

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

CAROLINE BREMM

SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE FRATURA DE MATERIAIS
QUASE-FRÁGEIS UTILIZANDO A PERIDINÂMICA

Alegrete
2024

CAROLINE BREMM

**SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE FRATURA DE MATERIAIS
QUASE-FRÁGEIS UTILIZANDO A PERIDINÂMICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação *Stricto Sensu* em Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de **Mestre em Engenharia**, na área de concentração de Materiais e Estruturas.

Área de Concentração: Materiais e Estruturas

Orientador: Leandro Ferreira Friedrich

Coorientador: Luis Eduardo Kostaschi

Alegrete

2024

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

BC292ss Bremm, Caroline

SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE FRATURA DE MATERIAIS QUASE-
FRÁGEIS UTILIZANDO A PERIDINÂMICA / Caroline Bremm.
88 p.

Dissertação (Mestrado)-- Universidade Federal do Pampa,
MESTRADO EM ENGENHARIA, 2024.

"Orientação: Leandro Ferreira Friedrich".

1. Peridinâmica. 2. Histerese. 3. Deformações residuais.
4. Modo misto. 5. Fratura. I. Título.

CAROLINE BREMM

**SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE FRATURA DE MATERIAIS QUASE-FRÁGEIS UTILIZANDO
A PERIDINÂMICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia.

Dissertação defendida e aprovada em: 18/07/2024

Banca examinadora:

Prof. Dr. Leandro Ferreira Friedrich
Orientador
(Unipampa)

Prof. Dr. Luis Eduardo Kostaschi
Coorientador
(Unipampa)

Prof.^a Dr.^a Angélica Bordin Colpo
(Unipampa)

Prof. Dr. Ignacio Iturrioz
(UFRGS)



Assinado eletronicamente por **Angélica Bordin Colpo, Usuário Externo**, em 18/07/2024, às 11:10, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **LUIS EDUARDO KOSTESKI, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 18/07/2024, às 11:11, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **LEANDRO FERREIRA FRIEDRICH, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 18/07/2024, às 11:11, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **Ignacito Iturrioz, Usuário Externo**, em 18/07/2024, às 11:28, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1476082** e o código CRC **546BCC77**.

RESUMO

O estudo e a compreensão da fratura de materiais heterogêneos com comportamento quase-frágil são importantes em diversas áreas da ciência e da engenharia, incluindo geologia, ciência dos materiais, engenharia civil e muitos outros campos. A fim de complementar dados experimentais, nos últimos anos as simulações numéricas têm avançado cada vez mais para permitir o projeto de novas estruturas destes materiais. Neste sentido, no presente trabalho, um novo modelo peridinâmico (PD) é proposto para simular o comportamento a fratura de materiais heterogêneos. O diferencial do presente trabalho de pesquisa consiste na proposta de implementação de um único modelo PD bilinear capaz de levar em conta a deformação residual, o comportamento viscoelástico do material, e o cisalhamento. Mais precisamente, ao atuar no segmento de amolecimento do modelo PD proposto, considera-se a energia dissipada devido ao dano produzido tanto pela degradação do material como pelo deslizamento de atrito ao longo de superfícies rugosas das fissuras, enquanto, ao atuar no segmento de descarregamento do modelo, o efeito da deformação residual é levado em consideração. Além disso, são introduzidos efeitos dependentes da taxa, proporcionando uma formulação PD bilinear estendida. A validação do modelo PD proposto é realizada considerando duas aplicações. Uma focada na simulação do comportamento de histerese, e outra no efeito escala. Ambas aplicações tem seus resultados numéricos comparados com dados experimentais.

Palavras-chave: Peridinâmica. Modo misto. Deformações residuais. Histerese.

ABSTRACT

The study and understanding of the phenomenon of fracture of heterogeneous materials with quasi-brittle behaviour is important in several fields of science and engineering, including geology, materials science, civil engineering and many others. To complement experimental data, numerical simulations have been increasingly developed in recent years to allow the design of new structures for these materials. In this sense, the present work proposes a new peridynamic (PD) model to simulate the fracture behaviour of heterogeneous materials. The difference of this research work is the proposed implementation of a single bilinear PD model capable of taking into account residual deformation, the viscoelastic behavior of the material, and shear. More specifically, when acting on the softening segment of the proposed PD model, the energy dissipated due to damage caused by both material degradation and frictional sliding along rough crack surfaces is considered, while when acting on the unloading segment of the model, the effect of residual strain is taken into account. In addition, rate-dependent effects are introduced, providing an extended bilinear PD formulation. The validation of the proposed PD model is carried out by considering two applications. One focuses on the simulation of hysteresis behaviour and the other on the scale effect. For both applications, the numerical results are compared with experimental data.

Keywords: Peridynamic. Mixed mode. Residual strain. Hysteresis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Três principais modos de fratura: normal (modo I), cisalhamento no plano (modo II) e cisalhamento fora do plano (modo III)(HOBBS, 2021).	18
Figura 2 – Mecanismos de dissipação de energia (FRIEDRICH, 2023).	19
Figura 3 – Comportamento tensão-deformação para materiais frágeis, dúcteis e quase-frágeis (modificado de Hobbs (2021)).	20
Figura 4 – Representação do Efeito de Escala em função da Tensão vs Deflexão relativa (Adaptado Carpinteri (1989)).	21
Figura 5 – Laços de histerese observados por Gopalaratnam e Shah (1985) em uma amostra de concreto sob tração.	24
Figura 6 – Modelo a) semi-empírico de Hordijk (1993) e b) fenomenológico de Otter e Naaman (1989).	24
Figura 7 – a) Exemplo de relação constitutiva a baixo nível utilizada por Colpo et al. (2023) e b) Resultados obtidos.	25
Figura 8 – Modelo de dois elementos de Kelvin-Voigt (KRUSSER; SHITIKOVA, 2020).	27
Figura 9 – Diferentes formulações da teoria Peridinâmica (modificado de Javili et al. (2019))	28
Figura 10 – Teoria Peridinâmica e suas aplicações (modificado de Diehl et al. (2022))	29
Figura 11 – O corpo sólido, discretizado em pontos materiais, sob solicitação se deformada da (a) configuração de referência para a (b) configuração deformada (FRIEDRICH et al., 2023).	30
Figura 12 – Lei constitutiva uniaxial adotada no modelo Peridinâmico clássico para a simulação do dano (FRIEDRICH et al., 2022).	32
Figura 13 – Modelo baseado em ligações considerando efeitos de tensão, rotação, cisalhamento (YU; CHEN; SUN, 2020).	33
Figura 14 – Comparação entre as leis constitutivas a) uniaxial b) bilinear e c) trilinear empregadas por Niazi, Chen e Bobaru (2021).	34
Figura 15 – Comparação entre o modelo bilinear proposto por a)Cabral et al. (2019) e b)Friedrich et al. (2023).	34
Figura 16 – Modelo PD bilinear de Cabral-Friedrich.	37
Figura 17 – Esquema para obter os parâmetros da lei bilinear.	38
Figura 18 – Descrição do campo aleatório (FRIEDRICH et al., 2022).	39
Figura 19 – Relação $f - s$ do modelo proposto.	40
Figura 20 – Esquema das ligações envolvidas durante o cisalhamento.	41
Figura 21 – Fabricação do compósito reforçado com fibras de vidro.	43
Figura 22 – Características geométricas do compósito reforçado com fibras de vidro (VANTADORI et al., 2021).	44
Figura 23 – Discretização do modelo PD e condições de contorno.	45
Figura 24 – Geometria dos corpos de prova (HOOVER et al., 2013).	46
Figura 25 – Definição de rotação crítica de acordo com Carpinteri, Cornetti e Puzzi (2006)	48

Figura 26 – Discretização do modelo PD e condições de contorno.	50
Figura 27 – Influência das deformações residuais.	51
Figura 28 – Influência da taxa de deformação.	52
Figura 29 – Influência do atrito entre as faces das trincas.	53
Figura 30 – Influência do horizonte numérico δ_0	54
Figura 31 – Comparação entre resultados experimentais de Vantadori et al. (2021) para a viga PRFV10 e numéricos variando o campo aleatório.	55
Figura 32 – Detalhe do fenômeno da histerese obtido numérico e experimental.	56
Figura 33 – Comparação (a) padrões de trincas experimentais PRFV10 e, (b) padrões de trincas PD.	57
Figura 34 – Curvas de Força-CMOD experimental (em vermelho) e numérico variando beta para a) $D=40\text{mm}$ e b) $D=93\text{mm}$ ambos com $\lambda = 0,3$	58
Figura 35 – Curvas de Força-CMOD experimental (em vermelho) e numérico variando o campo aleatório (em preto) para $D=40, 93, 215$ e 500 mm sendo $\lambda = 0,3$	60
Figura 36 – Curvas de Força-CMOD experimental (em vermelho) e numérico variando o campo aleatório (em preto) para $D=40, 93, 215$ e 500 mm sendo $\lambda = 0,15$	61
Figura 37 – Curvas de Força-CMOD experimental (em vermelho) e numérico variando o campo aleatório (em preto) para $D=40, 93, 215$ e 500 mm sendo $\lambda = 0,075$	62
Figura 38 – Avaliação do comportamento da estrutura utilizando n_f para os diferentes valores de λ	63
Figura 39 – Transição dúctil-frágil para a viga com $D=215\text{ mm}$	64
Figura 40 – Determinação dos expoentes de escala para $\lambda=0,3$	65
Figura 41 – Determinação dos expoentes de escala para $\lambda=0,15$	66
Figura 42 – Determinação dos expoentes de escala para $\lambda=0,075$	67
Figura 43 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=40\text{mm}$ e $\lambda=0,3$	68
Figura 44 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=93\text{mm}$ e $\lambda=0,3$	69
Figura 45 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=215\text{mm}$ e $\lambda=0,3$	69
Figura 46 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=500\text{mm}$ e $\lambda=0,3$	70
Figura A.1 – Geometria do corpo de prova utilizado para verificação das características do modelo PD bilinear.	80
Figura A.2 – Modelo PD com Δ igual a: a) $0,5\text{mm}$ b) $1,25\text{mm}$ c) $2,5\text{mm}$	81
Figura A.3 – Comparação tensão-deformação variando Δ : a) $0,5\text{mm}$, b) $1,25\text{ mm}$ e c) $2,5\text{mm}$. Uma configuração de fratura é exemplificada para cada caso.	81
Figura A.4 – Influência da variação de CVG_f	82
Figura A.5 – Configuração da fratura de acordo com CVG_f de: a) 40% , b) 80% e c) 120%	82
Figura B.1 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=40\text{mm}$ e $\lambda=0,15$	83

Figura B.2 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=93\text{mm}$ e $\lambda=0,15$	84
Figura B.3 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=215\text{mm}$ e $\lambda=0,15$	84
Figura B.4 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=500\text{mm}$ e $\lambda=0,15$	85
Figura B.5 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=40\text{mm}$ e $\lambda=0,075$	85
Figura B.6 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=93\text{mm}$ e $\lambda=0,075$	86
Figura B.7 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=215\text{mm}$ e $\lambda=0,075$	86
Figura B.8 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=500\text{mm}$ e $\lambda=0,075$	87

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Propriedades do compósito reforçado com fibras de vidro (VANTADORI et al., 2021).	43
Tabela 2	–	Dados da geometria da amostra (VANTADORI et al., 2021).	44
Tabela 3	–	Parâmetros que definem o modelo PD bilinear.	45
Tabela 4	–	Propriedades do concreto de acordo com Hoover et al. (2013).	46
Tabela 5	–	Parâmetros que definem o modelo PD bilinear.	47
Tabela 6	–	Parâmetros que definem o modelo PD bilinear no estudo paramétrico.	51
Tabela 7	–	Resultados numéricos para $\lambda = 0,3$.	60
Tabela 8	–	Resultados numéricos para $\lambda = 0,15$.	61
Tabela 9	–	Resultados numéricos para $\lambda = 0,075$.	62
Tabela 10	–	Intervalos de confiança para os expoentes de escala para $\lambda=0,3$.	65
Tabela 11	–	Intervalos de confiança para os expoentes de escala para $\lambda=0,15$.	66
Tabela 12	–	Intervalos de confiança para os expoentes de escala para $\lambda=0,075$.	67

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Objetivos	15
1.1.1	Objetivo geral	15
1.1.2	Objetivos específicos	15
1.2	Estrutura do trabalho	16
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1	Modos de fratura	17
2.2	O comportamento quase-frágil	18
2.3	Efeito de escala	20
2.4	Comportamento de histerese	23
2.4.1	Conceito e tipos de abordagens para descrição do fenômeno	23
2.4.2	Comportamento viscoelástico dos materiais	26
2.5	Teoria Peridinâmica	27
2.5.1	Teoria PD baseada em ligações	29
2.5.2	Simulação do comportamento quase-frágil utilizando a PD	32
3	MATERIAIS E MÉTODOS	36
3.1	Modelo PD bilinear de Cabral-Friedrich	36
3.2	Proposta de modelo PD bilinear estendido para a simulação de materiais quase-frágeis	39
3.3	Validação do modelo PD proposto	42
3.3.1	Aplicação I - Estudo do comportamento de histerese	42
3.3.2	Aplicação II - Análise do efeito de escala	45
4	RESULTADOS	50
4.1	Estudo paramétrico dos parâmetros do modelo PD proposto	50
4.1.1	Influência do parâmetro - γ	51
4.1.2	Influência do parâmetro - α	52
4.1.3	Influência do parâmetro - β	52
4.1.4	Influência do horizonte numérico - δ_0	53
4.2	Aplicação I - Estudo do comportamento de histerese	54
4.3	Aplicação II - Análise do efeito escala	57
4.3.1	Análise do comportamento global	58
4.3.2	Análise do efeito escala	64
4.3.3	Análise da configuração de ruptura	68
5	CONCLUSÕES	71
6	SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	73
	REFERÊNCIAS	74
	ANEXO A – CARACTERÍSTICAS DO MODELO BILINEAR	80

ANEXO B – ANÁLISE DA CONFIGURAÇÃO DE RUP- TURA	83
---	----

1 INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento quase-frágil dos materiais é de suma importância para o projeto, desenvolvimento e o aprimoramento de diversas aplicações envolvendo, por exemplo, compósitos, ferro fundido cinzento, madeira, concreto, grafite, ossos, entre outros. O processo de dano nesses materiais é caracterizado pelo surgimento de múltiplas fissuras, ativadas por defeitos internos, que coalescem em uma macro fissura, podendo levar a estrutura à falha.

Materiais como concreto e rochas, por exemplo, também estão susceptíveis ao chamado efeito de escala, que consiste em uma mudança das propriedades mecânicas do material e do seu comportamento conforme o tamanho característico da estrutura (COLPO; KOSTESKI; ITURRIOZ, 2017). Outro fenômeno que também pode ser observado é o de histerese. A intensidade deste fenômeno depende das propriedades específicas do material, das condições de carregamento e das características microestruturais do material. Mais precisamente, a histerese ocorre quando um material é submetido a fadiga, ou seja, ciclos de carga e descarga do material, que geram os característicos laços (loops), que podem ser observados nos gráficos tensão-deformação, por exemplo (LI et al., 2020).

Devido a estas características, os materiais quase-frágeis, tem sido intensivamente estudados experimental e mais recentemente de forma numérica através da simulação por diferentes métodos (HOBBS et al., 2022) (COLPO, 2014). Os métodos numéricos frequentemente utilizados no estudo da fratura de materiais podem ser categorizados em dois principais grupos, os baseados no Método dos Elementos Finitos (MEF) (fundamentados na mecânica do meio contínuo), e aqueles baseados no método dos Elementos Discretos (MED) (LI et al., 2021). Importante mencionar que outras categorizações também podem ser feitas como aquelas apresentadas em (HOBBS, 2021) (ZHOU; WANG, 2021).

O MEF pode ser considerado, um método amplamente utilizado para a simulação de diferentes tipos de problemas de engenharia, como em estruturas, trocas térmicas e mecânica dos fluidos(AZEVEDO, 2003) (SZABÓ; BABUŠKA, 2021). No entanto, o MEF possui limitações para descrever as zonas entre contínuo e descontínuo, devido à utilização de derivadas parciais que se tornam indeterminadas ao se depararem com uma descontinuidade, ou seja, a trinca, impossibilitando descrever esse comportamento. Para contornar esse problema, outras versões do MEF foram desenvolvidas, com o uso de leis coesivas, malhas adaptativas, entre outras soluções, para descrever o comportamento da fratura dos materiais. Mesmo nestes casos, algumas dificuldades ainda persistem, como a dependência da malha nos resultados, em certos casos, e o alto custo computacional no caso de problemas tridimensionais (HA; BOBARU, 2010),

(LADÁNYI; GONDA, 2021), (XU; NEEDLEMAN, 1994).

No MED é possível capturar a propagação de trincas de forma espontânea sem a adição de critérios externos para isso. Porém, de acordo com Wang, Zhou e Xu (2016) e Li et al. (2021) esses modelos possuem uma certa dificuldade de relacionar os parâmetros do modelo com as propriedades intrínsecas do material, ou seja, estabelecer uma relação entre as leis constitutivas locais e macroscópicas. Entre as diversas variações do MED, destaca-se o Método dos Elementos Discretos formado por Barras (do inglês *Lattice Discrete Element Method* - LDEM) aplicado na simulação de diversos problemas de fratura em materiais heterogêneos como nos trabalhos de Sattari et al. (2017), Kostas et al. (2020), Birck et al. (2016). O LDEM busca descrever o comportamento de materiais por meio de um conjunto de elementos unidirecionais (barras), arranjadas em uma estrutura do tipo cúbica onde a massa do corpo é discretizada e concentrada nos nós das barras. Utilizando uma lei de dano bilinear, cada barra age individualmente para simular a fratura do material.

Uma alternativa aos dois grupos de métodos numéricos mencionados anteriormente, é a teoria Peridinâmica (PD), desenvolvida por Silling (2000), a partir de uma reformulação das equações da mecânica clássica do contínuo. Mais precisamente, as derivadas parciais, que geram inconstâncias matemáticas ao detectarem vazios ou trincas, são substituídas por integrais de força, eliminando tais inconsistências.

Na PD o corpo sólido é descrito por meio de pontos materiais que interagem entre si dentro de uma região limite chamada de horizonte. A interação entre dois pontos materiais, chamada de ligação ou *bond*, é descrita por uma relação que pode ou não ser linear, entre a força da ligação e o estiramento (deformação) para simular o comportamento mecânico do material global.

É importante mencionar que ao substituir as derivadas espaciais por integrais de força, surge uma certa semelhança entre os métodos baseados no MED e a teoria PD, pois ambos levam em consideração interações que ocorrem dentro do material, porém suas formulações matemáticas seguem linhas diferentes, além da interação dentro os pontos materiais suceder de forma diferente (DIMOLA et al., 2022) (SILLING; BOBARU, 2005) (HA; BOBARU, 2010). A PD é utilizada para descrever o comportamento de materiais de forma macroscópica, sendo as interações entre partículas de longo alcance. Já no MED, permite-se descrever o comportamento dos materiais de forma macroscópica e microscópica, possibilitando a simulação em diferentes escalas como no comportamento granular, análise de processos de mistura e segregação, dinâmica de partículas em fluidos, entre outros, focando em interações locais entre partículas que possuem contato direto.

A PD possui um potencial enorme, pois sua flexibilidade para descrever o fenômeno da fratura permite sua aplicação em diferentes áreas, como na geomecânica, biolo-

gia, engenharia e ciências, incluindo mecânica dos materiais, engenharia civil, mecânica dos fluidos e análise de impacto (DIMOLA et al., 2022). Porém, apesar de sua aplicabilidade, existem questões a serem aprimoradas dentro do contexto da simulação de materiais heterogêneos com comportamento quase-frágil.

Uma das questões em estudo está relacionada com a relação força-estiramento da ligação que governa a interação entre os pontos materiais e consequentemente a definição do comportamento global do material. Na literatura, relações do tipo bilinear, trilinear e exponencial estão disponíveis para contornar esta questão (NIAZI; CHEN; BOBARU, 2021), (CABRAL et al., 2019). Outras questões são os diferentes mecanismos de fratura que agem em conjunto durante a falha e que devem ser adicionados ao modelo, como o atrito entre as faces das trincas, a presença dos defeitos internos do material e o comportamento de histerese. Em relação a este último, o fenômeno é caracterizado pela diferença no comportamento de carga em relação a descara, sendo resultado por diferentes fatores, como micro-fissurações, efeito viscoelástico, deslizamento interfacial e histórico de deformações, por exemplo.

Dentro deste contexto, este trabalho procura colaborar na solução das questões apontadas acima na simulação do processo de dano em materiais quase-frágeis por meio da Peridinâmica. Mais precisamente, emprega-se uma relação força-estiramento capaz de levar em conta os efeitos do cisalhamento entre as faces das trincas, deformações residuais e o comportamento viscoelástico. O modelo PD é então validado em duas aplicações. Uma com foco na captura da histerese, onde a campanha experimental de Vantadori et al. (2021) é empregada para comparar com os resultados numéricos, enquanto na segunda aplicação o efeito de escala é estudado. Neste último caso, a campanha experimental realizada por Hoover et al. (2013) é utilizada.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

Este trabalho tem como objetivo o estudo do processo de fratura em materiais heterogêneos com comportamento quase-frágil utilizando simulações numéricas com a Peridinâmica.

1.1.2 Objetivos específicos

Para atingir o objetivo geral, são definidos os seguintes objetivos específicos:

- Melhorar a relação força-estiramento bilinear da ligação permitindo levar em conta deformações residuais e a influência da taxa de deformação;

- Realizar um estudo paramétrico a fim de se observar a dependência dos resultados dos parâmetros a serem calibrados no modelo PD;
- Desenvolver um modelo PD capaz de levar em conta o fenômeno de histerese em materiais quase-frágeis e verificar a validade do modelo através da campanha experimental proposta por Vantadori et al. (2021);
- Avaliar a capacidade do modelo PD em relação à captura do efeito escala neste tipo de material utilizando a campanha experimental realizada por (HOOVER et al., 2013);

1.2 Estrutura do trabalho

O presente trabalho é composto por seis capítulos. O primeiro, contém a introdução e os objetivos. A revisão bibliográfica, segundo capítulo, explora os conceitos necessários relacionados ao tema de pesquisa. O terceiro capítulo engloba a metodologia utilizada para realizar as simulações e a descrição das campanhas experimentais que serão utilizadas para validação. O quarto capítulo apresenta os resultados obtidos. Por fim, o penúltimo e último capítulo abordam as conclusões, e sugestões de trabalhos futuros. Na sequência as referências bibliográficas e o Apêndice A são apresentados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esse capítulo tem como objetivo realizar uma contextualização sobre conceitos básicos abordados no presente trabalho. Mais precisamente, alguns conceitos sobre modos de fratura, comportamento quase-frágil, efeito de escala e histerese, são apresentados. Além disso, na sequência, a teoria Peridinâmica clássica é detalhada.

2.1 Modos de fratura

A Mecânica da Fratura desempenha um papel essencial na análise da integridade estrutural na engenharia, fornecendo percepções cruciais para avaliar a resistência de materiais e estruturas sob condições específicas de carregamento. Um dos estudos relacionados a Mecânica da Fratura é a análise dos modos de fratura que fornece uma estrutura analítica para entender e prever o comportamento de materiais sujeitos a trincas ou falhas (HUA et al., 2023). Através dos modos de fratura é possível observar os tipos de carregamento e deformações que podem levar a falha do material. Cada tipo de fratura apresenta características únicas, sendo a determinação do modo predominante influenciada pelas condições específicas de carregamento, pela geometria da trinca, e pelas propriedades do material. Esses modos são categorizados em três casos com base na direção relativa do esforço aplicado e da trinca ou falha resultante, como apresentado na Figura 1 (ANDERSON; ANDERSON, 2005):

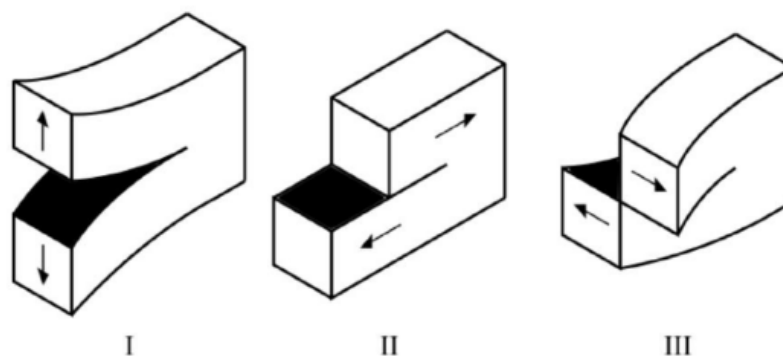
Modo I - Fratura por tração (ou abertura): A carga é aplicada perpendicularmente à trinca ou à superfície da fissura. É o modo de falha no qual os materiais são mais propensos.

Modo II - Fratura por cisalhamento (ou deslizamento): A carga é aplicada de maneira que há um deslizamento relativo entre os lados da trinca. O carregamento é paralelo à superfície da fissura.

Modo III - Fratura por cisalhamento anti-plano (ou deslizamento anti-plano): A carga é aplicada de maneira que há deslocamento relativo em uma direção perpendicular à superfície da fissura.

A Figura 1 mostra as características de cada um dos três modos de fratura. As fraturas de modo misto ocorrem quando há uma combinação de diferentes modos de fratura (Modo I, Modo II e/ou Modo III) atuando simultaneamente. Em situações práticas, raramente ocorre uma fratura puramente de um único modo. Geralmente, as condições reais de carregamento, sujeitos a tensões multiaxiais, resultam em uma combinação de esforços que levam a uma fratura de modo misto (WANG et al., 2020). A análise dessas fraturas é mais complexa do que a análise de modos individuais e requer métodos específicos.

Figura 1 – Três principais modos de fratura: normal (modo I), cisalhamento no plano (modo II) e cisalhamento fora do plano (modo III)(HOBBS, 2021).

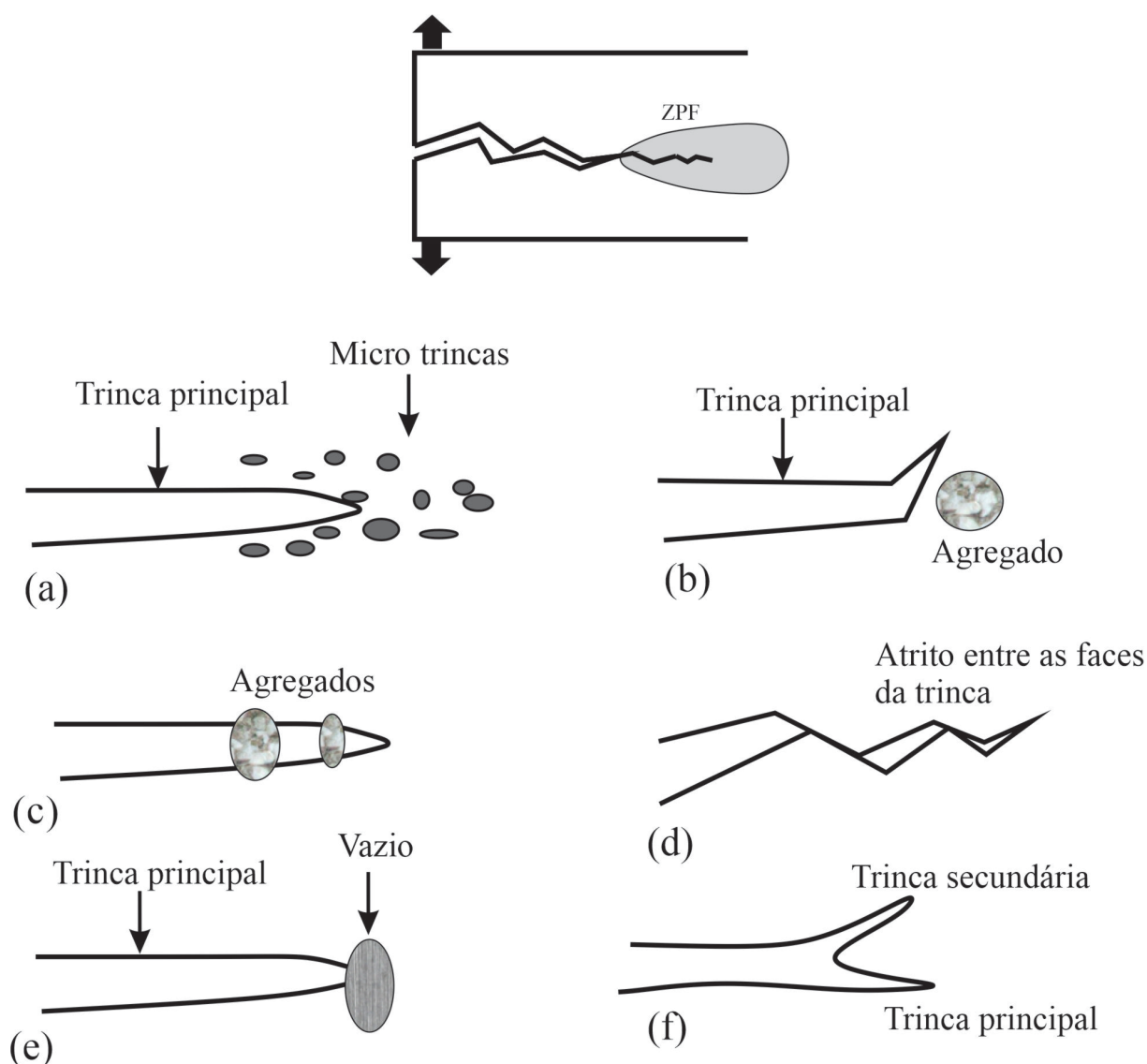


2.2 O comportamento quase-frágil

Materiais heterogêneos como rochas, grafite, concreto, ossos, madeira, ferro fundido cinzento, e alguns compósitos são caracterizados por apresentarem um comportamento quase-frágil (RAY, 2019). Este comportamento é um fenômeno complexo com características típicas tanto de materiais frágeis quanto de materiais dúcteis. Esses materiais demonstram uma certa capacidade de deformação antes de sofrerem fratura, embora essa capacidade seja notavelmente mais limitada em comparação com materiais verdadeiramente dúcteis(ZHANG; ZHOU, 2022), (BERTO et al., 2014), (HURLEY; HOGAN, 2020).

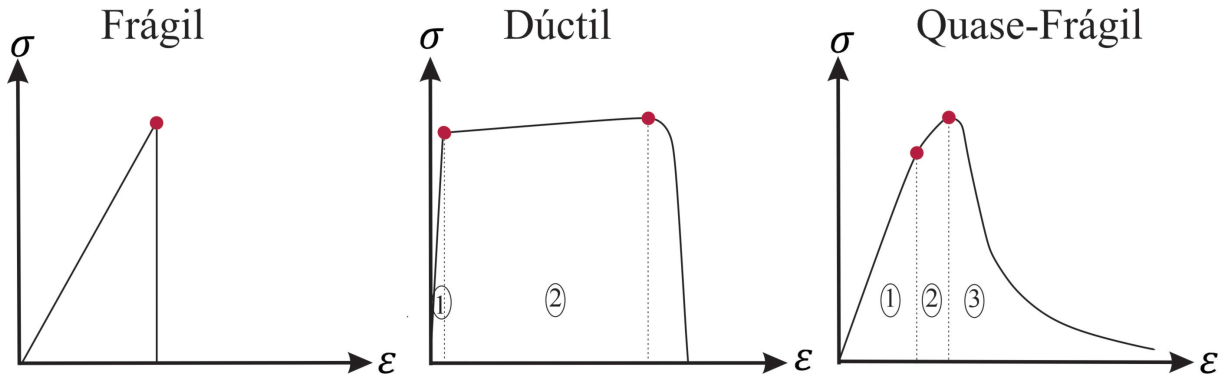
O comportamento quase-frágil é caracterizado pela presença micro trincas distribuídas aleatoriamente pelo volume do corpo que se desenvolvem a medida que o material é solicitado. As micro trincas coalescem e formam uma macro trinca podendo causar a falha da estrutura. Além disso, há uma Zona de Processo de Fratura (ZPF) que ocorre na frente da ponta trinca onde diferentes mecanismos de dissipação estão presentes como, por exemplo, o atrito entre faces da trinca, micro defeitos entre outros, como mostrado na Figura 2. A combinação das características mencionadas acima, leva o material a ter um comportamento próprio, como a presença de um comportamento de amolecimento (*softening*) após o pico de carga (HOBBS, 2021) e o efeito de escala (CARPINTERI, 2012), por exemplo.

Figura 2 – Mecanismos de dissipação de energia (FRIEDRICH, 2023).



A Figura 3 mostra uma simples comparação entre curvas tensão-deformação para materiais frágeis, dúcteis, e quase-frágeis. No primeiro caso, logo após atingir a tensão crítica o material frágil irá falhar de forma abrupta. No segundo, o material dúctil, ao passar do limite elástico, entra em sua região plástica, onde é capaz de suportar grandes deformações antes de atingir a tensão crítica e romper. No caso de materiais quase-frágeis o comportamento pode ser dividido em 3 estágios: no (1) o material ainda possui um comportamento elástico, no (2) passa a ocorrer o desenvolvimento de múltiplas micro-trincas e (3) coalescência das micro-trincas e formação da macro trinca, ou trinca principal.

Figura 3 – Comportamento tensão-deformação para materiais frágeis, dúcteis e quase-frágeis (modificado de Hobbs (2021)).



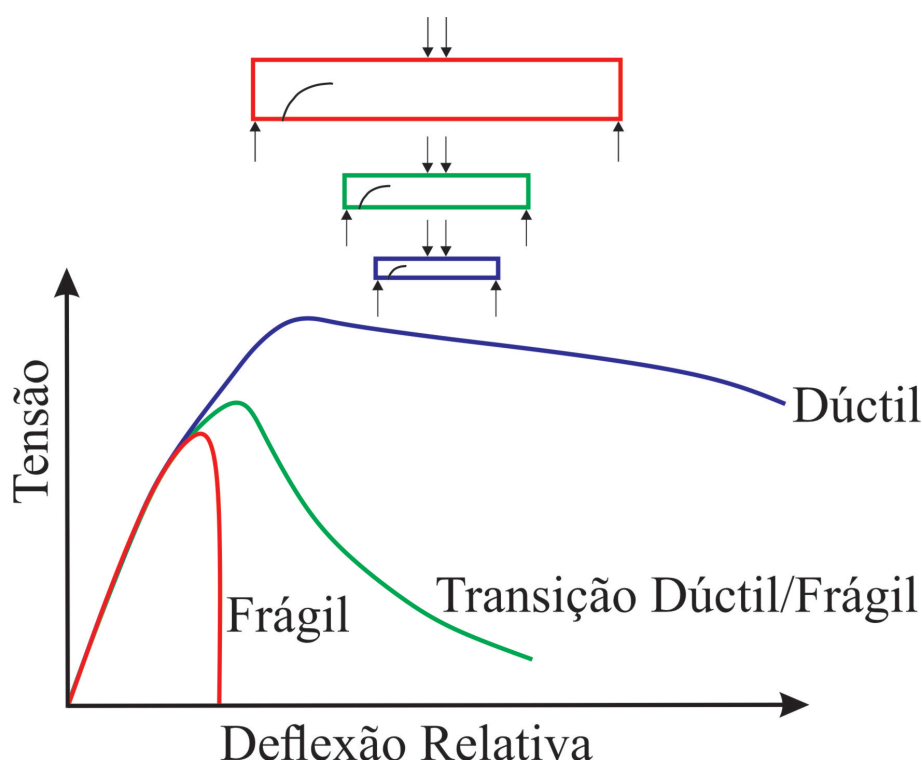
Em resumo, materiais com comportamento quase-frágil podem exibir características tanto frágeis quanto dúcteis, dependendo das condições ambientais, taxa de carregamento e geometria da trinca. Nos materiais plásticos, a existência de uma região de plasticidade na ponta da trinca resulta em tensões residuais que dificultam o avanço da falha. Em contraste, nos materiais quase-frágeis, a propagação da trinca não é limitada pela plasticidade, mas sim por outros mecanismos que podem se desenvolver na região adjacente (FLOR, 2022) (ZHANG; ZHOU, 2022), (NIAZI; CHEN; BOBARU, 2021).

2.3 Efeito de escala

Desde o século XIX até o presente, cientistas e engenheiros têm se empenhado em compreender como as propriedades mecânicas dos materiais são afetadas pelas mudanças em suas dimensões físicas, fenômeno conhecido como efeito de escala. Esse entendimento tem sido fundamental para impulsionar o avanço de aplicações industriais e tecnológicas mais eficientes e inovadoras (COLPO, 2014; BAŽANT; LE; SALVIATO, 2021).

O efeito de escala pode se evidenciar em diversos materiais, variando conforme as características próprias do material e os métodos de processamento ou aplicação utilizados. Esse efeito consiste na alteração das propriedades físicas, mecânicas ou químicas desses materiais à medida que suas dimensões são ajustadas. No caso de materiais quase-frágeis, o efeito de escala se exibe, por exemplo, com uma redução da resistência, ou seja, elementos maiores falham com uma tensão mais baixa, comparados aos elementos geometricamente idênticos, porém menores, como mostrado na Figura 4 (HOBBS et al., 2022; CARPINTERI, 1989). Além disso, é possível observar na Figura 4 a transição dúctil-frágil, outra característica do efeito de escala em estruturas.

Figura 4 – Representação do Efeito de Escala em função da Tensão vs Deflexão relativa (Adaptado Carpinteri (1989)).



Como forma de complementar os dados experimentais, nas últimas décadas, o estudo do efeito de escala tem sido foco da aplicação de diferentes métodos numéricos. Galouei e Fakhimi (2015), ao investigar o efeito de tamanho por meio da simulação da zona de processo de fratura em vigas entalhadas submetidas a ensaios de flexão de três pontos, utilizando um código híbrido de elementos finitos e discretos, observaram que, para materiais quase-frágeis, o aumento no tamanho do corpo de prova resultava em um aumento não proporcional da zona de processo de fratura. Além disso, a relação comprimento/largura da zona de processo era maior em comparação com materiais dúcteis.

Na pesquisa de Havlásek, Grassl e Jirásek (2016), os autores investigaram a capacidade de modelos não locais em simular o efeito de escala de materiais quase-frágeis. Comparando os modelos não locais baseados em elementos finitos padrão e em distâncias, foi observado que o modelo não local padrão tende a superestimar o comportamento das vigas pequenas, devido à previsão de uma dissipação excessiva de energia próxima aos entalhes e, em menor medida, próximos aos limites sem entalhes. Por outro lado, o modelo baseado em distâncias demonstrou maior precisão, sendo calibrado de acordo com os dados obtidos dos ensaios experimentais.

Colpo, Kostaske e Iturrioz (2017) utilizaram o método de elementos discretos formado por barras para o estudo do efeito de escala em materiais quase-frágeis. Embora

os corpos de prova pequenos tenham apresentado variações em relação aos resultados experimentais, foi evidenciada uma diminuição na resistência à medida que o tamanho dos corpos de prova de poliestireno expandido aumentava.

Feng e Wu (2018) utilizaram um modelo de zona coesiva regularizada de campo de fase (*phase field*) para investigar fraturas frágeis, incluindo o concreto, em amostras com e sem entalhes, submetidas à flexão em três pontos sob ruptura no modo I e modo misto. Os resultados obtidos conseguiram demonstrar o efeito de escala tanto das vigas entalhadas como das vigas sem entalhes.

Suchorzewski et al. (2019) conduziram uma investigação utilizando o método dos elementos discretos para simular o efeito nos ensaios de tração por ruptura de corpos de prova cilíndricos de concreto. A investigação revelou que, à medida que o diâmetro dos corpos de prova aumentava, a tensão de ruptura máxima diminuía.

Barbat et al. (2020) empregaram uma modelagem de elementos finitos para investigar o efeito do tamanho estrutural em problemas de fissuração de materiais quase-frágeis. A abordagem adotada para modelar o processo de fratura é por meio de bandas de fissuras, utilizando uma lei constitutiva de dano isotrópico. A liberação de energia armazenada na estrutura é estudada por meio da simulação de corpos de prova de concreto, tanto entalhados quanto não entalhados. Em ambos os casos foi possível capturar o efeito de escala.

Hobbs et al. (2022) conduziram um estudo sobre o efeito de escala em materiais quase-frágeis utilizando a peridinâmica baseada em ligações, empregando um modelo tridimensional com uma lei bilinear. Este é, a princípio, o primeiro artigo publicado sobre o tema utilizando a PD. O estudo abrangeu vigas com e sem entalhes, com dados experimentais provenientes da literatura. Para avaliar a generalidade dos resultados, foram analisados modelos de fratura do modo I e modo misto. Os resultados indicaram que as amostras entalhadas, tanto no modo de fratura misto quanto no modo I, apresentaram resultados consistentes e conseguiram capturar um efeito de tamanho. No entanto, para as amostras não entalhadas, não foi possível observar um efeito de tamanho significativo por meio das simulações. Isso se deve ao fato de que, nas amostras entalhadas, o efeito estatístico do tamanho é insignificante, já que a influência da aleatoriedade nas propriedades dos materiais é atenuada pela alta concentração de tensão na ponta do entalhe. Em contraste, para problemas sem entalhe, a aleatoriedade das propriedades do material tem um impacto significativo na resistência estrutural, devido à maior probabilidade estatística de um defeito estar presente na região submetida a altas tensões.

Bazant, Le e Salviato (2021) faz uma comparação entre diferentes métodos numéricos, como campo de fase, peridinâmica, e modelos de bandas de trincas, para avaliar o desempenho dos mesmos. As formulações da peridinâmica usadas foram as baseadas

em ligações, e baseadas em estados. Vigas entalhadas e cilindros foram utilizados para avaliar os modelos numéricos. Segundo a abordagem do autor, os resultados obtidos não foram satisfatórios para nenhum dos modelos peridinâmicos adotados, um dos pontos ressaltados como fator implicante no resultado é a falta do cisalhamento friccional entre os pontos materiais.

2.4 Comportamento de histerese

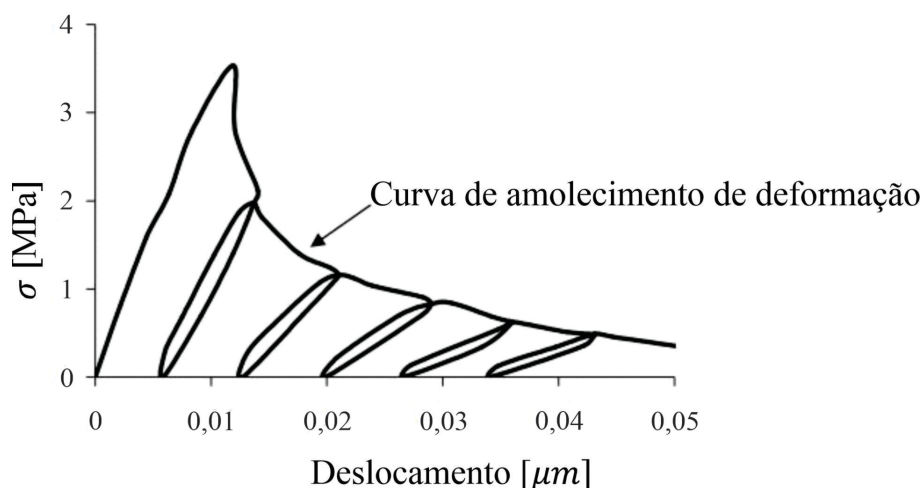
2.4.1 Conceito e tipos de abordagens para descrição do fenômeno

A histerese é um termo utilizado em diferentes contextos, para descrever a diferença entre os estados iniciais e finais de um sistema, em que a energia final é diferente da inicial, ou seja, parte da energia inicial não é recuperada ao final do processo de ciclos de mudanças de uma determinada variável, tornando o comportamento do sistema não totalmente reversível (MORRIS, 2011). A histerese pode ser observada em diversas áreas da ciência, na engenharia, em sistemas magnéticos e mecânicos, na biologia para descrever fenômenos naturais, economia, física, entre outros.

A histerese mecânica ocorre quando um material submetido a ciclos de carregamento e descarregamento, ou seja, fadiga, possui uma diferença do comportamento carga e descarga, o que pode ser observável no gráfico tensão-deformação, por exemplo. Esse fenômeno pode ser observado em diferentes tipos de materiais, e ocorre devido o comportamento do material não depender apenas da força exercida sobre ele, mas também do histórico de deformações (ERBER; GURALNICK; MICHELS, 1993). O característico laço formado pela histerese no gráfico tensão-deformação pode ser observado na Figura 5 onde a área dentro do laço representa a energia perdida pelo material.

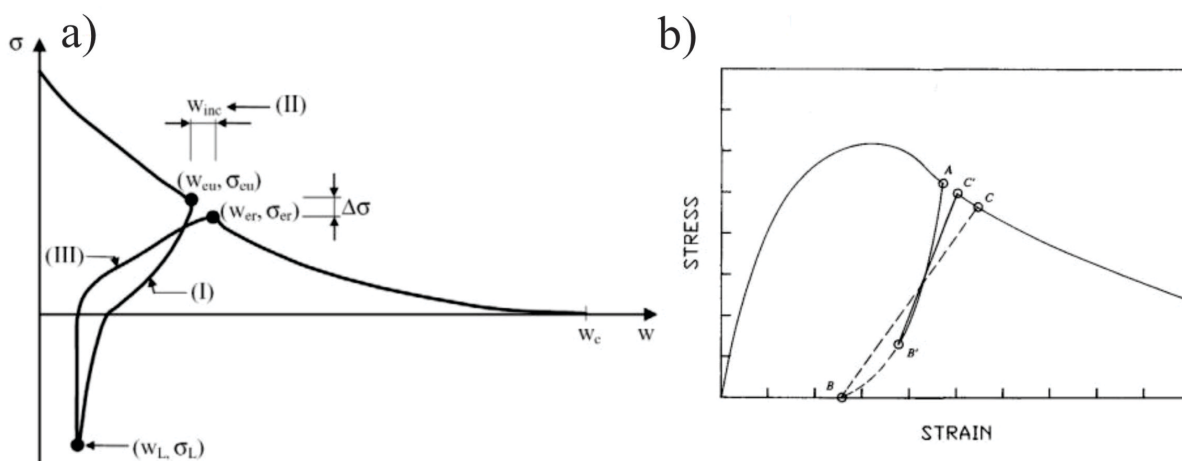
Para representar esse comportamento deve-se levar em consideração efeitos viscoelásticos, plásticos, fricção interna, microfissuras, dano, entre outros. A abordagem específica dependerá do comportamento que se deseja simular e do tipo de material, pois o comportamento de histerese depende das condições de carregamento e descarregamento, taxa de deformação, e das propriedades intrínsecas do material. A histerese representa a perda de energia que pode afetar a vida útil, a estabilidade e durabilidade das estruturas e componentes, se tornando assim, em muitos casos, indesejada (SONG; KONIETZKY; FRÜHWIRT, 2018). A Figura 5 mostra um exemplo da ocorrência do fenômeno da histerese em uma amostra de concreto sob tração.

Figura 5 – Laços de histerese observados por Gopalaratnam e Shah (1985) em uma amostra de concreto sob tração.



Na literatura, dois tipos principais de modelos são utilizados para representar o comportamento de histerese: (1) os semi-empíricos, baseados em observações empíricas e podem ser desenvolvidos a partir de dados experimentais; e (2) os modelos fenomenológicos, desenvolvidos com base em princípios físicos e matemáticos, sem depender tanto de dados empíricos. Exemplos de alguns trabalhos baseados em modelos semi-empíricos são os de Gylltoft (1984), e Reinhardt, Cornelissen e Hordijk (1986), e os baseados em modelos fenomenológicos são os de Guyer, McCall e Boitnott (1995), Preisach (1935), Mayergoyz (1986), e Otter e Naaman (1989). Detalhes sobre estes modelos e outros podem ser encontrados em Mertens (2009). A Figura 6 mostra um exemplo de modelo semi-empírico de Hordijk (1993), e fenomenológico de Otter e Naaman (1989).

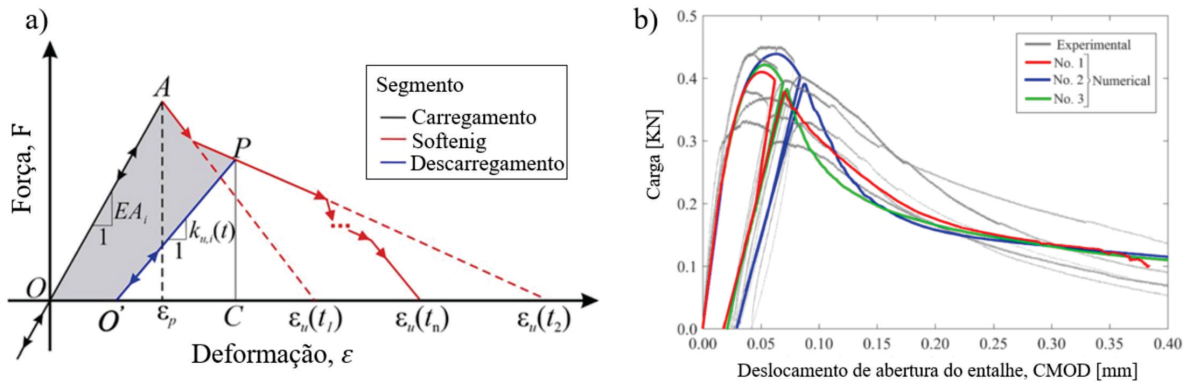
Figura 6 – Modelo a) semi-empírico de Hordijk (1993) e b) fenomenológico de Otter e Naaman (1989).



Em específico sobre a simulação do comportamento de histerese em materiais quase-frágeis, Desmorat, Ragueneau e Pham (2007), utilizaram um modelo fenomenológico para descrever o comportamento de materiais-quase frágeis, no caso estudado pelos autores, o concreto. Para simular tal material, a dissipação histerética e o amolecimento foram levados em consideração, pois estão diretamente relacionados. Mertens (2009) também buscou simular o comportamento da fratura de materiais quase-frágeis por meio do XFEM buscando levar em consideração o comportamento de histerese desses materiais. No entanto, embora tais modelos consigam reproduzir os dados experimentais, as formulações são direcionadas para descrever o comportamento global. Por outro lado, em métodos numéricos onde a interação entre partículas do material é modelada a mais baixo nível (como será o caso desta dissertação utilizando a PD) tais abordagens não podem ser aplicadas diretamente.

Um exemplo do caso desejado, ou seja, a modelagem da histerese ao nível local, é o modelo proposto por Colpo et al. (2023) utilizando o Método dos Elementos Discretos formado por Barras (LDEM). Os autores utilizaram uma combinação da lei bilinear de dano de Hillerborg (1978) e durante o descarregamento o comportamento é governado por uma relação entre deformações elásticas e plásticas, ver Figura 7(a). Os resultados promissores (Figura 7(b)), mostram a presença de um *gap* entre o ponto de descarga e recarregamento, ou seja, o comportamento não é 100% recuperado. No caso do trabalho de Colpo et al. (2023) ainda se faz necessário aprimorar o laço de histerese para melhor descrever o comportamento experimental registrado.

Figura 7 – a) Exemplo de relação constitutiva a baixo nível utilizada por Colpo et al. (2023) e b) Resultados obtidos.



2.4.2 Comportamento viscoelástico dos materiais

As características viscoelásticas podem desempenhar um papel significativo no comportamento mecânico do material, pois descrevem como o material responde a tensões e deformações ao longo do tempo.

O Modelo Maxwell e o Modelo Kelvin-Voigt são dois modelos mais simples utilizados para descrever o comportamento viscoelástico de materiais. O Modelo de Maxwell é uma representação que descreve de maneira adequada o comportamento de relaxação em materiais viscoelásticos, onde a deformação diminui ao longo do tempo sob uma tensão constante. Em contrapartida, o Modelo de Kelvin-Voigt fornece uma melhor descrição para materiais que exibem comportamento de fluência e recuperação, onde a deformação não diminui com o tempo sob uma carga constante (NGUYEN et al., 2021).

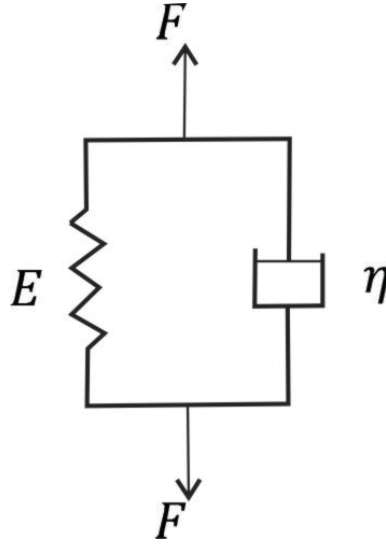
O modelo de Kelvin-Voigt é indicado para a análise de materiais que exibem comportamentos complexos, como dano, fratura e fluência, e pode ser particularmente útil para entender o comportamento de materiais em condições não lineares e em situações de alta taxa de deformação (SUN; HUANG, 2016).

O Modelo Kelvin-Voigt é uma representação matemática que combina elementos elásticos e viscosos em série para descrever o comportamento viscoelástico de materiais. Ele é amplamente utilizado em engenharia e ciência dos materiais para modelar materiais como polímeros, borrachas e fluidos viscoelásticos. É caracterizado pela combinação de um elemento elástico (mola) e um elemento viscoso (amortecedor) em série, onde a deformação total é a soma das deformações no elemento elástico e no elemento viscoso. Esse modelo é descrito pela seguinte equação (KRUSSE; SHITIKOVA, 2020):

$$F = Ea + \eta Da \quad (2.1)$$

onde F é a força resultante do sistema, E a rigidez da mola, a a deformação, η coeficiente viscoso, e Da é a taxa de deformação. A Figura 8 mostra o esquema do modelo de dois elementos de Kelvin-Voigt.

Figura 8 – Modelo de dois elementos de Kelvin-Voigt (KRUSSE; SHITIKOVA, 2020).



2.5 Teoria Peridinâmica

A teoria Peridinâmica (PD) foi desenvolvida por Silling (2000) para a simulação de problemas envolvendo a fratura de materiais. A teoria é uma alternativa aos métodos numéricos baseados na mecânica clássica do contínuo, pois pode lidar com o fenômeno da propagação de trincas, ramificação de trincas entre outros de forma espontânea (ZHOU; WANG, 2021).

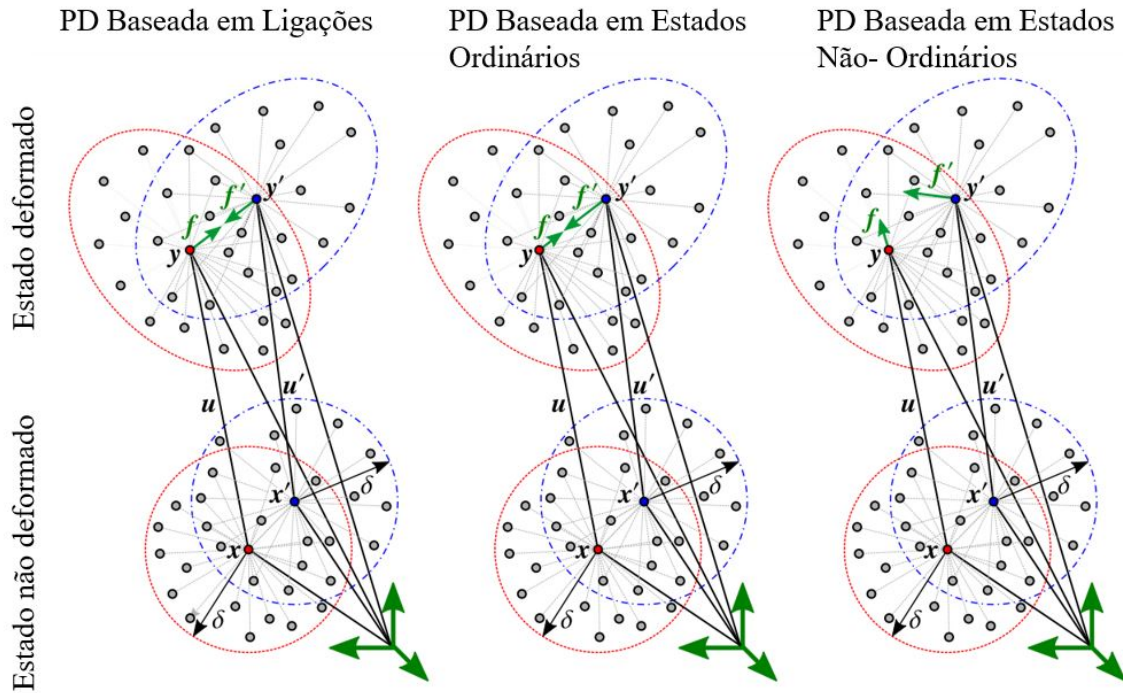
De forma geral, um modelo PD consiste em diversos pontos materiais, representando o contínuo que se deseja simular, que interagem entre si dentro de uma região limite chamada de horizonte, δ_0 . O comportamento da interação entre as partículas, geralmente descrita por uma relação força-estiramento da ligação, que governa o comportamento global a ser registrado. No momento que tal relação possui um critério para a falha da ligação, esta rompe dando início a fratura.

A teoria Peridinâmica tem duas principais formulações: PD baseada em ligações (*bond-based PD theory* - BBPD) e PD baseada em estados (*state-based PD theory* - SBPD). Além disso, esta última é dividida em outras duas classes: baseada em estados ordinária (comum) e não ordinária (não comum). As características das formulações são comparadas na Figura 9, onde a mesma apresenta o estado não deformado e deformado, e a força de interação que ocorre entre os pontos materiais (HOBBS, 2021).

Na PD baseada em ligações, a força entre dois pontos materiais é de mesma magnitude, mesmo sentido, mas direções opostas. Tal característica impõem restrições ao coeficiente de Poisson do material. Mais precisamente, deve-se utilizar $\nu = 1/4$ para problemas 3D e 2D sob estado plano de deformações, enquanto $\nu = 1/3$ para casos 2D em estado plano de tensões.

A PD baseada em estados é uma extensão da PD baseada em ligações, proposta por Silling et al. (2007) a fim de evitar a restrição do coeficiente de Poisson. No caso, da SBPD ordinária não há restrição em relação à magnitude da força da ligação PD, mas devem ser na mesma direção, enquanto no caso da SBPD não-ordinária não há qualquer impedimento em relação à magnitude da força da ligação e a direção. Em geral, a SBPD é utilizada para casos complexos, como, por exemplo, fraturas sob cargas extremas, deformações em condições extremas, ambientes de alta temperatura e pressão, entre outros.

Figura 9 – Diferentes formulações da teoria Peridinâmica (modificado de Javili et al. (2019))

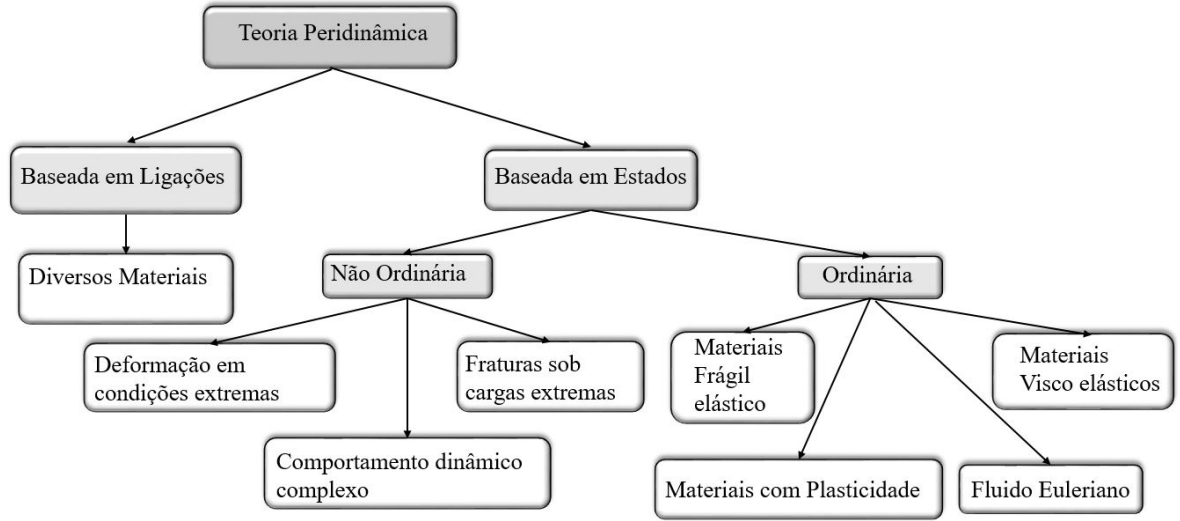


Devido a sua flexibilidade e a forma como lida com a fratura, a PD tem sido aplicada em diferentes circunstâncias, em problemas termodinâmicos, na geo-mecânica, problemas de impacto, problemas multiescala, entre outros. Uma extensa lista de aplicações recentes e a comparação dos modelos PD com dados experimentais está disponível em Prudhomme e Diehl (2020), Diehl, Prudhomme e Lévesque (2019).

A Figura 10 mostra as principais aplicações relacionadas a cada uma das formulações PD descritas anteriormente. Além disso, a Peridinâmica foi sendo aprimorada dentro da mecânica da fratura, e várias modificações foram criadas para modelar a fratura de diferentes tipos de materiais, prezando pelo refinamento dos resultados que conseguem tornar o material simulado progressivamente mais próximo do real (ZHOU;

WANG, 2021).

Figura 10 – Teoria Peridinâmica e suas aplicações (modificado de Diehl et al. (2022))



Como a teoria PD baseada em ligações é mais simples de ser implementada e também com um custo computacional menor, esta formulação é utilizada neste trabalho. A seguir a teoria PD baseada em ligações é descrita em detalhes.

2.5.1 Teoria PD baseada em ligações

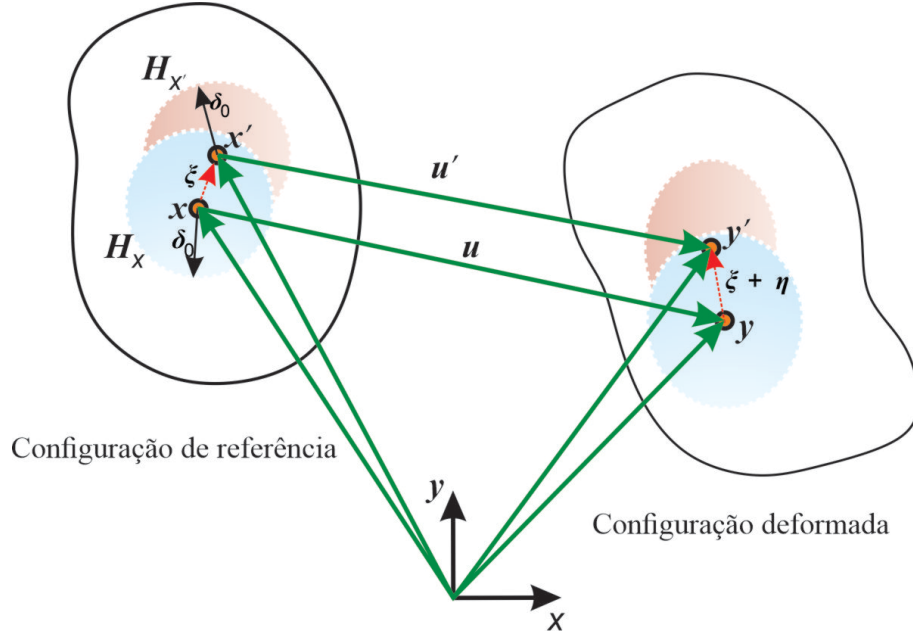
A Peridinâmica clássica conhecida como Peridinâmica baseada em ligações descreve o comportamento de sólidos deformáveis por meio de equações integrais que relacionam as forças de partículas adjacentes que estão presentes dentro de uma distância chamada horizonte peridinâmico δ_0 .

O corpo é discretizado em inúmeros pontos materiais que ocupam determinado volume e interagem entre si. Um ponto material $\mathbf{x}$ interage com outro ponto material $\mathbf{x}'$ se tal partícula faz parte da família de H_x , ou seja, se está dentro do horizonte δ_0 .

Se durante o fenômeno de deformação (ver Figura 11), as partículas $\mathbf{x}$ e $\mathbf{x}'$ sofrem os deslocamentos, $\mathbf{u}$ e $\mathbf{u}'$, respectivamente, o vetor posição relativa que atua sobre as partículas e vetor do deslocamento relativo $\boldsymbol{\eta}$, são descritos como:

$$\boldsymbol{\xi} = \mathbf{x}' - \mathbf{x} \text{ e } \boldsymbol{\eta} = \mathbf{u}' - \mathbf{u} \quad (2.2)$$

Figura 11 – O corpo sólido, discretizado em pontos materiais, sob solicitação se deforma da (a) configuração de referência para a (b) configuração deformada (FRIEDRICH et al., 2023).



A equação de movimento da PD é escrita por meio de integrais de força, e a solução numérica é realizada para obter as posições das partículas ao longo do tempo, fornecendo assim a evolução temporal dos estiramentos das ligações. Tal abordagem permite que a teoria seja válida até mesmo quando há fissuras presentes no corpo. Esta é a principal diferença da teoria em relação à mecânica do contínuo clássica que usa derivadas parciais, não sendo estas definidas no caso de descontinuidades. Mais precisamente, a equação do movimento da PD de um ponto material $\mathbf{x}$ em um determinado passo de tempo t é descrita pela Equação 2.3 :

$$\rho(\mathbf{x})\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \int_{H_x} \mathbf{f}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x})dV_{x'} + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t) \quad (2.3)$$

onde ρ é a densidade do material, $\mathbf{f}$ é uma função que descreve a força que $\mathbf{x}$ exerce sobre $\mathbf{x}'$, $\mathbf{u}$ é o campo vetorial de deslocamento, $dV_{x'}$ denota um volume infinitesimal em torno da partícula $\mathbf{x}'$, e $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t)$ é o campo de densidade de força de corpo.

Para determinar quando uma ligação é rompida são utilizadas as lei constitutivas que relacionam a força da ligação e o alongamento. Quando a ligação atinge uma deformação crítica a ligação se rompe. A função força que $\mathbf{x}$ exerce sobre $\mathbf{x}'$, é dada através da Equação 2.3. Como mencionado anteriormente essa força da ligação está relacionada com a posição relativa e o deslocamento relativo mostrados na Equação 2.4, também está relacionada com as propriedades do material, nesse caso definido

como potencial micro-elástico ω , que consiste em uma propriedade global do material manipulada para ser aplicada a ligação.

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \frac{\partial \omega(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi})}{\partial \boldsymbol{\eta}} \quad (2.4)$$

O potencial micro-elástico ω definido para materiais frágeis é apresentado na Equação 2.5, onde c é conhecido como micro-módulo, sendo uma constante da ligação que consiste em uma rigidez elástica da ligação calculada por meio de diferentes funções dependendo do material e das propriedades do mesmo de acordo com Silling (2000) e Silling e Bobaru (2005).

$$\partial \omega(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \frac{c(\boldsymbol{\xi})s^2 \boldsymbol{\xi}}{2} \quad (2.5)$$

Finalmente a densidade da força da ligação $\mathbf{f}$ é dada por:

$$\mathbf{f} = f \frac{\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}}{|\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}|} \quad (2.6)$$

onde f é o escalar da densidade de força, o parâmetro c é uma constante de ligação e s é o estiramento sofrido pela ligação.

A constante c , para uma espessura unitária, pode ser calculada conforme as propriedades do material e dimensão do problema analisado:

$$c = \begin{cases} \frac{12E}{\pi \delta_0^4} & 3D \\ \frac{9E}{\pi \delta_0^3} & 2D \text{ estado plano de tensão} \\ \frac{48E}{5\pi \delta_0^3} & 2D \text{ estado plano de deformação} \end{cases} \quad (2.7)$$

onde E é o modo de elasticidade do material.

O estiramento, s , é calculado como:

$$s = \frac{|\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}| - |\boldsymbol{\xi}|}{|\boldsymbol{\xi}|} \quad (2.8)$$

Para o caso de materiais frágeis, a função f da Equação 2.6 é descrita pelo modelo chamado de *Prototype Microelastic Brittle* (PMB) e descrito como:

$$f = \varphi cs \quad (2.9)$$

onde φ é a função escalar que define se a ligação está ou não rompida. Quando φ é igual a 1, a ligação está ativa, e quando φ é igual a 0, a ligação está quebrada:

$$\varphi = \begin{cases} 1 & s < s_0 \\ 0 & s \geq s_0 \end{cases} \quad (2.10)$$

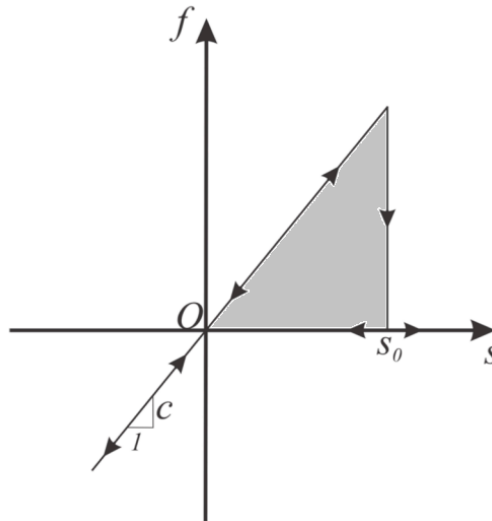
em que s_0 é o estiramento crítico dado por:

$$s_0 = \sqrt{\frac{RG_f}{E\delta_0}} \quad (2.11)$$

onde R é uma constante que recebe o valor de $5/6$ para problemas 3D e $4\pi/9$ e $12\pi/9$ para problemas 2D em estado plano de tensão e estado plano de deformação, respectivamente, enquanto G_f é a taxa de liberação de energia, mais informações podem ser encontradas em Silling e Askari (2005) e Silling e Bobaru (2005).

A Figura 12 mostra como a força da ligação é descrita, ou seja, a interação do ponto x e x' pela lei constitutiva uniaxial (modelo PMB), descrita anteriormente. A medida que o alongamento entre os dois pontos aumenta excedendo o alongamento crítico da ligação, s_0 , a mesma é quebra cortando a interação entre os dois pontos, e dando início ao processo de fratura.

Figura 12 – Lei constitutiva uniaxial adotada no modelo Peridinâmico clássico para a simulação do dano (FRIEDRICH et al., 2022).



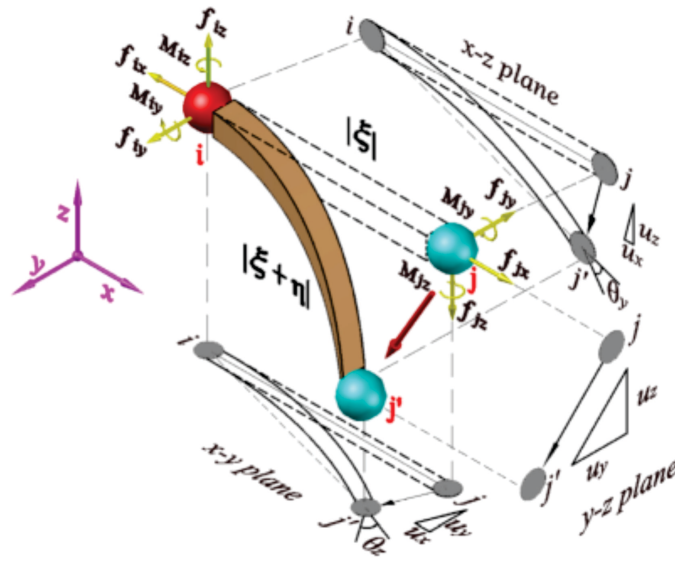
2.5.2 Simulação do comportamento quase-frágil utilizando a PD

Quando se trata do processo de fratura em materiais quase-frágeis na PD, nota-se que este tema de pesquisa continua em aberto e sendo examinado e aprimorado por diversos autores. A dificuldade para simular o comportamento destes materiais é

devido ao processo de amolecimento de deformação na faixa pós-pico, e o processo de fissuração distribuído que a causa degradação da rigidez da estrutura.

Yu, Chen e Sun (2020) propuseram um modelo baseado em ligações que leva em considerações o efeito de tensão-rotação-cisalhamento da ligação para problemas descontínuos complexos de materiais quase-frágeis. Para realizar essa simulação, os autores utilizaram equações baseadas na teoria de vigas de Timoshenko para relacionar as ligações, e critérios de energia para descrever o comportamento não linear e a falha das ligações. O modelo criado foi verificado por meio da comparação com resultados experimentais, e observaram que os parâmetros negligenciados no modelo Peridinâmico clássico tem influências significativas nos resultados da simulação, sendo o modelo proposto capaz de descrever o comportamento de materiais com Poisson variável e sob condições combinadas simples e até complexas de cargas dinâmicas. A Figura 13 ilustra a aplicação do modelo proposto à ligação, tratando como uma viga de Timoshenko com força axial, forças de cisalhamento e momentos em um contexto tridimensional (3D). O modelo leva em consideração os deslocamentos da ligação ao longo dos eixos x , y e z , bem como os ângulos de rotação das partículas nos planos xz e xy .

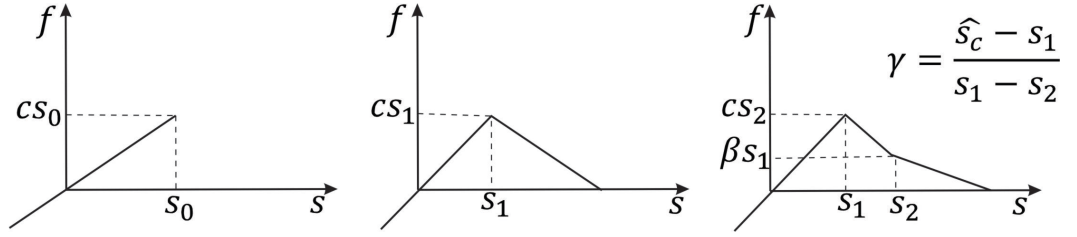
Figura 13 – Modelo baseado em ligações considerando efeitos de tensão, rotação, cisalhamento (YU; CHEN; SUN, 2020).



Niazi, Chen e Bobaru (2021) investigaram o processo de nucleação de trincas de materiais frágeis e quase-frágeis utilizando um modelo PD bilinear e trilinear, sendo o modelo calibrado de forma analítica. Os resultados mostraram convergências para fratura e tenacidade, sendo que para fraturas quase-frágeis modelos que levam em consideração a variação de poros e defeitos em materiais homogêneos possuem resultados melhores. A Figura 14 mostra a diferença entre as leis constitutivas uniaxial bilinear e

trilinear, em que cs é a força de ligação máxima.

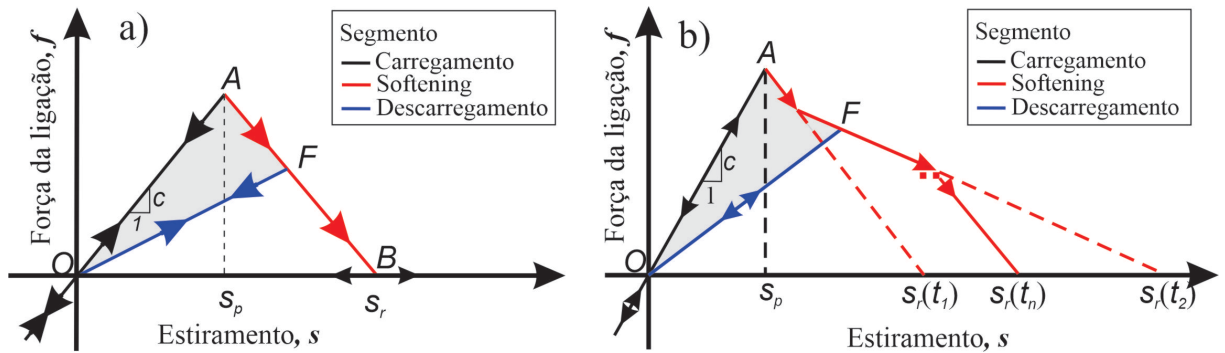
Figura 14 – Comparação entre as leis constitutivas a) uniaxial b) bilinear e c) trilinear empregadas por Niazi, Chen e Bobaru (2021).



Huang et al. (2019) propuseram um modelo peridinâmico *uni-bond* de duplo parâmetro (UDPD) para superar a limitação do coeficiente de poisson na simulação de materiais frágeis. Em seguida Li et al. (2021) propõem um modelo PD de duplo parâmetro *unibond* (UDPD) melhorado para contornar problemas relacionados ao comportamento não linear e a falha progressiva, bem como o coeficiente de Poisson limitado na fratura de materiais quase-frágeis.

Cabral et al. (2019) proporcionaram uma lei bilinear para descrever o comportamento das ligações que facilita a calibração e reduz o custo computacional para solução de materiais quase-frágeis. Já Friedrich et al. (2023) utiliza um modelo bilinear aprimorado para descrever a relação força-estiramento que inclui o efeito deslizante de fricção de fissuras para simular o comportamento de materiais quase-frágeis. A Figura 15 mostra a comparação entre os dois modelos.

Figura 15 – Comparação entre o modelo bilinear proposto por a) Cabral et al. (2019) e b) Friedrich et al. (2023).



Lai et al. (2018), Yang et al. (2019) e Dong, Su e Qiao (2021) utilizaram a PD baseada em estados para realizar a simulação de materiais quase-frágeis. Lai et al. (2018) utilizou um modelo PD baseado em estado não-ordinário para fratura em cerâmica e fratura em materiais quase-frágeis, em geral, que leva em conta os efeitos

de visco-plasticidade, efeitos de taxa de deformação e dependência da pressão. Yang et al. (2019) utilizou uma PD baseada em estados ordinária, para simular a fratura do concreto levando em consideração o efeito coesivo desse material. Dong, Su e Qiao (2021) propuseram um modelo de dano em meso escala aprimorado para análise da fratura bidimensional de concreto, utilizando a PD baseada em estados ordinários. Apesar dos modelos descritos utilizando PD baseada em estados possuírem bons resultados, nota-se que a mesma possui equacionamento mais complexo e, portanto, conseqüentemente um custo computacional maior que a PD baseada em ligações.

É possível notar que nos estudos realizados o aprimoramento da teoria PD ocorre na relação força-estiramento descrita por lei constitutivas. Apesar dos estudos realizados, não foram reportados trabalhos que relatem buscar simular o fenômeno de histerese que ocorre nesses materiais, um dos pontos de estudo do presente trabalho.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Nesta seção, é apresentada a metodologia empregada neste trabalho. Primeiramente, é descrito o modelo PD bilinear, proposto por Cabral et al. (2019) e aprimorado por Friedrich et al. (2022), utilizado para a simulação de materiais quase-frágeis. Em seguida, detalha-se o modelo PD proposto e as campanhas experimentais empregadas para validação.

3.1 Modelo PD bilinear de Cabral-Friedrich

A simulação da fratura em materiais heterogêneos ainda enfrenta alguns desafios, pois os mesmos possuem características intrínsecas que geram diferentes comportamentos à fratura. Um dos desafios está relacionado com a simulação do comportamento quase-frágil desses materiais, pois os mesmos possuem um amolecimento progressivo durante a fase pós-pico, sofrendo transições de dúctil para frágil durante a fratura (MERTENS, 2009). Com o intuito de aumentar a potencialidade da abordagem Peridinâmica na simulação de materiais quase-frágeis alguns autores têm utilizado uma lei bilinear para descrever a relação entre a força e o alongamento das ligações, e assim capturar de forma aprimorada o processo de fratura desses materiais.

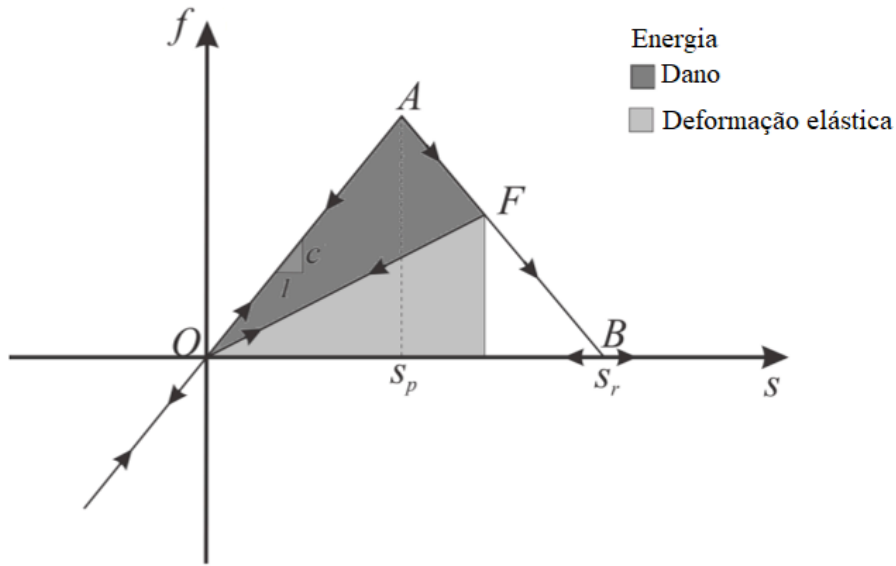
Neste trabalho, emprega-se o modelo PD bilinear utilizado por Cabral et al. (2019) e Friedrich et al. (2022) no qual, de forma geral, duas implementações foram realizadas: uma lei bilinear para a relação força-estiramento e campos aleatórios para levar em conta a heterogeneidade do material.

Em relação à lei bilinear, os autores utilizam de dois horizontes, com diferentes conceitos. O primeiro, é chamado de horizonte computacional δ_0 , que é dependente do espaçamento entre pontos materiais, Δ , (assumido neste trabalho como, $\delta_0=3,015\Delta$), já o segundo é chamado de horizonte material, que ocupa o conceito de propriedade do material, δ' . Essa diferença é necessária para tornar a simulação computacionalmente menos demorada e permitir uma independência dos resultados em relação ao nível de discretização. Um dos grandes pontos positivos da lei bilinear de Cabral-Friedrich.

A Figura 16 mostra a relação entre força e alongamento da ligação da lei bilinear, em que c é a inclinação do segmento linear (Equação 2.7), s_p é o estiramento elástico máximo, e s_r é o estiramento de ruptura.

Em um passo de tempo, t , correspondente ao ponto genérico F na curva, a energia dissipada está diretamente associada ao dano resultante da degradação do material, sendo esse dano representado pela área OAF destacada em cinza-escuro na figura.

Figura 16 – Modelo PD bilinear de Cabral-Friedrich.



A partir dos parâmetros utilizados para descrever a relação força-estiramento, o estiramento crítico s_r pode ser calculado por:

$$s_r = k_r s_p \quad (3.1)$$

onde K_r é o parâmetro que governa a forma do segmento de amolecimento e pode ser calculado pela equação:

$$K_r s_p^2 \delta_0 = s'^2 \delta' \quad (3.2)$$

O valor de s_p pode ser determinado graficamente através do gráfico tensão-deformação, por exemplo, como a deformação onde essa relação perde a linearidade, porém se tal informação gráfica não está disponível, uma estimativa é fazer $s_p = \sigma_u / E$, onde σ_u é a tensão máxima do material em tração.

Na Equação 3.2, s' é calculado como:

$$s' = \sqrt{\frac{R G_f}{E \delta'}} \quad (3.3)$$

O parâmetro δ' é uma propriedade do material que pode ser calculada através da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE), ou explorando algumas propriedades microestruturais (mais informações podem ser obtidas no trabalho de Friedrich et al. (2022)). Através do MFLE, δ' pode ser calculado através da Equação:

$$\delta' = n_f^2 RZ \quad (3.4)$$

sendo n_f o número de fragilidade de tensão proposto por Carpinteri (2012) e Z é o comprimento característico da estrutura. n_f pode ser calculado, utilizando a taxa de liberação de energia de fratura, como:

$$n_f = \frac{(G_f E)^{0,5}}{\sigma_u \sqrt{Z}} \quad (3.5)$$

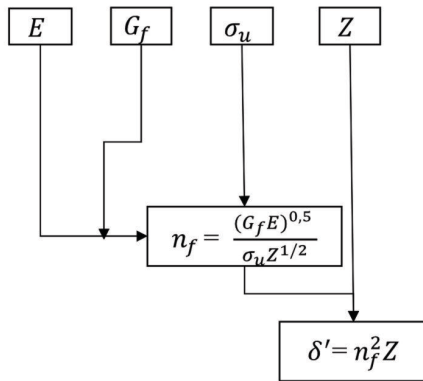
A Figura 17 mostra o passo a passo para a definição dos parâmetros do modelo PD bilinear de acordo com Friedrich et al. (2022). A direita mostram-se as definições de s_p , σ_u e Z .

O primeiro passo é calcular o valor do horizonte material, δ' , e para isso os seguintes dados devem estar disponíveis: E , G_f , σ_u e Z .

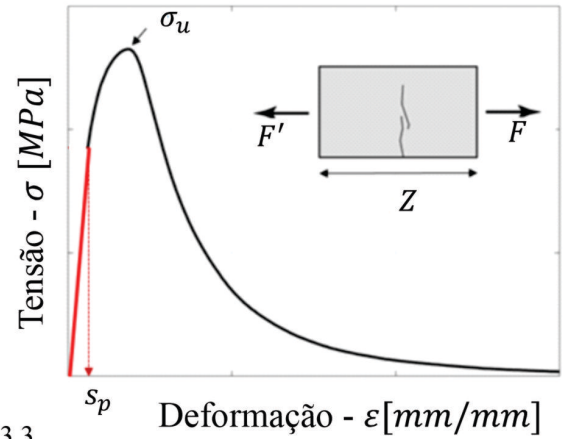
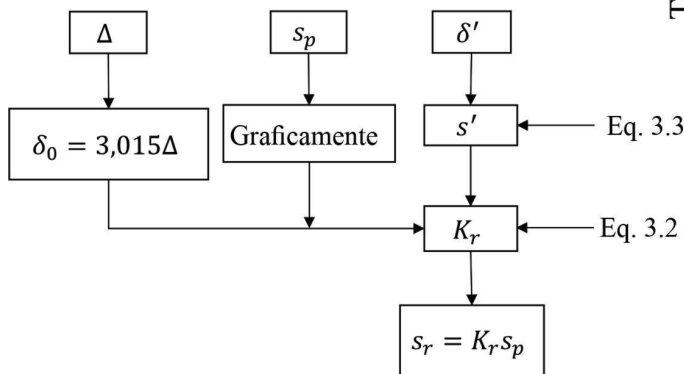
O segundo passo é calcular o valor de K_r e posteriormente s_r . Ainda no segundo passo, é importante relembrar que o estiramento crítico s' é calculado de acordo com a Equação 3.3, δ_0 é definido como $\delta_0 = 3,015\Delta$ e s_p pode ser obtido graficamente.

Figura 17 – Esquema para obter os parâmetros da lei bilinear.

1- Passo



2- Passo

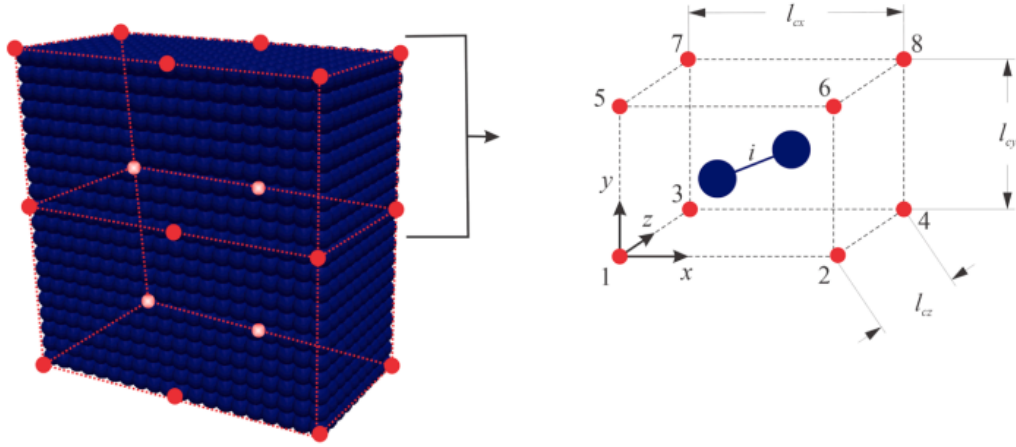


A partir da relação bilinear pode-se estabelecer uma nova função escalar para se determinar o status das ligações, φ :

$$\varphi = \begin{cases} 1 & s \leq s_p \\ \frac{OFB}{OAB} & s_p < s \leq s_r \\ 0 & s > s_r \end{cases} \quad (3.6)$$

Para incluir a heterogeneidade no modelo PD, implementa-se um campo aleatório correlacionado, onde a taxa de liberação de energia é distribuída por meio de uma função de probabilidade do tipo Weibull. Esse campo cria uma variação do estiramento elástico máximo de cada ligação. Tal campo é caracterizado, definindo-se um coeficiente de variação (CV) e um valor médio de energia de fratura (G_f). O campo é formado dividindo-se o domínio do corpo em pequenos prismas, cujos tamanhos dos lados são dados pelos três comprimentos de correlação lc_x , lc_y e lc_z , onde cada vértice (polo) recebe um valor aleatório de G_f . Cada ligação i caracterizada por seu baricentro assume um valor de G_f interpolado considerando os valores de G_f s dos polos do prisma que a contem, como pode ser visto na Figura 18.

Figura 18 – Descrição do campo aleatório (FRIEDRICH et al., 2022).



3.2 Proposta de modelo PD bilinear estendido para a simulação de materiais quase-frágeis

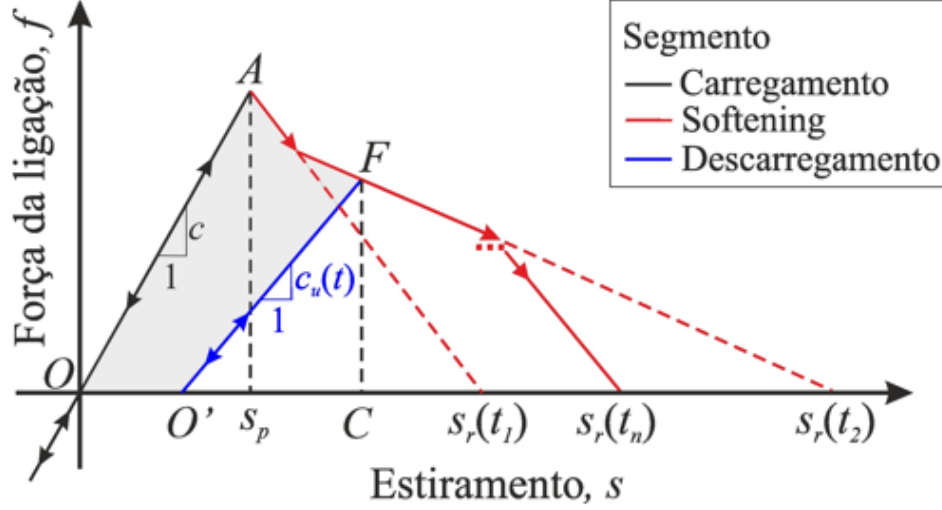
Neste trabalho um novo modelo PD para simulação de materiais quase-frágeis é proposto. Mais precisamente, em relação ao modelo PD bilinear detalhado acima, o modelo proposto inclui:

- o efeito do cisalhamento entre as superfícies rugosas da trinca (implementado em Friedrich et al. (2023));

- deformações residuais (função implementada neste trabalho);
- a dependência da taxa de deformação (função implementada neste trabalho).

A nova relação $f - s$ é apresentada na Figura 19, onde os parâmetros que caracterizam tal relação são:

Figura 19 – Relação $f - s$ do modelo proposto.



- o segmento de carregamento é dado por c (Equação 2.7)
- o segmento de *softening* possui uma inclinação que é função do histórico de carga, sendo $s_r(t)$ dado por:

$$s_r(t) = K_r^*(t)s_p \quad (3.7)$$

onde:

$$K_r^*(t) = \max(k_{rs}(t), K_r) \quad (3.8)$$

e:

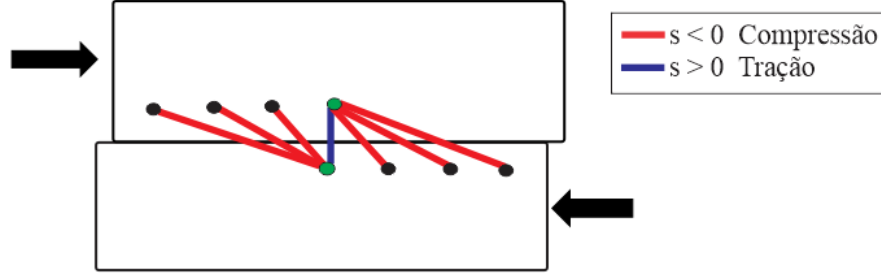
$$k_{rs}(t) = K_r - \beta \left(\frac{s_c(t)}{s_p} \right) K_r \quad (3.9)$$

com s_p e K_r definidos na seção 3.1 e β é um parâmetro de calibração. Em um determinado passo de tempo, t , para uma ligação genérica com $s > 0$, s_c é calculado como a

média dos valores de estiramento relacionados com as ligações que ligam $\mathbf{x}$ e $\mathbf{x}'$ com as outras partículas materiais nos horizontes H_x e $H_{x'}$, e caracterizado por $s < 0$. Desta forma, o estiramento de ruptura, s_r , relativo a uma ligação genérica sob tensão $s > 0$ é feito depender do nível de compressão das ligações adjacentes. Ver Friedrich et al. (2023) para mais informações.

Um esquema das ligações envolvidas no cálculo é mostrada na Figura 20.

Figura 20 – Esquema das ligações envolvidas durante o cisalhamento.



Desta forma, leva-se em consideração a energia dissipada devido ao dano produzido pelo deslizamento de atrito ao longo das superfícies rugosas das fissuras, juntamente com aquela devido à degradação do material. Vale ressaltar que, quando $\beta = 0$ (ver Equação 3.8), a relação bilinear é obtida.

- O segmento de descarga é caracterizado por uma rigidez específica, $C_u(t)$, dada por:

$$C_u(t) = (1 - \gamma)c_u^e(t) + \gamma c_u^p \quad (3.10)$$

sendo $c_u^e(t) = FC/OC$ a rigidez específica de descarga elástica, função do passo de tempo (ver Figura 19), $c_u^p = c$ a rigidez específica de descarga plástica, e γ um parâmetro de calibração do modelo variando entre 0 e 1.

- Sob compressão, o comportamento da ligação permanece linear elástico.

A partir da Equação 2.6, é fácil ver que a força da ligação depende apenas dos estiramentos. Portanto, é inadequado usar a relação $f - s$ bilinear para descrever respostas com efeitos dependentes da taxa. A fim de caracterizar o efeito da taxa, emprega-se o modelo visco elástico de Kelvin-Voigt (ver seção 2.4.2) para fornecer uma equação $f - s$ bilinear estendida, descrita por:

$$f = \begin{cases} \frac{\xi+\eta}{|\xi+\eta|} \varphi C(s + \alpha \dot{s}) & s \leq s_r \\ 0 & s > s_r \end{cases} \quad (3.11)$$

onde α é o coeficiente de viscosidade, e $\dot{s}$ é taxa do estiramento, ou seja:

$$\dot{s} = \frac{s(t) - s(t-1)}{dt} \quad (3.12)$$

sendo dt o passo de tempo. Neste trabalho, utilizou-se não um valor instantâneo da taxa, mas sim um valor médio acumulado.

Nota-se que quando $\alpha = 0$ a relação bilinear é obtida. Além disso, enquanto o efeito do cisalhamento atua somente no segmento de *softening* o comportamento visco atua sobre toda a relação $f - s$.

As características do modelo proposto, ou seja, a ação individual dos efeitos do cisalhamento, deformação residual e o comportamento visco elástico são analisados em um estudo paramétrico apresentados nos resultados deste trabalho.

3.3 Validação do modelo PD proposto

Nesta sub-seção duas aplicações utilizadas para validar o modelo PD proposto são apresentadas. A primeira aplicação empregada uma campanha experimental de Vantadori et al. (2021) onde o foco é a validação da capacidade do modelo na captura do comportamento de histerese de materiais quase-frágeis. A segunda aplicação usa campanha experimental de Hoover et al. (2013) e é focada na simulação do efeito de escala.

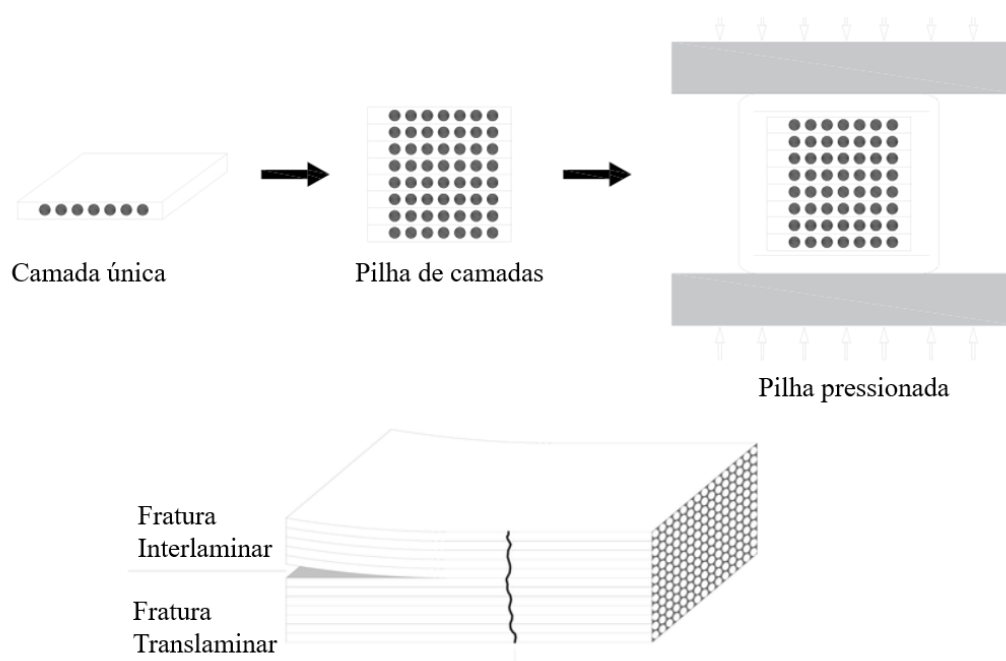
3.3.1 Aplicação I - Estudo do comportamento de histerese

Nesta primeira aplicação o modelo estendido proposto na seção 3.2 é utilizado por completo, ou seja, todas as características são ativadas: cisalhamento, deformações residuais e a dependência da taxa de deformação. Isto se deve ao fato de que tem-se na campanha experimental, detalhada a seguir, um caso complexo, envolvendo descarga-recarga, histerese e modo misto de propagação de trincas. Mais precisamente, na campanha experimental realizada por Vantadori et al. (2021) um teste experimental de uma viga de compósito polimérico reforçado com fibras de vidro contínuas unidirecionais (*Glass Fibre-reinforced Plastic-GFRP*) sob flexão são analisados.

O compósito GFRP é composto por uma fração volumétrica de fibra de 39% e a fração mássica da fibra é igual a 60%. A matriz é de um polímero termoplástico

conhecido como poliamida 6 (PA6), o polímero possui cristalinidade de 35% a 45% e densidade de $1,13g/cm^3$, módulo de elasticidade de $3,3GPa$, e resistência ao cisalhamento de $75,8MPa$. Já o reforço de fibras contínuas de vidro com diâmetro de $17\mu m$, de densidade de $2,54g/cm^3$ possui módulo de elasticidade de $73GPa$ e resistência a tração de $2400MPa$. O compósito foi fabricado por camadas, as fibras foram embebidas na resina, em seguida comprimidas, a espessura cada camada é de cerca de $20-30\mu m$. A Figura 21 mostra como o compósito foi fabricado e como é a tendência de fratura do mesmo.

Figura 21 – Fabricação do compósito reforçado com fibras de vidro.



O material compósito formado pela combinação desses dois materiais possui as propriedades mostradas na Tabela 1.

Tabela 1 – Propriedades do compósito reforçado com fibras de vidro (VANTADORI et al., 2021).

$E[GP a]$	$\rho[kg/m^3]$	$G_f[N/m]$	$\sigma_u[MP a]$
13,3	1670	69342,18	152

A Figura 22 mostra a geometria do corpo de prova (nomeada PRFV10 em Vantadori et al. (2021)), em que W é a altura, B é a espessura, L o comprimento total, S a distância entre apoios, e a_0 o tamanho do entalhe. A Tabela 2 mostra os valores médios destas dimensões.

Figura 22 – Características geométricas do compósito reforçado com fibras de vidro (VANTADORI et al., 2021).

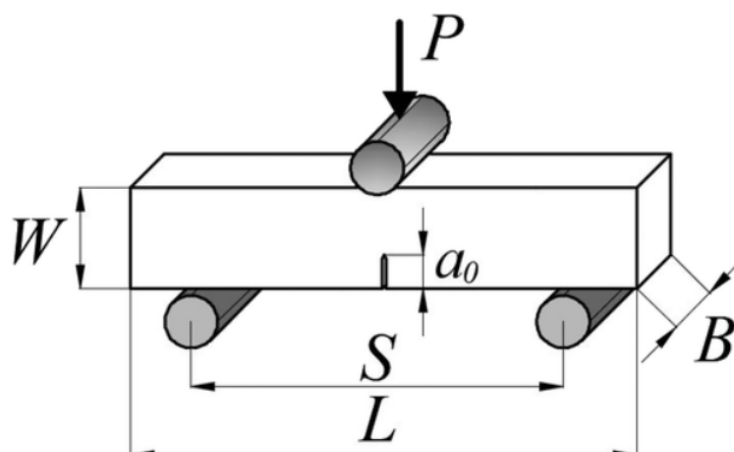


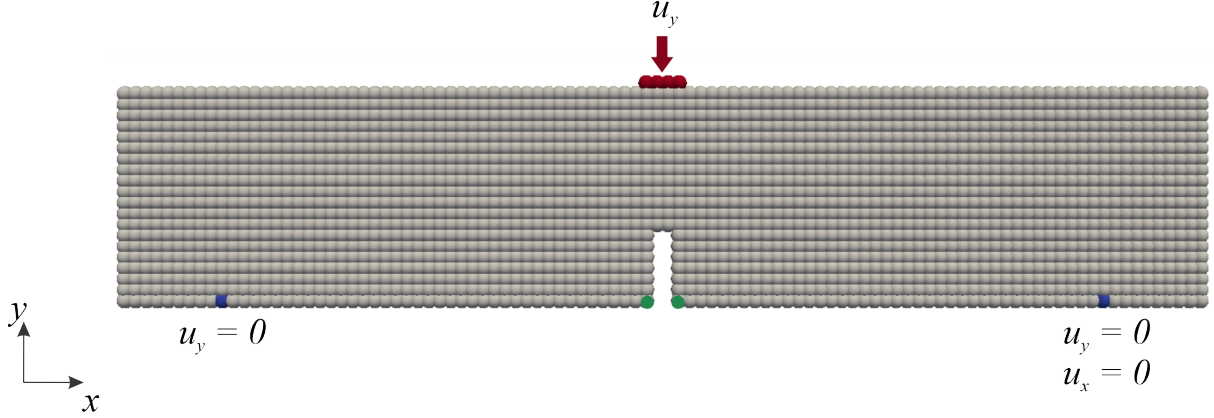
Tabela 2 – Dados da geometria da amostra (VANTADORI et al., 2021).

Tipo de amostra	$W(mm)$	$B(mm)$	$S(mm)$	$L(mm)$	$a_0(mm)$
PRFV10	19,91	9,94	80,00	100,00	6,67

O ensaio consiste em: carregar monotonicamente o corpo de prova até o pico de carga; na fase pós-pico, quando a carga for igual a 95% da carga de pico, descarregar totalmente o corpo de prova; recarregue a amostra até a falha. A carga aplicada possui um controle de velocidade e deslocamento do pistão para manter a abertura do trica/entalhe, inglês *Crack Mouth Opening Displacement* -(CMOD), constante, evitando a propagação instável da fissura. Os resultados experimentais estão disponíveis na literatura em termos das curvas de força-CMOD e também dos padrões de fratura.

O modelo PD 2D utilizado consiste em 100 x 20 x 1 pontos materiais, sendo o espaçamento entre pontos materiais de $\Delta=1mm$ (portanto, $\delta_0=3,015mm$). A Figura 23 mostra a discretização do modelo da PD e as condições de contorno aplicadas. Os pontos em azul representam restrições de movimento na direção vertical (eixo y) do lado esquerdo e vertical e horizontal do lado direito (eixos x e y), enquanto os pontos em vermelho indicam o local onde um deslocamento prescrito é aplicado, seguindo as condições do teste experimental. Durante a simulação a força e o CMOD (deslocamento horizontal relativo entre os pontos materiais em verde na figura) são registrados.

Figura 23 – Discretização do modelo PD e condições de contorno.



Na Tabela 3 são apresentados os parâmetros que definem a lei bilinear. Mais precisamente, c é calculado através da Equação 2.7, δ' é calculado conforme a Equação 3.4, sendo $n_f=1,42$ considerando as propriedades mecânicas da Tabela 1 e Z a altura do corpo de prova dada por $0,02m$ na Equação 3.5. Como o valor da deformação do limite elástico do material não está disponível, assume-se que $s_p = s'$, e, portanto, calculado conforme a Equação 3.3. Por fim, K_r pode ser calculado pela Equação 3.2.

Tabela 3 – Parâmetros que definem o modelo PD bilinear.

$\Delta[mm]$	$c[N/m^6]$	$s'[-]$	$s_p[-]$	$\delta'[mm]$	$\delta_0[mm]$	K_r
1,0	$15,54(10)^{21}$	$1,14(10)^{-2}$	$1,14(10)^{-2}$	52,60	3,015	17,14

Em relação ao campo aleatório assume-se um coeficiente de variação de 100%, e os comprimentos de correlação são definidos como $lc_x = 0,02m$, $lc_y = 0,0005m$ e $lc_z = 0,001m$. Importante mencionar que, para levar em conta a direção das fibras, um comprimento de correlação maior foi usado na direção longitudinal.

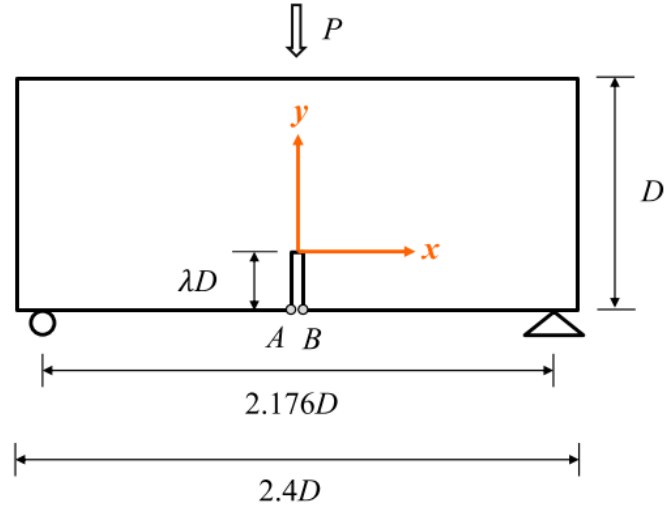
3.3.2 Aplicação II - Análise do efeito de escala

Nesta aplicação apenas o cisalhamento é levado em conta no modelo PD estendido. Isso se deve ao fato de que na campanha experimental, detalhada a seguir, tem-se um carregamento estático monotônico e trincas com fraturas com caminhos tortuosos (podendo ser classificadas como modo misto) são observadas, sem a necessidade de empregar a viscoelasticidade e as deformações residuais.

Os dados experimentais utilizados para validação do modelo PD provém do trabalho de Hoover et al. (2013), que foi também utilizado nos trabalhos de Feng e Wu (2018), Barbat et al. (2020), Zhang et al. (2021) e Bažant, Le e Salviato (2021). Nos ensaios de Hoover et al. (2013), vigas geometricamente semelhantes de tamanhos

variados foram submetidas a testes de flexão em três pontos. A geometria do corpo de prova pode ser observada na Figura 24. Os tamanhos das vigas, D , foram de 40 mm, 93 mm, 215 mm e 500 mm enquanto o a relação vão-altura foi mantida constante em 2,176. Três diferentes relações entre entalhe e altura, λ , foram considerados: 0,3, 0,15 e 0,075. Uma espessura constante de 40 mm foi mantida para todos os tamanhos de vigas.

Figura 24 – Geometria dos corpos de prova (HOOVER et al., 2013).



A Tabela 4 mostra os valores das propriedades mecânicas do concreto e disponíveis em Hoover et al. (2013). O valor de σ_u foi adotado como aquele para a menor viga, ou seja, $D=40\text{mm}$ e maior entalhe, $\lambda=0,3$. Importante mencionar que após a calibração para este caso específico, todos os parâmetros se manterão constantes, independente do caso simulado.

Tabela 4 – Propriedades do concreto de acordo com Hoover et al. (2013).

$E[\text{GPa}]$	$\rho[\text{kg}/\text{m}^3]$	$G_f[\text{N}/\text{m}]$	$\sigma_u[\text{MPa}]$
41,24	2400	72,5	3,17

Para as simulações, um modelo PD 2D foi utilizado, onde o espaçamento entre pontos materiais foi definido como $\Delta=3\text{mm}$ ($\delta_0=9,045\text{mm}$). Portanto, a viga com $D=40\text{mm}$ é constituída por $32 \times 13 \times 1$ pontos materiais, com $D=93\text{mm}$ por $75 \times 31 \times 1$ pontos materiais, com $D=215\text{mm}$ por $172 \times 72 \times 1$ pontos materiais e com $D=500\text{mm}$ por $400 \times 167 \times 1$ pontos materiais. As condições de contorno são semelhantes àsquelas apresentadas na Figura 23, no entanto, um deslocamento prescrito é aplicado até a falha. 5 simulações foram realizadas para cada caso.

Na Tabela 5 são apresentados os parâmetros que definem a lei bilinear. Mais precisamente, considerando $D=40\text{mm}$ e $\lambda=0,3$, c é calculado através da Equação 2.7, δ' é calculado conforme a Equação 3.4, sendo $n_f=2,73$ considerando as propriedades mecânicas da Tabela 4 e Z a altura do corpo de prova dada por $0,04m$ na Equação 3.5. Como o valor da deformação do limite elástico do material não está disponível, assume-se que $s_p = s'$, e, portanto, calculado conforme a Equação 3.3. Por fim, K_r pode ser calculado pela Equação 3.2.

Tabela 5 – Parâmetros que definem o modelo PD bilinear.

$\Delta[mm]$	$c[N/m^6]$	$s'[-]$	$s_p[-]$	$\delta'[mm]$	$\delta_0[mm]$	K_r
3,0	$1,70(10)^{17}$	$7,69(10)^{-5}$	$7,69(10)^{-5}$	415,0	9,045	45,92

Em relação ao campo aleatório assume-se um coeficiente de variação de 100%, e os comprimentos de correlação são definidos como $lc_x = 0,003m$, $lc_y = 0,003m$ e $lc_z = 0,003m$.

A verificação do efeito escala será realizada por meio da abordagem fractal, proposto por Carpinteri e Accornero (2019). Segundo, os autores três quantidades mecânicas são afetadas pelo efeito de escala em vigas sob flexão em três pontos: a resistência à flexão, energia de fratura e rotação crítica. A resistência a flexão é calculada como:

$$\sigma = \frac{3FS}{2tD^2} \quad (3.13)$$

sendo F a força máxima, S o vão-livre entre suportes e t a espessura.

A energia de fratura é definida como sendo a razão entre a energia dissipada e a área resistente da viga, ou seja:

$$G_f = \frac{W_d}{(D - \lambda D)t} \quad (3.14)$$

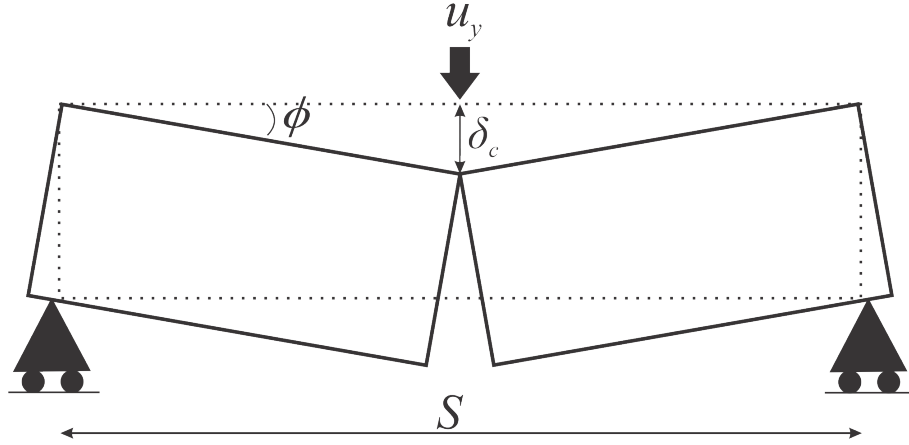
sendo W_d a energia dissipada até o pico (calculada como a área sob a curva Força-deslocamento até o pico).

Por fim, a rotação crítica (ϕ), como é apresentada na Figura 25, é calculada como:

$$\phi = \frac{\delta_c}{s/2} \quad (3.15)$$

sendo δ_c é a deflexão crítica, ou seja, a deflexão atingida no pico de carga.

Figura 25 – Definição de rotação crítica de acordo com Carpinteri, Cornetti e Puzzi (2006)



A medida da variação destas três quantidades mecânicas é realizada através dos chamados expoentes de escala, descritos de uma forma geral como:

$$M = kL^d \quad (3.16)$$

onde:

M = quantidade mecânica

k = constante de proporcionalidade

L = dimensão da estrutura

d = é o expoente de escala, denotando como a quantidade mecânica varia sobre a dimensão

Em seguida é necessário aplicar uma função logarítmica dos dois lados da equação e realizar uma regressão linear:

$$\log(M) = \log(k) + d\log(L) \quad (3.17)$$

A regressão linear pode ser feita utilizando o método dos mínimos quadrados, e consiste em determinar a melhor linha reta que se ajuste aos pontos coletados, nesse caso por meio de ensaios numéricos. Sendo assim, $\log(k)$ passa a ser o ponto de interceptação com o eixo Y, e d é o coeficiente angular da linha, que dará o expoente de escala. O passo a passo descrito acima é determinado para cada uma das três quantidades mecânicas: tensão de flexão ($d\sigma$), energia de fratura (dG_f) e rotação crítica ($d\phi$).

Alguns valores de expoentes de referência para a flexão em três pontos estão disponíveis em Lacidogna et al. (2020) e Carpinteri e Accornero (2019). Os valores variam de 0,1 a 0,3 para $d\sigma$, de 0,1 a 0,3 para dG_f e 0,2 a 0,5 para $d\phi$.

É importante mencionar que a teoria fractal, utilizada para quantificar a variação das propriedades mecânicas com a escala, determina que o somatório dos expoentes deve

ser igual a 1,0, ou seja, $d\sigma + dG_f + d\phi = 1$, ver Carpinteri e Accornero (2019) para mais detalhes.

Mais detalhes sobre fractais e a abordagem fractal do efeito de escala podem ser encontrados em Carpinteri (1994), Schaefer (1988) , Carpinteri e Puzzi (2008) , Carpinteri e Puzzi (2009), Alves e Lacerda (2012), Dyskin e Pasternak (2020), Jiang et al. (2020).

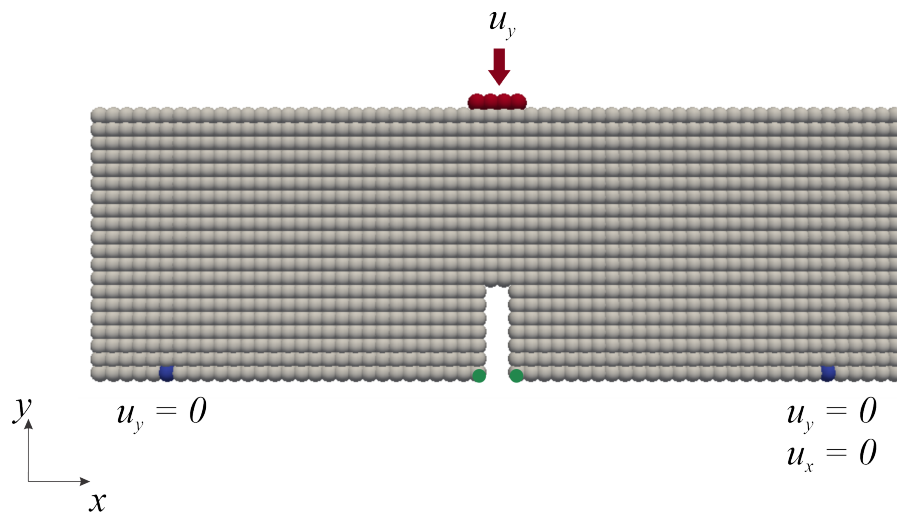
4 RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os resultados da implementação do modelo PD proposto na seção 3.2. Primeiramente, a influência dos parâmetros do modelo PD são investigados através de uma análise paramétrica. Na sequência, os resultados numéricos da aplicação I, com foco na simulação do comportamento de histerese, são apresentados e comparados com dados experimentais. Por fim, os resultados numéricos da aplicação II, com foco na captura do efeito de escala, são apresentados e comparados com os dados experimentais. Em ambos os casos, ou seja, para a aplicação I e II, as configurações de ruptura também são comparadas com as disponíveis experimentalmente.

4.1 Estudo paramétrico dos parâmetros do modelo PD proposto

A investigação da influência dos parâmetros do modelo proposto é realizada utilizando uma viga sob flexão em três pontos. O modelo PD 2D consiste em $60 \times 20 \times 1$ pontos materiais, sendo o espaçamento entre pontos materiais de $\Delta=1mm$ (portanto, $\delta_0=3,015mm$). A Figura 26 mostra a discretização do modelo da PD e as condições de contorno aplicadas. Os pontos em azul representam restrições de movimento na direção vertical (eixo y) do lado esquerdo e vertical e horizontal do lado direito (eixos x e y), enquanto os pontos em vermelho indicam o local onde um deslocamento prescrito é aplicado. Mais precisamente, a simulação consiste em carregar o corpo de prova até 90% da carga máxima e descarregar o corpo até a carga zero. Durante a simulação a força e o CMOD (deslocamento horizontal relativo entre os pontos materiais em verde na figura) são registrados.

Figura 26 – Discretização do modelo PD e condições de contorno.



Na Tabela 6 são apresentados os parâmetros que definem a lei bilinear. Em

relação ao campo aleatório assume-se um coeficiente de variação de 100%, e os comprimentos de correlação são definidos como $lc_x = 0,02m$, $lc_y = 0,0005m$ e $lc_z = 0,001m$.

Tabela 6 – Parâmetros que definem o modelo PD bilinear no estudo paramétrico.

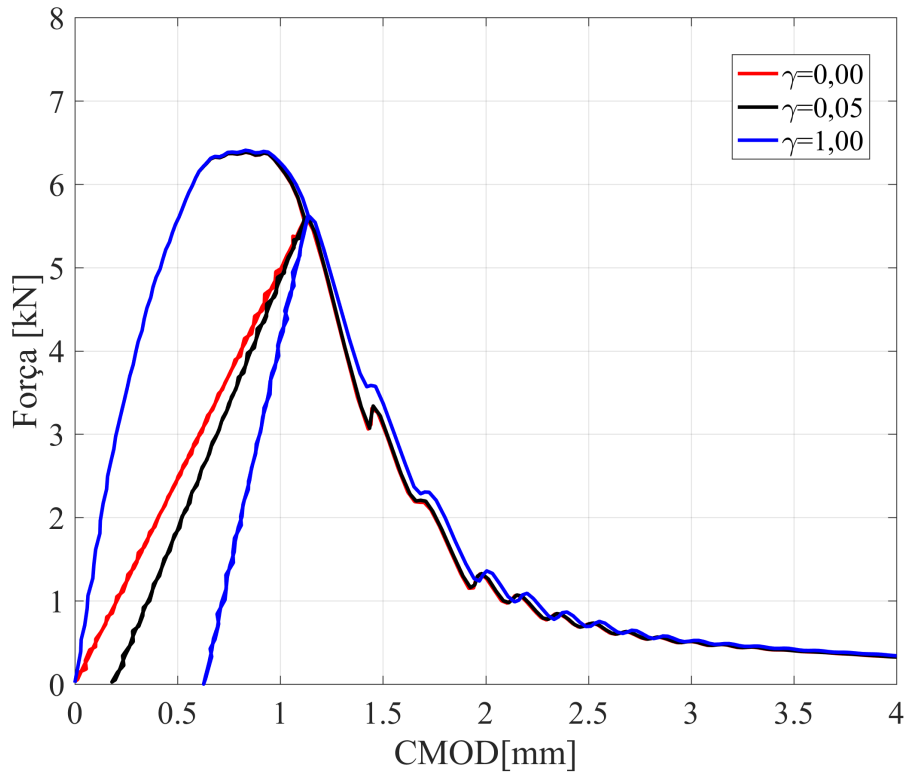
$\Delta[mm]$	$c[N/m^6]$	$s'[-]$	$s_p[-]$	$\delta'[mm]$	$\delta_0[mm]$	K_r
1,0	$15,54(10)^{21}$	$1,14(10)^{-2}$	$1,14(10)^{-2}$	52,60	3,015	17,14

A seguir a influência dos parâmetros γ , α e β são apresentados. Além disso, a influência do tamanho do horizonte numérico, δ_0 é investigada.

4.1.1 Influência do parâmetro - γ

A partir dos parâmetros do modelo PD bilinear descrito acima, a Figura 27 mostra influência apenas do parâmetro que governa o comportamento do segmento de descarga. Mais precisamente três valores de γ são analisados: 0,0, 0,05 e 1,0.

Figura 27 – Influência das deformações residuais.

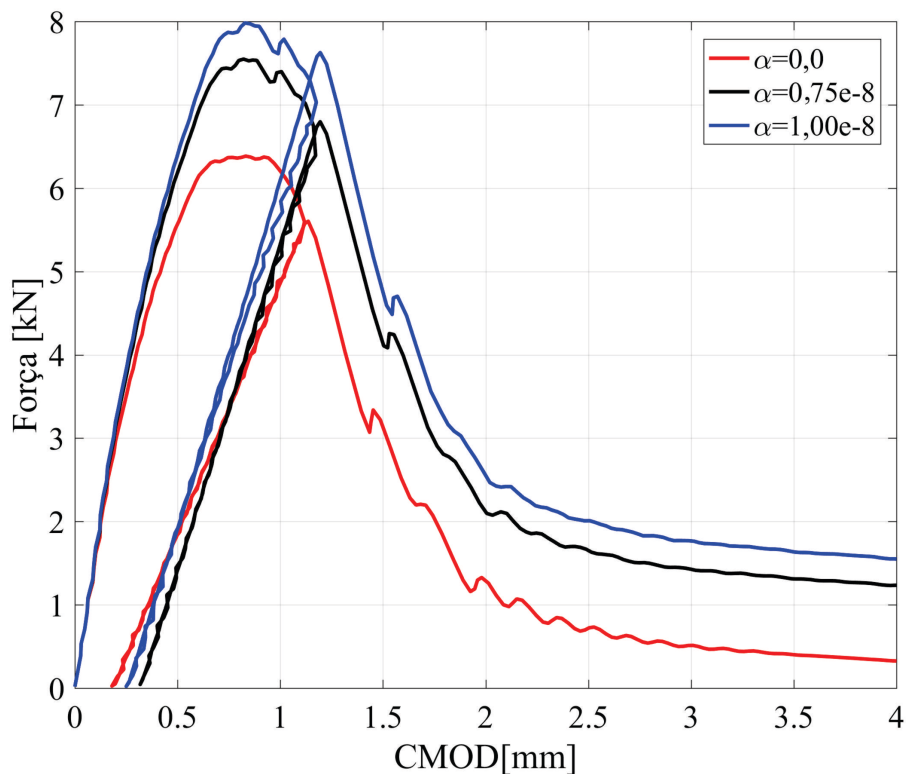


A partir dos resultados, pode-se notar que o parâmetro é capaz de simular um retorno completamente elástico ($\gamma = 0$) até um descarregamento com deformações plásticas totais ($\gamma = 1,0$). Já para o caso de $\gamma = 0,05$ um modo misto é observado. Em relação ao caso com $\gamma = 1,0$, o caso com $\gamma = 0,05$ representa uma redução na deformação plástica global de 29% e uma redução na rigidez global de 42%.

4.1.2 Influência do parâmetro - α

A partir dos parâmetros do modelo PD bilinear descrito acima, a Figura 28 mostra influência do parâmetro que governa o comportamento viscoelástico mantendo o valor de γ igual a 0,05. Mais precisamente, três valores de α são analisados: 0,0, $0,75e^{-8}$ e $1,0e^{-8}$.

Figura 28 – Influência da taxa de deformação.



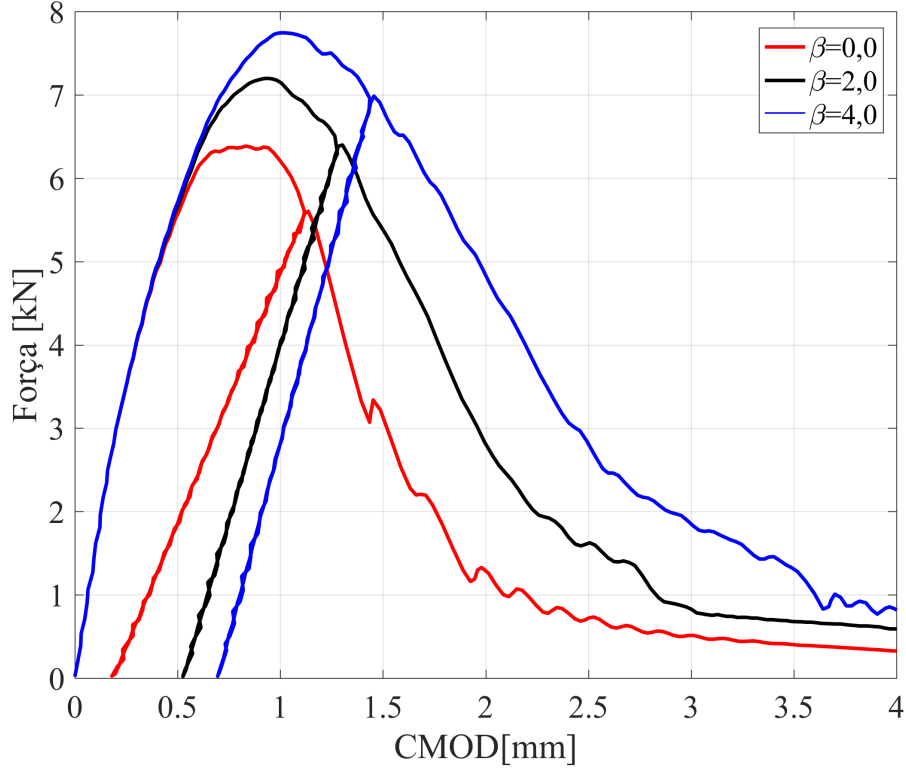
A partir dos resultados, pode-se notar que o parâmetro é capaz de aumentar o valor da força máxima, mantendo, até certo ponto, os comportamentos de pós-pico e descarga. Além disso, o comportamento de histerese é observado nos casos onde $\alpha > 0,0$. Nestes casos, nota-se que a linha de carregamento difere da linha de descarregamento com uma maior rigidez. Mais precisamente, para $\alpha = 1,0e^{-8}$ um aumento na rigidez de 6,25% é registrado. É importante mencionar também que não é possível utilizar um valor de $\alpha > 1,0e^{-8}$, pois ele altera a rigidez inicial do material para a velocidade do carregamento prescrito utilizado.

4.1.3 Influência do parâmetro - β

A partir dos parâmetros do modelo PD bilinear descrito acima, a Figura 29 mostra influência do parâmetro que governa o efeito do cisalhamento, β , mantendo o

valor de γ igual a 0,05. Mais precisamente, três valores de β são analisados: 0,0, 2,0 e 4,0.

Figura 29 – Influência do atrito entre as faces das trincas.

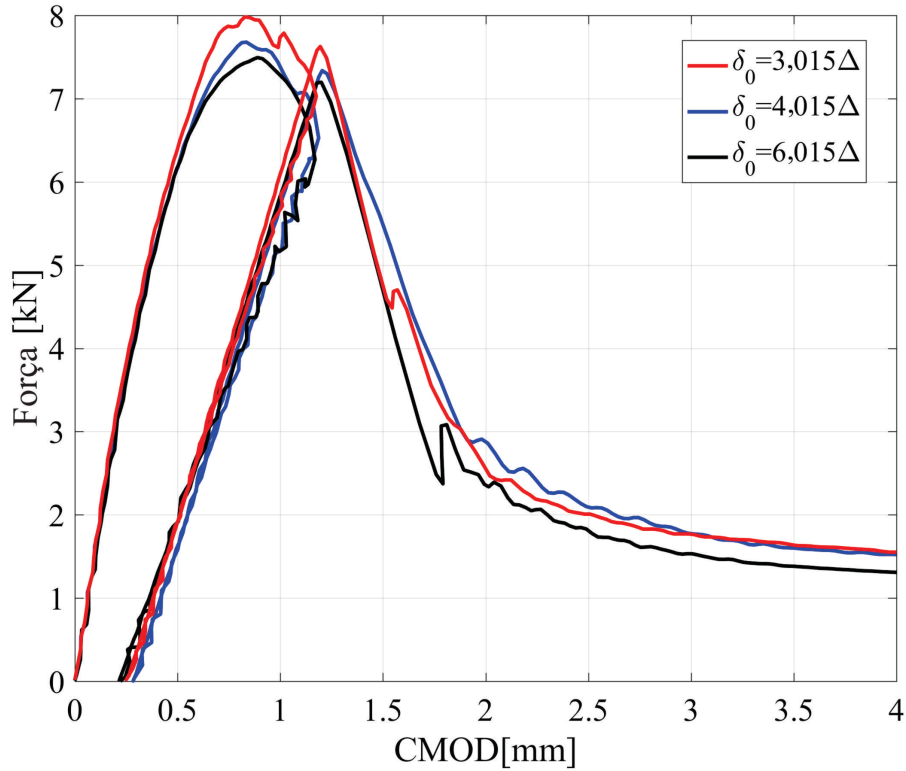


A partir dos resultados, pode-se notar que o parâmetro é capaz de aumentar a força máxima e alterar principalmente o comportamento pós-pico. Mais precisamente, o pico máximo aumenta 21,70% quando os casos de $\beta = 0,0$ e $\beta = 4,0$ são comparados. Em relação ao comportamento pós-pico, uma diminuição na rigidez de 70% é registrada comparando novamente os casos com $\beta = 0,0$ e $\beta = 4,0$.

4.1.4 Influência do horizonte numérico - δ_0

A partir dos parâmetros do modelo PD bilinear descrito acima, a Figura 30 mostra influência do horizonte numérico δ_0 , mantendo o valor de γ igual a 0,05 e $\alpha > 1,0e^{-8}$. Mais precisamente três valores de δ_0 são analisados: $3,015\Delta$, $4,015\Delta$ e $6,015\Delta$. O objetivo desta análise é verificar se o aumento da quantidade de pontos materiais dentro do horizonte afeta o comportamento de histerese. É importante mencionar que, ao alterar o valor de δ_0 o valor de Kr (ver Equação 3.2) é alterado para que se represente o mesmo comportamento do material.

Figura 30 – Influência do horizonte numérico δ_0 .



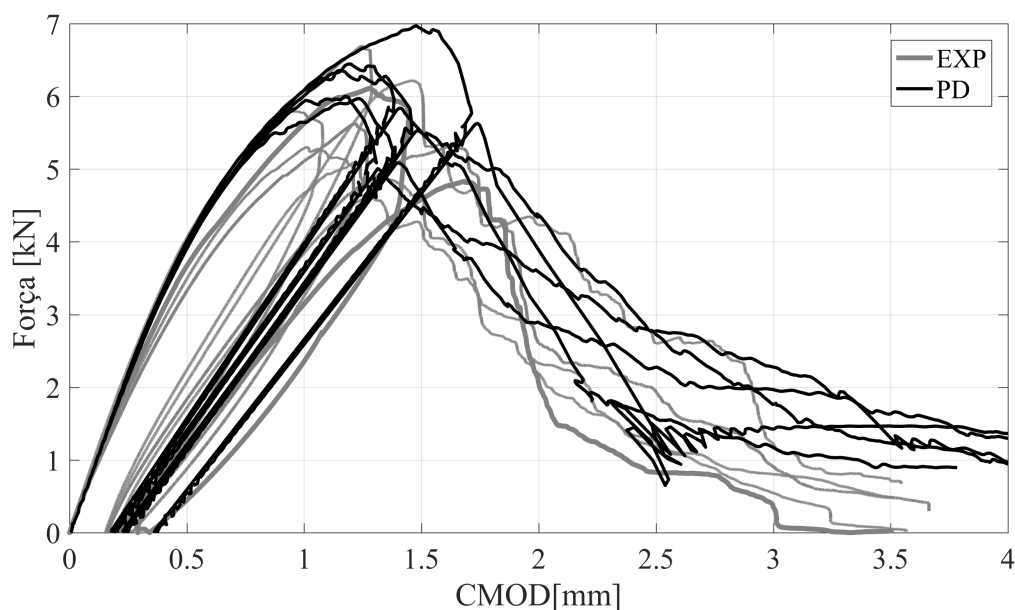
A partir dos resultados, pode-se observar que o tamanho do horizonte numérico não é capaz de alterar significativamente o comportamento geral do material, ou seja, a carga máxima, o pós-pico e a histerese. Dessa forma, pode-se optar pelo menor valor de δ_0 a fim de diminuir o tempo de simulação.

4.2 Aplicação I - Estudo do comportamento de histerese

Nesta aplicação, os resultados da Aplicação 1, descrita na Seção 3.3.1, são apresentados de forma a validar o modelo PD proposto para considerar o fenômeno da histerese. Primeiramente, uma análise paramétrica foi realizada, similar a apresentada na seção anterior, para definir os melhores valores dos parâmetros que governam o modelo proposto. Neste caso, os parâmetros que melhor ajustam aos dados experimentais são: $\gamma = 0,05$, $\alpha = 2e^{-8}1/s$ e $\beta = 2,0$.

Assim como no experimental, 5 simulações foram realizadas alterando a semente de geração do campo aleatório. A Figura 31 mostra a comparação entre resultados experimentais de Vantadori et al. (2021) para a viga PRFV10 e numéricos variando o campo aleatório.

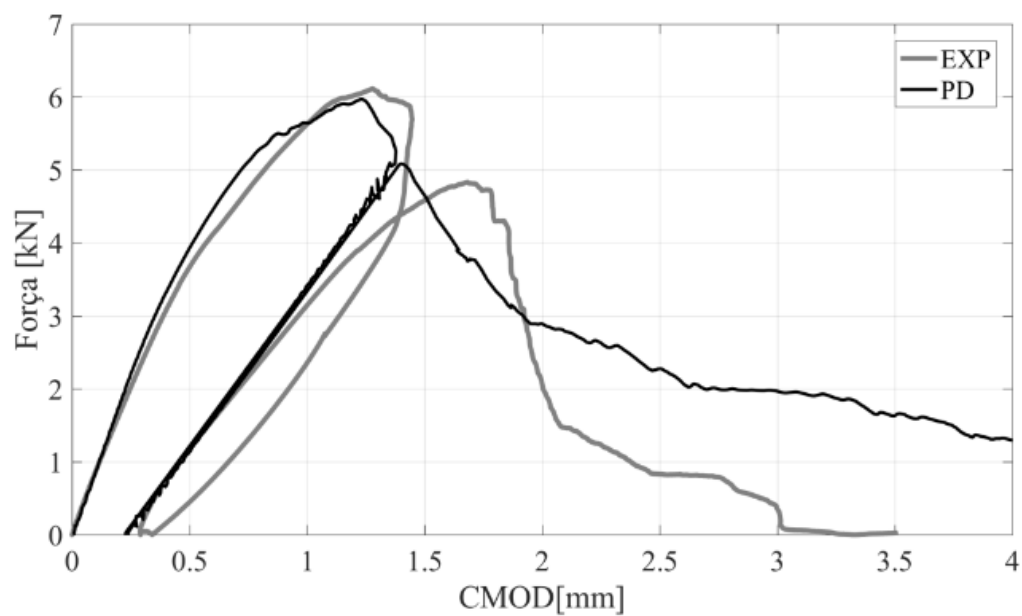
Figura 31 – Comparação entre resultados experimentais de Vantadori et al. (2021) para a viga PRFV10 e numéricos variando o campo aleatório.



Os resultados mostram uma boa correspondência entre o comportamento numérico e experimental. Mais precisamente, a rigidez inicial está dentro da variação experimental; o valor médio da força máxima numérico é de $6,37\text{ kN}$, um erro relativo em relação ao experimental de $7,6\%$; e a curva de descarga também está dentro das inclinações do experimento. Além disso, o comportamento pós-pico está dentro do intervalo observado experimentalmente.

A Figura 32 mostra uma análise mais específica do resultado numérico em comparação ao experimental no que se refere ao comportamento de histerese. Nota-se que embora haja uma pequena diferença entre as curvas de descarregamento e recarregamento, o loop de histerese ainda não é bem representado pelo modelo proposto. No entanto, é importante mencionar que o objetivo do modelo é não "forçar" o comportamento de histerese e sim ser uma resposta natural do modelo. Dessa forma, novas abordagens deverão ser propostas para solução deste problema.

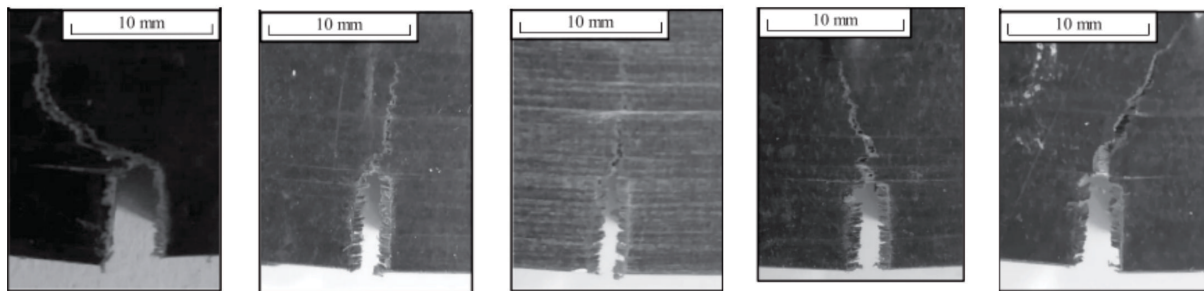
Figura 32 – Detalhe do fenômeno da histerese obtido numérico e experimental.



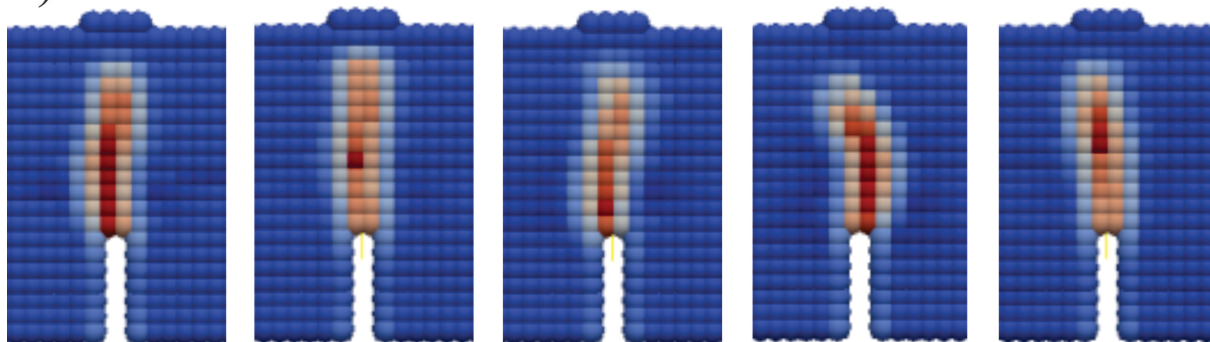
A Figura 33 mostra a comparação entre os padrões de trincas obtidos experimental e aqueles das simulações numéricas. Nota-se que nas simulações uma propagação em modo I é predominante enquanto um modo misto é mais registrado nos resultados experimentais.

Figura 33 – Comparação (a) padrões de trincas experimentais PRFV10 e, (b) padrões de trincas PD.

a)



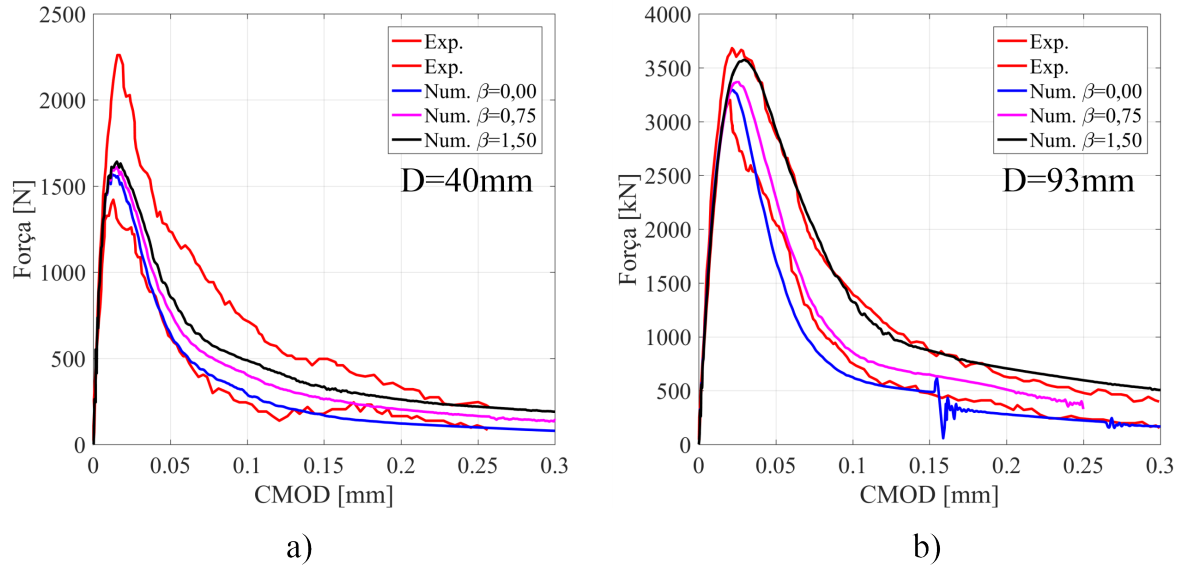
b)



4.3 Aplicação II - Análise do efeito escala

Nesta aplicação, onde o foco é a análise do efeito de escala, assume-se $\gamma = 0$, $\alpha = 0$, e β é definido como 1,5. Tal valor de β é definido baseado na calibração da viga com $D=40\text{mm}$ e $\lambda = 0,3$. No entanto, como a dispersão dos resultados experimentais é grande para esse tamanho, também observou-se o comportamento da viga com $D=93\text{mm}$ e $\lambda = 0,3$, como forma de limitar o valor de β . A influência de β para D igual a 40mm e 93mm com $\lambda = 0,3$ é apresentada na Figura 34, onde as linhas em vermelho indicam a variação inferior e superior dos dados experimentais. Nota-se que para $\beta = 1,5$, um bom ajuste é encontrado para os dois tamanhos de vigas. Em específico, para $D = 93\text{mm}$ o melhor ajuste em termos da rigidez pós-pico é encontrado. Para os demais casos, ou seja, tamanhos de vigas e profundidade dos entalhes, tais parâmetros se manterão constantes.

Figura 34 – Curvas de Força-CMOD experimental (em vermelho) e numérico variando beta para a) $D=40\text{mm}$ e b) $D=93\text{mm}$ ambos com $\lambda = 0,3$.



A seguir esta sub-seção é dividida em três partes. Primeiramente é realizada a comparação entre os comportamentos globais dos ensaios experimentais com aqueles obtidos da Peridinâmica. Na sequência, o efeito de escala é quantificado a partir dos expoentes de escala, e por fim, os padrões de ruptura são comparados.

4.3.1 Análise do comportamento global

As Figuras 35, 36 e 37 mostram a comparação entre os resultados experimentais (curvas em vermelho) e os obtidos numericamente com a Peridinâmica (curvas em preto) variando o campo aleatório para os casos de $\lambda = 0,3, 0,15$ e $0,075$. No caso, das curvas experimentais, elas representam a variação dos dados experimentais.

As Tabelas 7, 8 e 9 apresentam para $\lambda = 0,3, 0,15$ e $0,075$, respectivamente, os seguintes dados para os diferentes tamanhos de vigas (D): resistência à flexão numérica (MPa) e CV, resistência à flexão experimental (MPa), erro da resistência à flexão numérica em relação ao experimental (%), rotação média numérica e CV, e por fim, energia de fratura média (Nm) e CV.

A partir da Figura 35 e da Tabela 7 é possível observar que para $\lambda = 0,3$:

- os picos de carga obtidos numericamente ficaram dentro do intervalo experimental para todos os tamanhos;
- o comportamento pós-pico teve uma pequena variação em relação ao experimental para os tamanhos $D=215$ e $D=500\text{mm}$;

- a maior variação da resistência à flexão numérica foi de 12,65% para $D=40\text{mm}$;
- o maior erro da resistência à flexão é para $D=215\text{mm}$, sendo os demais erros menores que 7%;

A partir da Figura 36 e da Tabela 8 é possível observar que para $\lambda = 0,15$:

- os picos de carga obtidos numericamente ficaram dentro do intervalo experimental para todos os tamanhos;
- o comportamento pós-pico ficou fora da variação experimental apenas para $D=500\text{mm}$;
- a maior variação da resistência à flexão numérica foi de aproximadamente 10% para $D=40\text{mm}$;
- O maior erro da resistência à flexão foi de 11% para a viga de tamanho $D=500\text{mm}$;

A partir da Figura 37 e da Tabela 9 é possível observar que para $\lambda = 0,075$:

- os picos de carga obtidos numericamente ficaram dentro do intervalo experimental para todos os tamanhos;
- o comportamento pós-pico ficou fora da variação experimental apenas para $D=500\text{mm}$;
- a maior variação da resistência à flexão numérica foi de aproximadamente 9% para $D=40\text{mm}$;
- O maior erro da resistência à flexão foi de 10% para a viga de tamanho $D=500\text{mm}$;

Figura 35 – Curvas de Força-CMOD experimental (em vermelho) e numérico variando o campo aleatório (em preto) para $D=40, 93, 215$ e 500 mm sendo $\lambda = 0,3$.

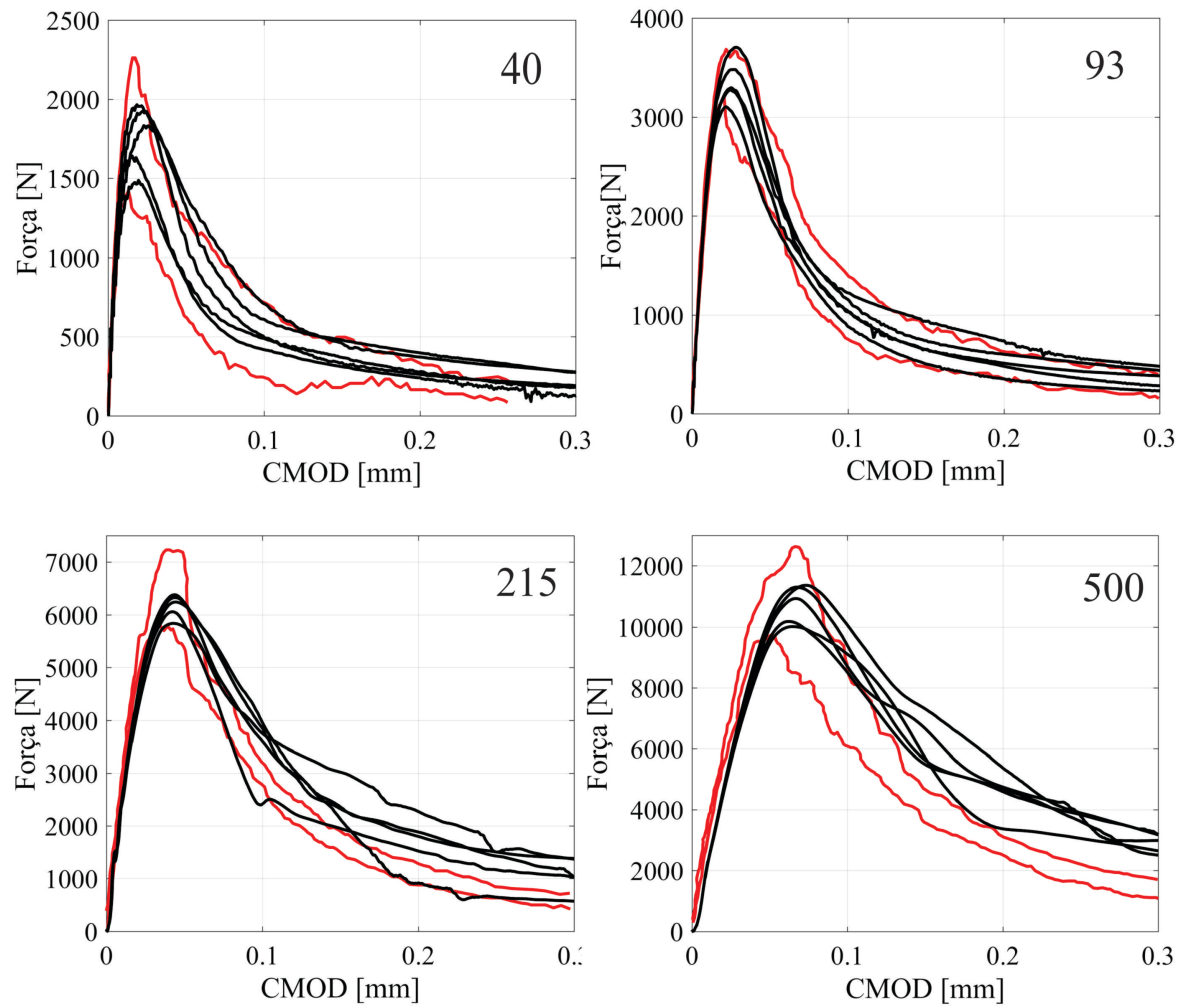


Tabela 7 – Resultados numéricos para $\lambda = 0,3$.

D	med. σ_{num}	CV σ_{num}	med. σ_{exp}	Erro	med. ϕ	CV ϕ	med. G_f	CV G_f
40	3,61	11,40%	3,68	2%	0,000384	12,65%	17,61	21,39%
93	2,96	6,77 %	3,04	3%	0,000243	8,82%	19,72	16,76%
215	2,25	8,56 %	2,55	12%	0,000191	8,81%	25,50	16,54%
500	1,76	5,83 %	1,88	7%	0,000142	6,16%	34,43	11,87%

Figura 36 – Curvas de Força-CMOD experimental (em vermelho) e numérico variando o campo aleatório (em preto) para $D=40, 93, 215$ e 500 mm sendo $\lambda = 0, 15$.

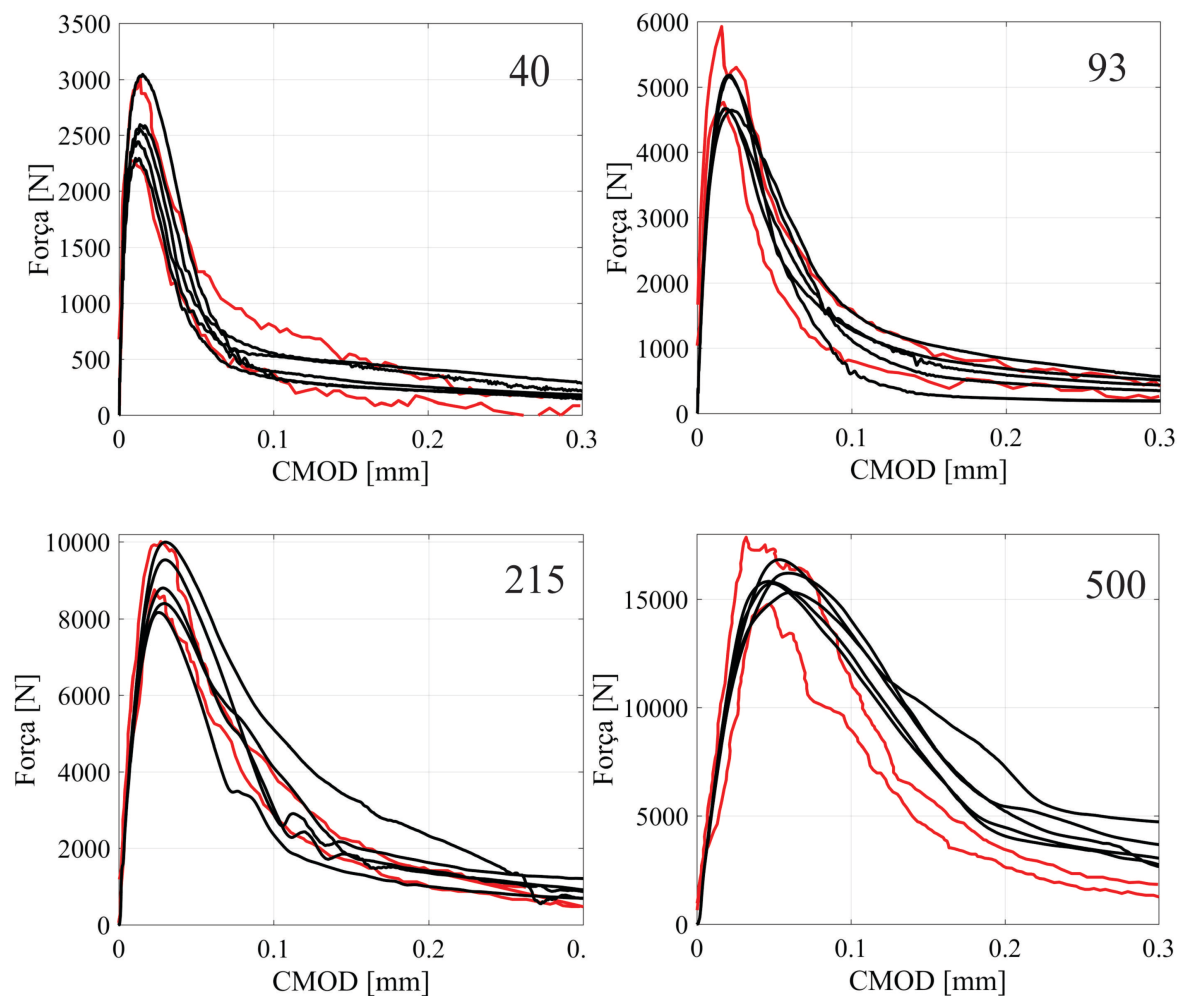


Tabela 8 – Resultados numéricos para $\lambda = 0, 15$.

D	med. σ_{num}	CV σ_{num}	med. σ_{exp}	Erro	med. ϕ	CV ϕ	med. G_f	CV G_f
40	5,28	10,91 %	5,38	2%	0,000353	12,80%	18,69	26,03%
93	4,27	5,72 %	4,54	6%	0,000261	5,94%	24,04	10,70%
215	3,41	8,58%	3,68	7 %	0,000200	7,94%	33,05	15,78%
500	2,61	3,51 %	2,93	11%	0,000172	4,42%	50,41	10,29%

Figura 37 – Curvas de Força-CMOD experimental (em vermelho) e numérico variando o campo aleatório (em preto) para $D=40, 93, 215$ e 500 mm sendo $\lambda = 0,075$.

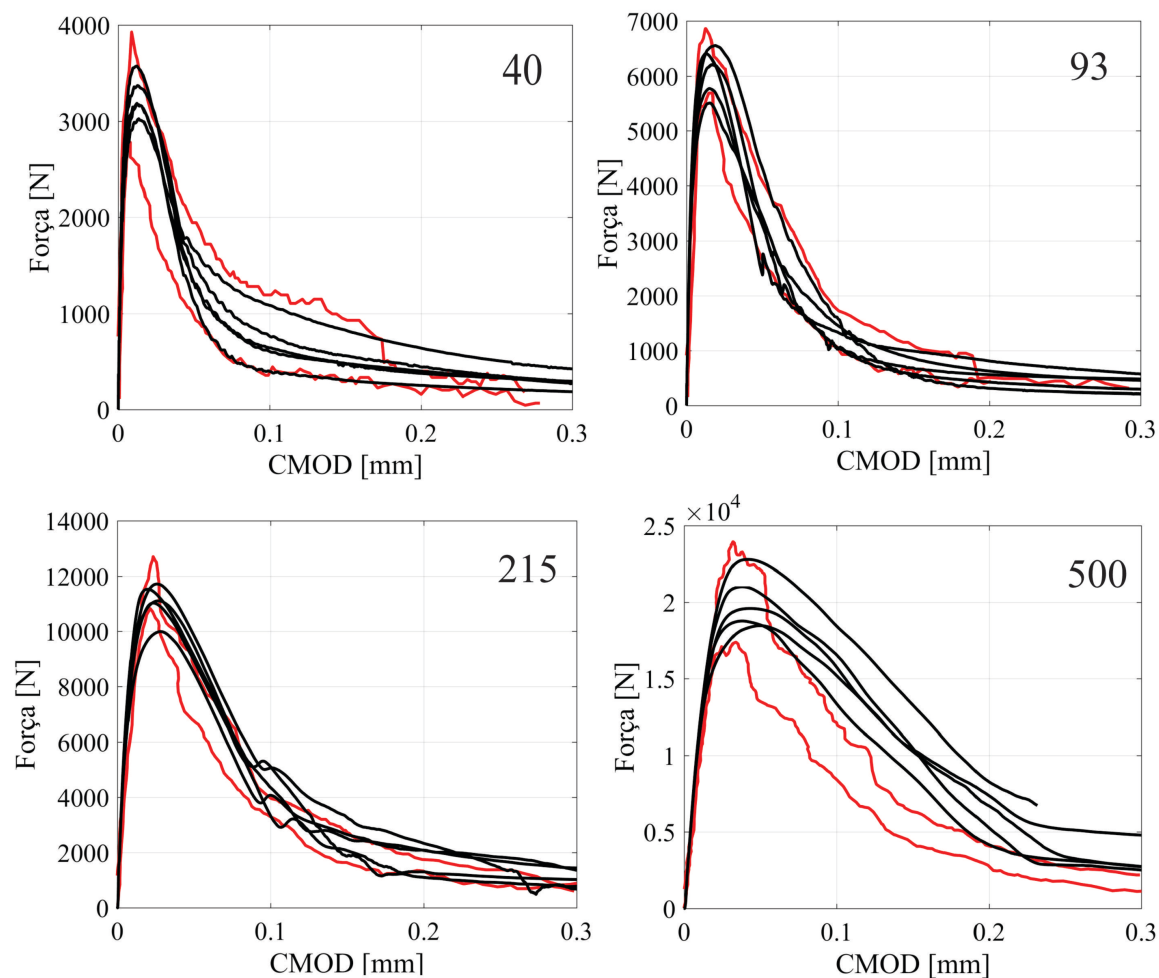


Tabela 9 – Resultados numéricos para $\lambda = 0,075$.

D	med. σ_{num}	CV σ_{num}	med. σ_{exp}	Erro	med. ϕ	CV ϕ	med. G_f	CV G_f
40	6,67	6,41 %	6,69	0,4%	0,000411	6,42%	25,26	13,21%
93	5,34	7,18 %	5,49	3%	0,000285	7,90%	20,89	14,96%
215	4,20	6,04%	4,59	8 %	0,000227	4,28%	41,98	8,73%
500	3,29	8,82 %	3,63	10%	0,000195	7,13%	63,11	14,62%

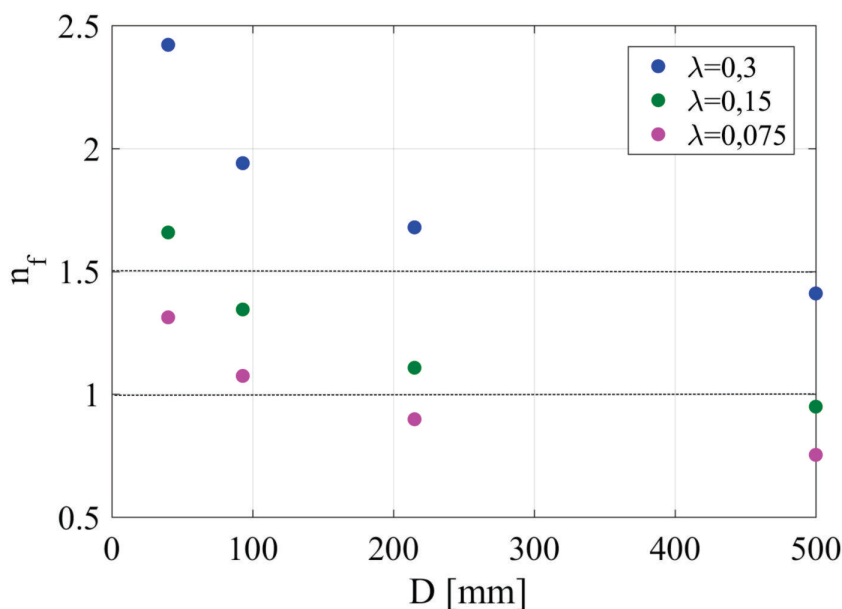
A partir do compilado dos resultados apresentados acima, é possível afirmar que o modelo PD bilinear com cisalhamento consegue capturar de forma satisfatória o comportamento experimental. No caso de $D=500$ mm, independente do valor de λ , o comportamento pós-pico teve dificuldade de ser representado. Isso pode indicar que o valor de β possa ser dependente do tamanho, como o coeficiente de atrito também

é, assim como reportado em Carpinteri e Paggi (2005). Maiores estudos deverão ser realizados para suportar esta suposição.

Outra forma de observar o comportamento global da estrutura e a influência do tamanho da amostra pode ser realizada através do número de fragilidade, n_f , conforme a Equação 3.5. Como mencionado anteriormente, estruturas com $n_f \leq 1$ apresentam um comportamento frágil, enquanto para $n_f \geq 1,5$ um comportamento dúctil é registrado.

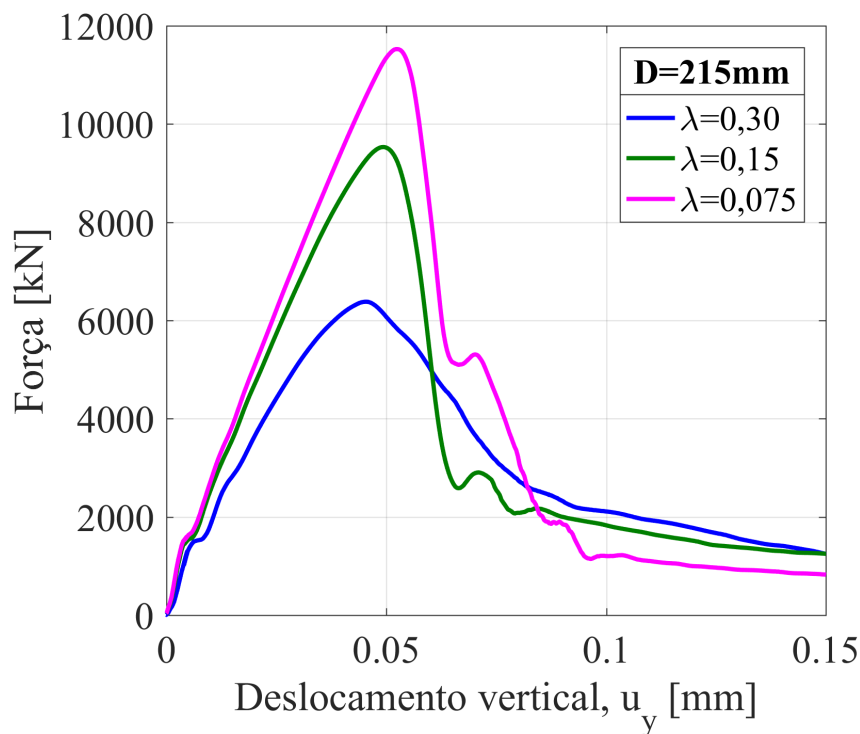
A Figura 38 mostra os valores de n_f para os diferentes valores λ e D , com as linhas horizontais indicando os valores de 1,0 e 1,5. É notório que a medida que λ diminui e D aumenta, a fragilidade da estrutura aumenta, conforme esperado. Em geral, para $\lambda = 0,3$, um comportamento mais dúctil é observado para todos os tamanhos de vigas analisados, enquanto para $\lambda = 0,075$ uma maior fragilidade é observada.

Figura 38 – Avaliação do comportamento da estrutura utilizando n_f para os diferentes valores de λ .



Nas Figuras 35-37 não é possível identificar claramente os comportamentos devido ao fato de que o CMOD é utilizado e uma propagação estável parece ser observada em quase todos os casos. A Figura 39, mostra a relação força-deslocamento vertical aplicado para a viga com $D=215\text{mm}$ considerando os diferentes valores de λ . Neste caso, observa-se claramente a transição de comportamento dúctil (com pós-pico mais suave) para frágil (ruptura abrupta) quando λ muda de 0,3 para 0,075, respectivamente.

Figura 39 – Transição dúctil-frágil para a viga com $D=215$ mm.



4.3.2 Análise do efeito escala

A partir dos dados das Tabelas 7-9, o efeito de escala é quantificado utilizando os expoentes de escala das quantidades mecânicas da resistência à flexão ($d\sigma$), rotação crítica ($d\phi$) e energia de fratura (dG_f) para os diferentes valores de λ .

A Figura 40 apresenta os resultados numéricos da relação entre os tamanhos das vigas (D) e as quantidades mecânicas mencionadas acima para $\lambda=0,3$. Mais precisamente, para cada quantidade são apresentados os valores em separados (pontos em preto), os valores médios (pontos em vermelho) e a aproximação linear (linha vermelha tracejada), utilizada para determinar o expoente de escala de cada quantidade.

Para $\lambda=0,3$ os expoentes de escala foram: $d\sigma=0,29$, $d\phi=0,38$ e $dG_f=0,27$. Desta forma, a soma dos expoentes foi de 0,94, muito próximo do valor teórico sugerido pela teoria fractal, ou seja, 1.

No entanto, como pode ser visto na Figura 40 uma variação dos dados numéricos é registrada devido o uso do campo aleatório. Desta forma, através de uma análise de variância (ANOVA) é possível obter um intervalo de confiança em que estariam os expoentes e consequentemente a soma dos mesmos. Detalhes sobre a ANOVA podem ser encontrados em Morettin (2000). A Tabela 10 apresenta o intervalo de confiança de cada expoente de escala, considerando uma confiabilidade de 95%, bem como o Intervalo de Confiança (IC) para a soma dos expoentes. Por tanto, por meio da ANOVA, é

possível notar que a soma dos expoentes, obtidos numericamente, está de acordo com a teoria fractal.

Figura 40 – Determinação dos expoentes de escala para $\lambda=0,3$.

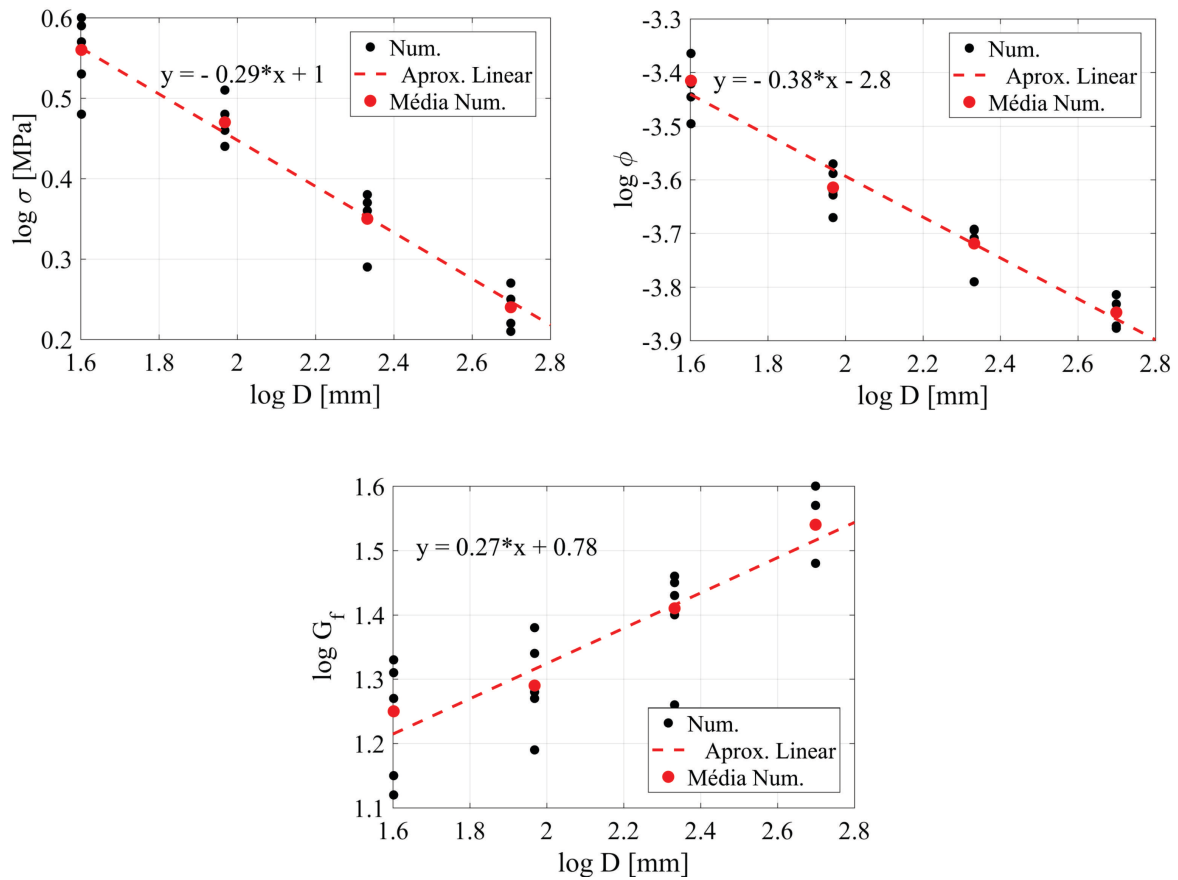


Tabela 10 – Intervalos de confiança para os expoentes de escala para $\lambda=0,3$.

	IC inferior	IC superior
$d\sigma$	0,24	0,33
$d\phi$	0,33	0,43
dG_f	0,18	0,36
Soma	0,75	1,12

A Figura 41 apresenta os resultados numéricos da relação entre os tamanhos das vigas (D) e as quantidades mecânicas que sofrem efeito de escala para $\lambda=0,15$. A Figura é apresentada no mesmo padrão da Figura 40.

Para $\lambda=0,15$ os expoentes de escala foram: $d\sigma=0,28$, $d\phi=0,28$ e $dG_f=0,4$. Desta forma, a soma dos expoentes foi de 0,96, novamente um valor muito próximo do teórico sugerido pela teoria fractal, ou seja, 1. Novamente, através da ANOVA, apresentada

na Tabela 11, os intervalos de confiança mostram que a soma dos expoentes, obtidos numericamente, está de acordo com a teoria fractal.

Figura 41 – Determinação dos expoentes de escala para $\lambda=0,15$.

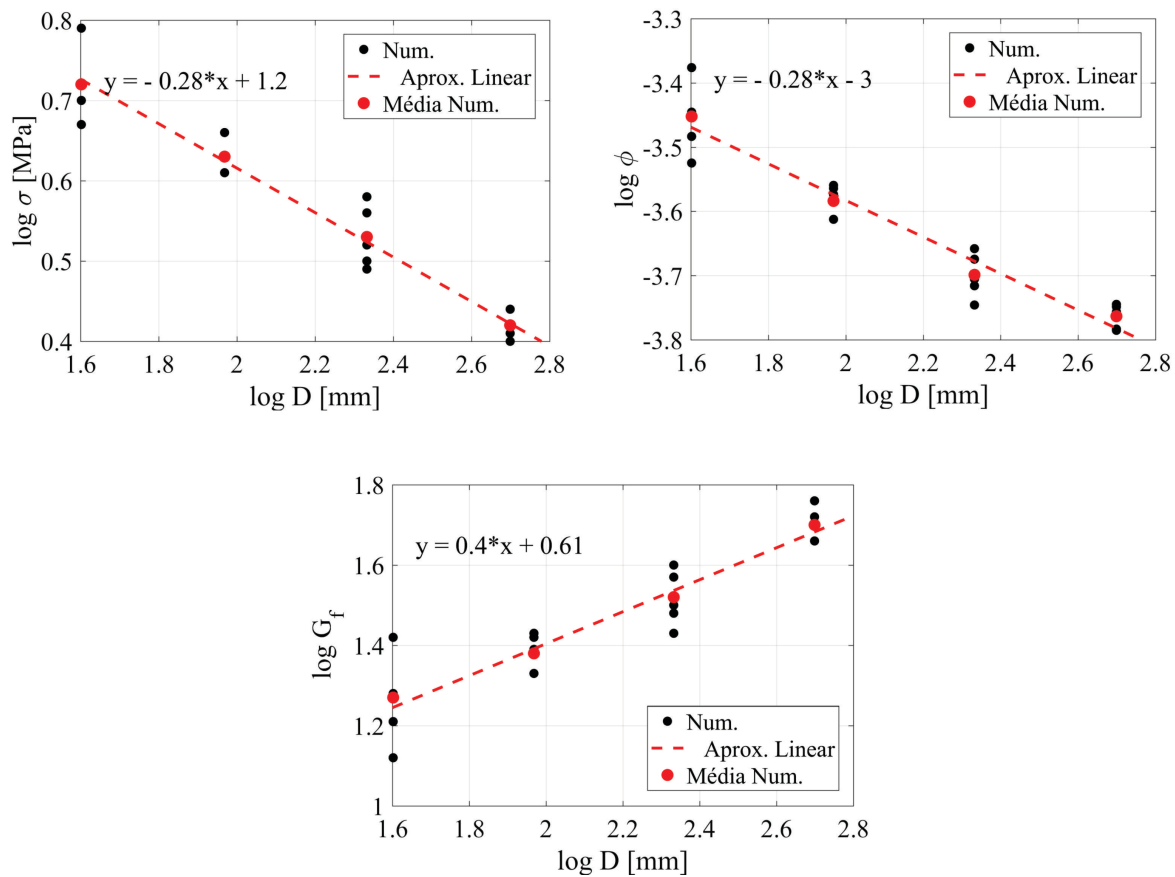


Tabela 11 – Intervalos de confiança para os expoentes de escala para $\lambda=0,15$.

	IC inferior	IC superior
$d\sigma$	0,31	0,24
$d\phi$	0,24	0,33
dG_f	0,31	0,48
Soma	0,86	1,05

A Figura 42 apresenta os resultados numéricos da relação entre os tamanhos das vigas (D) e as quantidades mecânicas que sofrem efeito de escala para $\lambda=0,075$. A Figura é apresentada no mesmo padrão da Figura 40.

Para $\lambda=0,075$ os expoentes de escala foram: $d\sigma=0,28$, $d\phi=0,29$ e $dG_f= 0,37$. Desta forma, a soma dos expoentes foi de 0,94, novamente um valor muito próximo do teórico sugerido pela teoria fractal, ou seja, 1. Novamente, através da ANOVA,

apresentada na Tabela 12, os intervalos de confiança mostram que a soma dos expoentes, obtidos numericamente, está de acordo com a teoria fractal.

Figura 42 – Determinação dos expoentes de escala para $\lambda=0,075$.

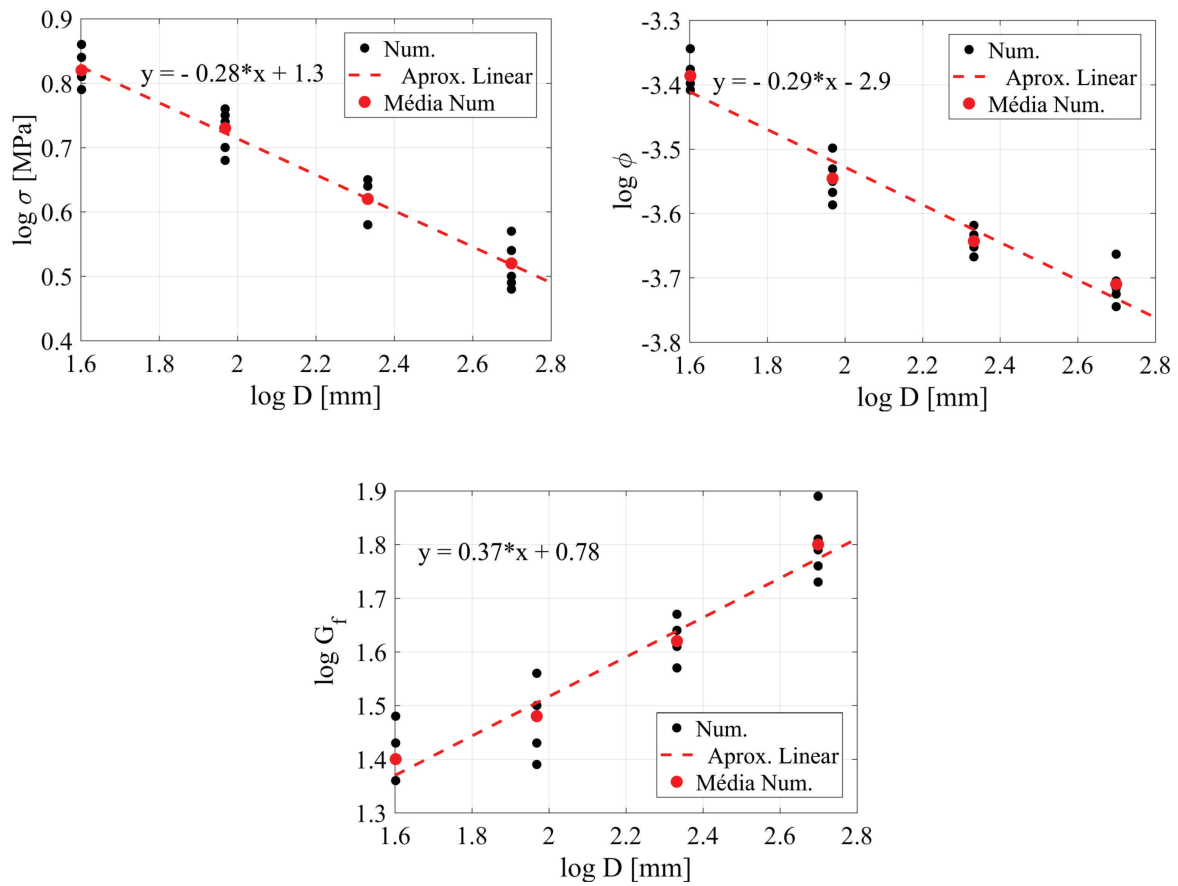


Tabela 12 – Intervalos de confiança para os expoentes de escala para $\lambda=0,075$.

	IC inferior	IC superior
$d\sigma$	0,24	0,31
$d\phi$	0,25	0,33
dG_f	0,30	0,43
Soma	0,79	1,07

A partir dos resultados apresentados acima, é possível observar que os modelos PDs conseguem, independente dos valores de λ , capturar o efeito de escala nas propriedades mecânicas da resistência à flexão, rotação crítica e energia de fratura, sendo os valores obtidos numericamente de acordo com a teoria fractal.

4.3.3 Análise da configuração de ruptura

As Figuras 43 a 46 mostram as configurações de ruptura obtidas numericamente para cada uma das 5 simulações para os diferentes valores de D para $\lambda=0,3$, juntamente com os caminhos de trincas experimentais disponíveis em Wendner et al. (2015), onde as linhas em cinza-claro, representam os caminhos de trincas na parte posterior do corpo de prova. Devido ao baixo nível de discretização, o caminho da trinca não é bem definido para $D=40\text{mm}$, no entanto, para os demais tamanhos uma boa trajetória é observada. Em quase todos os casos, percebe-se um modo de propagação misto, a exceção de $D=500\text{mm}$ onde um modo I é predominante. As configurações de ruptura para $\lambda=0,15$ e $0,075$, podem ser observadas no Apêndice B.

Figura 43 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=40\text{mm}$ e $\lambda=0,3$.

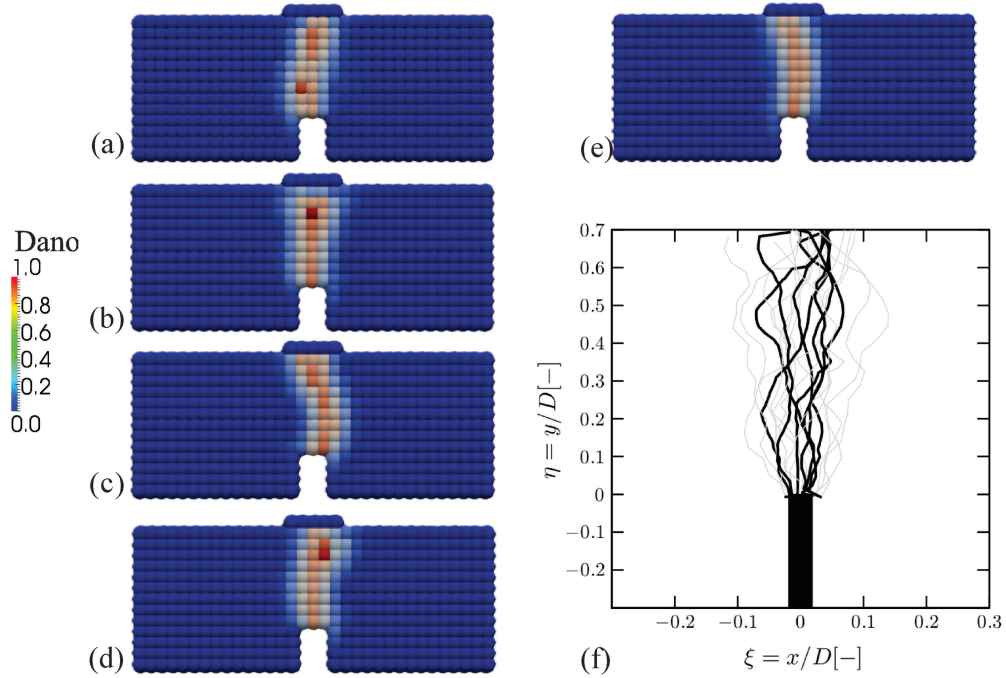


Figura 44 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=93\text{mm}$ e $\lambda=0,3$.

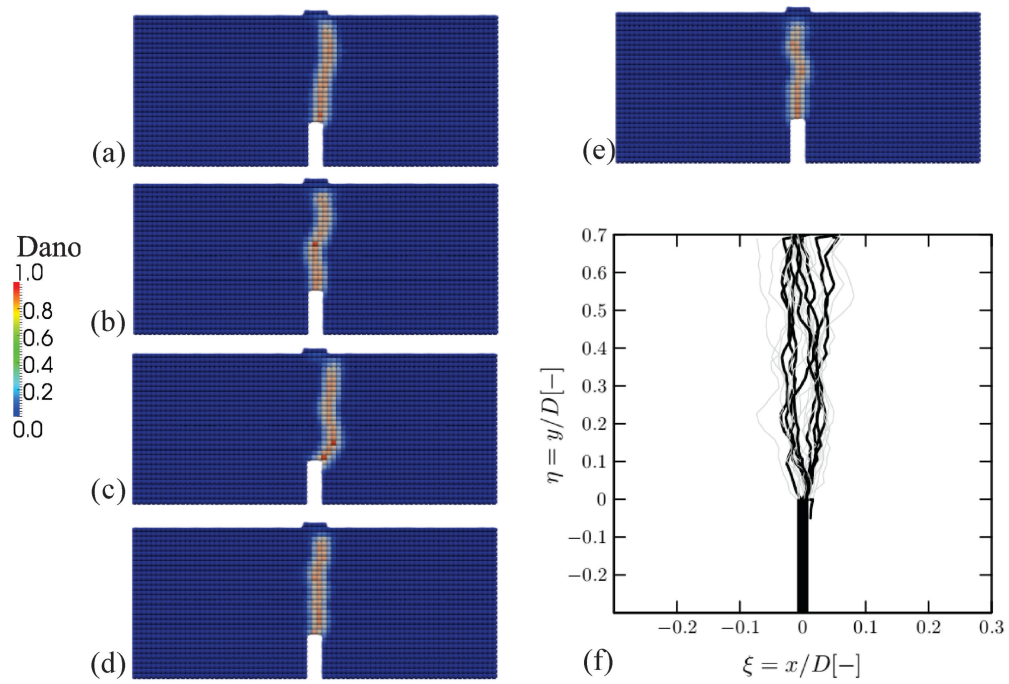


Figura 45 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=215\text{mm}$ e $\lambda=0,3$.

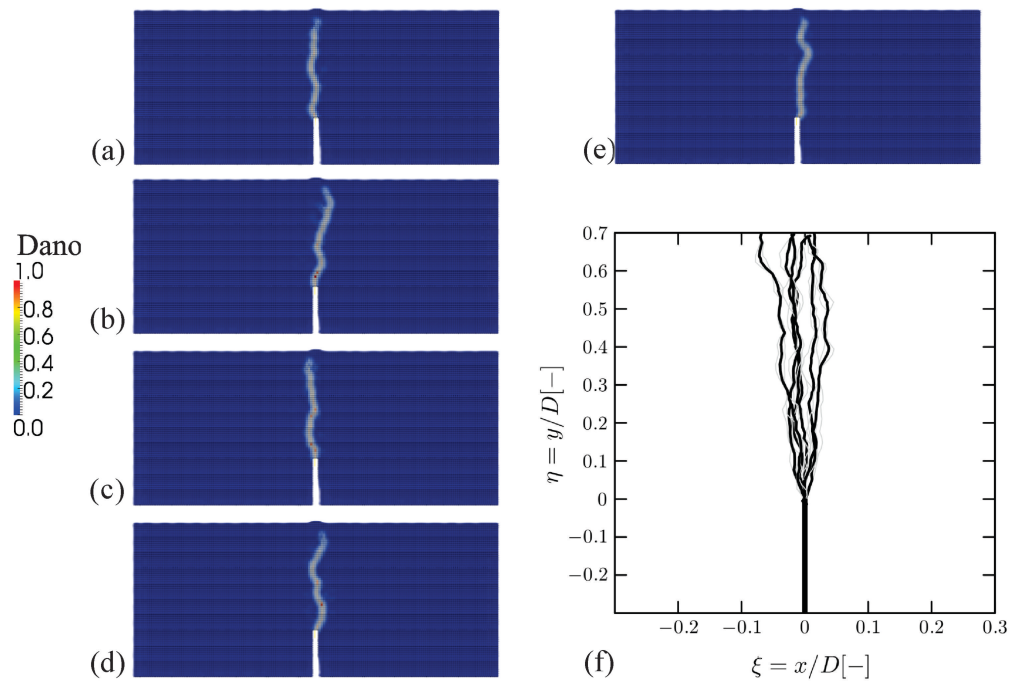
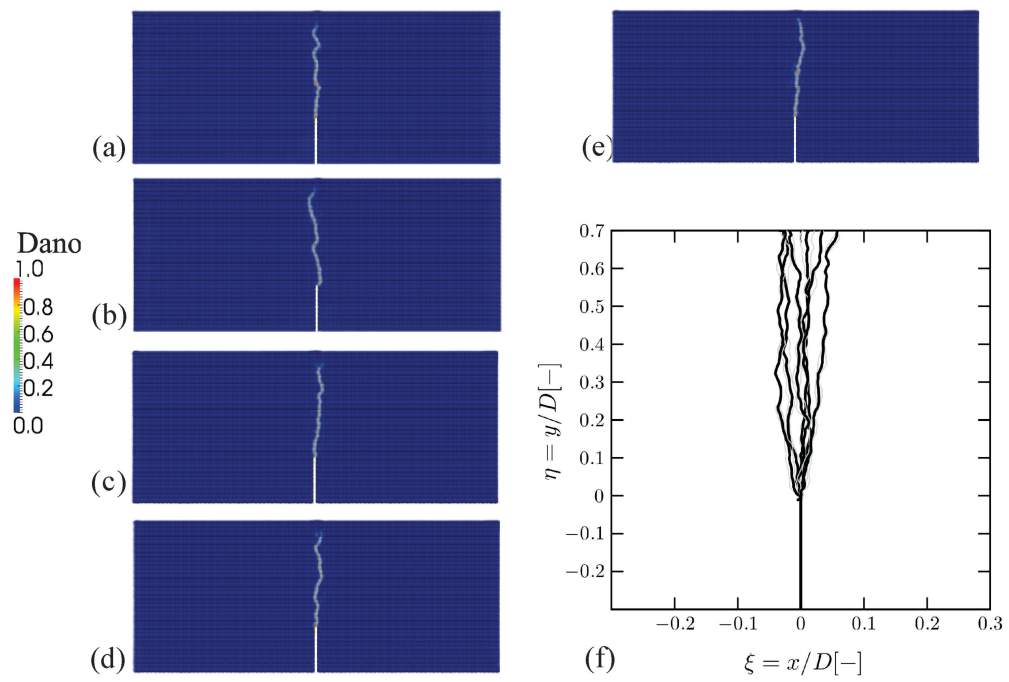


Figura 46 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=500\text{mm}$ e $\lambda=0,3$.



5 CONCLUSÕES

No presente trabalho, um novo modelo peridinâmico (PD) é proposto para simular o comportamento a fratura de materiais heterogêneos. A novidade do presente trabalho de pesquisa consiste na proposta e implementação de um modelo PD bilinear estendido, sendo capaz de levar em conta tanto a condição complexa de Modo Misto de propagação de fissuras, a deformação residual e o comportamento viscoelástico do material. A validação do modelo PD proposto foi realizada considerando duas aplicações, uma focada na simulação do comportamento de histerese, e outra no efeito escala. Ambas aplicações tem seus resultados numéricos comparados com experimentais. Além disso, um estudo paramétrico também foi realizado para mostrar a influência dos parâmetros que devem ser calibrados. Sobre a aplicação I as seguintes conclusões podem ser mencionadas:

- os picos de carga obtidos numericamente ficaram dentro do intervalo experimental para todos os tamanhos;
- o efeito de deformações residuais e do cisalhamento tem implicações claras no modelo;
- apesar do modelo não conseguir representar o loop de histerese com precisão, é possível observar a influência da viscoelasticidade no modelo PD estendido;
- as fraturas em modo misto não são claras como as observadas experimentalmente;

Sobre a aplicação II as seguintes conclusões podem ser mencionadas:

- os picos de carga obtidos numericamente ficaram dentro do intervalo experimental para todos os tamanhos, sendo o erro máximo, em relação ao experimental, menor que 12%;
- o modelo foi capaz de representar com precisão o efeito de escala na resistência à flexão, rotação crítica e energia de fratura em vigas entalhadas de concreto de acordo com a teoria fractal;
- a transição de comportamento dúctil-frágil, um fenômeno típico de materiais quase-frágeis, também foi observado nos resultados numéricos;
- os padrões de fratura obtidos de forma numérica se assemelham com os obtidos de forma experimental satisfatoriamente.

Os resultados numéricos, apresentados neste trabalho, mostram que as simulações numéricas utilizando a PD podem ser uma ferramenta vantajosa para o estudo de fenômenos típicos de materiais heterogêneos com comportamento quase-frágil.

6 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Com base nos resultados apresentados, observa-se que o modelo PD utilizado ainda carece de melhorias, principalmente quando o fenômeno da histerese é o foco de estudo. Neste sentido, propõem-se como trabalhos futuros:

- adicionar ao modelo PD bilinear uma nova abordagem para cálculo da taxa de deformação, como, por exemplo, usar janelas de tempo ou valores máximos da taxa;
- empregar uma função para a taxa que não seja linear (por exemplo, exponencial), a fim de aumentar a não-linearidade durante a descarga-recarga;
- por fim, embora a abordagem considerada possa não gerar uma resposta natural do modelo, uma modificação no modelo PD bilinear, que utilize funções distintas para os segmentos de descarga e recarga, poderia ser explorada para melhor considerar o efeito de histerese.

REFERÊNCIAS

- ALVES, L. M.; LACERDA, L. A. de. Fractal fracture mechanics applied to materials engineering. *Applied Fracture Mechanics*, IntechOpen, p. 67–106, 2012.
- ANDERSON, T. L.; ANDERSON, T. L. *Fracture mechanics: fundamentals and applications*. [S.l.]: CRC press, 2005.
- AZEVEDO, Á. F. Método dos elementos finitos. *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*, v. 1, n. 7, 2003.
- BARBAT, G. et al. Structural size effect: Experimental, theoretical and accurate computational assessment. *Engineering Structures*, Elsevier, v. 213, p. 110555, 2020.
- BAŽANT, Z. P.; LE, J.-L.; SALVIATO, M. *Quasibrittle fracture mechanics and size effect: A first course*. [S.l.]: Oxford University Press, 2021.
- BERTO, F. et al. Brittle or quasi-brittle fracture of engineering materials: recent developments and new challenges. *Advances in Materials Science and Engineering*, Hindawi, v. 2014, 2014.
- BIRCK, G. et al. Damage process in heterogeneous materials analyzed by a lattice model simulation. *Engineering Failure Analysis*, Elsevier, v. 70, p. 157–176, 2016.
- CABRAL, N. R. et al. An alternative bilinear peridynamic model to simulate the damage process in quasi-brittle materials. *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier, v. 216, p. 106494, 2019.
- CARPINTERI, A. Cusp catastrophe interpretation of fracture instability. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Elsevier, v. 37, n. 5, p. 567–582, 1989.
- CARPINTERI, A. Fractal nature of material microstructure and size effects on apparent mechanical properties. *Mechanics of materials*, Elsevier, v. 18, n. 2, p. 89–101, 1994.
- CARPINTERI, A. *Mechanical damage and crack growth in concrete: plastic collapse to brittle fracture*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. v. 5.
- CARPINTERI, A.; ACCORNERO, F. Rotation versus curvature fractal scaling in bending failure. *Physical Mesomechanics*, Springer, v. 22, p. 46–51, 2019.
- CARPINTERI, A.; CORNETTI, P.; PUZZI, S. Scaling laws and multiscale approach in the mechanics of heterogeneous and disordered materials. 2006.
- CARPINTERI, A.; PAGGI, M. Size-scale effects on the friction coefficient. *International Journal of Solids and Structures*, Elsevier, v. 42, n. 9-10, p. 2901–2910, 2005.
- CARPINTERI, A.; PUZZI, S. Self-similarity in concrete fracture: size-scale effects and transition between different collapse mechanisms. *International Journal of Fracture*, Springer, v. 154, p. 167–175, 2008.

CARPINTERI, A.; PUZZI, S. The fractal-statistical approach to the size-scale effects on material strength and toughness. *Probabilistic Engineering Mechanics*, Elsevier, v. 24, n. 1, p. 75–83, 2009.

COLPO, A. et al. A novel ldem formulation with crack frictional sliding to estimate fracture and flexural behaviour of the shot-earth 772. *Composite Structures*, Elsevier, v. 305, p. 116514, 2023.

COLPO, A. B. Análise do efeito de escala em materiais quase frágeis. Universidade Federal do Pampa, 2014.

COLPO, A. B.; KOSTESKI, L. E.; ITURRIOZ, I. The size effect in quasi-brittle materials: Experimental and numerical analysis. *International Journal of Damage Mechanics*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 26, n. 3, p. 395–416, 2017.

DESMORAT, R.; RAGUENEAU, F.; PHAM, H. Continuum damage mechanics for hysteresis and fatigue of quasi-brittle materials and structures. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, Wiley Online Library, v. 31, n. 2, p. 307–329, 2007.

DIEHL, P. et al. A comparative review of peridynamics and phase-field models for engineering fracture mechanics. *Computational Mechanics*, Springer, v. 69, n. 6, p. 1259–1293, 2022.

DIEHL, P.; PRUDHOMME, S.; LÉVESQUE, M. A review of benchmark experiments for the validation of peridynamics models. *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*, Springer, v. 1, p. 14–35, 2019.

DIMOLA, N. et al. Bond-based peridynamics, a survey prospecting nonlocal theories of fluid-dynamics. *Advances in Continuous and Discrete Models*, v. 2022, 10 2022.

DONG, Y.; SU, C.; QIAO, P. An improved mesoscale damage model for quasi-brittle fracture analysis of concrete with ordinary state-based peridynamics. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Elsevier, v. 112, p. 102829, 2021.

DYSKIN, A.; PASTERNAK, E. Discrete self-similarity of multiscale materials and systems. universality of scaling exponents. *International Journal of Engineering Science*, Elsevier, v. 149, p. 103244, 2020.

ERBER, T.; GURALNICK, S.; MICHELS, S. Hysteresis and fatigue. *Annals of Physics*, Elsevier, v. 224, n. 2, p. 157–192, 1993.

FENG, D.-C.; WU, J.-Y. Phase-field regularized cohesive zone model (czm) and size effect of concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier, v. 197, p. 66–79, 2018.

FLOR, L. P. Estudo da evolução do dano em materiais quase frágeis. 2022.

FRIEDRICH, L. Aplicação de diferentes modelos peridinâmicos na simulação do processo de dano em materiais quase-frágeis. *Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica, Porto Alegre,, 2023.*

- FRIEDRICH, L. F. et al. A novel peridynamic approach for fracture analysis of quasi-brittle materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, Elsevier, v. 227, p. 107445, 2022.
- FRIEDRICH, L. F. et al. Fracture failure of quasi-brittle materials by a novel peridynamic model. *Composite Structures*, Elsevier, p. 117402, 2023.
- GALOUEI, M.; FAKHIMI, A. Size effect, material ductility and shape of fracture process zone in quasi-brittle materials. *Computers and Geotechnics*, Elsevier, v. 65, p. 126–135, 2015.
- GOPALARATNAM, V.; SHAH, S. P. Softening response of plain concrete in direct tension. In: *Journal Proceedings*. [S.l.: s.n.], 1985. v. 82, n. 3, p. 310–323.
- GUYER, R.; MCCALL, K.; BOITNOTT, G. Hysteresis, discrete memory, and nonlinear wave propagation in rock: A new paradigm. *Physical review letters*, APS, v. 74, n. 17, p. 3491, 1995.
- GYLLTOFT, K. A fracture mechanics model for fatigue in concrete. *Matériaux et Construction*, Springer, v. 17, p. 55–58, 1984.
- HA, Y. D.; BOBARU, F. Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics. *International Journal of Fracture*, Springer, v. 162, p. 229–244, 2010.
- HAVLÁSEK, P.; GRASSL, P.; JIRÁSEK, M. Analysis of size effect on strength of quasi-brittle materials using integral-type nonlocal models. *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier, v. 157, p. 72–85, 2016.
- HILLERBORG, A. A model for fracture analysis. Division of Building Materials, LTH, Lund University, 1978.
- HOBBS, M. *Three-dimensional peridynamic modelling of quasi-brittle structural elements*. Tese (Doutorado) — University of Cambridge, 2021.
- HOBBS, M. et al. An examination of the size effect in quasi-brittle materials using a bond-based peridynamic model. *Engineering Structures*, Elsevier, v. 262, p. 114207, 2022.
- HOOVER, C. G. et al. Comprehensive concrete fracture tests: Description and results. *Engineering fracture mechanics*, Elsevier, v. 114, p. 92–103, 2013.
- HORDIJK, D. A. Local approach to fatigue of concrete. 1993.
- HUA, W. et al. A review of mixed mode i-ii fracture criteria and their applications in brittle or quasi-brittle fracture analysis. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Elsevier, v. 124, p. 103741, 2023.
- HUANG, X. et al. Analysis on the influence of poisson's ratio on brittle fracture by applying uni-bond dual-parameter peridynamic model. *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier, v. 222, p. 106685, 2019.

- HURLEY, R. C.; HOGAN, J. D. Workshop on mathematical challenges in brittle material failure. *Journal of Dynamic Behavior of Materials*, Springer, v. 6, n. 1, p. 14–23, 2020.
- JAVILI, A. et al. Peridynamics review. *Mathematics and Mechanics of Solids*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 24, n. 11, p. 3714–3739, 2019.
- JIANG, W. et al. Study on the fractal dimension and evolution of matrix crack in cross-ply gfrp laminates. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Elsevier, v. 107, p. 102478, 2020.
- KOSTESKI, L. E. et al. Size effect in heterogeneous materials analyzed through a lattice discrete element method approach. *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier, v. 232, p. 107041, 2020.
- KRUSSER, A.; SHITIKOVA, M. Classification of viscoelastic models with integer and fractional order derivatives. In: IOP PUBLISHING. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. [S.l.], 2020. v. 747, n. 1, p. 012007.
- LACIDOGNA, G. et al. Multi-technique damage monitoring of concrete beams: acoustic emission, digital image correlation, dynamic identification. *Construction and Building Materials*, Elsevier, v. 242, p. 118114, 2020.
- LADÁNYI, G.; GONDA, V. Review of peridynamics: Theory, applications, and future perspectives. *Strojniski Vestnik/Journal of Mechanical Engineering*, v. 67, n. 12, 2021.
- LAI, X. et al. A non-ordinary state-based peridynamics modeling of fractures in quasi-brittle materials. *International Journal of Impact Engineering*, Elsevier, v. 111, p. 130–146, 2018.
- LI, C. et al. Experimental investigation of anisotropic fatigue characteristics of shale under uniaxial cyclic loading. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Elsevier, v. 130, p. 104314, 2020.
- LI, S. et al. An improved unibond dual-parameter peridynamic model for fracture analysis of quasi-brittle materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, Elsevier, v. 204, p. 106571, 2021.
- MAYERGOYZ, I. Mathematical models of hysteresis. *IEEE Transactions on magnetics*, IEEE, v. 22, n. 5, p. 603–608, 1986.
- MERTENS, S. Hysteresis, damage and moisture effects in quasi-brittle porous materials. *These de doctorat, KU Leuven, Belgium*, Citeseer, 2009.
- MORETTIN, L. G. Estatística básica–inferência. *São Paulo: Makron*, v. 2, 2000.
- MORRIS, K. What is hysteresis? *Applied Mechanics Reviews*, American Society of Mechanical Engineers, v. 64, n. 5, p. 050801, 2011.
- NGUYEN, T. et al. Viscoelasticity modeling of dielectric elastomers by kelvin voigt-generalized maxwell model. *Polymers*, MDPI, v. 13, n. 13, p. 2203, 2021.

- NIAZI, S.; CHEN, Z.; BOBARU, F. Crack nucleation in brittle and quasi-brittle materials: A peridynamic analysis. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Elsevier, v. 112, p. 102855, 2021.
- OTTER, D. E.; NAAMAN, A. E. Model for response of concrete to random compressive loads. *Journal of Structural Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 115, n. 11, p. 2794–2809, 1989.
- PREISACH, F. Über die magnetische nachwirkung. *Zeitschrift für physik*, Springer, v. 94, n. 5-6, p. 277–302, 1935.
- PRUDHOMME, S.; DIEHL, P. On the treatment of boundary conditions for bond-based peridynamic models. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier, v. 372, p. 113391, 2020.
- RAY, P. Statistical physics perspective of fracture in brittle and quasi-brittle materials. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, The Royal Society Publishing, v. 377, n. 2136, p. 20170396, 2019.
- REINHARDT, H. W.; CORNELISSEN, H. A.; HORDIJK, D. A. Tensile tests and failure analysis of concrete. *Journal of structural engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 112, n. 11, p. 2462–2477, 1986.
- SATTARI, A. et al. Meso-scale modeling of heat transport in a heterogeneous cemented geomaterial by lattice element method. *Granular Matter*, Springer, v. 19, p. 1–12, 2017.
- SCHAEFER, D. W. Fractal models and the structure of materials. *MRS Bulletin*, Cambridge University Press, v. 13, n. 2, p. 22–27, 1988.
- SILLING, S. A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Elsevier, v. 48, n. 1, p. 175–209, 2000.
- SILLING, S. A.; ASKARI, E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics. *Computers & structures*, Elsevier, v. 83, n. 17-18, p. 1526–1535, 2005.
- SILLING, S. A.; BOBARU, F. Peridynamic modeling of membranes and fibers. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Elsevier, v. 40, n. 2-3, p. 395–409, 2005.
- SILLING, S. A. et al. Peridynamic states and constitutive modeling. *Journal of elasticity*, Springer, v. 88, p. 151–184, 2007.
- SONG, Z.; KONIETZKY, H.; FRÜHWIRT, T. Hysteresis energy-based failure indicators for concrete and brittle rocks under the condition of fatigue loading. *International Journal of fatigue*, Elsevier, v. 114, p. 298–310, 2018.
- SUCHORZEWSKI, J. et al. Meso-scale analyses of size effect in brittle materials using dem. *Granular Matter*, Springer, v. 21, p. 1–19, 2019.

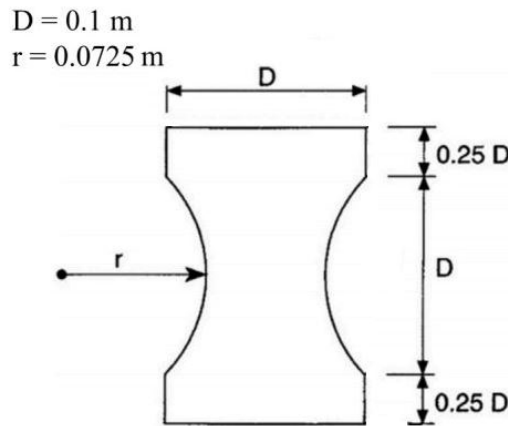
- SUN, C.; HUANG, Z. Peridynamic simulation to impacting damage in composite laminate. *Composite Structures*, Elsevier, v. 138, p. 335–341, 2016.
- SZABÓ, B.; BABUŠKA, I. Finite element analysis: Method, verification and validation. John Wiley & Sons, 2021.
- VANTADORI, S. et al. Fracture toughness characterisation of a glass fibre-reinforced plastic composite. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Wiley Online Library, v. 44, n. 1, p. 3–13, 2021.
- WANG, Y. et al. A review on mixed mode fracture of metals. *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier, v. 235, p. 107126, 2020.
- WANG, Y.; ZHOU, X.; XU, X. Numerical simulation of propagation and coalescence of flaws in rock materials under compressive loads using the extended non-ordinary state-based peridynamics. *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier, v. 163, p. 248–273, 2016.
- WENDNER, R. et al. Characterization of concrete failure behavior: a comprehensive experimental database for the calibration and validation of concrete models. *Materials and Structures*, Springer, v. 48, p. 3603–3626, 2015.
- XU, X.-P.; NEEDLEMAN, A. Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Elsevier, v. 42, n. 9, p. 1397–1434, 1994.
- YANG, D. et al. An improved ordinary state-based peridynamic model for cohesive crack growth in quasi-brittle materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, Elsevier, v. 153, p. 402–415, 2019.
- YU, H.; CHEN, X.; SUN, Y. A generalized bond-based peridynamic model for quasi-brittle materials enriched with bond tension–rotation–shear coupling effects. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier, v. 372, p. 113405, 2020.
- ZHANG, J.-Z.; ZHOU, X.-P. Fracture process zone (fpz) in quasi-brittle materials: Review and new insights from flawed granite subjected to uniaxial stress. *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier, p. 108795, 2022.
- ZHANG, Y. et al. Size effect analysis of quasi-brittle fracture with localizing gradient damage model. *International Journal of Damage Mechanics*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 30, n. 7, p. 1012–1035, 2021.
- ZHOU, X.-P.; WANG, Y.-T. State-of-the-art review on the progressive failure characteristics of geomaterials in peridynamic theory. *Journal of Engineering Mechanics*, American Society of Civil Engineers, v. 147, n. 1, p. 03120001, 2021.

ANEXO A – CARACTERÍSTICAS DO MODELO BILINEAR

Nesta seção características do modelo PD bilinear empregado por Cabral et al. (2019) e Friedrich et al. (2022) são apresentados. Mais precisamente, as duas características analisadas são a independência da discretização nos resultados numéricos e a influência do campo aleatório.

As características mencionadas acima, são avaliadas usando o corpo de prova mostrado na Figura A.1, sob tração. As propriedades do material são as mesmas usadas em Friedrich et al. (2022), sendo $E=12,3\text{GPa}$, $\sigma_u=1,22\text{MPa}$ e $G_f=111,3\text{N/m}$. Em relação ao campo aleatório assume-se um coeficiente de variação de 40%, e os comprimentos de correlação são definidos como $lc_x = 0,005\text{m}$, $lc_y = 0,005\text{m}$ e $lc_z = 0,005\text{m}$. Parâmetros do modelo podem ser consultados em Friedrich et al. (2022).

Figura A.1 – Geometria do corpo de prova utilizado para verificação das características do modelo PD bilinear.



Para verificar a independência da discretização, um modelo PD 2D, sob estado plano de tensões, foi utilizado sendo fixado na parte inferior (pontos em azul) e submetida a um carregamento vertical prescrito (pontos em vermelho). Três diferentes discretizações (Δ) foram analisados, sendo $\Delta = 0,5$, $\Delta = 1,25$ e $\Delta = 2,5\text{mm}$. A Figura A.2 mostra os três diferentes níveis de discretização utilizados. Importante mencionar que alterando Δ , Kr é alterado também. Mais precisamente, tem-se $Kr=1446,52$, $578,61$ e $289,30$ para $\Delta=0,5$, $1,25$ e $2,5\text{mm}$, respectivamente.

A Figura A.3 mostra os gráficos tensão-deformação para simulação de três diferentes *seeds* para cada Δ em comparação com os resultados experimentais. Ao lado de cada caso, um exemplo da configuração de fratura é mostrado. Pode-se nota que, principalmente para $\Delta=0,5$ e $1,25\text{mm}$, uma boa correlação com os dados experimentais é observada. Comparando todos os casos, o valor do pico de tensão e o comportamento pós-pico foram bem semelhantes, evidenciando a independência da discretização.

Figura A.2 – Modelo PD com Δ igual a: a) 0,5mm b)1,25mm c)2,5mm.

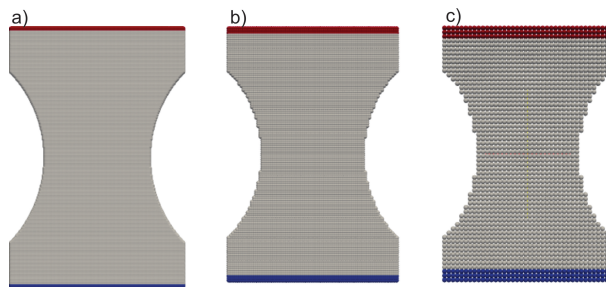
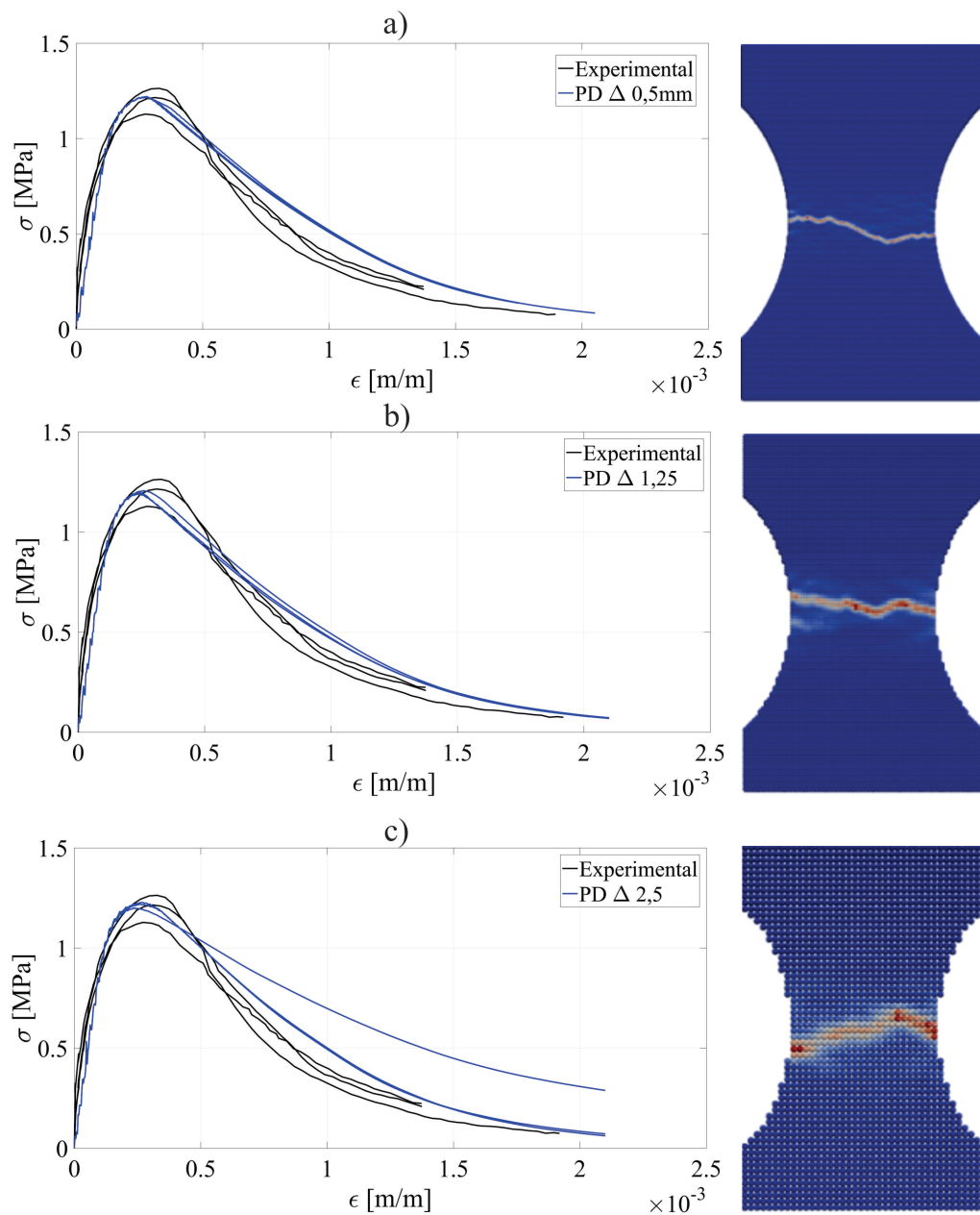
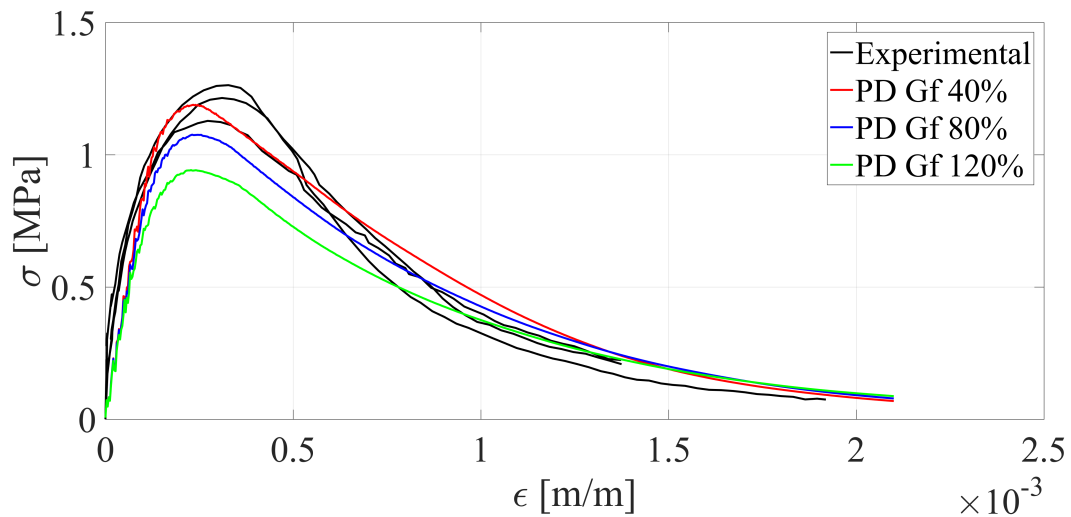


Figura A.3 – Comparação tensão-deformação variando Δ : a) 0,5mm, b)1,25 mm e c) 2,5mm. Uma configuração de fratura é exemplificada para cada caso.



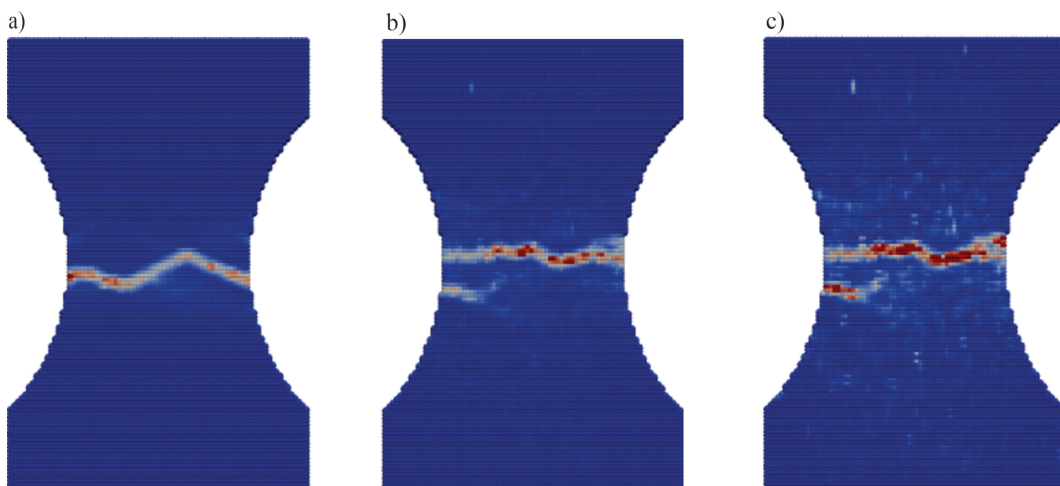
Em relação a influência do campo aleatório, três diferentes coeficientes de variação (CV) foram analisados para $\Delta=1,25\text{mm}$, sendo estes: G_f 40%, 80% e 120%. A Figura A.4 mostra as curvas tensão-deformação para cada valor de CV G_f . Pode-se verificar que conforme o CVG_f aumenta o corpo resiste menos, ou seja, a maior variação das propriedades dentro do campo torna o material mais suscetível a falhas.

Figura A.4 – Influência da variação de CVG_f .



A Figura A.5 mostra a configuração final de ruptura para cada variação de G_f . É considerável analisar que, à medida que o G_f aumenta, as regiões "mais fracas" tendem a se destacar, ou seja, danificar mais.

Figura A.5 – Configuração da fratura de acordo com CVG_f de: a) 40%, b) 80% e c) 120%.



ANEXO B – ANÁLISE DA CONFIGURAÇÃO DE RUPTURA

As Figuras de B.1 a B.4 e de B.5 a B.8 mostram as configurações de ruptura obtidas numericamente para cada uma das 5 simulações para os diferentes valores de D para $\lambda=0,15$ e $0,075$, respectivamente. As experimentais também são apresentadas nestas figuras. Basicamente, pode-se notar que as mesmas características de $\lambda=0,3$ são observadas nestes casos. Portanto, pode-se mencionar a satisfatória capacidade dos modelos PDs na simulação dos padrões de fratura, quando comparados com aqueles experimentais.

Figura B.1 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=40\text{mm}$ e $\lambda=0,15$.

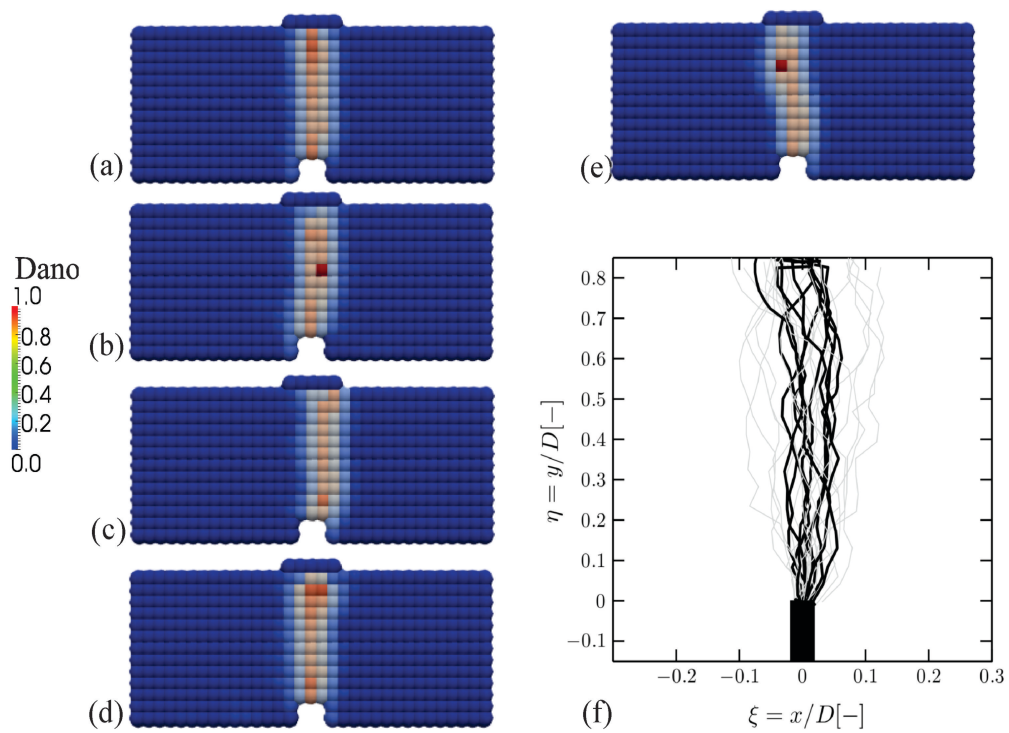


Figura B.2 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=93\text{mm}$ e $\lambda=0,15$.

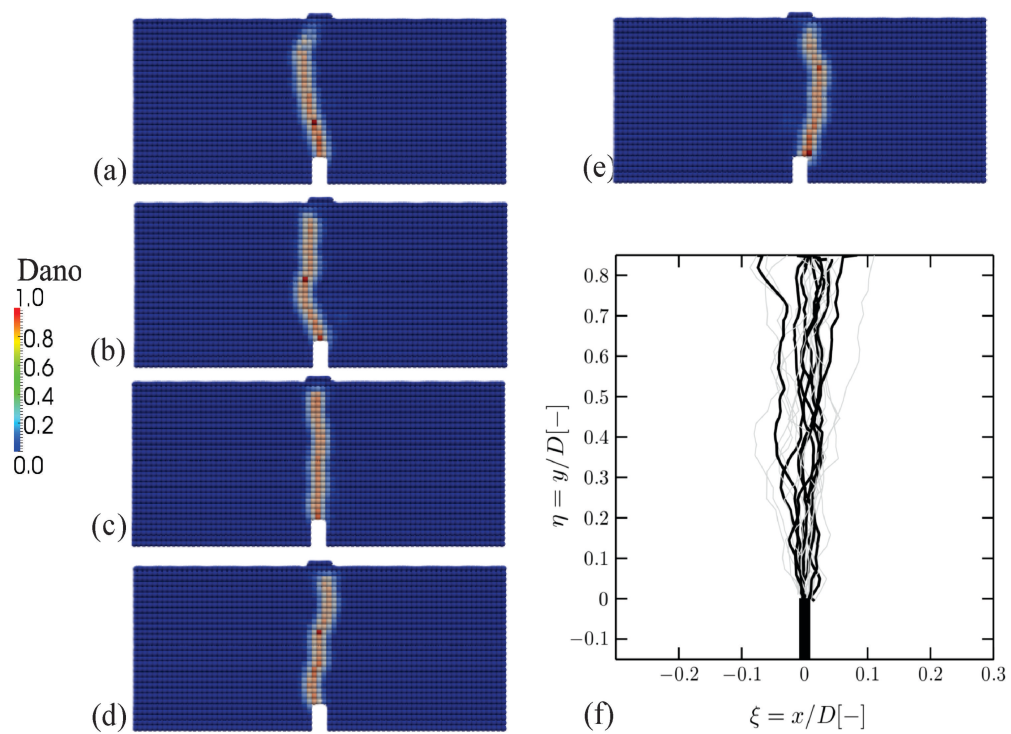


Figura B.3 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=215\text{mm}$ e $\lambda=0,15$.

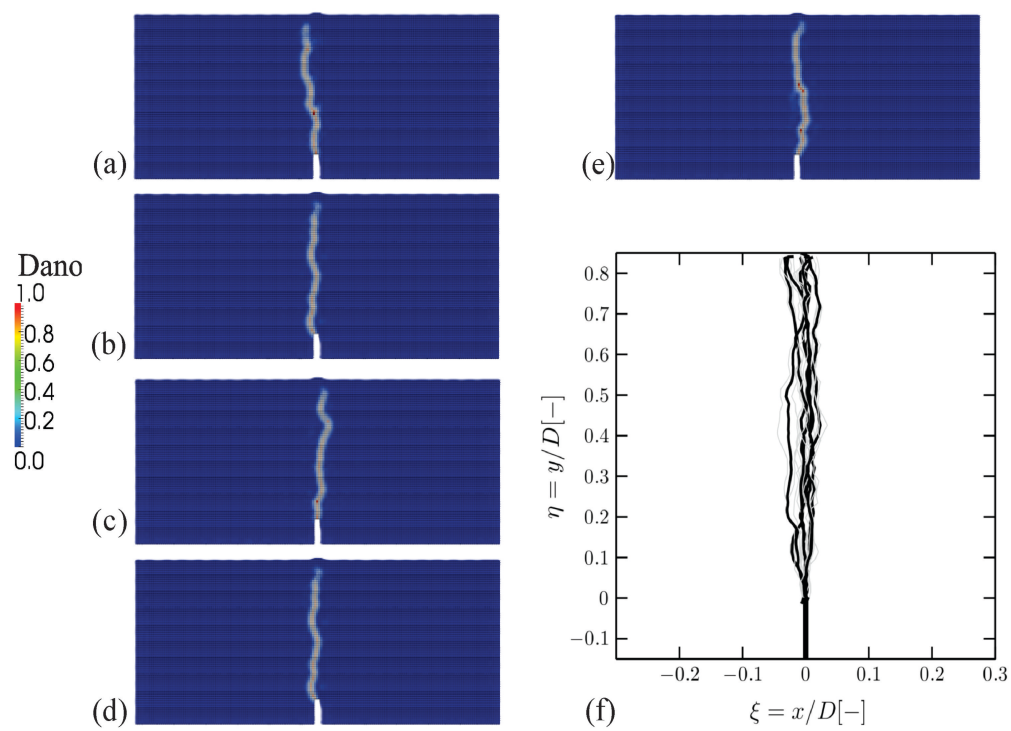


Figura B.4 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=500\text{mm}$ e $\lambda=0,15$.

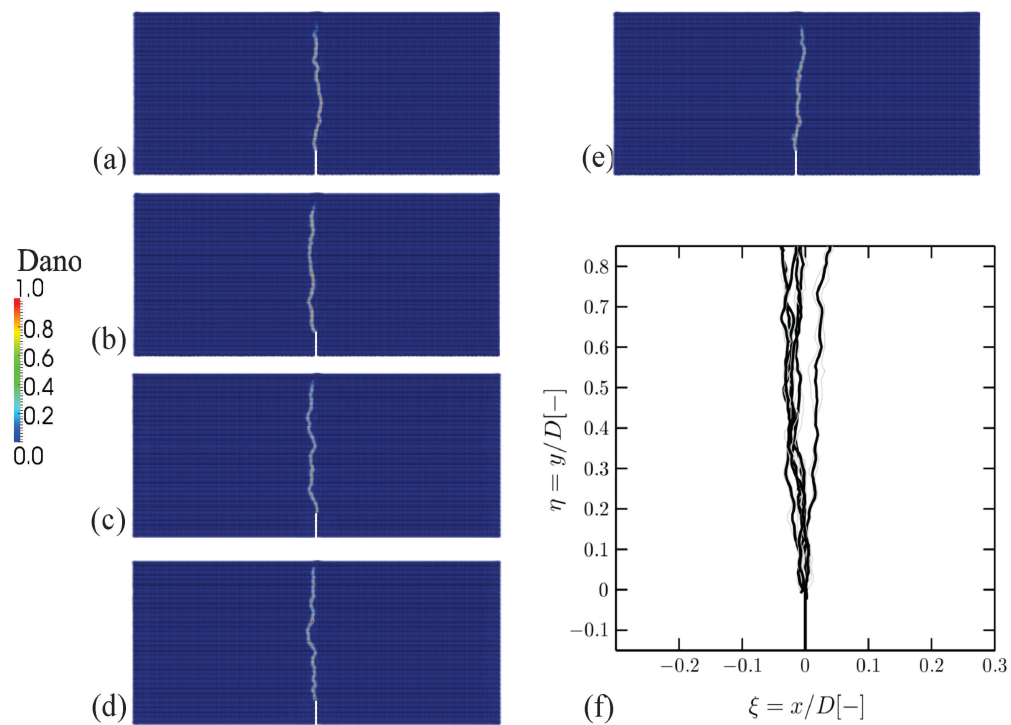


Figura B.5 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=40\text{mm}$ e $\lambda=0,075$.

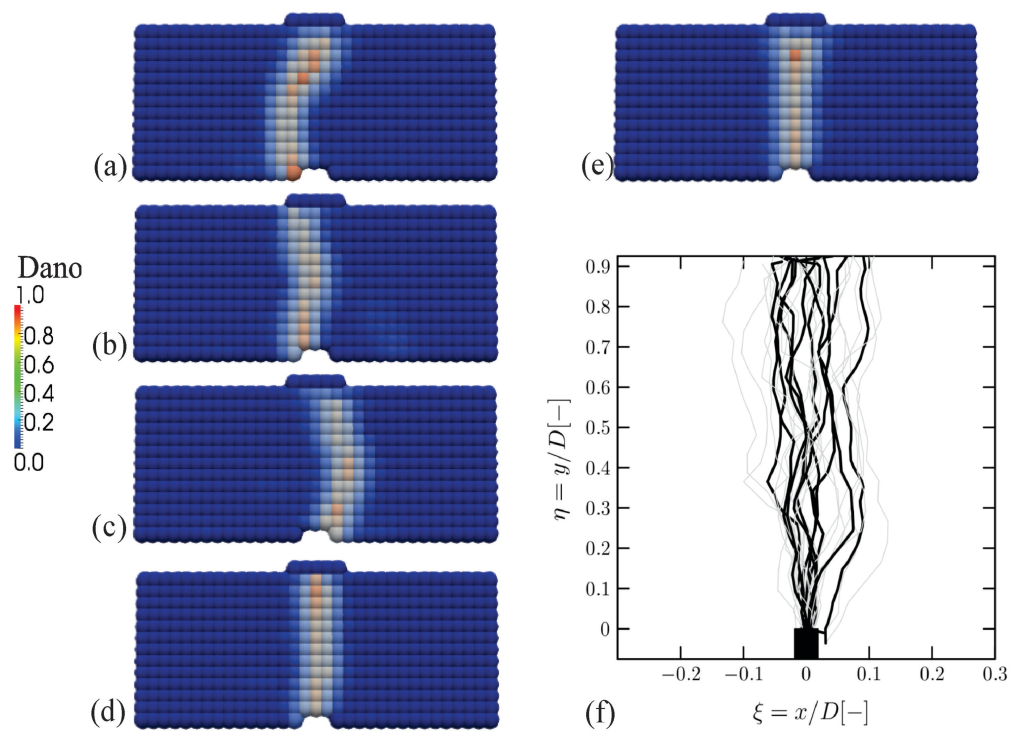


Figura B.6 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=93\text{mm}$ e $\lambda=0,075$.

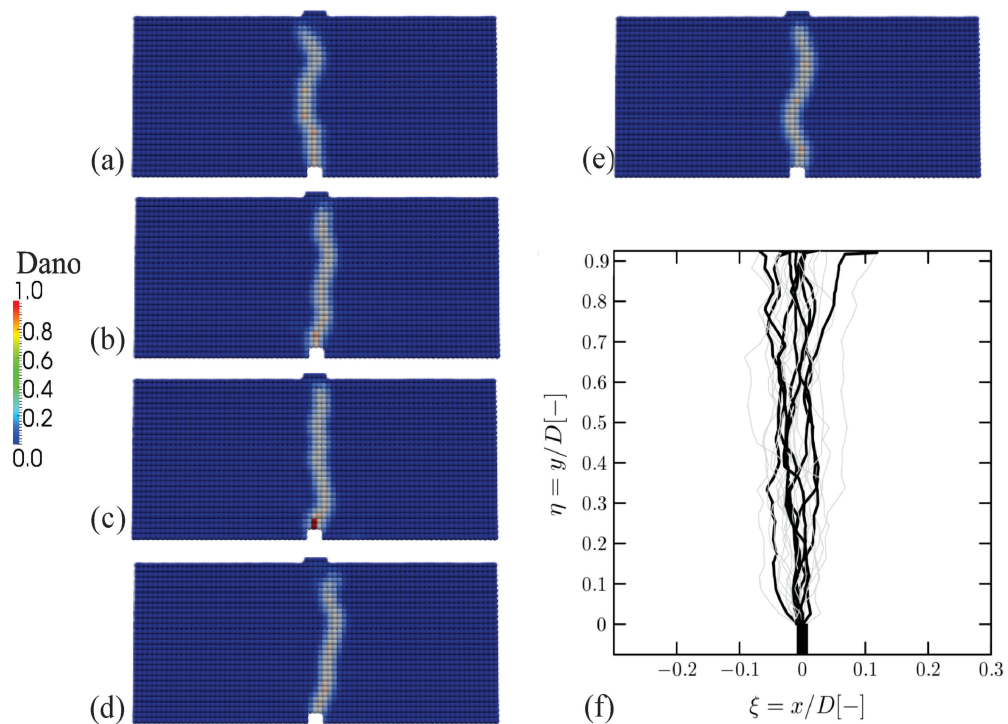


Figura B.7 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=215\text{mm}$ e $\lambda=0,075$.

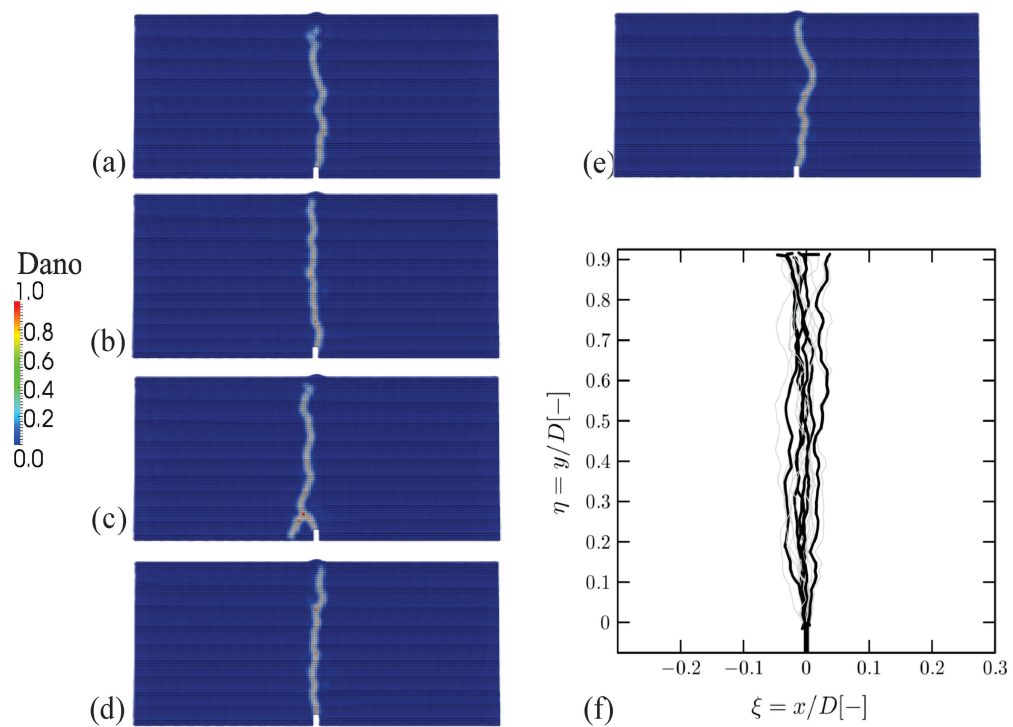


Figura B.8 – a-e) Configurações de ruptura numéricas e f) experimentais para $D=500\text{mm}$ e $\lambda=0,075$.

