo. Uma massa não suspensa menor contribui para uma melhor resposta da suspensão, que resulta em maior conforto e aderência à estrada. Isso porque uma menor massa não suspensa pode copiar de maneira mais eficaz as irregularidades do terreno, minimizando o impacto transmitido ao chassi.

2.3.4 Amortecedor

A principal proposta dos amortecedores é prevenir oscilações dinâmicas na massa suspensa e não suspensa. Por terem diferentes valores de frequência natural, como consequência, têm diferentes amortecimentos. A massa suspensa pode oscilar verticalmente, inclinar-se ou rolar.

As literaturas concordam no conceito do coeficiente de amortecimento, como sendo a capacidade de amortecer uma força de 1 N em 1 m/s. O amortecimento crítico é definido como aquele que causa o retorno da massa à posição de equilíbrio sem gerar qualquer oscilação.

$$C_{crit} = 4\pi m_s f_s \quad (4)$$

Ou, assumindo que o amortecedor atua diretamente entre a massa suspensa e

a massa não suspensa, o amortecimento crítico pode ser definido junto com a razão de movimento (motion ratio, R_m):

$$C_{crit} = 4\pi m_s f_s R_m \quad (5)$$

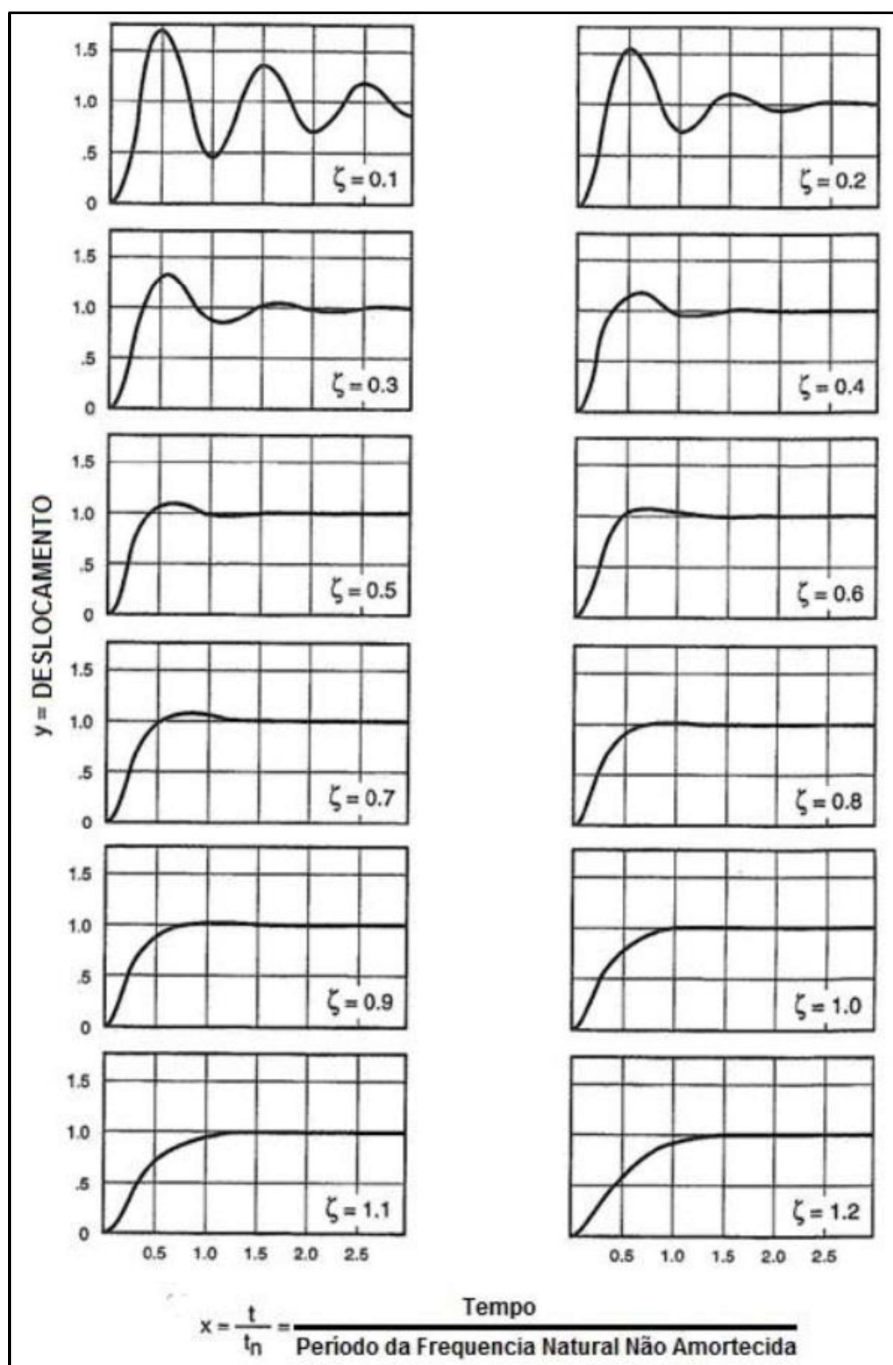
Duas possíveis situações relacionadas ao amortecimento do sistema: se o coeficiente de amortecimento é maior que o crítico, o sistema é dito como superamortecido e tem um longo tempo de retorno; se o coeficiente de amortecimento é menor que o crítico, o sistema é subamortecido, e leva algumas oscilações em torno da posição de equilíbrio.

Seward (2014) expõe a razão de amortecimento como sendo:

$$\zeta = \frac{c}{c_{crit}} \quad (6)$$

Para veículos de passeio a razão de amortecimento fica perto de $\zeta = 0,25$, já para veículos de competição $\zeta = 0,65$ a $0,70$. Milliken, Milliken e Metz (1995) demonstra graficamente através da Figura 6 o comportamento do deslocamento em função do tempo de sistemas extremamente subamortecido ($\zeta = 0,1$) até superamortecidos ($\zeta = 1,2$).

Figura 6 – Gráficos de diferentes razões de amortecimento.



Fonte: Adaptado de Milliken, Milliken e Metz (1995).

2.3.5 Mola

Segundo Seward (2014) a proposta das molas é dar independência de movimento nas rodas, quando sujeitas a oscilações de carga provenientes de irregularidades da pista. O projetista precisa definir a rigidez e o comprimento da mola, assim como, saber quanto a mola irá se mover por unidade de carga.

Figura 7 – Mola helicoidal de espiras idênticas.



Fonte: Adaptado de Anchieta Peças ().

Conforme Beer et al. (2012) a análise do comportamento das molas é baseada na Lei de Hooke, que estabelece uma relação entre a força exercida sobre a mola F_{k_s} , a deformação x da mola e a constante elástica ou coeficiente de rigidez K_s , representada pela equação:

$$F_{k_s} = K_s x \quad \text{N} \quad (7)$$

O coeficiente de rigidez da mola, K_s , normalmente é constante, a maioria das molas tem uma relação linear de força por distância. Em algumas situações é possível definir uma mola com coeficiente variável, na medida que a mola é comprimida sua rigidez aumenta. Outros parâmetros que são avaliados juntamente são: rigidez da roda (K_w) ou *Wheel center rate* em relação ao movimento da suspensão; rigidez combinada (K_r) é a rigidez da roda mais a rigidez do pneu, Seward (2014).

A constante de rigidez axial k de uma mola helicoidal cilíndrica submetida à tração ou compressão é uma medida de sua resistência à deformação axial. Essa constante é obtida pela seguinte equação:

$$k_s = \frac{d^4 G}{8D^3 N} \quad \text{N/m} \quad (8)$$

onde:

- k_s : constante de rigidez da mola;
- d : diâmetro do fio da mola (m);

- D : diâmetro médio (ou primitivo) da mola (m);
- G : módulo de cisalhamento do material da mola (Pa);
- N : número de espiras ativas.

Essa fórmula é derivada da teoria da torção de eixos circulares e considera a deformação por cisalhamento em cada espira. A dedução completa pode ser encontrada em textos clássicos de elementos de máquinas, como Shigley (2021) e Wahl (1963). O modelo assume que: as espiras são circulares e uniformemente espaçadas; o carregamento é axial puro (sem flexão ou excentricidade); não há efeitos significativos de massa ou histerese.

A rigidez aumenta com a quarta potência do diâmetro do fio, evidenciando a sensibilidade da mola ao seu projeto geométrico. Já o número de espiras e o diâmetro médio aparecem no denominador, o que mostra que molas mais compridas ou mais largas são menos rígidas.

Segundo Shigley et al. (2021), essa equação é válida para molas com relações D/d acima de 4, de forma a minimizar o efeito de curvatura do fio. Para casos com grandes deformações ou materiais não lineares, modelos mais complexos ou métodos numéricos podem ser aplicados.

2.3.6 Pneu

Todos os elementos requerem forças que são transmitidas para o solo e quem é responsável por essa transmissão são os pneus. Os pneus podem ser do tipo radial ou diagonal. No ponto de vista de competição, a aderência do pneu é fundamental, e ela se dá por 3 maneiras: atrito; *interlocking*, a borracha se deforma em torno da rugosidade da superfície; adesão, quando o pneu gruda na superfície, depende da temperatura, Seward (2014).

O pneu MAXXIS 23x7-10 6PR RAZR 2 é muito utilizado em veículos off-road de pequeno porte, como quadriciclos e protótipos de competição SAE Baja, devido às suas características construtivas com foco em resistência, tração e durabilidade em terrenos irregulares. Maxxis Brasil (2025) expõe características técnicas como diâmetro externo de 23 polegadas, largura de 7 polegadas e montado em rodas de 10 polegadas de diâmetro, como na Figura 8, este modelo oferece uma excelente capacidade de absorção de impactos e aderência em superfícies como terra solta e cascalho. Sua carcaça é reforçada com seis lonas, o que provê maior resistência a perfurações e deformações sob cargas elevadas.

Figura 8 – PNEU MAXXIS 23X7-10 6PR RAZR 2.



Fonte: Retirado de Maxxis Brasil (2025).

O pneu é um componente cuja interação com o solo é influenciada por diversos fatores, como a velocidade do veículo, a pressão de enchimento, o tipo de construção do pneu e a rigidez da suspensão do veículo. Essa interação resulta em um comportamento com várias não linearidades. No entanto, como o foco deste trabalho está na dinâmica vertical, as características de interesse se concentram na rigidez e no amortecimento vertical. A rigidez vertical pode ser modelada por uma mola com comportamento linear, semelhante à mola helicoidal mencionada anteriormente, cuja constante elástica pode ser determinada por um simples teste de compressão.

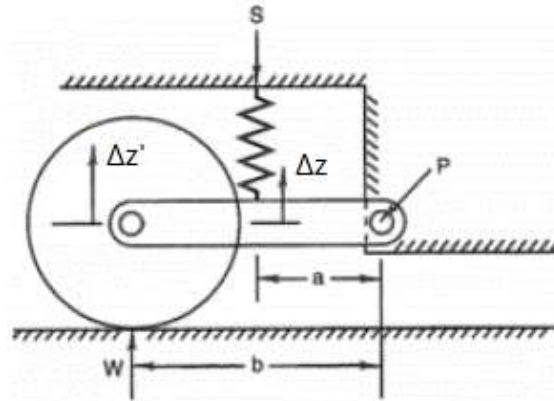
2.3.7 Relação de movimento

Para finalizar, deve-se fazer a análise do chamado *motion ratio*, que é basicamente a relação de suspensão. No contexto da engenharia automotiva, esta razão dos movimentos da suspensão é denominada relação de movimento ou *Motion Ratio* (MR). Este parâmetro é empregado para o cálculo da rigidez efetiva transmitida pela mola ao sistema suspensivo. Em configurações do tipo duplo A, a complexidade geométrica característica da arquitetura da suspensão torna a determinação precisa do *Motion Ratio* dependente da utilização de métodos complementares, como modelagens computacionais ou medições experimentais.

Em configurações nas quais a mola ou o amortecedor apresentam desalinhamento em relação ao vetor de deslocamento da massa — como é típico em sistemas de suspensão veicular — a rigidez da mola k_s não corresponde, de forma direta, à rigidez efetiva k_w do sistema. Essa discrepância se dá ao fato de que a mola não se encontra posicionada de maneira a transmitir a força diretamente à massa excitada, conforme Figura 9, o que

gera, portanto, a aplicação de um momento em vez de uma força linearmente alinhada com o movimento da massa.

Figura 9 – Relação de movimento de uma suspensão *trailing arm*.



Fonte: Adaptado de Milliken, Milliken e Metz (1995).

Dessa maneira, o cálculo da Relação de Movimento é realizado através da relação entre a deformação sofrida pela mola representada por Δz , e o deslocamento vertical da roda $\Delta z'$.

$$RM = \frac{\Delta z}{\Delta z'} \quad (9)$$

Por sua vez, a determinação da rigidez efetiva k_w do sistema baseia-se na análise da energia potencial armazenada pela mola durante o processo de oscilação.

$$k_w = k_s \cdot R_m^2 = k_s \cdot \left(\frac{\Delta z}{\Delta z'} \right)^2 \quad [\text{N/m}] \quad (10)$$

Nesse contexto, k_w corresponde à rigidez linear da mola e depende do termo contido entre parênteses, que retorna a razão de movimento entre a mola e a roda, ou seja, o *Motion Ratio* (MR).

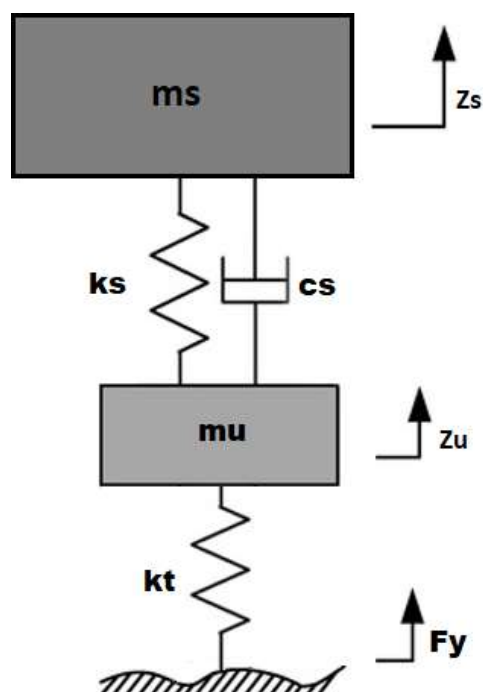
2.3.8 Modelo de 1/4 de veículo

Para Gillespie (2021) o modelo de 1/4 de veículo é uma ferramenta fundamental na análise do comportamento dinâmico de veículos, particularmente na avaliação do desempenho do sistema de suspensão. Este modelo simplificado divide o veículo em quatro seções iguais, focando em uma única roda, a massa suspensa e a massa não suspensa associadas. Ele é amplamente utilizado devido à sua eficácia em capturar os principais fenômenos dinâmicos com relativa simplicidade.

A representação do modelo de 1/4 de veículo envolve as massas suspensas m_s e não suspensas m_u . A interação entre estas massas é medida por uma mola da suspensão

com rigidez k_s , um coeficiente de amortecimento c e levando em conta a rigidez do pneu k_t , que também representa uma mola neste sistema com 2 graus de liberdade.

Figura 10 – Representação de 1/4 de veículo.



Fonte: próprio autor

Tabela 1 – Descrição das variáveis do sistema de suspensão

Variável	Descrição	Unidade
m_s	1/4 da massa suspensa total do veículo	kg
m_u	Massa não suspensa na extremidade	kg
c_s	Coeficiente de amortecimento do amortecedor da suspensão	Ns/m
k_s	Rigidez da mola da suspensão	N/m
k_t	Rigidez do Pneu	N/m
z_s	Deslocamento vertical da massa suspensa	m
z_u	Deslocamento vertical da massa não suspensa	m
F_z	Forças impostas pelas variações da pista	N

Fonte: próprio autor

É possível formular uma equação que represente o movimento desse sistema ao se construir um diagrama de corpo livre em um instante qualquer, indicando todas as forças atuantes nas coordenadas generalizadas. O movimento oscilatório de um corpo rígido pode ser caracterizado pela aplicação da segunda lei de Newton,

As equações de movimento do sistema são fundamentais para entender a sua dinâmica. Para a massa suspensa:

$$m_s \ddot{z}_s + c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) + k_s(z_s - z_u) = 0 \quad (11)$$

Para a massa não suspensa:

$$m_u \ddot{z}_u + c_s(\dot{z}_u - \dot{z}_s) + k_s(z_u - z_s) + k_t z_u = F_z \quad (12)$$

Da mesma forma:

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \ddot{z}_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s & -c_s \\ -c_s & c_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ \dot{z}_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s & -k_s \\ -k_s & k_s + k_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_s \\ z_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_z \end{bmatrix}$$

O modelo 1/4 de veículo é muito utilizado para analisar a resposta da suspensão a diferentes tipos de excitação, avaliar o conforto do ocupante, a partir da aceleração da massa suspensa, e verificar o acerto do contato entre o pneu e o solo, pela resposta da massa não suspensa. Permite também combinar os parâmetros de projeto da suspensão, como rigidez e amortecimento, e é frequentemente o ponto de partida para o desenvolvimento de modelos mais complexos, como o de meio-carro ou de carro completo.

Entretanto, o modelo apresenta limitações, como a incapacidade de representar efeitos de rolamento e tangagem, o desconsideramento de interações laterais e longitudinais e a suposição de linearidade dos componentes. Ainda assim, é um modelo de referência em estudos iniciais de dinâmica veicular.

2.3.9 Frequência natural

A frequência natural da suspensão influencia diretamente na rigidez da mola a ser escolhida para a suspensão. As faixas de frequência natural variam conforme a finalidade do veículo: veículos de passeio, transporte ou *off road* ficam na ordem de 1 a 1,5 Hz, carros esportivos a frequência sobe para 2 Hz e para carros de competição fica em torno de 2,5 a 4 Hz Seward (2014). Frequências naturais que ultrapassam esta faixa podem causar ressonância com parte do corpo, e a sua exposição demorada pode causar sérios problemas.

A frequência natural da massa suspensa em relação ao solo pode ser determinada por:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_r}{m_s}} \quad [\text{Hz}] \quad (13)$$

Onde a rigidez resultante dada por k_r , compreende a associação em série da rigidez do pneu (k_t) com a rigidez da mola (k_s), tem-se:

$$k_r = \frac{k_s k_t}{k_s + k_t} \quad [N/m] \quad (14)$$

De outra forma, a frequência natural da massa não suspensa compreende a associação em paralelo da rigidez do pneu (k_t) e da mola (k_s), tem-se:

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_s + K_t}{m_s}} \quad [Hz] \quad (15)$$

2.4 Método de integração no *MatLab*

2.4.1 Fundamentos do Método de Runge-Kutta

Os métodos de Runge-Kutta constituem uma classe de algoritmos amplamente utilizados para a resolução numérica de equações diferenciais ordinárias (EDOs).

O método de Runge-Kutta foi desenvolvido por Carl Runge e Wilhelm Kutta como uma alternativa mais precisa ao método de Euler, proporcionando soluções com erro local da ordem de $\mathcal{O}(h^5)$ e erro global da ordem de $\mathcal{O}(h^4)$.

A versão clássica de quarta ordem estima o valor da função em um ponto futuro utilizando a média ponderada de quatro avaliações da função derivada ao longo do intervalo de integração. Isso permite maior exatidão sem necessidade de derivadas de ordem superior. A forma básica do método de quarta ordem pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_n, y_n); \\ k_2 &= f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1\right); \\ k_3 &= f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2\right); \\ k_4 &= f(t_n + h, y_n + hk_3); \\ y_{n+1} &= y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4); \end{aligned} \quad (16)$$

em que h representa o passo de integração, y_n a solução no instante t_n , e $f(t, y)$ a função derivada. Dormand e Prince desenvolveram uma versão aprimorada deste método, chamada Runge-Kutta de quarta e quinta ordens incorporadas (*embedded*), permitindo o controle adaptativo do passo por meio da estimativa do erro local (DORMAND; PRINCE, 1980).

Para resolver numericamente o sistema de 1/4 apresentado anteriormente, é necessária a conversão para um sistema de primeira ordem por meio da definição de variáveis de estado:

$$x_1 = z_s, \quad x_2 = \dot{z}_s, \quad x_3 = z_u, \quad x_4 = \dot{z}_u \quad (17)$$

2.4.2 A função `ode45` do *MATLAB*

Segundo a documentação oficial da MathWorks (MathWorks, 2025) a função `ode45` utiliza uma variação do método de Runge-Kutta de ordem 4(5), ou seja, calcula duas estimativas simultâneas da solução – uma de quarta e outra de quinta ordem – e utiliza a diferença entre ambas para estimar o erro local. Com base nessa estimativa, o algoritmo ajusta dinamicamente o tamanho do passo de integração h para garantir precisão e eficiência.

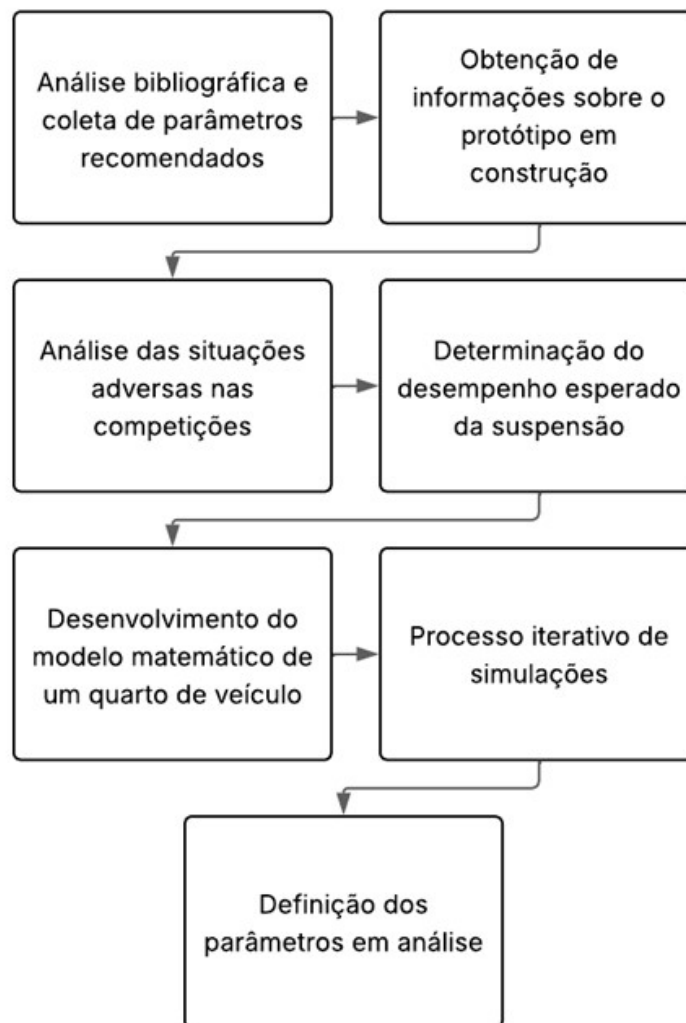
Essa estratégia é particularmente útil em sistemas como o modelo 1/4 de veículo, onde a resposta pode apresentar trechos de variação lenta intercalados com respostas abruptas devido a excitações impostas pela irregularidade do terreno.

3 METODOLOGIA

Este estudo adota uma abordagem quantitativa e computacional, utilizando um modelo simplificado para analisar o comportamento vertical da suspensão dianteira do protótipo Baja SAE da equipe Baja Pampa. O objetivo é propor uma configuração otimizada de rigidez e amortecimento que contribua para a estabilidade e o desempenho em terrenos acidentados, característicos das competições SAE Brasil Baja.

Este estudo será conduzido por meio de simulações numéricas com o uso do *software Matlab*, escolhido devido à sua ampla variedade de funcionalidades e à praticidade oferecida pela sua linguagem de programação. O alinhamento das atividades desenvolvidas seguirá o fluxograma da Figura 11 apresentado a seguir.

Figura 11 – Fluxograma da metodologia.



Fonte: Próprio autor.

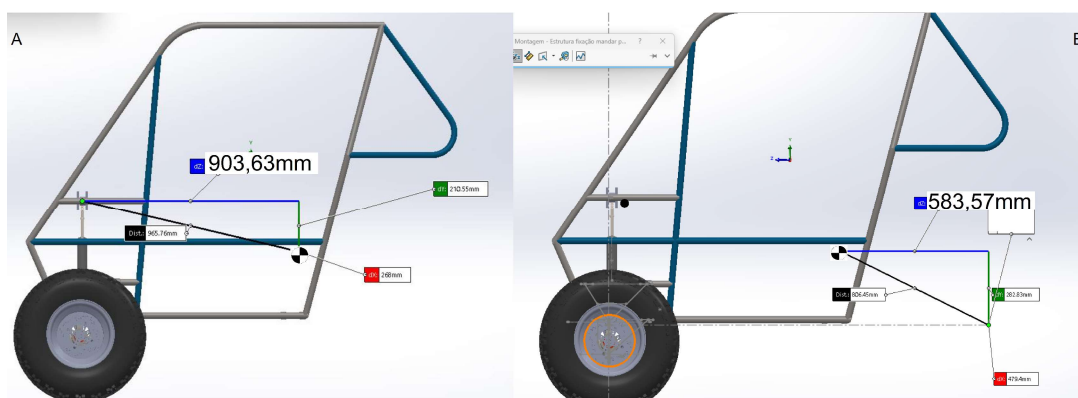
3.1 Obtenção de informações sobre o protótipo em construção

Considerando que a proposta de suspensão é voltada a um protótipo da equipe Baja Pampa, realizou-se, em um primeiro momento, o levantamento das características necessárias para o desenvolvimento do projeto.

3.1.1 Definição das massas do sistema

A determinação da força atuante em cada roda, bem como o cálculo do centro de massa (CG) do veículo, foram realizados com base no modelo tridimensional desenvolvido no *software SolidWorks*. A partir dos dados referentes às massas dos principais componentes — incluindo motor, sistema de transmissão CVT e piloto — que totalizam aproximadamente 250 kg, efetuou-se a distribuição dessas massas conforme suas respectivas posições no modelo. Utilizando a ferramenta “Propriedades” do *SolidWorks*, foi possível localizar o centro de gravidade do conjunto. Com essa informação, foi feita a análise da distribuição de carga entre os eixos dianteiro e traseiro, conforme as medidas obtidas.

Figura 12 – Cálculo Centro de Gravidade.



Fonte: Próprio autor.

Logo, a partir disto, calcula-se a distribuição de massa para o Baja Pampa:

$$Dianteira = \frac{583,57}{1487,2} = 39,2\%$$

$$Traseira = \frac{903,63}{1487,2} = 60,8\%$$

Definida a distribuição de massa nos eixos dianteiro e traseiro, foi realizada a pesagem da montagem real da massa não suspensa, observada a seguir:

Figura 13 – Pesagem da massa não suspensa.



Fonte: Próprio autor.

Logo, pode-se aproximar a massa não suspensa: $m_u \approx 11,7$ kg e a partir daí, encontra-se a massa dianteira em 1/4 de veículo:

Massa suspensa na dianteira (total):

$$m_{s,\text{dianteira}} = 98,10 - 2 \times 11,7 = 74,7 \text{ kg} \quad (18)$$

Massa suspensa para o modelo 1/4 de veículo (uma roda):

$$m_s = \frac{74,7}{2} = 37,35 \text{ kg} \quad (19)$$

Portanto, os valores utilizados no modelo 1/4 de veículo são:

$$m_s = 37,35 \text{ kg}$$

$$m_u = 11,7 \text{ kg}$$

3.1.2 Rigidez Vertical do Pneu

Para a determinação da rigidez vertical do pneu Maxxis Razr 2 22×7-10, baseado em (ADAMI, 2017) que considerou a influência direta da pressão interna, uma vez que os pneus, por sua constituição em borracha associada ao ar comprimido, apresentam comportamento compressível, funcionando de maneira análoga a uma mola. Essa característica contribui para a absorção de impactos e varia conforme a pressão de insuflação.

Dessa forma, os ensaios foram realizados sob diferentes condições de pressão, com o objetivo de obter os valores característicos de rigidez para cada estado analisado. Essas são as apresentadas na Tabela 2:

Tabela 2 – Rigidez vertical do pneu Maxxis Razr 2 em função da pressão

Pressão (kPa)	Pressão (PSI)	Rigidez Vertical k_t (N/m)
55,16	8	70.970,7
82,74	12	98.556,8
110,32	16	126.142,9
137,89	20	145.001,7

Fonte: Adaptado de (ADAMI, 2017)

3.1.3 Constante de Rigidez da Mola Helicoidal utilizada

Os seguintes parâmetros foram extraídos da mola helicoidal cilíndrica que a equipe planeja utilizar:

- Diâmetro do fio: $d = 0.009$ m
- Diâmetro médio da mola: $D = 0.05$ m
- Número de espiras ativas: $N = 8,5$
- Módulo de cisalhamento do material: $G = 75 \times 10^9$ Pa

Sendo a constante de rigidez axial k para molas helicoidais, é dada por:

$$k_s = \frac{d^4 G}{8 D^3 N} \quad (20)$$

$$k_s = \frac{(0,009)^4 \cdot 75 \times 10^9}{8 \cdot (0,05)^3 \cdot 8,5}$$

$$k_s = 57891,18 \text{ N/m}$$

3.1.4 Relação de movimento (*Motion Ratio*)

A relação de movimento (R_m) ou *Motion Ratio* é um parâmetro fundamental no projeto de suspensões e nos cálculos da dinâmica veicular. Ele descreve a relação entre o deslocamento da roda e o deslocamento da mola ou do amortecedor.

$$R_m = \frac{\text{Deslocamento da mola}}{\text{Deslocamento da roda}} \quad (21)$$

A partir dos dados obtidos de informações sobre o protótipo em construção, temos que o curso máximo da roda é de 174,98 mm, já o curso do conjunto mola + amortecedor é de 80 mm. A partir disto, obtém-se o R_m por:

$$R_m = \frac{80 \cos 16,98}{174.98}$$

$$R_m = 0,437$$

Deste modo, sabendo que a determinação da rigidez efetiva k_s do sistema baseia-se na análise da energia potencial armazenada pela mola durante o processo de oscilação. É possível determinar k_s da seguinte maneira:

$$k_s = k_w \cdot R_m^2$$

$$k_s = k_w \cdot \left(\frac{\Delta z}{\Delta z'} \right)^2$$

$$k_s = 60528,50(0,437)^2$$

$$k_s = 11573,59 \text{ N/m}$$

3.1.5 Frequências naturais

Além de determinar a quantidade de movimento da suspensão, o conjunto da roda influencia na frequência natural da suspensão, o que é fundamental na elaboração do projeto. Segundo (ADAMI, 2017), "os testes evidenciam que o uso da calibração entre 55,16 e 82,74 kPa (entre 8 e 12 PSI) é o mais adequado". Com base neste estudo, vamos utilizar a rigidez vertical equivalente à pressão de 12 PSI.

No sistema de 1/4 de veículo, temos 2 coordenadas independentes, logo temos 2 modos de vibração:

Modo 1: Vibração da massa suspensa em relação ao solo. Para este caso, temos 2 molas em série:

$$k_r = \frac{k_w k_t}{k_w + k_t}$$

$$k_r = \frac{11573,59 \cdot 70970,7}{11573,59 + 70970,7}$$

$$k_r = 9950,85 \text{ N/m}$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_r}{m_s}}$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9950,85}{37,35}}$$

$$f_1 = 2,60 \text{ Hz}$$

Modo 2: Vibração da roda em relação ao chassi, neste caso, K_w e k_t atuam como molas em paralelo, então a frequência natural:

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s + k_t}{m_s}}$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{11573,59 + 70970,7}{37,35}}$$

$$f_2 = 7,48 \text{ Hz}$$

3.1.6 Coeficiente de amortecimento ideal conforme a literatura

A suspensão deve ser dura (rígida) o suficiente para promover um controle do carro e evitar que o mesmo bata com o assoalho no solo. Principais fatores: movimento dinâmico do chassi devido às irregularidades da pista; transferência de peso nas acelerações, frenagens e em curvas; carga aerodinâmica. Uma vez deslocada a suspensão, ela deve retornar para a posição estática com poucas ou nenhuma oscilação.

Deseja-se determinar o coeficiente de amortecimento C para obter a razão de amortecimento $\zeta = 0,7$, a qual se encaixa na faixa indicada pela literatura para veículos de competição:

$$\zeta = \frac{C}{C_{crit}} = 0,7$$

$$C = 0,7 * 4\pi m_s f_s$$

$$C = 0,7 * 4\pi * 37,35 * 2,60$$

$$C = 853,49 \text{ N} \cdot \text{m/s}$$

$$C_{crit} = 4\pi m_u f_u$$

$$C_{crit} = 4\pi * 11,7 * 7,48$$

$$C_{crit} = 1100,06 \text{ Nm/s}$$

3.2 Modelo Dinâmico de 1/4 de Veículo

A modelagem da dinâmica vertical de veículos é uma etapa fundamental no projeto e análise de sistemas de suspensão, pois permite estudar como o veículo reage a irregularidades do solo, principalmente em aplicações off-road como o Baja SAE. Uma das abordagens mais adotadas nesse contexto é o *modelo 1/4 de veículo*, que fornece um equilíbrio entre simplicidade e representatividade dinâmica.

3.2.1 Descrição do Modelo

O modelo 1/4 de veículo considera apenas uma das quatro rodas do veículo, modelando seu comportamento vertical com duas massas concentradas: a massa suspensa (m_s), que representa um quarto da massa da carroceria, e a massa não suspensa (m_u), correspondente à massa da roda e de componentes conectados a ela (como cubo, disco de freio e braço de suspensão). Essas duas massas são conectadas por um sistema mola-amortecedor, representado por uma constante de rigidez da suspensão (k_s) e um coeficiente de amortecimento (c_s), enquanto a roda está conectada ao solo por um elemento elástico que representa a rigidez do pneu (k_t). A entrada do sistema é a excitação vertical da superfície do solo, denotada por $z_r(t)$.

3.2.2 Equações de Movimento e Dependência com a Velocidade

A modelagem do sistema foi baseada em um modelo dinâmico de 1/4 de veículo com dois graus de liberdade, representando o movimento vertical da massa suspensa (m_s) e da massa não suspensa (m_u). As equações de movimento do sistema podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{cases} m_s \ddot{z}_s = -k_s(z_s - z_u) - c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) \\ m_u \ddot{z}_u = k_s(z_s - z_u) + c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) - k_t(z_u - z_r) \end{cases} \quad (22)$$

Onde $z_r(t)$ é o perfil de excitação do solo aplicado diretamente à massa não suspensa. O termo $z_r(t)$ é definido a partir de uma função senoidal, $z_r(x) = A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$, que é convertida para o domínio temporal com base na velocidade constante v do veículo. Isso resulta em:

$$z_r(t) = \begin{cases} A \sin\left(\frac{2\pi vt}{\lambda}\right), & 0 \leq t \leq \frac{L}{v} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (23)$$

Onde A é a amplitude da excitação, λ o comprimento de onda, v a velocidade do veículo e L o comprimento total do perfil (neste caso, $L = 3$ m). Dessa forma, a frequência da excitação senoidal aplicada ao sistema é diretamente proporcional à velocidade do veículo:

$$f = \frac{v}{\lambda} \quad (24)$$

A análise será conduzida para três valores de velocidade: 15 km/h, 30 km/h e 45 km/h, permitindo a avaliação do efeito da variação da frequência de entrada sobre a resposta dinâmica do sistema, em termos de deslocamentos e acelerações da massa suspensa e não suspensa.

3.2.3 Forma de Estado

Para aplicação computacional, as equações são reescritas em forma de estado. Definem-se as variáveis:

$$x_1 = z_s, \quad x_2 = \dot{z}_s, \quad x_3 = z_u, \quad x_4 = \dot{z}_u$$

Obtém-se assim o sistema de primeira ordem:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-k_s(x_1 - x_3) - c_s(x_2 - x_4)}{m_s} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{k_s(x_1 - x_3) + c_s(x_2 - x_4) - k_t(x_3 - z_r(t))}{m_u} \end{cases}$$

A resolução numérica das equações diferenciais ordinárias (EDOs) associadas ao modelo 1/4 de veículo será realizada por meio da função `ode45` do MATLAB, que se baseia em um método de Runge-Kutta de ordem 4(5), conhecido como método de Dormand-Prince. Trata-se de uma técnica de integração explícita com controle automático de passo, amplamente utilizada na engenharia para simulações de sistemas dinâmicos não rígidos.

Para a aplicação prática, as equações do modelo foram reescritas em forma de estado, com o sistema implementado em uma função MATLAB que retorna \dot{x} em função do vetor de estados e dos parâmetros físicos m_s , m_u , k_s , c_s e k_t . A integração numérica é realizada com o comando:

```
[t, x] = ode45(@(t,x) sistema_estado(t,x,parametros), [t0 tf], x0);
```

onde x_0 representa as condições iniciais (geralmente todas iguais a zero), e parametros é a estrutura que contém os valores das constantes do modelo.

A escolha da função `ode45` se baseia em sua robustez, precisão e ampla adoção em estudos acadêmicos e industriais. Além disso, ela é apropriada para problemas não rígidos com soluções suaves, o que se aplica ao sistema dinâmico da suspensão veicular modelado linearmente. O uso desse método garante boa acurácia na simulação das respostas transitórias e harmônicas do sistema, fundamentais para a análise de conforto e estabilidade em veículos *Off-road*.

3.3 Excitações ao sistema

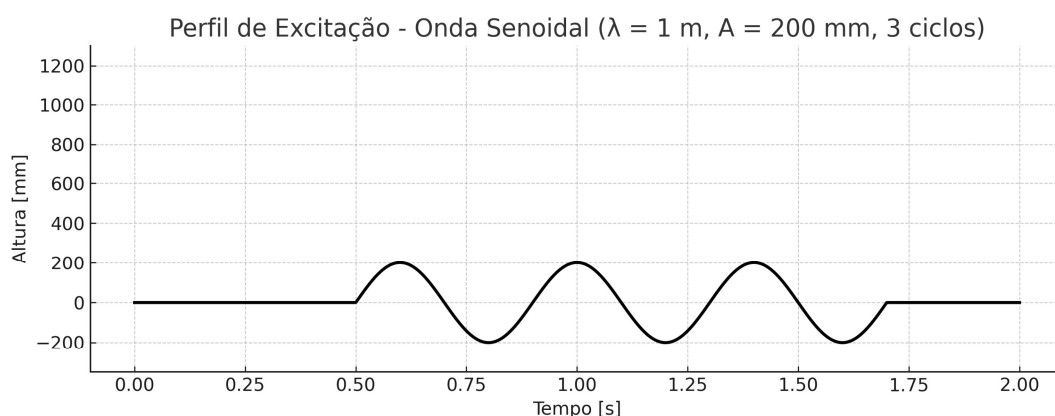
Esta seção irá trazer excitações ao sistema inspiradas no terreno encontrado nas pistas de competições SAE Baja.

3.3.1 Perfil de Excitação

Para a análise do comportamento dinâmico vertical do sistema de suspensão dianteira, adotou-se como entrada de excitação um perfil de onda senoidal, representando uma sequência de irregularidades periódicas no terreno. Esse perfil foi modelado com comprimento de onda $\lambda = 1 \text{ m}$, amplitude $A = 200 \text{ mm}$, e composto por três ciclos consecutivos, totalizando 3 m de comprimento. A forma da excitação foi definida de modo a simular um obstáculo comumente encontrado nas pistas da competição, com ondulações contínuas e suaves, conforme ilustrado na Figura 14. A excitação será aplicada diretamente à massa

não suspensa no modelo de 1/4 de veículo, sendo sua evolução temporal obtida a partir da conversão do espaço percorrido em tempo, assumindo uma velocidade constante do veículo. Esse perfil é particularmente útil para observar a resposta do sistema frente a excitações de média intensidade, que permitem avaliar o desempenho da suspensão na manutenção da estabilidade e do conforto veicular.

Figura 14 – Perfil de excitação senoidal utilizado na simulação ($\lambda = 1$ m, $A = 200$ mm, 3 ciclos).



Fonte: Próprio autor.

3.3.2 Condições de Velocidade do Veículo

A fim de avaliar a influência da velocidade de deslocamento na resposta dinâmica do sistema de suspensão, a simulação será realizada para três diferentes condições de velocidade: 15 km/h, 30 km/h e 45 km/h. A variação da velocidade impacta diretamente na frequência da excitação imposta ao sistema. Com isso, torna-se possível observar como o comportamento da suspensão dianteira do modelo de 1/4 de veículo se altera frente a diferentes intensidades de excitação, permitindo uma análise mais abrangente do desempenho da suspensão em situações reais da pista de competição.

3.3.3 Variações de Rigidez e Coeficiente de amortecimento

As variações dos parâmetros de rigidez e amortecimento do conjunto nas iterações subsequentes às dos parâmetros iniciais se darão na ordem de ± 2000 N/m para a rigidez, adequando o coeficiente de amortecimento a fim de manter a razão de amortecimento.

3.4 Variáveis de Saída e Avaliação

As principais variáveis de interesse para a análise do desempenho dinâmico da suspensão são:

- Deslocamento da massa suspensa (z_s);
- Deslocamento da massa não suspensa (z_u);
- Acelerações das massas suspensas e não suspensas;

Essas variáveis permitiram avaliar o comportamento do sistema em relação ao conforto, aceleração da massa suspensa e à segurança, manutenção do contato pneu-solo via força dinâmica da roda.

4 RESULTADOS

Com base na metodologia descrita no capítulo anterior, este capítulo apresenta os resultados obtidos por meio da simulação computacional do modelo de 1/4 de veículo. A seguir, serão analisadas as respostas dinâmicas do sistema frente às excitações propostas, com especial atenção ao comportamento vertical da suspensão dianteira. Os dados obtidos permitem avaliar a adequação dos parâmetros de rigidez e amortecimento adotados, bem como estabelecer diretrizes para o projeto da suspensão definitiva do protótipo Baja Pampa.

4.1 Parâmetros do modelo

A Tabela 3 apresenta os parâmetros do veículo utilizados na composição das matrizes de massa, rigidez e amortecimento, as quais constituem os dados de entrada para a rotina computacional empregada na obtenção dos resultados numéricos.

Tabela 3 – Parâmetros do modelo 1/4 de veículo

Parâmetro 1/4 de veículo	Valor	Unidade
Massa Não Suspensa	11,70	kg
Massa Suspensa	37,35	kg
Rigidez Efetiva da Mola	11573,59	N/m
Rigidez do Pneu	70970,7	N/m
Amortecedor	853,49	N·s/m

Fonte: Próprio autor.

4.2 Resposta dinâmica ao obstáculo

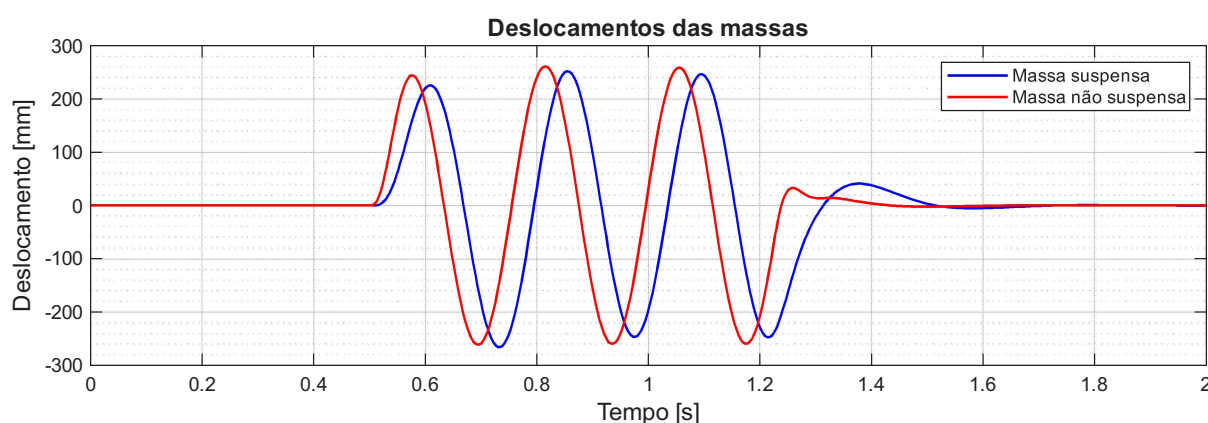
Esta seção apresenta os resultados obtidos a partir das simulações do modelo dinâmico de 1/4 de veículo submetido a um perfil de excitação vertical senoidal, representando uma irregularidade encontrada nas pistas da competição. O obstáculo foi modelado com comprimento de onda $\lambda = 1$ metro, amplitude $A = 200$ mm e composto por três ciclos consecutivos, totalizando 3 metros de comprimento.

As simulações foram realizadas para três diferentes velocidades do veículo — 15 km/h, 30 km/h e 45 km/h — com o objetivo de analisar o comportamento da suspensão dianteira do protótipo frente a diferentes condições de excitação. A seguir, são apresentados os resultados de deslocamento e aceleração para as massas *suspensa* (chassi) e *não suspensa* (roda e pneu).

4.2.1 Deslocamento da Massa suspensa e não suspensa

A Figura 15 apresenta os deslocamentos verticais das massas suspensa e não suspensa ao longo do tempo para a velocidade de 15 km/h. O perfil do terreno provoca uma excitação relativamente suave ao sistema de suspensão nessa condição.

Figura 15 – Deslocamento das massas a 15 km/h

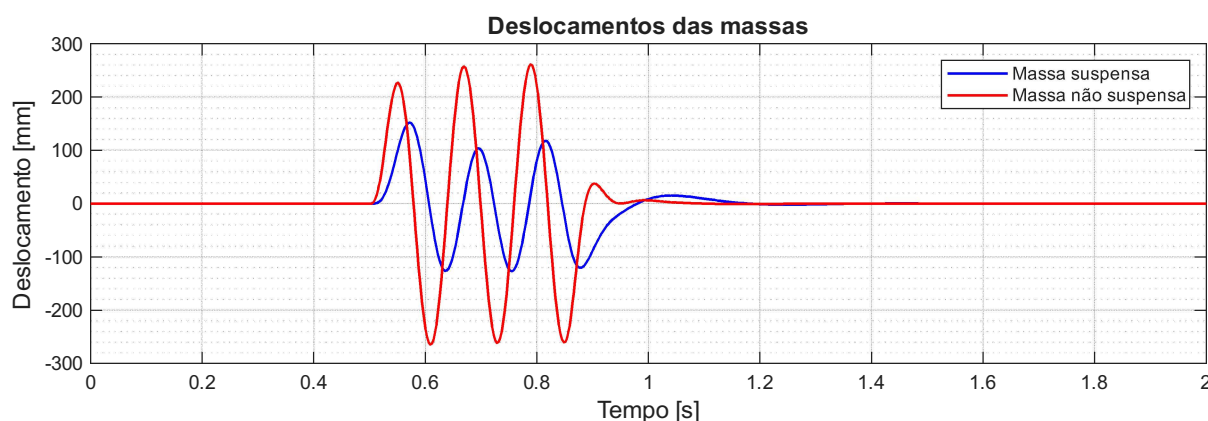


Fonte: Próprio autor.

A massa não suspensa segue diretamente o contorno do obstáculo, com amplitude próxima a ± 200 mm.

Na Figura 16, para 30 km/h, observa-se atenuação na resposta da massa suspensa, com amplitude de aproximadamente ± 100 mm, enquanto a massa não suspensa mantém a amplitude em torno de ± 250 mm. A defasagem entre os sinais se acentua, caracterizando um regime mais dinâmico.

Figura 16 – Deslocamento das massas a 30 km/h

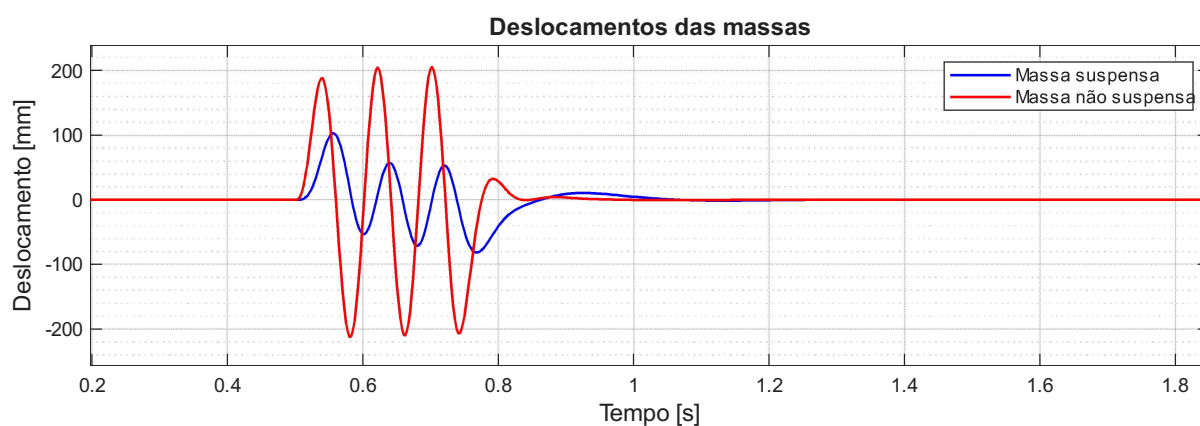


Fonte: Próprio autor.

A Figura 17 mostra que, a 45 km/h, a massa não suspensa mantém amplitude próxima a ± 200 mm, o que demonstra que a roda mantém o contato com o solo. A massa

suspensa chega a ± 80 mm.

Figura 17 – Deslocamento das massas a 45 km/h

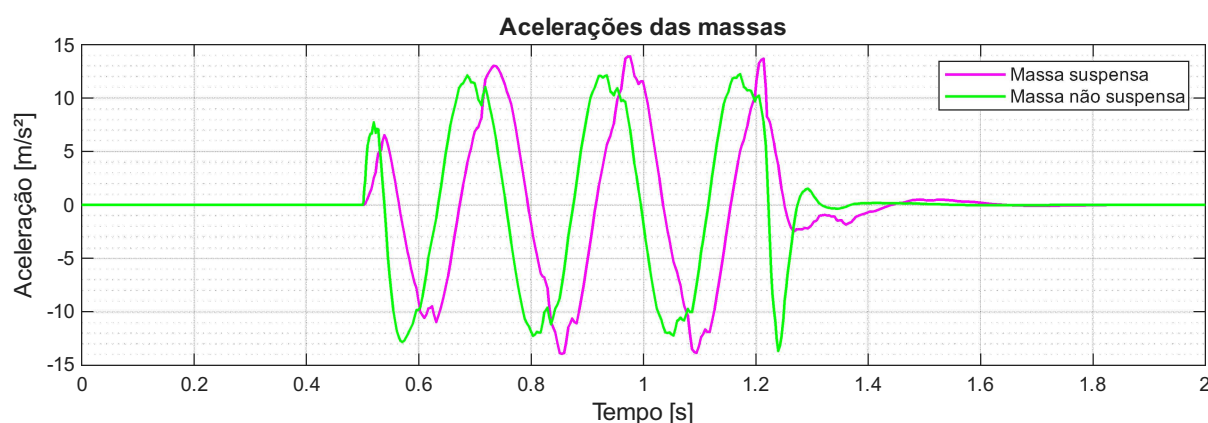


Fonte: Próprio autor.

4.2.2 Aceleração da Massa Suspensa e Não Suspensa

A Figura 18 apresenta os gráficos de aceleração das massas suspensa e não suspensa para a velocidade de 15 km/h. A massa suspensa registra picos de aceleração ± 14 m/s², o que representa um comportamento não confortável para o ocupante, mesmo em um cenário off-road. Por outro lado, a massa não suspensa está diretamente exposta ao perfil do terreno e apresenta picos de aceleração em torno de ± 12 m/s², o que é compatível com a função de seguir o contorno da excitação.

Figura 18 – Aceleração das massas a 15 km/h

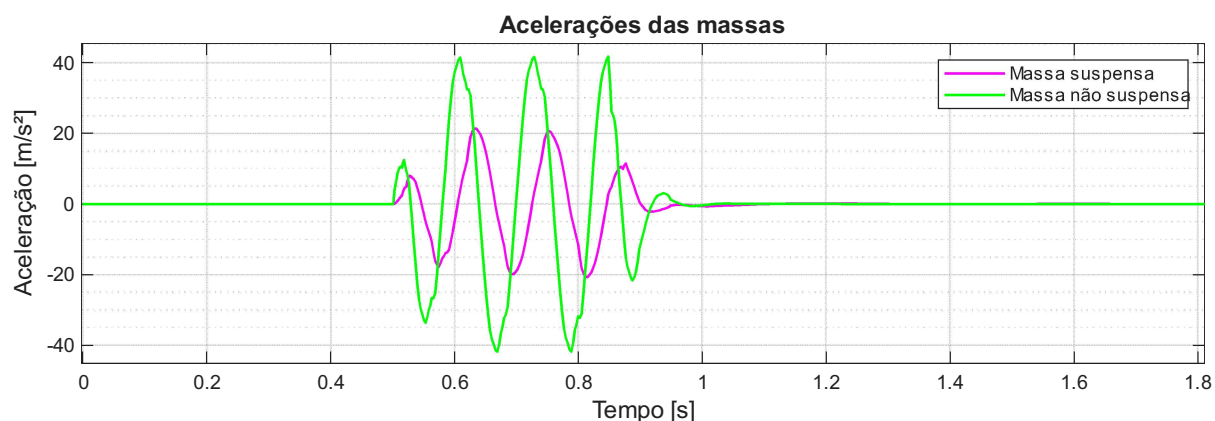


Fonte: Próprio autor.

Com o aumento da velocidade para 30 km/h, Figura 19 revela que a intensidade das acelerações cresce significativamente. A massa suspensa passa a apresentar picos de aproximadamente ± 20 m/s², indicando uma elevação nas exigências impostas ao sistema

de amortecimento e redução do conforto do ocupante. A massa não suspensa, por sua vez, ultrapassa os $\pm 40 \text{ m/s}^2$, demonstrando o alto impacto causado pela interação com o obstáculo, com resposta mais intensa e rica em componentes de alta frequência.

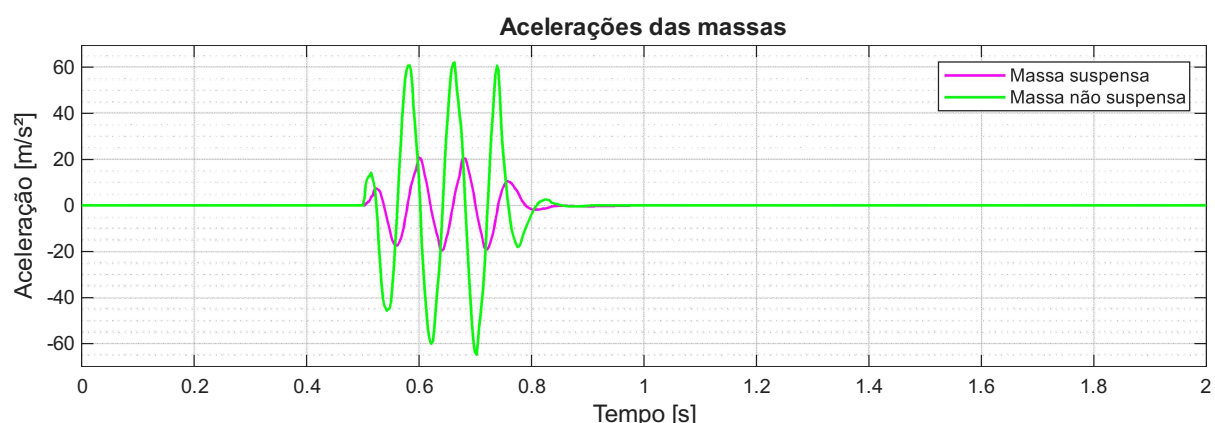
Figura 19 – Aceleração das massas a 30 km/h



Fonte: Próprio autor.

A condição mais crítica, a 45 km/h, Figura 20 observa-se que o sistema de suspensão entra em um regime fortemente dinâmico. A massa suspensa mantém o pico de aceleração de $\pm 20 \text{ m/s}^2$, com elevado desconforto ao condutor. A massa não suspensa também apresenta valores próximos de $\pm 60 \text{ m/s}^2$, com oscilações bruscas e rápidas, dando a entender que a roda pode perder contato momentâneo com o solo em trechos do percurso.

Figura 20 – Aceleração das massas a 45 km/h



Fonte: Próprio autor.

Esses resultados evidenciam o aumento progressivo da exigência sobre o sistema de suspensão com o aumento da velocidade, comprometendo o desempenho dinâmico do protótipo e destacando a necessidade de ajustes nos parâmetros de rigidez e amortecimento para condições mais rigorosas.

4.3 Análise com Variação da Razão de Amortecimento

Com o objetivo de avaliar a influência do amortecimento no desempenho dinâmico do sistema de suspensão, foram realizadas simulações adicionais mantendo-se constante a rigidez da suspensão e variando-se apenas o coeficiente de amortecimento. As variações adotadas foram baseadas na razão de amortecimento (ζ), que é um parâmetro adimensional relacionado ao amortecimento crítico do sistema.

Foram consideradas as seguintes razões de amortecimento: 0,3, 0,5, 0,9 e 1,1. Essas simulações permitiram investigar como o sistema responde em diferentes regimes, desde um amortecimento subcrítico até levemente superamortecido. O comportamento das massas suspensa e não suspensa foi analisado em termos de deslocamento e aceleração frente à excitação senoidal descrita anteriormente, sendo possível observar a progressiva m

Os resultados completos dessas simulações encontram-se organizados no Anexo A, onde são apresentados os gráficos correspondentes para cada valor de ζ adotado.

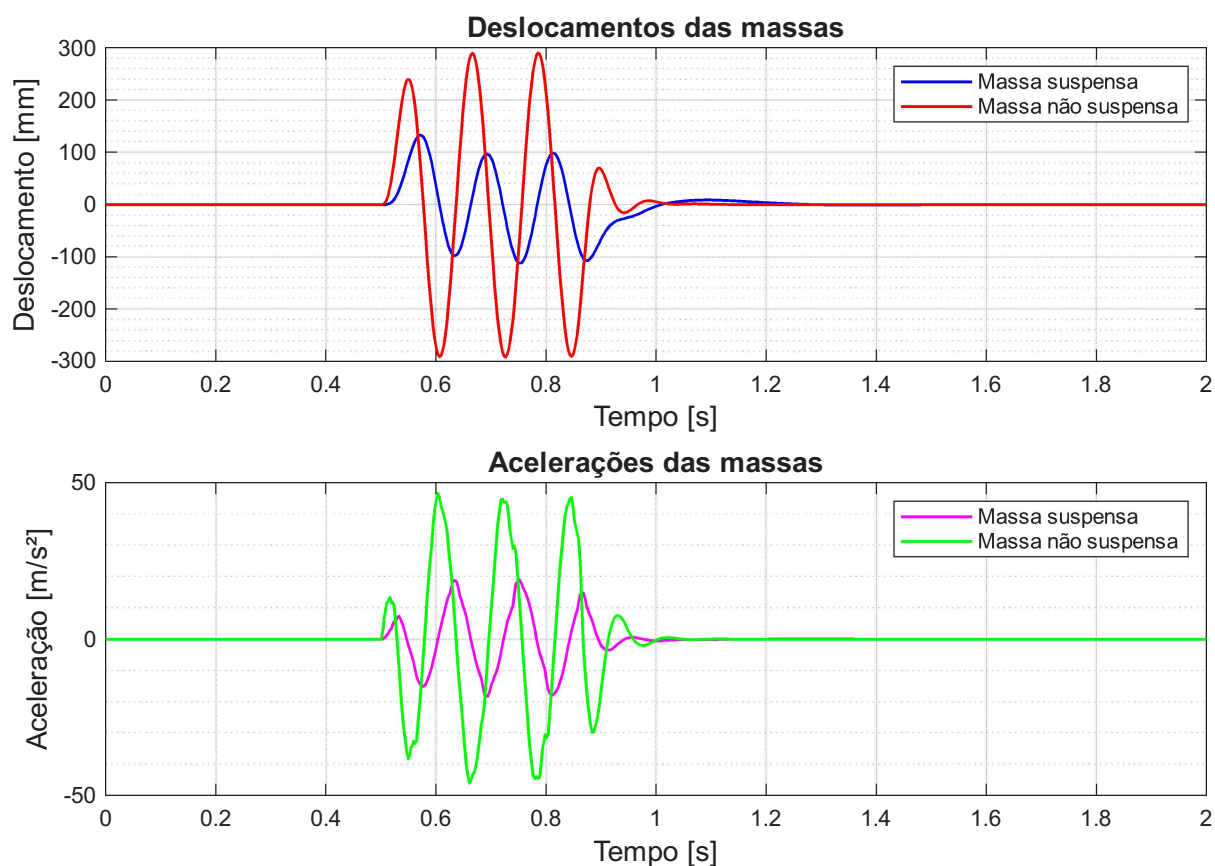
4.3.1 Avaliação de Diferentes Combinações de Rigidez da Suspensão

Na avaliação do impacto da rigidez da suspensão no comportamento dinâmico do sistema, foram realizadas diversas simulações variando-se o valor da rigidez efetiva da suspensão (k_w). Nessa etapa, foram avaliadas cinco diferentes configurações: 7000 N/m, 9000 N/m, 13000 N/m e 15000 N/m. Em todas as simulações, buscou-se manter constante a razão de amortecimento, em aproximadamente 0,65, a fim de isolar o efeito da rigidez sobre o desempenho dinâmico do conjunto.

Cada uma das configurações foi analisada nas três velocidades previamente definidas — 15 km/h, 30 km/h e 45 km/h — com base na excitação senoidal adotada como perfil de terreno. Devido à grande quantidade de iterações, nesta seção são apresentados os gráficos mais representativos, selecionados para destacar as tendências mais relevantes da análise. Os demais resultados completos estão organizados no Anexo B, com os registros gráficos de cada combinação simulada para futura consulta e análise comparativa.

A Figura 21 traz a resposta do transpasse do obstáculo com $k_w = 7000$ N/m, a 30 km/h. Observa-se que a massa não suspensa apresenta picos de deslocamento de aproximadamente ± 290 mm, valor significativamente superior à amplitude do obstáculo senoidal. Isso indica uma amplificação dinâmica da resposta da roda, fenômeno típico de baixa rigidez associada à excitação em frequência intermediária. A massa suspensa, por sua vez, apresenta deslocamentos atenuados e defasados, com amplitude consideravelmente inferior, o que demonstra a atuação efetiva do amortecimento na proteção do chassi.

Figura 21 – Deslocamento e Aceleração das massas para $k_w = 7000$ N/m a 30 km/h

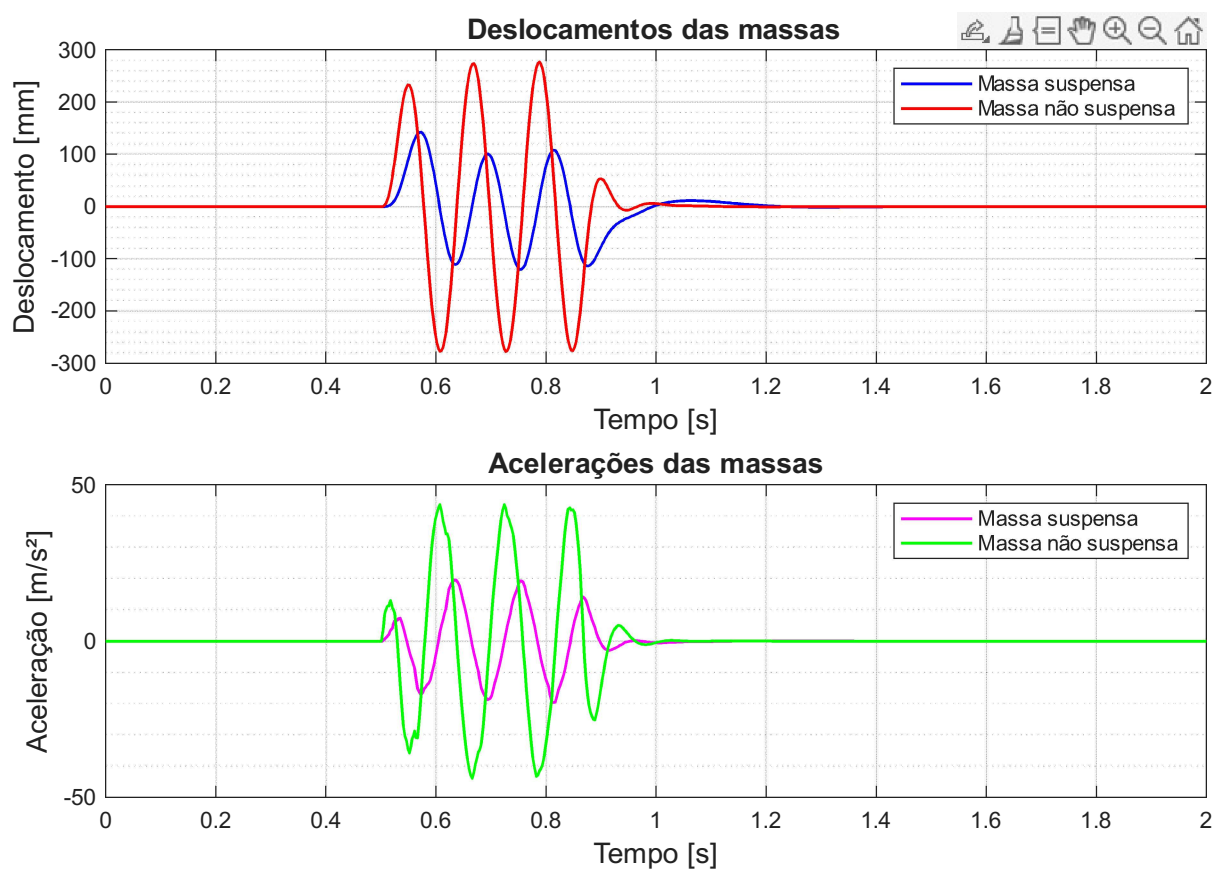


Fonte: Próprio autor.

Quanto às acelerações, a massa suspensa atinge picos de cerca de ± 20 m/s², o que já representa uma condição que pode gerar desconforto ao ocupante, especialmente em longos períodos de exposição. A massa não suspensa registra acelerações mais severas, com picos próximos de ± 46 m/s², refletindo a alta reatividade da roda frente às irregularidades do solo.

A Figura 22 expõe os resultados de deslocamento e aceleração das massas suspensa e não suspensa para a simulação com rigidez da suspensão de 9000 N/m. Em relação ao deslocamento, a massa não suspensa apresenta picos de até ± 279 mm, o que representa uma amplificação considerável em relação à amplitude da excitação. Embora o valor seja ligeiramente inferior ao registrado com $k_w = 7000$ N/m, ainda indica que a roda está sujeita a oscilações intensas, acompanhando com atraso e reforço a forma do terreno. A massa suspensa continua apresentando uma resposta suavizada, com menor amplitude e boa defasagem, evidenciando a filtragem vibracional proporcionada pela suspensão.

Figura 22 – Deslocamento e Aceleração das massas para $k_w = 9000$ N/m a 30 km/h

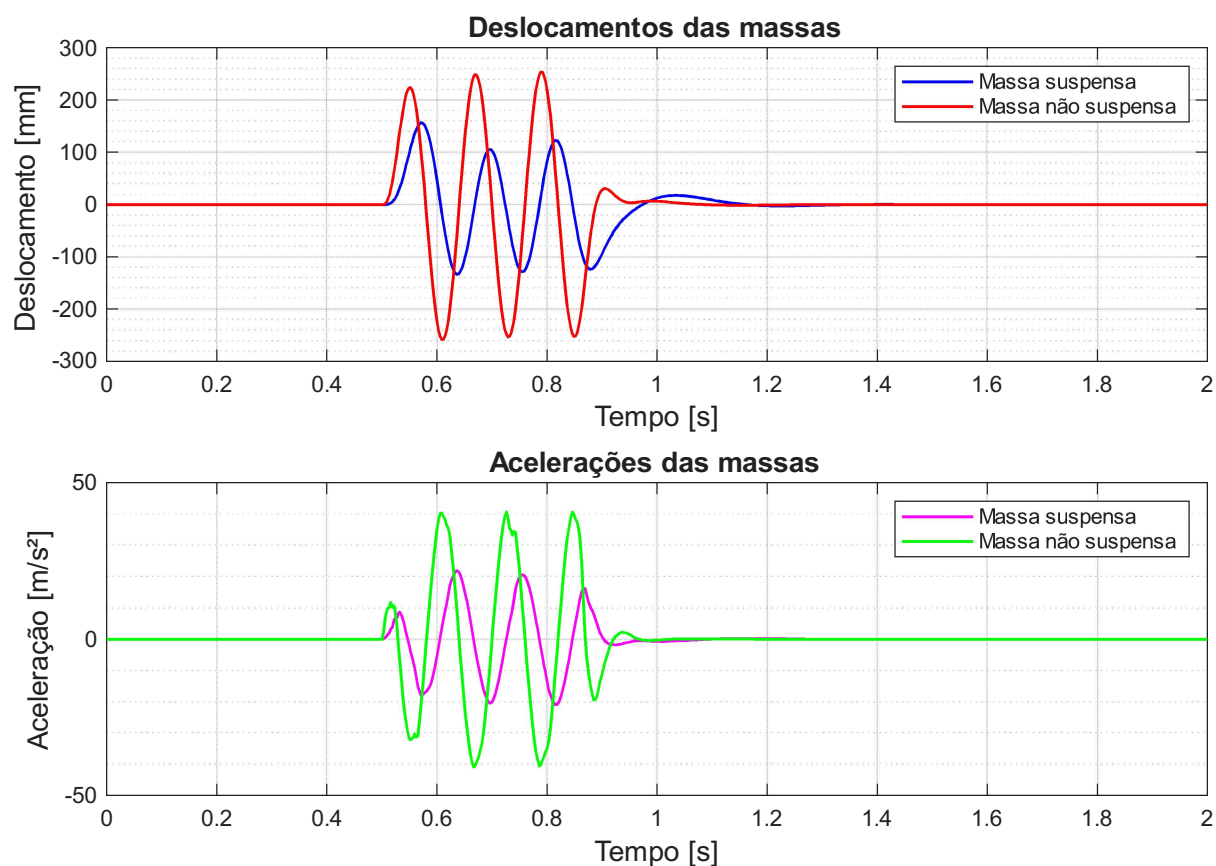


Fonte: Próprio autor.

Nas acelerações, observa-se que a massa suspensa mantém o mesmo nível de resposta anterior, com picos de aproximadamente ± 20 m/s², o que aponta para uma zona de transição entre conforto e incômodo, dependendo da duração da exposição. Já a massa não suspensa apresenta picos de aceleração em torno de ± 44 m/s², o que revela uma leve redução em comparação ao caso anterior, mas ainda representa um regime de alta excitação.

A Figura 23 apresenta os resultados de deslocamento e aceleração das massas suspensa e não suspensa para a simulação com rigidez da suspensão de 13000 N/m. Com essa configuração, a massa não suspensa apresenta picos de deslocamento de aproximadamente ± 260 mm, valor ainda um pouco superior à amplitude da excitação ± 200 mm. Essa redução na amplitude sugere uma melhora no controle da movimentação da roda, sem comprometer drasticamente sua capacidade de acompanhar o terreno. A massa suspensa mantém um padrão de deslocamento amortecido e defasado, sem oscilações excessivas.

Figura 23 – Deslocamento e Aceleração das massas para $k_w = 13000$ N/m a 30 km/h

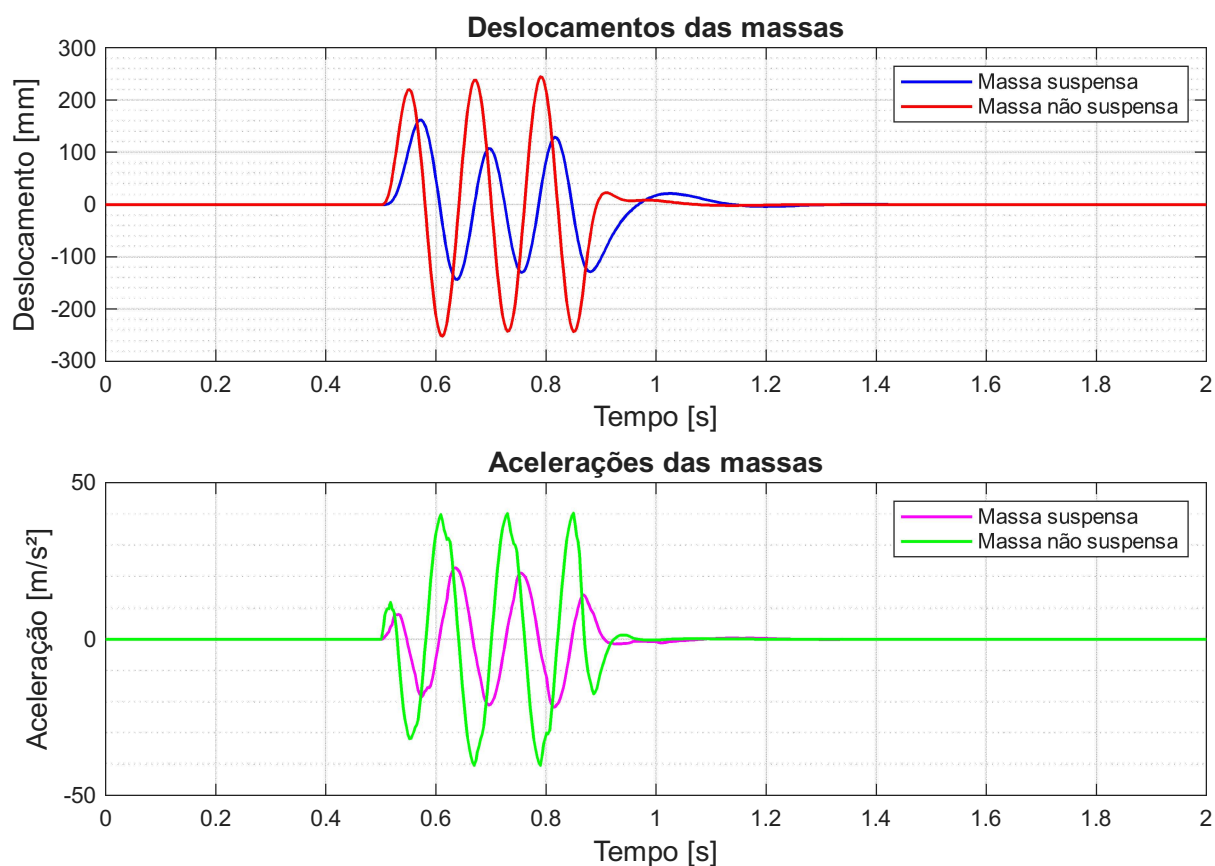


Fonte: Próprio autor.

No que se refere às acelerações, a massa suspensa continua apresentando picos de aproximadamente ± 20 m/s², valor mantido mesmo com o aumento da rigidez. Já a massa não suspensa tem seus picos de aceleração reduzidos para cerca de ± 40 m/s², reforçando a tendência de diminuição da resposta dinâmica com o aumento de rigidez.

A Figura 24 exibe os resultados de deslocamento e aceleração das massas suspensa e não suspensa para a configuração com rigidez da suspensão de 15000 N/m, nas mesmas condições. A massa não suspensa apresenta picos de deslocamento de ± 240 mm, seguindo superior à amplitude da excitação, mas demonstrando uma redução progressiva na amplificação conforme o aumento da rigidez do sistema. A massa suspensa, por sua vez, sofre um aumento considerável no deslocamento, atingindo ± 160 mm, o maior entre as configurações analisadas até então. Este aumento pode ser justificado por um acoplamento mais intenso entre as massas, causado pela maior rigidez e consequente menor capacidade de isolamento.

Figura 24 – Deslocamento e Aceleração das massas para $k_w = 15000$ N/m a 30 km/h



Fonte: Próprio autor.

Nas respostas em aceleração, a massa não suspensa mantém o mesmo patamar do caso anterior, com picos de ± 40 m/s², mostrando que o aumento da rigidez não trouxe ganhos relevantes no controle dinâmico da roda. Por outro lado, a massa suspensa apresenta acelerações mais elevadas, com picos em torno de ± 23 m/s², indicando que o aumento da rigidez começa a comprometer o conforto do chassi.

4.3.2 Discussões

Em relação aos deslocamentos da massa não suspensa, observou-se uma redução progressiva da amplitude conforme a rigidez aumentava: de 290 mm para $k_s = 7000$ N/m até 240 mm para $k_w = 15000$ N/m. Isso indica que a roda passa a acompanhar o solo com menor amplitude, o que tende a melhorar o controle e reduzir o risco de perda de contato. No entanto, mesmo na maior rigidez, os deslocamentos ainda superam a amplitude da excitação gerada (200 mm), o que evidencia a presença de amplificação dinâmica.

Quanto aos deslocamentos da massa suspensa, a tendência foi justamente o contrário, onde, com o aumento da rigidez, observou-se maior acoplamento da excitação ao chassi, com crescimento progressivo de 127 mm para $k_w = 7000$ N/m até 160 mm para $k_w = 15000$ N/m. Isso demonstra que o sistema perde capacidade de isolamento à medida

que se torna mais r gado, transferindo mais movimento para o ocupante.

A an lise das acelera es confirma esse comportamento. A massa n o suspensa apresentou leve melhora com o aumento da rigidez, passando de 46 m/s^2 ($k_w = 7000 \text{ N/m}$) para 40 m/s^2 ($k_w = 15000 \text{ N/m}$), indicando redu o da intensidade dos impactos sofridos pela roda. Por outro lado, a massa suspensa registrou um crescimento de acelera o, com picos aumentando de 20 m/s^2 para 23 m/s^2 , refletindo um pequeno aumento na transmiss o de energia vibracional ao chassi e ao ocupante.

5 CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou a simulação de um modelo simplificado em 1/4 de veículo para avaliação dos parâmetros utilizados atualmente no desenvolvimento do conjunto de suspensão do novo veículo da equipe Baja Pampa. Os parâmetros dinâmicos do protótipo foram definidos com base em modelagens em *software* CAD.

Apresentou-se todo o procedimento para realizar tal simulação e os parâmetros adotados. A utilização do *software* *MATLAB* demonstrou ser uma ferramenta extremamente eficiente para a modelagem, simulação e análise do comportamento dinâmico da suspensão veicular. Sua linguagem de programação orientada a matrizes, aliada às funções numéricas avançadas e ferramentas de visualização gráfica, permitiu a implementação do modelo de 1/4 de veículo. Apesar de ser uma ferramenta eficaz para análises iniciais, o modelo de 1/4 de veículo não abrange efeitos laterais, torções do chassi ou interações entre os eixos dianteiro e traseiro. Além disso, as simulações foram realizadas em ambiente computacional utilizando excitações harmônicas e velocidades constantes, o que não representa todas as complexidades do terreno *off-road* típico das competições Baja SAE.

Sendo assim, pode-se concluir que os objetivos foram atendidos, tendo em vista que foi possível simular o comportamento da suspensão através do modelo de 1/4 de veículo, e a comparação entre as cinco configurações permitiu observar os efeitos do aumento da rigidez sobre os deslocamentos e acelerações das massas envolvidas. Configurações com menor rigidez ($k_w = 7000$ N/m) oferecem melhor isolamento para o chassi (menores acelerações da massa suspensa), porém resultam em maiores deslocamentos e acelerações da massa não suspensa, o que pode comprometer a aderência da roda ao solo. À medida que a rigidez da suspensão é aumentada, ocorre uma redução nos deslocamentos e acelerações da massa não suspensa, indicando melhora no controle da roda frente às irregularidades do terreno. Logo, para uma boa leitura da pista de competição, sugere-se valores de rigidez na faixa de $k_w = 13000$ a 15000 N/m, mesmo que isso venha acompanhado de maior transmissão de movimento e aceleração ao chassi.

5.1 Trabalhos Futuros

Para aprofundar a análise do comportamento da suspensão, adotar mais completos, como o modelo de 1/2 veículo ou o modelo completo com quatro rodas e 7 graus de liberdade, permitindo avaliar também o rolamento da carroceria e a transferência de carga lateral. Também sugere-se a incorporação de diferentes terrenos e obstáculos a fim de aplicar excitações representativas de outras condições de uso do protótipo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADAMI, L. G. d. S. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Mecânica), **Análise do comportamento dinâmico da suspensão dianteira de um veículo off-road tipo Baja SAE**. 2017. Acesso em: 8 jun. 2025. Disponível em: <<https://repositorio.ucs.br/xmlui/bitstream/handle/11338/2087/TCC\%20Leonardo\%20Grandini\%20da\%20Silveira\%20Adami.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>.
- Anchieta Peças. **Mola Helicoidal Cilíndrica de Aço BH1X7234CA**. <<https://www.anchietapecas.com.br/mola-helicoidal-cilindrica-de-aco-bh1x7234ca-anc-p1001473>>. Acesso em: 9 jan. 2025.
- BEER, F. P. et al. **Mechanics of Materials**. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2012.
- DORMAND, J. R.; PRINCE, P. J. A family of embedded runge-kutta formulae. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 6, p. 19–26, 1980.
- GILLESPIE, T. **Fundamentals of vehicle dynamics**. [S.l.]: SAE international, 2021.
- JAZAR, R. N. **Vehicle dynamics**. [S.l.]: Springer, 2008. v. 1.
- MathWorks. **ode45: Solve nonstiff differential equations — medium order method**. 2025. <<https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/ode45.html#description>>. Acesso em: 16 jun. 2025.
- Maxxis Brasil. **Pneu Maxxis 23x7-10 6PR Razr 2 – 5276**. 2025. Acesso em: 8 jun. 2025. Disponível em: <<https://lojasmaxxis.com.br/pneu-maxxis-23x7-10-6pr-razr-2-5276>>.
- MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L.; METZ, L. D. **Race car vehicle dynamics**. [S.l.]: SAE international Warrendale, 1995. v. 400.
- SAE Brasil. **Baja SAE Brasil**. 2025. Accessed: 2025-01-09. Disponível em: <<https://saebrasil.org.br/programas-estudantis/baja-sae-brasil/>>.
- SEWARD, D. **Race car design**. [S.l.]: Bloomsbury Publishing, 2014.
- SHIGLEY, J. E. et al. **Projetos de Engenharia Mecânica**. 11. ed. Porto Alegre: AMGH, 2021.

Apêndice A – ROTINA NO *MATLAB* UTILIZADA NO TRABALHO

```
% Modelo 1/4 de veículo - Análise dinâmica
clc; clear;

% Parâmetros do sistema
ms = 37.35; % massa suspensa [kg]
mns = 11.7; % massa não suspensa [kg]
ks = 11573.59; % constante da mola da suspensão [N/m]
cs = 853.49; % coeficiente de amortecimento da suspensão [Ns/m]
kt = 70970.7; % constante da mola do pneu [N/m]

% Tempo de simulação
tspan = [0 2];

% Condições iniciais [z_s; z_s_dot; z_ns; z_ns_dot]
x0 = [0; 0; 0; 0];

% Excitação: perfil senoidal com 3 ondas ( $\lambda = 1000$  mm,  $A = 200$  mm)
v = 30 / 3.6; % velocidade do veículo [m/s] convertida de 30 km/h
comprimento_total = 3.0; % comprimento total da pista [m]
lambda = 1.0; % comprimento de onda [m]
A = 0.2; % amplitude [m]
k = 2*pi / lambda; % número de onda [rad/m]
t_inicial = 0.5; % tempo de início da excitação

% Função de excitação senoidal com deslocamento horizontal
perfil_senoidal = @(t) A * sin(k * v * (t - t_inicial)) .* (t >= t_inicial & t <= t_inicial +
comprimento_total / v);
y_input = perfil_senoidal;

% Sistema de equações diferenciais
quarter_car = @(t, x) [
```

```

x(2);
(-ks*(x(1) - x(3)) - cs*(x(2) - x(4)))/ms;
x(4);
(ks*(x(1) - x(3)) + cs*(x(2) - x(4)) - kt*(x(3) - y_input(t)))/mns
];

% Resolvendo o sistema
[t, X] = ode45(quarter_car, tspan, x0);

% Extraíndo variáveis
z_s = X(:,1); % deslocamento da massa suspensa
z_ns = X(:,3); % deslocamento da massa não suspensa
y = arrayfun(y_input, t); % perfil do solo

% Cálculo das acelerações com passo de tempo fixo
dt = t(2) - t(1);
acc_s = gradient(X(:,2), dt); % aceleração da massa suspensa
acc_ns = gradient(X(:,4), dt); % aceleração da massa não suspensa

% Gráficos
figure('Position', [100, 100, 800, 1000]);

subplot(3,1,1);
plot(t, y*1000, 'k--', 'LineWidth', 1.2);
ylabel('y [mm]', 'FontSize', 12);
title('Entrada do solo: perfil senoidal ( $\lambda = 1$  m,  $A = 200$  mm)', 'FontSize', 12);
grid on;

subplot(3,1,2);
plot(t, z_s*1000, 'b', 'LineWidth', 1.2); hold on;
plot(t, z_ns*1000, 'r', 'LineWidth', 1.2);

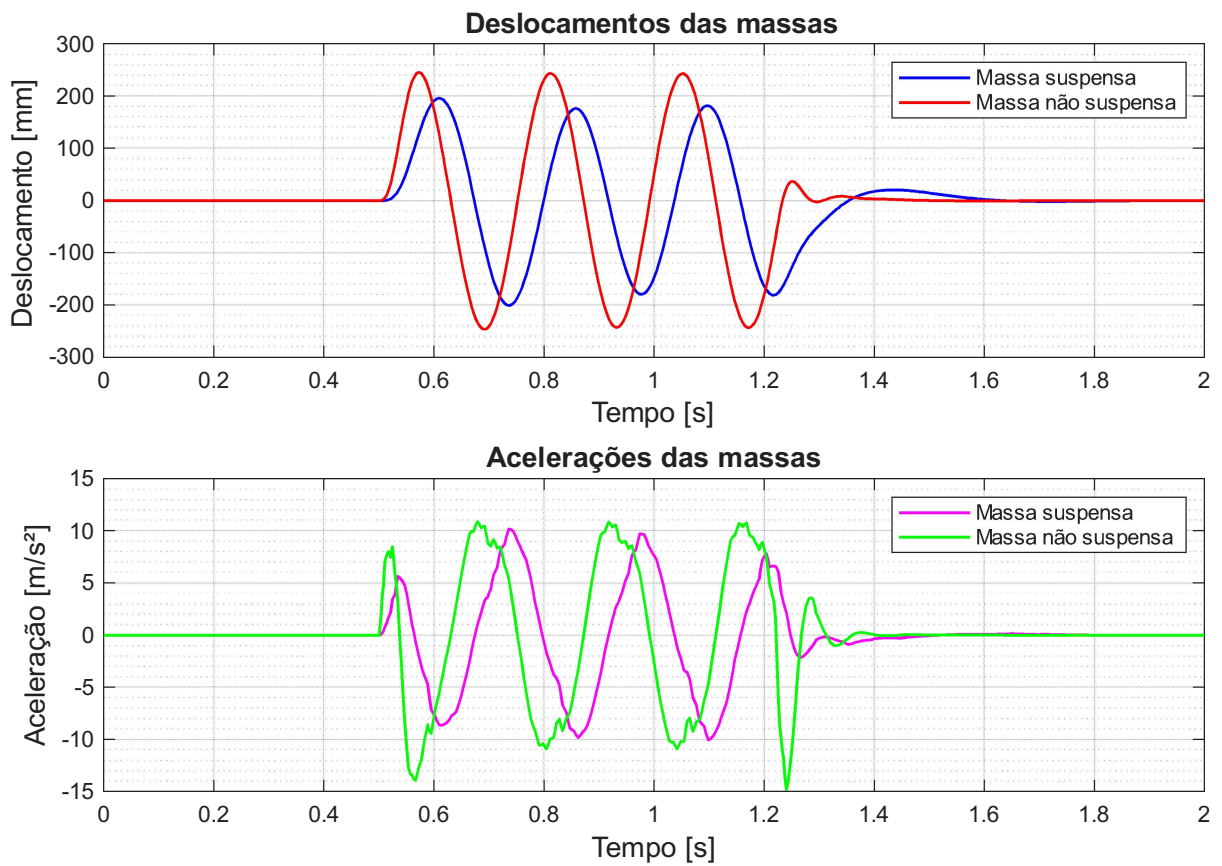
```

```
ylabel('Deslocamento [mm]', 'FontSize', 12);  
xlabel('Tempo [s]', 'FontSize', 12);  
legend('Massa suspensa', 'Massa não suspensa');  
title('Deslocamentos das massas', 'FontSize', 12);  
grid on;  
set(gca, 'YMinorGrid', 'on');
```

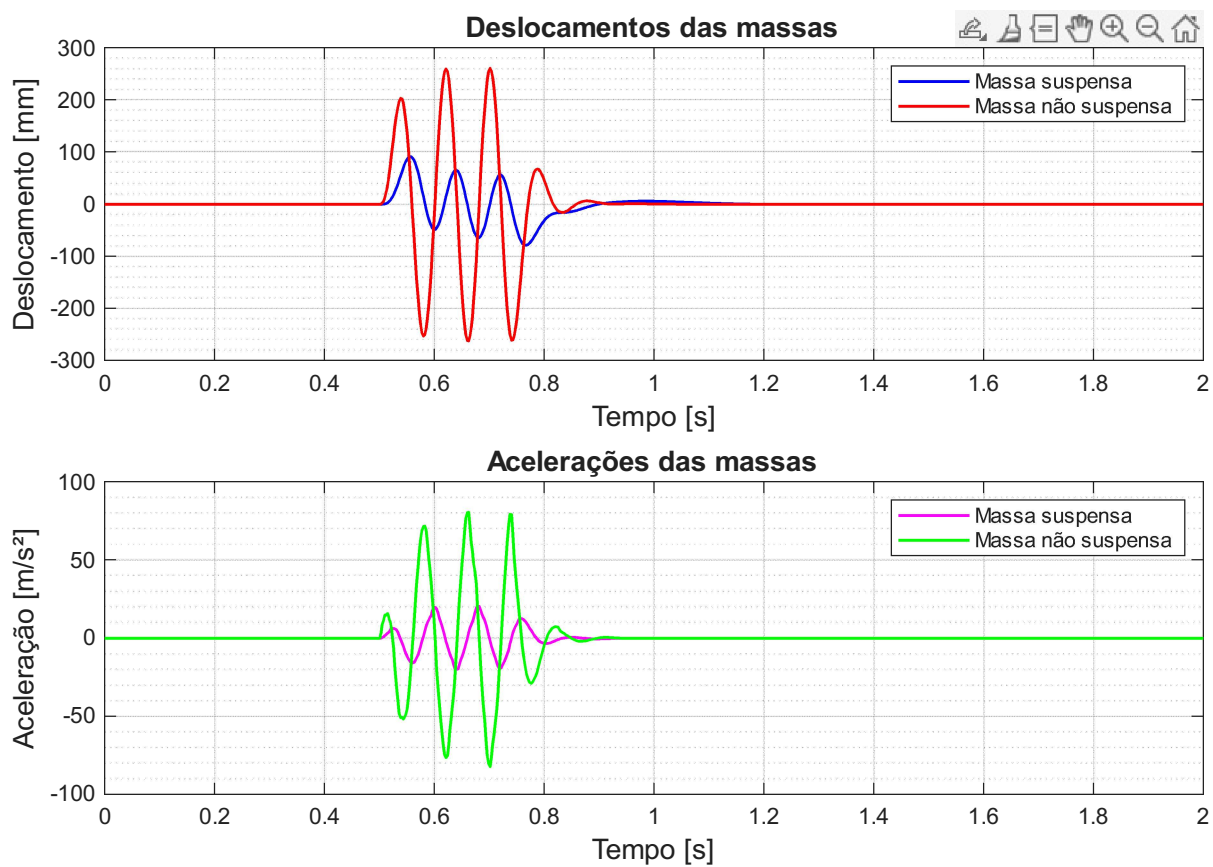
```
subplot(3,1,3);  
plot(t, acc_s, 'm', 'LineWidth', 1.2); hold on;  
plot(t, acc_ns, 'g', 'LineWidth', 1.2);  
ylabel('Aceleração [m/s2]', 'FontSize', 12);  
xlabel('Tempo [s]', 'FontSize', 12);  
legend('Massa suspensa', 'Massa não suspensa');  
title('Acelerações das massas', 'FontSize', 12);  
grid on;  
set(gca, 'YMinorGrid', 'on');
```

Apêndice B – RESULTADOS NUMÉRICOS DE ACELERAÇÕES E DESLOCAMENTOS PARA TODAS AS VARIAÇÕES DE VELOCIDADE E RIGIDEZ

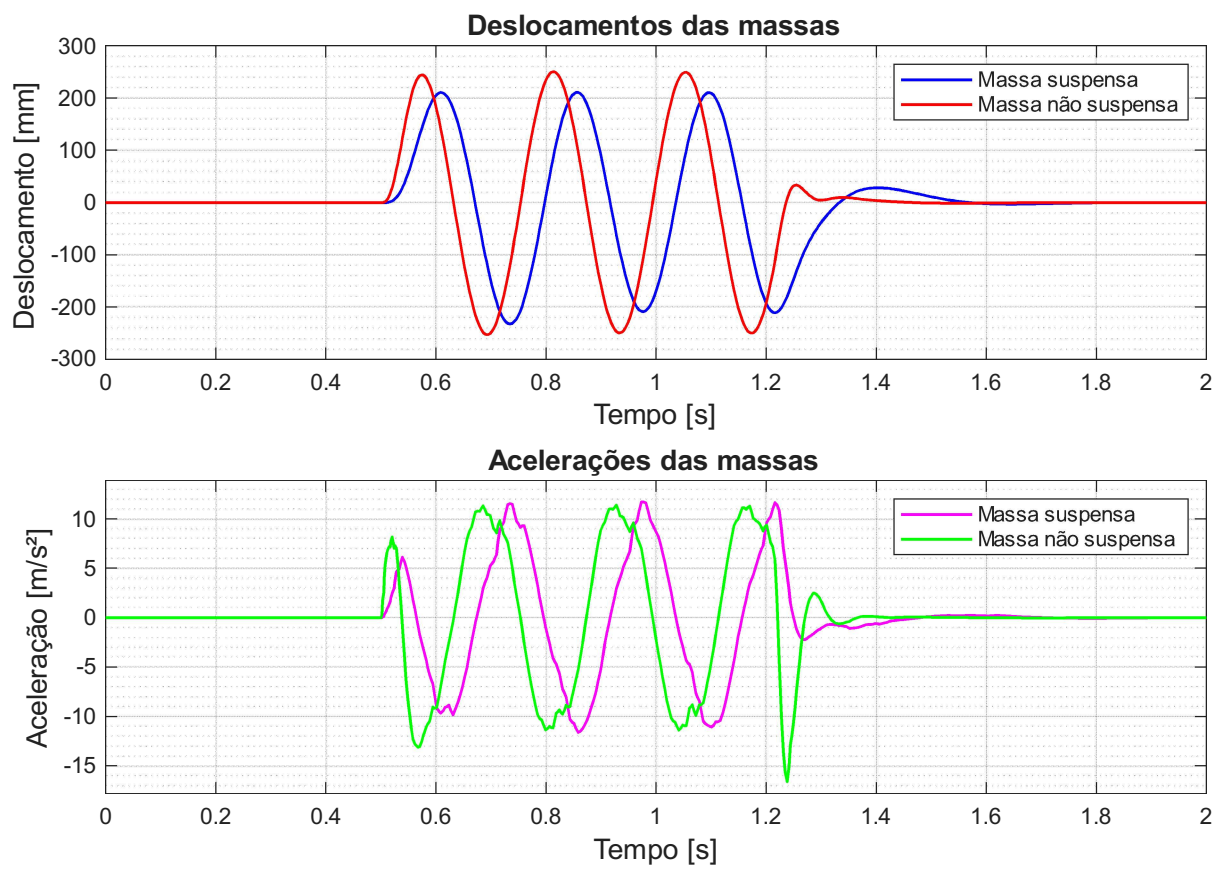
Figura 25 – Deslocamento e Aceleração das massas a 15 km/h e $k_w=7000\text{N/m}$



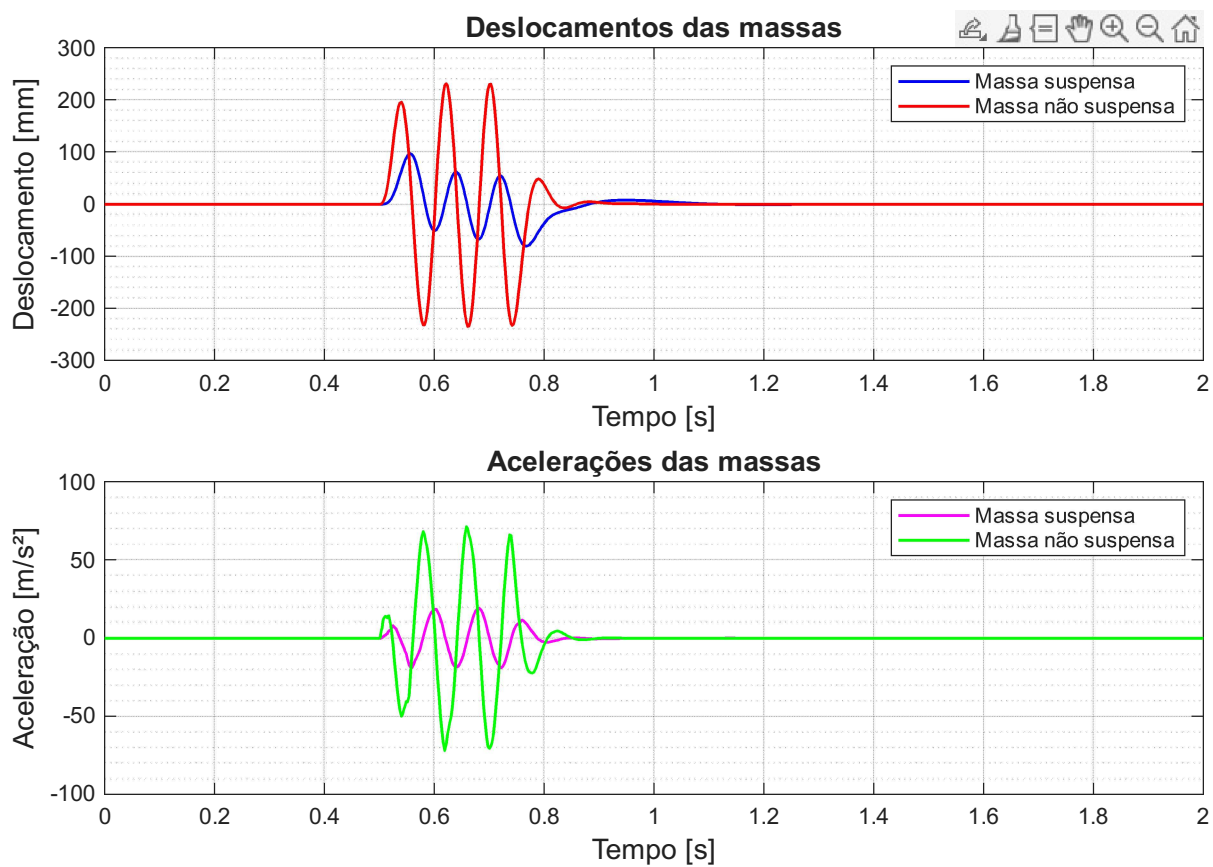
Fonte: Próprio autor.

Figura 26 – Deslocamento e Aceleração das massas a 45 km/h e $k_w=7000\text{N/m}$ 

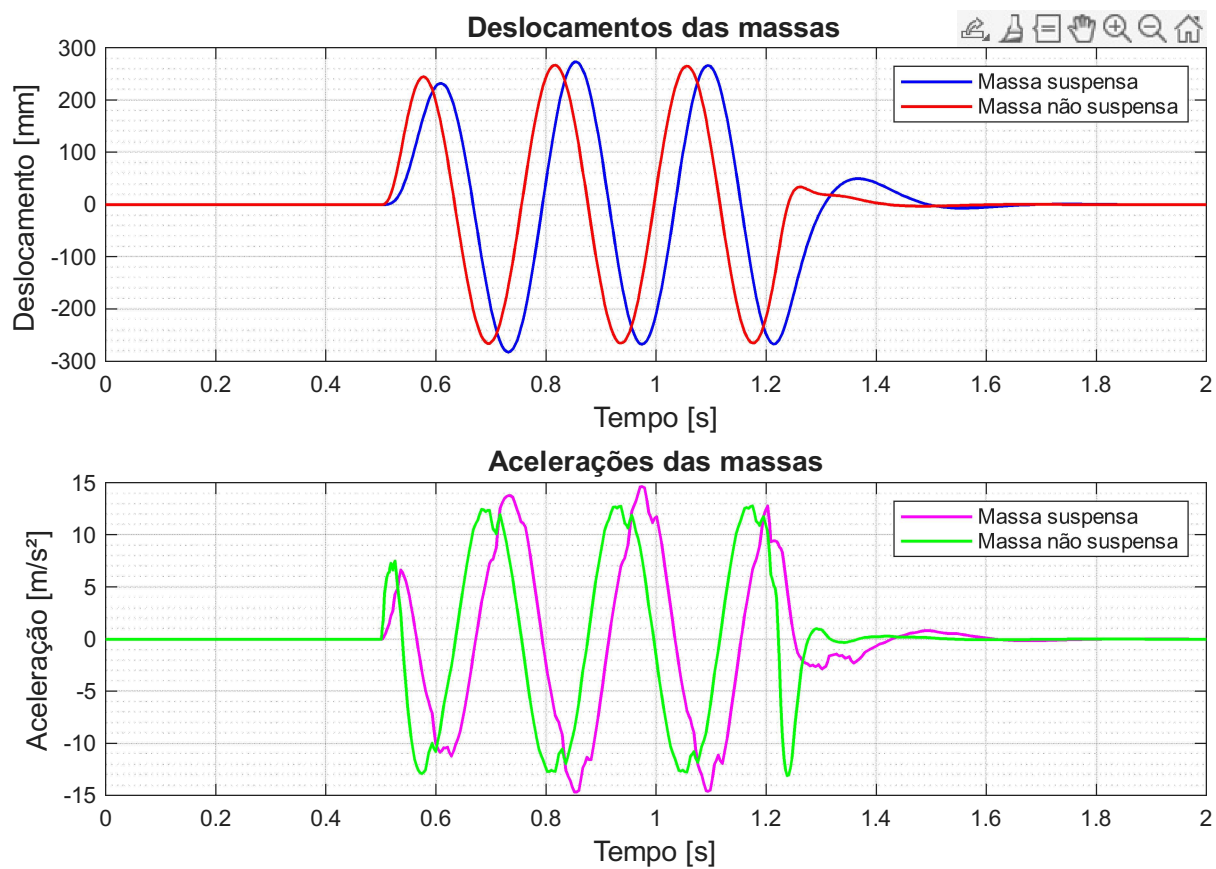
Fonte: Próprio autor.

Figura 27 – Deslocamento e Aceleração das massas a 15 km/h e $k_w=9000\text{N/m}$ 

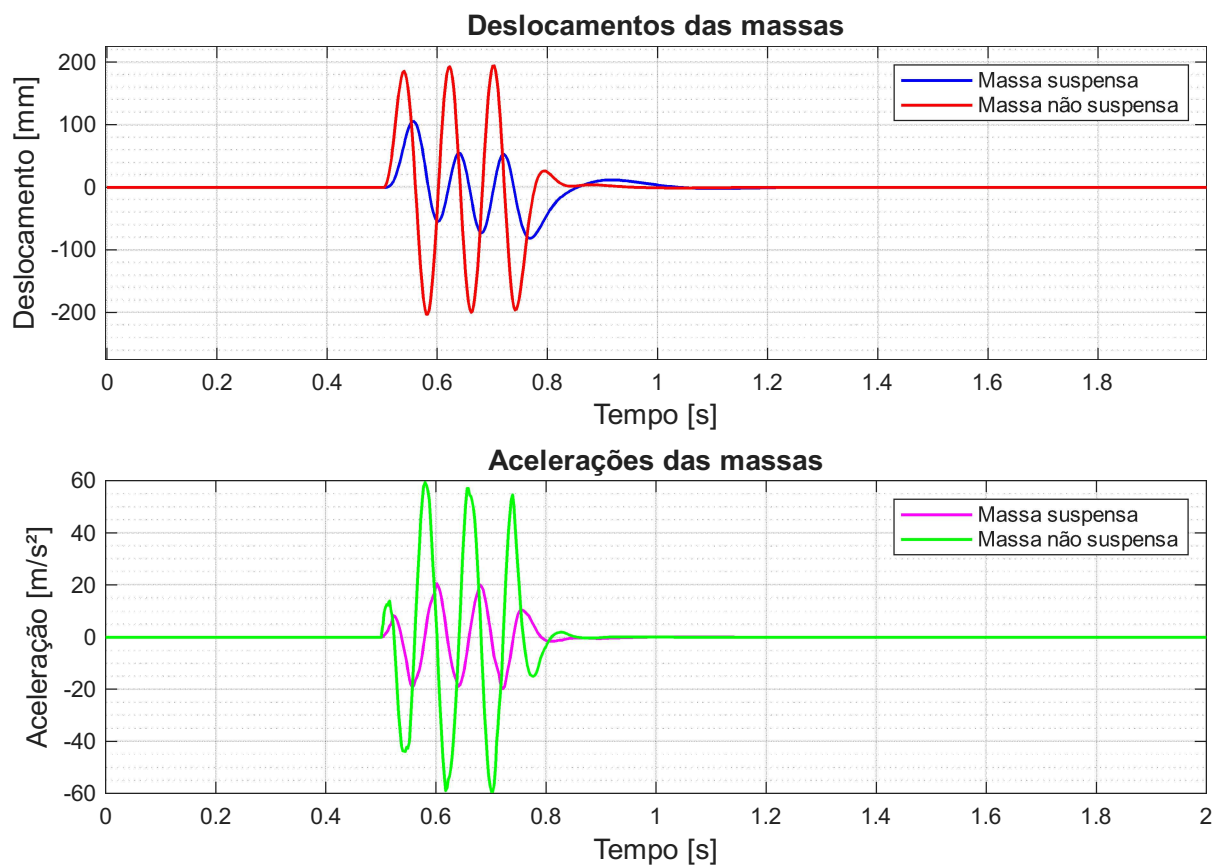
Fonte: Próprio autor.

Figura 28 – Deslocamento e Aceleração das massas a 45 km/h e $k_w=9000\text{N/m}$ 

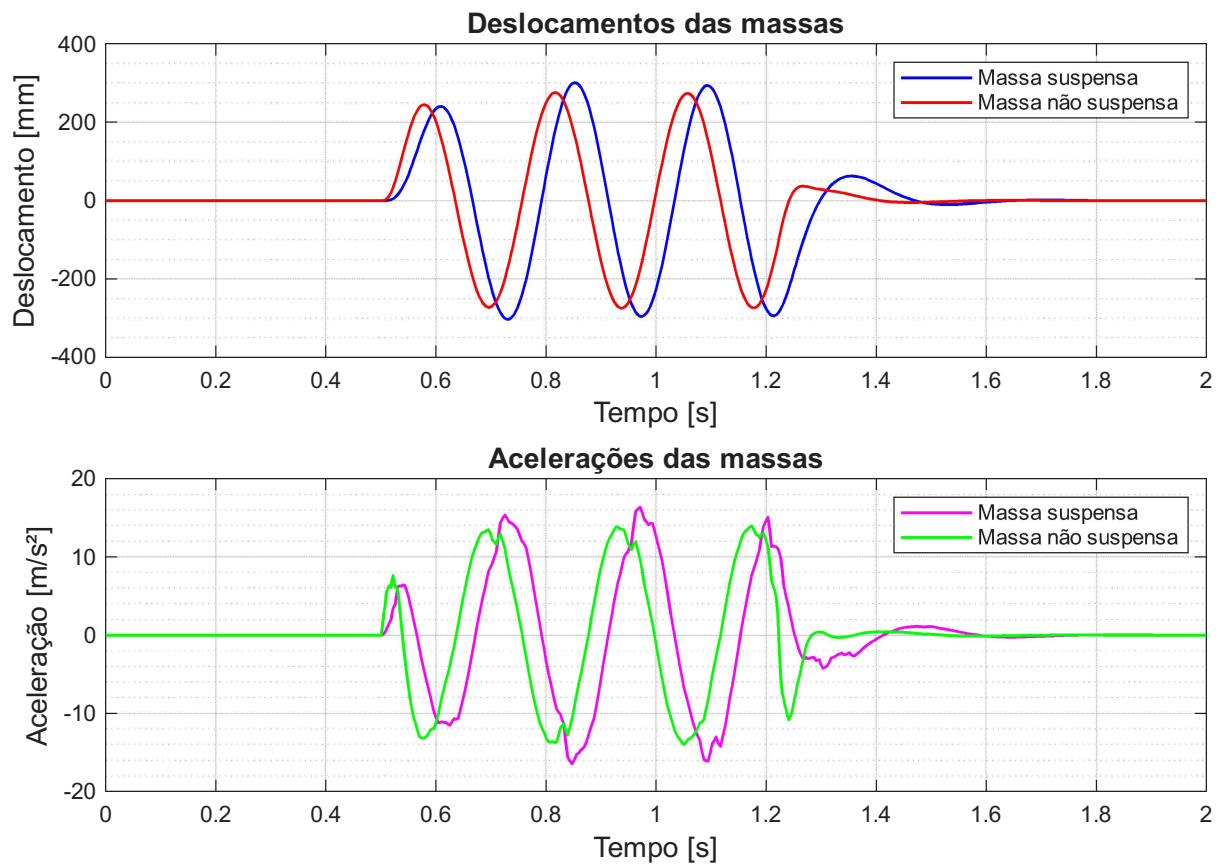
Fonte: Próprio autor.

Figura 29 – Deslocamento e Aceleração das massas a 15 km/h e $k_w=13000\text{N/m}$ 

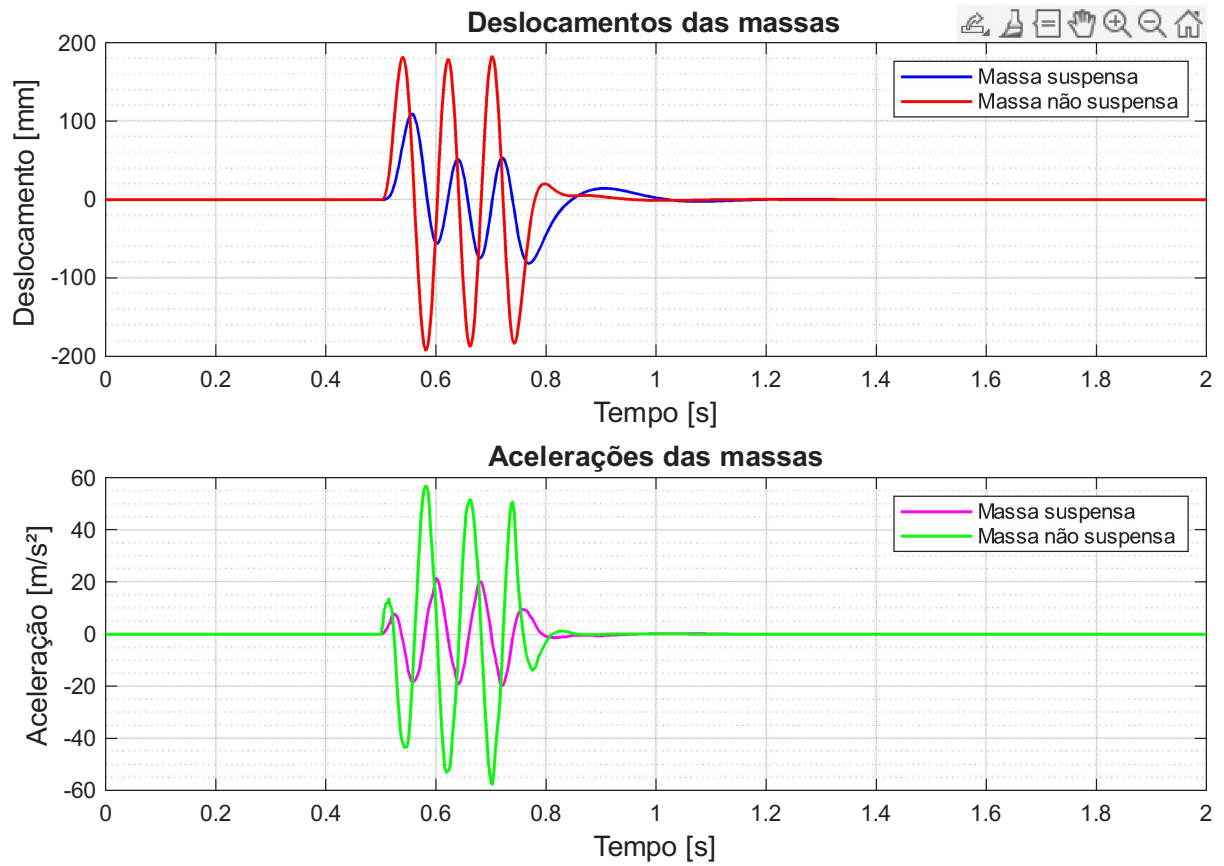
Fonte: Próprio autor.

Figura 30 – Deslocamento e Aceleração das massas a 45 km/h e $k_w=13000\text{N/m}$ 

Fonte: Próprio autor.

Figura 31 – Deslocamento e Aceleração das massas a 15 km/h e $k_w=15000\text{N/m}$ 

Fonte: Próprio autor.

Figura 32 – Deslocamento e Aceleração das massas a 45 km/h e $k_w=15000\text{N/m}$ 

Fonte: Próprio autor.