

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

Fábio Kaspary Schons

**ESTIMAÇÃO DE FREQUÊNCIA EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA PARA
SISTEMAS DESBALANCEADOS: UMA ABORDAGEM USANDO MORFOLOGIA
MATEMÁTICA**

Alegrete

2025

Fábio Kaspary Schons

**ESTIMAÇÃO DE FREQUÊNCIA EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA PARA
SISTEMAS DESBALANCEADOS: UMA ABORDAGEM USANDO MORFOLOGIA
MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação *Stricto Sensu* em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Machado dos Santos

Alegrete
2025

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

S371e Schons, Fábio Kaspary

ESTIMAÇÃO DE FREQUÊNCIA EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA
PARA SISTEMAS DESBALANCEADOS: UMA ABORDAGEM USANDO MORFOLOGIA
MATEMÁTICA / Fábio Kaspary Schons.

94 p.

Dissertação(Mestrado)-- Universidade Federal do Pampa,
MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, 2025.

"Orientação: Eduardo Machado dos Santos".

1. Estimação de Frequência. 2. Proteção de Sistemas
Elétricos de Potência. 3. Transformada de Clarke. 4.
Morfologia Matemática. 5. Sistemas Desbalanceados. I. Título.

FÁBIO KASPARY SCHONS

**ESTIMAÇÃO DE FREQUÊNCIA EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA PARA SISTEMAS
DESBALANCEADOS: UMA ABORDAGEM USANDO MORFOLOGIA MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Dissertação defendida e aprovada em: 23/09/2025

Banca examinadora:

Prof. Dr. Eduardo Machado dos Santos

Orientador
(UNIPAMPA)

Prof. Dr. Gustavo Marchesan

(UFSM)

Prof. Dr. Chrystian Dalla Lana da Silva

(UNIPAMPA)



Assinado eletronicamente por **EDUARDO MACHADO DOS SANTOS, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 23/09/2025, às 17:37, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **CHRYSYIAN DALLA LANA DA SILVA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 23/09/2025, às 17:44, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **Gustavo Marchesan, Usuário Externo**, em 24/09/2025, às 14:48, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1820814** e o código CRC **4D80E7B8**.

Aos meus pais, Celso e Lisônia, agricultores aposentados, resilientes e persistentes, que dedicaram a vida inteira ao trabalho para tornar possível o sonho de ver os três filhos formados. Com eles, compartilho o orgulho desta conquista.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela saúde e pela força para enfrentar todas as dificuldades.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA) pela oportunidade de realização deste curso, pela infraestrutura disponibilizada e pelo ambiente acadêmico que possibilitaram o desenvolvimento desta dissertação.

Ao Prof. Dr. Eduardo Machado dos Santos, pelos valiosos conhecimentos compartilhados durante a pesquisa no Grupo de Energia e Sistemas Elétricos de Potência (GESEP), bem como pelo profissionalismo e dedicação ao longo de toda a graduação. Agradeço, ainda, aos demais professores, técnicos e funcionários da UNIPAMPA pelos ensinamentos, pela contribuição à minha formação acadêmica e pelas trocas de experiências.

Aos professores Prof. Dr. Gustavo Marchesan (UFSM) e Prof. Dr. Chrystian Dalla Lana da Silva (UNIPAMPA), membros da banca examinadora, pela disponibilidade em avaliar este trabalho, pelas contribuições apresentadas e pelas valiosas sugestões para o seu aprimoramento.

A todos os colegas do grupo de pesquisa GESEP, pelas trocas de experiências, pela amizade e cooperação, em especial a Calebe de Souza, Daniel Bonfim, Eduardo Kilian, Fabiano Aguiar, Luccas Durlo e Rickelme Cavalcante.

Aos meus pais, Celso José Schons e Lisônia Kaspary Schons, que, sem dúvidas, são as pessoas mais importantes para mim. Agradeço também às minhas irmãs, Fabíola Kaspary Schons e Franciéli Kaspary Schons, pelo apoio, companheirismo, incentivo constantes e por serem fontes de inspiração.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro concedido, fundamental para o desenvolvimento desta pesquisa.

Estendo meus agradecimentos aos amigos que, direta ou indiretamente, contribuíram com palavras de incentivo ou momentos de descontração.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho, o meu sincero muito obrigado.

"Das Unverständlichste am Universum ist im Grunde, dass wir es verstehen können.

O mais incompreensível sobre o universo é que ele é compreensível."

Albert Einstein

“Tudo aquilo que o homem ignora não existe para ele. Por isso, o universo de cada um se resume ao tamanho de seu saber.”

Frase de autoria controversa, comente atribuída a Albert Einstein

RESUMO

A frequência elétrica é um parâmetro importante para o funcionamento dos Sistemas Elétricos de Potência (SEPs), sendo fundamental para a correta operação dos equipamentos e para a qualidade da energia fornecida. Este Trabalho apresenta um novo método para estimar frequência elétrica no SEP utilizando a Transformada de Clarke para sistemas desbalanceados com auxílio da Morfologia Matemática (CS-MM). A técnica é baseada na análise das formas de onda de tensão das três fases da rede, que são utilizadas como dados de entrada do algoritmo estimador. A Transformada de Clarke para sistemas desbalanceados é utilizada nas componentes simétricas de sequência positiva, negativa e zero, obtendo-se as componentes v_α e v_β do sistema, e, após, os operadores de dilatação e erosão da predição morfológica são usados para estimar os valores futuros das componentes v_α e v_β do sistema. Com isso, obtém-se a frequência estimada a partir da variação de fase entre duas amostras consecutivas do sinal complexo, calculada pelo produto entre o sinal e o conjugado de sua amostra anterior. O método proposto foi testado para sinais com variações de frequência em degrau, em rampa, exponenciais, senoidais amortecidas, bem como para sinais com variação de fase e amplitude e sinais com presença de harmônicos, inter-harmônicos, sub-harmônicos e ruídos, além de sinais desbalanceados em ângulo de fase e amplitude. O estimador CS-MM foi avaliado em termos de índices de desempenho, relacionados ao tempo de convergência da resposta e aos erros absolutos, máximos e mínimos antes e depois da convergência. A frequência estimada pela metodologia proposta foi comparada com àquelas obtidas por dois estimadores de frequência amplamente difundidos na literatura, fundamentados em Detecção de Passagem do sinal por Zero e Transformada Discreta de Fourier. A técnica proposta possui grande precisão e robustez em situações de variação de frequência em degrau, em rampa, exponencial e senoidal amortecida, bem como para as variações de fase e de amplitude, apresentando tempo de convergência menores que as técnicas comparadas em todas as amostragens testadas. Porém, para casos com distorção harmônica, inter/sub-harmônica, sinais corrompidos por ruído (em níveis elevados) e para sinais com desbalanço de fase/amplitude, a resposta do método proposto não convergiu, evidenciando os pontos fracos da proposta e que a mesma carece de aprimoramentos para aplicações em sistemas reais.

Palavras-chave: Estimação de Frequência. Proteção de Sistemas Elétricos de Potência. Transformada de Clarke. Morfologia Matemática. Sistemas Desbalanceados.

ABSTRACT

Electrical frequency is an important parameter for the operation of Power Systems (EPSs), being fundamental for the correct operation of equipment and for the quality of the supplied energy. This work presents a new method for estimating electrical frequency in EPSs using the Clarke Transform for unbalanced systems with the aid of Mathematical Morphology (CS-MM). The technique is based on the analysis of the voltage waveforms of the three phases of the network, which are used as input data for the estimation algorithm. The Clarke Transform for unbalanced systems is used on the symmetrical components of positive, negative, and zero sequences, obtaining the v_α and v_β components of the system, and then the dilation and erosion operators of morphological prediction are used to estimate the future values of the v_α and v_β components of the system. With this, the estimated frequency is obtained from the phase variation between two consecutive samples of the complex signal, calculated by the product between the signal and the conjugate of its previous sample. The proposed method was tested for signals with frequency variations in step, ramp, exponential, and damped sinusoidal formats, as well as for signals with phase and amplitude variations, and signals with harmonics, interharmonics, subharmonics, and noise, in addition to signals unbalanced in phase angle and amplitude. The CS-MM estimator was evaluated in terms of performance indices related to the convergence time of the response and the absolute, maximum, and minimum errors before and after convergence. The frequency estimated by the proposed methodology was compared with those obtained by two widely used frequency estimators in the literature, based on Zero-Crossing Detection and Discrete Fourier Transform. The proposed technique has high precision and robustness in situations of frequency variation in step, ramp, exponential, and damped sinusoidal formats, as well as for phase and amplitude variations, presenting shorter convergence times than the compared techniques in all tested samples. However, for cases with harmonic distortion, inter/sub-harmonic distortion, signals corrupted by noise (at high levels), and for signals with phase/amplitude imbalance, the response of the proposed method did not converge, highlighting the weaknesses of the proposal and that it needs improvements for applications in real systems.

Keywords: Frequency Estimation. Protection of Electrical Power Systems. Clarke Transform. Mathematical Morphology. Unbalanced Systems.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Decaimento da frequência no sistema de potência devido à escassez de geração: carga constante e frequência dependente da carga.	30
Figura 2 – Aplicação dos operadores dilatação e erosão. (a) Resultado da dilatação. (b) Resultado da erosão.	32
Figura 3 – Exemplos de diagramas fasoriais. (a) Sistema trifásico equilibrado. (b) Decomposição de um sistema desequilibrado em três sistemas simétricos, pelo Teorema de Fortescue.	38
Figura 4 – Tensões do sistema v_{abc} (a) decompostas nas suas componentes de sequência positiva (b), negativa (c) e zero (d) de um sistema trifásico equilibrado. . . .	39
Figura 5 – Tensões do sistema v_{abc} (a) decompostas nas suas componentes de sequência positiva (b), negativa (c) e zero (d) de um sistema trifásico desequilibrado. . .	40
Figura 6 – Aplicação da Transformada de Clarke em sinais de tensão equilibrados. (a) Sistema v_{abc} com tensões equilibradas. (b) Componentes real e imaginária do sinal complexo.	42
Figura 7 – Aplicação da Transformada de Clarke em sinais de tensão desequilibrados. (a) Sistema v_{abc} com tensões desequilibradas. (b) Componentes real e imaginária do sinal complexo.	42
Figura 8 – Transformada de Clarke aplicada à um sistema balanceado (a) e à um sistema desbalanceado (b).	44
Figura 9 – Fluxograma do Estimador de Frequência.	45
Figura 10 – Resultados para o caso sem variação de frequência com 16 amostras/ciclo. (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.	55
Figura 11 – Resultados para o caso de variação de frequência em degrau com 32 amostras/ciclo (60 para 59,5 Hz). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.	57
Figura 12 – Resultados para o caso de variação de frequência em rampa com 64 amostras/ciclo (60 para 62 Hz). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.	59
Figura 13 – Resultados para o caso de variação exponencial de frequência com 128 amostras/ciclo (60 para 61,6 Hz). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.	61
Figura 14 – Resultados para o caso de variação senoidal amortecida de frequência com 16 amostras/ciclo ($\Delta f = 2,5$ Hz, $\omega_f = 10\pi$ rad/s e $\tau = 0,1$ s). a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.	63

Figura 15 – Resultados para o caso de variação de fase de 10° com 16 amostras/ciclo. (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimacão de frequência. (c) Erro absoluto de estimacão.	65
Figura 16 – Resultados para o caso de variação de fase de 10° com 32 amostras/ciclo. (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimacão de frequência. (c) Erro absoluto de estimacão.	66
Figura 17 – Resultados para o caso de variação de fase de 10° com 64 amostras/ciclo. (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimacão de frequência. (c) Erro absoluto de estimacão.	67
Figura 18 – Resultados para o caso de variação de fase de 10° com 128 amostras/ciclo. (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimacão de frequência. (c) Erro absoluto de estimacão.	68
Figura 19 – Resultados para o caso de variação 10% de amplitude com 32 amostras/ciclo. (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimacão de frequência. (c) Erro absoluto de estimacão.	70
Figura 20 – Resultados para o caso de sinais com distorco harmônica a 64 amostras/ciclo ($A_{k=3} = 3\% A$) (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimacão de frequência. (c) Erro absoluto de estimacão.	72
Figura 21 – Resultados para o caso de sinais com distorco inter-harmônica com 128 amostras/ciclo ($f_{k=1,i=3} = 180$ Hz, $A_{k=1,i=3} = 3\% A$). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimacão de frequência. (c) Erro absoluto de estimacão.	73
Figura 22 – Resultados para o caso de sinais com distorco sub-harmônica a 16 amostras/ciclo ($f_{k=1,s=10} = 10$ Hz, $A_{k=1,s=10} = 3\% A$). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimacão de frequência. (c) Erro absoluto de estimacão.	75
Figura 23 – Resultados para o caso de sinais com ruído em 16 amostras/ciclo ($f = 60$ Hz e SNR = 40 dB). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimacão de frequência. (c) Erro absoluto de estimacão.	77
Figura 24 – Resultados para o caso de sinais com desbalanço de ângulo de fase em 16 amostras/ciclo ($\Delta\theta = 30^\circ$). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimacão de frequência. (c) Erro absoluto de estimacão.	79
Figura 25 – Resultados para o caso de sinais com desbalanço de amplitude em 32 amostras/ciclo (ΔA em $v_a = -10\%$). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimacão de frequência. (c) Erro absoluto de estimacão.	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Índices de desempenho para sinais de frequência constante e igual a 60 Hz. .	54
Tabela 2 – Índices de desempenho para o caso de variação em degrau de frequência (60 para 59,5 Hz).	56
Tabela 3 – Índices de desempenho para o caso de variação de frequência em rampa (60 para 62 Hz com passo de variação de 4 Hz/s).	58
Tabela 4 – Índices de desempenho para variação exponencial de frequência (60 Hz para 61,6 Hz, $\Delta f = 1,6 \text{ Hz}$ e $\tau = 0,10 \text{ s}$).	60
Tabela 5 – Índices de desempenho para variação senoidal amortecida ($\Delta f = 2,5 \text{ Hz}$, $\omega_f = 10\pi \text{ rad/s}$ e $\tau = 0,1 \text{ s}$).	62
Tabela 6 – Índices de desempenho para variação de fase ($\Delta\theta = 10^\circ$).	64
Tabela 7 – Índices de desempenho para o caso de variação de amplitude ($\Delta A = 10\%$). .	69
Tabela 8 – Índices de desempenho para sinais com distorção harmônica de 3ª ordem ($A_{k=3} = 3\% A$).	71
Tabela 9 – Índices de desempenho para sinais com distorção por inter-harmônicas ($f_{k=1,i=3} = 180 \text{ Hz}$, $A_{k=1,i=3} = 3\% A$).	71
Tabela 10 – Índices de desempenho para sinais com distorção sub-harmônica ($f_{k=1,s=10} = 10 \text{ Hz}$, $A_{k=1,s=10} = 3\% A$).	74
Tabela 11 – Índices de desempenho para sinais com ruído ($f = 60 \text{ Hz}$ e $\text{SNR} = 40\text{dB}$). .	76
Tabela 12 – Índices de desempenho para sinais com desbalanço de ângulo de fase ($\Delta\theta = 40^\circ$).	78
Tabela 13 – Índices de desempenho para sinais com desbalanço de amplitude ($A = 0,9 \text{ p.u. na fase A}$).	81
Tabela 14 – Média dos índices de desempenho em todos os casos para os estimadores de frequência em 16 amostras/ciclo.	82
Tabela 15 – Média dos índices de desempenho em todos os casos para os estimadores de frequência em 32 amostras/ciclo.	83
Tabela 16 – Média dos índices de desempenho em todos os casos para os estimadores de frequência em 64 amostras/ciclo.	84
Tabela 17 – Média dos índices de desempenho em todos os casos para os estimadores de frequência em 128 amostras/ciclo.	85

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Considerações Gerais	21
1.2	Justificativa	21
1.3	Objetivos	22
1.4	Revisão Bibliográfica	22
1.5	Estrutura da Dissertação	28
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	29
2.1	Considerações Gerais	29
2.2	Frequência Elétrica	29
2.3	Morfologia Matemática	30
2.4	Método de Detecção de Passagem do Sinal por Zero	33
2.5	Método de Transformada Discreta de Fourier	34
2.6	Considerações do Capítulo	36
3	MÉTODO PROPOSTO PARA ESTIMAÇÃO DE FREQUÊNCIA	37
3.1	Considerações Gerais	37
3.2	Método das Componentes Simétricas	37
3.3	Transformada de Clarke para Sistemas Desbalanceados	41
3.4	Estimador de Frequência Proposto	43
3.5	Modelagem matemática dos casos de variação de frequência	46
3.5.1	Variação de frequência em degrau	46
3.5.2	Variação de frequência em rampa	46
3.5.3	Variação exponencial de frequência	46
3.5.4	Variação senoidal amortecida de frequência	47
3.5.5	Variação de fase	47
3.5.6	Variação de amplitude	47
3.5.7	Sinais com harmônicos, inter-harmônicos e sub-harmônicos	47
3.5.8	Sinais com ruídos	49
3.5.9	Sinais com desbalanço de fase	49
3.5.10	Sinais com desbalanço de amplitude	49
3.6	Índices de desempenho	50
3.6.1	Tempo de Convergência (TC)	50
3.6.2	Intervalo de Convergência (IC)	50
3.6.3	Erro absoluto	50
3.7	Considerações do Capítulo	51

4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	53
4.1	Considerações gerais	53
4.2	Resultados e Discussões	53
4.2.1	Caso 1: Sinais de frequência constante	53
4.2.2	Caso 2: Variação de frequência em degrau	56
4.2.3	Caso 3: Variação de frequência em rampa	58
4.2.4	Caso 4: Variação exponencial de frequência	60
4.2.5	Caso 5: Variação senoidal amortecida de frequência	62
4.2.6	Caso 6: Variação súbita de fase	64
4.2.7	Caso 7: Variação súbita de amplitude	69
4.2.8	Caso 8: Sinais com harmônicas, inter-harmônicas e sub-harmônicas	71
4.2.9	Caso 9: Sinais com ruído	76
4.2.10	Caso 10: Sinais com desbalanço de ângulo de fase	78
4.2.11	Caso 11: Sinais com desbalanço de amplitude	78
4.3	Considerações acerca do desempenho dos métodos	81
4.4	Considerações finais	86
5	CONCLUSÃO	87
5.1	Conclusão	87
5.2	Sugestões para trabalhos futuros	88

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Gerais

Para o correto funcionamento do Sistema Elétrico de Potência (SEP), a frequência elétrica é um parâmetro importante na avaliação da qualidade de energia. Na proteção, controle e operação do sistema, desvios de tensão e variações da frequência de referência podem ocasionar danos aos equipamentos e prejudicar à qualidade da energia elétrica fornecida, bem como restringir operações do sistema.

Segundo a Resolução Normativa da ANEEL (ANEEL, 2021) o sistema elétrico de distribuição e instalações de geração devem, em condições normais de operação e de regime permanente, estar na faixa de frequência entre 59,9 Hz e 60,1 Hz.

Além disso, a ANEEL prevê que, em caso de ocorrência de eventuais distúrbios na rede de distribuição, as instalações de geração precisam garantir o reestabelecimento da frequência nos limites de 59,5 Hz a 60,5 Hz em até 30 segundos após a ocorrência do eventual distúrbio, permitindo a recuperação do equilíbrio carga-geração (ANEEL, 2021).

Também, havendo a necessidade da utilização de esquemas de corte de geração ou de carga que permitem a recuperação do equilíbrio carga-geração, durante os eventuais distúrbios na rede, em condições extremas, a frequência não pode ultrapassar 66 Hz ou ficar abaixo de 56,5 Hz. A frequência pode permanecer acima de 62 Hz por até 30 segundos e acima de 63,5 Hz por no máximo 10 segundos, e pode permanecer abaixo de 58,5 Hz por no máximo 10 segundos e abaixo de 57,5 Hz por no máximo 5 segundos (ANEEL, 2021).

Diante disso, o presente Trabalho apresenta um novo método para estimar frequência elétrica no SEP baseada na Transformada de Clarke e na aplicação da Morfologia Matemática. A técnica proposta foi testada para diferentes variações de frequência. Além disso, comparou-se o método de estimação com outras duas técnicas da literatura especializada (um método de detecção de Passagem do sinal por Zero e um método de Transformada de Fourier). Com base nos resultados, verificou-se que a técnica possui grande precisão e robustez para estimação de frequência, em situações envolvendo diferentes tipos de variações desse parâmetro, uma vez que obteve erros muito pequenos.

1.2 Justificativa

O crescimento da demanda de energia elétrica no mundo, somado ao aumento desproporcional da geração distribuída conectada via inversores (sem inércia), contribuem para a instabilidade da frequência no SEP. Segundo o ONS, a participação da geração distribuída aumentou cerca de 50% entre agosto de 2021 e abril de 2025, alcançando quase 60 GW de potência instalada de fontes variáveis (eólica, fotovoltaica e micro/mini geração assíncrona distribuída) no Sistema Interligado Nacional. Esse crescimento exponencial potencializa a variabilidade e

exige respostas rápidas quanto à estabilidade de frequência, cuja manutenção é vital para evitar blecautes e danos a equipamentos sensíveis (Operador Nacional do Sistema Elétrico-ONS, 2025).

Em virtude disso, a estimação precisa da frequência em sistemas elétricos de potência é fundamental para garantir a estabilidade, segurança e confiabilidade do fornecimento de energia elétrica. Desequilíbrios de potência ativa entre geração e demanda provocam desvios de frequência, podendo causar falhas no funcionamento de motores síncronos e danos a equipamentos sensíveis, além de impactar diretamente a qualidade da energia entregue ao consumidor final. O monitoramento contínuo permite rápida identificação de desvios, facilitando intervenções automáticas e prevenindo apagões de grandes proporções. Na literatura especializada, vêm sendo apresentadas propostas para estimação de frequência, viabilizando melhorias nos sistemas de controle e monitoramento dos sistemas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica.

Nesse cenário, surge a necessidade do uso de evolução tecnológica e o aprimoramento de novas técnicas de proteção e monitoramento, com a finalidade de auxiliar na segurança, eficiência, confiabilidade e disponibilidade do SEP, o que inclui o desenvolvimento de novas técnicas de estimação de frequência, capazes de responder aos diferentes estímulos da rede, com o menor atraso possível.

1.3 Objetivos

Este trabalho tem por objetivo geral propor uma nova técnica para estimação de frequência, baseada em Transformada de Clarke para sistemas desbalanceados e Morfologia Matemática.

Como objetivos específicos citam-se:

- Estudar técnicas matemáticas e computacionais aplicáveis na estimação de frequência presentes na literatura especializada;
- Propor uma nova metodologia de estimação de frequência que seja precisa frente às diferentes condições operacionais do sistema elétrico de potência; e
- Avaliar qualitativamente e quantitativamente o método implementado a partir de erros absolutos e índices de desempenho.

1.4 Revisão Bibliográfica

Como já destacado, a estimação de frequência é de extrema importância para diversas aplicações, como na proteção e no controle do SEP, além de ser um indicativo da qualidade de energia. Também, na medição fasorial, uma estimação correta da frequência garantirá o seu bom desempenho.

Os estimadores podem ser classificados quanto ao número de fases, algumas observações são importantes. Os algoritmos trifásicos dependem de transformações adequadas que mapeiam

sinais trifásicos para um modelo monofásico. Uma transformação muito utilizada é a Transformada $\alpha\beta$ de Clarke (Clarke, 1943). Já as técnicas monofásicas operam no modelo senoidal real de uma fase, porém, como desvantagem dos algoritmos monofásicos é que eles não capturam o estado completo das redes elétricas, como as tensões de linha. Entretanto, como não são necessárias outras transformações, os métodos monofásicos são simples e rápidos, em consequência, têm aplicações importantes.

Desse modo, diversos estudos de estimação de frequência já foram realizados, com a proposição de novas técnicas para apresentar o efeito das respostas dos estimadores sobre os relés de proteção.

O trabalho de Martin-Martinez *et al.* (2012) sobre média ponderada não-linear é vantajosa para a estimativa de frequência em sistemas elétricos porque é mais robusta e menos influenciada por valores discrepantes do que a média aritmética. Os resultados da comparação das cinco abordagens diferentes para obtenção de sinais ortogonais mostraram que todas elas são capazes de fornecer sinais ortogonais adequados para a implementação das estruturas DPLL (Laço Digital Fechado de Fase, do inglês "*Digital Phase-Locked Loop*") propostas. Os resultados mostraram que as estruturas DPLL são capazes de estimar com precisão a frequência da rede elétrica em condições balanceadas e desbalanceadas. Além disso, os resultados foram comparados com as estruturas DPLL convencionais e mostraram que as estruturas propostas são mais precisas e robustas em condições desbalanceadas. No entanto, a implementação dessas estruturas em sistemas elétricos existentes pode apresentar desafios, mas o estudo não entra em detalhes sobre quais são esses desafios.

Já o trabalho de Fang *et al.* (2013) apresenta um algoritmo de estimação conjunta de frequência e fasor para sistemas de energia, que utiliza DFT (Transformada Discreta de Fourier, do inglês "*Discrete Fourier Transform*"). O estimador foi testado em condições ruidosas e apresenta um bom desempenho, mas a DFT assume implicitamente que o sinal é periódico dentro da janela de amostragem, logo, se o sinal não for exatamente periódico, pode ocorrer vazamento espectral, onde frequências fora da faixa da janela de amostragem podem aparecer erroneamente no espectro.

Ainda, o trabalho de Marchesan *et al.* (2013) analisa e compara seis métodos diferentes de estimativa de frequência, levando em consideração fatores como desequilíbrio de fase, variações de passo, ruído, harmônicos e diferentes taxas de amostragem. Foram identificadas as técnicas mais precisas e robustas para a estimação de frequência em SEP, dentre aquelas testadas.

Outro trabalho baseado em estimadores com DFT (Candan, 2013) apresenta uma análise baseada em uma abordagem de duas etapas, com uma etapa de estimação de frequência grosseira, seguida por uma etapa de estimação de frequência fina. O método proposto supera outros algoritmos de estimação em termos de desempenho em altas relações sinal-ruído. Entretanto, a desvantagem é que o método pode ser mais complexo do que outros algoritmos, no qual os esquemas de interpolação geralmente requerem um grande número de amostras para a operação da DFT e essa carga computacional limita sua utilidade em aplicações práticas.

O estimador com IpDFT (Transformada Discreta de Fourier Interpolada, do inglês "*Interpolated Discrete Fourier Transform*") (Fang *et al.*, 2013) pode adquirir a frequência desconhecida de um sinal monofásico. No entanto, a interferência (ou vazamento) da infiltração de frequência negativa é uma fraqueza bem conhecida desta abordagem.

Os autores Ahmed, Zia e Tufail (2014) propõem um estimador paramétrico de múltiplas tonalidades baseado em subespaço que pode identificar a frequência desconhecida em sistemas trifásicos balanceados e desbalanceados com alta precisão. Porém, os custos computacionais elevados são recorrentes no processo de separação dos subespaços de ruído e sinal.

Hwang e Markham (2014) aplicam três filtros digitais com integradores de segundo grau para reduzir o efeito do ruído na estimação de frequência baseada no método DFT. Entretanto, essa técnica exige alto desempenho computacional.

Além disso, Reza, Ciobotaru e Agelidis (2014) apresentam uma técnica precisa para a estimação da amplitude fundamental da tensão da rede monofásica e sua frequência. A técnica consiste em um gerador de sinal em quadratura e uma DFT. Os autores Reza e Hossain (2023) afirmam que a abordagem da DFT pode exigir um alto esforço computacional e resultar em uma resposta mais lenta na presença de harmônicas de ordem inferior devido ao uso de uma janela de tamanho grande para várias operações de DFT.

No trabalho de Xia, Blazic e Mandic (2014) o estimador proposto usa a técnica baseada em mínimos quadrados complexos para estimar a frequência. O desempenho durante condições de redes desbalanceadas é melhorado e, apresenta um excelente desempenho na presença de harmônicos e inter-harmônicos.

No trabalho de Zhan e Liu (2014) é proposto um estimador de ângulo e frequência sob condições dinâmicas. Foram testados casos de frequência fora do valor nominal, rampa de frequência, harmônicos, inter-harmônicos, modulação de amplitude e modulação de fase. A técnica usa aproximação de mínimos quadrados para obter a frequência, e, os resultados apresentados são excelentes para testes com sinais harmônicos e inter-harmônicos. Entretanto, o método é computacionalmente pesado.

No trabalho de Santos *et al.* (2015) é apresentada uma metodologia de estimação de frequência, baseada na previsão morfológica das componentes de Clarke a partir dos sinais de tensão balanceados trifásicos. A técnica utiliza operadores de morfologia matemática de estimação para estimar valores futuros, a partir disso, é realizada a estimação de frequência. A proposta demonstrou superioridade em relação a outros métodos tradicionais, apresentando menor tempo de convergência, maior precisão e robustez.

No trabalho de Kanna *et al.* (2015), o estimador de frequência KF (filtros de Kalman, do inglês "*Kalman Filter*") pode estimar a frequência de tensão desconhecida com mais precisão. No entanto, os métodos de KF necessitam de conhecimento prévio da covariância do ruído nas equações de estado para manter a alta precisão da estimação. É então inevitável explorar a propriedade estatística do sinal com base em uma taxa de dados amostrados.

Xia *et al.* (2015) propõe uma estrutura complexa baseada em mínimos quadrados com o

objetivo de aprimorar a precisão dos algoritmos de DFT de estimação de frequência na presença de ruídos e distorções harmônicas. A técnica de LS (Otimização por Mínimos Quadrados, do inglês "*Least-Square Method*") é empregada para minimizar o desvio médio quadrático da estimação, e apresenta bons resultados na presença de grandes intensidades de ruídos e distorções harmônicas. No entanto, esse método não considera as características dinâmicas do sinal e a precisão é ligeiramente insuficiente, o que pode distorcer as estimações de frequência.

O algoritmo proposto por Sun, Ye e Aboutanios (2016) explora a estrutura harmônica do sinal para melhorar a qualidade das estimações. Ele opera no domínio da frequência, utilizando um eficiente procedimento iterativo de interpolação nos coeficientes de Fourier e possui uma complexidade computacional baixa. A principal desvantagem do método está relacionada com a estimação aproximada das formas de onda harmônicas na etapa inicial.

No trabalho dos autores Zečević, Krstajić e Popović (2016), é proposto um estimador trifásico que usa uma técnica iterativa baseada em AOCM, (Algoritmo de Módulo Constante Ortogonal, do inglês "*Algorithm Orthogonal Constant Modulus*"). O desempenho do método durante cenários de falta em sistemas de energia é excelente, porém, as métricas de desempenho durante condições harmônicas e inter-harmônicas não são fornecidas.

O estimador de Zhan, Liu e Liu (2016), realiza estimação de frequência a partir de um sinal de tensão monofásico que é deslocado de forma que configure em um sinal trifásico com a mesma amplitude. A partir desse sinal trifásico é realizada a Transformada de Clarke. De acordo com os autores, esse procedimento ajuda a eliminar os erros de estimação para uma ampla faixa de frequência. O método também pode ser aplicado a um sinal originalmente trifásico. Os autores ainda usam uma aproximação de mínimos quadrados para estimação de frequência. Os resultados apresentam excelente desempenho harmônico e inter-harmônico, entretanto, é computacionalmente pesado.

O trabalho de Seo e Kang (2017) propõe um estimador trifásico que usa derivada de tempo de componentes em fase e quadratura para cálculo de frequência. O método de estimação de frequência é computacionalmente leve, entretanto, os cálculos de derivadas levam a erros nessa técnica. Além disso, a técnica proposta pelos autores leva a um mal desempenho harmônico e inter-harmônico.

O estimador proposto por Xia, Kanna e Mandic (2018) é obtido iterativamente por meio do método de Newton, a metodologia proposta também demonstrou maior resistência à poluição por ruído. Porém, o estimador é menos preciso no estado estacionário e precisa de mais tempo para convergência que os estimadores propostos por Sun, Aboutanios e Smith (2022), os quais realizam uma adaptação na busca grosseira e no pós-processamento por mínimos quadrados, removendo o vazamento de espectro de sinais desbalanceados de fases.

O algoritmo baseado em MUSIC (Algoritmo Adaptativo Acelerado de Classificação de Múltiplos Sinais, do inglês "*Adaptive Accelerated Multiple Signal Classification Algorithm*") para estimação de frequência (Jafarpisheh *et al.*, 2018), apresenta um excelente desempenho na presença de ruído e compensações CC. Porém, nenhuma comparação de desempenho durante

condições inter-harmônicas é fornecida.

O trabalho de Ahmed, Amamra e Salgado (2018) usa AO, (Observador de modo deslizante Adaptável, do inglês "*Adaptive sliding mode Observer*"), para estimação monofásica de fase e também de frequência. Este estimador fornece excelentes resultados durante cenários de variação de fase. Porém, apresenta um mal desempenho diante a presença de harmônicos e compensações CC.

No trabalho de Li *et al.* (2019) é proposto uma abordagem rápida de estimação de frequência que combina deslocamento de frequência e filtragem média de convolução. O método apresenta baixa complexidade computacional e desempenho robusto na presença de ruído e distorções harmônicas. No entanto, a janela de dados deve ser de pelo menos três ciclos para garantir um bom efeito de supressão conforme afirmado por Xu, Liu e Bi (2021).

Os estimadores ZCD (Detecção de Passagem por Zero, do inglês "*Zero-Crossing Detection*") (Luo; Che; Huang, 2020), são capazes de estimar a frequência em SNRs (Relação sinal-ruído, do inglês "*signal-to-noise ratio*") elevados. Já com SNRs baixos, os estimadores com LS são mais eficientes, podendo ser usados para reduzir a variância da estimação (Singh; Parida, 2022), (Sun; Aboutanios; Smith, 2018). Porém, alta taxa de amostragem e alta latência de saída são requisitos para essas técnicas de otimização, limitando suas aplicações.

Foi criado o estimador harmônico por Sun *et al.* (2019) para estimar a frequência da tensão de uma rede trifásica balanceada. No entanto, a estimação inicial deficiente das formas de onda harmônicas é a principal falha na técnica, segundo Taghvaie *et al.* (2023). Para aprimorar a estimação de parâmetros a partir da etapa do estimador harmônico, a etapa de refinamento de mínimos quadrados ponderados utiliza as correlações harmônicas e inter-harmônicas. A abordagem resultante dos autores também pode ser usada para avaliar muitos modelos de sinais de energia, incluindo sistemas monofásicos, trifásicos desequilibrados, harmônicas e inter-harmônicas (Taghvaie *et al.*, 2023).

O trabalho de Grebla, Yellajosula e Høidalen (2019) usa um filtro de Kalman Adaptativo para estimar a frequência. O estimador é aplicado a relés de detecção de ilhamento com função ROCOF (Taxa de mudança de frequência, do inglês "*Rate-of-change-of-frequency*"). A partir de simulações considerando cenários de falta e de zonas de não-detecção, os autores comprovam que o método fornece um desempenho melhor para esses relés, melhorando a segurança durante faltas e reduzindo as zonas de não-detecção.

No trabalho de Abedini, Ahmadi e Sanaye-Pasand (2020) o estimador proposto utiliza DFT e LSE. O algoritmo DFT é usado para estimar a amplitude da tensão e o ângulo de fase assumindo que a frequência é igual ao seu valor na etapa anterior. Após, com base na aproximação de Taylor e usando o algoritmo LSE, o erro devido à diferença de frequência é calculado e, a frequência estimada é atualizada. O estimador é simples, e com isso, causa pouco esforço computacional.

No trabalho de Wang *et al.* (2020) foi proposto um método de estimação de frequência usado no registrador de perturbações de frequência. Este método utiliza um filtro de média de

convolução para suprimir a componente fundamental negativa, mas a janela de dados deve ter pelo menos três ciclos para garantir um bom efeito de supressão, como afirmam os autores Xu, Liu e Bi (2021).

O trabalho dos autores Zečević *et al.* (2020) e Abedini, Ahmadi e Sanaye-Pasand (2020) exploram os coeficientes polinomiais de Taylor, utilizando a técnica de WLS (Mínimos Quadrados Ponderados, do inglês, "*Weighted Least Square*") e, DFT e LSE (Erro de Mínimos Quadrados, do inglês "*Least Square Error*"), respectivamente. Essas técnicas podem ser usadas para obter estimações de frequência de tensão, mas derivadas de ordem superior são ignoradas devido ao erro entre frequência estimada e frequência esperada.

O método de Mir, Singh e Senroy (2021) é outra técnica para estimar a frequência a partir de medições usando uma metodologia de detecção adaptativa, que se mostrou robusta às mudanças nas estatísticas de ruído e às mudanças abruptas nas amplitudes e fases da tensão e corrente, conforme apontado em Farahani *et al.* (2023).

No estimador trifásico de Ahmed, Ushirobira e Efimov (2021), os autores usam o método de gradiente em sinais baseados na transformada de Clarke atrasada para estimar a frequência. Porém os autores fornecem detalhes limitados com relação ao desempenho sob diferentes condições do sinal.

O algoritmo de Wang *et al.* (2021) compensa o vazamento espectral ao utilizar o vazamento de longo alcance e de curto alcance causado pelas frequências negativa e positiva para projetar a função de custo. Porém, a técnica têm menor precisão no estado estacionário e exige mais tempo de convergência, além disso, os autores afirmam que o algoritmo gera maiores erros de rastreamento dinâmico.

No estimador monofásico do trabalho de Guo *et al.* (2021) os autores utilizam um filtro senoidal de fase inicial variável para pré-processamento dos sinais amostrados. O processo é repetido com três amostras consecutivas para obter a frequência estimada.

O artigo de Sun, Aboutanios e Smith (2022) propõe dois novos métodos para estimação de frequência para sistemas trifásicos desbalanceados. O primeiro método, é um aprimoramento realizado pelos autores do estimador de parâmetros de sinais harmônicos proposto em Sun, Ye e Aboutanios (2016). Neste novo estimador os autores realizam uma adaptação na busca grosseira e no pós-processamento por mínimos quadrados, removendo o vazamento de espectro de sinais desbalanceados de fase. Já no outro estimador proposto pelos autores, é utilizada uma nova alternativa para agregar as informações do sinal em três fases diferentes, com isso, são adicionados os pesos de cada estimação monofásica separadamente, tornando o estimador mais preciso. As duas técnicas propostas nesse trabalho empregam a interpolação dos coeficientes de Fourier e a subtração do vazamento iterativo no domínio da frequência, diminuindo a complexidade dos cálculos.

No trabalho de Bansal e Sodhi (2022), foi desenvolvido um estimador de frequência baseado em ZCD. A frequência estimada é escolhida com base no erro mínimo calculado a partir dos dois estimadores paralelos. O desempenho do estimador é então validado usando

sinais simulados poluídos com harmônicas, ruído, transientes, etc. Além disso, os resultados de simulação em tempo real mostram sua capacidade de estimar a frequência em tempo real com saída satisfatória.

Em Anirudh e Kumar (2022), os autores propõe um algoritmo simples de LS para estimar a frequência de um sinal trifásico, utilizando seus componentes em um referencial rotativo. Além disso, a abordagem proposta também pode estimar diretamente os fasores dos componentes simétricos tradicionais a partir de sinais trifásicos. Ao contrário das abordagens existentes, o algoritmo proposto estima a frequência e os fasores dos componentes simétricos sem utilizar qualquer circuito de fase ou transformações complexas. Como desvantagens, os autores citam o possível atraso no erro da estimação causado pelo filtro passa-baixas. Uma maneira de aumentar a precisão da estimação dos fasores é adotar um filtro de ordem superior, porém, isso aumentaria o atraso produzido pelo filtro.

Por fim, Farshad (2024) propõe uma nova técnica de estimação de frequência em SEP, baseado em RBOCP (Detector Online Bayesiano de Ponto de Mudança, do inglês "*Bayesian Online Changepoint Detector*"). Em cada passo de tempo deste método, os pontos de mudança mais eficientes são detectados em uma janela com as últimas amostras de tensão. A frequência é estimada após a aplicação de procedimentos de refinamento nos pontos de mudança. Os resultados do estimador foram testados em formas de onda altamente distorcidas nos parâmetros do sinal, os quais apresentaram respostas significativamente boas. Entretanto, o método apresenta um estágio de pré-filtragem, o que prejudica no desempenho e aplicação do estimador de frequência.

Embora muitas técnicas tenham sido propostas na literatura especializada, nenhuma consolidou-se como definitiva, pois apresentam problemas de funcionamento em situações específicas, como na presença de ruído, distorção harmônica ou diante do processamento de sinais desbalanceados. Nesse contexto, esse trabalho propõe uma nova metodologia para estimação da frequência elétrica em sistemas de potência, a qual é fundamentada na Morfologia Matemática e na Transformada de Clarke para sistemas desequilibrados.

1.5 Estrutura da Dissertação

No Capítulo 2, são descritas as características da frequência elétrica, distúrbios e a sua estabilidade. Também é apresentada a Morfologia Matemática e seus conceitos relacionados. Além disso, são apresentados as técnicas utilizadas na comparação de resultados.

No Capítulo 3, é apresentado o novo método para estimação de frequência.

No Capítulo 4, são apresentados os resultados das simulações, assim como as discussões acerca dos mesmos.

Por fim, o Capítulo 5 apresenta as considerações finais em relação ao método de estimação e as sugestões para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Considerações Gerais

A frequência elétrica é um parâmetro de grande importância no Sistema Elétrico de Potência, e o desenvolvimento de novas metodologias de estimação de frequência é essencial para que o sistema esteja em pleno funcionamento. Para isso, é necessário estimar a frequência em diversos cenários, considerando a dinâmica do sistema. Este Capítulo apresenta os conceitos fundamentais da frequência elétrica no SEP.

2.2 Frequência Elétrica

Para o pleno funcionamento do sistema elétrico, a frequência elétrica é de grande importância. Danos aos equipamentos e à qualidade de energia elétrica fornecida podem ser causados por distúrbios nos sinais de tensão e variações na frequência fundamental. Por estes fatores, na proteção, controle e operação do sistema, a estimação de frequência elétrica é relevante para o funcionamento ideal do sistema.

Em máquinas elétricas rotativas, a frequência elétrica f , é definida por (2.1):

$$f = \frac{np}{120} \quad (2.1)$$

Onde n é a velocidade de rotação do eixo da máquina (em rotações por minuto), p é o número de polos da máquina. Em termos de velocidade angular, a relação pode ser escrita como (2.2):

$$\omega = 2\pi f \quad (2.2)$$

Onde ω representa a frequência angular. Para um sinal harmônico expresso como (2.3):

$$u(t) = A \cos(\theta(t)) \quad (2.3)$$

Onde $\theta(t)$ representa a fase instantânea do sinal harmônico, que determina a posição do sinal dentro do seu ciclo naquele instante de tempo. Para um sinal senoidal puro, tem-se (2.4):

$$\theta(t) = \omega t + \phi \quad (2.4)$$

Em que ϕ é a fase do sinal. Já a frequência instantânea pode ser obtida a partir da derivada temporal da fase, dada por (2.5):

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (2.5)$$

No domínio discreto, considerando uma taxa de amostragem f_s , a frequência instantânea pode ser aproximada pela diferença de fase entre amostras consecutivas (2.6):

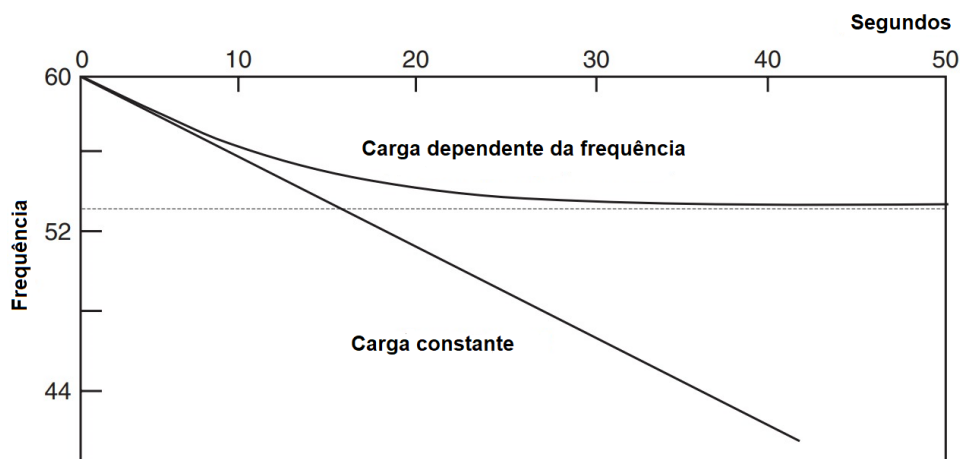
$$f[n] = \frac{f_s}{2\pi} \Delta\theta[n] \quad (2.6)$$

Em que $\Delta\theta[n] = \theta[n] - \theta[n - 1]$.

Alterações significativas na variável da frequência elétrica podem comprometer a estabilidade do sistema, o que justifica a importância da sua correta estimação em aplicações de proteção, controle e monitoramento (Kundur, 1994; Phadke; Thorp, 2008).

A relação entre frequência elétrica e equilíbrio entre geração e carga pode ser observada na Figura 1, que ilustra o comportamento dinâmico do sistema de potência em situações de déficit de geração. Nota-se que, quando a carga é considerada constante, a frequência decai de forma mais acentuada. Por outro lado, quando a carga é dependente da frequência, o declínio é atenuado devido à redução parcial da demanda. Esse fenômeno evidencia a importância da frequência como variável global do sistema elétrico, diretamente associada à estabilidade e ao balanço entre geração e consumo (Horowitz; Phadke, 2006).

Figura 1 – Decaimento da frequência no sistema de potência devido à escassez de geração: carga constante e frequência dependente da carga.



Fonte: Ilustração adaptada de Horowitz e Phadke (2006).

2.3 Morfologia Matemática

A Morfologia Matemática relaciona o estudo da estrutura geométrica das entidades presentes em uma imagem ou sinal e pode ser aplicada em áreas de processamento de imagens e de sinais, com aplicações de filtragem, detecção de bordas, entre outras. Além disso, a Morfologia Matemática também é aplicada na área de Sistemas Elétricos de Potência (Santos *et al.*, 2015).

O conceito básico da Morfologia Matemática é a extração de informações relacionadas à geometria e topologia de um conjunto desconhecido (imagem ou sinal), através da transformação de um outro conjunto, já definido, denominado por Elemento Estruturante (Filho; Neto, 1999).

Na Morfologia Matemática, é importante a compreensão de operações básicas da teoria dos conjuntos. Serão analisadas as operações de translação, reflexão, complemento e diferença. A

translação é definida pela transformação geométrica que desloca todos os pontos de um conjunto em uma imagem na mesma direção e distância. A reflexão, para um determinado conjunto, é uma transformação que gera uma imagem espelhada do conjunto original em relação a um eixo ou ponto de reflexão. O complemento de um conjunto, é o conjunto de elementos que pertencem ao conjunto universo, mas não pertencem ao conjunto em questão. E a diferença entre dois conjuntos, produz um novo conjunto contendo apenas os elementos que são diferentes entre os dois conjuntos.

Dados dois conjuntos A e B , dentro de um espaço bidimensional Z^2 , com os componentes de $a = (a_1, a_2)$ e $b = (b_1, b_2)$.

A translação de A por $x = (x_1, x_2)$, denotada $(A)_x$ é definida como (2.7):

$$(A)_x = \{x | x = a + c, \text{ para } a \in A\} \quad (2.7)$$

A reflexão de B , denotada por \hat{B} , é dada por (2.8):

$$\hat{B} = \{x | x = -b, \text{ para } b \in B\} \quad (2.8)$$

O complemento do conjunto A é dado pela Equação 2.9:

$$A^c = \{x | x \notin A\} \quad (2.9)$$

A diferença entre dois conjuntos A e B é dado por (2.10):

$$A - B = \{x | x \in A, x \notin B\} = A \cap B^c \quad (2.10)$$

A dilatação de dois conjuntos A e B , em um espaço bidimensional Z^2 , é o processo de obter a reflexão de B sobre sua origem e depois deslocar esta reflexão de x . Ou, a dilatação de um conjunto A por um elemento estruturante B ($\delta_B(A)$) pode ser definida por (2.11):

$$\delta_B(A) = A \oplus B = \{x | (\hat{B})_x \cap A \neq \emptyset\} \quad (2.11)$$

Assim, a dilatação de A por B é definida como o lugar geométrico dos pontos x tais que B atinge A quando sua origem coincide com x .

A Equação 2.11 pode ser reescrita em termos da união de translações dos conjuntos A e B , como (2.12):

$$\delta_B(A) = A \oplus B = \bigcup_{b \in B} A_{-b} \quad (2.12)$$

Onde A_{-b} representa cada conjunto resultante da translação de A com cada elemento de B .

Sejam dois conjuntos, A e B , no espaço Z^2 , a erosão de A por B , é o conjunto de pontos x tais que B , transladado de x está contido em A . A equação da erosão de um conjunto A por um elemento estruturante B é descrita por $A \ominus B$ ou $\varepsilon_B(A)$, e, é dada pela Equação 2.13:

$$\varepsilon_B(A) = A \ominus B = \{x | (B)_x \subseteq A\} \quad (2.13)$$

A Equação 2.13 pode ser reescrita em termos de uma interseção de translações de conjuntos, estas translações determinadas pelo Elemento Estruturante, conforme (2.14):

$$\varepsilon_B(A) = A \ominus B = \bigcap_{b \in B} A_{-b} \quad (2.14)$$

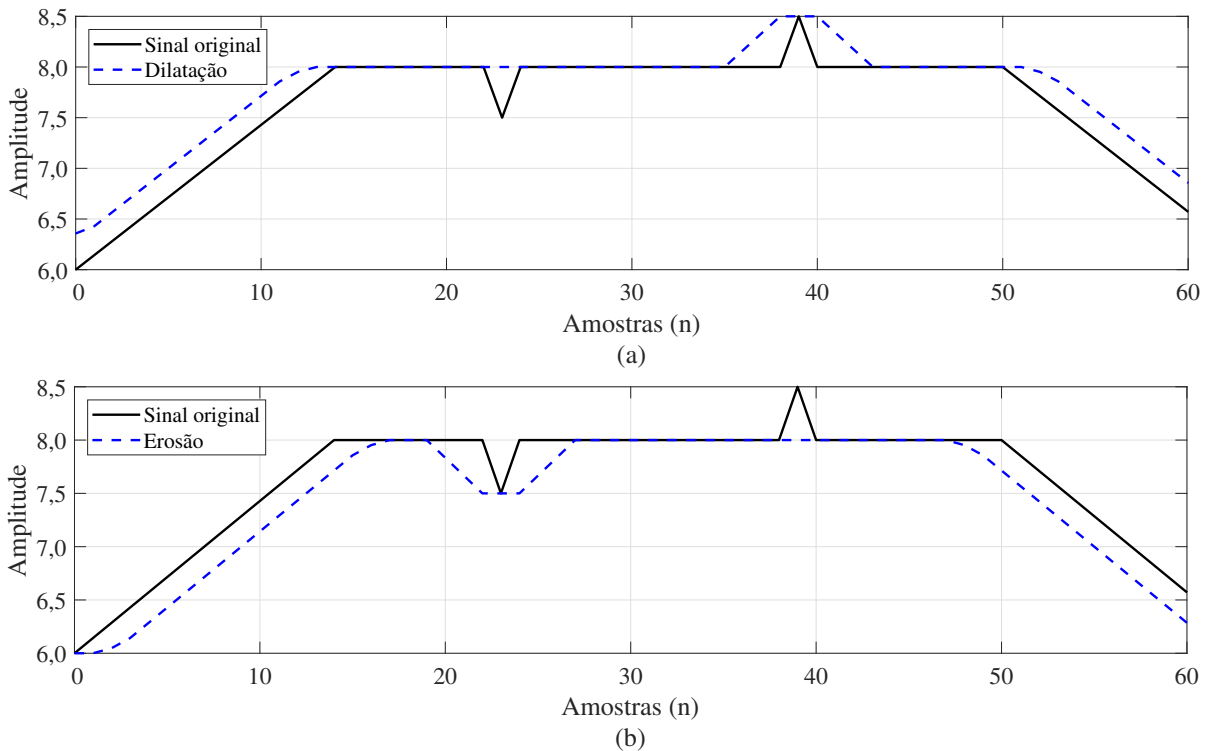
Para análise de processamento de sinais, os operadores morfológicos de dilatação e erosão são dadas as Equações 2.15 e 2.16:

$$[s \oplus b](n) = \max\{s_{n-v} + b_v\} \quad (2.15)$$

$$[s \ominus b](n) = \min\{s_{n+v} - b_v\} \quad (2.16)$$

Onde s é o sinal e b o conjunto de elementos estruturantes, o v representa o deslocamento do sinal e n o número de amostras. O resultado da dilatação reduz os vales e expande os picos, já o resultado da erosão reduz os picos e expande os vales de um sinal, como é apresentado na Figura 2 a seguir.

Figura 2 – Aplicação dos operadores dilatação e erosão. (a) Resultado da dilatação. (b) Resultado da erosão.



Fonte: Autoria própria.

A partir dos operadores de dilatação e erosão, é possível descrever o operador morfológico de estimativa $P(n)$, definido como a média das dilatações e erosões resultantes do elemento

estruturante b , ao longo do sinal s de n amostras e D é a dimensão do elemento estruturante. Este, é definido pela Equação 2.17 abaixo:

$$P(n) = \frac{1}{2D} \sum_{i=1}^D \{[s \oplus b](n) + [s \ominus b](n)\} \quad (2.17)$$

Aplicando o conceito de Morfologia Matemática no Sistema Elétrico de Potência, os operadores morfológicos de dilatação e erosão para aplicação de processamento de sinais são descritos por (2.18) e (2.19), onde b_v representa o termo na posição v dentro do elemento estruturante.

$$[s \oplus b](n) = \max_{n-v \in s, v \in b} \left\{ \frac{s_{n-v}}{b_v} \right\} \quad (2.18)$$

$$[s \ominus b](n) = \min_{n+v \in s, v \in b} \left\{ \frac{s_{n+v}}{b_v} \right\} \quad (2.19)$$

Além disso, em SEP, o elemento estruturante é definido como um sinal de caráter senoidal, conforme (2.20), onde v é a dimensão do elemento estruturante, a qual é espelhada, contendo v elementos em ambos os lados.

$$b_v = \{ \cos[(2v-1)(2\pi f \Delta t)] \cos[(2\pi f \Delta t)] \mid \cos[(2\pi f \Delta t)] \cos[(2v-1)(2\pi f \Delta t)] \} \quad (2.20)$$

Para fins de aplicação na estimação de frequência, f representa a frequência fundamental do sistema e Δt o intervalo de amostragem.

2.4 Método de Detecção de Passagem do Sinal por Zero

O Método de Detecção de Passagem por Zero (DPSZ) fundamenta-se na análise do intervalo de tempo entre cruzamentos consecutivos do sinal de tensão pelo valor zero para estimar a frequência fundamental de sinais monofásicos, e, é amplamente utilizado em SEP. Os autores Luo, Che e Huang (2020) e Bansal e Sodhi (2022), como mencionado anteriormente, utilizam o método de ZCD para estimação de frequência. O instante exato da passagem por zero (t_{PZ}) é determinado via interpolação linear entre as amostras adjacentes ao cruzamento. Deste modo, a Equação 2.21 define o cálculo preciso do instante de passagem:

$$t_{PZ} = \frac{t_{n-1}v_n - t_n v_{n-1}}{v_n - v_{n-1}} \quad (2.21)$$

Onde t e v denotam, respectivamente o tempo (em segundos) e a tensão (em Volts) para as amostras n e $n-1$, sendo n a amostra imediatamente após a passagem do sinal de tensão por zero e $n-1$, a amostra imediatamente anterior a essa passagem.

A frequência f_n é obtida utilizando o intervalo entre dois instantes de passagem por zero consecutivos, conforme (2.22).

$$f_n = \frac{1}{2 \cdot (t_{PZ_n} - t_{PZ_{n-1}})} \quad (2.22)$$

Onde t_{PZ_n} é o tempo da última passagem por zero, em segundos, e $t_{PZ_{n-1}}$ é o tempo da passagem por zero anterior, também em segundos. Este método considera a frequência constante e igual ao último valor estimado entre duas estimações consecutivas, sendo amplamente utilizado em sistemas de proteção e monitoramento devido à sua simplicidade algorítmica e eficiência computacional. Entretanto, apresenta limitações uma vez que sua resposta não é capaz de determinar variações na frequência ocorridas entre passagens consecutivas do sinal de tensão por zero.

2.5 Método de Transformada Discreta de Fourier

A Transformada Discreta de Fourier (DFT, do inglês, "*Discrete Fourier Transform*") é uma ferramenta matemática fundamental utilizada para analisar o conteúdo espectral de sinais discretos no tempo, convertendo sequências de amostras em componentes de frequência complexos. Sua formulação possibilita a decomposição de qualquer sinal em uma soma de senoides, revelando as frequências presentes e suas respectivas amplitudes e fases. O uso da transformada discreta de Fourier (DFT) para estimação de frequência tornou-se um marco em processamento de sinais a partir do desenvolvimento do algoritmo da Transformada Rápida de Fourier (FFT, do inglês, "*Fast-Fourier Transform*") por Cooley e Tukey (1965). O algoritmo FFT permitiu calcular a DFT de maneira eficiente e viabilizou aplicações práticas em tempo real para análise espectral e estimação de frequência em sinais discretos. Desde então, o método baseado em DFT foi amplamente utilizado para estimação de frequência, de acordo com as técnicas de Fourier já apresentadas pelos autores Fang *et al.* (2013), Candan (2013), Hwang e Markham (2014), Reza, Ciobotaru e Agelidis (2014), Xia *et al.* (2015) e Abedini, Ahmadi e Sanaye-Pasand (2020).

O método de Candan (2011) foi escolhido para comparação de resultados apresentados no Capítulo 4 deste Trabalho. O estimador proposto pelos autores pode ser dividido nas etapas de Identificação dos dados de entrada, Inicialização da saída da DFT, Aplicação da fórmula da DFT e somatório para cada amostra e, Iteração para todas as frequências. Este método sugere uma relação não linear envolvendo três amostras de DFT, calculadas na primeira etapa para produzir a estimação de frequência de resolução fina e valor real.

Para fundamentar a análise espectral, utiliza-se a expansão em série de Taylor da função geradora $g(z)$, definida genericamente como (2.23):

$$g(z) = \sum_{n=0}^{N-1} e^{zn} = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(zn)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} \left(\sum_{n=0}^{N-1} n^k \right) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} S_k(N-1). \quad (2.23)$$

Aqui, z é uma variável complexa auxiliar da expansão, n é o índice de amostra (variando de 0 a $N-1$), e k é o índice da ordem do termo na série. A função $S_k(N-1)$ denota a soma

das potências k dos inteiros entre 0 e $N - 1$, conforme (2.24) a (2.26):

$$S_0(N) = N + 1 \quad (2.24)$$

$$S_1(N) = \frac{N(N + 1)}{2} \quad (2.25)$$

$$S_2(N) = \frac{N(N + 1)(2N + 1)}{6} \quad (2.26)$$

Ao substituir z por $j\omega$ na expansão de Taylor, onde ω representa o deslocamento espectral normalizado (frequência angular normalizada em radianos por amostra), obtém-se (2.27):

$$f(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{S_{2k}(N - 1)(2\pi)^{2k}}{(2k)!N^{2k}} \omega^{2k} + j \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{S_{2k+1}(N - 1)(2\pi)^{2k+1}}{(2k + 1)!N^{2k+1}} \omega^{2k+1} \quad (2.27)$$

Substituindo por c_k , dado por (2.28), na Equação 2.27:

$$c_k = \frac{S_k(N - 1)(2\pi)^k}{k!N^k} \quad (2.28)$$

A série de Taylor pode ser escrita de uma forma mais simplificada, em acordo com (2.29) e (2.30):

$$f(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k (j\omega)^k \quad (2.29)$$

$$= (c_0 - c_2\omega^2 + c_4\omega^4 + \dots) + j(c_1\omega - c_3\omega^3 + c_5\omega^5 + \dots) \quad (2.30)$$

Para calcular a DFT, alguns parâmetros são definidos: sinal de tensão de entrada $V_a(n)$, número de amostras por ciclo N , frequência de referência $f_0 = 60$ Hz, frequência de amostragem $f_s = N \cdot 60$, número de amostras analisados pela DFT é $N_2 = 3 \cdot N$, resolução espectral $\delta f = \frac{f_s}{N_2}$ e, índice $h = \frac{60}{\delta f}$. Além disso, utiliza-se três amostras consecutivas de k , definindo os índices de análise onde h , onde $[h]$ representa a função piso, retornando o maior número inteiro menor ou igual ao valor de h conforme (2.31):

$$k_1 = [h] - 1, \quad k_2 = [h], \quad k_3 = [h] + 1 \quad (2.31)$$

O somatório de cada amostra, para cada k , é feita pela soma dos produtos das amostras de entrada, assim, para cada k_i ($i = 1, 2, 3$), calcula-se o somatório DFT a partir de (2.32).

$$A_{k_i}(t) = \sum_{n=0}^{N_2-1} v_a(t - N_2 + n + 1) \cdot e^{-j \frac{2\pi k_i n}{N_2}} \quad (2.32)$$

Após, é feita a estimação do deslocamento de frequência (δ_f) usando o estimador de Candan, dado por (2.33), onde $A_{k_{\max}}$ é o valor DFT no índice do pico máximo, $A_{k_{\max}+1}$ e $A_{k_{\max}-1}$ são os valores imediatamente ao lado do pico.

Se $t > N_2$:

$$\delta_f = \frac{\tan(\pi/N_2)}{\pi/N_2} \cdot \operatorname{Re} \left(\frac{A_{k_{\max}+1} - A_{k_{\max}-1}}{2A_{k_{\max}} - A_{k_{\max}-1} + A_{k_{\max}+1}} \right) \quad (2.33)$$

E, por fim, a estimação da frequência instantânea é dada por (2.34):

$$f_{\text{est}}(t) = \left(\frac{1}{N_2} \right) \cdot ([h] + \delta_f) \cdot f_s \quad (2.34)$$

2.6 Considerações do Capítulo

Nesse Capítulo, foi discutida a definição da frequência elétrica, bem como o seu comportamento dinâmico frente as variações de geração para os diferentes tipos de carga. Além disso, foi apresentada a Morfologia Matemática, a qual foi utilizada para a estimação de frequência no método proposto, e, também, foram apresentados os métodos de estimação de frequência utilizados na comparação dos resultados obtidos pelos estimadores de frequência aqui discutidos, a qual é apresentada no Capítulo 4.

O Capítulo seguinte apresenta um novo método para estimação de frequência, demonstrando a fundamentação e as respectivas lógicas, as quais foram implementadas em *software* MATLAB®.

3 MÉTODO PROPOSTO PARA ESTIMAÇÃO DE FREQUÊNCIA

3.1 Considerações Gerais

Neste Capítulo, é apresentado o método proposto para estimação de frequência, o qual é fundamentado na Transformada de Clarke para sistemas desbalanceados, aliada a Morfologia Matemática (CS-MM) para estimação de valores futuros, usando sinais de tensão das três fases da rede.

O método utiliza a decomposição dos referidos sinais em componentes simétricas no domínio do tempo. Após, é realizada a Transformada de Clarke para estas componentes simétricas, obtendo-se os fasores $\alpha\beta$ para as sequências positiva, negativa e zero. Em seguida, a Morfologia Matemática é utilizada para a estimação do valor futuro destes fasores, os quais são usados para cálculo da defasagem angular entre o fasor trifásico atual e o estimado. As seções seguintes descrevem detalhadamente o método proposto.

3.2 Método das Componentes Simétricas

Em situações de desbalanço ou assimetria entre os sinais de tensão da rede, resultantes da ocorrência de transitórios no SEP, alguns métodos de estimação de frequência podem ser ineficazes, pois pressupõem um equilíbrio trifásico e sinal puramente senoidal para o seu funcionamento, condições que são violadas durante a ocorrência de uma falta, por exemplo. Por isso, é necessário a utilização de ferramentas mais robustas nestes cenários.

O método das componentes simétricas é uma ferramenta que pode ser utilizada em sistemas desequilibrados, em falta, ou em condições normais de operação. Tal método é baseado no Teorema de Fortescue, o qual afirma que qualquer grupo de n fasores associados, do mesmo tipo, pode ser decomposto em n grupos de fasores equilibrados, denominados componentes simétricas dos fasores originais (Lyon, 1937).

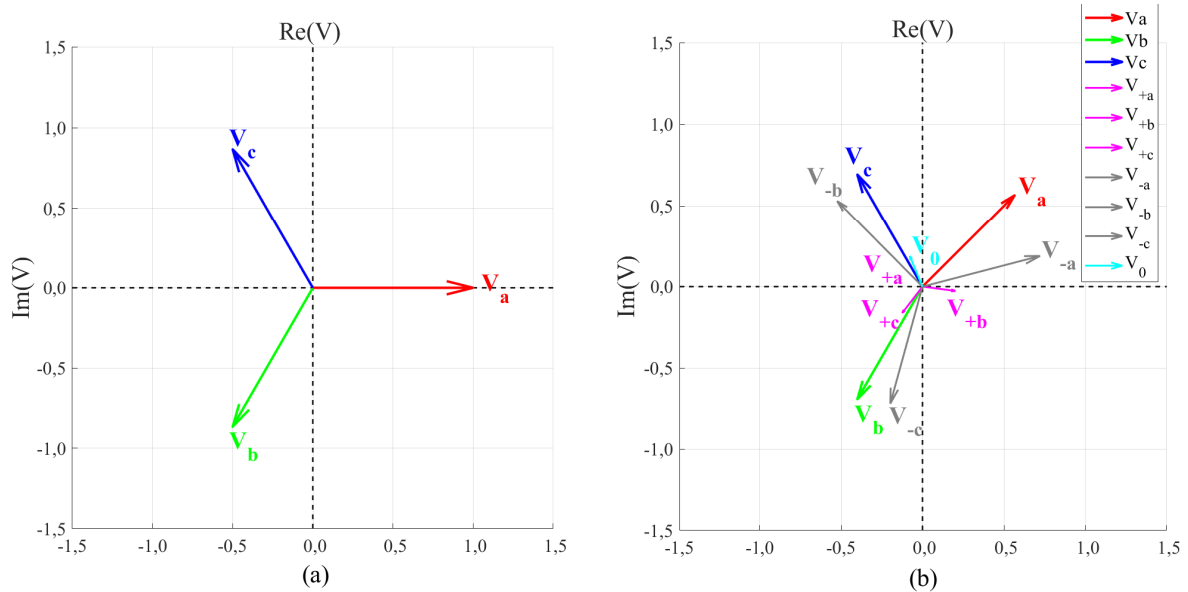
Portanto, para um sistema trifásico desequilibrado, como mostrado na Figura 3, os três fasores de tensão (\dot{V}_a , \dot{V}_b e \dot{V}_c), são decompostos em três sistemas trifásicos equilibrados, denominados respectivamente, como sequência positiva (\dot{V}_{a+} , \dot{V}_{b+} e \dot{V}_{c+}) sequência negativa (\dot{V}_{a-} , \dot{V}_{b-} e \dot{V}_{c-}) e sequência zero (\dot{V}_{a^0} , \dot{V}_{b^0} e \dot{V}_{c^0}).

Assim, os fasores desequilibrados originais são dados pela soma de suas respectivas componentes simétricas, conforme (3.1):

$$\dot{V}_{abc} = \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{a^0} + \dot{V}_{a+} + \dot{V}_{a-} \\ \dot{V}_{b^0} + \dot{V}_{b+} + \dot{V}_{b-} \\ \dot{V}_{c^0} + \dot{V}_{c+} + \dot{V}_{c-} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Através do operador de rotação de fase α , dado por (3.2):

Figura 3 – Exemplos de diagramas fasoriais. (a) Sistema trifásico equilibrado. (b) Decomposição de um sistema desequilibrado em três sistemas simétricos, pelo Teorema de Fortescue.



Fonte: Autoria própria.

$$\alpha = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} = 1\angle 120^\circ \quad (3.2)$$

São calculadas as tensões dos sistemas de sequência positiva (\dot{V}_{abc+}), sequência negativa (\dot{V}_{abc-}) e sequência zero (\dot{V}_{abc^0}), conforme (3.3), (3.4) e (3.5), respectivamente.

$$\dot{V}_{abc+} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ \alpha^2 & 1 & \alpha \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\dot{V}_{abc-} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha^2 & \alpha \\ \alpha & 1 & \alpha^2 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\dot{V}_{abc^0} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Destaca-se que o Teorema de Fortescue pode ser aplicado para sinais discretizados no tempo, conforme as Equações 3.6, 3.7 e 3.8 (Iravani; Karimi-Ghartemani, 2003).

Vale ressaltar que, para um sistema equilibrado e simétrico, existe somente a sequência positiva, enquanto que as sequências negativa e zero possuem valor nulo, como é apresentado na Figura 4. Já para um sistema trifásico desequilibrado, as tensões dos sistemas de sequências positiva, negativa e zero apresentam valores proporcionais ao desequilíbrio, conforme a Figura 5.

Figura 4 – Tensões do sistema v_{abc} (a) decompostas nas suas componentes de sequência positiva (b), negativa (c) e zero (d) de um sistema trifásico equilibrado.

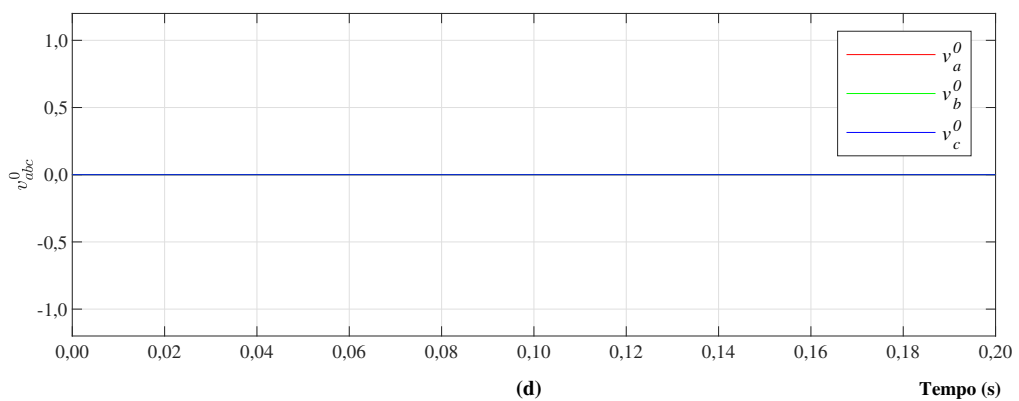
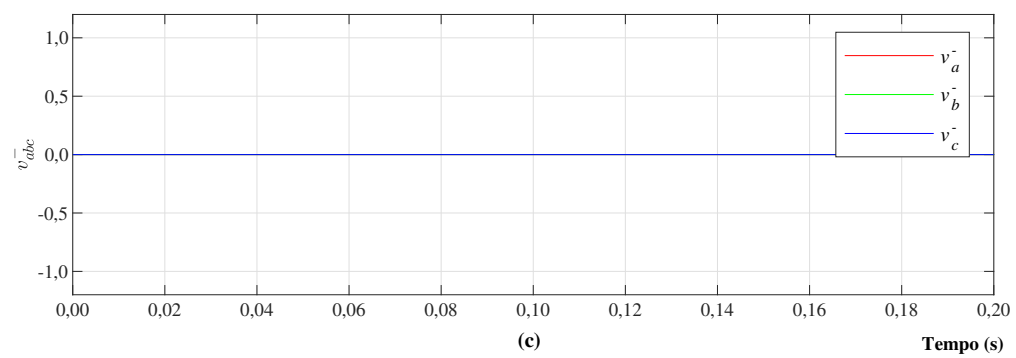
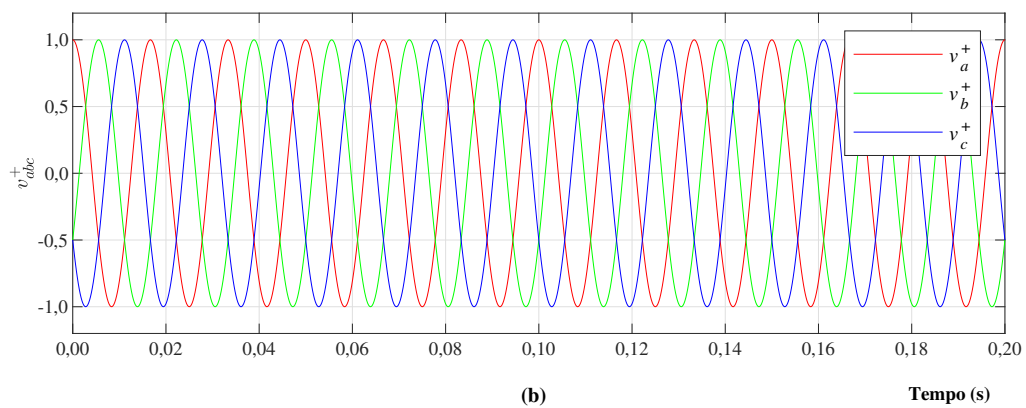
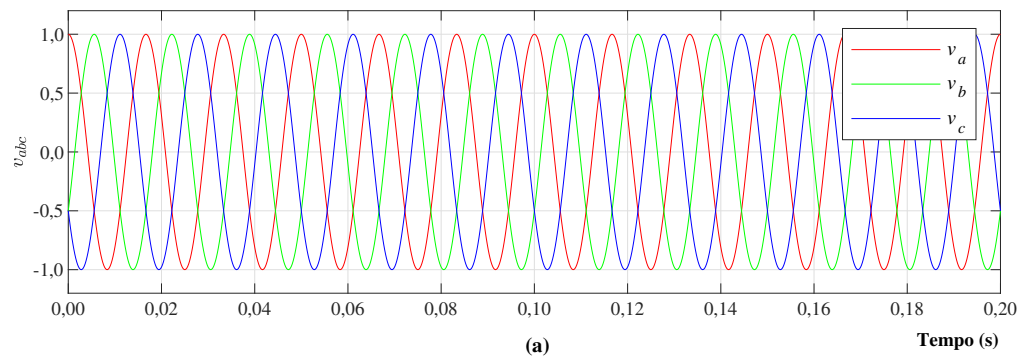
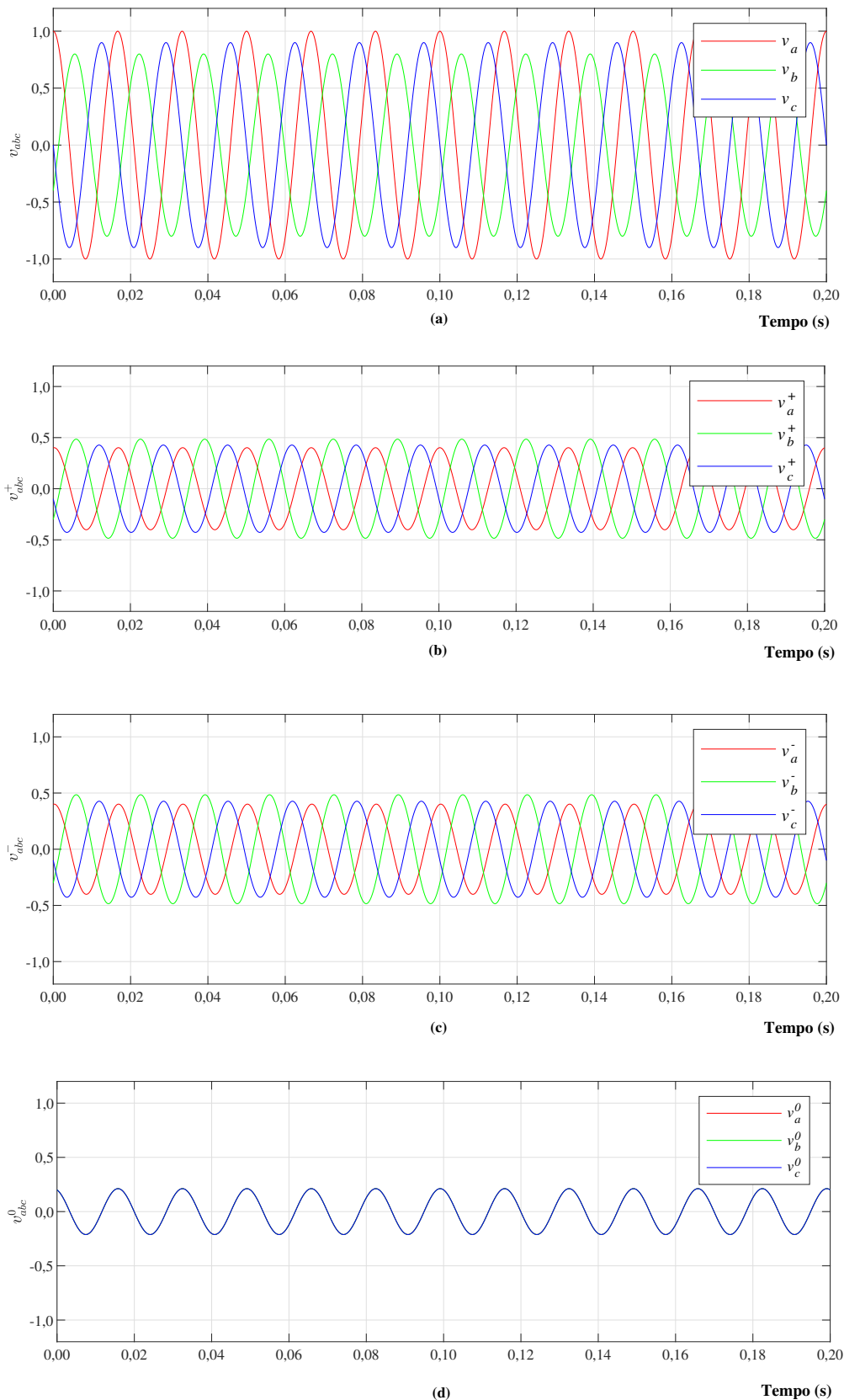


Figura 5 – Tensões do sistema v_{abc} (a) decompostas nas suas componentes de sequência positiva (b), negativa (c) e zero (d) de um sistema trifásico desequilibrado.



Fonte: Autoria própria.

$$v_{abc}^+(t) = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ \alpha^2 & 1 & \alpha \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$v_{abc}^-(t) = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha^2 & \alpha \\ \alpha & 1 & \alpha^2 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$v_{abc}^0(t) = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

3.3 Transformada de Clarke para Sistemas Desbalanceados

Conforme Clarke (1943), considerando um conjunto de amostras dos sinais de tensão de um sistema trifásico $[v_{abc}(n)]$ decomposto em suas componentes simétricas, conforme apresentado na Seção anterior, é possível aplicar a Transformada de Clarke em cada uma das componentes de sequência obtidas, podendo-se assim, determinar os valores das componentes $\alpha\beta$ de sequência positiva, negativa e zero para amostra atual n . Sendo assim, as componentes $\alpha\beta$ para os sinais de sequência positiva podem ser obtidas a partir de (3.9) e o fasor $\alpha\beta$ correspondente é dado por (3.10).

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha}^+(n) \\ v_{\beta}^+(n) \\ v_0^+(n) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a^+(n) \\ v_b^+(n) \\ v_c^+(n) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$u^+(n) = v_{\alpha}^+(n) + jv_{\beta}^+(n) \quad (3.10)$$

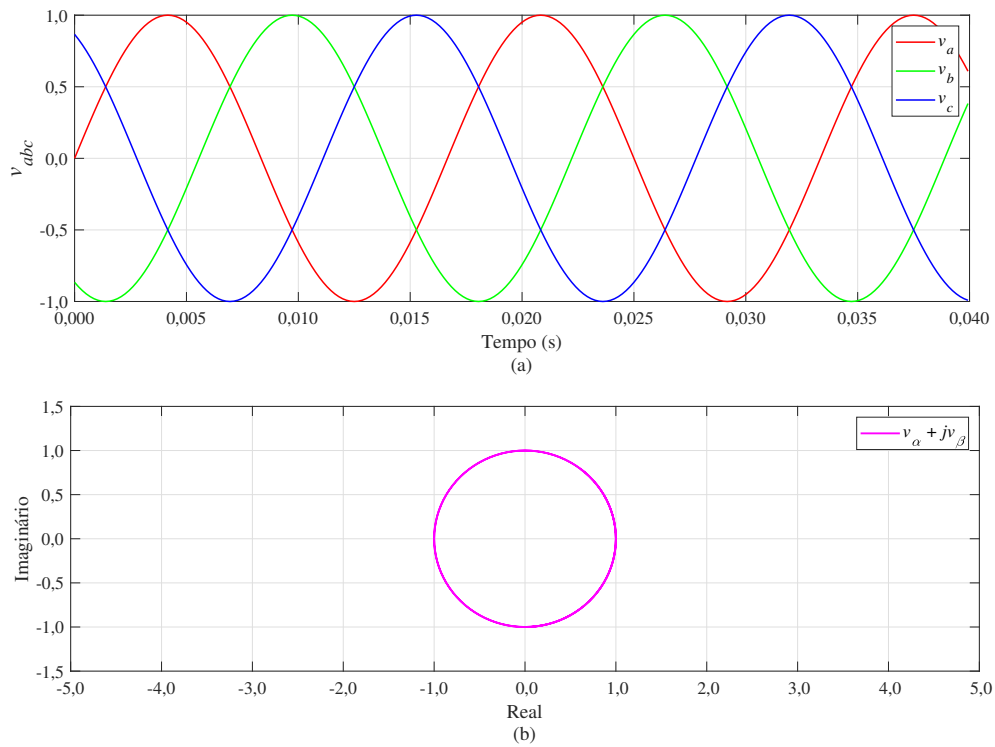
Analogamente, as componentes $\alpha\beta$ para as sequências negativa e zero podem ser obtidas através das Equações 3.11 a 3.14. As Figuras 6 e 7 apresentam um comparativo entre o resultado da Transformada de Clarke para condições de sistemas equilibrados e desequilibrados, respectivamente.

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha}^-(n) \\ v_{\beta}^-(n) \\ v_0^-(n) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a^-(n) \\ v_b^-(n) \\ v_c^-(n) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$u^-(n) = v_{\alpha}^-(n) + jv_{\beta}^-(n) \quad (3.12)$$

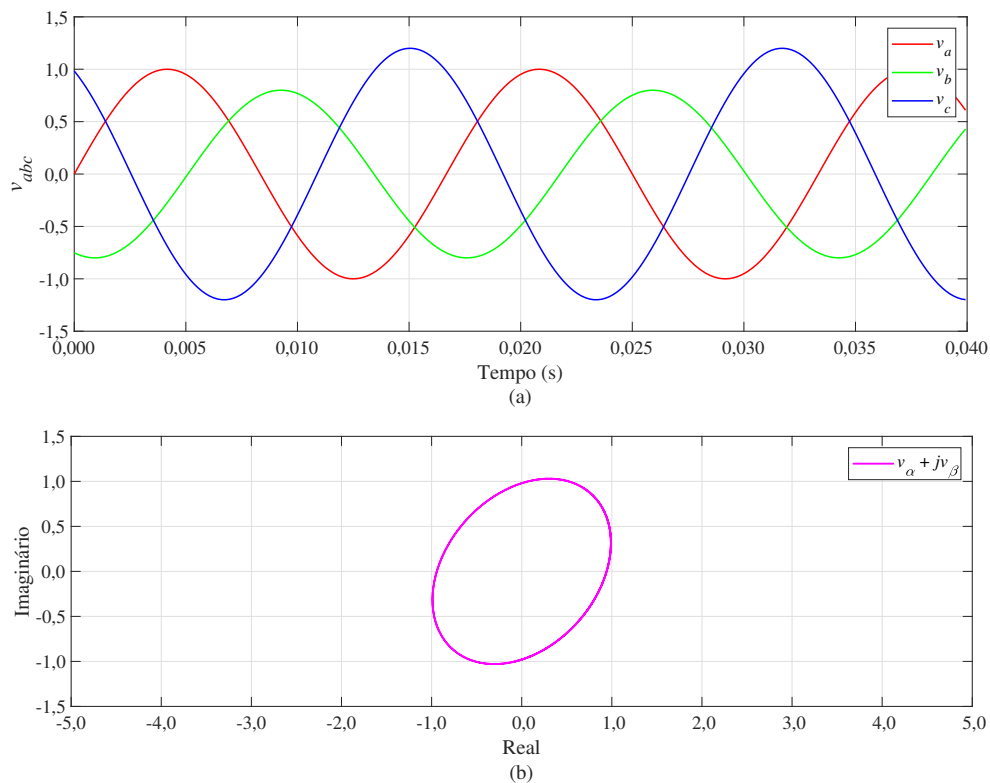
$$\begin{bmatrix} v_{\alpha}^0(n) \\ v_{\beta}^0(n) \\ v_0^0(n) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a^0(n) \\ v_b^0(n) \\ v_c^0(n) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Figura 6 – Aplicação da Transformada de Clarke em sinais de tensão equilibrados. (a) Sistema v_{abc} com tensões equilibradas. (b) Componentes real e imaginária do sinal complexo.



Fonte: Autoria própria.

Figura 7 – Aplicação da Transformada de Clarke em sinais de tensão desequilibrados. (a) Sistema v_{abc} com tensões desequilibradas. (b) Componentes real e imaginária do sinal complexo.



Fonte: Autoria própria.

$$u^0(n) = v_\alpha^0(n) + jv_\beta^0(n) \quad (3.14)$$

O sinal complexo resultante do sistema com a contribuição de todas as componentes simétricas é então dado por (3.15), o qual não é um valor representativo do sistema, utilizado apenas para a solução da transformada de Clarke em sistemas desequilibrados (Clarke, 1943).

$$u^{+-0}(n) = u^+(n) + u^-(n) + u^0(n) \quad (3.15)$$

3.4 Estimador de Frequência Proposto

O método proposto é baseado na estimação de frequência por meio da Transformada de Clarke para sistemas desbalanceados e da Morfologia Matemática. Sendo assim, usando amostras dos sinais de tensão de cada fase de um sistema trifásico (v_a , v_b e v_c) decompostos em suas componentes simétricas ($[v_{abc}^+]$, $[v_{abc}^-]$, $[v_{abc}^0]$), aplica-se a transformada de Clarke, conforme as Equações 3.9 a 3.14, apresentadas na Seção 3.3.

A Figura 8 apresenta as formas de onda resultantes da transformada de Clarke para um sinal balanceado (8(a)) e para um sinal desbalanceado (8(b)). Como as formas de onda de v_α e v_β possuem aspectos senoidais, os valores futuros podem ser estimados por meio de operadores de dilatação e erosão da Morfologia Matemática (Santos *et al.*, 2015), valendo-se do uso de um conjunto de elementos estruturantes que apresentem essa mesma característica. Sendo assim, para esta aplicação, foi definido um conjunto estruturante de dimensão um, composto por valores resultantes da função cosseno, conforme a Equação 3.16.

$$b_1 = \{\cos[(2\pi f \Delta t)] \mid \cos[(2\pi f \Delta t)]\} \quad (3.16)$$

A partir dos sinais obtidos, v_α e v_β , o estimador de frequência proposto utiliza os operadores da morfologia matemática aplicados em duas janelas móveis, sendo estas formadas por 3 amostras consecutivas dos sinais v_α e v_β , respectivamente, conforme as Equações 3.17 e 3.18.

$$w_\alpha(n) = [v_\alpha(n-2) \quad v_\alpha(n-1) \quad v_\alpha(n)] \quad (3.17)$$

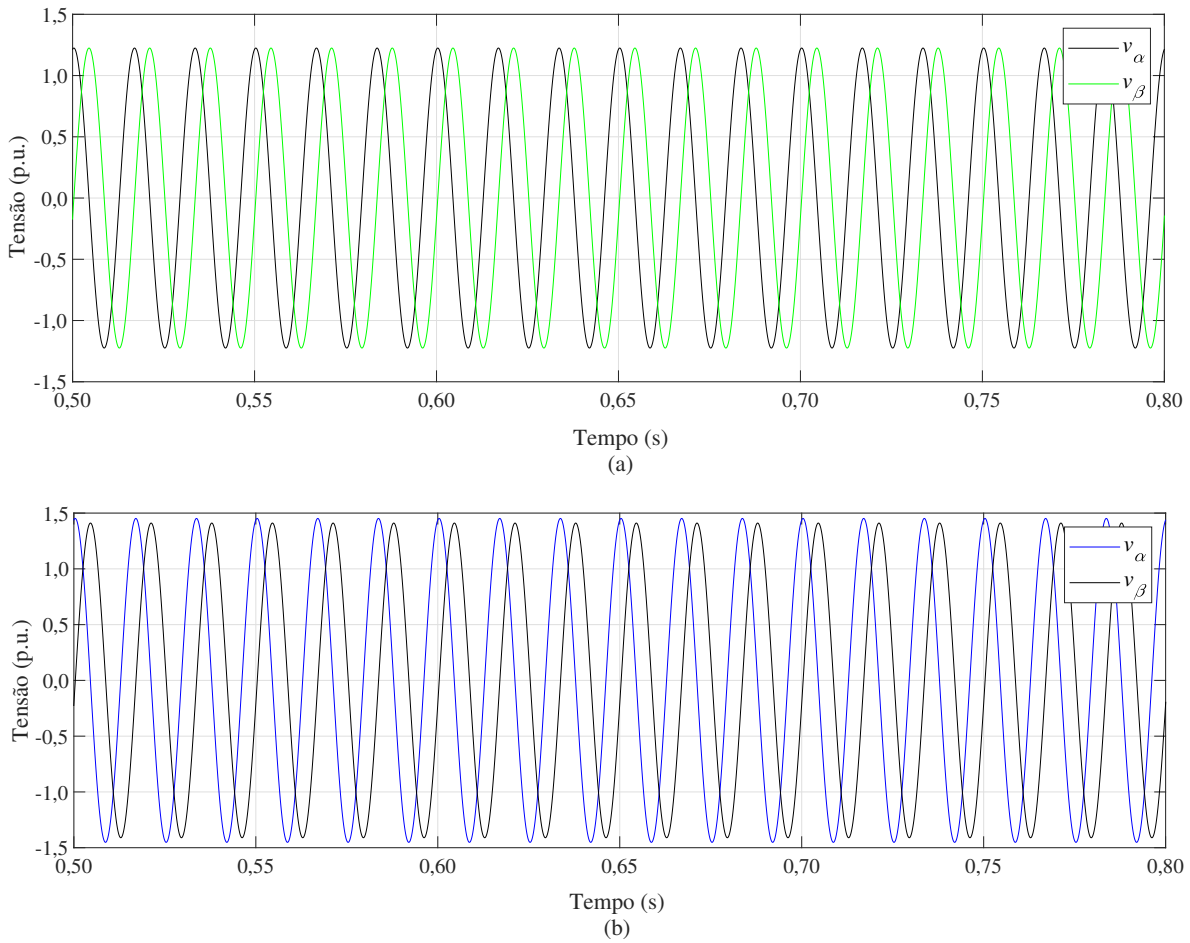
$$w_\beta(n) = [v_\beta(n-2) \quad v_\beta(n-1) \quad v_\beta(n)] \quad (3.18)$$

Para a atualização das janelas móveis, a amostra mais antiga ($n-2$) é descartada e amostras restantes são deslocadas para a esquerda, sendo a amostra recebida ($n+1$) alocada na posição anteriormente ocupada pela amostra (n) e, assim, sucessivamente. Em cada janela, são aplicados os operadores de dilatação e erosão, conforme as Equações 3.19 e 3.20 para cada componente α e β .

$$[w_{\alpha \text{ ou } \beta} \oplus b_1](n) = \frac{v_{\alpha \text{ ou } \beta}(n-2)}{b_1} \quad (3.19)$$

$$[w_{\alpha \text{ ou } \beta} \ominus b_1](n) = \frac{v_{\alpha \text{ ou } \beta}(n)}{b_1} \quad (3.20)$$

Figura 8 – Transformada de Clarke aplicada à um sistema balanceado (a) e à um sistema desbalanceado (b).



Fonte: Autoria própria.

Com os valores resultantes dos cálculos das dilatações e erosões para os sinais v_α e v_β , é feita a estimação dos valores futuros, por meio da Equação 3.21, adaptada de (2.17) pelo uso do elemento estruturante de dimensão 1.

$$P(n) = \frac{1}{2} \{ [w \oplus b_1](n) + [w \ominus b_1](n) \} \quad (3.21)$$

Os valores futuros obtidos para os sinais de v_α e v_β (P_α e P_β) são então utilizados para formar o sinal complexo, dada pela Equação 3.22.

$$u_{est}(n) = P_\alpha(n) + j \cdot P_\beta(n) \quad (3.22)$$

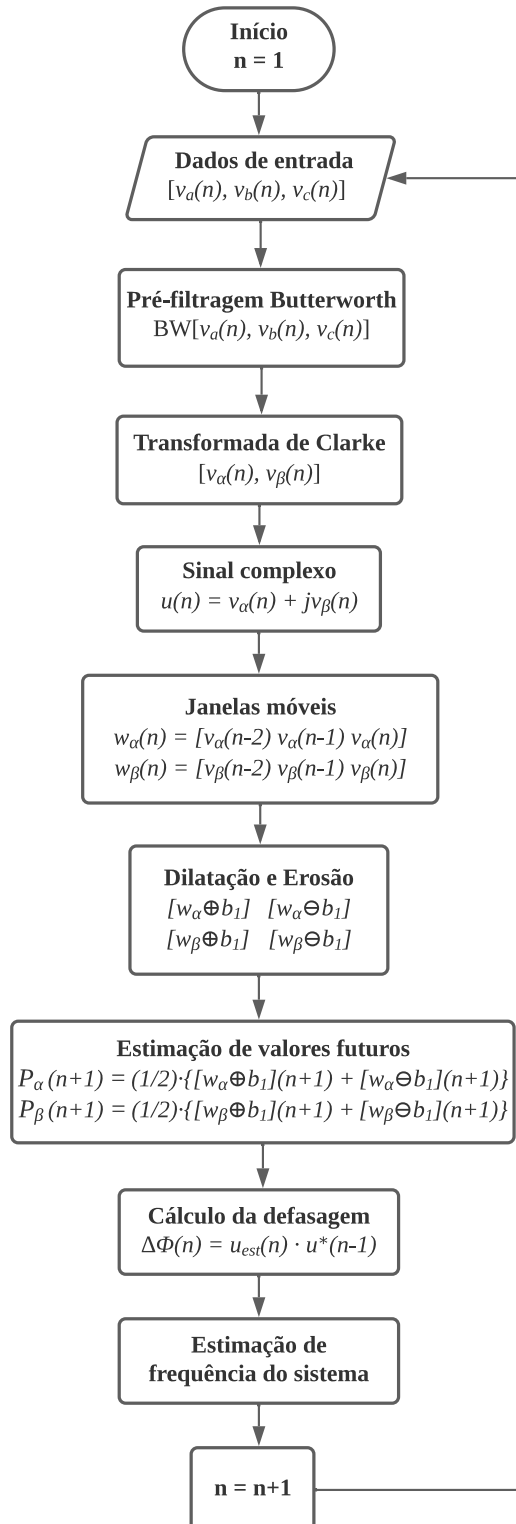
Após, calcula-se a diferença de fase ($\Delta\Phi$) entre $u_{est}(n)$ e $u(n)$ a partir de (3.23):

$$\Delta\Phi(n) = u_{est}(n) \cdot u^*(n) \quad (3.23)$$

Por fim, a estimação da frequência do sistema é dada pela Equação 3.24. Em (3.24), Re e Im representam, respectivamente, as partes real e imaginária de $\Delta\Phi(n)$ e f_s é a frequência

de amostragem. Para o método apresentar um melhor desempenho frente às variações, foi utilizada uma pré-filtragem, com filtro de Butterworth de 2ª ordem com largura de banda de 6 Hz, centralizada em $f_0 = 60$ Hz. O fluxograma do estimador de frequência proposto pode ser visto na Figura 9.

Figura 9 – Fluxograma do Estimador de Frequência.



$$f_{est}(n) = \frac{f_s}{2\pi} \cdot \tan^{-1} \left\{ \frac{Im[\Delta\Phi(n)]}{Re[\Delta\Phi(n)]} \right\} \quad (3.24)$$

3.5 Modelagem matemática dos casos de variação de frequência

A metodologia proposta para estimação de frequência foi testada para diferentes sinais de tensão, os quais foram gerados computacionalmente, representando diferentes tipos de variação de frequência. Em todos os casos, a frequência fundamental de 60 Hz foi assumida como a frequência inicial.

Todos os sinais de tensão foram gerados conforme (3.25) a (3.27), onde $f(n)$ representa o sinal de frequência, o qual é definido por uma equação particular para cada tipo de desvio, de acordo com Marchesan *et al.* (2013). Nessas Equações, A representa a amplitude dos sinais e $t(n)$ é o valor do instante de tempo t atribuído a amostra n .

$$v_a(n) = A \cdot \cos[2\pi \cdot f(n) \cdot t(n)] \quad (3.25)$$

$$v_b(n) = A \cdot \cos \left[2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) - \left(\frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (3.26)$$

$$v_c(n) = A \cdot \cos \left[2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) + \left(\frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (3.27)$$

A modelagem matemática das respectivas variações de frequência é apresentada nas Subseções seguintes.

3.5.1 Variação de frequência em degrau

Neste caso, os sinais de tensão foram gerados de acordo com as Equações 3.25 a 3.27, mas a frequência fundamental muda subitamente de 60 Hz para outro valor, a partir do instante definido para a incidência do distúrbio.

3.5.2 Variação de frequência em rampa

Para este tipo de variação, o desvio do sinal de frequência é dado por (3.28), onde f_0 representa a frequência inicial, Δf é a taxa de variação da frequência e $t(n)$, o instante de tempo para a amostra n .

$$f(n) = f_0 + \Delta f \cdot t(n) \quad (3.28)$$

3.5.3 Variação exponencial de frequência

Neste caso, em (3.25) a (3.27) a frequência varia de acordo com (3.29), em forma exponencial, conforme o valor de Δf .

$$f(n) = f_0 + \Delta f \cdot \left(1 - e^{-\frac{t(n)}{\tau}} \right) \quad (3.29)$$

Em (3.29), τ é a constante de tempo da função exponencial.

3.5.4 Variação senoidal amortecida de frequência

Esses sinais são gerados usando a Equação 3.25 a 3.27, onde a variação da frequência é dada por (3.30).

$$f(n) = f_0 + \Delta f \cdot \text{sen}(\omega_f \cdot t(n)) \cdot e^{-\frac{t(n)}{\tau}} \quad (3.30)$$

Em (3.30), Δf é o módulo da amplitude da variação da frequência, ω_f é a frequência angular em rad/s e τ a constante de tempo da senoide amortecida.

3.5.5 Variação de fase

Os sinais de tensão na rede podem apresentar variações súbitas de fase, provocadas por chaveamentos de linhas de transmissão, linhas de distribuição e banco de capacitores, conforme Marchesan *et al.* (2013).

Para este caso, foram utilizadas as Equações 3.31 a 3.33 de modo a gerar variações de fase.

$$v_a(n) = A \cdot \cos[2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) + \Delta\theta] \quad (3.31)$$

$$v_b(n) = A \cdot \cos \left[2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) - \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \Delta\theta \right] \quad (3.32)$$

$$v_c(n) = A \cdot \cos \left[2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) + \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \Delta\theta \right] \quad (3.33)$$

Em (3.31) a (3.33), $\Delta\theta$ representa a amplitude da variação de fase, a qual muda subitamente de zero para $\Delta\theta$, após o instante considerado para início deste evento.

3.5.6 Variação de amplitude

Também em acordo com Marchesan *et al.* (2013), transitórios causados por faltas ou chaveamentos podem causar variações de amplitude. Sendo assim, foram testados casos em que, nas Equações 3.25 a 3.27, a amplitude A dos sinais de tensão das três fases variam igualmente após um instante pré-determinado, para um valor 10% maior ou menor do que a amplitude inicial.

3.5.7 Sinais com harmônicos, inter-harmônicos e sub-harmônicos

Sinais elétricos podem ser corrompidos por distorções decorrentes de ruído colorido, como harmônicos, sub-harmônicos e inter-harmônicos. Estas distorções são sinais senoidais com frequências diferentes da fundamental, as quais podem prejudicar significativamente a resposta dos estimadores de frequência.

Os sinais de harmônicos são causados pela atuação de fontes chaveadas e equipamentos a arco elétrico. Já os sinais sub-harmônicos e inter-harmônicos são provenientes de atuação de inversores e outras fontes chaveadas (Santos *et al.*, 2015).

Os harmônicos possuem frequências múltiplas inteiras da frequência fundamental, como apresentam as Equações 3.34 a 3.36, as quais representam a modelagem matemática dos sinais

de tensão distorcidos por esse fenômeno.

$$v_a(n) = A \cdot \cos[2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) + \phi] + \sum_{k=1}^m A_k \cdot \cos[k \cdot 2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) + \phi_k] \quad (3.34)$$

$$v_b(n) = A \cdot \cos \left[2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) - \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \phi \right] + \sum_{k=1}^m A_k \cdot \cos \left[k \cdot 2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) - \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \phi_k \right] \quad (3.35)$$

$$v_c(n) = A \cdot \cos \left[2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) + \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \phi \right] + \sum_{k=1}^m A_k \cdot \cos \left[k \cdot 2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) + \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \phi_k \right] \quad (3.36)$$

Onde m é a maior ordem harmônica, k é a k -ésima harmônica. A_k , f_k e ϕ_k , são, respectivamente, a amplitude, a frequência (dada por $k \cdot 60$ Hz) e a fase da k -ésima harmônica.

Já os sub-harmônicos apresentam frequências inferiores à frequência fundamental e a respectiva modelagem matemática dos sinais de tensão foi feita em acordo com (3.37) a (3.39).

$$v_a(n) = A \cdot \cos[2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) + \phi] + \sum_{k_s=1}^{m_s} A_{k_s} \cdot \cos \left[\frac{1}{x_{k_s}} \cdot 2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) + \phi_{k_s} \right] \quad (3.37)$$

$$v_b(n) = A \cdot \cos \left[2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) - \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \phi \right] + \sum_{k_s=1}^{m_s} A_{k_s} \cdot \cos \left[\frac{2\pi \cdot f(n) \cdot t(n)}{x_{k_s}} - \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \phi_{k_s} \right] \quad (3.38)$$

$$v_c(n) = A \cdot \cos \left[2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) + \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \phi \right] + \sum_{k_s=1}^{m_s} A_{k_s} \cdot \cos \left[\frac{2\pi \cdot f(n) \cdot t(n)}{x_{k_s}} + \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \phi_{k_s} \right] \quad (3.39)$$

Onde m_s é o número máximo de sub-harmônicas, k_s é a sub-harmônica, A_{k_s} é a amplitude, $f_{k_s} = f/x_{k_s}$ é a frequência e ϕ_{k_s} é a fase, sendo todos esses parâmetros referentes à k -ésima sub-harmônica.

Por fim, os sinais inter-harmônicos são sinais senoidais com frequências entre duas harmônicas consecutivas. Para gerar as distorções causadas por esse fenômeno, os sinais de tensão foram modelados conforme as Equações 3.40 a 3.42.

$$v_a(n) = A \cdot \cos[2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) + \phi] + \sum_{k_i=1}^{m_i} A_{k_i} \cdot \cos [x_{k_i} \cdot 2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) + \phi_{k_i}] \quad (3.40)$$

$$v_b(n) = A \cdot \cos \left[2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) - \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \phi \right] + \sum_{k_i=1}^{m_i} A_{k_i} \cdot \cos \left[x_{k_i} \cdot 2\pi f(n)t(n) - \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \phi_{k_i} \right] \quad (3.41)$$

$$v_c(n) = A \cdot \cos \left[2\pi \cdot f(n) \cdot t(n) + \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \phi \right] + \sum_{k_i=1}^{m_i} A_{k_i} \cdot \cos \left[x_{k_i} \cdot 2\pi f(n)t(n) + \left(\frac{2\pi}{3} \right) + \phi_{k_i} \right] \quad (3.42)$$

Onde m_i é o número máximo de inter-harmônicas, k_i é a inter-harmônica, A_{k_i} é a amplitude, $f_{k_i} = x_{k_i} \cdot f$ é a frequência entre duas harmônicas consecutivas e ϕ_{k_i} é a fase, sendo todas essas grandezas referentes à k -ésima inter-harmônica.

3.5.8 Sinais com ruídos

Os ruídos brancos estão presentes em todo o sistema elétrico, podendo ser causados na própria amostragem do sinal ou em equipamentos ao redor (Marchesan *et al.*, 2013). Além disso, os níveis de ruído em linhas de transmissão estão entre 50 e 70 dB (Santos *et al.*, 2015).

A modelagem do ruído pode ser feita segundo a distribuição gaussiana através da relação sinal-ruído (SNR, do inglês "*Signal-to-Noise Ratio*") e é dada pela Equação 3.43 (Oppenheim; Willsky; Nawab, 1996):

$$SNR_{dB} = 20 \log_{10} \frac{A_{sinal}}{A_{ruído}} \quad (3.43)$$

Onde A_{sinal} é a amplitude do sinal e $A_{ruído}$ é a amplitude do ruído. Para fins de simulação foram testados casos com valores de SNR na faixa de 40 dB. Sendo assim, para analisar o desempenho da metodologia proposta para o processamento de sinais corrompidos por ruídos, as formas de onda geradas conforme as Equações 3.25 a 3.27 foram submetidas à função *awgn* do Matlab, a qual adiciona ruído gaussiano branco proporcional à SNR escolhida nos respectivos sinais.

3.5.9 Sinais com desbalanço de fase

Desbalanços de fase, que podem estar presentes nos sinais de tensão da rede, são provocadas por cargas distribuídas de forma desigual, ocasionadas por conexão de muitas cargas monofásicas em uma mesma fase, e, eventos transitórios e falhas, causados por curto-circuitos monofásicos ou bifásicos, ou descargas atmosféricas, por exemplo, conforme Ma, Fang e Kong (2020).

Para este caso, foram utilizadas as Equações 3.31 a 3.33, variando-se apenas o ângulo de fase do sinal da fase A entre 0° e 180° , a partir da mudança súbita de $\Delta\theta$, o qual foi variado com passos de 30° em cada caso gerado.

3.5.10 Sinais com desbalanço de amplitude

De acordo com Ahmed *et al.* (2020), situações de desbalanço de amplitude são causados por cargas desequilibradas nas fases, devido a conexão desigual de cargas monofásicas/bifásicas nas fases ou devido à grandes cargas variáveis em apenas uma fase. Ainda, assimetria de impedâncias do sistema, ocorridas devido a diferenças de resistência/reatâncias entre os condutores, por exemplo, ou falhas na rede, como curto-circuitos monofásicos ou bifásicos, podem causar desbalanços de amplitude nos sinais de tensão da rede.

Para gerar estes casos, na Equação 3.31, a amplitude foi variada entre 0,8 e 1,2 p.u., alterando de 10 em 10% entre cada caso gerado.

3.6 Índices de desempenho

Para validar a qualidade da estimação de frequência da metodologia proposta, foram analisados os seguintes índices de desempenho: tempo de convergência, intervalo de convergência, erro máximo antes da convergência, erro mínimo antes da convergência, erro máximo depois da convergência e erro mínimo depois da convergência, os quais são apresentados nas subseções seguintes.

3.6.1 Tempo de Convergência (TC)

O Tempo de Convergência (TC) é dado pelo instante em que o valor absoluto do erro da estimação é menor que 0,05 Hz por 3 ciclos após a primeira estimação que atende a essa condição. Quando um erro de estimativa é menor que 0,05 Hz, o algoritmo salva o instante e conta o número de estimações com erros menores que 0,05 Hz, até o equivalente a três ciclos (48 cálculos de erro consecutivos para 16 amostras por ciclo, por exemplo). Então, o instante salvo é considerado o tempo de convergência. Se o erro absoluto da estimação for maior que 0,05 Hz antes que o contador atinja três ciclos, o valor salvo é descartado e um novo instante é salvo caso a condição inicial seja novamente satisfeita. Além disso, se o erro absoluto não atender ao critério de convergência estabelecido, a resposta do método é considerada não convergente.

3.6.2 Intervalo de Convergência (IC)

Conforme definido em (3.44), o Intervalo de Convergência (IC) é o intervalo entre o Tempo de Convergência e o Instante de Variação de frequência de algum parâmetro do sinal (IV). É importante ressaltar que IV só existe se houver variação de frequência, de amplitude ou de fase. Caso não haja variação de um desses parâmetros, IC será igual a TC, desde que o critério de convergência seja atendido.

$$IC = TC - IV \quad (3.44)$$

Para fins de proteção, é desejável que as respostas dos estimadores de frequência tenham o menor tempo de convergência possível. Assim, quanto menor o IC, melhor o desempenho do estimador de frequência.

3.6.3 Erro absoluto

É dado pelo módulo da diferença entre a frequência estimada (f_{est}) para a amostra atual e a frequência de referência para o mesmo instante (f_{ref}), de acordo com (3.45).

$$erro(n) = |f_{est}(n) - f_{ref}(n)| \quad (3.45)$$

A partir do erro absoluto, são calculados os valores máximos e mínimos dos erros absolutos das respostas dos métodos, antes e depois de sua respectiva variação. Os demais índices de desempenho considerados neste estudo são, respectivamente: Erro absoluto Máximo

Antes da Convergência ($E_{máxAC}$), Erro absoluto Mínimo Antes da Convergência ($E_{mínAC}$), Erro absoluto Máximo Depois da Convergência ($E_{máxDC}$), Erro absoluto Mínimo Depois da Convergência ($E_{mínDC}$). Para evitar que um relé de frequência opere incorretamente durante um estado transitório de frequência, é desejável que o erro absoluto antes da variação de frequência seja o menor possível, de acordo com Santos *et al.* (2015). Além disso, é importante para o sistema elétrico que o erro de estimação da frequência seja o menor possível durante todo o processamento do sinal, pois este parâmetro indica a precisão da metodologia antes e depois da convergência. Quanto menores os valores desses erros, melhor o desempenho do método.

3.7 Considerações do Capítulo

A técnica apresentada neste Trabalho foi implementada em *Matlab*® e testada para sinais de tensão gerados computacionalmente com diferentes tipos de variação de frequência, conforme aqui apresentado, tendo suas respostas avaliadas em termos dos índices de desempenho discutidos neste Capítulo.

O Capítulo seguinte apresenta a análise dos resultados obtidos pela metodologia proposta, em comparação com a resposta obtida pelos métodos propostos na literatura, os quais foram descritos no Capítulo 2.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Considerações gerais

O presente Capítulo apresenta os resultados da análise do desempenho do estimador de frequência proposto, o qual teve seu desempenho avaliado para diferentes taxas de amostragens, segundo os índices de desempenho descritos no Capítulo anterior. Além disso, as respostas obtidas pelo estimador proposto ao processar sinais com frequência constante e com diferentes tipos de variação de frequência foram comparadas com aquelas obtidas pelas técnicas de detecção da passagem do sinal por zero e DFT, apresentadas no Capítulo 2. Também foram conduzidos testes envolvendo desbalanço de fase e/ou amplitude, distorção harmônica, sub/inter-harmônica e ruído.

4.2 Resultados e Discussões

Para estimação de frequência, foram gerados dados tabulares de séries temporais de sinais de tensão trifásicos no *software* Matlab®. Foram analisados casos com diferentes tipos de variações de frequência, amplitude e fase, além de casos com a presença de harmônicos e ruídos. As taxas de amostragens avaliadas foram de 16, 32, 64 e 128 amostras por ciclo, com sinais de tensão com frequências entre 54,99 e 65 Hz. Em cada caso, a resposta do estimador foi obtida e avaliada quantitativamente pelos índices de desempenho, cujos valores para cada caso são apresentados nas Tabelas a seguir. Além disso, destaca-se a utilização de pré-filtragem, com filtro de Butterworth de 2ª ordem com largura de banda de 6 Hz, centralizada em $f_0 = 60$ Hz. Essa filtragem reduz as oscilações inerentes ao método proposto.

Nas Figuras, estão destacadas as tensões de entrada v_a , v_b e v_c , as frequências estimadas pelos estimadores CS-MM (em azul), ZCD (do inglês, *Zero Crossing signal Detection*, em verde) e DFT (do inglês, *Discrete Fourier Transform*, em vermelho), bem como a frequência de referência (em preto tracejado) e o erro absoluto entre a frequência estimada e a frequência de referência, conforme Equação 3.45. Nas Tabelas, são apresentados os índices de desempenho para cada caso de variação em cada estimador de frequência nas diferentes taxas de amostragens, onde os menores valores estão destacados em verde e os maiores, em vermelho.

4.2.1 Caso 1: Sinais de frequência constante

No primeiro cenário, busca-se avaliar o comportamento do estimador de frequência com relação aos sinais de tensão sem alterações na forma de onda. Sendo assim, foram testados 4008 casos, gerados com frequências constantes em um intervalo entre 54,99 Hz até 65 Hz, com passo de 0,01 Hz, a taxas de amostragens de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo, sendo estes sinais com 60 ciclos.

A Tabela 1 mostra os índices de desempenho obtidos com os estimadores para sinais sem variação de frequência, em todas as taxas de amostragens analisadas, para o caso com frequência de igual a 60 Hz.

Tabela 1 – Índices de desempenho para sinais de frequência constante e igual a 60 Hz.

<i>Estimador de frequência</i>	<i>TC = IC (s)</i>	<i>EmáxAC (Hz)</i>	<i>EmínAC (Hz)</i>	<i>EmáxDC (Hz)</i>	<i>EmínDC (Hz)</i>
<i>16 amostras/ciclo</i>					
<i>CS-MM</i>	5,20833E-02	2,70006E-13	0,00000E+00	2,85638E-12	7,10543E-14
<i>ZCD</i>	6,56250E-02	6,00000E+01	2,13163E-14	4,58300E-12	1,42109E-14
<i>DFT</i>	5,20833E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	2,44427E-12	0,00000E+00
<i>32 amostras/ciclo</i>					
<i>CS-MM</i>	5,10417E-02	2,98428E-13	0,00000E+00	6,58673E-12	2,13163E-14
<i>ZCD</i>	6,40625E-02	6,00000E+01	3,55271E-14	8,20677E-12	8,52651E-14
<i>DFT</i>	5,10417E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	6,48726E-12	1,42109E-14
<i>64 amostras/ciclo</i>					
<i>CS-MM</i>	5,05208E-02	3,62377E-13	7,10543E-15	7,33280E-12	9,23706E-14
<i>ZCD</i>	6,32813E-02	6,00000E+01	3,55271E-14	8,20677E-12	8,52651E-14
<i>DFT</i>	5,05208E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	6,48726E-12	0,00000E+00
<i>128 amostras/ciclo</i>					
<i>CS-MM</i>	5,02604E-02	2,13873E-12	0,00000E+00	2,88054E-11	5,18696E-13
<i>ZCD</i>	6,28906E-02	6,00000E+01	1,70530E-13	3,01625E-11	6,11067E-13
<i>DFT</i>	5,02604E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	2,92459E-11	0,00000E+00

Fonte: Autoria própria.

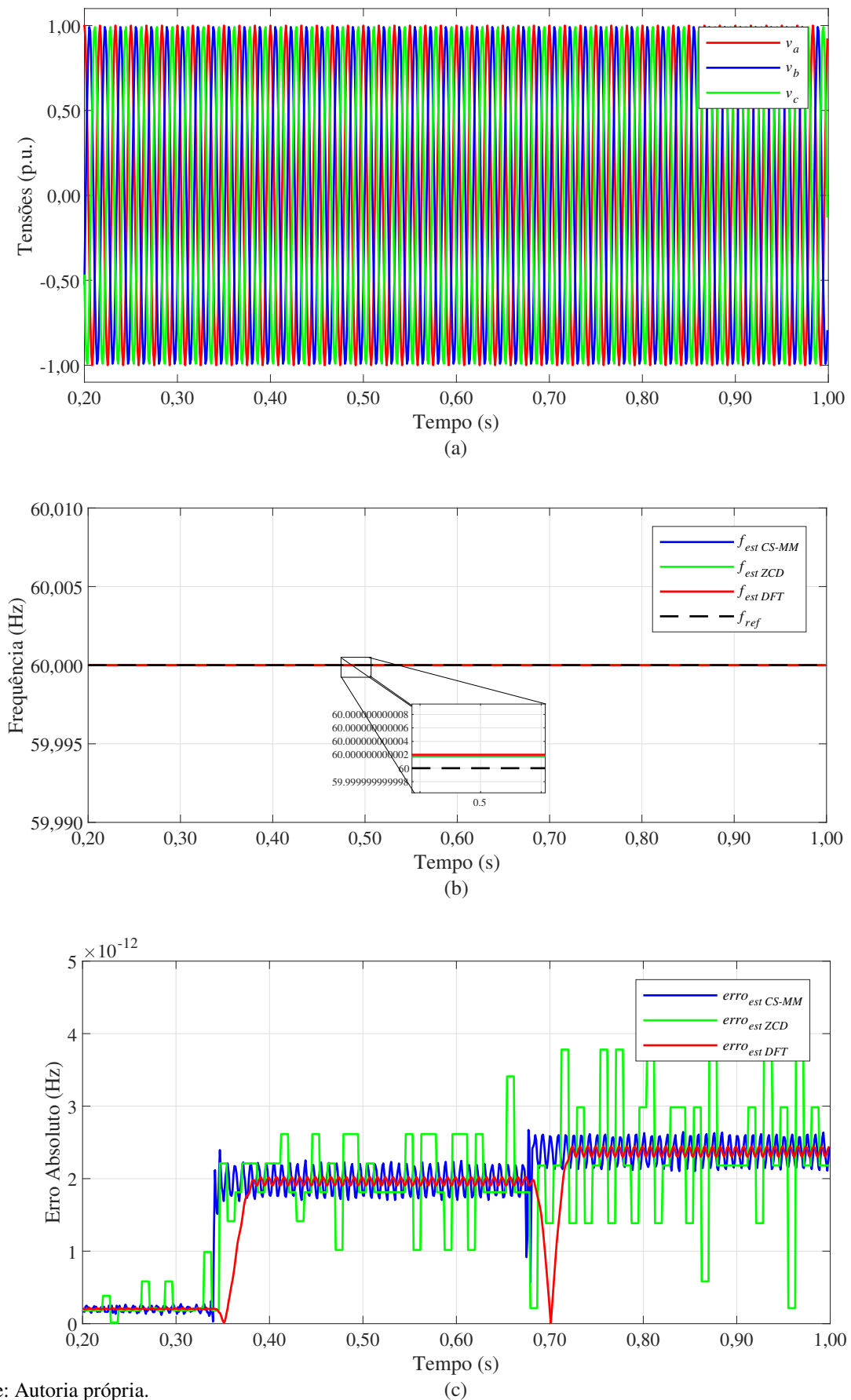
Através da Tabela 1, é possível observar que os três estimadores testados atingiram o critério de convergência entre 50 ms e 66 ms, obtendo os melhores tempos para a amostragem de 128 amostras por ciclo. Vale ressaltar que, para todas as amostragens, os métodos CS-MM e DFT apresentaram os mesmos tempos de convergência da resposta ao processarem os sinais com frequência constante e igual a 60 Hz, sendo que ambas as técnicas apresentaram os melhores desempenhos para esse índice.

Além disso, observa-se que o método fundamentado em DFT obteve os menores erros para todas as amostragens, com exceção do EmáxDC para 128 amostras/ciclo, cujo melhor desempenho foi obtido pela metodologia proposta. Entretanto, a diferença é mínima, visto que ambas as técnicas apresentaram EmáxDC na ordem de 10^{-11} .

Destaca-se também, que os piores desempenhos em todos os índices foram obtidos pelo método ZCD, o qual apresenta o maior erro antes da convergência, uma vez que inicia a estimação da frequência após duas passagens consecutivas do sinal por zero, o que também impacta na lentidão verificada para a convergência da sua resposta.

Por fim, outra observação relevante que pode ser constatada a partir da Tabela 1 é que, de forma geral os erros máximos e mínimos aumentam com o aumento da taxa de amostragem, com exceção do EmáxDC para o CS-MM em 128 amostras/ciclo. A Figura 10 mostra os resultados obtidos pelos métodos analisados.

Figura 10 – Resultados para o caso sem variação de frequência com 16 amostras/ciclo. (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.



Fonte: Autoria própria.

4.2.2 Caso 2: Variação de frequência em degrau

Neste caso, foram gerados 4008 casos de sinais de tensão com frequência variando em degrau de 60 Hz para 54,99 Hz e de 60 até 65 Hz, com passo de 0,01 Hz, com taxas de amostragens de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo, sendo estes sinais com 60 ciclos. A variação de frequência inicia em 0,5 segundo para todos os casos.

A Tabela 2 mostra os índices de desempenho obtidos com os estimadores, para sinais com variação em degrau de frequência de 60 Hz para 59,5 Hz.

Tabela 2 – Índices de desempenho para o caso de variação em degrau de frequência (60 para 59,5 Hz).

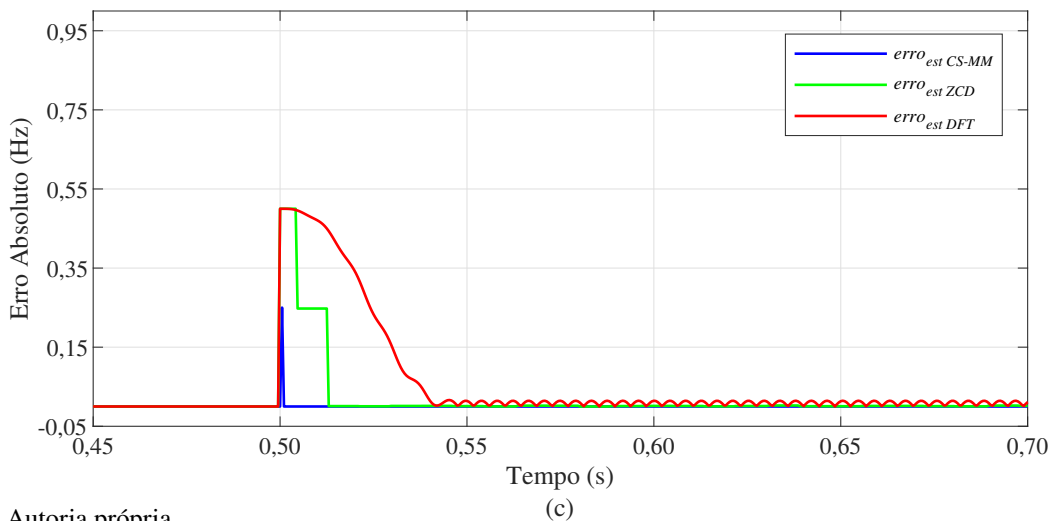
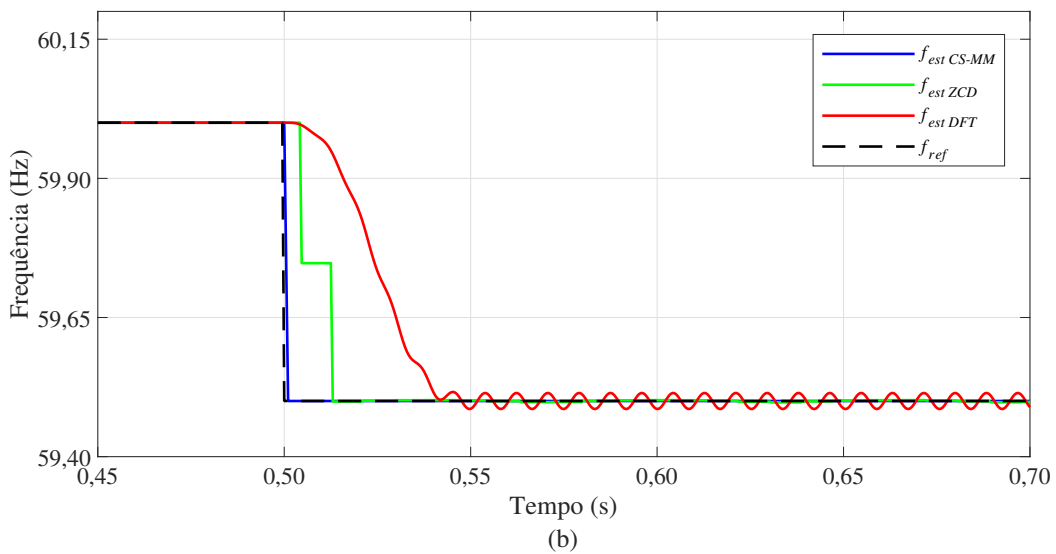
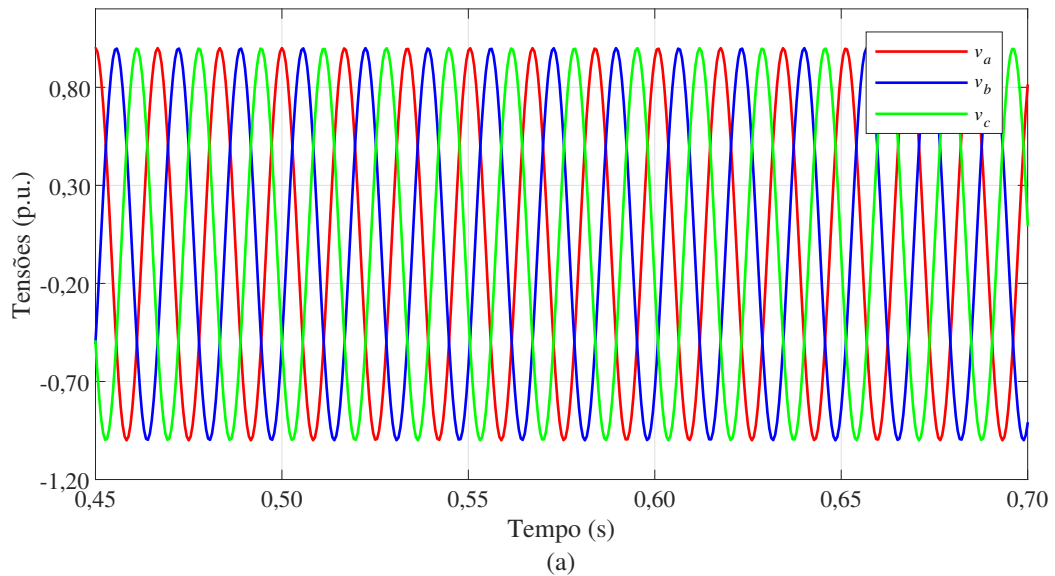
<i>Estimador de frequência</i>	<i>TC (s)</i>	<i>IC (s)</i>	<i>EmáxAC (Hz)</i>	<i>EmínAC (Hz)</i>	<i>EmáxDC (Hz)</i>	<i>EmínDC (Hz)</i>
<i>16 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,52083E-01	5,20833E-02	2,50000E-01	0,00000E+00	2,97007E-12	2,84217E-13
<i>ZCD</i>	5,65625E-01	6,56250E-02	6,00000E+01	1,42109E-14	1,13989E-02	4,08410E-05
<i>DFT</i>	5,89583E-01	8,95833E-02	5,00000E-01	0,00000E+00	1,50986E-02	2,26260E-06
<i>32 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,51042E-01	5,10417E-02	2,50000E-01	0,00000E+00	6,24567E-12	1,67688E-12
<i>ZCD</i>	5,64063E-01	6,40625E-02	6,00000E+01	3,55271E-14	2,52965E-03	3,94562E-05
<i>DFT</i>	5,89063E-01	8,90625E-02	5,00000E-01	0,00000E+00	1,45260E-02	1,86163E-06
<i>64 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,50521E-01	5,50521E-02	2,50000E-01	7,10543E-15	1,16955E-11	1,85452E-12
<i>ZCD</i>	5,63281E-01	6,32813E-02	6,00000E+01	3,55271E-14	4,95076E-04	9,02157E-06
<i>DFT</i>	5,88542E-01	8,85417E-02	5,00000E-01	0,00000E+00	1,43874E-02	1,76139E-06
<i>128 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,50260E-01	5,02604E-02	2,50000E-01	0,00000E+00	2,37392E-11	5,12301E-12
<i>ZCD</i>	5,62891E-01	6,28906E-02	6,00000E+01	1,70530E-13	6,95767E-05	1,99777E-06
<i>DFT</i>	5,88412E-01	8,84115E-02	5,00000E-01	0,00000E+00	1,43529E-02	1,73629E-06

Fonte: Autoria própria.

De maneira geral, o método CS-MM conseguiu estimar satisfatoriamente a frequência em relação aos estimadores ZCD e DFT. Apesar dos Erros Absolutos apresentados, a estimação de frequência apresentou uma rápida convergência, obtendo as melhores respostas, enquanto que o método DFT obteve o pior resultado, para as amostragens de 16, 32 e 64 amostras/ciclo.

Para o índice de desempenho EmáxAC (Erro Máximo Antes da Convergência) os maiores valores foram verificados para o método ZCD. Já o menor valor foi observado para o método CS-MM (2,5E-01 Hz). Além disso, para o índice de desempenho EmínAC (Erro Mínimo Antes da Convergência), os três métodos apresentaram erros muito pequenos, com aproximadamente 0 Hz nas 4 amostragens. Por fim, nos índices de desempenho EmáxDC (Erro Máximo Depois da Convergência) e EmínDC (Erro Mínimo Depois da Convergência), os métodos ZCD e DFT apresentaram erros mais elevados (em torno de 2,0E-6 a 1,0E-2 Hz), enquanto que o método proposto apresentou valores menores, em torno de 1,0E-11 a 3,0E-13 Hz. A Figura 11 apresenta os resultados para essa variação de frequência em degrau estimada em 32 amostras/ciclo.

Figura 11 – Resultados para o caso de variação de frequência em degrau com 32 amostras/ciclo (60 para 59,5 Hz). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.



Fonte: Autoria própria.

4.2.3 Caso 3: Variação de frequência em rampa

Para o caso de variação de frequência em rampa, foram gerados 4008 casos de sinais de tensão com frequência variando de 60 Hz para 54,99 Hz e de 60 até 65 Hz, com passos de 0,01 Hz, e taxas de amostragens de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo, sendo estes sinais com 60 ciclos. A variação de frequência inicia em 0,5 segundo para todos os casos, além disso, o valor da variação de frequência Δf , conforme a Equação 3.28 da variação em rampa, foi parametrizado em 4, 8, 16 e 32 Hz/s.

A Tabela 3 mostra os índices de desempenho obtidos com os estimadores, para sinais de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo, com variação de frequência em rampa de 60 Hz para 62 Hz.

Tabela 3 – Índices de desempenho para o caso de variação de frequência em rampa (60 para 62 Hz com passo de variação de 4 Hz/s).

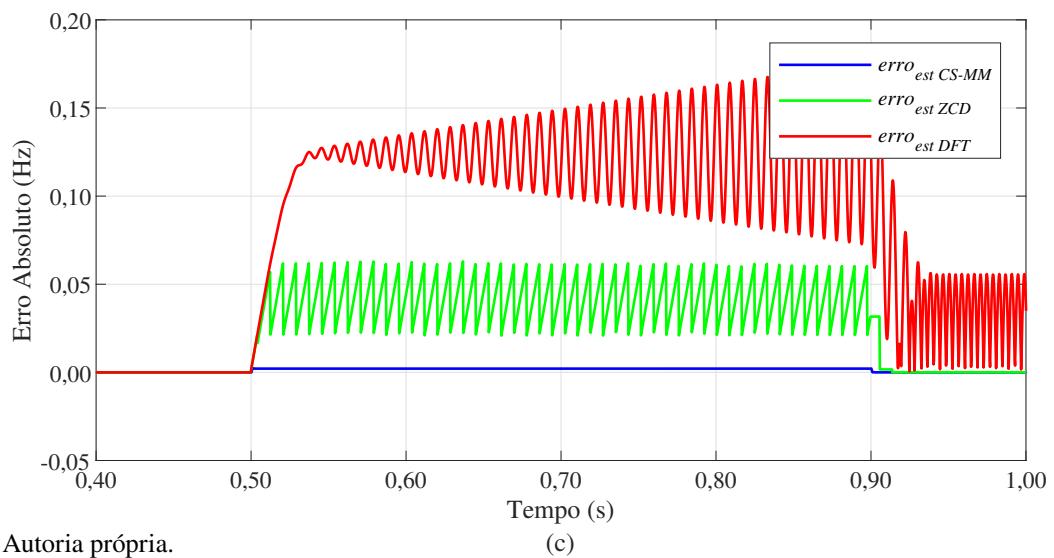
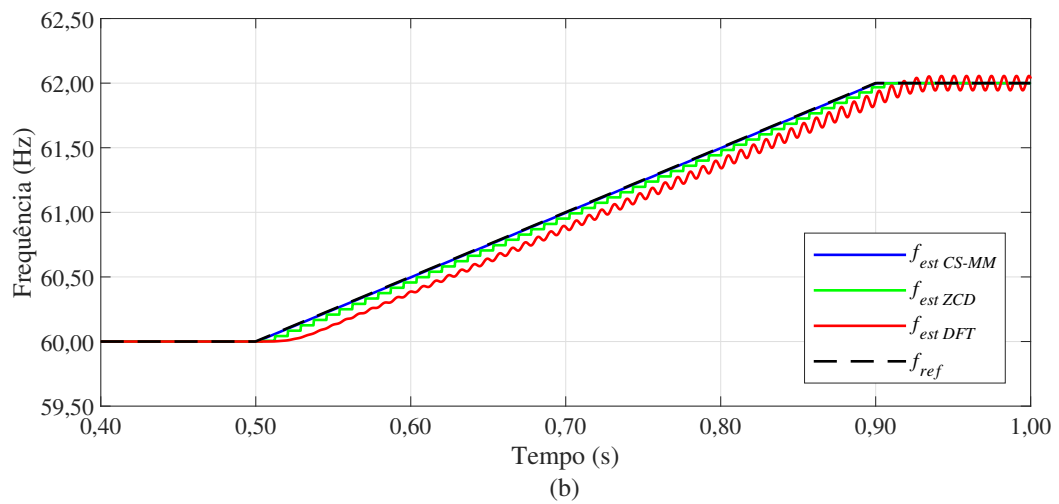
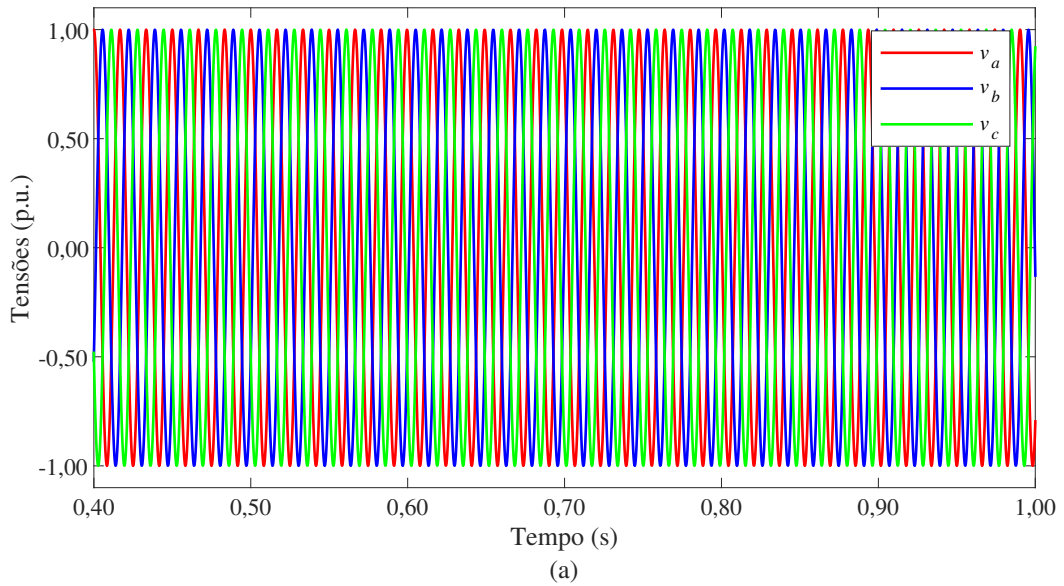
<i>Estimador de frequência</i>	<i>TC (s)</i>	<i>IC (s)</i>	<i>EmáxAC (Hz)</i>	<i>EmínAC (Hz)</i>	<i>EmáxDC (Hz)</i>	<i>EmínDC (Hz)</i>
<i>16 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,51042E-01	5,10417E-02	2,60417E-03	0,00000E+00	2,60417E-03	7,31859E-13
<i>ZCD</i>	9,41667E-01	4,41667E-01	6,00000E+01	1,42109E-14	3,68516E-02	2,08609E-03
<i>DFT</i>	Não convergiu					
<i>32 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,50521E-01	5,05208E-02	1,30208E-03	0,00000E+00	1,30208E-03	6,75016E-13
<i>ZCD</i>	9,48958E-01	4,48958E-01	6,00000E+01	3,55271E-14	5,20995E-03	4,23825E-04
<i>DFT</i>	Não convergiu					
<i>64 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,50260E-01	5,02604E-02	6,51042E-04	7,10543E-15	6,51042E-04	5,62750E-12
<i>ZCD</i>	9,48177E-01	4,48177E-01	6,00000E+01	3,55271E-14	1,05596E-04	5,38664E-06
<i>DFT</i>	Não convergiu					
<i>128 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,50130E-01	5,01302E-02	3,25521E-04	0,00000E+00	3,25521E-04	1,01181E-11
<i>ZCD</i>	9,47917E-01	4,47917E-01	6,00000E+01	1,70530E-13	2,44514E-05	2,14571E-07
<i>DFT</i>	Não convergiu					

Fonte: Autoria própria.

Para o caso de variação em rampa, o método DFT obteve o pior desempenho, não convergindo em nenhuma das 4 taxas de amostragens. Já os métodos de estimação CS-MM e ZCD, nas 4 amostragens, o tempo de convergência foi em torno de 5,5E-01 a 9,5E-01 s, enquanto que, para o intervalo de convergência, todas as amostragens levaram aproximadamente 5,01E-02 a 4,5E-01 segundo após a variação convergir. Já, para o índice de desempenho EmáxAC o maior valor foi no método ZCD, com 60 Hz, enquanto os menores valores foram observados no método CS-MM.

Nos índices de desempenho EmínAC e EmínDC, o método CS-MM obteve valores praticamente nulos (em torno de 1,0E-16 a 1,0E-11 Hz), já o método ZCD, para estes índices, apresentou valores variando entre 1,4E-14 a 2,1E-03 Hz. E por fim, no índice EmáxDC, para os métodos ZCD e CS-MM, os resultados foram em torno de 2,4E-05 a 3,7E-02 Hz. A Figura 12 apresenta os resultados, em 64 amostras/ciclo para variação de frequência em rampa de 60 para 62 Hz utilizando os estimadores.

Figura 12 – Resultados para o caso de variação de frequência em rampa com 64 amostras/ciclo (60 para 62 Hz). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.



Fonte: Autoria própria.

4.2.4 Caso 4: Variação exponencial de frequência

Para o caso de variação exponencial de frequência, foram gerados 8016 casos de sinais de tensão com frequência variando exponencialmente de 60 Hz para 54,99 Hz e de 60 até 65 Hz, com passos de 0,01 Hz, para taxas de amostragens de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo, sendo estes sinais com 60 ciclos. A variação de frequência inicia em 0,5 segundo para todos os casos. Além disso, foram gerados casos com o valor da constante de tempo $\tau = 0,1$ e 0,05 segundo, de acordo com a Equação 3.29.

A Tabela 4 mostra os índices de desempenho obtidos com os estimadores, para sinais de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo, com variação exponencial de frequência de 60 Hz para 61,6 Hz.

Tabela 4 – Índices de desempenho para variação exponencial de frequência (60 Hz para 61,6 Hz, $\Delta f = 1,6 \text{ Hz}$ e $\tau = 0,10 \text{ s}$).

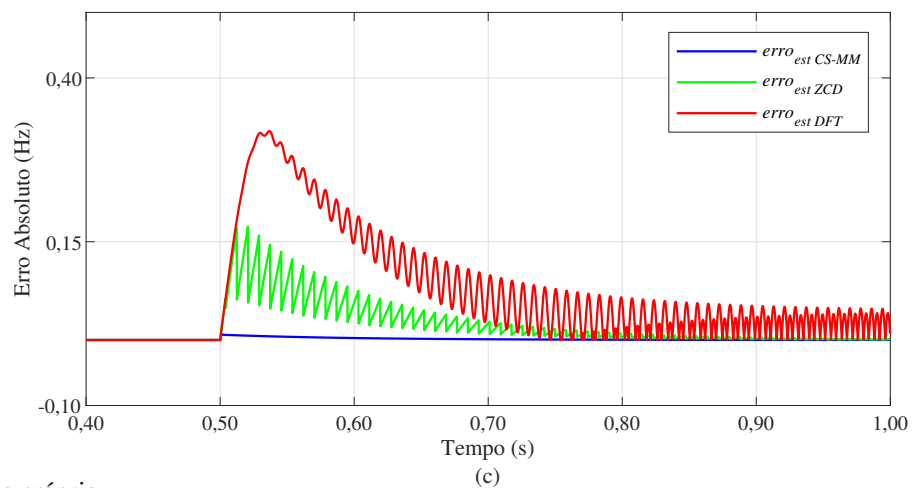
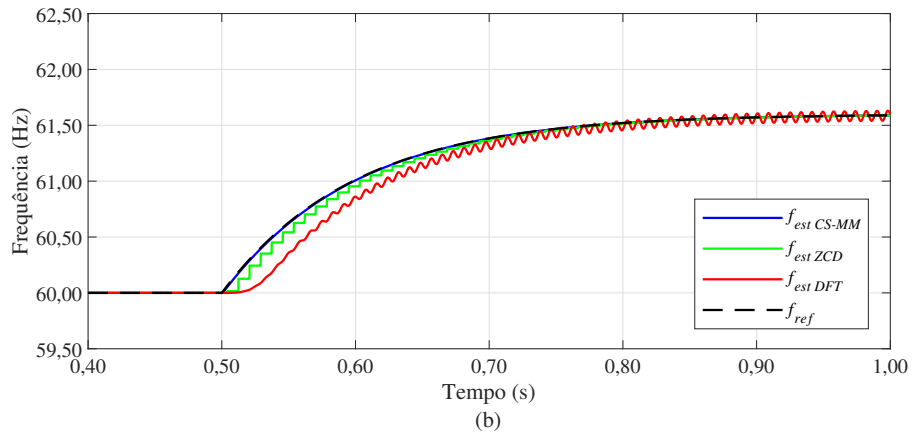
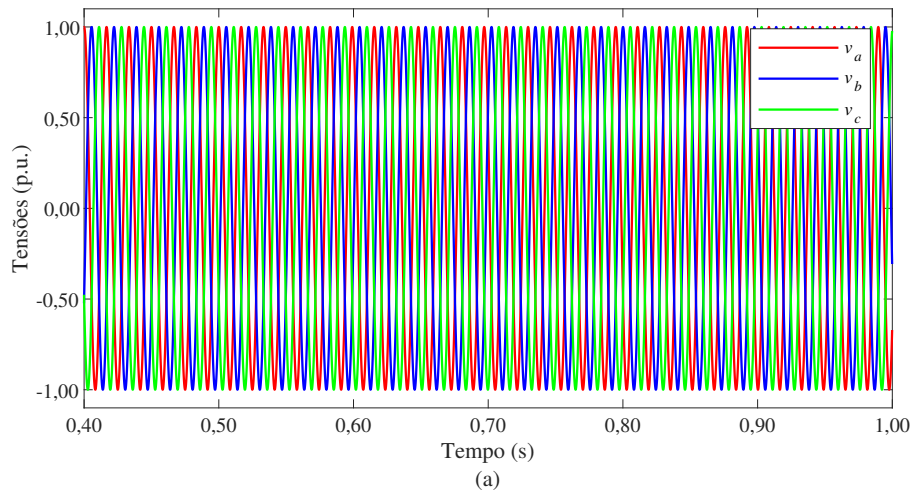
<i>Estimador de frequência</i>	<i>TC (s)</i>	<i>IC (s)</i>	<i>EmáxAC (Hz)</i>	<i>EmínAC (Hz)</i>	<i>EmáxDC (Hz)</i>	<i>EmínDC (Hz)</i>
<i>16 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,51042E-01	5,51042E-02	8,29008E-03	0,00000E+00	5,08084E-03	5,76313E-05
<i>ZCD</i>	7,05208E-01	2,05208E-01	6,00000E+01	1,42109E-14	3,74013E-02	5,01494E-05
<i>DFT</i>	Não convergiu					
<i>32 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,50521E-01	5,50521E-02	4,15584E-03	0,00000E+00	2,53380E-03	2,84428E-05
<i>ZCD</i>	6,86979E-01	1,86979E-01	6,00000E+01	3,55271E-14	3,05345E-02	2,55446E-05
<i>DFT</i>	9,88542E-01	4,88542E-01	3,17000E-01	0,00000E+00	4,82109E-02	4,72020E-04
<i>64 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,50260E-01	5,02604E-02	2,08062E-03	7,10543E-15	1,26525E-03	1,41291E-05
<i>ZCD</i>	6,86458E-01	1,86458E-01	6,00000E+01	3,55271E-14	3,01908E-02	2,28561E-04
<i>DFT</i>	9,79948E-01	4,79948E-01	3,18243E-01	0,00000E+00	4,80363E-02	3,06604E-04
<i>128 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,50130E-01	5,01302E-02	1,04099E-03	0,00000E+00	6,32214E-04	7,04158E-06
<i>ZCD</i>	6,86198E-01	1,86198E-01	6,00000E+01	1,70530E-13	3,02060E-02	5,08578E-04
<i>DFT</i>	9,79688E-01	4,79688E-01	3,18892E-01	0,00000E+00	4,79336E-02	3,47119E-04

Fonte: Autoria própria.

Para o método CS-MM, em todas as amostragens, o tempo de convergência foi em torno de 5,5E-01 s. Enquanto que, para o intervalo de convergência, todas as amostragens levaram aproximadamente 0,05 segundo para convergir. Já para o ZCD, o tempo de convergência foi em torno de 7,0E-1 s em todas as amostragens, enquanto que levou entre 2,0E-1 a 5,0E-1 s para convergir. Em 16 amostras/ciclo, o DFT não apresentou convergência. Entretanto, nas outras amostragens, o método levou em torno de 0,1 s para convergir, com intervalo de convergência de, aproximadamente, 5,0E-1 s. Para o índice de desempenho EmáxAC, o maior valor foi verificado para o ZCD, enquanto que os menores valores foram observados no método CS-MM. No índice de desempenho EmínAC, os três métodos apresentaram valores muito próximos a zero em todas as amostragens. Já no índice de desempenho EmáxDC, o método CS-MM apresentou os menores valores nas 4 amostragens, sendo estes em torno de 6,0E-4 a 5,0E-3 Hz. Além disso, o DFT apresentou os maiores valores do índice EmáxDC (em torno de 5,0E-2 Hz). E, por fim, para o índice EmínDC os três métodos apresentaram valores entre, aproximadamente, 7,0E-6 e

5,0E-4 Hz, com os menores valores observados na amostragem de 128 amostras/ciclo para o método CS-MM, e os maiores valores ocorridos na taxa de 64 amostras/ciclo, para o método DFT. A Figura 13 apresenta os resultados, em 128 amostras/ciclo, para variação exponencial de frequência de 60 para 61,6 Hz.

Figura 13 – Resultados para o caso de variação exponencial de frequência com 128 amostras/ciclo (60 para 61,6 Hz). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.



Fonte: Autoria própria.

4.2.5 Caso 5: Variação senoidal amortecida de frequência

Para o caso de variação senoidal amortecida de frequência, foram gerados 48 casos de sinais de tensão, com frequência variando entre ± 10 Hz, ± 5 Hz e $\pm 2,5$ Hz e, com taxas de amostragens de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo, sendo estes sinais com 60 ciclos. A variação de frequência inicia em 0,2 segundo para todos os casos, além disso, foram gerados casos com o valor da constante de tempo $\tau = 0,1$ e $0,05$ segundo, frequência angular $\omega_f = 10\pi$ rad/s de acordo com a Equação 3.30.

A Tabela 5 mostra os índices de desempenho obtidos com o estimador, para sinais de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo, com variação senoidal amortecida de frequência para $\Delta f = 2,5$ Hz, $\omega_f = 10\pi$ rad/s e $\tau = 0,1$ s.

Tabela 5 – Índices de desempenho para variação senoidal amortecida ($\Delta f = 2,5$ Hz, $\omega_f = 10\pi$ rad/s e $\tau = 0,1$ s).

<i>Estimador de frequência</i>	<i>TC (s)</i>	<i>IC (s)</i>	<i>EmáxAC (Hz)</i>	<i>EmínAC (Hz)</i>	<i>EmáxDC (Hz)</i>	<i>EmínDC (Hz)</i>
<i>16 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	2,51042E-01	5,10417E-02	2,23721E-02	0,00000E+00	9,91102E-03	3,89688E-08
<i>ZCD</i>	4,64583E-01	2,64583E-01	6,00000E+01	1,42109E-14	3,16628E-02	2,28595E-06
<i>DFT</i>	5,67708E-01	3,67708E-01	5,97569E-01	0,00000E+00	2,26276E-02	1,55781E-05
<i>32 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	2,50521E-01	5,05208E-02	1,11294E-02	6,05382E-12	4,95599E-03	3,86097E-08
<i>ZCD</i>	4,62500E-01	2,62500E-01	6,00000E+01	6,01119E-12	3,17357E-02	3,74258E-06
<i>DFT</i>	5,66667E-01	3,66667E-01	6,01553E-01	0,00000E+00	2,28574E-02	2,90451E-06
<i>64 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	2,50260E-01	5,02604E-02	5,55042E-03	2,74767E-11	2,47803E-03	4,82283E-09
<i>ZCD</i>	4,69531E-01	2,69531E-01	6,00000E+01	2,83649E-11	3,18677E-02	2,77845E-06
<i>DFT</i>	5,66146E-01	3,66146E-01	6,05313E-01	0,00000E+00	2,30047E-02	7,50279E-07
<i>128 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	2,50130E-01	5,01302E-02	2,77162E-03	9,64491E-11	1,23902E-03	1,15135E-09
<i>ZCD</i>	4,67969E-01	2,67969E-01	6,00000E+01	9,77067E-11	3,16607E-02	1,05228E-07
<i>DFT</i>	5,65625E-01	3,65625E-01	6,10095E-01	0,00000E+00	2,31395E-02	8,59002E-07

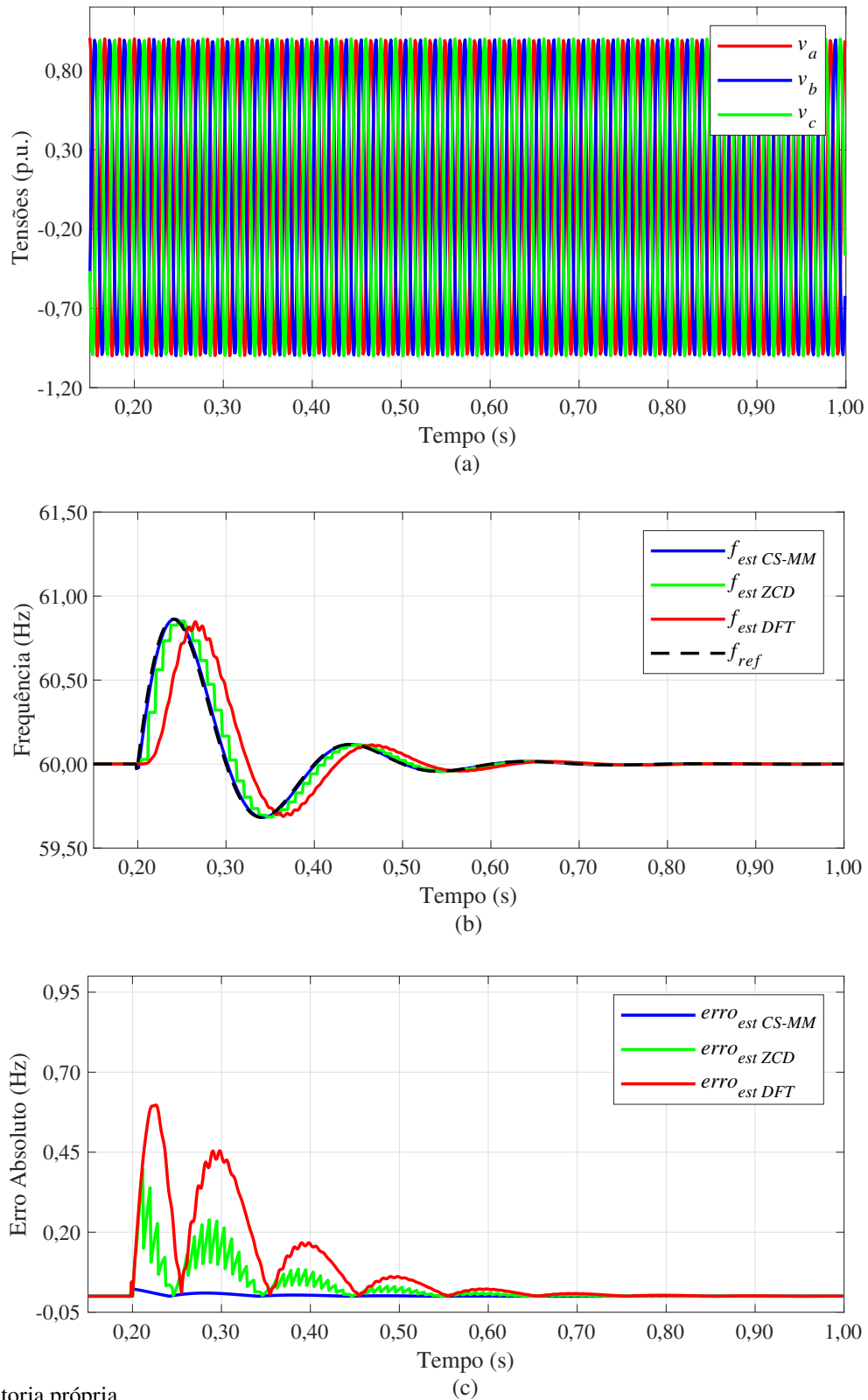
Fonte: Autoria própria.

Para o método CS-MM, em todas as amostragens, o tempo de convergência foi em torno de $2,5E-01$ s. Já para o intervalo de convergência, todas as amostragens levaram os métodos a atingir a convergência em, aproximadamente $0,05$ segundo após o início da variação de frequência. Entretanto, para os métodos de ZCD e DFT, os valores do tempo de convergência foram de, aproximadamente, $4,6E-1$ a $5,7E-1$ s, respectivamente, enquanto que os seus intervalos de convergência ficaram, respectivamente, em torno de $2,6E-1$ a $3,7E-1$ s.

Para os índices de desempenho $EmáxAC$ e $EmáxDC$, os menores valores foram obtidos no estimador CS-MM, sendo estes entre $5,0E-3$ e $2,2E-2$ Hz. Já o estimador ZCD apresentou os maiores valores para o índice de $EmáxAC$ apresentou em torno de $3,0E-2$ Hz para o $EmáxDC$. Por fim, nos índices de desempenho $EmínAC$ e $EmínDC$, os métodos apresentaram valores muito próximo a zero, sendo estes entre $1,0E-16$ e $1,6E-5$ Hz, com destaque para o estimador CS-MM, que apresentam os menores valores destes índices na maioria das amostragens. A Figura

14 apresenta os resultados, em 16 amostras/ciclo para os estimadores para a variação senoidal amortecida de frequência em questão.

Figura 14 – Resultados para o caso de variação senoidal amortecida de frequência com 16 amostras/ciclo ($\Delta f = 2,5$ Hz, $\omega_f = 10\pi$ rad/s e $\tau = 0,1$ s). a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.



Fonte: Autoria própria.

4.2.6 Caso 6: Variação súbita de fase

No caso de variação súbita de fase, foram gerados 40 casos de sinais de tensão com taxas de amostragens de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo, de acordo com as Equações 3.31 a 3.33, as variações de fase em degrau ocorrem nos sinais de tensão, cujo ângulo de fase muda subitamente para outro valor. Os valores de $\Delta\theta$ simulados foram de -90° e 90° , variando a cada 20° . Os sinais possuem 60 ciclos e as variações sempre ocorrem em 0,5 segundo.

A Tabela 6 mostra os índices de desempenho obtidos com o estimador, para sinais de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo, com variação de fase de 10° .

Tabela 6 – Índices de desempenho para variação de fase ($\Delta\theta = 10^\circ$).

<i>Estimador de frequência</i>	<i>TC (s)</i>	<i>IC (s)</i>	<i>EmáxAC (Hz)</i>	<i>EmínAC (Hz)</i>	<i>EmáxDC (Hz)</i>	<i>EmínDC (Hz)</i>
<i>16 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,56250E-01	5,62500E-02	1,33333E+01	0,00000E+00	6,54410E-12	0,00000E+00
<i>ZCD</i>	5,65625E-01	6,56250E-02	6,00000E+01	1,42109E-14	1,81188E-12	2,13163E-13
<i>DFT</i>	6,02083E-01	1,02083E-01	1,10064E+00	0,00000E+00	7,81597E-14	0,00000E+00
<i>32 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,55208E-01	5,52083E-02	2,66667E+01	0,00000E+00	1,12905E-11	2,20268E-13
<i>ZCD</i>	5,64063E-01	6,40625E-02	6,00000E+01	1,42109E-14	1,81188E-12	2,13163E-13
<i>DFT</i>	6,02083E-01	1,02083E-01	1,09314E+00	0,00000E+00	7,10543E-14	0,00000E+00
<i>64 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,54688E-01	5,46875E-02	5,33333E+01	0,00000E+00	2,39666E-11	7,81597E-14
<i>ZCD</i>	5,63281E-01	6,32813E-02	4,50360E+15	1,42109E-14	2,18137E-12	2,13163E-13
<i>DFT</i>	6,01823E-01	1,01823E-01	1,09427E+00	0,00000E+00	4,26326E-14	0,00000E+00
<i>128 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,54427E-01	5,44271E-02	1,06667E+02	0,00000E+00	4,14104E-11	1,69820E-12
<i>ZCD</i>	5,62891E-01	6,28906E-02	1,00000E+16	0,00000E+00	2,18137E-12	2,13163E-13
<i>DFT</i>	6,01693E-01	1,01693E-01	1,09570E+00	0,00000E+00	2,84217E-14	0,00000E+00

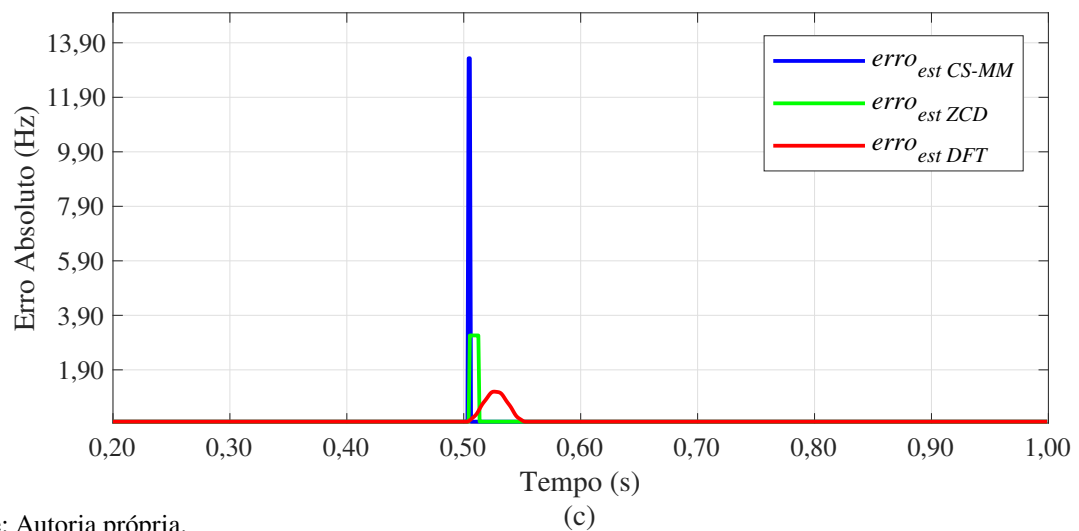
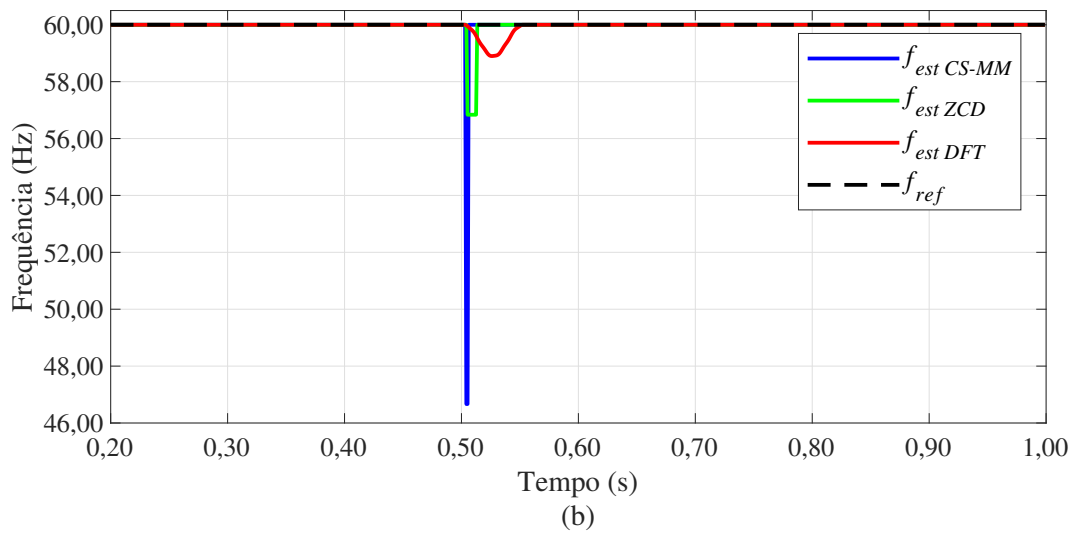
Fonte: Autoria própria.

Para os três métodos, em todas as amostragens, o tempo de convergência e o intervalo de convergência foram similares em torno de $5,5E-01$ e $6,0E-01$ s, enquanto que o intervalo de convergência foi de, aproximadamente, $5,6E-2$ a $1,0E-1$ s.

No índice de desempenho *EmáxAC*, o método *DFT* obteve o melhor desempenho, apresentando valores menores de erro absoluto (aproximadamente 1,1 Hz), enquanto que os métodos *CS-MM* e *ZCD*, apresentaram piores desempenhos. Na amostragem de 16 e 32 amostras/ciclo, o método *ZCD* apresentou erro absoluto de 60 Hz, enquanto que nas amostragens de 64 e 128 amostras/ciclo, os valores foram de até $1,0E16$ Hz. Já o método *CS-MM* apresentou erros em torno de $1,33E1$ a $1,0E2$ Hz nas 4 taxas de amostragens.

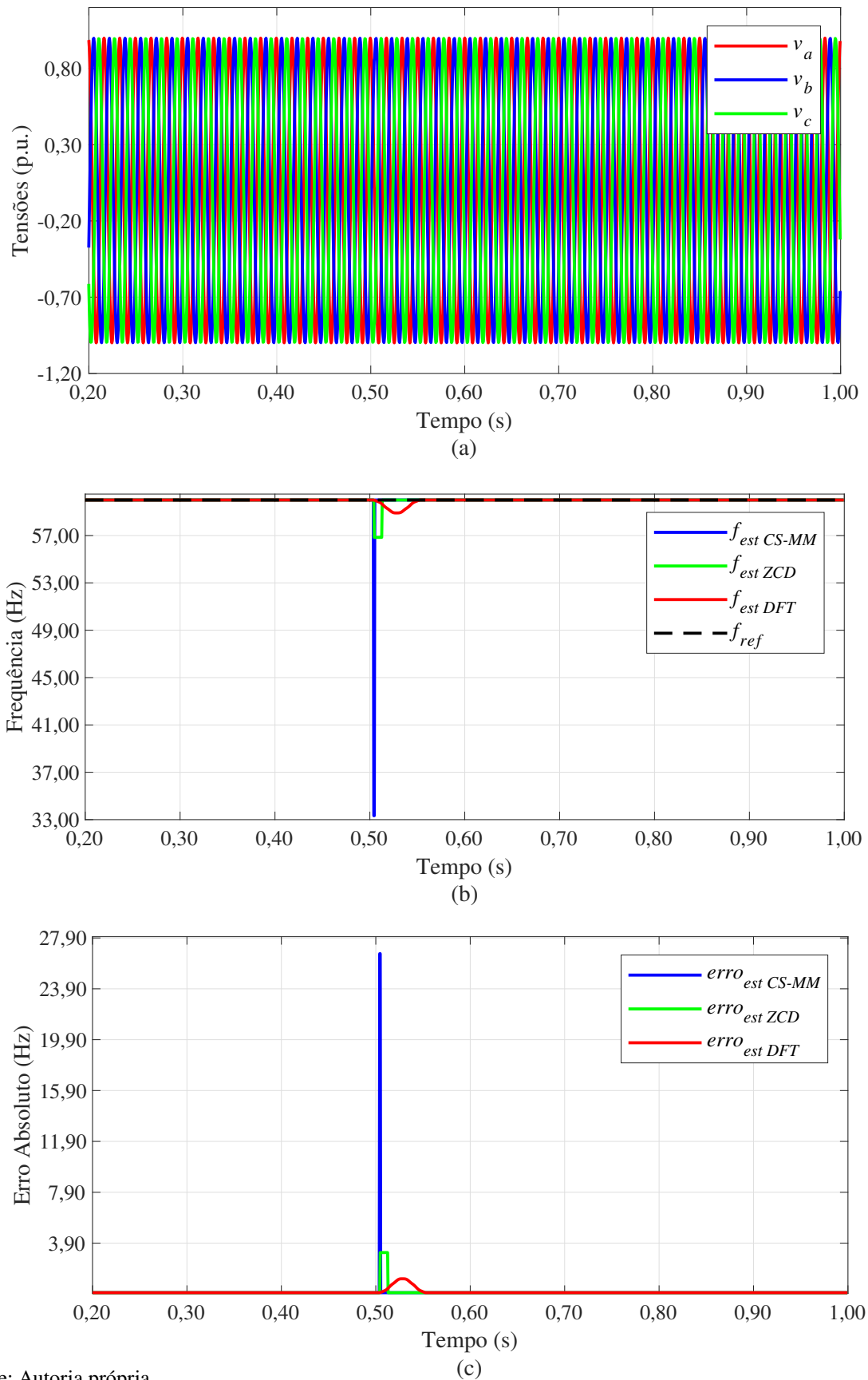
Para os índices *EmínAC*, *EmáxDC* e *EmínDC*, os erros dos 3 estimadores foram aproximadamente nulos nas 4 amostragens (em torno de $1,0E-16$ a $4,1E-11$ Hz). As Figuras 15 a 18 apresentam os resultados para variação súbita de fase de $\Delta\theta = 10^\circ$.

Figura 15 – Resultados para o caso de variação de fase de 10° com 16 amostras/ciclo. (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.



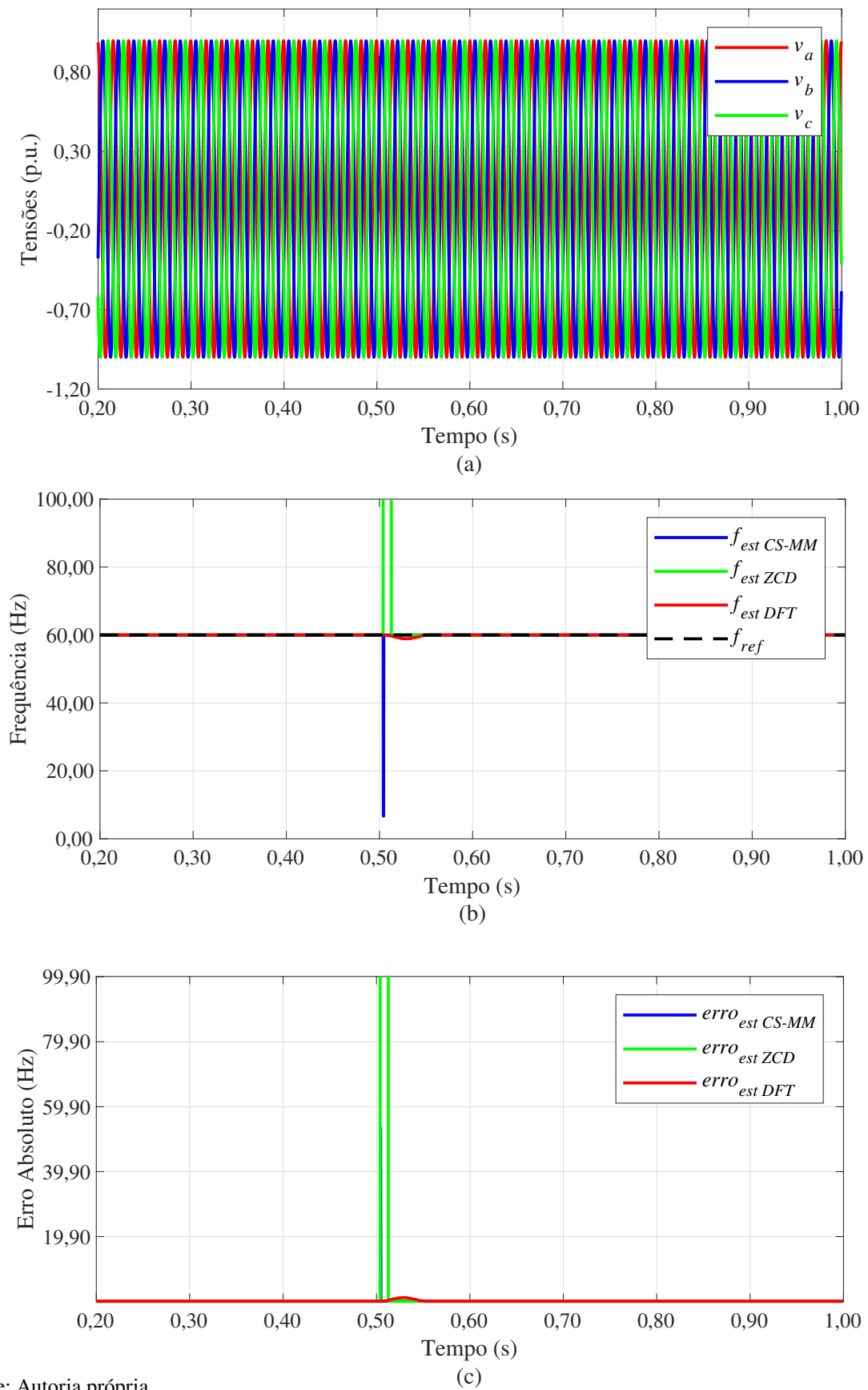
Fonte: Autoria própria.

Figura 16 – Resultados para o caso de variação de fase de 10° com 32 amostras/ciclo. (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.



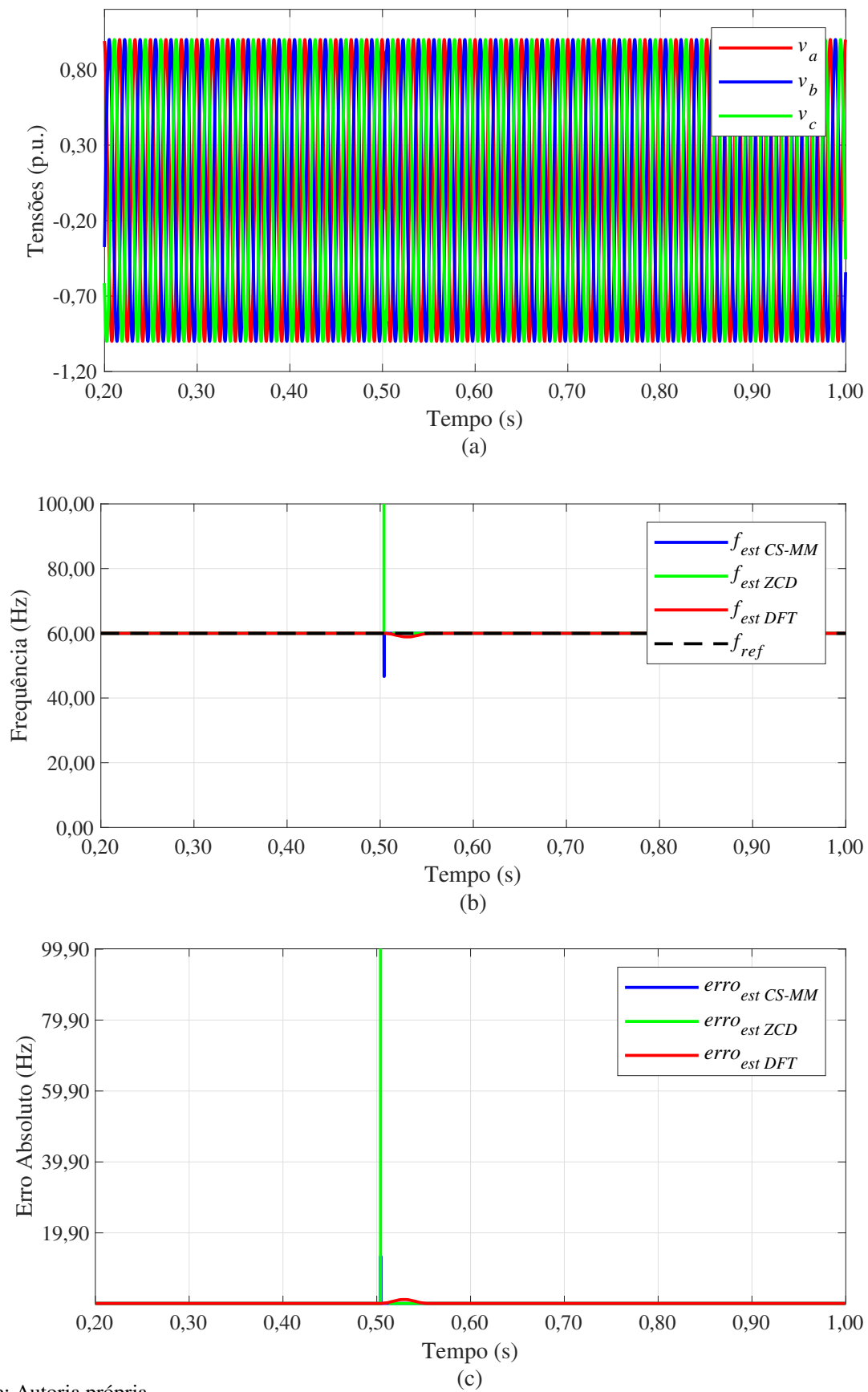
Fonte: Autoria própria.

Figura 17 – Resultados para o caso de variação de fase de 10° com 64 amostras/ciclo. (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.



Fonte: Autoria própria.

Figura 18 – Resultados para o caso de variação de fase de 10° com 128 amostras/ciclo. (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.



Fonte: Autoria própria.

4.2.7 Caso 7: Variação súbita de amplitude

Para o caso de variação súbita de amplitude foram gerados 24 casos de sinais de tensão com taxas de amostragens de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo, conforme as Equações 3.25 a 3.27. Nesses casos, a amplitude dos sinais variam em degrau para mais ou menos em 10%, 25% e 50% de amplitude inicial. Os sinais possuem 60 ciclos e as variações sempre ocorrem em 0,5 segundo.

A Tabela 7 mostra os índices de desempenho obtidos com os estimadores, para sinais de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo na presença de variação de amplitude, de 1 p.u. para 1,1 p.u.

Tabela 7 – Índices de desempenho para o caso de variação de amplitude ($\Delta A = 10\%$).

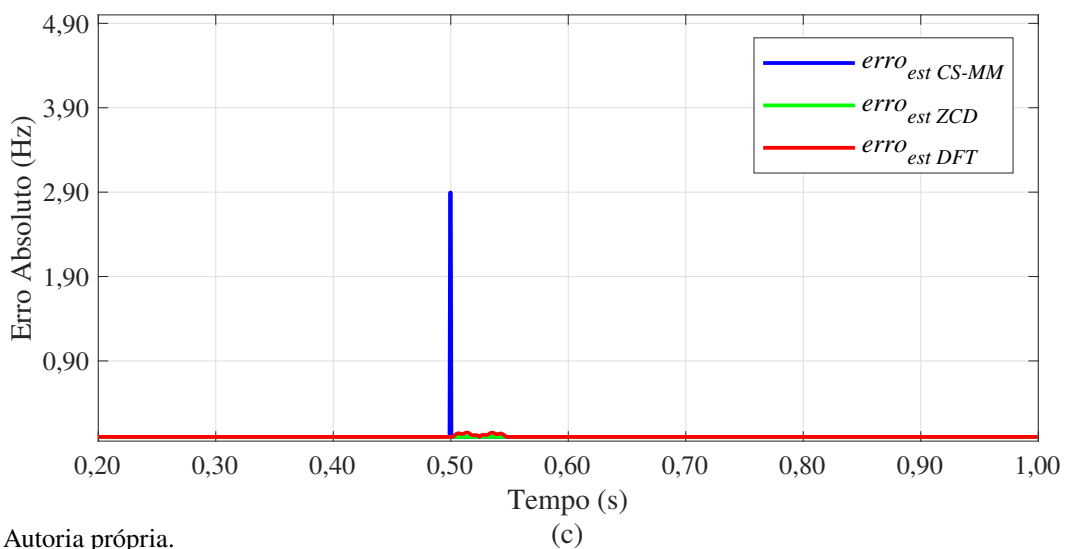
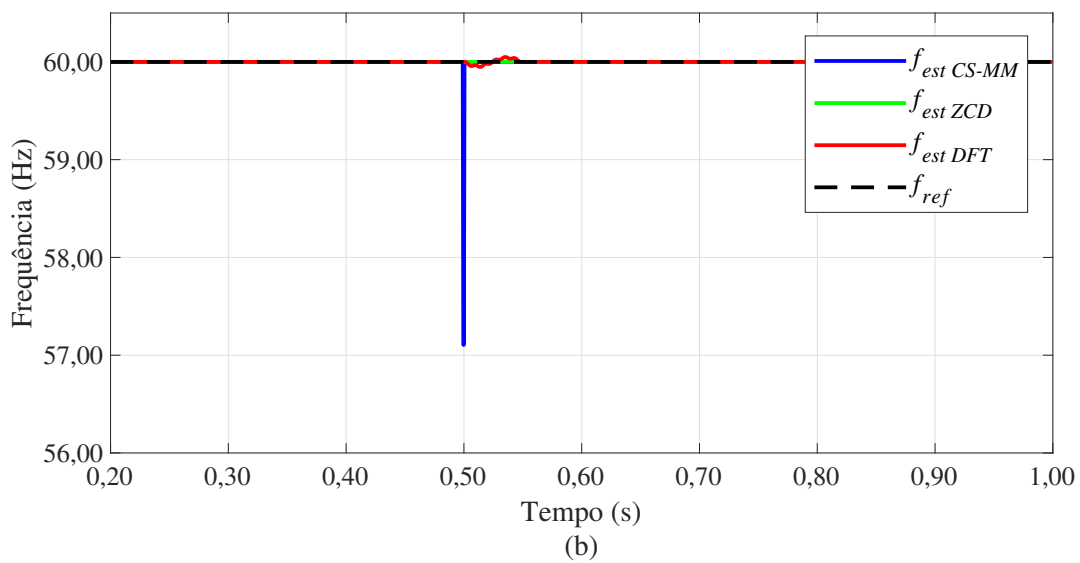
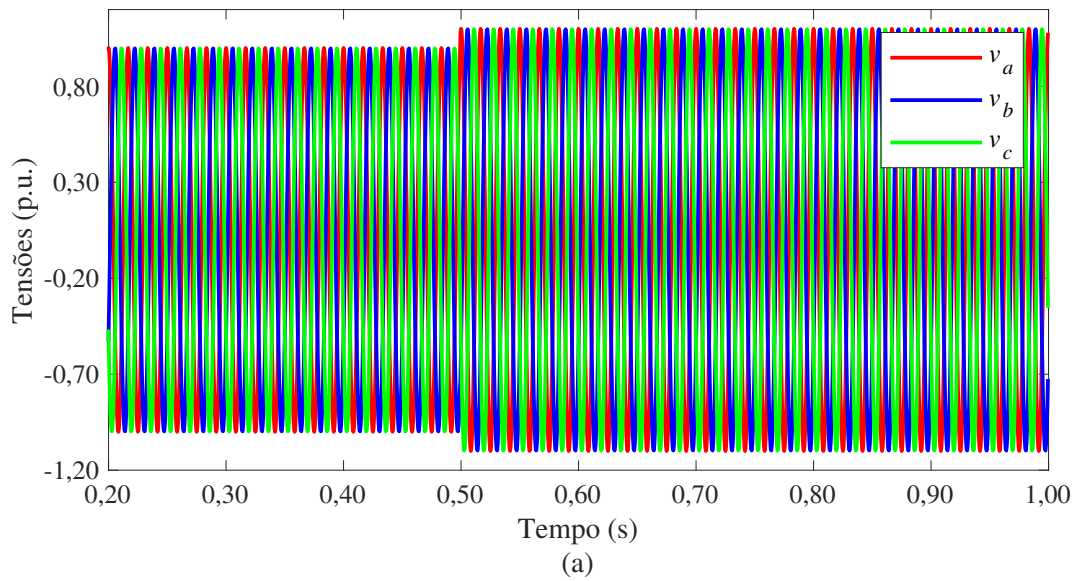
<i>Estimador de frequência</i>	<i>TC (s)</i>	<i>IC (s)</i>	<i>EmáxAC (Hz)</i>	<i>EmínAC (Hz)</i>	<i>EmáxDC (Hz)</i>	<i>EmínDC (Hz)</i>
<i>16 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,51042E-01	5,10417E-02	3,01328E+00	0,00000E+00	2,87770E-12	2,13163E-13
<i>ZCD</i>	5,51042E-01	5,10417E-02	6,00000E+01	1,42109E-14	4,58300E-12	2,13163E-13
<i>DFT</i>	5,51042E-01	5,10417E-02	3,11844E-02	0,00000E+00	2,45137E-12	1,42109E-14
<i>32 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,50521E-01	5,05208E-02	2,89435E+00	4,81037E-12	7,24043E-12	5,37881E-12
<i>ZCD</i>	5,50521E-01	5,05208E-02	6,00000E+01	5,40723E-12	7,41096E-12	5,00933E-12
<i>DFT</i>	5,65625E-01	6,56250E-02	5,16716E-02	0,00000E+00	6,48726E-12	6,13198E-12
<i>64 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,50260E-01	5,02604E-02	2,86634E+00	2,74767E-11	4,54961E-11	2,45777E-11
<i>ZCD</i>	5,50260E-01	5,02604E-02	6,00000E+01	2,77609E-11	4,17799E-11	1,14042E-11
<i>DFT</i>	5,87760E-01	8,77604E-02	5,77730E-02	0,00000E+00	4,22347E-11	1,42109E-14
<i>128 amostras/ciclo</i>						
<i>CS-MM</i>	5,50130E-01	5,01302E-02	2,85944E+00	0,00000E+00	2,88409E-11	1,98241E-12
<i>ZCD</i>	5,50130E-01	5,01302E-02	6,00000E+01	1,70530E-13	3,01625E-11	5,00933E-12
<i>DFT</i>	5,87760E-01	8,77604E-02	5,94042E-02	0,00000E+00	2,92459E-11	4,26326E-14

Fonte: Autoria própria.

Para os três métodos de estimação, em todas as amostragens, o tempo de convergência foi em torno de 5,501E-01 e 5,9E-01 s e os intervalos de convergência foram em torno de 5,01E-02 e 8,65E-02 s. Entre os três métodos, o que apresentou maior intervalo de convergência foi o DFT. Já para o índice de desempenho EmáxAC, o método ZCD apresentou maior erro (60 Hz), enquanto o método DFT obteve a melhor resposta (em torno de 3,1E-2 a 6,0E-2 Hz).

Nos índices de desempenho EmínAC, EmáxDC e EmínDC, os três estimadores obtiveram resultados muito próximos a zero, variando em torno de 1,4E-14 a 4,6E-11 Hz. A Figura 19 apresenta os resultados, em 32 amostras/ciclo, para variação súbita de amplitude com $\Delta A = 10\%$.

Figura 19 – Resultados para o caso de variação 10% de amplitude com 32 amostras/ciclo. (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.



4.2.8 Caso 8: Sinais com harmônicas, inter-harmônicas e sub-harmônicas

Os testes foram realizados para sinais com distorções harmônicas, com taxas de amostragens de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo, com 60 ciclos. Foram testados 32 casos com distorções por harmônicas de 3^a, 5^a, 7^a e 11^a ordem, com 3% e 10% da fundamental, em cada um dos casos, de acordo com as Equações 3.34 a 3.36. Também, foram testados 4 casos com distorções por inter-harmônicas de frequência igual a 180 Hz e amplitude igual a 3% da fundamental, em cada uma das amostragens, pelas Equações 3.40 a 3.42. As Tabelas 8 e 9 mostram os índices de desempenho, para sinais de todas as amostragens nos casos com distorção por harmônica de 3^a ordem e 3% da fundamental, e frequência inter-harmônica igual a 180 Hz.

Tabela 8 – Índices de desempenho para sinais com distorção harmônica de 3^a ordem ($A_{k=3} = 3\% A$).

Estimador de frequência	TC = IC (s)	EmáxAC (Hz)	EmínAC (Hz)	EmáxDC (Hz)	EmínDC (Hz)
16 amostras/ciclo					
CS-MM	Não convergiu				
ZCD	6,56250E-02	6,00000E+01	2,13163E-14	4,58300E-12	1,42109E-14
DFT	5,20833E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	2,45137E-12	0,00000E+00
32 amostras/ciclo					
CS-MM	Não convergiu				
ZCD	6,40625E-02	6,00000E+01	3,55271E-14	9,00968E-12	1,42109E-14
DFT	5,10417E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	6,50147E-12	1,42109E-14
64 amostras/ciclo					
CS-MM	Não convergiu				
ZCD	6,32813E-02	6,00000E+01	3,55271E-14	9,00968E-12	1,84741E-13
DFT	5,05208E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	6,50147E-12	0,00000E+00
128 amostras/ciclo					
CS-MM	Não convergiu				
ZCD	6,28906E-02	6,00000E+01	1,84741E-13	3,33600E-11	7,10543E-13
DFT	5,02604E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	2,92459E-11	0,00000E+00

Fonte: Autoria própria.

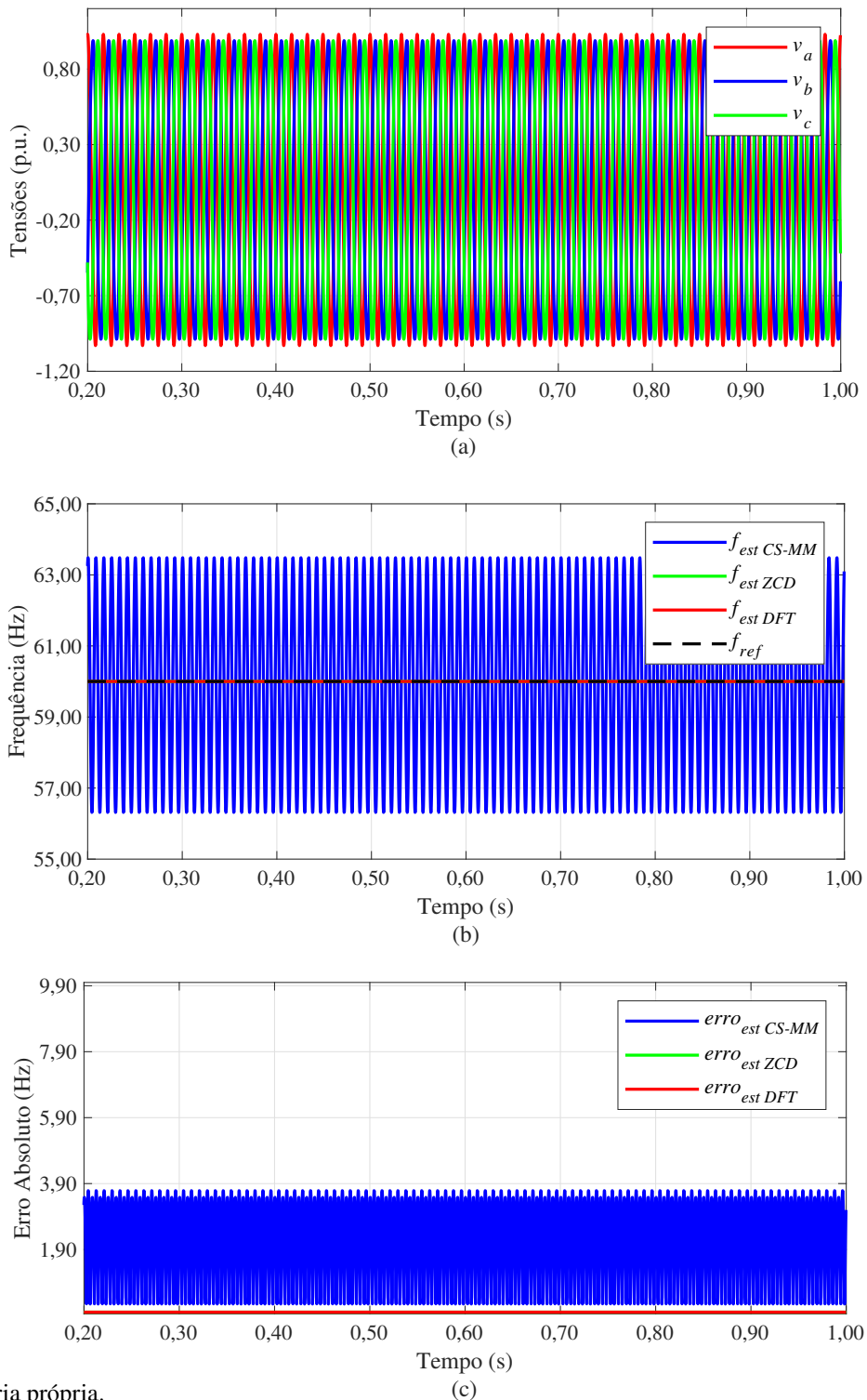
Tabela 9 – Índices de desempenho para sinais com distorção por inter-harmônicas ($f_{k=1,i=3} = 180$ Hz, $A_{k=1,i=3} = 3\% A$).

Estimador de frequência	TC = IC (s)	EmáxAC (Hz)	EmínAC (Hz)	EmáxDC (Hz)	EmínDC (Hz)
16 amostras/ciclo					
CS-MM	Não convergiu				
ZCD	Não convergiu				
DFT	5,20833E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	5,21907E-02	5,23632E-05
32 amostras/ciclo					
CS-MM	Não convergiu				
ZCD	Não convergiu				
DFT	5,10417E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	5,17351E-02	5,19096E-05
64 amostras/ciclo					
CS-MM	Não convergiu				
ZCD	Não convergiu				
DFT	5,05208E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	5,16650E-02	5,17964E-05
128 amostras/ciclo					
CS-MM	Não convergiu				
ZCD	Não convergiu				
DFT	5,02604E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	5,16718E-02	5,17683E-05

Fonte: Autoria própria.

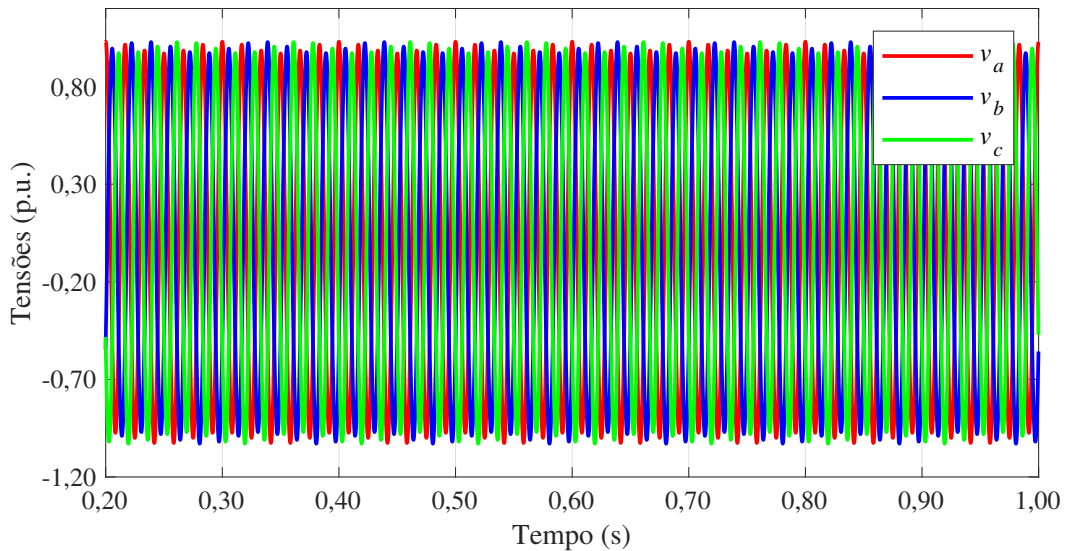
A Figura 20 apresenta os resultados, em 64 amostras/ciclo, do caso de sinais com distorções por harmônica de 3ª ordem e 3% da fundamental, para os estimadores. A Figura 21 apresenta os resultados, em 128 amostras/ciclo, do estimador de frequência para sinais com inter-harmônicas.

Figura 20 – Resultados para o caso de sinais com distorção harmônica a 64 amostras/ciclo ($A_{k=3} = 3\% A$) (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.

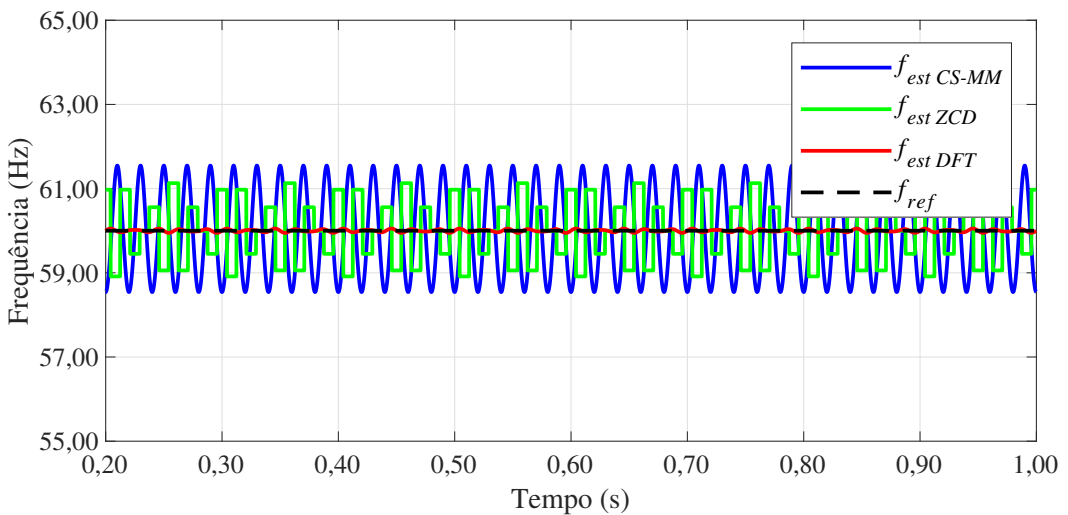


Fonte: Autoria própria.

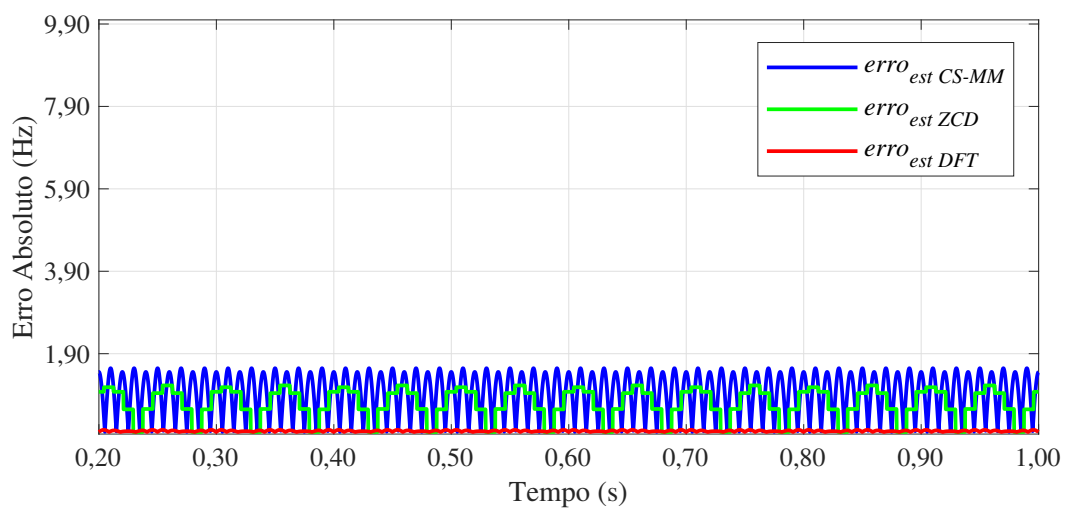
Figura 21 – Resultados para o caso de sinais com distorção inter-harmônica com 128 amostras/ciclo ($f_{k=1,i=3} = 180$ Hz, $A_{k=1,i=3} = 3\%$ A). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.



(a)



(b)



(c)

Fonte: Autoria própria.

Ainda, foi analisado o comportamento dos estimadores frente a presença de distorção sub-harmônica. A Tabela 10 apresenta esses índices para o caso com sub-harmônicas escolhido para discussão. Para tal, foram testados 16 casos com distorção por sub-harmônicas de 10 e 30 Hz, estes, por sua vez, com amplitude equivalente a 3 e 5% da fundamental. Os testes foram realizados de acordo com as Equações 3.37 a 3.39. Sendo assim, a Tabela 10 mostra os índices de desempenho obtidos com o estimador para o caso com distorção sub-harmônica com $f_{k=1,s} = 10$ Hz e $A_{k=1,s} = 3\%$ A, para sinais de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo. Já a Figura 22 apresenta os resultados, em 16 amostras/ciclo, para os estimadores de frequência para essa situação.

Tabela 10 – Índices de desempenho para sinais com distorção sub-harmônica ($f_{k=1,s=10} = 10$ Hz, $A_{k=1,s=10} = 3\%$ A).

<i>Estimador de frequência</i>	<i>TC = IC (s)</i>	<i>EmáxAC (Hz)</i>	<i>EmínAC (Hz)</i>	<i>EmáxDC (Hz)</i>	<i>EmínDC (Hz)</i>
<i>16 amostras/ciclo</i>					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	Não convergiu				
<i>DFT</i>	5,20833E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	5,21907E-02	5,23632E-05
<i>32 amostras/ciclo</i>					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	Não convergiu				
<i>DFT</i>	5,10417E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	5,17351E-02	5,19096E-05
<i>64 amostras/ciclo</i>					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	Não convergiu				
<i>DFT</i>	5,05208E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	5,16650E-02	5,17964E-05
<i>128 amostras/ciclo</i>					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	Não convergiu				
<i>DFT</i>	5,02604E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	5,16718E-02	5,17683E-05

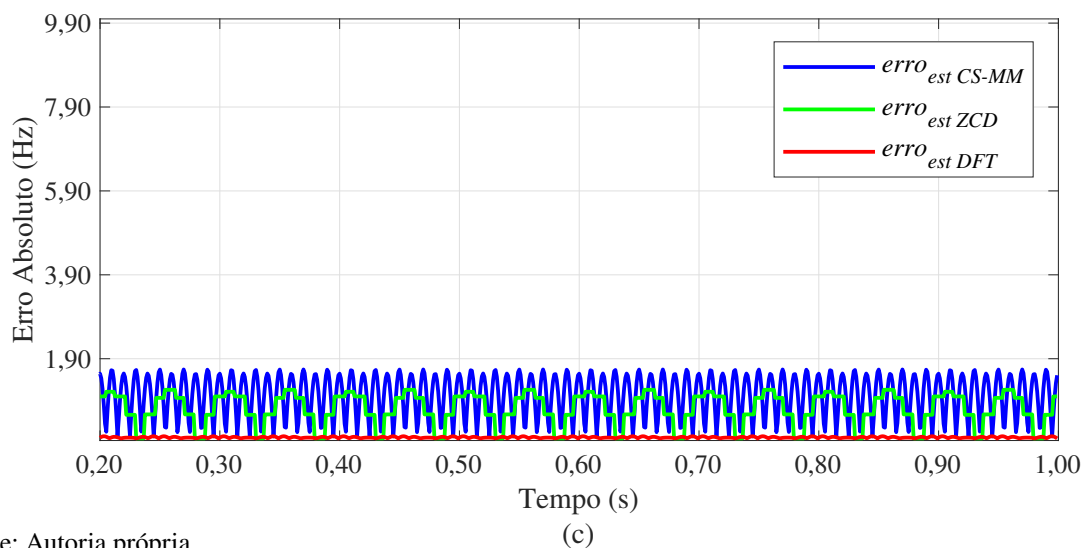
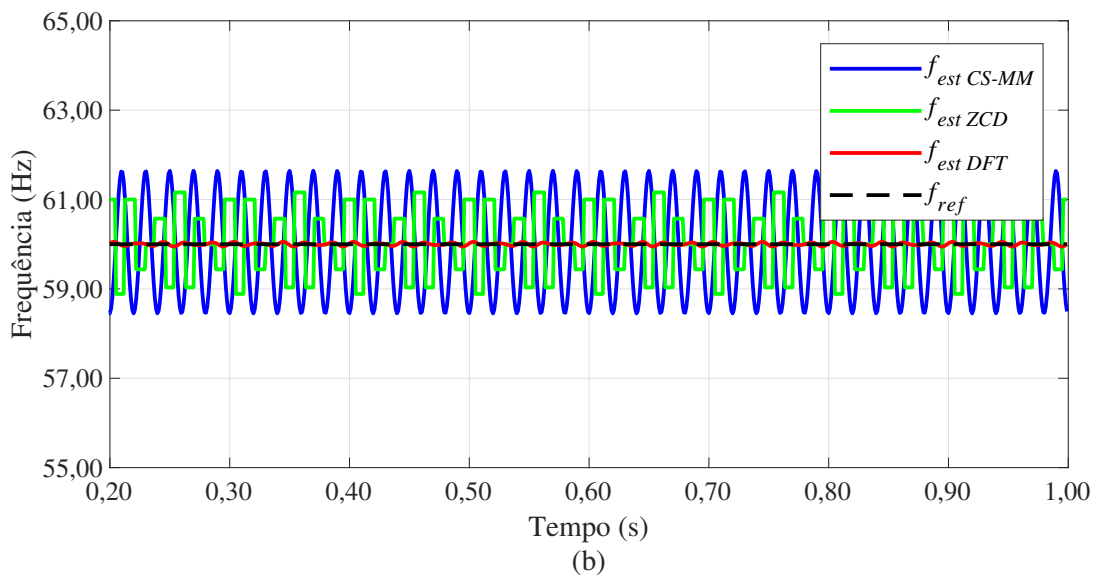
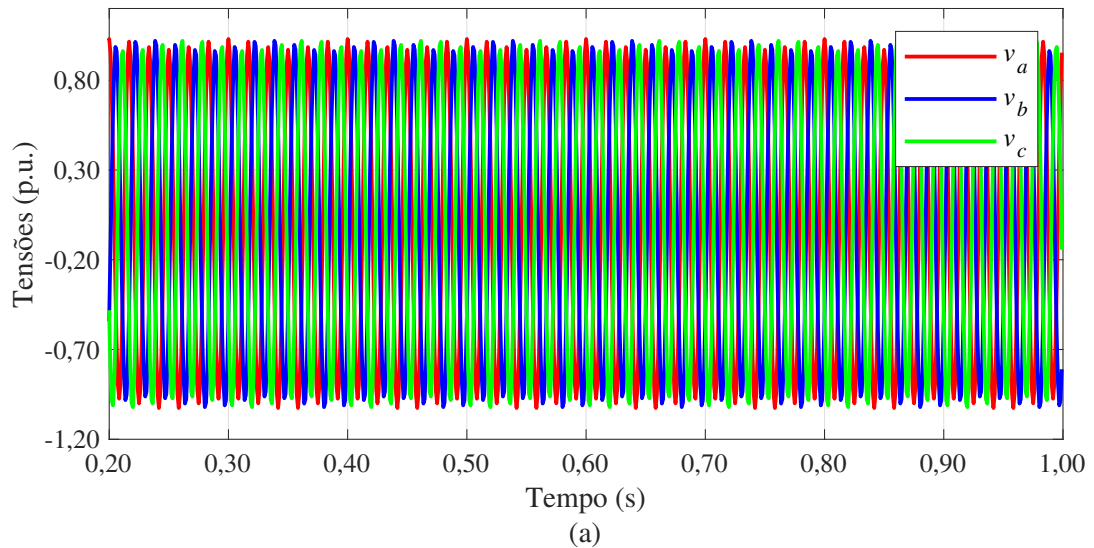
Fonte: Autoria própria.

O estimadores CS-MM não apresentou convergência nas 4 taxas de amostragens, em todos os cenários com distorção harmônica, inter-harmônica ou sub-harmônica. Já o estimador DFT apresentou os menores valores para todos os índices de desempenho, sendo o tempo de convergência (equivalente ao intervalo de convergência neste caso) com valores em torno de 5,0E-2 a 5,2E-2 segundo, nos 3 cenários de distorção analisados.

Para os valores de erros absolutos na presença de ruído colorido, o método DFT apresentou valores muito próximos de zero, em torno de 1,0E-16 a 9,0E-12 Hz. O método ZCD, apenas apresentou convergência no cenário de distorção por harmônica com tempo de convergência em torno de 6,5E-2 segundo e os valores de EmáxAC para este método foram de 60 Hz.

Por fim, destaca-se que o ZCD também obteve valores mais elevados para os casos com inter-harmônicas e sub-harmônicas, logo, ultrapassando o critério de convergência. Isso indica também maior sensibilidade nestes cenários, enquanto que o método DFT apresentou valores em torno de 1,0E-16 a 5,2E-2 Hz.

Figura 22 – Resultados para o caso de sinais com distorção sub-harmônica a 16 amostras/ciclo ($f_{k=1,s=10} = 10$ Hz, $A_{k=1,s=10} = 3\% A$). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.



Fonte: Autoria própria.

4.2.9 Caso 9: Sinais com ruído

Os métodos foram testados quando submetidos à presença de sinais contendo uma relação sinal-ruído de 100 dB a 40 dB, variando-se de 10 em 10 dB, com taxas de amostragens de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo, em 60 ciclos. Foram testados casos com frequência de 60 Hz.

A Tabela 11 mostra os índices de desempenho obtidos com os estimadores para sinais com ruído de 40 dB gerados em amostragens de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo. Pode-se perceber, na Figura 23 o nível de ruído para 16 amostras/ciclo, e, observou-se que, quanto maior a taxa de amostragem, maior o efeito do ruído no sinal.

Tabela 11 – Índices de desempenho para sinais com ruído ($f = 60$ Hz e SNR = 40dB).

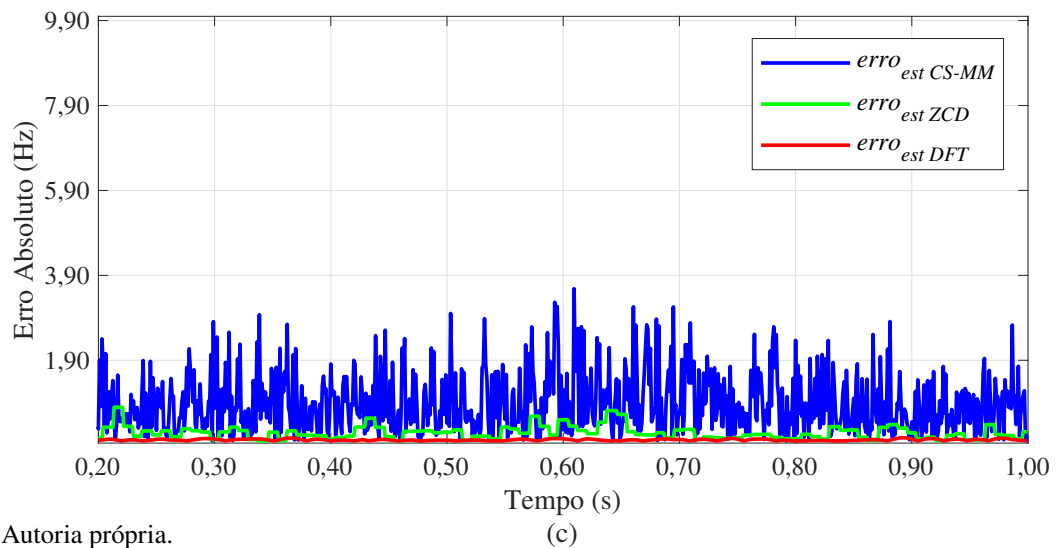
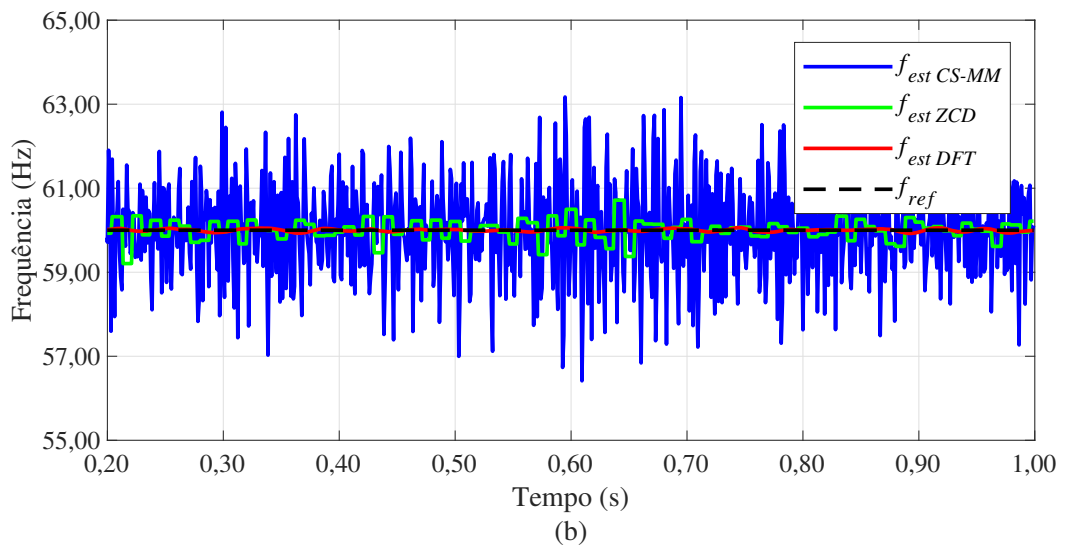
<i>Estimador de frequência</i>	<i>TC = IC (s)</i>	<i>EmáxAC (Hz)</i>	<i>EmínAC (Hz)</i>	<i>EmáxDC (Hz)</i>	<i>EmínDC (Hz)</i>
<i>16 amostras/ciclo</i>					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	Não convergiu				
<i>DFT</i>	5,20833E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	5,93440E-02	3,14555E-05
<i>32 amostras/ciclo</i>					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	Não convergiu				
<i>DFT</i>	5,10417E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	2,96631E-02	5,23968E-06
<i>64 amostras/ciclo</i>					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	Não convergiu				
<i>DFT</i>	5,05208E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	2,37336E-02	1,26247E-06
<i>128 amostras/ciclo</i>					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	Não convergiu				
<i>DFT</i>	5,02604E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	2,15336E-02	2,41188E-07

Fonte: Autoria própria.

Neste caso, o estimador CS-MM e o ZCD não apresentaram convergência em nenhuma das 4 taxas de amostragens. Já o estimador DFT apresentou desempenho melhor neste cenário, com tempos de convergência em torno de 5,02E-2 a 5,2E-2 segundo. Já, com relação aos valores de erros absolutos, o DFT apresentou valores em torno de 1,0E-16 a 7,5E-2 Hz.

Nos demais níveis de ruído, observou-se uma diferença significativa entre os estimadores. Com relação ao desempenho dos métodos DFT e ZCD em diferentes níveis de ruído, verificou-se que o método baseado na Transformada de Fourier apresentou convergência em todos os casos, de 40 dB a 100 dB, em todas as taxas de amostragem. Contudo, para frequências distintas da fundamental, o estimador DFT não convergiu. Por sua vez, o método ZCD não apresentou convergência em nenhuma condição com a presença de ruído. O estimador proposto apresentou convergência em todos os casos com ruído de 100 dB; para 90 dB, houve convergência em todos os casos, exceto na amostragem de 128 amostras por ciclo. Em 80 dB, o método convergiu, exceto para as taxas de amostragem de 64 e 128 amostras por ciclo. Já em 32 amostras por ciclo, observou-se falta de convergência em alguns casos. Para níveis de ruído de 70 dB e inferiores, o método não apresentou convergência.

Figura 23 – Resultados para o caso de sinais com ruído em 16 amostras/ciclo ($f = 60$ Hz e SNR = 40 dB). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.



Fonte: Autoria própria.

4.2.10 Caso 10: Sinais com desbalanço de ângulo de fase

A Tabela 12 mostra os índices de desempenho obtidos pelos estimadores para sinais com desbalanço de ângulo de fase em amostragens de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo, para o caso com desbalanço de ângulo de fase de $\Delta\theta = 40^\circ$. Pode-se perceber, na Figura 24 que o desbalanço de ângulo de fase causa instabilidade na estimação do CS-MM. Os efeitos observados foram idênticos em todas as taxas de amostragens analisadas.

Entretanto, os estimadores ZCD e DFT apresentaram bons tempos de convergência e erros absolutos, mesmo com o desbalanço do ângulo de fase no sinal de tensão A, justamente devido a dependência de apenas um sinal de tensão do sistema para calcular a estimação de frequência da rede.

Tabela 12 – Índices de desempenho para sinais com desbalanço de ângulo de fase ($\Delta\theta = 40^\circ$).

<i>Estimador de frequência</i>	<i>TC = IC (s)</i>	<i>EmáxAC (Hz)</i>	<i>EmínAC (Hz)</i>	<i>EmáxDC (Hz)</i>	<i>EmínDC (Hz)</i>
16 amostras/ciclo					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	6,35417E-02	6,00000E+01	1,42109E-14	3,78009E-12	1,42109E-14
<i>DFT</i>	5,20833E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	2,44427E-12	0,00000E+00
32 amostras/ciclo					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	6,19792E-02	6,00000E+01	4,97380E-14	8,20677E-12	1,42109E-14
<i>DFT</i>	5,10417E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	6,48726E-12	0,00000E+00
64 amostras/ciclo					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	6,11979E-02	6,00000E+01	1,42109E-14	8,20677E-12	8,52651E-14
<i>DFT</i>	5,05208E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	6,48726E-12	0,00000E+00
128 amostras/ciclo					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	6,09375E-02	6,00000E+01	1,13687E-13	3,01625E-11	1,41398E-12
<i>DFT</i>	5,02604E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	2,92459E-11	0,00000E+00

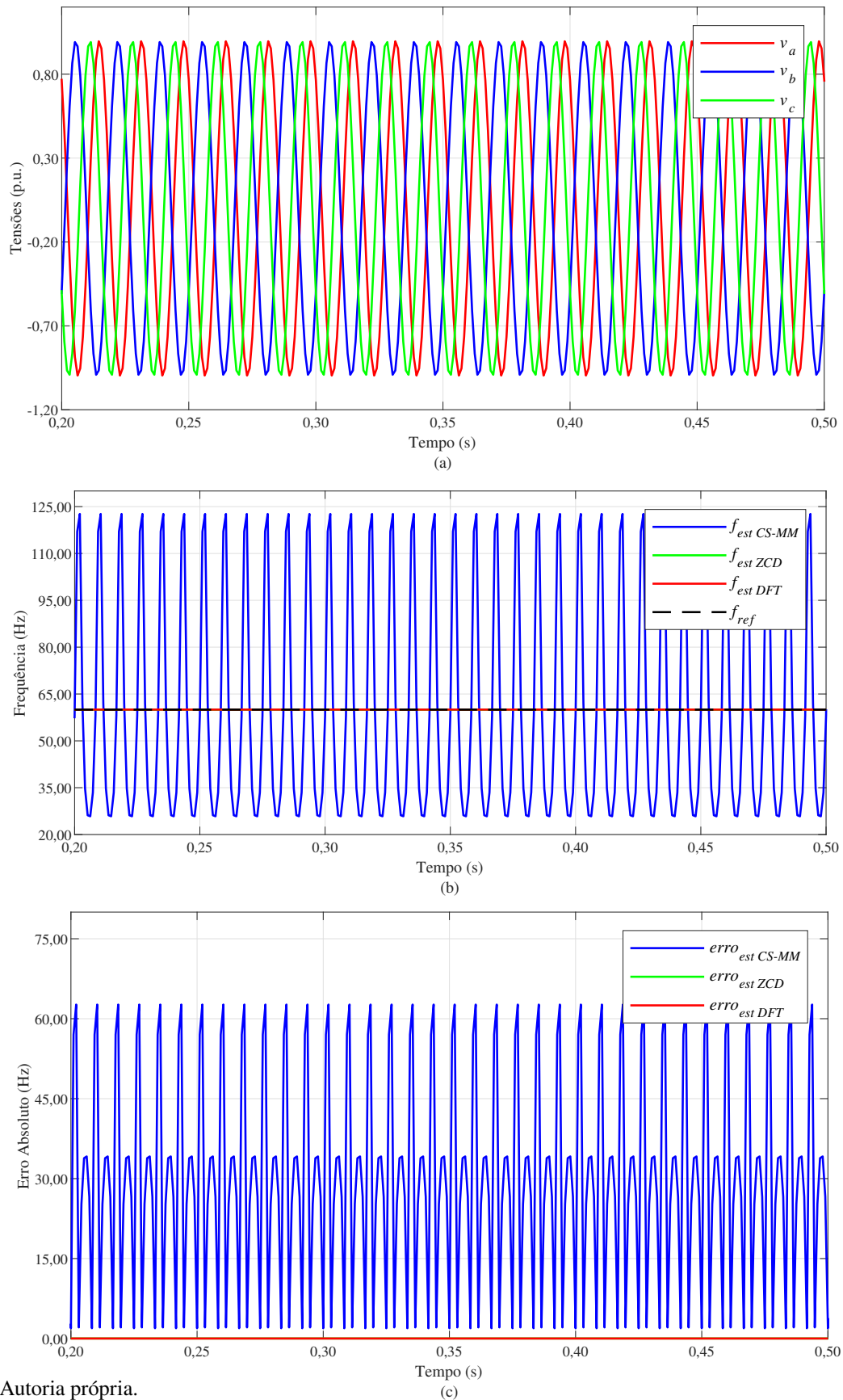
Fonte: Autoria própria.

4.2.11 Caso 11: Sinais com desbalanço de amplitude

Para esse caso, a Figura 25 apresenta os resultados com 32 amostras/ciclo. Nessa e nas outras taxas de amostragens, pode-se perceber que o desbalanço de amplitude do sinal de tensão em uma das fases causa instabilidade na estimação do estimador CS-MM. A Tabela 13 mostra os índices de desempenho obtidos com os estimadores para sinais com desbalanço de amplitude em amostragens de 16, 32, 64 e 128 amostras/ciclo.

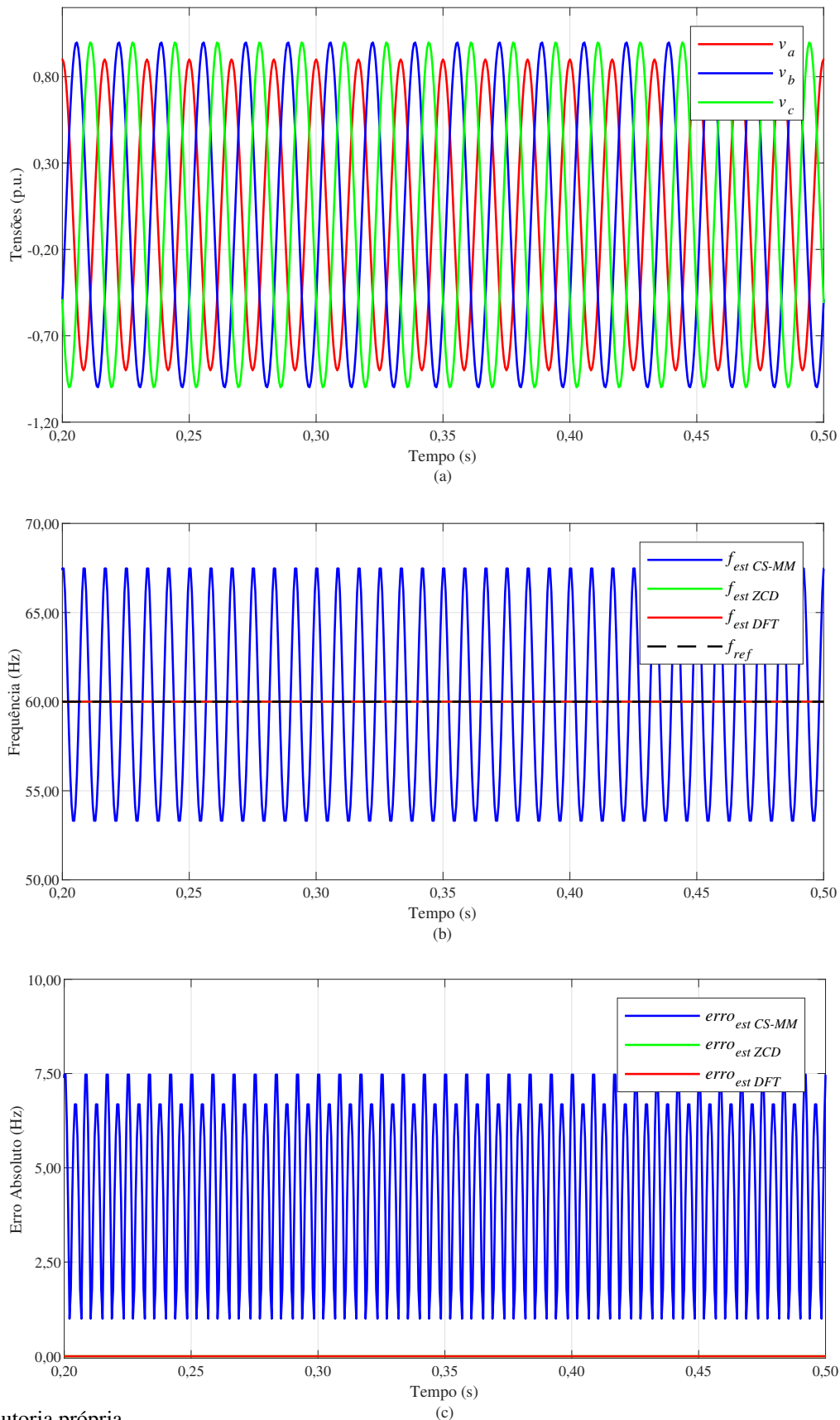
Os estimadores ZCD e DFT, apresentaram boa resposta em tempos de convergência e erros absolutos, mesmo com o desbalanço da amplitude, assim como no caso anterior de desbalanço de fase, devido a dependência de apenas uma amplitude dos sinais de tensão do sistema para calcular a estimação de frequência da rede.

Figura 24 – Resultados para o caso de sinais com desbalanço de ângulo de fase em 16 amostras/ciclo ($\Delta\theta = 30^\circ$). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.



Fonte: Autoria própria.

Figura 25 – Resultados para o caso de sinais com desbalanço de amplitude em 32 amostras/ciclo (ΔA em $v_a = -10\%$). (a) Sinais de tensão de entrada (b) Estimação de frequência. (c) Erro absoluto de estimação.



Fonte: Autoria própria.

Tabela 13 – Índices de desempenho para sinais com desbalanço de amplitude ($A = 0,9$ p.u. na fase A).

<i>Estimador de frequência</i>	<i>TC = IC (s)</i>	<i>EmáxAC (Hz)</i>	<i>EmínAC (Hz)</i>	<i>EmáxDC (Hz)</i>	<i>EmínDC (Hz)</i>
16 amostras/ciclo					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	6,56250E-02	6,00000E+01	2,13163E-14	4,58300E-12	1,42109E-14
<i>DFT</i>	5,20833E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	2,44427E-12	0,00000E+00
32 amostras/ciclo					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	6,40625E-02	3,55271E-14	8,20677E-12	1,42109E-14	8,20677E-12
<i>DFT</i>	5,10417E-02	0,00000E+00	6,48726E-12	1,42109E-14	6,48726E-12
64 amostras/ciclo					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	6,32813E-02	6,00000E+01	3,55271E-14	9,00968E-12	1,84741E-13
<i>DFT</i>	5,05208E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	6,48726E-12	0,00000E+00
128 amostras/ciclo					
<i>CS-MM</i>	Não convergiu				
<i>ZCD</i>	6,28906E-02	6,00000E+01	1,70530E-13	3,01625E-11	5,11591E-13
<i>DFT</i>	5,02604E-02	0,00000E+00	0,00000E+00	2,92460E-11	0,00000E+00

Fonte: Autoria própria.

4.3 Considerações acerca do desempenho dos métodos

O desempenho do método CS-MM frente às simulações realizadas dos casos de variações de frequência, com exceção dos casos com harmônicas, ruídos e desbalanços foram muito satisfatórios em comparação aos outros métodos, apresentando tempo de convergência e intervalo de convergência menores em quase todas as taxas de amostragens analisadas. Além disso, em relação aos erros absolutos antes e depois da convergência, o método proposto obteve melhores resultados nos casos da taxa de amostragem de 128 amostras/ciclo.

Já, o método de DFT, é um método que busca os picos no espectro da frequência resultante da Transformada Discreta de Fourier, assim, ele é capaz de apresentar melhor desempenho em cenários em que não há variações na frequência fundamental, logo, este método foi superior nos cenários em que há presença de harmônicas e ruídos. Para os casos em que houve a variação da frequência fundamental, o método apresentou erros significativos devido ao atraso na estimação de frequência.

Em relação ao método de ZCD, destaca-se que este apresentou erros maiores após a variação da frequência, mas que consegue estimá-la em cenários com baixo nível de ruído. Já em cenários com maior nível de harmônicas ou ruídos, em que há múltiplas passagens do sinal por zero, o método perde a capacidade de realizar a estimação, não convergindo.

As Tabelas 14 a 17 apresentam as médias acerca do desempenho das taxas de amostragens para cada índice de desempenho em cada caso analisado para os três estimadores.

Tabela 14 – Média dos índices de desempenho em todos os casos para os estimadores de frequência em 16 amostras/ciclo.

16 amostras/ciclo							
Caso	Método	TC	IC	EmáxAC	EmínAC	EmáxDC	EmínDC
Sem variações	CS-MM	5,20833E-02		1,35219E-09	9,73737E-10	1,35467E-09	9,71099E-10
	ZCD	6,55356E-02		5,99950E+01	6,09023E-03	3,00933E-02	6,18904E-04
	DFT	5,20833E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	7,31225E-02	1,70439E-04
Variação em degrau	CS-MM	5,52063E-01	5,20625E-02	1,25250E+00	0,00000E+00	3,00958E-12	2,34117E-13
	ZCD	5,65281E-01	6,52809E-02	6,00000E+01	1,42109E-14	3,00989E-02	1,15347E-03
	DFT	5,88619E-01	8,86194E-02	8,37612E-01	0,00000E+00	2,51113E-02	1,03497E-04
Variação em rampa	CS-MM	5,50782E-01	5,10413E-02	2,59897E-03	0,00000E+00	2,47175E-03	1,00005E-12
	ZCD	1,05213E+00	5,52129E-01	6,00000E+01	1,42109E-14	3,01208E-02	7,75730E-04
	DFT	Não convergiu					
Variação exponencial	CS-MM	5,51080E-01	5,10796E-02	1,94015E-02	0,00000E+00	8,81321E-03	4,57385E-05
	ZCD	7,25690E-01	2,25690E-01	6,00000E+01	1,42109E-14	3,57324E-02	1,35417E-03
	DFT	Não convergiu					
Variação senoidal amortecida	CS-MM	2,51042E-01	5,10417E-02	7,41752E-03	0,00000E+00	3,13417E-03	1,13676E-08
	ZCD	3,25955E-01	1,25955E-01	6,00000E+01	1,42109E-14	2,21193E-02	1,78606E-06
	DFT	3,69271E-01	1,69271E-01	1,92863E-01	0,00000E+00	2,70447E-02	2,34181E-06
Variação de fase	CS-MM	5,55729E-01	5,57292E-02	6,66667E+01	0,00000E+00	6,54410E-12	0,00000E+00
	ZCD	5,65625E-01	6,56250E-02	6,38010E+14	9,94760E-15	1,81188E-12	2,13163E-13
	DFT	6,03646E-01	1,03646E-01	6,67165E+00	0,00000E+00	7,81597E-14	0,00000E+00
Variação de amplitude	CS-MM	5,51042E-01	5,10417E-02	9,33215E+00	0,00000E+00	2,85401E-12	2,29742E-13
	ZCD	5,51042E-01	5,10417E-02	6,00000E+01	1,42109E-14	4,11996E-12	3,46982E-13
	DFT	5,81771E-01	8,17708E-02	1,08060E-01	0,00000E+00	2,44664E-12	1,42109E-14
Distorção harmônica	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	6,56250E-02		6,00000E+01	1,68754E-14	4,98090E-12	1,42109E-14
	DFT	5,20833E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	2,44693E-12	0,00000E+00
Distorção inter-harmônica	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	Não convergiu					
	DFT	5,20833E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	5,21907E-02	5,23632E-05
Distorção sub-harmônica	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	Não convergiu					
	DFT	5,20833E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	8,72426E-02	5,68551E-04
Sinais com ruído	CS-MM	6,79167E-02		6,92329E-02	9,32095E-05	7,54952E-02	7,51405E-06
	ZCD	1,21131E-01		6,00000E+01	2,03752E-03	1,11203E-01	1,03361E-03
	DFT	5,20833E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	1,20175E-02	6,09259E-06
Sinais com desbalanço de fase	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	6,53274E-02		6,00000E+01	2,03012E-14	3,89479E-12	1,42109E-14
	DFT	5,20833E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	2,44427E-12	0,00000E+00
Sinais com desbalanço de amplitude	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	6,56250E-02		6,00000E+01	2,13163E-14	4,58300E-12	1,42109E-14
	DFT	5,20833E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	2,45137E-12	0,00000E+00

Fonte: Autoria própria.

Tabela 15 – Média dos índices de desempenho em todos os casos para os estimadores de frequência em 32 amostras/ciclo.

32 amostras/ciclo							
Caso	Método	TC	IC	EmáxAC	EmínAC	EmáxDC	EmínDC
Sem variações	CS-MM	5,10417E-02		2,52391E-09	2,13040E-09	2,52729E-09	2,12958E-09
	ZCD	6,42262E-02		5,99950E+01	5,54272E-04	3,24427E-03	5,61506E-05
	DFT	5,10417E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	7,02905E-02	8,69420E-05
Variação em degrau	CS-MM	5,51031E-01	5,10313E-02	1,25250E+00	0,00000E+00	5,64400E-12	5,68037E-13
	ZCD	5,64000E-01	6,36000E-02	6,00000E+01	3,55000E-14	3,24000E-03	1,13000E-04
	DFT	5,88000E-01	8,81000E-02	8,70000E-01	0,00000E+00	2,51000E-02	5,56000E-05
Variação em rampa	CS-MM	5,50261E-01	5,05204E-02	1,29949E-03	0,00000E+00	1,23588E-03	2,61521E-12
	ZCD	1,05034E+00	5,50343E-01	6,00000E+01	3,55271E-14	3,24976E-03	6,15192E-05
	DFT	Não convergiu					
Variação exponencial	CS-MM	5,50521E-01	5,05208E-02	9,74282E-03	0,00000E+00	4,39587E-03	2,25693E-05
	ZCD	6,90999E-01	1,90999E-01	6,00000E+01	3,55271E-14	2,41524E-02	9,97973E-05
	DFT	Não convergiu					
Variação senoidal amortecida	CS-MM	2,50521E-01	5,05208E-02	3,68768E-03	6,04731E-12	1,56723E-03	1,12605E-08
	ZCD	3,23828E-01	1,23828E-01	6,00000E+01	6,06093E-12	2,18986E-02	1,44613E-06
	DFT	3,68620E-01	1,68620E-01	1,93975E-01	0,00000E+00	2,72791E-02	1,02994E-06
Variação de fase	CS-MM	5,55208E-01	5,52083E-02	1,33333E+02	0,00000E+00	1,12905E-11	2,20268E-13
	ZCD	5,64063E-01	6,40625E-02	1,80144E+15	1,13687E-14	1,81188E-12	2,13163E-13
	DFT	6,03229E-01	1,03229E-01	6,57475E+00	0,00000E+00	7,10543E-14	0,00000E+00
Variação de amplitude	CS-MM	5,50521E-01	5,05208E-02	8,98476E+00	4,81037E-12	7,24043E-12	5,39065E-12
	ZCD	5,50521E-01	5,05208E-02	6,00000E+01	5,34091E-12	8,07413E-12	4,34497E-12
	DFT	5,90538E-01	9,05382E-02	1,73804E-01	0,00000E+00	6,48726E-12	6,13198E-12
Distorção harmônica	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	6,40625E-02		6,00000E+01	3,55271E-14	9,55414E-12	1,09246E-13
	DFT	5,10000E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	6,49000E-12	1,24000E-14
Distorção inter-harmônica	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	Não convergiu					
	DFT	5,10000E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	5,17000E-02	5,19000E-05
Distorção sub-harmônica	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	Não convergiu					
	DFT	5,10417E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	8,69731E-02	5,66341E-04
Sinais com ruído	CS-MM	5,10417E-02		2,12988E-02	4,92608E-05	2,67612E-02	5,57228E-06
	ZCD	6,77083E-02		6,00000E+01	1,47913E-03	4,38390E-02	1,28577E-04
	DFT	5,10417E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	7,05169E-03	1,96102E-06
Sinais com desbalanço de fase	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	6,40625E-02		6,00000E+01	3,24820E-14	8,20778E-12	4,46627E-14
	DFT	5,10000E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	6,49000E-12	2,03000E-15
Sinais com desbalanço de amplitude	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	6,56250E-02		6,00000E+01	2,13163E-14	4,58300E-12	1,42109E-14
	DFT	5,20833E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	2,45137E-12	0,00000E+00

Fonte: Autoria própria.

Tabela 16 – Média dos índices de desempenho em todos os casos para os estimadores de frequência em 64 amostras/ciclo.

64 amostras/ciclo							
Caso	Método	TC	IC	EmáxAC	EmínAC	EmáxDC	EmínDC
Sem variações	CS-MM	5,05208E-02		4,85662E-09	4,45792E-09	4,86662E-09	4,45750E-09
	ZCD	6,34471E-02		5,99950E+01	7,60845E-05	4,29489E-04	8,26079E-06
	DFT	5,05208E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	6,96159E-02	4,50254E-05
Variação em degrau	CS-MM	5,50516E-01	5,05156E-02	1,25250E+00	6,92106E-15	1,09234E-11	1,28925E-12
	ZCD	5,63000E-01	6,30000E-02	6,00000E+01	3,55000E-14	4,29000E-04	1,45000E-05
	DFT	5,88000E-01	8,78000E-02	8,80000E-01	0,00000E+00	2,51000E-02	3,23000E-05
Variação em rampa	CS-MM	5,50001E-01	5,02603E-02	6,49743E-04	7,09834E-15	6,17938E-04	6,05657E-12
	ZCD	1,04986E+00	5,49859E-01	6,00000E+01	3,55271E-14	4,29072E-04	8,97618E-06
	DFT	Não convergiu					
Variação exponencial	CS-MM	5,50260E-01	5,02604E-02	4,88198E-03	7,10543E-15	2,19350E-03	1,12104E-05
	ZCD	6,89959E-01	1,89959E-01	6,00000E+01	3,55271E-14	2,36456E-02	3,05090E-04
	DFT	Não convergiu					
Variação senoidal amortecida	CS-MM	2,50260E-01	5,02604E-02	1,83853E-03	2,74737E-11	7,83626E-04	1,41243E-09
	ZCD	3,24067E-01	1,24067E-01	6,00000E+01	2,82299E-11	2,19084E-02	9,74588E-07
	DFT	3,68164E-01	1,68164E-01	1,95104E-01	0,00000E+00	2,74043E-02	4,81247E-07
Variação de fase	CS-MM	5,54688E-01	5,46875E-02	2,66667E+02	0,00000E+00	2,39666E-11	7,81597E-14
	ZCD	5,63281E-01	6,32812E-02	1,00000E+16	1,13687E-14	2,18137E-12	2,13163E-13
	DFT	6,02969E-01	1,02969E-01	6,53037E+00	0,00000E+00	4,26326E-14	0,00000E+00
Variação de amplitude	CS-MM	5,50260E-01	5,02604E-02	8,90254E+00	2,74767E-11	4,54961E-11	2,45457E-11
	ZCD	5,50260E-01	5,02604E-02	6,00000E+01	2,77609E-11	4,23152E-11	1,08725E-11
	DFT	5,95139E-01	9,51389E-02	1,92721E-01	0,00000E+00	4,22323E-11	2,36848E-15
Distorção harmônica	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	6,32812E-02		6,00000E+01	8,26006E-14	2,23439E-11	4,52083E-13
	DFT	5,05000E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	6,50000E-12	0,00000E+00
Distorção inter-harmônica	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	Não convergiu					
	DFT	5,05000E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	5,17000E-02	5,18000E-05
Distorção sub-harmônica	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	Não convergiu					
	DFT	5,05208E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	8,69251E-02	5,65791E-04
Sinais com ruído	CS-MM	5,33854E-02		5,40311E-02	1,05161E-04	6,11272E-02	2,38962E-06
	ZCD	7,15712E-02		6,00000E+01	2,36435E-03	3,78563E-02	2,08437E-04
	DFT	5,05208E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	5,82700E-03	6,52833E-07
Sinais com desbalanço de fase	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	6,33557E-02		6,00000E+01	4,36476E-14	8,09308E-12	1,20792E-13
	DFT	5,05000E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	6,50000E-12	0,00000E+00
Sinais com desbalanço de amplitude	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	6,56250E-02		6,00000E+01	2,13163E-14	4,58300E-12	1,42109E-14
	DFT	5,20833E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	2,45137E-12	0,00000E+00

Fonte: Autoria própria.

Tabela 17 – Média dos índices de desempenho em todos os casos para os estimadores de frequência em 128 amostras/ciclo.

64 amostras/ciclo							
Caso	Método	TC	IC	EmáxAC	EmínAC	EmáxDC	EmínDC
Sem variações	CS-MM	5,05208E-02		4,85662E-09	4,45792E-09	4,86662E-09	4,45750E-09
	ZCD	6,34471E-02		5,99950E+01	7,60845E-05	4,29489E-04	8,26079E-06
	DFT	5,05208E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	6,96159E-02	4,50254E-05
Variação em degrau	CS-MM	5,50516E-01	5,05156E-02	1,25250E+00	6,92106E-15	1,09234E-11	1,28925E-12
	ZCD	5,63000E-01	6,30000E-02	6,00000E+01	3,55000E-14	4,29000E-04	1,45000E-05
	DFT	5,88000E-01	8,78000E-02	8,80000E-01	0,00000E+00	2,51000E-02	3,23000E-05
Variação em rampa	CS-MM	5,50001E-01	5,02603E-02	6,49743E-04	7,09834E-15	6,17938E-04	6,05657E-12
	ZCD	1,04986E+00	5,49859E-01	6,00000E+01	3,55271E-14	4,29072E-04	8,97618E-06
	DFT	Não convergiu					
Variação exponencial	CS-MM	5,50260E-01	5,02604E-02	4,88198E-03	7,10543E-15	2,19350E-03	1,12104E-05
	ZCD	6,89959E-01	1,89959E-01	6,00000E+01	3,55271E-14	2,36456E-02	3,05090E-04
	DFT	Não convergiu					
Variação senoidal amortecida	CS-MM	2,50260E-01	5,02604E-02	1,83853E-03	2,74737E-11	7,83626E-04	1,41243E-09
	ZCD	3,24067E-01	1,24067E-01	6,00000E+01	2,82299E-11	2,19084E-02	9,74588E-07
	DFT	3,68164E-01	1,68164E-01	1,95104E-01	0,00000E+00	2,74043E-02	4,81247E-07
Variação de fase	CS-MM	5,54688E-01	5,46875E-02	2,66667E+02	0,00000E+00	2,39666E-11	7,81597E-14
	ZCD	5,63281E-01	6,32812E-02	1,00000E+16	1,13687E-14	2,18137E-12	2,13163E-13
	DFT	6,02969E-01	1,02969E-01	6,53037E+00	0,00000E+00	4,26326E-14	0,00000E+00
Variação de amplitude	CS-MM	5,50260E-01	5,02604E-02	8,90254E+00	2,74767E-11	4,54961E-11	2,45457E-11
	ZCD	5,50260E-01	5,02604E-02	6,00000E+01	2,77609E-11	4,23152E-11	1,08725E-11
	DFT	5,95139E-01	9,51389E-02	1,92721E-01	0,00000E+00	4,22323E-11	2,36848E-15
Distorção harmônica	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	6,32812E-02		6,00000E+01	8,26006E-14	2,23439E-11	4,52083E-13
	DFT	5,05000E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	6,50000E-12	0,00000E+00
Distorção inter-harmônica	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	Não convergiu					
	DFT	5,05000E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	5,17000E-02	5,18000E-05
Distorção sub-harmônica	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	Não convergiu					
	DFT	5,05208E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	8,69251E-02	5,65791E-04
Sinais com ruído	CS-MM	5,33854E-02		5,40311E-02	1,05161E-04	6,11272E-02	2,38962E-06
	ZCD	7,15712E-02		6,00000E+01	2,36435E-03	3,78563E-02	2,08437E-04
	DFT	5,05208E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	5,82700E-03	6,52833E-07
Sinais com desbalanço de fase	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	6,33557E-02		6,00000E+01	4,36476E-14	8,09308E-12	1,20792E-13
	DFT	5,05000E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	6,50000E-12	0,00000E+00
Sinais com desbalanço de amplitude	CS-MM	Não convergiu					
	ZCD	6,56250E-02		6,00000E+01	2,13163E-14	4,58300E-12	1,42109E-14
	DFT	5,20833E-02		0,00000E+00	0,00000E+00	2,45137E-12	0,00000E+00

Fonte: Autoria própria.

4.4 Considerações finais

Neste Capítulo, foram feitas as considerações com relação aos resultados obtidos pelo método de estimação de frequência proposto. Foi verificado que o método apresentou bom desempenho frente à maioria dos testes realizados, entretanto, para os casos em que há presença elevada de ruído (menor que 70 dB), distorção por harmônicas e desbalanços, inter-harmônicas e sub-harmônicas, o método proposto não convergiu. Já, com relação ao desempenho dos métodos ZCD e DFT, observou-se um melhor desempenho no método DFT, quando exposto a cenários com distorção harmônica e ruídos, nos casos em que a frequência fundamental é 60 Hz. Mas, em casos de variação em rampa, o método DFT, apresentou não-convergência. O método ZCD, por sua vez, apresentou uma resposta intermediária entre os dois métodos comparados, garantindo convergência na maioria dos casos, exceto nos casos em que há presença de ruído e distorção por inter-harmônica e sub-harmônica.

O Capítulo seguinte apresenta as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

5 CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1 Conclusão

O presente trabalho apresentou uma nova metodologia aplicável em relés digitais, que visa estimar a frequência do sistema elétrico. Até o momento, essa metodologia foi avaliada computacionalmente, a fim de determinar seu desempenho nas diversas situações em que o SEP pode estar sujeito. A metodologia é uma nova forma de estimar a frequência, utilizando o método de Transformada de Clarke com componentes simétricas para sistemas desbalanceados e Morfologia Matemática. A avaliação deste estimador, foi feita em diferentes taxas de amostragens, casos de variação de frequência e comparação de técnicas de estimação de frequência da literatura, permitindo determinar em qual taxa de amostragem o estimador terá o melhor desempenho, e, qual método foi superior em cada caso analisado. Com relação a taxa de amostragem de 128 amostras/ciclo, o estimador proposto obteve um melhor desempenho. Tais afirmações foram feitas a partir da análise dos índices de desempenho mencionados anteriormente, que auxiliaram na escolha das amostragens mais adequadas, atendendo às diferentes condições a que estão sujeitos os sistemas elétricos.

Foram testados para mais de 16000 casos, simulando diferentes condições operacionais do sistema que provocam diferentes tipos de variação de frequência. Em todos os casos foram obtidos resultados satisfatórios frente aos diversos tipos de variação de frequência testados. Com exceção dos cenários em que há presença de harmônicas e ruídos, o método proposto apresentou um pior desempenho, não atingindo convergência. Além disso, o método de Transformada Discreta de Fourier (DFT, do inglês, "*Discrete Fourier Transform*"), apresentou um melhor desempenho em casos de presença de harmônicas e ruídos, o mesmo busca encontrar o pico do espectro resultante da DFT, assim, possui melhor desempenho em cenários sem variação da frequência fundamental. Entretanto, seu desempenho no caso de variação de frequência em rampa não foi satisfatório, nestes casos o método DFT não apresentou convergência, pois a frequência fundamental varia a cada janela amostrada durante o período de variação. Já o método de Detecção de Passagem do sinal por Zero (ZCD, do inglês "*Zero Crossing signal Detection*") é um método simples e é preciso, apresentou bom desempenho frente à distorções harmônicas (exceto por inter-harmônicas e sub-harmônicas), porém, não apresentou convergência em casos com níveis de ruído.

Por fim, concluiu-se que o novo método possui grande precisão e robustez, apresentando valores aceitáveis de índices de desempenho nos casos em que apresentou convergência. Entretanto, o método proposto também apresenta fraquezas com relação a distorção harmônica, inter-harmônica, sub-harmônica, e desbalanços de fase e amplitude em que obteve desempenho limitado frente a estes cenários. Em situações com a presença de ruído, o estimador proposto apresentou convergência em todos os casos com nível de ruído de 100 dB, casos com nível de ruído de 90 dB, exceto na amostragem de 128 amostras/ciclo, casos com nível de ruído de 80

dB, exceto nas taxas de amostragens de 64 e 128 amostras/ciclo, e para alguns casos com 32 amostras/ciclo, também não apresentou convergência. Já em níveis de ruído de 70 dB e maiores, o método não apresentou convergência.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Com relação ao método de estimação de frequência apresentado nesse Trabalho, sugere-se:

- Aprimorar a técnica para obter melhores desempenhos frente às atuações onde não atingiu a convergência ou obteve desempenho inferior aos outros métodos analisados;
- Comparar a técnica proposta com mais métodos da literatura especializada; e,
- Testar em casos obtidos a partir de sistema teste.

REFERÊNCIAS

- ABEDINI, M.; AHMADI, S.-A.; SANAYE-PASAND, M. A straightforward and robust algorithm for accurate estimation of power system frequency. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 68, n. 12, p. 12830–12839, 2020. Citado 3 vezes nas páginas 26, 27 e 34.
- AHMED, A.; ZIA, K.; TUFAIL, M. Subspace based widely linear frequency estimation in sustainable energy systems. *In: 2014 International Conference on Robotics and Emerging Allied Technologies in Engineering (iCREATE)*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 287–291. Citado na página 24.
- AHMED, H.; AMAMRA, S.-A.; SALGADO, I. Fast estimation of phase and frequency for single-phase grid signal. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 66, n. 8, p. 6408–6411, 2018. Citado na página 26.
- AHMED, H. *et al.* Frequency adaptive parameter estimation of unbalanced and distorted power grid. **IEEE Access**, IEEE, v. 8, p. 8512–8519, 2020. Citado na página 49.
- AHMED, H.; USHIROBIRA, R.; EFIMOV, D. A simple frequency estimator for power systems. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, IEEE, v. 70, p. 1–2, 2021. Citado na página 27.
- ANEEL. **Resolução Normativa ANEEL nº 956/2021**. 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/aneel/pt-br/centrais-de-conteudos/procedimentos-regulatorios/prodist>. Citado na página 21.
- ANIRUDH, C.; KUMAR, V. S. S. Estimation of symmetrical component phasors and frequency of three-phase voltage signals using transformations. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 38, n. 1, p. 189–199, 2022. Citado na página 28.
- BANSAL, Y.; SODHI, R. A novel frequency estimator for protection applications in active distribution networks. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 58, n. 4, p. 4319–4327, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 33.
- CANDAN, Ç. Analysis and further improvement of fine resolution frequency estimation method from three dft samples. **IEEE Signal Processing Letters**, IEEE, v. 20, n. 9, p. 913–916, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 34.
- CANDAN, A method for fine resolution frequency estimation from three dft samples. **IEEE Signal Processing Letters**, v. 18, n. 6, p. 351–354, 2011. Citado na página 34.
- CLARKE, E. **Circuit analysis of AC power systems: symmetrical and related components**. [S.l.: s.n.]: Wiley, 1943. v. 1. Citado 3 vezes nas páginas 23, 41 e 43.
- COOLEY, J. W.; TUKEY, J. W. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. **Mathematics of Computation**, v. 19, n. 90, p. 297–301, 1965. Citado na página 34.
- FANG, L. *et al.* A joint frequency and phasor estimation algorithm using dft samples for power systems. *In: IEEE. 2013 IEEE Green Technologies Conference (GreenTech)*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 489–493. Citado 3 vezes nas páginas 23, 24 e 34.
- FARAHANI, A. *et al.* A robust fusion bus frequency estimation method to improve frequency oscillation damping in power systems. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Wiley Online Library, 2023. Citado na página 27.

FARSHAD, M. Power frequency estimation based on a bayesian online changepoint detector. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, 2024. Citado na página 28.

FILHO, O. M.; NETO, H. V. **Processamento digital de imagens**. [S.l.: s.n.]: Brasport, 1999. Citado na página 30.

GREBLA, M.; YELLAJOSULA, J. R.; HØIDALEN, H. K. Adaptive frequency estimation method for rocof islanding detection relay. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 35, n. 4, p. 1867–1875, 2019. Citado na página 26.

GUO, F. *et al.* Power frequency estimation using sine filtering of optimal initial phase. **Measurement**, Elsevier, v. 186, p. 110165, 2021. Citado na página 27.

HOROWITZ, S.; PHADKE, A. Blackouts and relaying considerations - relaying philosophies and the future of relay systems. **IEEE Power and Energy Magazine**, v. 4, n. 5, p. 60–67, 2006. Citado na página 30.

HWANG, J. K.; MARKHAM, P. N. Power system frequency estimation by reduction of noise using three digital filters. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 63, n. 2, p. 402–409, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 34.

IRAVANI, M.; KARIMI-GHARTEMANI, M. Online estimation of steady state and instantaneous symmetrical components. **IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution**, IET, v. 150, n. 5, p. 616–622, 2003. Citado na página 38.

JAFARPISHEH, B. *et al.* Power system frequency estimation using adaptive accelerated music. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, IEEE, v. 67, n. 11, p. 2592–2602, 2018. Citado na página 25.

KANNA, S. *et al.* Distributed widely linear kalman filtering for frequency estimation in power networks. **IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks**, IEEE, v. 1, n. 1, p. 45–57, 2015. Citado na página 24.

KUNDUR, P. **Power System Stability and Control**. [S.l.: s.n.]: McGraw-Hill, 1994. Citado na página 30.

LI, J. *et al.* A fast power grid frequency estimation approach using frequency-shift filtering. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 34, n. 3, p. 2461–2464, 2019. Citado na página 26.

LUO, J.; CHE, Y.; HUANG, G. Frequency estimation based on mle-m-rife algorithm. *In: 2020 12th International Conference on Advanced Infocomm Technology (ICAIT)*. [S.l.: s.n.], 2020. p. 64–67. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 33.

LYON, W. V. Applications of the method of symmetrical components. **(No Title)**, 1937. Citado na página 37.

MA, K.; FANG, L.; KONG, W. Review of distribution network phase unbalance: Scale, causes, consequences, solutions, and future research directions. **CSEE Journal of Power and Energy systems**, CSEE, v. 6, n. 3, p. 479–488, 2020. Citado na página 49.

MARCHESAN, G. *et al.* Frequency tracking algorithms: A contribution considering phase unbalance, step variations, noise, harmonics, and different sampling rates. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Springer, v. 24, n. 4, p. 493–503, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 23, 46, 47 e 49.

MARTIN-MARTINEZ, S. *et al.* A new three-phase dpll frequency estimator based on nonlinear weighted mean for power system disturbances. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 28, n. 1, p. 179–187, 2012. Citado na página 23.

MIR, A. S.; SINGH, A. K.; SENROY, N. Robust observer based methodology for frequency and rate of change of frequency estimation in power systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 36, n. 6, p. 5385–5395, 2021. Citado na página 27.

Operador Nacional do Sistema Elétrico-ONS. Relatório técnico sobre geração distribuída no sistema interligado nacional. out. 2025. Acesso em 15 de outubro de 2025. Citado na página 22.

OPPENHEIM, A. V.; WILLSKY, A. S.; NAWAB, S. H. **Sinais e Sistemas**. 2^a. ed. São Paulo: Prentice Hall, 1996. Tradução da edição original de 1996. ISBN 9788576050166. Citado na página 49.

PHADKE, A. G.; THORP, J. S. **Synchronized Phasor Measurements and Their Applications**. [S.l.: s.n.]: Springer, 2008. Citado na página 30.

REZA, M. S.; CIOBOTARU, M.; AGELIDIS, V. G. Accurate estimation of single-phase grid voltage parameters under distorted conditions. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 29, n. 3, p. 1138–1146, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 34.

REZA, M. S.; HOSSAIN, M. M. Three-phase algorithm for independent single-phase grid frequency estimation under grid disturbances. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Wiley Online Library, v. 17, n. 2, p. 438–447, 2023. Citado na página 24.

SANTOS, E. d. *et al.* Power system frequency estimation using morphological prediction of clarke components. **Electric Power System Research**, v. 122, p. 208–217, 2015. Citado 6 vezes nas páginas 24, 30, 43, 47, 49 e 51.

SEO, W.-S.; KANG, S.-H. A novel frequency estimation algorithm based on dft and second derivative. **Journal of International Council on Electrical Engineering**, Taylor & Francis, v. 7, n. 1, p. 69–75, 2017. Citado na página 25.

SINGH, A.; PARIDA, S. K. Power system frequency and phasor estimation for a low-cost synchrophasor device using the nonlinear least-square method. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 58, n. 1, p. 39–48, 2022. Citado na página 26.

SUN, J.; ABOUTANIOS, E.; SMITH, D. B. Iterative weighted least squares frequency estimation for harmonic sinusoidal signal in power systems. *In: 2018 26th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 176–180. Citado na página 26.

SUN, J.; ABOUTANIOS, E.; SMITH, D. B. Low cost and precise frequency estimation in unbalanced three phase power systems. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 38, n. 2, p. 767–776, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 27.

SUN, J. *et al.* Robust frequency, phase, and amplitude estimation in power systems considering harmonics. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 35, n. 3, p. 1158–1168, 2019. Citado na página 26.

SUN, J.; YE, S.; ABOUTANIOS, E. Robust and rapid estimation of the parameters of harmonic signals in three phase power systems. *In: IEEE. 2016 24th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 408–412. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 27.

TAGHVAIE, A. *et al.* A comprehensive review of harmonic issues and estimation techniques in power system networks based on traditional and artificial intelligence/machine learning. **IEEE Access**, v. 11, p. 31417–31442, 2023. Citado na página 26.

WANG, K. *et al.* Iterative two-point interpolated dft algorithm for accurate frequency estimation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 37, n. 3, p. 1671–1681, 2021. Citado na página 27.

WANG, W. *et al.* Fast and accurate frequency response estimation for large power system disturbances using second derivative of frequency data. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 35, n. 3, p. 2483–2486, 2020. Citado na página 26.

XIA, Y.; BLAZIC, Z.; MANDIC, D. P. Complex-valued least squares frequency estimation for unbalanced power systems. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, IEEE, v. 64, n. 3, p. 638–648, 2014. Citado na página 24.

XIA, Y. *et al.* A complex least squares enhanced smart dft technique for power system frequency estimation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 32, n. 3, p. 1270–1278, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 34.

XIA, Y.; KANNA, S.; MANDIC, D. P. Maximum likelihood parameter estimation of unbalanced three-phase power signals. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, IEEE, v. 67, n. 3, p. 569–581, 2018. Citado na página 25.

XU, S.; LIU, H.; BI, T. A novel frequency estimation method based on complex bandpass filters for p-class pmus with short reporting latency. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 36, n. 6, p. 3318–3328, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.

ZEČEVIĆ, Ž. *et al.* An efficient phasor and frequency estimation algorithm for wide frequency range. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 180, p. 106124, 2020. Citado na página 27.

ZEČEVIĆ, Ž.; KRSTAJIĆ, B.; POPOVIĆ, T. Improved frequency estimation in unbalanced three-phase power system using coupled orthogonal constant modulus algorithm. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 32, n. 4, p. 1809–1816, 2016. Citado na página 25.

ZHAN, L.; LIU, Y. Improved wls-tf algorithm for dynamic synchronized angle and frequency estimation. *In: IEEE. 2014 IEEE PES General Meeting| Conference & Exposition*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–5. Citado na página 24.

ZHAN, L.; LIU, Y.; LIU, Y. A clarke transformation-based dft phasor and frequency algorithm for wide frequency range. **IEEE Transactions on Smart Grid**, IEEE, v. 9, n. 1, p. 67–77, 2016. Citado na página 25.