

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS**

LUCIANO DE OLIVEIRA

**LINGUAGEM IMAGÉTICA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE
SISTEMA DE EQUAÇÕES**

**Uruguaiiana
2024**

LUCIANO DE OLIVEIRA

**LINGUAGEM IMAGÉTICA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE
SISTEMA DE EQUAÇÕES**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Doutor em Educação em Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Roehrs

**Uruguaiana
2024**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

O481 Oliveira, Luciano de
Linguagem imagética no ensino e aprendizagem de sistema de
equações / Luciano de Oliveira.
304 p.

Tese(Doutorado)-- Universidade Federal do Pampa, DOUTORADO
EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS: QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE, 2024.
"Orientação: Rafael Roehrs".

1. Linguagem Algébrica. 2. Álgebra. 3. Múltiplas
Representações. 4. Registro de Representação Semiótica. 5.
Contextualização. I. Título.

LUCIANO DE OLIVEIRA

**LINGUAGEM IMAGÉTICA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE
SISTEMA DE EQUAÇÕES**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em em Educação em Ciências da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Doutor em Educação em Ciências.

Tese defendida e aprovada em: 11, outubro e 2024.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Rafael Roehrs
Orientador
UNIPAMPA

Prof. Dr. Charles dos Santos Guidotti
FURG

Prof. Dr. Daniel Morin Ocampo
UFSM

Prof. Dra. Eliade Ferreira Lima
UN IPAMPA

Prof. Dr. Tales Leandro Costa Martins
UN IPAMPA



Assinado eletronicamente por **RAFAEL ROEHRS, PROFESSOR MAGISTÉRIO SUPERIOR**, em 04/12/2024, às 13:46, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1617293** e o código CRC **692FBEDA**.

AGRADECIMENTOS

Início estes agradecimentos à minha esposa Eliane, pela paciência e apoio, tanto emocional como técnico, com muitas leituras e correções de escrita, que me deixaram mais seguro sobre meu trabalho. Igualmente, meu filho Gabriel, que mesmo diante de suas próprias dificuldades, me auxiliou revisando algumas traduções para a língua inglesa. Sou muito grato por ter vocês como uma importante base que me mantém sempre centrado nos meus objetivos pessoais e profissionais.

Agradeço ao meu orientador, professor Rafael Roehrs, pela oportunidade dada ao me escolher nessa caminhada, pelo apoio e por dividir comigo essa importante etapa de conhecimento. Obrigado pela disponibilidade, acolhida e parceria, creditando sempre sua indicação de temática, que possibilitou a construção dessa tese.

Faço um reconhecimento singular aos membros das bancas de qualificação e de defesa de tese, professores Charles dos Santos Guidotti, Daniel Morin Ocampo, Tales Leandro Costa Martins, Edward Frederico Castro Pessano e Eliade Ferreira Lima, que atenciosamente aceitaram participar deste projeto. Sou grato as suas importantes contribuições na avaliação e validação do trabalho, que enriqueceram significativamente o resultado final.

Meus agradecimentos aos professores e colegas do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, assim como ao Grupo Interdisciplinar de Pesquisa em Prática de Ensino. Foi um período de muitos ensinamentos, momentos inigualáveis de trocas de conhecimentos e experiências que fizeram a diferença em minha formação profissional.

Não poderia deixar de citar as duas instituições que proporcionaram essa significativa formação. Agradeço ao Instituto Federal Farroupilha, por ter em sua proposta institucional o apoio à formação continuada de seus servidores, permitindo minha dedicação exclusiva ao doutorado, e a Universidade Federal do Pampa, por manter um programa de pós-graduação de alto nível, que trabalha com uma educação pública, gratuita e de qualidade.

Faço um agradecimento especial às instituições coparticipantes, que gentilmente abriram as portas de suas salas de aulas para o desenvolvimento da pesquisa, estendendo essa gratidão aos professores e alunos das turmas envolvidas. Fui sempre bem recebido e acolhido por toda a comunidade escolar desses

estabelecimentos de ensino, e sem sombra de dúvidas, todos foram essenciais e contribuíram imensamente com minha tese

Enfim, agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para um desfecho pleno desse processo de doutoramento.

*O livro da natureza foi escrito exclusivamente
com figuras e símbolos matemáticos.
Galileu Galilei*

LINGUAGEM IMAGÉTICA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE SISTEMA DE EQUAÇÕES

RESUMO

A matemática é considerada por boa parte dos alunos como de difícil compreensão. Uma das explicações para isso está ligada a dificuldades de compreensão da linguagem que ela utiliza. Uma área em que é perceptível essa dificuldade é a álgebra, mais especificamente quando se trata de equações, sistema de equações e o entendimento das letras nas expressões. Sendo a álgebra um conhecimento indispensável para o desenvolvimento da matemática e o seu emprego enquanto conhecimento necessário para a compreensão de mundo, é preciso pensar em recursos que auxiliem seu entendimento e possibilitem a transposição das dificuldades da linguagem algébrica. Neste sentido, outra linguagem poderia ser esse expediente, e uma que se destaca por seu potencial representacional é a linguagem imagética. Essa linguagem está presente no cotidiano de diversas maneiras, inclusive em enigmas matemáticos envolvendo equações. Além do seu caráter imagético, eles podem ser relacionados a outros aspectos capazes de contribuir em diferentes momentos no processo de ensino e aprendizagem da matemática. A partir disso formulou-se o problema de pesquisa: como a linguagem imagética, contida em enigmas matemáticos, pode facilitar o ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações algébricas, possibilitando a transposição das dificuldades da linguagem algébrica? Norteada pela questão, esta tese buscou respostas a partir das percepções de alunos, tendo como objetivo investigar, a partir da ótica discente, se a linguagem imagética pode facilitar o ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações, e como essa linguagem contida em enigmas matemáticos pode contribuir nesses processos. Para atingir ao objetivo proposto, a pesquisa, que é de natureza aplicada, com uma abordagem mista e exploratória, adotou os procedimentos metodológicos em dois momentos, um de Estudo de Campo e outro com o desenvolvimento de uma Sequência Didática. Esses momentos foram desenvolvidos com alunos de dez turmas de Ensino Médio, de seis instituições coparticipantes, públicas e privada de Alegrete/RS. O Estudo de Campo foi composto por dois instrumentos de coleta de dados, o Questionário 1 e o Diário de Bordo do Pesquisador, sendo desenvolvidos para identificar as percepções dos participantes sobre a temática. A Sequência

Didática foi constituída por cinco atividades, envolvendo e o uso da linguagem imagética por meio de enigmas matemáticos de equações, utilizando como instrumentos de coleta de dados o Diário de Atividades de Grupo, o Questionário 2 e o Diário de Bordo do Pesquisador. Para a análise dos dados, a pesquisa utilizou a Análise de Conteúdo para a maioria dos dados coletados. A partir dos resultados obtidos e discussões realizadas, foi constatado que a linguagem imagética contida nos enigmas matemáticos facilita o ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações, pois como uma múltipla representação e um registro de representação semiótico, auxilia o entendimento dos conceitos ligados a equações e sistema de equações por apresentar características que tornam as imagens mais lúdicas, atrativas, motivacionais, se comparadas as letras em sistemas de equações. Mais especificamente, a linguagem imagética traz mais sentido e significado para problemas envolvendo números a serem descobertos, facilitando o entendimento do conceito de incógnitas, e com isso, o de equações e sistema de equações. Além disso, a linguagem imagética potencializa a contextualização, tendo em vista que as imagens utilizadas podem estar ligadas ao cotidiano dos alunos e fazer com que sejam elementos motivacionais, despertando o interesse e facilitando a compreensão dos problemas relacionados a equações e sistemas. Por isso tudo, sugere-se que os professores, ao trabalhar conceitos algébricos relacionados a essa temática, empreguem esse recurso em suas aulas.

Palavras-Chave: Linguagem Algébrica; Álgebra; Múltiplas Representações; Registro de Representação Semiótica; Contextualização.

IMAGERY LANGUAGE IN THE TEACHING AND LEARNING OF EQUATION SYSTEMS

ABSTRACT

Mathematics is considered by many students to be difficult to understand. One of the explanations for this is linked to difficulties in understanding the language it uses. An area where this difficulty is noticeable is algebra, more specifically when it comes to equations, systems of equations and understanding the letters in expressions. Since algebra is an essential knowledge for the development of mathematics and its use as necessary knowledge for understanding the world, it is important to think of resources that can assist in understanding and help overcome the challenges posed by algebraic language. In this sense, another language could serve this purpose, and one that stands out for its representational potential is imagery. This language is present in everyday life in various ways, including in mathematical puzzles involving equations. In addition to their imagery character, they can be related to other aspects that can contribute at different moments in the process of teaching and learning mathematics. Based on this, the research problem was formulated: how can imagery language, present in mathematical puzzles, facilitate the teaching and learning of equations and systems of algebraic equations, enabling the overcoming of the difficulties inherent in algebraic language? Guided by this question, this thesis sought answers through the perceptions of students, aiming to investigate, from the students' perspective, whether imagery language can facilitate the teaching and learning of equations and systems of equations, and how this language, present in mathematical puzzles, can contribute to these processes. To achieve the proposed objective, the research, which is of an applied nature, with a mixed and exploratory approach, adopted methodological procedures in two phases, one of Field Study and the other with the development of a Didactic Sequence. These moments were developed with students from ten high school classes, from six participating institutions, both public and private, in Alegrete/RS. The Field Study was composed of two data collection instruments: Questionnaire 1 and the Researcher's Logbook, designed to identify the participants' perceptions on the topic. The Didactic Sequence consisted of five activities, involving the use of imagery language through mathematical equation puzzles, using the Group Activity Log, Questionnaire 2, and the Researcher's Logbook as data collection

instruments. For data analysis, the study employed Content Analysis for most of the collected data. Based on the results obtained and the discussions conducted, it was found that the imagery language present in mathematical puzzles facilitates the teaching and learning of equations and systems of equations, because as a form of multiple representation and a semiotic representation register, it aids in understanding concepts related to equations and systems of equations by offering characteristics that make the images more playful, attractive, and motivational when compared to letters in systems of equations. More specifically, the imagery language brings more meaning and significance to problems involving numbers to be discovered, facilitating the understanding of the concept of unknowns, and thereby, of equations and systems of equations. Furthermore, the imagery language enhances contextualization, considering that the images used can be linked to the students' everyday lives and serve as motivational elements, arousing interest and facilitating the understanding of problems related to equations and systems. For all these reasons, it is suggested that teachers, when working with algebraic concepts related to this theme, incorporate this resource into their lessons.

Keywords: Algebraic Language; Algebra; Multiple representation; Semiotic Representation Register; Contextualization.

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1.1 – Categorização sobre o significado das letras.	125
Tabela 4.1.2 – Quantitativos de respostas dos participantes sobre as questões de interesse, diversão, significado e sentido, e dificuldade entre SE e EM.	126
Tabela 4.1.3 – Principais categorias da AC das questões sobre o porquê SE ou EM é mais divertido, tem mais significado e sentido, e é mais difícil de entender e resolver.	127
Tabela 4.1.4 – Totalização das respostas corretas e incorretas para SE e EM.	131
Tabela 4.1.5 – Categorias sobre as observações dos alunos na resolução de SE e EM.	132
Tabela 4.1.6 – Categorização da descrição sobre como foi a contextualização.	134
Tabela 4.1.7 – Total de respostas sobre a contribuição da linguagem imagética no entendimento do significado das letras.	135
Tabela 4.1.8 – Categorização dos comentários dos alunos ao final do questionário.	136
Tabela 4.2.1 – Categorização sobre as anotações dos grupos na <i>ATIVIDADE I</i>	151
Tabela 4.2.2 – Categorização sobre estratégias para resolução do problema.	153
Tabela 4.2.3 – Categorização sobre dificuldades e facilidades da <i>ATIVIDADE II</i>	154
Tabela 4.2.4 – Categorização sobre uso de outra representação na <i>ATIVIDADE II</i>	155
Tabela 4.2.5 – Categorização dos comentários da <i>ATIVIDADE III</i>	156
Tabela 4.2.6 – Categorização das estratégias de resolução dos EM.	157
Tabela 4.2.7 – Categorização das dificuldades e facilidades na <i>ATIVIDADE IV</i>	158
Tabela 4.2.8 – Categorização sobre o sentimento de estar motivado nas atividades.	159
Tabela 4.2.9 – Categorização sobre ter havido a contextualização nas atividades.	160
Tabela 4.2.10 – Categorização sobre a questão da Linguagem Imagética e de EM facilitarem o entendimento dos conceitos envolvendo equações e SE.	161
Tabela 4.3.1 – Categorização sobre o porquê das respostas sobre uso de materiais e imagens, da questão <i>f</i>).	175
Tabela 4.3.2 – Categorias elencadas na análise dos comentários do Questionário 2.	178

Tabela 4.3.3 – Categorias elencadas na análise das gravações das atividades da Sequência Didática.	179
Tabela 4.3.4 – Categorias temáticas das observações das respostas do Questionário 1.	182

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1.1 – Imagem da capa do artigo Linguagem imagética na transposição da linguagem algébrica no ensino e aprendizagem da Matemática.....	32
Figura 2.1.2 – Atividades de matemática para anos iniciais envolvendo álgebra.....	35
Figura 2.1.3 – Linguagem imagética: enigma matemático de equações.....	42
Figura 2.1.4 – Linguagem algébrica: sistema de equações.	43
Figura 2.2.1 – Imagem da capa do artigo Linguagem Imagética na Matemática: uma Revisão Sistemática de Literatura com Foco em Sistema de Equações.	51
Figura 2.3.1 – Imagem da capa do artigo Linguagem imagética e sistema de equações: representações semióticas e contextualização como aportes teóricos.	72
Figura 2.3.2 – Capa do Livro <i>Challenges and Innovations in Education: Scientific Perspectives</i>	73
Figura 2.3.3 – Coordenação de dois registros de representação semiótica.....	79
Figura 2.3.4 – Coordenação entre registros de representação semiótica.	80
Figura 2.3.5 – Exemplo de enigma matemático.	83
Figura 2.3.6 – Linguagem imagética como múltipla representação.	84
Figura 2.3.7 – Comparando registros na escrita em linguagem algébrica e imagética.	85
Figura 3.3.1 – Síntese da metodologia.....	96
Figura 3.3.3.1 – Relação entre as fases da Sequência Didática e da Engenharia Didática.	102
Figura 3.3.3.2 – Alguns materiais concretos e imagéticos usados na <i>ATIVIDADE II</i>	104
Figura 3.3.4.1 – Formulário do <i>Google Forms</i> com a Transcrição do Questionário 1.	108
Figura 3.3.4.2 – Planilha do <i>Excel</i> , com transcrição e organização das respostas do Questionário 1.....	108
Figura 3.3.4.3 – Formulário do <i>Google Forms</i> com a Transcrição do Questionário 2.	109
Figura 3.3.4.4 – Planilha do <i>Excel</i> , com transcrição e organização das respostas do Questionário 2.....	110
Figura 3.3.4.5 – Transcrição das respostas dos Diários de Grupos no <i>Word</i>	111

Figura 3.3.4.6 – Exemplo de parte do Diário de Bordo do pesquisador, no <i>Word</i> ...	111
Figura 3.3.4.7 – Recorte dos dados quantitativos da análise de uma resposta do Questionário 1, realizada pelo <i>Excel</i>	112
Figura 3.3.4.8 – Exemplo da inserção dos documentos do Questionário 1, no Gerenciador de Documentos do <i>ATLAS.ti</i>	113
Figura 3.3.4.9 – Unitarização e codificação do documento <i>D11: w)1 – T61</i> , do arquivo <i>AC – Quest1 – w)1</i> , do <i>ATLAS.ti</i>	113
Figura 3.3.4.10 – Gerenciador de códigos do arquivo <i>AC – Quest1 – w)1</i> , do <i>ATLAS.ti</i>	114
Figura 3.3.4.11 – Identificação com cores dos códigos afins do arquivo <i>códigos w)1</i>	115
Figura 3.3.4.12 – Categorização dos códigos do arquivo <i>códigos w)1</i>	116
Figura 3.3.4.13 – Tabela referente a categorização do arquivo <i>códigos w)1</i>	116
Figura 4.1.1 – Linguagens algébrica e imagética em SE e EM, respectivamente...	120
Figura 4.1.2– Sistema de equação e enigma matemático para comparação.....	126
Figura 4.1.3– Questão convidando os alunos a resolverem um sistema e um enigma.	130
Figura 4.1.4 – Observação sobre a resolução de <i>A133</i> , com indício de que respondeu o SE pela resolução do EM.	132
Figura 4.1.5 – Recado final entregue aos participantes.	137
Figura 4.2.1 – Alguns materiais concretos e imagéticos usados na <i>ATIVIDADE II</i>	149
Figura 4.2.2 – Exemplo de resolução do problema da <i>ATIVIDADE II</i>	152
Figura 4.2.3 – Resolução do problema usando a Linguagem Imagética do grupo <i>G7</i>	153
Figura 4.2.4 – Extrato adaptado dos enigmas utilizados na <i>ATIVIDADE IV</i> , enfatizando imagens semelhantes, registro semiótico imagético e multiplicidade, com comparações nas linguagens.	158
Figura 4.3.1 – Exemplos de enigmas da <i>ATIVIDADE IV</i> , com destaques relativos a imagens, operações e igualdade.	172
Figura 4.3.2 – Formas de resolução dos enigmas na <i>ATIVIDADE IV</i>	173
Figura 4.3.3 – Destaque para imagens semelhantes dos carros no Enigma 6.	174
Figura 4.3.4 – Sequência de resoluções organizadas pelo grupo <i>G5</i> para a situação-problema da <i>ATIVIDADE II</i>	189
Figura 4.3.5 – Uso de imagens na <i>ATIVIDADE III</i>	190

Figura 4.3.6 – Uso de desenho em resoluções na <i>ATIVIDADE IV</i>	190
Figura 5.2.1 – Exemplo de novo registro de representação semiótico escrito simbólico, apresentando pelo grupo <i>G4</i>	204
Figura 5.2.2 – novo registro de representação semiótico imagético, apresentado pelo grupo <i>G7</i>	205

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.2.1 – Resultados de artigos com termos linguagem, matemática e algébrica.....	55
Quadro 2.2.2 – Resultados de artigos com termos linguagem, imagética, equações e matemática.....	56
Quadro 2.2.3 – Resultados de artigos com termos <i>imagery</i> , <i>language</i> , <i>math</i> e <i>equation</i> , inserindo os termos <i>teaching</i> e <i>learning</i>	56
Quadro 2.2.4 – Resultados de artigos com termos linguagem, imagética, equações, enigma e matemática.....	57
Quadro 2.2.5 – Resultados de artigos com termos linguagem, enigma e matemática.	57
Quadro 2.2.6 – Resultados de teses e dissertações com termos linguagem, matemática e algébrica.	58
Quadro 2.2.7 – Resultados de teses e dissertações com termos linguagem, imagética, equações e matemática.....	58
Quadro 2.2.8 – Relação de artigos de periódicos destacados entre a 2ª e 7ª buscas.	59
Quadro 2.2.9 – Relação de dissertações destacadas na 10ª busca.	62
Quadro 2.2.10 – Temas de interesse da RSL.	64
Quadro 3.1.1 – Caracterização sumária das escolas e participantes.....	91
Quadro 4.3.1 – Resultado dos números de resoluções, acertos e erros dos grupos com material impresso.	172
Quadro 4.3.2 – Possíveis motivos para os erros na resolução dos enigmas.	173
Quadro 4.3.3 – Emprego de número em substituição de letra ou imagem.	182
Quadro 4.3.4 – Tipos de erros nas resoluções de sistemas ou de enigmas na questão v).	183
Quadro 4.3.5 – Estratégia de resolução da questão v).	184
Quadro 4.3.6 – Respostas curiosas e/ou contraditórias.....	185

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AC – Análise de Conteúdo.

BASE - Base de Dados Acadêmica Bielefeld.

BDTD - Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações.

BTD - Catálogo (ou Banco) de Teses e Dissertações.

CAAE – Certificado de Apresentação de Apreciação Ética.

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CEP – Comitê de Ética em Pesquisa.

COVID-19 – Doença infecciosa causada pelo coronavírus SARS-CoV-2.

DOAJ - Diretório de periódicos de acesso aberto.

EEEB – Escola Estadual de Educação Básica.

EEEM – Escola Estadual de Ensino Médio.

EMEB – Escola Municipal de Educação Básica.

EM – Enigma(s) Matemático(s).

ERIC - Centro de informações de recursos educacionais.

GIPPE – Grupo Interdisciplinar de Pesquisa em Prática de Ensino.

IFFar – Instituto Federal Farroupilha.

LI – Língua Inglesa.

LP – Língua Portuguesa.

PPgECi – Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências.

PPGECQVS – Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde.

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

RSL – Revisão Sistemática da Literatura.

SCOPUS – Base de dados bibliográficos.

SE – Sistema(s) de Equações.

SD – Sequência(s) Didática (s).

TALE – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido.

TCLE – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

TRRS – Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

UFSM – Universidade Federal de Santa Maria.

UNIPAMPA – Universidade Federal do Pampa.

URCAMP – Universidade da Região da Campanha.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	22
1 INTRODUÇÃO.....	26
1.1 Problema de Pesquisa.....	28
1.2 Hipóteses.....	28
1.3 Justificativa	29
1.4 Objetivos de Pesquisa.....	29
1.4.1 Objetivo Geral	29
1.4.2 Objetivos Específicos.....	29
2 REVISÃO DE LITERATURA	31
2.1 Linguagem imagética na transposição da linguagem algébrica no ensino e aprendizagem da Matemática.....	31
2.2 Linguagem Imagética na Matemática: uma Revisão Sistemática de Literatura com Foco em Sistema de Equações	50
2.3 Linguagem imagética e sistema de equações: representações semióticas e contextualização como aportes	71
3 METODOLOGIA	91
3.1 Cenário da pesquisa.....	91
3.2 Caracterização da pesquisa.....	91
3.3 Caminho metodológico	95
3.3.1 Primeiros passos	96
3.3.2 Estudo de Campo	99
3.3.2.1 Questionário 1 e validação, Diário de Bordo do Pesquisador	100
3.3.3 Sequência Didática	101
3.3.3.1 Diário de Atividade de Grupo e Questionário 2.....	106
3.3.4 Coleta e análise de dados	107

4	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	118
4.1	Linguagem imagética e sistema de equações: um estudo de campo ...	118
4.2	Linguagem imagética, enigmas matemáticos e sistema de equações: uma sequência didática	143
4.3	Outros resultados	169
5	DISCUSSÃO GERAL	192
5.1	Resgatando e sintetizando os resultados	192
5.2	Articulando os resultados.....	199
6	CONCLUSÃO	209
7	PERSPECTIVAS	217
	REFERÊNCIAS.....	219
	APÊNDICES	224

APRESENTAÇÃO

DA TESE

O presente documento de tese foi estruturado em 7 capítulos, sendo eles: **Introdução**, que conta com uma breve apresentação do tema, seguida da identificação do problema, hipótese, justificativa e objetivos da pesquisa; **Referencial teórico**, no qual são abordados a temática da linguagem imagética, por meio de um ensaio, uma revisão sistemática da literatura e aportes teóricos que sustentam a tese; **Metodologia**, em que são apresentados o cenário, a caracterização e o caminho metodológico da pesquisa. Neste último, discorre-se sobre os primeiros passos e detalha-se os momentos da pesquisa, que são o Estudo de Campo e a Sequência Didática. Finaliza-se esse capítulo com uma explanação sobre a coleta e análise dos dados; **Resultados e discussões**, que são expostos em forma de três capítulos, um para cada momento da pesquisa e um terceiro, complementando esses primeiros com outros resultados; **Discussão Geral**, com a análise e enlace de todos os resultados obtidos e discussões realizadas; **Conclusão**, contendo as inferências finais e destacando a tese; **Perspectivas**, que trazem as possibilidades que se apresentam para a ampliação e aprofundamento do tema da pesquisa. Além disso, são apresentadas as **Referências**, com a relação das obras consultadas e utilizadas na tese e os **Apêndices**, com documentos complementares da tese.

Nesta organização, os Artigos Científicos publicados e Manuscritos elaborados foram incorporados como parte do documento de tese, seguindo a formatação de artigo científico da UNIPAMPA. Cada inserção é precedida da sua chamada, por meio de um parágrafo com as informações que identificam o trabalho. Os elementos gráficos contidos nesses trabalhos possuem a numeração de acordo com o capítulo e seção da tese o qual está inserido.

DO AUTOR

Esta seção tem a finalidade de trazer o contexto do autor, suas experiências e vivências que, associadas à justificativa da pesquisa, proporciona ao leitor um melhor entendimento sobre o desenvolvimento desse trabalho.

Sou docente do Instituto Federal Farroupilha (IFFar), Campus Alegrete, lecionando no Ensino Técnico de Nível Médio e no Ensino Superior. Posso dizer que só ao ingressar nessa instituição tive um contato real com a pesquisa e a extensão, o que associado à necessidade de adquirir maior conhecimento e aprendizado, me levou de certa forma a procurar mais qualificação por meio do doutorado. Entretanto, minha trajetória acadêmica e profissional é bem diversificada e isso, com certeza, tem certa influência nesse projeto de pesquisa.

Minha aprovação, em vestibular, em 1997, foi para o curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), mas por ter sido chamado para ocupar cargo de Oficial Temporário do Exército Brasileiro, em Santiago, fiz a transferência para o mesmo curso da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, Campus Santiago. Citar esse ambiente de trabalho é significativo na minha trajetória, pois foi nesse cargo que pude identificar minha relação com a docência, pois fui instrutor de alguns conhecimentos militares, e muitos aspectos se assemelham a prática docente.

O curso de licenciatura foi muito proveitoso e, com as práticas de estágios, consegui me identificar ainda mais com a matemática, que sempre foi uma área que eu tive afinidade, e já perceber a importância de um olhar mais atento para as dificuldades dos alunos. Concluí o curso em 2003, e com término do contrato no Exército em fevereiro de 2004, encontrei oportunidade de trabalhar minha área de formação apenas no município de Formigueiro, em contrato temporário, para lecionar em turmas do Ensino Fundamental. Por me adaptar a escola, e a cidade, prestei concurso para docente municipal, sendo aprovado e seguindo na mesma escola.

Na Escola Municipal Santa Rosa, onde trabalhei de 2004 à 2007, pude vivenciar a realidade do ensino em uma cidade pequena, e as dificuldades dos alunos com a matemática. Dentre essas dificuldades, naquela época eu já identificava as relacionadas à Álgebra, como o uso das letras e fórmulas, e expressões algébricas.

Identificando a necessidade de formação, para melhor atender meus alunos e progredir na carreira, iniciei a pós-graduação na UFSM, nível especialização, em matemática, em 2006. Foi um período bem difícil, pois o curso era presencial, envolvia viagens, e eu precisei organizar substitutos, por minha conta, para poder cursar. O curso foi muito bom, mas não houve uma disciplina voltada a álgebra que colaborasse com a minha prática. Concluí em 2007, com o trabalho de conclusão voltado a um estudo bibliográfico sobre Etnomatemática.

Neste mesmo ano, estando aprovado em outro concurso, fui chamado para lecionar em escola do estado, na disciplina de Física. Mas mesmo sendo servidor do estado e do município, a remuneração não era o esperado e necessário, e pensando na família, busquei outras áreas de trabalho, sendo aprovado e chamado para trabalhar na Companhia Riograndense de Saneamento, em 2008, no município de Candelária, como Agente em Tratamento de Água e Esgoto.

Com pouco tempo de trabalho, já identifiquei que o emprego, embora com uma remuneração melhor, não era o esperado profissionalmente. Mesmo tendo trabalhado paralelamente em uma escola particular, lecionando matemática para o ensino fundamental em contrato temporário, busquei mais formação para poder retornar à docência, mas com uma remuneração compatível com que recebia no tratamento de água.

Em 2011, iniciei o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), na UFSM, curso este mais voltado para professores em atividade em escolas públicas. Como não estava trabalhando no magistério, não tive direito a bolsa e só fui chamado por causa de desistência e ter ficado bem classificado. O curso era semipresencial, e novamente precisei de dispensas do trabalho, compensadas posteriormente, realizar viagens. O curso foi bem difícil, sendo necessário muito estudo e dedicação. Embora tenha havido alguns momentos sobre a discussão da prática docente, o curso é mais voltado a conceitos matemáticos em si.

Sobre minha dissertação, tive dificuldade de escolher o tema, por não estar trabalhando como docente. Acabei escolhendo primeiro minha orientadora, que sugeriu inicialmente investigar as dificuldades de álgebra em um curso técnico da UFSM. Uma oportunidade de sanar algumas das minhas inquietações das experiências no ensino fundamental e médio. Entretanto, pela dificuldade de viagens, não foi possível seguir nesse projeto e, por nova sugestão da orientadora, estudei e escrevi sobre modelagem matemática no meu ambiente de trabalho, no tratamento de água. Foi ótimo para mim, e desenvolvi minha dissertação elaborando propostas para o ensino da matemática a partir da modelagem no tratamento e na distribuição de água, defendida em 2013.

Com o mestrado concluído, fui prestando concursos para docente em instituições federais de ensino técnico e superior, cuja proposta de trabalho e remuneração era mais atrativa. Em 2015, estando aprovado em concurso para o IFFar, fui chamado para ocupar cargo de docente. Trabalhando em turmas de ensino

médio e superior, inclusive de Licenciatura em Matemática, segui percebendo muitas dificuldades dos alunos, sendo uma das mais destacadas as relacionadas à álgebra.

Em 2019, já verificando a algum tempo a necessidade de um conhecimento mais aprofundado e uma formação melhor para desenvolver pesquisas, seguindo com a temática desenvolvida no mestrado, resolvi concorrer ao edital de ingresso no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, da UNIPAMPA, Campus Uruguiana, sendo aprovado. Iniciei o doutorado em 2020, com a proposta de projeto voltado a modelagem matemática, no intuito de aplicar as propostas desenvolvidas no mestrado, na prática.

Entretanto, com o advento da pandemia de COVID-19, com as incertezas em relação ao retorno de atividade presenciais, em reunião com meu orientador, Rafael Roehrs, discutimos sobre outras possibilidades, em que a pesquisa também pudesse ser desenvolvida de forma remota. Após algumas ideias, ele comentou sobre os desafios matemáticos disponíveis na *internet*, que usam imagens, e imediatamente percebi um possível potencial deles em relação às dificuldades com a álgebra, sobre uso de letras em equações. Estes enigmas matemáticos formam sistemas de equações em uma outra linguagem, a imagética, e por isso poderia ser desenvolvida a pesquisa para investigar como essa linguagem pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem.

Com os aprendizados nas disciplinas cursadas, os referenciais e metodologias foram se construindo na pesquisa, lapidados pela qualificação. A partir de todas essas experiências vivenciadas, tanto na formação acadêmica quanto na profissional, e as observações enquanto docente nos diferentes níveis de ensino, a partir da providencial sugestão do meu orientador, foi possível desenvolver essa pesquisa que entendemos ser de muita relevância para o ensino e aprendizagem da matemática.

1 INTRODUÇÃO

Mesmo com o surgimento de práticas inovadoras e diferentes metodologias de ensino, inclusive as que elevam a posição do estudante ao protagonismo no processo, e que tem sido fruto de estudos de muitas pesquisas (Costa, 2023), as dificuldades na aprendizagem da matemática são realidade em diversos níveis de ensino (Goulart *et al.*, 2018). O que é perceptível é que muitos são os fatores que podem ser apontados em relação a essas dificuldades que os alunos têm quando estão aprendendo matemática. Citando alguns, apoiados em Sanchez (2004), podemos elencar a resolução e compreensão de problemas; a complexibilidade da matemática em conceituação e abstração; a linguagem e terminologias; problemas linguísticos; fatores emocionais e motivacionais; metodologias ineficazes.

Percebe-se que uma área específica da matemática se relaciona de alguma forma com esses fatores: a álgebra. Não que as outras áreas não se enquadrem, mas, normalmente, a álgebra é identificada por alunos e professores como uma área que apresenta dificuldades (Estevão, 2021). Ao se olhar para a álgebra, um dos conteúdos que mais se identifica como difícil para os alunos é o estudo de equações. De forma geral, é o primeiro contato dos alunos com uma matemática diferente da experienciada até então e com um maior nível de abstração.

Em álgebra, o estudo de equações está diretamente ligado ao uso de uma “nova” linguagem para os alunos. Além de terminologias diferentes, como incógnitas, variáveis, etc., os alunos vivenciam o uso de letras (normalmente do alfabeto latino, no Brasil) para representar números. E essa linguagem é usada para a transcrição e resolução de problemas matemáticos, que exige do aluno, a capacidade de abstração.

Como continuidade do estudo de equações, a álgebra apresenta problemas que envolvem mais de uma equação, que é o sistema de equações. Este apresenta dificuldades de estudo de forma análoga às equações, ou ainda mais complexas, por envolver, além do problema da linguagem no entendimento e escrita algébrica do problema, a própria compreensão das técnicas de resolução de sistemas de equações.

Além das dificuldades já citadas e que podem ser observadas no ensino e aprendizagem de equações e de sistema de equações, outras podem ser associadas, como a própria formação docente. E no caso específico do estudo de equações, tanto docentes da Educação Infantil como do Ensino Fundamental podem ter influência

sobre a dificuldade no processo de ensino e aprendizagem. Segundo Gil (2008b, p.11), referenciando-se a aprendizagem do aluno, “a forma de o professor trabalhar estes conceitos e procedimentos algébricos pode estar dificultando ainda mais a sua aprendizagem”, sendo que um fator pode estar relacionado com a linguagem adotada.

Especificamente em matemática, algumas propostas curriculares e metodológicas surgem para contribuir no processo de ensino e aprendizagem e já são realidade em muitas práticas docentes, como resolução de problemas, investigação matemática, projetos, jogos, etc. (Freitas; Miguel, 2018). Mesmo que não seja objetivo principal deste trabalho discorrer sobre diferentes metodologias, suas características, potencialidades, etc., sabe-se que elas são muito importantes para o ensino de matemática mais significativo e contextualizado, destacando o protagonismo do aluno no processo (Brasil, 2000, 2018).

Uma metodologia que tem boas perspectivas em contextos educacionais, podendo contribuir em uma diversidade de conteúdos (Krohl *et al.*, 2022) é a utilização de jogos. Alguns aspectos associados a essa prática dizem respeito ao imaginário, a organização, a ludicidade, entre outros (Alves, 2006). Sendo assim, o uso de jogos pode ser positivo para aulas de matemática, uma vez que é possível ligar a ludicidade, brincadeiras, competição e desafios, aos aspectos lógicos organizacionais necessários na matemática e na álgebra.

Embora existam diferentes significados para enigmas matemáticos, nesta pesquisa eles correspondem aos desafios encontrados em várias plataformas digitais, composto por uma figura que contém imagens de variados objetos ou coisas, associados a sinais de operações matemáticas, igualdades e números, organizados como equações. A partir da disposição dos elementos imagéticos, são fornecidas “pistas” para se “adivinhar” o desafio final, a interrogação.

Observa-se que alguns desses enigmas matemáticos disponibilizados na *internet* apresentam elementos que podem dificultar sua resolução e compreensão, como imagens muito semelhantes, com mínimas diferenças perceptíveis, que exigem uma atenção redobrada. São desafios elaborados exatamente com a intenção de confundir as pessoas. Contudo, a pesquisa vai de encontro a esse propósito e apropria-se dos aspectos positivos encontrados nesses enigmas, como potencial representacional e a presença de elementos de jogos, como desafio, desenvolvimento de estratégias e ludicidade, e certa que, com a mediação do professor, tais dificuldades são contornadas.

A linguagem imagética, definida como “a comunicação por uso de imagens” (Linguagem Imagética, 2021, n.p.), está claramente presente em enigmas matemáticos. Além disso, ancorado no sentido dado por Ruppenthal (2017) sobre linguagem, pode-se entendê-la como capacidade simbólica, por meio de imagens, para entender virtualmente o mundo.

A partir desse entendimento, percebe-se que ao empregar esta linguagem, associada aos enigmas matemáticos, estar-se-ia promovendo uma prática em que o processo de ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações poderia estar sendo beneficiado, uma vez que as imagens e os aspectos lúdicos relacionados podem auxiliar a ativação de conhecimentos prévios e a contextualização, podendo até mesmo favorecer uma aprendizagem significativa (MOREIRA, 2016). Com isso, se viabiliza uma melhor compreensão dos símbolos da álgebra, que teriam mais sentido quando representados de forma imagética.

1.1 Problema de Pesquisa

Dado o exposto, é possível formular o seguinte problema de pesquisa: como a linguagem imagética, contida em enigmas matemáticos, pode facilitar o ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações algébricas, possibilitando a transposição das dificuldades da linguagem algébrica?

Para responder a esta questão, a pesquisa pretende aprofundar a temática da linguagem imagética, relacionando-a com equações e sistema de equações e averiguando, pela perspectiva discente, seu potencial pedagógico e contextualizador, se valendo dos enigmas matemáticos como um meio para essa identificação.

1.2 Hipóteses

A partir do problema e da intencionalidade da pesquisa, tem-se como hipóteses que a linguagem imagética é um recurso facilitador para o ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações e que os enigmas matemáticos auxiliam a compreensão de sistema de equações e que as imagens contidas neles facilitam o entendimento de elementos das equações, principalmente o de incógnitas. Além disso, entende-se as imagens podem potencializar a contextualização de equações e incógnitas.

1.3 Justificativa

Em relação à justificativa, entende-se ser de interesse para a educação e para matemática a identificação das dificuldades associadas ao ensino e aprendizagem da álgebra, sendo importante a realização de estudos nessa linha, mas que possam ir além disso, que avaliem o desenvolvimento de estratégias e recursos que possam auxiliar os educadores no processo de ensino e os educandos a entender de forma mais eficaz os conteúdos de equações e sistema de equações. Neste sentido, um dos caminhos a ser avaliado é aquele que engloba as linguagens, com foco no uso da linguagem imagética.

Principalmente, nos tempos de hoje, com o advento da globalização, *internet* e aumento da presença das tecnologias na educação, os alunos têm acesso à informação e a conteúdo dos seus interesses de forma instantânea. Por isso, se faz necessário identificar possibilidades e potencialidades para tornar o ensino da matemática mais atraente, que desperte a motivação dos alunos e que sejam eficientes e significativas. Sendo assim, é preciso que outras metodologias e/ou recursos possam ser associadas aos existentes, necessitando serem estudados e pesquisados, tendo em vista o caráter dinâmico da educação.

1.4 Objetivos de Pesquisa

1.4.1 Objetivo Geral

Investigar, a partir da ótica discente, se a linguagem imagética pode facilitar o ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações, e como essa linguagem contida em enigmas matemáticos pode contribuir nesses processos.

1.4.2 Objetivos Específicos

- i. Correlacionar o conceito de linguagem imagética e sua relação com enigmas matemáticos, equações e sistemas de equações, para uma melhor compreensão da temática;
- ii. Avaliar a utilização da linguagem imagética e de enigmas matemáticos

para o ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações, por meio de uma Revisão Sistemática da Literatura;

iii. Definir e analisar a fundamentação teórica que embasa a aplicação da linguagem imagética no processo de ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações;

iv. Identificar as percepções dos alunos do Ensino Médio sobre o uso da linguagem imagética e as imagens presentes nos enigmas matemáticos como um recurso facilitador para o ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações;

v. Investigar como uma sequência didática envolvendo a linguagem imagética e imagens contidas em enigmas matemáticos pode facilitar o ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo são apresentados e discutidos conceitos e aportes teóricos identificados como necessários para a compreensão das concepções e inferências sobre a linguagem imagética e enigmas matemáticos, e seu uso em um contexto associado ao estudo de equações e sistema de equações.

Inicialmente, a seção 2.1 traz uma discussão desenvolvida por meio de um ensaio acadêmico, com foco no entendimento da linguagem imagética e como o seu uso pode auxiliar com as dificuldades em matemática e álgebra, especificamente as ligadas a linguagem algébrica. Em seguida, a seção 2.2 revisa as produções relacionadas à temática, por meio de uma Revisão Sistemática de Literatura. Por fim, na seção 2.3, são delimitadas as bases teóricas que aportam a linguagem imagética, com uma discussão a respeito a ligação de cada teoria com a linguagem imagética.

2.1 Linguagem imagética na transposição da linguagem algébrica no ensino e aprendizagem da Matemática¹

Este ensaio, primeiro artigo da tese, contempla o primeiro objetivo específico. Foi publicado pela revista Ciência & Educação (Bauru), em seu volume 29, de 2023 (figura 2.1.1). A revista possui avaliação no Qualis (CAPES) A1 na área de ensino (2017-2020) e foi um artigo importante que envolveu estudos e concepções sobre a linguagem imagética, enigmas matemáticos e linguagem algébrica.

¹ <https://doi.org/10.1590/1516-731320230006>.

Figura 2.1.1 – Imagem da capa do artigo Linguagem imagética na transposição da linguagem algébrica no ensino e aprendizagem da Matemática.

1 de 17

Ciência & Educação, Bauru, v. 29, e23006, 2023
<https://doi.org/10.1590/1516-731320230006>

ARTIGO ORIGINAL

Linguagem imagética na transposição da linguagem algébrica no ensino e aprendizagem da Matemática

Imagery in the transposition of algebraic language in Mathematics teaching and learning

 Luciano de Oliveira¹
 Rafael Roehrs¹

¹Universidade Federal do Pampa (Unipampa), Uruguaiana, RS, Brasil.
 Autor Correspondente: luciano2.aluno@unipampa.edu.br

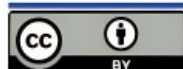
Resumo: Este artigo apresenta uma discussão envolvendo aspectos ligados às dificuldades do processo de ensino e aprendizagem da matemática e a sua relação com a linguagem adotada, com foco nas linguagens algébrica e imagética. Desenvolvem-se conceitos que permeiam essas linguagens, ressaltando-se as características da linguagem imagética para a transposição das dificuldades de entendimento da linguagem algébrica. Ao discutir essas concepções de linguagens, propõe-se que a linguagem matemática empregada para o ensino de matemática, em particular a algébrica, pode se valer do apoio da linguagem imagética como um recurso para uma melhor compreensão da Matemática e da linguagem algébrica.

Palavras-chave: Ensino de matemática; Linguagem e aprendizagem; Dificuldade de aprendizagem; Linguagem científica.

Abstract: This paper provides a discussion involving aspects related to difficulties in the process of teaching and learning mathematics and the relationships with the adopted language, focusing on algebraic language and imagery. Concepts that permeate these languages are developed, emphasizing the characteristics of imagery to overcome difficulties to understand algebraic language. By discussing these conceptions of languages, it is proposed that the mathematical language used for teaching mathematics, in particular algebraic language, can be supported by imagery as a tool for a better understanding of Mathematics and algebraic language.

Keywords: Mathematics teaching; Language and learning; Learning difficulty; Scientific language.

Recebido em: 17/02/2022
 Aprovado em: 23/08/2022



e-ISSN 1980-850X. Todo o conteúdo deste periódico está sob uma licença Creative Commons (CC Atribuição 4.0 Internacional), exceto onde está indicado o contrário.

Fonte: Oliveira e Roehrs (2023).

Linguagem imagética na transposição da linguagem algébrica no ensino e aprendizagem da Matemática

Imagery in the transposition of algebraic language in Mathematics teaching and learning

Luciano de Oliveira²
Rafael Roehrs²

Resumo: Este artigo apresenta uma discussão envolvendo aspectos ligados às dificuldades do processo de ensino e aprendizagem da matemática e a sua relação com a linguagem adotada, com foco nas linguagens algébrica e imagética. Desenvolvem-se conceitos que permeiam essas linguagens, ressaltando-se as características da linguagem imagética para a transposição das dificuldades de entendimento da linguagem algébrica. Ao discutir essas concepções de linguagens, propõe-se que a linguagem matemática empregada para o ensino de matemática, em particular a algébrica, pode se valer do apoio da linguagem imagética como um recurso para uma melhor compreensão da Matemática e da linguagem algébrica.

Palavras-chave: Ensino de matemática; Linguagem e aprendizagem; Dificuldade de aprendizagem; Linguagem científica.

Abstract: This paper provides a discussion involving aspects related to difficulties in the process of teaching and learning mathematics and the relationships with the adopted language, focusing on algebraic language and imagery. Concepts that permeate these languages are developed, emphasizing the characteristics of imagery to overcome difficulties to understand algebraic language. By discussing these conceptions of languages, it is proposed that the mathematical language used for teaching mathematics, in particular algebraic language, can be supported by imagery as a tool for a better understanding of Mathematics and algebraic language.

Keywords: Mathematics teaching; Language and learning; Learning difficulty; Scientific language.

INTRODUÇÃO

Embora haja um avanço em relação ao uso de metodologias e ferramentas de ensino, ainda assim algumas áreas do conhecimento sofrem com o rótulo de serem difíceis para os estudantes, como a física e a matemática, por exemplo (Chaves *et al.*, 2016). Muitas são as motivações que levam boa parte dos alunos a identificar negativamente essas áreas do conhecimento. Embora não se pretenda desenvolver esses motivos, a abordagem de um deles, que é a questão da linguagem adotada, servirá como esteio para as discussões e desfecho que se almeja neste trabalho.

Mais especificamente, observa-se que na matemática os discursos de alunos convergem no sentido de que muitos conceitos são difíceis de entender, sendo que uma boa parte está relacionada com os conceitos que envolvem a álgebra (Pereira; Sandmann, 2017). Esse ramo da matemática é responsável pela abordagem generalizada, uso da abstração e manipulação formal de expressões algébricas e

² Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), Uruguaiana, RS, Brasil.

equações, por meio de símbolos (Costa *et al.*, 2016). Sendo assim, pode-se dizer que a álgebra possui uma linguagem científica específica da área, que geralmente não é de acesso a todos, que por vezes dificulta a assimilação dos conhecimentos.

É perceptível que os alunos têm uma boa receptividade aos conhecimentos novos quando se trata o ensino de uma forma em que seja possível o estabelecimento de relações com os conhecimentos prévios, descontraída, lúdica, menos formalizada. Ao usar imagens, como forma de linguagem e interlocução em aula, pode-se identificar um ensino com as características citadas, sendo possível relacionar esse uso ao emprego de uma linguagem imagética.

Segundo o dicionário, imagético é um adjetivo que significa “[...] Que se exprime por meio de imagens” (Imagética, 2021). Já a linguagem é compreendida como “[...] a faculdade simbólica do ser humano, que o torna capaz de apreender virtualmente o universo ao seu redor” (Ruppenthal, 2017, p. 20). Desses dois conceitos, um entendimento inicial para linguagem imagética, apoiando-se nos significados das palavras em si, poderia ser a faculdade simbólica, por meio de imagens, que o ser humano emprega para entender o mundo ao seu redor.

Essa definição, por si, permite a visualização das potencialidades da linguagem imagética quando se trata de ensino e aprendizagem, uma vez que a imagem carrega consigo uma gama bem variada de significados que podem elevar substancialmente a capacidade cognitiva de estudantes na compreensão de mundo.

Sendo assim, este artigo tem a proposta de discutir as dificuldades da aprendizagem em matemática, especificamente em álgebra, com foco nas linguagens imagética e algébrica, de forma a se propor a linguagem imagética como recurso para contribuir no ensino e aprendizagem de matemática, mais especificamente em relação à área da álgebra.

DIFICULDADES NA MATEMÁTICA E LINGUAGEM

Aprender e ensinar matemática, assim como compreendê-la, é uma atividade bem desafiadora. Existem algumas dificuldades inerentes a essa área que a adjetivam de forma negativa e que a permeiam em todos os níveis de ensino.

Pode-se identificar que a iniciação à matemática escolar, para todo o discente, está intimamente ligada aos docentes que atuam na Educação Infantil e no Ensino Fundamental: “[...] o processo de alfabetização em todas as áreas é feito pelo pedagogo” (Alves; Cavalcante, 2017, p. 81). Sendo assim, o primeiro contato dos alunos com essa matemática se dá por meio deste professor e esse fato é muito significativo, pois a forma como ela é trabalhada influencia diretamente o gosto pela matemática e, conseqüentemente, o seu desenvolvimento, futuramente (Alves; Cavalcante, 2017).

Porém, existe uma deficiência no processo formativo do acadêmico de pedagogia em matemática, em que os conteúdos específicos são trabalhados de forma insuficiente, tendo em vista o pouco tempo destinado à abordagem de conteúdos e metodologias da área (Julio; Silva, 2018). Essa questão da falta de formação docente pode ser vista como um primeiro 'entrave' na questão da linguagem matemática. Um exemplo prático disso, envolvendo a álgebra, são as atividades de descobrir um valor usando *caixinhas*, como na figura 2.1.2.

Figura 2.1.2 – Atividades de matemática para anos iniciais envolvendo álgebra.

$8 + ? = 10$	$10 + ? = 10$
$3 + ? = 10$	$? + 8 = 10$
$? + 10 = 10$	$? + 5 = 10$

Fonte: Matific (2018).

A atividade $8 + \square = 10$, da figura 2.1.2, é comum para os anos iniciais e questiona qual número deve ser colocado *dentro da caixinha*, no lugar da interrogação. Esse exercício está diretamente ligado à escrita algébrica, só que vista de outra forma. É uma equação que poderia ser escrita algebricamente com o uso de uma letra (incógnita), da seguinte maneira: $8 + x = 10$. Existe essa relação, da caixinha com a incógnita, no problema algébrico. Como Pereira e Sandmann (2017, p. 1) apontam, o “[...] ensino de álgebra, com suas especificidades, pode ter início desde os primeiros anos de escolarização”, entende-se que exista a possibilidade da introdução da linguagem algébrica pelo professor pedagogo nos anos iniciais, como uma espécie de iniciação ao conhecimento mais abstrato e a linguagem algébrica.

Por outro lado, o professor licenciado em matemática nem sempre tem o conhecimento didático que os professores dos anos iniciais possuem e acaba por usar uma linguagem que, muitas vezes, não atinge seus alunos, pois sua formação específica “[...] gera em cada aula, uma forma própria de discurso marcado, entre outras coisas, pelo uso especializado” (Seabra, 2017, p. 20) da linguagem. Em parte, isso se deve também à sua formação, pois os cursos de Licenciatura em Matemática, embora trabalhem os conteúdos matemáticos, os fazem sem levar em consideração a didática dos anos iniciais (Giraldeli, 2009).

Associada a essa dualidade de linguagens nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, se identifica uma mudança que sensibiliza consideravelmente o aluno: a passagem da unidocência para a pluridocência. Nesta última, ele se vê “[...] confrontado com uma prática [...] que na maioria das vezes acontece de forma fragmentada, distante de sua cotidianidade e da sua cultura, centrada na especificidade da especialidade do professor” (Rangel, 2001, p. 22). O aluno do Ensino Fundamental, com essa transição, não raramente sofre com uma mudança na linguagem matemática, e dois aspectos significativos podem ser associados a essa situação: choque de linguagem e de carga de conhecimentos abstratos; e a introdução da linguagem algébrica. Cada um destes fatos pode impactar de forma diferente os alunos, mas uma parte considerável deles, de forma negativa.

Sobre o primeiro aspecto, nos anos iniciais, os alunos trabalham problemas relacionados a situações reais, com materiais concretos e uma linguagem quase que adaptada, pois segundo Giraldeli (2009) existe essa preocupação dos docentes dos anos iniciais em tornar a matemática compreensível pelo uso desses materiais e pela contextualização, assim como o cuidado com a adaptação da linguagem à idade do aluno. Um professor não vai dizer que um bambolê é um exemplo concreto que remete à ideia de uma *figura geométrica chamada circunferência*. Talvez, use-o como exemplo de círculo, embora sejam entes de conceitos distintos. Porém, nos anos finais, essa linguagem mais formal e científica será usada, para tratar de figuras como

o bambolê. Além disso, conceitos mais abstratos da matemática começam a ocupar lugar também na vida dos alunos, como estudos de radicais e de potenciação. Isso acaba refletindo diretamente na dificuldade na matemática, que muitas vezes se dá pela falta de uma transposição mais amena de linguagem para os alunos.

No segundo aspecto figura a introdução da álgebra e de sua linguagem no momento em que os alunos iniciam a trabalhar com as equações e o uso de letras para representar números, no Ensino Fundamental. Essa linguagem algébrica, o uso das letras como se fossem números, não é trivial. Adicionar, subtrair e multiplicar letras é, por vezes, incompreensível para os alunos e isso pode ser relacionado com a falta de referências anteriores, pois não se trabalha a linguagem algébrica antes disso. Complementando esse aspecto, Gil (2008, p. 33) cita que “[...] é necessário que o trabalho com conceitos e procedimentos algébricos também seja gradual” e aborda, em relação ao momento de se trabalhar com a álgebra, que

É interessante que o estudo da Álgebra inicie nas séries iniciais do Ensino Fundamental de maneira informal, sendo trabalhada juntamente com aritmética, e assim quando o aluno chegar às séries finais, com mais facilidade estes tópicos serão ampliados e formalizados, dentro de uma proposta de sempre fazer uma relação do que se está aprendendo com conhecimentos já existentes (Gil, 2008, p. 43).

Um exemplo disso seria o cálculo de área, com fórmulas matemáticas, que usam letras para representar números. Nas figuras básicas, como quadrados e retângulos, a associação das fórmulas que usam essa linguagem algébrica poderia já ser compreendidas nos anos iniciais.

Em suma, a linguagem se apresenta como uma dificuldade relevante no ensino e aprendizagem da matemática e, especificamente, da álgebra, sendo que aprofundar estudos nessa linha se apresenta como uma necessidade, assim como a busca por soluções metodológicas e até mesmo linguísticas para esse problema.

LINGUAGENS CIENTÍFICA, ALGÉBRICA E IMAGÉTICA

De acordo com Oliveira *et al.* (2009, p. 22), a “[...] linguagem usada pelos professores e pelos manuais escolares faz, frequentemente, da aprendizagem científica uma experiência incompreensível para os alunos”. Isso pode influenciar negativamente o ensino e aprendizagem das ciências, e mais pontualmente, pode-se citar a matemática, especificamente a álgebra. Sendo assim, se torna importante compreender e relacionar as linguagens científica, algébrica e imagética, na busca de possibilidades para aprimorar a comunicação entre os sujeitos nos processos de ensino e aprendizagem de ciências e matemática.

Segundo Santaella (2017, p. 6), linguagem seria uma “[...] gama incrivelmente intrincada de formas sociais de comunicação e de significação”, que inclui diversas formas, verbais e não verbais. Os seres humanos podem se comunicar de diversas formas, por imagens, gráficos, sinais, setas, números, luzes, objetos, sons musicais, gestos, expressões, cheiro e tato, através do olhar, do sentir e do apalpar, e todas essas formas se constituem como linguagem que possibilitam o conhecimento, o saber e a capacidade de interpretar o mundo.

Ao encontro dessa definição, Melo e Melo (2015, p. 17) entendem como linguagem “[...] todo sistema formado por um conjunto de signos que serve de meio de comunicação entre indivíduos e pode ser percebido pelos diversos órgãos dos sentidos (visão, audição, paladar, tato e olfato)”. Distingue-se, então, a linguagem verbal, que é aquela formada por palavras orais ou escritas, da linguagem não verbal,

formada por elementos imagéticos, gestos, sons, movimentos. Ainda, podem ter mais formas complexas de linguagem constituídas de elementos simultâneos, tanto verbais quanto não-verbais (Melo; Melo, 2015). Com base nesses autores, pode-se resumir a significação de linguagem como as formas de comunicação e significação, verbais e não verbais, que se vale de signos a serem percebidos pelos sentidos.

Uma dessas formas é a linguagem científica. Por adjetivar esta linguagem, cabe tecer comentários sobre ciência, que para Chassot (2006, p. 6), “[...] pode ser considerada uma linguagem construída pelos homens e pelas mulheres para explicar o nosso mundo natural”. Complementando, esse autor cita a “[...] Ciência como um sistema de símbolos” (Chassot, 2006, p. 9), entendendo que ela é vista como o meio de comunicação para o entendimento de mundo, da natureza. E faz inferências, no sentido de que, como acontece quando se tem dificuldade para compreensão de um texto escrito em uma língua não dominada ou desconhecida, o mesmo acontece em relação à ciência.

Ou seja, a linguagem da ciência, linguagem científica, não alcança a todos, por falta de compreensão do que ela pretende comunicar. Chassot (2006, p. 12) afirma ser a linguagem científica “[...] hermética, esotérica e até sibilina”. O que se pode inferir é que essas características se devem efetivamente à forma com que a linguagem científica se desenvolve, sendo muito fechada dentro dos meios acadêmicos, de pouca compreensão às pessoas, de forma geral, a ponto de se ter a ciência como algo místico e enigmático. “[...] Mesmo na Universidade, que entre outras virtudes deveria ter aquela de responsabilizar-se por tornar palatável a Ciência, a apresenta como algo indecifrável, inosso e desprovido de significados.” (Chassot, 2006, p. 12).

Corroborando com as colocações anteriores, Mortimer, Chagas e Alvarenga (1998) abordam que a linguagem científica é estrutural, em que normalmente o agente está ausente, apresentando-se de forma descontextualizada pela falta de um narrador e de sequências lineares de eventos. Nessa linguagem, o uso da nominalização dos processos é uma característica marcante, aumentando a densidade léxica, uma vez que os termos usados ficam atrelados a significados conceituais que exigem um conhecimento maior sobre as temáticas abordadas nos discursos. Por isso, essa forma de comunicação é mais distante do cotidiano das pessoas e da linguagem comum.

Por exemplo, sobre como o aumento de temperatura afeta a dissolução de sal de cozinha em água, ter-se-ia duas escritas distintas para as linguagens comum e científica, respectivamente: “[...] normalmente, falamos: *quando colocamos sal em água e aquecemos, conseguimos dissolver uma maior quantidade do que em água fria*. Na linguagem científica, [...] *o aumento de temperatura provoca um aumento da solubilidade do sal*.” (Mortimer; Chagas; Alvarenga, 1998, p. 9, grifo dos autores). Identifica-se que na primeira frase, existe mais verbos e uma linearidade de ações, enquanto na segunda, se apresentam nomes indicando processos (aumento de temperatura e solubilidade).

Associados às dificuldades em relação à linguagem científica também pode ser citado o fato desta linguagem não ser bem trabalhada nos meios escolares, como apontado por Oliveira *et al.* (2009). Para a autora, a linguagem científica tem estrutura e regras próprias, sendo oposto da linguagem comum e da experiência, o que a afastaria do uso coloquial na escola. Mas indica a necessidade do conhecimento da linguagem científica no processo de pensamento para a compreensão da ciência.

Quando se trata de comunicação científica, percebe-se mais uma problemática, uma vez que, intencionalmente, fica restrita aos grupos de estudiosos e de pesquisadores da comunidade científica que entendem “[...] que seu público

compartilha os mesmos conceitos e que o jargão técnico constitui patrimônio comum” (Bueno, 2010, p. 3). O mesmo autor ainda faz menção que a divulgação científica, cuja intenção é levar o conhecimento científico ao público leigo, também enfrenta dificuldades relativas à linguagem, uma vez que “[...] a difusão de informações científicas e tecnológicas para este público obrigatoriamente requer decodificação ou recodificação do discurso especializado que podem penalizar a precisão das informações.” (Bueno, 2010, p. 3). Com isso, pode-se dizer que o distanciamento da linguagem científica com a população tem um impacto muito negativo, uma vez que a falta da compreensão da linguagem científica causa uma deficiência nas divulgações e aplicações das descobertas em vários campos, ficando o conhecimento produzido restrito a nichos específicos.

Uma forma de se melhorar essa situação seria por meio da Alfabetização Científica. Segundo Chassot (2009) ser alfabetizado cientificamente é ter a capacidade de ler a linguagem em que está escrita a natureza, de uma forma crítica, para entender o mundo e modificá-lo. Ou seja, é mister que o ser humano seja alfabetizado cientificamente para poder efetivamente participar da construção de mundo e entender melhor tudo que está ao seu redor, nas diversas áreas do conhecimento.

Isso quer dizer que a linguagem científica tem sua importância dentro dos meios escolares e acadêmicos, como um espaço em que todo o conhecimento científico pode ser organizado e comunicado de forma adequada. Talvez, a questão não seja uma nova linguagem, que substitua a linguagem científica com suas dificuldades em atingir a população como um todo, e sim encontrar uma forma de como fazer essa linguagem chegar a todos, e aí talvez se possa olhar com mais atenção para outras formas de linguagem.

Uma linguagem científica que também apresenta uma série de dificuldades nos meios acadêmicos e escolares, mais especificamente na área da matemática, é a linguagem algébrica. Segundo Costa *et al.* (2016, p. 160), a álgebra pode ser vista como a “[...] parte da Matemática que trabalha a generalização, a abstração e a manipulação formal de equações, representando quantidades através de símbolos”. Sendo assim, ela que se presta para o estudo de problemas, e na manipulação citada, se vale das simbologias das operações matemáticas e da utilização de letras na representação de números. Os autores ainda abordam que a álgebra pode “[...] conter certo formalismo em sua linguagem e necessitar da utilização de procedimentos um pouco complexos.” (Costa *et al.*, 2016, p. 160).

A álgebra é tratada como área específica nos estudos em matemática, mas é encontrada em várias áreas do conhecimento, embora não sendo abordada dessa forma, com esse nome. Ela está presente, geralmente, nas diversas fórmulas empregadas para a determinação de grandezas. Quando se trata de estudos acadêmicos de nível superior, ela é muito empregada associada a taxas de variação em áreas das ciências da natureza como Física, Química e Biologia.

Verifica-se que linguagem algébrica, que aqui se tratará como sendo a forma de comunicação por meio da álgebra, não é de fácil compreensão pela maioria das pessoas. Seus signos, geralmente, são os operadores matemáticos, como mais (+), vezes (.), etc. empregados associados a letras dos alfabetos, às incógnitas e variáveis, e a algarismos numéricos, os coeficientes. Entender seus significados e usos é fundamental para compreender e desenvolver a linguagem algébrica na resolução de problemas. No Brasil, o que mais se utiliza para letras é o alfabeto latino (ou romano) e os algarismos do sistema decimal arábico. Mesmo assim, apenas essa compreensão não é uma tarefa fácil. Pode-se dizer que o uso das letras para

representar números gera muita confusão nas pessoas, inclusive nos discentes quando estudam conceitos que envolvem álgebra, pelo fato de que letras são usadas basicamente para formar palavras. Esta abstração é um grande desafio ao se usar a linguagem algébrica.

Mas por que usar essa linguagem, então? Embora seja de difícil entendimento para boa parte das pessoas, ela simplifica muito os cálculos matemáticos, sendo muito usada na escrita de sentenças e equações matemáticas, como as citadas anteriormente. Após ser assimilada, a linguagem algébrica permite o entendimento mais generalizado em relação às resoluções de problemas propostos, assim como o uso de propriedades matemáticas que são comuns em problemas que, em um primeiro momento, pareçam ser totalmente distintos.

O que se quer inferir com essa explanação é que, mesmo sendo uma linguagem difícil, em que essa dificuldade pode ser advinda desde a formação de professores até a transição do concreto para o abstrato, é que a linguagem e o pensamento algébricos são importantes para a formação matemática dos alunos (Pereira; Sandmann, 2017). Sendo assim, a questão que fica é: como transpor essa dificuldade?

O que se percebe é que para além do uso de metodologias diversificadas, que vem ganhando espaço e que muito colaboram no ensino e aprendizagem da matemática, talvez o uso de outras linguagens associadas poderia colaborar na melhor compreensão da linguagem algébrica. Tentando se fazer uma indicação de uma linguagem para auxiliar a compreensão da linguagem científica algébrica, a que se apresenta com um grande potencial é a imagética.

A linguagem imagética, informalmente, pode ser definida como “[...] a comunicação por uso de imagens.” (Linguagem Imagética, 2021). Essa definição é baseada na acepção das palavras, mas vai ao encontro do que outros autores (Gonçalves; Oliveira; Neves, 2016; González; Escudero, 2015; Luyten, 2011; Martins; Gouvêa; Piccinini, 2005; Rego; Gouvêa, 2013; Santaella, 2017; Santos, 2011; Scoparo, 2018; Xavier *et al.*, 2011) também apresentam, direta ou indiretamente em suas obras, sem uma conceituação mais formal. Não se faz menção aqui em ser a linguagem imagética uma linguagem científica, por entender-se que ela tem características que excluem o caráter de formalismo nela. Conforme Martins, Gouvêa e Piccinini (2005), verifica-se que a linguagem imagética e as imagens estariam melhor caracterizadas como importantes recursos para a comunicação, constituição e conceitualização de ideias científicas.

Abordando as características da linguagem imagética, uma delas é o “[...] caráter direto sobre a informação, a proximidade da experiência real.” (Dondis, 2003, p. 6). Sendo uma comunicação que se vale do sentido da visão, do visual, muito do que se pretende comunicar ao interlocutor pode estar presente na imagem, que tem uma capacidade comunicativa muito maior que outras linguagens, como a escrita ou falada, que dependeriam de uma série bem mais extensa de signos. Por exemplo, o desenho ou uma foto de uma árvore na rua (um signo apenas), por si só, traz consigo as diversas características da mesma, como cor, tamanho, formato, etc., enquanto que se fosse descrita por uma linguagem escrita, necessitaria de várias palavras (signos) para transmitir o mesmo discurso da imagem.

Outra característica relacionada às imagens é a sua importante capacidade de moldagem da imaginação. Segundo Gonçalves, Oliveira e Neves (2016, p. 119) imaginação “[...] é a representação mental do nosso conhecimento imagético e simbólico e daquilo que foi compreendido pelos nossos sentidos”. Ao captar uma imagem, pelo sentido da visão, as representações mentais são, a cada nova

informação, aprimoradas e moldadas de acordo com a maneira que o indivíduo analisa essa imagem e, nesse movimento, ele deixa de ser apenas leitor, assumindo a busca, interpretação e interação com as diversas elocuições presentes no texto visual (Scoparo, 2018).

Associando essas duas primeiras características pode-se perceber o quanto a imagem é importante para a compreensão de mundo, pois sendo a visão uma experiência direta da realidade (Dondis, 2003) que pode interferir e moldar a imaginação (Gonçalves; Oliveira; Neves, 2016), se a imagem tiver um considerável grau de iconicidade, ela pode permitir uma leitura bem próxima da realidade concreta, ancorada em experiências anteriores (Rego; Gouvêa, 2013). Mas é preciso que se tenha cuidado com esse entendimento em relação à proximidade entre imaginação, leitura e realidade que a linguagem imagética proporciona, pois, se tratando de processo cognitivo, essa ligação é muito individualizada e pode vir carregada de inconsistências, interpretações, e por isso, precisa ser constantemente avaliada.

Por isso, para entender a comunicação feita por uma imagem é preciso interligar o mental com o visível, pois ela não é apenas uma representação icônica da realidade ou um signo exterior (Scoparo, 2018), ela vem carregada de significados produzidos mentalmente por ambos os interlocutores, tanto quem comunica quanto quem lê. Para Joly (2007) é preciso levar em consideração o que se quer expressar com a imagem, a função da mensagem que ela traz, expectativas e contextos relacionados. E isso tudo é muito particularizado em cada indivíduo.

Seguindo nessa linha, pode-se dizer que outra característica da linguagem imagética, é a polissemia, “[...] que é a capacidade de gerar significados diversos.” (Gonçalves; Oliveira; Neves, 2016, p. 112), uma vez que cada pessoa, por todo o seu histórico de construção cognitiva, tem a sua própria maneira de ver o mundo, e por isso uma forma única de interpretar essa percepção. E essa representação mental do exterior, que se faz ao ler uma imagem, com as complexidades pessoal e de mundo, é responsável por suas ações, sentimentos e emoções (Gonçalves; Oliveira; Neves, 2016). Aqui cabe frisar que sentimentos e emoções estão diretamente ligados aos aspectos de motivação e ao processo de ensino e aprendizagem. Segundo Camargo (2002, p. 9), a

[...] emoção é entendida como função motivacional maior concebida como reação de um sistema orgânico total, com componentes de representação, de expressão e motórico-fisiológicos. O termo sentimento é empregado no sentido de que, nele, a expressão motórico-fisiológica é menos declarada que a expressão que ocorre na emoção.

Além disso, a

[...] motivação pode afetar tanto a nova aprendizagem quanto o desempenho de habilidades, estratégias e comportamentos previamente aprendidos. A motivação pode influenciar o que, quando e como se aprende em todas as fases do desenvolvimento humano (Camargo; Camargo; Souza, 2019, p. 599).

Ainda sobre as emoções, Fonseca (2016, p. 369) cita que elas conferem “[...] o suporte básico, afetivo, fundamental e necessário às funções cognitivas e executivas da aprendizagem que são responsáveis pelas formas de processamento de informação mais humanas, verbais e simbólicas”. Isso tudo ratifica o quanto é importante o papel da linguagem imagética uma vez que ela é capaz de despertar emoções e sentimentos, sendo estes elementos fundamentais no processo de ensino e aprendizagem.

Retomando o aspecto polissêmico da linguagem imagética, pode-se de dizer que se opõe a objetividade da escrita, sendo que se baseia na subjetividade imprevisível e evidente. Por exemplo, ao se deparar com uma folha em branco, não é possível obter nenhuma interpretação textual, ao passo que se tratando de leitura imagética, pode se remeter a ideia de paz, ou de luz, ou de vazio (Gonçalves; Oliveira; Neves, 2016).

A característica polissêmica da imagem “[...] implica numa variedade praticamente infinita de interpretações acerca de uma mesma imagem, e consequentemente, uma variedade imensa de análises.” (Gonçalves; Oliveira; Neves, 2016, p. 121). Ao observar a imagem de uma pessoa chorando, não é possível fazer uma leitura precisa do fato em si, uma vez que esse choro pode ser de alegria, ou de tristeza, ou de saudade. O contexto em si é muito importante. Mas é especificamente essa característica que permite que a linguagem imagética possa colaborar no processo de ensino e aprendizagem, pois esta variedade de interpretações pode despertar no discente a motivação, ligada a emoções e sentimentos, para o aprendizado. Mas cabe a ressalva da necessidade de o docente assumir o papel de mediador do processo, para evitar que o discente se confunda em relação aos objetivos propostos para a aprendizagem.

Uma característica igualmente interessante da linguagem imagética é a sua ligação ao processo de cognição. Para Gonçalves, Oliveira e Neves (2016, p. 113),

[...] cognição diz respeito ao ato de conhecer. O conceito de cognição se refere à mente e seus processos. Estes, entretanto, são complexos e abstratos, [e] se manifestam como um conjunto de fenômenos psicológicos que surgem na mente devido à influência de fatores internos e externos ao indivíduo. Esses fenômenos acabam por atuar como mecanismos de aprendizagem, que podem ser chamados de processos cognitivos.

Os autores ainda definem que a cognição envolve os processos de “[...] *percepção, memória, associação, abstração, atenção, imaginação e raciocínio*.” (Gonçalves; Oliveira; Neves, 2016, p. 114, grifo dos autores). Embora o objetivo não seja explicar todos detalhadamente, é possível explanar de forma breve sobre estes, buscando se fazer a relação da cognição com a linguagem imagética. A *percepção* é a capacidade que a mente possui em atribuir significados aos estímulos captados pelos sentidos, no caso da linguagem imagética, a visão; a *memória* é a capacidade de adquirir, armazenar e recuperar, quando necessário, informações disponíveis no cérebro; *associação* é a capacidade que a mente possui de evocar espontaneamente fatos psicológicos por meio de outros; *abstração* é maneira pela qual a mente consegue individualizar e analisar características essencialmente inseparáveis de um determinado objeto (Gonçalves; Oliveira; Neves, 2016); *atenção* “[...] pode ser definida como a capacidade do indivíduo responder predominantemente os estímulos que lhe são significativos em detrimento de outros” (Lima, 2005, p. 114); a *imaginação* é a “[...] faculdade cognitiva de criar imagens mentais que podem ser apoiadas em qualquer um dos sentidos” (Santos, 2011, p. 6), sendo as imagens mentais uma experiência representacional (Santos, 2011); *raciocínio* é o “[...] elemento fundamental do pensamento e que é responsável pela forma como a mente consegue abstrair ideias e comparar informações, avaliando premissas e chegando a conclusões.” (Gonçalves; Oliveira; Neves, 2016, p. 115).

Ao observar-se as definições dos processos de cognição, identifica-se que a linguagem imagética está diretamente ligada a algumas delas. A imagem é uma importante forma de perceber algo no mundo, de resgatar conhecimento armazenado ligado a esse algo e criar uma representação mental para ele. Nessa frase, quatro

processos diretos se apresentam, percepção, memória, associação e imaginação. Já atenção, abstração e raciocínio, embora não tão diretamente, se ligam a linguagem imagética, pois algumas pessoas remetem a necessidade de focar uma imagem para se concentrar e desenvolver uma linha de pensamento.

Outra característica que a linguagem imagética pode apresentar é a ludicidade. Uma imagem é capaz de remeter à diversão, ao brincar, a um jogo, despertando no interlocutor emoções e sentimentos que o levem a um estado de maior interesse pelo assunto abordado na imagem em se comparando com outras linguagens. Esta capacidade de ligação da linguagem imagética com a ludicidade pode a transformar em um excelente recurso para a aprendizagem.

Segundo Alves (2006, p. 33), “[...] as atividades lúdicas são inerentes ao ser humano”. Já Silva (2015), aponta para questão do lúdico relacionado à aprendizagem e ainda reforça que ele é concernente ao desenvolvimento humano, ligando brinquedos e o ato de brincar a ações que são terapêuticas e importantes para o equilíbrio humano, visualizando o lúdico como instrumento de inserção e de expressão. Sendo assim, ao observar a linguagem imagética com esta característica lúdica, é compreensível que existe potencial no uso dela para o desenvolvimento da aprendizagem que seja mais prazerosa e com significado.

Um exemplo em que é possível identificar as caracterizações da linguagem imagética, fazendo referência à matemática e à álgebra, é a imagem de enigmas matemáticos de equações (figura 2.1.3).

Figura 2.1.3 – Linguagem imagética: enigma matemático de equações.

A MAIORIA NÃO ACERTA!

$$\begin{array}{l} \text{Chick} + \text{Chick} + \text{Chick} = 30 \\ \text{Chick} + \text{Piggy Bank} + \text{Piggy Bank} = 20 \\ \text{Piggy Bank} + \text{Box} + \text{Box} = 9 \\ \text{Piggy Bank} + \text{Box} \times \text{Chick} = ?? \end{array}$$

www.matematicagenial.com

Fonte: Barth (2017).

Ao observar-se essa imagem, pode-se identificar as características da linguagem imagética presentes, uma vez que os objetos usados podem ser associados ao real, mas também instigar o imaginário do interlocutor, que pode associar as imagens a outros significados e interpretações (que devem ser organizados de forma adequada para auxiliá-lo na resolução), diretamente ligado às emoções e sentimentos oriundos dessa interpretação, tendo aspectos lúdicos pela própria situação do desafio em resolver, a jogabilidade explícita.

Em contraponto, a linguagem algébrica, bem mais formal, se apresenta relativamente mais complexa. Observe o exemplo de um sistema de equações na figura 2.1.4.

Figura 2.1.4 – Linguagem algébrica: sistema de equações.

Dado o sistema de equações:

$$\begin{cases} x + x + x = 30 \\ x + y + y = 20 \\ y + 2z + 2z = 9 \\ y + z \cdot x = w \end{cases}$$

Qual o valor de w ?

Fonte: Autoria própria.

Como ambos os exemplos, da linguagem imagética e algébrica, remetem ao mesmo problema, com a mesma solução, cabe a reflexão: qual é a linguagem mais interessante e compreensível para os alunos, que seria mais aceita, em um primeiro momento?

LINGUAGEM IMAGÉTICA COMO RECURSO PARA A TRANSPOSIÇÃO DE DIFICULDADES EM ÁLGEBRA E SUA LINGUAGEM NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Pelo exposto sobre a matemática, suas dificuldades, linguagens algébrica e imagética, pode-se alegar que a linguagem algébrica poderia se valer de outras representações para variáveis ou incógnitas, além das letras. A própria *caixinha*, como já citado anteriormente, é uma representação. Então, por que não se valer de outras representações, como por exemplo, imagens, para o ensino de conhecimentos relacionados à álgebra?

Por exemplo, nesta questão de se encontrar o x dos problemas matemáticos, poder-se-ia pensar na representação pela linguagem imagética. Ao invés de uma letra, ou um espaço a ser completado, o aluno poderia observar o problema com o uso de uma imagem no lugar da letra. Essa representação poderia trazer ao aluno uma significação maior, uma lembrança com outros assuntos trabalhados, um aspecto lúdico da própria imagem. Segundo Vergueiro (2016), associar palavras e imagens torna o ensino mais eficiente, sendo que dessa forma, isso poderia sim servir como motivação para o princípio dos estudos que envolvem a álgebra. Para Bôas (2014), os alunos se motivam a aprender diante de desafios, que os levam a procurar respostas que os fazem experimentar outras formas de descobrir respostas.

Pode-se dizer que, matematicamente, o símbolo (letra) que é utilizado para a representação de variáveis e incógnitas não faz diferença. Poderia ser, inclusive, em um primeiro momento, uma imagem de um lápis, ou um passarinho como na figura 2.1.3. Todavia, usar letras é fundamental para a álgebra pela praticidade da tradução e resolução de um problema. Por exemplo: um número qualquer, pertencente ao conjunto dos números reais, é adicionado ao seu dobro. O resultado dessa adição é igual ao número dezoito. Que número seria esse? Apresenta-se aqui um exemplo de problema, em linguagem escrita, materna. Se fosse desenvolver toda a resolução dessa questão, nessa linguagem, seriam necessárias várias linhas. Mas sua transcrição para a linguagem algébrica seria $x + 2x = 18$, que é muito mais prático, sendo resolvida em uma ou duas linhas. Segundo Gil (2008, p. 32), “[...] É importante a compreensão da linguagem algébrica na tradução de problemas reais para a linguagem matemática, a fim de resolvê-los”, isto é, essa simplificação de linguagem

é essencial para o desenvolvimento de muitos cálculos e elaboração de modelos de problemas reais.

Mas, não sendo um desenvolvimento formal em uma fase mais avançada de compreensão e transcrição dos problemas, observa-se que o uso de imagens seria bem viável para uma compreensão inicial das representações de incógnitas. Quando se apresenta essa possibilidade de substituição de símbolos, no caso letras, por imagens, de certa forma está se falando de outra forma de representação, um recurso no sentido de auxílio, por meio da linguagem imagética. Os benefícios dessa transposição podem ser significativos e contribuir em uma melhor compreensão de problemas e questões que usam a linguagem algébrica.

A linguagem imagética já é usada em algumas áreas de estudo da matemática. A Geometria, que é a área da matemática que estuda as propriedades e as medidas das figuras no espaço ou no plano (Conceito, 2012), faz o uso de muitas representações para se abordar os conceitos. Os docentes buscam, principalmente nos anos iniciais, fazer referências aos polígonos e poliedros por meio de objetos e de imagens de objetos concretos. Falar dos formatos de um telhado de uma casa, de uma bola de futebol, de uma porta, relacionando isso com os conceitos formais da linguagem matemática associada, como triângulos, esferas e retângulos, respectivamente, e os significados que os alunos dão para essas imagens, é uma forma de se usar a linguagem imagética para a relação e conceituação da geometria em matemática.

Ao se tratar da presença da linguagem imagética na geometria, pretendeu-se reforçar a opinião de que essa linguagem já ocupa um espaço na matemática. Então, não seria possível também estar presente na álgebra?

O uso de imagens no lugar das letras, transformando um problema matemático algébrico em um enigma com imagens, por exemplo, pode dar um caráter lúdico e de jogo nessa questão, o que pode despertar nos alunos um maior interesse em achar o 'x' do problema. Segundo Bianchini, Gerhardt e Dullius (2010, p. 2),

Há inúmeros aspectos que justificam a introdução dos jogos em sala de aula. Dentre eles citamos: o caráter lúdico, o desenvolvimento intelectual e a formação de relações sociais. Quanto ao caráter lúdico, salientamos que os jogos despertam a atenção de praticamente todos os alunos. Ao que parece, quando estão jogando, se divertem sem o compromisso de aprender algo imposto pelos conteúdos apresentados comumente pelos professores.

Nessa mesma linha, Madeira *et al.* (2019) aborda que os alunos se interessam muito mais pela disciplina e conceitos matemáticos quando atividades lúdicas são inseridas em seu cotidiano. De acordo com Silva, Mettrau e Barreto (2007, p. 453) “[...] o brincar é um fator muito importante do desenvolvimento, pois possibilita e favorece transformações internas”, e no jogo está presente esse caráter de brincadeira, associado ao de disputa e desafio, que instiga os alunos a participarem de forma mais ativa no processo.

Ainda fazendo referência aos aspectos positivos relacionados à linguagem imagética, a questão das emoções deve ser observada. O estudo da álgebra, ancorado na interpretação dos problemas e sua tradução para a linguagem própria, por vezes pode parecer frio para os alunos. Contudo, com o uso de imagens, existe a possibilidade de o aluno acessar suas emoções e por meio destas, conhecimentos serem conectados ou assimilados pela capacidade da linguagem imagética remeter a sentimentos, lembranças, tanto positivas como negativas, como alegria, conquista, sucesso, tristeza, fracasso. Se cria uma ligação entre a memória e o conhecimento,

que fará com que a pessoa possa realmente desenvolver e fixar, de forma mais eficiente, a aprendizagem dos conceitos algébricos e suas resoluções.

A partir destas colocações que relacionaram a linguagem imagética com álgebra, amplificadas pelos aspectos da ludicidade e emoções, se infere que existe uma relação que pode ser aprofundada entre as linguagens. Ao observar essa relação, com vistas à prática pedagógica, “[...] o planejamento de uma aula deve considerar a escolha consciente de métodos de ensino” (Bica; Carpes; Roehrs, 2018, p. 7), de ferramentas e recursos pelo docente, de forma a se proporcionar um melhor ambiente para que ocorra o ensino e aprendizagem da matemática e da álgebra, por meio da transposição da linguagem algébrica pela imagética.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a apresentação dos tópicos relacionados às dificuldades no ensino da matemática, às linguagens e à transposição entre linguagem algébrica e imagética, que se encontram permeadas por algumas reflexões e discussões, pode-se enumerar algumas inferências sobre o que se pretendia mostrar neste trabalho assim como a formulação de uma proposta.

Existem dificuldades no ensino da matemática, especificamente (mas não exclusivamente) no que tange ao ensino da álgebra, que envolve o uso de linguagens. Em uma primeira análise, se entende que pode estar ligada a uma deficiência na formação dos professores, tanto egressos dos cursos de pedagogia, que poderiam ter uma melhor capacitação em matemática, como os de licenciatura em matemática, necessitando de mais conhecimentos sobre os anos iniciais. Entretanto, tendo o foco na linguagem adotada, uma possibilidade para minimizar esse problema de formação e as dificuldades dos alunos seria os professores pedagogos se apropriarem um pouco mais da linguagem algébrica formal, e os professores de matemática da linguagem e conhecimentos empregados pelos pedagogos nos anos iniciais.

De acordo com Scoparo (2018), é relevante um ensino que permita o aprimoramento de potencial de leitura de mundo que ultrapasse o texto escrito e verbal. Com base nisso, em um enfoque alinhado com a temática deste trabalho, infere-se que sendo a problemática da dificuldade em matemática e da linguagem algébrica um fato presente, atual e que carece de ações de correção, o desenvolvimento deste trabalho permite a percepção de um princípio de proposta para o ensino e aprendizagem da matemática, que é a utilização da linguagem imagética para a introdução do estudo de conceitos ligados à álgebra.

Entende-se que, ao usar diferentes formas de abordar e reconhecer o discurso científico, o aluno poderá potencializar suas diferentes habilidades, sendo que ao valer-se da linguagem imagética, ele terá uma melhor transição do conhecimento cotidiano, concreto, real, para o abstrato e mais científico (Bica; Roehrs, 2015). Para o docente, também se identifica benefícios, pois o uso de imagens permite que este faça o uso de mais uma forma de representação do conhecimento, e assim, com a prática desse modo representacional, integrado a outros, possa atingir um maior número de alunos à medida que ele pode rever, reforçar ou corrigir seu discurso científico, sendo isso essencial para o ensino de ciências (Bica; Roehrs, 2015). Além disso, por todas as características apresentadas da linguagem imagética, o docente pode se aproximar mais do seu aluno, estreitar laços quando se vale especialmente dos aspectos lúdicos e emocionais.

Por fim, reafirma-se a proposta de que a linguagem imagética pode ser um recurso para transpor as dificuldades da linguagem algébrica e da matemática.

Contudo, cabe externar a necessidade de que essa proposta seja ainda verificada cientificamente, para além de estudos teóricos e observacionais, por meio de pesquisa científica que vai certificar a validade dessa transposição da linguagem algébrica por meio do uso da linguagem imagética.

REFERÊNCIAS

ALVES, F. T. O.; CAVALCANTE, R. B. Ensino de matemática no curso de pedagogia: concepções dos graduandos sobre suas aprendizagens. **Revista Educação Matemática em Foco**, João Pessoa, v. 6, n. 2, p. 79-101, 2017.

ALVES, L. Jogo, imagem e tecnologia: possibilidades de ludicidade. **Nós da Escola**, Rio de Janeiro, v. 3, n. 34, p. 32-33, 2006.

BARTH, R. Quanto vale cada um? A maioria não acerta! *In*: MATEMÁTICA genial. [2017]. Disponível em: <https://tinyurl.com/4yn23vhc>. Acesso em: 13 abr. 2021.

BIANCHINI, G.; GERHARDT, T.; DULLIUS, M. M. Jogos no ensino de matemática: “quais as possíveis contribuições do uso de jogos no processo de ensino e de aprendizagem da matemática?” **Destaques Acadêmicos**, Lajeado, RS, v. 2, n. 4, p. 1-8, 2010.

BICA, M. S. N.; ROEHRS, R. A abordagem dos conceitos de substância, mistura e densidade utilizando os fundamentos das múltiplas representações. **Experiências em Ensino de Ciências**, Campo Grande, v. 10, n. 2, p. 1-13, 2015.

BICA, M. S. N.; CARPES, P. B. M.; ROEHRS, R. A neurociência e as múltiplas representações: possíveis convergências para o ensino de ciências. **#Tear: revista de educação, ciência e tecnologia**, Canoas, v. 7, n. 2, p. 1-18, 2018. Doi: <https://doi.org/jv27>.

BÔAS, M. M. V. **A relação afetiva entre professores e alunos na transição dos anos iniciais para os anos finais do ensino fundamental**. 2014. 89 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

BUENO, W. C. Comunicação científica e divulgação científica: aproximações e rupturas conceituais. **Informação & Informação**, Londrina, v. 15, n. esp. 1, p. 1-12, 2010. Doi: <https://doi.org/gdxrm3>.

CAMARGO, C. A. C. M.; CAMARGO, M. A. F.; SOUZA, V. O. A importância da motivação no processo ensino-aprendizagem. **Revista Thema**, Pelotas, RS, v. 16, n. 3, p. 598-606, 2019. Doi: <https://doi.org/jv28>.

CAMARGO, D. Emoções e sentimentos no processo de aprendizagem: um estudo de caso. **Interação em Psicologia**, Curitiba, v. 6, n. 2, p. 1-9, 2002.

CHASSOT, A. A ciência como instrumento de leitura para explicar as transformações da natureza. **Cadernos IDH: ideias**, São Leopoldo, RS, n. 84, p. 1-30, 2006.

CHASSOT, A. **Educação consCiência**. 11. ed. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2009.

CHAVES, J. A. C.; ALVES, R. R.; FERREIRA FILHO, A. E.; SILVA, M. A. H. As dificuldades de aprendizagem no ensino de matemática e física dos alunos do 2º ano do ensino médio. *In: CONGRESSO INTERNACIONAL DAS LITERATURAS COINTER PDVL*, 3., 2016. **Anais [...]**. Vitória de Santo Antão: IIDV, 2016. p. 1-11. Doi: <https://doi.org/jv26>.

CONCEITO de geometria. *In: CONCEITO.de*. [2012]. Disponível em: <https://conceito.de/geometria>. Acesso em: 5 mar. 2021.

COSTA, A. S.; AZEVEDO, J. M.; RODRIGUES, M. P.; HAUSCHILD, C. A.; DULLIUS, M. M. Investigando as dificuldades apresentadas em álgebra por alunos do oitavo ano do ensino fundamental. **Destaques Acadêmicos**, Lajeado, RS, v. 8, n. 4, p. 159-176, 2016. Doi: <https://doi.org/jv3b>.

DONDIS, D. A. **Sintaxe da linguagem visual**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

FONSECA, V. Importância das emoções na aprendizagem: uma abordagem neuropsicopedagógica. *Revista Psicopedagogia*, São Paulo, v. 33, n. 102, p. 365-384, 2016.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra**. 2008. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

GIRALDELI, M. S. C. **Os diferentes níveis de formação para o ensino de matemática: concepções e práticas de docentes que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2009. 226 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Católica Dom Bosco, Campo Grande, 2009.

GONÇALVES, E. F.; OLIVEIRA, R. A.; NEVES, D. A. B. Análise da informação imagética: uma abordagem sob a perspectiva cognitiva. **Em Questão**, Brasília, v. 22, n. 3, p. 110, 29 set. 2016. Doi: <https://doi.org/jv3c>.

GONZÁLEZ, S. B.; ESCUDERO, C. El modelo atómico y las representaciones de los adolescentes. **Experiências em Ensino de Ciências**, Campo Grande, v. 10, n. 3, p. 40-50, 2015.

IMAGÉTICA. *In: PRIBERAN: dicionário*. [2021]. Disponível em: <https://dicionario.priberam.org/imagética>. Acesso em: 2 mar. 2021.

JOLY, M. **Introdução à análise da imagem**. Lisboa: Edições 70, 2007.

JULIO, R. S.; SILVA, G. H. G. Compreendendo a formação matemática de futuros pedagogos por meio de narrativas. **Bolema: boletim de educação matemática**, Rio Claro, v. 32, n. 62, p. 1012-1029, 2018. Doi: <https://doi.org/h4fq>.

LIMA, R. F. Compreendendo os mecanismos atencionais. **Ciências & Cognição**, Rio de Janeiro, v. 6, n. 1, p. 113-122, 2005.

LINGUAGEM IMAGÉTICA. *In*: DICIONÁRIO inFormal. [2021]. Disponível em: [https://www.dicionarioinformal.com.br/linguagem imagética/](https://www.dicionarioinformal.com.br/linguagem%20imag%C3%A9tica/). Acesso em: 30 mar. 2021.

LUYTEN, S. M. B. Introdução [história em quadrinhos: um recurso de aprendizagem]. **Salto para o futuro**, v. 21, boletim 1, n. 21, p. 5-9, 2011. Disponível em: https://www.noticiasead.com.br/images/stories/pdf_ppt_Doc/181213historiaemquadrinhos.pdf. Acesso em: 4 fev. 2023.

MADEIRA, C. A. G.; CÂMARA, L. T. A.; BESERRA, I. N. S.; TAVARES, R. J. C. Mathmare: um jogo de plataforma envolvendo desafios matemáticos do ensino médio. *In*: MARTINS, E. R. (org.). **Digital games and learning**. Ponta Grossa: Atena, 2019. p. 41-55.

MARTINS, I.; GOUVÊA, G.; PICCININI, C. Aprendendo com imagens. **Ciência e Cultura**, Campinas, v. 57, n. 4, p. 38-40, 2005. Disponível em: <https://tinyurl.com/y26nxeu9>. Acesso em: 4 fev. 2023.

MATIFIC. **Complete até 10**. São Paulo: Associação Nova Escola, 2018. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/6907/complete-ate-10>. Acesso em: 15 abr. 2021.

MELO, D. P.; MELO, V. P. **Uma introdução à semiótica peirceana**. Guarapuava: Unicentro, 2015.

MORTIMER, E. F.; CHAGAS, A. N.; ALVARENGA, V. T. R. Linguagem científica versus linguagem comum nas respostas escritas de vestibulandos. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 3, n. 1, p. 7-19, 1998. Disponível em: <https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/622>. Acesso em: 6 fev. 2023.

OLIVEIRA, T.; FREIRE, A.; CARVALHO, C.; AZEVEDO, M.; FREIRE, S.; BAPTISTA, M. Compreendendo a aprendizagem da linguagem científica na formação de professores de ciências. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 34, p. 19-33, 2009. Doi: <https://doi.org/fngtnh>.

PEREIRA, C. A.; SANDMANN, A. Dificuldades do ensino da álgebra no ensino fundamental: algumas considerações. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**, Medianeira, PR, v. 8, n. 17, p. 1-15, 2017.

RANGEL, Z. A. **O processo de transição da unidocência para a pluridocência em classes de 4a para 5a série do ensino fundamental**: olhando realidades e apontando caminhos. 2011. 89 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

REGO, S. C. R.; GOUVÊA, G. Imagens na disciplina escolar física: possibilidades de leitura. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 18, n. 1, p. 127-142, 2013.

RUPPENTHAL, R. **A habilidade argumentativa e a capacidade de resolver problemas nos anos finais do ensino fundamental**. 2017. 158 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

SANTAELLA, L. **O que é semiótica**. São Paulo: Brasiliense, 2017.

SANTOS, A. S. **Imaginação**: reflexões sobre a possibilidade. 2011. 117 f. Dissertação (Mestrado em Cognição e Linguagem) – Centro de Ciências do Homem, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2011.

SCOPARO, T. R. M. T. Texto verbal e imagético: uma proposta semiótica de ensino. **Revista (Con)Textos Linguísticos**, Vitória, ES, v. 12, n. 23, p. 129-151, 2018.

SEABRA, R. P. **Sobre a linguagem dos professores nas aulas de matemática**: práticas de uma professora do sexto ano de uma escola pública. 2017. 144 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

SILVA, A. M. T. B.; METTRAU, M. B.; BARRETO, M. S. L. O lúdico no processo de ensino-aprendizagem das ciências. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 88, n. 220, p. 445-458, 2007.

SILVA, L. M. Ludicidade e matemática: um novo olhar para aprendizagem. **Psicologia & Saberes**, Maceió, v. 4, n. 5, p. 10-22, 2015.

VERGUEIRO, W. Uso das HQs no ensino. *In*: RAMA, A.; VERGUEIRO, W. (org.). **Como usar as histórias em quadrinhos em sala de aula**. São Paulo: Contexto, 2016. p. 7-30.

XAVIER, C. F.; SANTOS, G. L.; ALLAIN, L. R.; FELIZARDO JÚNIOR, L. C.; STEFFENS, M. H. **Leitura e produção de textos imagéticos**: uma experiência formativa com jovens e adultos em assentamento do MST. *Educação Popular*, Uberlândia, v. 10, n. 0, p. 166-179, 2011. Doi: <https://doi.org/jv3d>.

2.2 Linguagem Imagética na Matemática: uma Revisão Sistemática de Literatura com Foco em Sistema de Equações³

A Revisão Sistemática da Literatura, segundo artigo da tese, contempla o segundo objetivo específico. Foi publicado pela revista *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, em seu volume 17, número 1, de 2024 (figura 2.2.1). A revista possui avaliação no Qualis (CAPES) A3 na área de ensino (2017-2020) e foi um artigo que avaliou as produções científicas na temática, que mesmo não encontrando obras que respondessem à questão de pesquisa da revisão, foi relevante e motivacional por indicar um caráter precursor para a tese sobre a temática.

Cabe uma ressalva em relação ao título e objetivo da pesquisa, que são descritos no princípio do capítulo “Desenvolvimento” deste artigo. Na versão final da tese, eles sofreram pequenas alterações na escrita, por isso a diferença no texto. Contudo, entende-se que tais alterações não impactam significativamente nos resultados e inferências apresentados neste trabalho.

³ <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2024v17n1p117-126>.

Figura 2.2.1 – Imagem da capa do artigo Linguagem Imagética na Matemática: uma Revisão Sistemática de Literatura com Foco em Sistema de Equações.

DOI: <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2024v17n1p117-126>

Linguagem Imagética na Matemática: uma Revisão Sistemática de Literatura com Foco em Sistema de Equações

Imagery Language in Mathematics: a Systematic Literature Review focusing on System of Equations

Luciano de Oliveira^a; Rafael Roehrs^{a*}

^aUniversidade Federal do Pampa - Campus Uruguiana. RS, Brasil.

*E-mail: rafaelroehrs@unipampa.edu.br

Resumo

Uma das dificuldades encontradas no ensino e na aprendizagem da matemática diz respeito à linguagem matemática. Mais especificamente, se percebe isso no conteúdo de Sistema de Equações, no que se refere à linguagem algébrica. Por isso, é importante o desenvolvimento de pesquisas que busquem, avaliem e apontem outras formas de representação e linguagens para minimizar o problema. Nesse sentido, a partir da questão norteadora "como artigos científicos, teses e dissertações abordam a linguagem imagética e/ou uso de enigmas matemáticos para o ensino e aprendizagem de sistema de equações matemáticas?", o objetivo deste trabalho é, por meio de uma Revisão Sistemática de Literatura, identificar como e se estão relacionados os temas linguagens matemática, algébrica e imagética, com enigmas matemáticos, no ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações matemáticas. Para essa revisão foram realizadas buscas nas bases de dados SCOPUS e Periódicos CAPES, para artigos científicos, e BTD CAPES, BDTD e BASE, para teses e dissertações. O período escolhido foi os últimos 10 anos (2012 – 2022), com descritores organizados a partir de algumas combinações das palavras matemática, linguagem, algébrica, imagética, equações e enigma, associadas ao operador booleano AND(e). Como resultados, foram obtidos 29 trabalhos que relacionam percepções e concepções dos autores sobre as linguagens imagética e algébrica e ensino e aprendizagem da matemática, as quais são sintetizadas com a escrita de uma metassíntese. Entretanto, mesmo existindo trabalhos desenvolvendo as temáticas e de alguma forma as associando, não foi encontrada relação direta entre a linguagem imagética e o estudo de equações.

Palavras-chave: Múltiplas Representações. Semiótica. Ensino e Aprendizagem. Enigmas Matemáticos.

Abstract

One of the difficulties encountered in teaching and learning mathematics concerns the mathematical language. Specifically, this can be seen in the content of the System of Equations, with regard to the algebraic language. Therefore, it is important to develop research that seeks, evaluates and points other forms of representation and language which can minimize the problem. In this sense, based on the guiding question "how do scientific articles, theses and dissertations address imagery language and/or the use of mathematical riddles for teaching and learning systems of mathematical equations?", the objective of this paper is, through a Systematic Literature Review, identify how and if the themes of mathematical, algebraic and imagery languages are related, with mathematical enigmas, in the teaching and learning of equations and systems of mathematical equations. For this review, searches were made in SCOPUS and Periódicos CAPES databases, for scientific articles, and BTD CAPES, BDTD and BASE, for theses and dissertations. The period chosen was the last 10 years (2012 - 2022), with descriptors that were organized from some combinations of the words mathematics, language, algebraic, imagery, equations and riddles, associated with the Boolean operator AND. As results, 29 works were obtained that relate the authors' perceptions and conceptions about the imagery and algebraic languages and teaching and learning of mathematics, which are synthesized with the writing of a meta-synthesis. However, even though there are works that develop the themes and somehow associate them, no direct relationship was found between the imagery language and the study of equations.

Keywords: Multiple Representations. Semiotics. Teaching and Learning. Math Riddles.

1 Introdução

Mesmo a matemática sendo considerada como "uma ferramenta essencial em várias áreas do conhecimento" (Pacheco & Andreis, 2018, p. 106), ela "ocupa o posto de disciplina mais difícil entre muitos estudantes, o que contribui para dificultar sua assimilação pelos mesmos" (Goulart, Pucci, Godoy & Bastos, 2018, p. 2).

Uma das dificuldades se relaciona com a linguagem matemática e seu complexo sistema signico, levando-a a ser comparada com uma língua estrangeira, que precisa ser

traduzida (Silveira, 2014). Uma das áreas em que isso é percebido é na álgebra, assim como na sua linguagem. Muitos alunos apresentam dificuldades em compreender as letras, incógnitas e variáveis, como representações de números, inclusive quando se deparam com problemas envolvendo equações (Susac, Bubic, Vrbanc & Planinic, 2014).

A partir da identificação dessa situação, é importante que sejam estimulados trabalhos entre os pesquisadores das áreas da matemática, do ensino e da educação matemática, e demais professores do ensino de ciências, uma vez que também são atingidos por essa problemática, no intuito de buscar alternativas

Linguagem Imagética na Matemática: uma Revisão Sistemática de Literatura com Foco em Sistema de Equações

Imagery Language in Mathematics: a Systematic Literature Review focusing on System of Equations

Luciano de Oliveira⁴

Rafael Roehrs⁵

Resumo: Uma das dificuldades encontradas no ensino e na aprendizagem da matemática diz respeito à linguagem matemática. Mais especificamente, se percebe isso no conteúdo de Sistema de Equações, no que se refere à linguagem algébrica. Por isso, é importante o desenvolvimento de pesquisas que busquem, avaliem e apontem outras formas de representação e linguagens para minimizar o problema. Nesse sentido, a partir da questão norteadora “como artigos científicos, teses e dissertações abordam a linguagem imagética e/ou uso de enigmas matemáticos para o ensino e aprendizagem de sistema de equações matemáticas?”, o objetivo deste trabalho é, por meio de uma Revisão Sistemática de Literatura, identificar como e se estão relacionados os temas linguagens matemática, algébrica e imagética, com enigmas matemáticos, no ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações matemáticas. Para essa revisão foram realizadas buscas nas bases de dados SCOPUS e Periódicos CAPES, para artigos científicos, e BTD CAPES, BDTD e BASE, para teses e dissertações. O período escolhido foi os últimos 10 anos (2012 – 2022), com descritores organizados a partir de algumas combinações das palavras matemática, linguagem, algébrica, imagética, equações e enigma, associadas ao operador booleano AND(e). Como resultados, foram obtidos 29 trabalhos que relacionam percepções e concepções dos autores sobre as linguagens imagética e algébrica e ensino e aprendizagem da matemática, as quais são sintetizadas com a escrita de uma metassíntese. Entretanto, mesmo existindo trabalhos desenvolvendo as temáticas e de alguma forma as associando, não foi encontrada relação direta entre a linguagem imagética e o estudo de equações.

Palavras-chave: Múltiplas representações; semiótica; ensino e aprendizagem; enigmas matemáticos.

Abstract: One of the difficulties encountered in teaching and learning mathematics concerns the mathematical language. Specifically, this can be seen in the content of the System of Equations, with regard to the algebraic language. Therefore, it is important to develop research that seeks, evaluates and points other forms of representation and language which can minimize the problem. In this sense, based on the guiding question “how do scientific articles, theses and dissertations address imagery language and/or the use of mathematical riddles for teaching and learning systems of mathematical equations?”, the objective of this paper is, through a Systematic Literature Review, identify how and if the themes of mathematical, algebraic and imagery languages are related, with mathematical enigmas, in the teaching and learning of equations and systems of mathematical equations. For this review, searches were made in SCOPUS and Periódicos CAPES databases, for scientific articles, and BTD CAPES, BDTD and BASE, for theses and dissertations.

⁴ Universidade Federal do Pampa - Campus Uruguai, doutorando PPgECi.

⁵ Universidade Federal do Pampa - Campus Bagé, doutor em química.

The period chosen was the last 10 years (2012 - 2022), with descriptors that were organized from some combinations of the words mathematics, language, algebraic, imagery, equations and riddles, associated with the Boolean operator AND. As results, 29 works were obtained that relate the authors' perceptions and conceptions about the imagery and algebraic languages and teaching and learning of mathematics, which are synthesized with the writing of a meta-synthesis. However, even though there are works that develop the themes and somehow associate them, no direct relationship was found between the imagery language and the study of equations.

Keywords: Multiple representations; semiotics; teaching and learning; math riddles.

INTRODUÇÃO

Mesmo a matemática sendo considerada como “uma ferramenta essencial em várias áreas do conhecimento” (Pacheco; Andreis, 2018, p. 106), ela “ocupa o posto de disciplina mais difícil entre muitos estudantes, o que contribui para dificultar sua assimilação pelos mesmos” (Goulart *et al.*, 2018, p. 2).

Uma das dificuldades se relaciona com a linguagem matemática e seu complexo sistema sóico, levando-a a ser comparada com uma língua estrangeira, que precisa ser traduzida (Silveira, 2014). Uma das áreas em que isso é percebido é na álgebra, assim como na sua linguagem. Muitos alunos apresentam dificuldades em compreender as letras, incógnitas e variáveis, como representações de números, inclusive quando se deparam com problemas envolvendo equações (Susac *et al.*, 2014).

A partir da identificação dessa situação, é importante que sejam estimulados trabalhos entre os pesquisadores das áreas da matemática, do ensino e da educação matemática, e demais professores do ensino de ciências, uma vez que também são atingidos por essa problemática, no intuito de buscar alternativas que possam auxiliar na transposição das dificuldades com a linguagem algébrica.

Uma possibilidade para a superação dessa questão é o uso de múltiplas representações, por meio da linguagem imagética, que pode ser conceituada como a comunicação por meio de imagens (Rego; Gouvêa, 2013). Nesse contexto, as imagens podem ser vistas como base para compreensão de conhecimentos complexos (Cappello; Lafferty, 2015).

É possível verificar que enigmas matemáticos, que neste trabalho são entendidos como enigmas na forma de equações simbólicas, para serem resolvidos de forma a se encontrar o valor da interrogação (González, 2021), podem ser um recurso para o uso da linguagem imagética no sentido de se criar uma relação direta entre as incógnitas (letras), das equações, e as imagens, no enigma, tudo isso para uma melhor compreensão das equações e do Sistema de Equações.

A partir disso, para se ter um panorama da forma que as linguagens imagética e algébrica se articulam com o ensino e aprendizagem de sistema de equações, e se existem trabalhos com essa abordagem e que relacionem equações e enigmas matemáticos, é importante que se tenha, de uma forma sistemática, uma revisão junto às bases de dados bibliográficos.

Sendo assim, neste trabalho apresenta-se uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL), que segundo Galvão e Pereira (2014, p. 183), é “um tipo de investigação focada em questão bem definida, que visa identificar, selecionar, avaliar e sintetizar as evidências relevantes disponíveis”, que vem ao encontro do objetivo

desta busca de identificar como e se estão relacionados os temas linguagens matemática, algébrica e imagética, com enigmas matemáticos, no ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações matemáticas.

DESENVOLVIMENTO

Metodologicamente, para a elaboração da revisão foram seguidas as etapas de delimitação da questão, seleção das bases de dados bibliográficos, limitação para busca avançada, seleção de textos e sistematização de informações encontradas, conforme Galvão e Ricarte (2019), que são descritas nas seções que seguem.

Cabe ressaltar que essa RSL foi desenvolvida como parte de uma pesquisa de doutorado, intitulada *Linguagem Imagética na Contextualização, Ensino e Aprendizagem de Sistema de Equações*, que se propõe investigar como a linguagem imagética e os enigmas matemáticos podem contribuir para aprimorar a contextualização, melhorar entendimento da linguagem algébrica e facilitar o ensino e a aprendizagem de equações e sistemas de equações.

Delimitação da questão, seleção das bases de dados bibliográficos e limitação para busca avançada

Inicialmente, para orientar o desenvolvimento da RSL, foi escolhida como questão norteadora a pergunta: como artigos científicos, teses e dissertações abordam a linguagem imagética e/ou uso de enigmas matemáticos para o ensino e aprendizagem de sistema de equações matemáticas?

Em relação à definição das bases de dados, inicialmente foi realizada uma consulta na ferramenta de busca do *Google*, usando-se os termos bases de dados para pesquisas científicas, que remeteu alguns resultados, como vídeos e páginas com as bases de dados mais usadas. Dentre esses resultados, as páginas *ufjf NOTÍCIAS*, ligada à Universidade Federal de Juiz de fora, e à Biblioteca de Direito da UFMG, da Universidade Federal de Minas Gerais, indicaram algumas dessas bases.

A busca foi realizada nos meses de março e abril de 2022, e separada em dois momentos. O primeiro foi destinado a artigos de periódicos e, inicialmente, pensou-se nas bases de dados mais conhecidas que envolvem pesquisa nas ciências e na matemática, como Scielo, Elsevier, Mendeley, Springer, ERIC, DOAJ, AirXiv, CiteSeerX, Scopus, Periódicos CAPES, entre outras. Contudo, foi percebido que as bases Scopus e Periódicos CAES englobam quase todas as demais bases, optando-se pela escolha dessas duas bases⁶.

Em um segundo momento, a busca concentrou-se em trabalhos de teses e dissertações, em que se optou por três bases, sendo duas delas, Catálogo (ou Banco) de Teses e Dissertações da CAPES (BTD CAPES) e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), voltadas para acervo brasileiro, e uma base acessível de trabalhos internacionais, a *Bielefeld Academic Search Engine* (BASE).

Para a efetivação da busca nas bases de dados escolhidas foram pré-selecionadas algumas palavras com potencial retorno positivo esperado: matemática, linguagem, algébrica; imagética, equações e enigma. Na etapa de limitação para a busca avançada, realizou-se a busca em todas as partes do texto, com o uso do filtro ano de publicação, sendo trabalhos dos últimos 10 anos (2012 – 2022). Tendo em

⁶ a maioria dos bancos de dados citados e escolhidos foram identificados a partir da relação contida em BASES DE DADOS DE PUBLICAÇÕES CIENTÍFICAS. Disponível em: <https://biblio.direito.ufmg.br/wp-content/uploads/2020/07/Bases-de-dados-links.pdf>.

vista a possibilidade de os termos na língua portuguesa (LP) não serem traduzidos para outras línguas, e a língua inglesa (LI) ser universal, optou-se por fazer todas as buscas de termos nas duas línguas. Para a ligação dos termos, utilizou-se o operador booleano *AND* (e), que remeteria as respostas que apresentassem ambas as palavras, estando desta forma mais relacionadas com o objetivo da busca.

Embora a pesquisa seja voltada para área do ensino e aprendizagem da matemática, não se restringiu a pesquisa nesse sentido, considerando a possibilidade de analisar artigos fora da área da educação e educação matemática, em que poderiam ser encontradas leituras que serviriam de referência para as discussões e considerações dessa revisão.

Seleção de textos

Para a etapa da seleção de textos, foram realizadas buscas a fim de chegar em um número absoluto de resultados que variasse entre 20 e 30 artigos, conforme (Dendasck, 2020). Para esses textos, foi realizada a leitura do resumo e também uma leitura dinâmica do texto, buscando identificar se o sentido dado a abordagem dos temas estaria alinhado com o interesse da pesquisa.

- Buscas realizadas

Inicialmente, nas buscas realizadas em relação aos artigos de periódicos, utilizou-se as palavras **linguagem** e **matemática**, com o objetivo de identificar a relevância do estudo de linguagem dentro da área da matemática. Na sequência, como a linguagem algébrica é parte das linguagens presentes na matemática e em outras áreas do conhecimento e está diretamente ligada às equações matemáticas, usou-se as palavras **linguagem** e **algébrica**, com a finalidade de identificar se a linguagem algébrica estaria sendo estudada dentro de contextos variados. Como resultados, obteve-se os dados conforme Quadro 2.2.1:

Quadro 2.2.1 – Resultados de artigos com termos linguagem, matemática e algébrica.

nº busca	palavras-chave usadas na busca	base de dados	nº artigos em LP	nº artigos em LI
1ª	linguagem AND matemática (<i>math AND language</i>)	Scopus	297	51909
		Periódicos CAPES	3996	80712
2ª	linguagem AND algébrica (<i>algebraic AND language</i>)	Scopus	5	15161
		Periódicos CAPES	338	20296

Fonte: Autoria própria.

Buscando uma melhor aproximação com a problemática da revisão, optou-se pela busca usando as palavras **linguagem**, **imagética** e **matemática**, no intuito de identificar se essa linguagem, em específico, foi estudada dentro da grande área da matemática. Em seguida, agregou-se o termo **equações**, uma vez que a busca tem maior interesse no estudo de sistemas de equações. Os resultados dessas duas buscas são apresentados no Quadro 2.2.2:

Quadro 2.2.2 – Resultados de artigos com termos linguagem, imagética, equações e matemática.

nº busca	palavras-chave usadas na busca	base de dados	nº artigos em LP	nº artigos em LI
3ª	linguagem AND imagética AND matemática (<i>imagery AND language AND math</i>)	Scopus	0	1123
		Periódicos CAPES	154	7782
4ª	linguagem AND imagética AND equações AND matemática (<i>imagery AND language AND equation AND math</i>)	Scopus	0	175
		Periódicos CAPES	15	2805

Fonte: Autoria própria.

Em relação ao número de retornos em LP, observou-se o valor nulo para a base Scopus, que pode indicar que a linha linguagem imagética, matemática e equações não foi abordada neste idioma. Com isso, reduziu-se os termos da busca apenas para **linguagem e imagética**, o que apresentou o retorno de 9 artigos. Todavia, nenhum deles abordava a matemática ou um aprofundamento em relação à própria linguagem imagética e educação.

Ainda na 3ª busca, para filtrar um pouco mais os resultados, foram agregadas as palavras **ensino e aprendizagem**. Com isso o resultado de 154 reduziu-se para 70. Pelo potencial de encontrar-se artigos que abordassem a linguagem imagética, foi feita a análise nos resumos e texto. Com isso, identificou-se 7 artigos que abordam a linguagem imagética nas linhas de semiótica, letramento e múltiplas representações.

Na 4ª busca, na base dos Periódicos CAPES, foi identificado que 2 artigos dos 15 abordavam a temática do trabalho, abordando a semiótica e a linguagem imagética, mas não no sentido de equações matemáticas, embora esses termos apareçam nos textos.

Como os resultados em LI foram bem expressivos, foi inserido na busca as palavras **teaching e learning**, e selecionado os artigos com o filtro de educação e educação matemática, que retornaram valores menores, como segue no Quadro 2.2.3:

Quadro 2.2.3 – Resultados de artigos com termos *imagery, language, math e equation*, inserindo os termos *teaching e learning*.

nº busca	palavras-chave usadas na busca	base de dados	nº artigos em LI
3ª	(imagery AND language AND math AND teaching AND learning)	Scopus	370
		Periódicos CAPES	1442
4ª	(imagery AND language AND equation AND math AND teaching AND learning)	Scopus	80
		Periódicos CAPES	336

Fonte: Autoria própria.

A partir desses resultados, olhando-se para as palavras nos títulos, resumos e alguns textos, buscando afirmações que se voltasse mais para a linguagem imagética, semiótica e múltiplas representações, encontrou-se nessas duas buscas, nas duas

bases, um total de 7 artigos que têm potencial para auxiliar nas inferências a serem realizadas.

Outra forma de buscar os artigos e relacioná-los com um dos focos da pesquisa foi adicionar à busca a palavra **enigma** (*riddle*). Cabe ressaltar que, no termo em LI, também foi utilizada a palavra *puzzle*, que remeteu respostas não relacionadas às equações. Com isso, obteve-se o seguinte resultado, no Quadro 2.2.4:

Quadro 2.2.4 – Resultados de artigos com termos linguagem, imagética, equações, enigma e matemática.

nº busca	palavras-chave usadas na busca	base de dados	nº artigos em LP	nº artigos em LI
5ª	linguagem AND imagética AND equações AND enigma AND matemática (<i>imagery AND language AND equation AND riddle AND math</i>)	Scopus	0	1
		Periódicos CAPES	3	15

Fonte: Autoria própria.

Os 3 artigos desta 5ª busca, dos termos em LP no Periódicos CAPES, já estavam contidos na 4ª busca, sendo que destes, nenhum têm ligação com estudo de linguagem imagética; e dos 16 em LI, nas duas bases, apenas 1, da base Periódicos CAPES, apresenta ligação com a pesquisa, abordando uma discussão sobre a linguagem algébrica no estudo de equações.

Como o resultado anterior não foi muito expressivo, realizou-se a 6ª busca, com os termos: **linguagem**, **enigma** e **matemática**. Com o intuito de reduzir os valores absolutos, inseriu-se os termos **ensino** e **aprendizagem** (7ª busca). Os resultados são os expressos no Quadro 2.2.5:

Quadro 2.2.5 – Resultados de artigos com termos linguagem, enigma e matemática.

nº busca	palavras-chave usadas na busca	base de dados	nº artigos em LP	nº artigos em LI
6ª	linguagem AND enigma AND matemática (<i>riddle AND language AND math</i>)	Scopus	2	210
		Periódicos CAPES	138	546
7ª	linguagem AND enigma AND matemática AND ensino AND aprendizagem (<i>riddle AND language AND math AND teaching AND learning</i>)	Scopus	2	64
		Periódicos CAPES	31	186

Fonte: Autoria própria.

Na base Scopus, os 2 retornos não têm efetiva contribuição com o estudo, e na base Periódicos CAPES, do quantitativo de 31 artigos, após a leitura dinâmica, identificou-se 3 artigos com relevância.

Nos termos em LI, pelo número elevado de resultados (64 e 186, nas bases), foram utilizados os filtros que remetessem à educação e à educação matemática. Com isso e com a leitura dinâmica, se obteve o retorno de 1 artigo com potencial.

Totalizaram, após estas 7 buscas, 24 artigos que de alguma maneira têm relação com a pesquisa e com a questão inicial da RSL, sendo 15 resultados da procura em LP e 9 da busca em LI.

Em relação ao exame realizado sobre teses e dissertações, de uma forma mais abrangente, foram obtidos os seguintes resultados, conforme o Quadro 2.2.6:

Quadro 2.2.6 – Resultados de teses e dissertações com termos linguagem, matemática e algébrica.

nº busca	palavras-chave usadas na busca	base de dados	nº trabalhos em LP	nº trabalhos em LI
8ª	linguagem AND matemática (<i>math AND language</i>)	BTD CAPES	1714	6
		BDTD	1073	172
		BASE	829	1229
9ª	linguagem AND algébrica (<i>algebraic AND language</i>)	BTD CAPES	100	17
		BDTD	179	146
		BASE	67	855

Fonte: Autoria própria.

Refinando a pesquisa, com os termos **linguagem**, **imagética**, **equações** e **matemática**, foram encontrados números menores, conforme Quadro 2.2.7:

Quadro 2.2.7 – Resultados de teses e dissertações com termos linguagem, imagética, equações e matemática.

nº busca	palavras-chave usadas na busca	base de dados	nº trabalhos em LP	nº trabalhos em LI
10ª	linguagem AND imagética AND matemática (<i>imagery AND language AND math</i>)	BTD CAPES	2	0
		BDTD	4	3
		BASE	0	6
11ª	linguagem AND imagética AND equações AND matemática (<i>imagery AND language AND equation AND math</i>)	BTD CAPES	0	0
		BDTD	0	0
		BASE	0	0

Fonte: Autoria própria.

No total, destes 15 trabalhos na 10ª busca, não foi possível relacionar nenhuma tese e apenas 5 dissertações possuem certa conformidade com o objetivo da pesquisa, com abordagem envolvendo as linguagens, principalmente a imagética. Não se obteve resultados que remetessem às questões mais específicas da álgebra e/ou sua linguagem.

- Resultados das buscas

A partir das 11 buscas realizadas nos 5 bancos de dados e dos resultados apontados nos Quadros de 2.2.1 a 2.2.7, foi possível enumerar 29 trabalhos potenciais, sendo destes 24 artigos de periódicos e 5 dissertações. Esses artigos e dissertações são listados conforme Quadros 2.2.8 e 2.2.9, respectivamente, apresentando-os organizados por número de busca (língua), ano, primeiro autor, título e objetivo geral do trabalho.

Quadro 2.2.8 – Relação de artigos de periódicos destacados entre a 2ª e 7ª buscas.

Busca (língua)	Ano	Autor	Título	Objetivo geral
2ª (LP)	2018	CAMPOS, Dilhermando Ferreira	Inadequação do Uso da Linguagem Algébrica Moderna na Tradução de Enunciados dos Elementos de Euclides	Discutir como a linguagem algébrica moderna pode ocultar e gerar interpretações equivocadas em relação à Matemática clássica.
	2020	FLORES, Jeronimo Becker	Convergências e Complementaridades entre as Teorias dos Três Mundos da Matemática e a da Sociointeratividade	Reflexão teórica sobre as Teorias dos Três Mundos da Matemática e Sociointeratividade com vista a melhoria da aprendizagem de Matemática.
	2021	MORETTI, Vanessa Dias	Generalização Teórica e o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: contribuições para a formação de professores dos Anos Iniciais	Discutir aspectos teóricos do desenvolvimento do pensamento algébrico, com foco na formação continuada de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais.
3ª (LP)	2013	REGO, Sheila Cristina R.	Imagens na disciplina escolar física: possibilidades de leitura	Problematizar a leitura de imagens impressas em sua relação com o texto escrito, na apresentação do conhecimento em Física, por estudantes do ensino universitário.
	2015	BEZERRA, A.G. S.	O letramento visual como experiência estesiológica	Discutir o letramento visual como experiência estesiológica, considerando as imagens como artefatos da cultura visual e a mediação da leitura da visualidade como estesia do corpo.
	2017	BAIRRAL, Marcelo Almeida	As Manipulações em Tela Composto a Dimensão Corporificada da Cognição Matemática	Mostrar como a cognição, a linguagem e a neurociência podem orientar pesquisas com dispositivos com toques em tela.

3 ^a (LI)	2019	QUADROS, Ana Luiza de	Rotas de transição modal e o ensino de representações envolvidas no modelo cinético molecular	Investigar aulas sobre o modelo cinético molecular, com base em estudos envolvendo múltiplas representações e representações multimodais.
	2021	SILVA, Matheus de Castro e	Integrando arte e ciência na formação de professores de química: uma análise semiótica peirceana	Investigar as formas que licenciandos em Química abordam conceitos, entidades, modelos e fenômenos científicos a partir de desenhos, com base na semiótica de Peirce.
		CARVALHO, Márcio Palácios de	Mídias digitais e produção audiovisual na disciplina de Espanhol como língua estrangeira: uma experiência no ensino médio integrado ao técnico	Analisar as possibilidades de explorar diversas modalidades da linguagem oral, escrita, verbal, não verbal, imagética no ensino do espanhol como língua estrangeira, por meio de mídias digitais em produções audiovisuais.
		BICA, Mário Sérgio Nunes	Discutindo avaliação para estudantes do ensino fundamental no ensino de ciências: uma estratégia didático-avaliativa baseada em múltiplas representações e neurociência	Discutir a avaliação no ensino básico, apresentando uma forma de união e inter-relação entre o processo de ensino e aprendizagem e os instrumentos de avaliação, por meio de uma Estratégia Didático-Avaliativa.
	2015	CAPPELLO, Marva	Os papéis da fotografia para desenvolver a alfabetização através das disciplinas	Explorar o papel da fotografia na ciência e alfabetização disciplinar, detectando-a como um caminho adicional para o desenvolvimento da alfabetização por meio das multimodalidades.
	2016	KIBAR, Pınar Nuhoglu	Estilos Cognitivos Visuais de Estudantes Universitários em Relação a Cursos e Anos	Examinar os estilos cognitivos visuais de estudantes universitários de acordo com seu assunto de estudo, ano de estudo e gêneros.
	2018	ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de	Abordagens Semióticas em Educação Matemática	Examinar produções publicadas no BOLEMA que tematizam a semiótica no

				âmbito das pesquisas da área de Educação Matemática.
	2020	YEO, Jennifer	A eficácia de uma abordagem imagem-para-escrita para aprender conceitos científicos abstratos: temperatura e calor	Envolver alunos do ensino fundamental na construção de imagens para representar suas ideias sobre fenômenos e traduzir essas imagens em texto usando terminologias científicas por meio de uma abordagem imagem- para-escrita.
	2020	DYRVOLD, Anneli	Relações entre recursos semióticos em tarefas matemáticas: uma fonte de dificuldades	Aprimorar conhecimento de como as relações de sentido, na forma de “laços coesivos” entre e dentro de diferentes recursos semióticos, estão relacionadas à quão difícil é ler e resolver tarefas matemáticas.
	2021	MARITA, Samantha	Usando estratégias visuais simultaneamente para apoiar os alunos com dificuldades de aprendizagem em matemática	Apresentar como estratégias visuais podem ser usadas simultaneamente para aumentar o acesso e o sucesso com desafios matemáticos no nível secundário para alunos com deficiências de aprendizagem.
4 ^a (LP)	2018	BERTOLIN, Fabiana Neves	Relações com o saber na educação especial: um estudo em ciências	Analisar as relações com o saber estabelecidas por estudantes que apresentam deficiência intelectual por meio de uma sequência didática com tema Água e que contemplou múltiplas linguagens.
	2019	LIMA, Luís Gomes de	A teoria dos registros de representação semiótica: contribuições para o ensino e aprendizagem da física	Apresentar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval, suas contribuições teórico-metodológicas, a fim de possibilitar caminhos possíveis para o ensino da física e melhorar sua aprendizagem.
4 ^a (LI)	2014	SUSAC, Ana	Desenvolvimento do raciocínio matemático	Investigar a trajetória de desenvolvimento da habilidade dos alunos de

			abstrato: o caso da álgebra	resolver equações algébricas simples.
5 ^a (LI)	2020	LAMPEN, Erna	Tornando-se matemático: projetando um currículo para um clube de matemática	Apresentar e analisar um projeto de currículo para clubes de matemática, a partir de experiência com um clube por mais de três anos.
7 ^a (LP)	2014	SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da	Tradução de textos matemáticos para a linguagem natural em situações de ensino e aprendizagem	Analisar os problemas de tradução de textos matemáticos para linguagem natural em situações de ensino e aprendizagem com base em estudos matemáticos e filosóficos.
	2016	SANT'ANNA, Cristiane Marcelino	Imagens e narrativas na pesquisa com ambientes virtuais de aprendizagem: caminhos e descaminhos de uma busca por metodologias de pesquisa nos/dos/com os cotidianos	Investigar o papel das imagens, problematizando sua relação com o homem desde a sua produção, passando pelo seu uso como signo, seja para comunicar, revelar ou esconder algo.
	2019	MONTOITO, Rafael	Entrelugares: pequeno inventário inventado sobre matemática e literatura	Propor uma categorização dos diferentes modos (entrelugares) de como a Matemática se reúne com a Literatura.
7 ^a (LI)	2018	BATCHELOR, Katherine	“Minha história ganhou vida!” Como a multimodalidade pode inspirar a revisão na escrita	Examinar uma abordagem para a revisão do ensino, com destaque para a multimodalidade, mostrando que a revisão pode servir a todos os alunos, especialmente os alunos superdotados, para visualizar a sua escrita.

Fonte: Autoria própria.

Quadro 2.2.9 – Relação de dissertações destacadas na 10^a busca.

Busca (língua)	Ano	Autor	Título	Objetivo geral
10 ^a	2013	SANTOS, Dionei Ruã dos	Limites e potencialidades do uso de tirinhas na	Compreender a potencialidade e os limites do uso das Tirinhas como

			significação de conceitos de física no ensino médio	recurso didático em sala de aula, quanto a características e relações no desenvolvimento do ensino escolar.
	2016	SANTOS, Patrícia Nogueira	As leituras verbais e imagéticas que podemos fazer de nosso entorno	Apresentar, discutir e analisar o uso de linguagens diversas pelos alunos e como a união destas linguagens nos leva a uma compreensão mais clara das informações apresentadas para estudo.
	2017	MODA, Simone Cavalcante	O ensino da ciência e a experiência visual do surdo: o uso da linguagem imagética no processo de aprendizagem de conceitos científicos	Desvelar se e como o surdo constrói conceitos científicos a partir do ensino das ciências por meio da linguagem imagética no terceiro ano do Ensino Fundamental I.
	2019	MARINHO, Juliana Benassi	Apropriação de conceitos referentes à polinização a partir de representações imagéticas de estudantes do ensino médio	Investigar a apropriação de conceitos referentes à polinização por meio das representações encontradas nos desenhos de estudantes do ensino médio em situações de aprendizagem.
		SILVA, Alice Cristiane Souza Ferreira da	A leitura de tirinhas em sala de aula nos 7 ^{os} anos do ensino fundamental: uma abordagem pelos aspectos enquadramento, planos e ângulos de visão e sequencialidade	Conceber uma intervenção de caráter didático-pedagógico que promovesse a ampliação de repertório dos alunos no gênero tirinhas com foco nos seguintes elementos desse gênero: enquadramento, planos e ângulos de visão e sequencialidade.

Fonte: Autoria própria.

Sistematização das informações encontradas

Na última etapa, os 29 trabalhos listados foram analisados e sintetizados por meio da elaboração de uma metassíntese, que pode ser entendida como uma síntese interpretativa que agrega resultados ou achados qualitativos (Alencar; Almouloud, 2017; Lopes; Fracoli, 2008), buscando “preservar a integridade de cada estudo, porém favorecendo generalizações” (Ricardi; Shimizu; Santos, 2020, p. 3).

Inicialmente, enumerou-se 7 temas de interesse e os quantitativos de trabalhos que abordam esses temas, descritos no Quadro 2.2.10:

Quadro 2.2.10 – Temas de interesse da RSL.

Temas de interesse	nº de trabalhos
Linguagem na compreensão de mundo e na escola.	6
Linguagem matemática e dificuldades.	4
Múltiplas linguagens e matemática.	1
Álgebra e linguagem algébrica, simbologias e dificuldades.	3
Uso de imagens, linguagem imagética e seu potencial representacional.	12
Semiótica, múltiplas representações e matemática.	8
Múltiplas representações, ensino e aprendizagem, e matemática.	9

Fonte: Autoria própria.

Para a apresentação das interpretações e relações entre esses temas elencados, procurando desenvolver a generalização dos achados qualitativos, foi realizada a sintetização dessas temáticas por meio da escrita da seção que segue.

- Linguagens matemática e imagética, semiótica e múltiplas representações

A linguagem, cujo uso é inerente ao humano, pode ser resumida como um sistema sógnico para entender a realidade e o mundo (Santos, 2016). É um processo da mente (Bairral, 2017) e fundamental para a comunicação entre as pessoas, que necessitam de habilidade de linguagem para as trocas simbólicas (Flores; Lima; Müller, 2020; Moda, 2017; Moretti; Virgens; Romeiro, 2021).

Se tratando da escola, a relação dos alunos com os símbolos não se dá por apenas uma linguagem, mas por todas disponíveis (Bertolin; Oliveira, 2018). Essas diversas linguagens, articuladas ao ensino, permitem um entendimento maior e contextualizado dos conhecimentos escolares (Bertolin; Oliveira, 2018; Santos, 2016).

A matemática, com sua dimensão simbólica (Flores; Lima; Müller, 2020), também possui a sua linguagem própria (Flores; Lima; Müller, 2020; Montoito, 2019). É comum identificar a matemática como uma área de conhecimento difícil, pois para grande parte dos alunos a linguagem matemática é considerada como uma língua estrangeira, precisando ser traduzida para a sua compreensão (Silveira, 2014). Essa necessidade de apoio, em parte, está ligada à falta de capacidade de leitura e compreensão de seus signos (Flores; Lima; Müller, 2020; Montoito, 2019). Entretanto, se entende que a notação matemática é essencial para o desenvolvimento da disciplina (Dyrvold, 2020).

Para Silveira (2014) textos matemáticos podem ser escritos em múltiplas linguagens, usando símbolos, gráficos e expressões algébricas, e também da linguagem natural. Quando escritos na linguagem matemática, é interessante que sejam “traduzidos” para a linguagem natural. Entretanto, deve-se observar que a linguagem natural é polissêmica, e por isso, precisa de apoios para se evitar ambiguidades.

A álgebra, que é uma área que faz parte da matemática, pode ser vista como um conjunto de conceitos para generalizar, modelar e analisar problemas matemáticos (Susac *et al.*, 2014). Ela possui muitos tópicos de estudo que variam de

resolução de equações lineares elementares até as mais abstratas. Ela tem sua linguagem, que se destaca pela complexidade representacional e valoriza excessivamente a memorização, e com isso, uma prática mais tradicional (Moretti; Virgens; Romeiro, 2021), sendo que essa compreensão de ensino da álgebra é desconexa da prática e pouco contribui com uma educação matemática para formação do cidadão.

Embora o ensino da álgebra seja feito com uma linguagem com base em símbolos alfanuméricos, que deve ser dominada pelos alunos (Campos; Moreira, 2018), visualiza-se que as quantidades indeterminadas possam ser representadas por outros sistemas semióticos (Campos; Moreira, 2018; Moretti; Virgens; Romeiro, 2021). Por exemplo, o uso de imagens. Elas ocupam um lugar de destaque no mundo (Bezerra; Porpino, 2015; Cappello; Lafferty, 2015) e em materiais educativos (Rego; Gouvêa, 2013), sendo a demanda por uma alfabetização e um letramento para o uso de uma linguagem de imagens uma necessidade na compreensão dos fenômenos científicos e de mundo (Moda, 2017; Rego; Gouvêa, 2013).

A palavra imagem possui diferentes sentidos, nas artes, nos meios de comunicação, nos computadores e até mesmo no sentido de imagem mental (Rego; Gouvêa, 2013). Pode ser vista como a representação convencionada de uma coisa material (Rego; Gouvêa, 2013; Silva; Silva, 2021), mimética (ao real) ou analógica (Rego; Gouvêa, 2013), assim como visualização mental (Marita, Hord; Hendricks, 2021).

Ao se fazer a comunicação por meio de imagens está se desenvolvendo uma linguagem imagética (Rego; Gouvêa, 2013). A linguagem imagética é polissêmica (Rego; Gouvêa, 2013; Sant'anna, 2016), adquirindo sentidos e significados diferentes por pessoas distintas, ou pelos leitores pelas suas experiências de mundo (Marinho, 2019; Rego; Gouvêa, 2013). Mas, assim como qualquer outra linguagem, precisa ser aprendida (Rego; Gouvêa, 2013).

As imagens podem ser vistas como suportes para compreender conhecimentos complexos (Cappello; Lafferty, 2015), como uma ponte à conceitualização empírica e a abstrata (Yeo *et al.*, 2021), permitindo maior número de conexões (Cappello; Lafferty, 2015). Além disso, como as imagens estão presentes nos artigos científicos, no mundo real e em contexto escolares, podem ser consideradas como instrumentos de comunicação dentro e fora da sala de aula (Silva; Silva, 2021). Estando em sala de aula, as imagens são importantes no processo de ensino e aprendizagem (Moda, 2017; Santos, 2013; Silva, 2019). Vale ressaltar que uma imagem explorada pedagogicamente pode estimular a afetividade (Carvalho; Kanashiro, 2021; Santos, 2013) e pode ser associada a emoções positivas (Carvalho; Kanashiro, 2021). Sendo assim, a linguagem imagética pode promover uma aprendizagem significativa e mais contextualizada (Moda, 2017).

Ao ver a linguagem imagética como um meio de comunicação por imagens, se está visualizando o mundo por uma forma semiótica e de múltiplas representações (Quadros; Giordan, 2019). A semiótica pode ser vista como a ciência que pesquisa as linguagens, observando os multimodos dos fenômenos como produtores de sentido e significado (Silva; Silva, 2021). A diversidade dos modos representativos permite o aumento da cognição e o surgimento de representações mentais (Lima, 2019).

Em relação à matemática, Dyrvold (2020) diz que diferentes recursos semióticos articulam significados distintos e complementares dos conceitos matemáticos, o que leva ao entendimento de que “as representações têm um papel relevante para a Matemática” (Almeida; Silva, 2018, p. 719). Lampen e Brodie (2020)

apontam para mudanças positivas quando os alunos são incentivados a usar e discutir métodos diferentes para resolução de problemas matemáticos.

Observando os diversos modos dos fenômenos ocorrerem como produtores de sentido e significado, entende-se que múltiplas representações compreendem representar ideias e/ou expor conceitos por meio de diferentes formas de representações, como a imagem, a escrita, o desenho, o som, a música, etc. (Bezerra; Porpino, 2015; Marinho, 2019; Quadros; Giordan, 2019).

Em relação ao ensino e aprendizagem, ao se trabalhar com múltiplas representações têm-se alunos motivados, capazes de criar relações, organizar e associar conceitos e significados, ou seja, justificar e argumentar de forma convincente as suas convicções, sendo mais autônomos e reflexivos (Marinho, 2019; Quadros; Giordan, 2019). As múltiplas representações podem desenvolver uma rede de significados semânticos que ajuda os alunos a superar as suas dificuldades (Yeo *et al.*, 2021), pois possibilita um percurso por diferentes caminhos para a compreensão dos significados e da construção de novos entendimentos (Bica; Roehrs, 2021). Dentro das múltiplas representações, entendem-se as múltiplas linguagens, que são formas de significação e de mediação que potencializam a produção de sentido (Bertolin; Oliveira, 2018).

Segundo Kibar e Akkoyunlu (2016), as pessoas têm estilos cognitivos distintos, sendo um deles o visual, com base nos conceitos de imagens mentais e representação mental, visto que existem pessoas que representam a informação de forma mais visual, e por isso podem confiar principalmente em suas imagens ao realizar tarefas. Outras pessoas, que não têm esse estilo, têm predominância na representação verbal. Por isso, para Santos (2013), palavras e imagens ensinam melhor juntas, embora a linguagem não verbal seja menos valorizada que a verbal (Santos, 2016; Silva, 2019).

Por conseguinte, é função da escola levar para a sala de aula textos múltiplos, múltiplas linguagens e representações (Silva, 2019), e se pensarem um currículo centrado nisso, é possível uma maior chance de equidade na aprendizagem (Batchelor, 2018; Santos, 2016), para pessoas visuais (não verbais) e para as verbais. Ao reconhecer a necessidade da mudança de textos puramente impressos para multimodais, combinando sons, imagens, palavras, as escolas podem inserir a sociedade visual atual em um processo de ensino e aprendizagem mais efetivo (Cappello; Lafferty, 2015).

CONCLUSÃO

Por meio da RSL foi possível identificar e reafirmar algumas percepções e concepções a respeito das linguagens matemática, algébrica e imagética, principalmente esta última, e relações das linguagens com a semiótica e as múltiplas representações, que se encontram presente em discussões atuais em diferentes artigos, teses e dissertações de áreas do conhecimento científico, como ciências, línguas e matemática.

Pela observação dos temas de interesse e quantitativos, apresentados no Quadro 2.2.10, é perceptível que os trabalhos que tratam das temáticas relacionadas ao uso de imagens, linguagem imagética, semiótica e múltiplas representações, ensino e aprendizagem de matemática, têm números mais expressivos, o que destaca o potencial da linguagem imagética e das múltiplas representações na educação. Acredita-se que esse entendimento, adido as associações e interpretações realizadas com as demais temáticas elencadas, sintetizadas e generalizadas no texto da

metassíntese, apontam para a compreensão de que as imagens e a linguagem imagética podem figurar positivamente quando se trata da visualização do ensino e aprendizagem da matemática por meio das múltiplas representações.

Entretanto, não foi possível responder totalmente à questão norteadora da RSL, que buscava identificar como produções científicas abordam a linguagem imagética e/ou uso de enigmas matemáticos para o ensino e aprendizagem de sistema de equações matemáticas, tendo em vista que, nas buscas realizadas, não foram encontrados trabalhos que relacione a linguagem imagética e o estudo de equações.

Observou-se que em todos os trabalhos selecionados, as palavras-chave da busca estavam figurando. Porém, nem sempre elas estavam no contexto esperado, como o caso dos termos “equações”, que não se relacionavam com discussão referente à linguagem; ou dos “enigmas”, que aparecem em alguns trabalhos no sentido de “charadas”.

Por fim, observando que a RSL pode ser “uma excelente fonte de atualização dos pesquisadores contribuindo para os avanços crescentes da ciência” (Lira; Teixeira, 2020, p. 60), essa revisão pode ser vista como um estímulo significativo para a realização de pesquisas que abordem a linguagem imagética, enigmas matemáticos e sistemas de equações, pois além do próprio objetivo de investigar possibilidades de relações entre essas temáticas voltadas ao ensino e a aprendizagem da matemática, é criada a expectativa dessas futuras pesquisas se tornarem referências para estudos posteriores em relação à linguagem imagética e o estudo da álgebra, sua linguagem e equações.

REFERÊNCIAS

ALENCAR, E. S.; ALMOULOU, S. A. A metodologia de pesquisa: metassíntese qualitativa. **Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v. 25, n. 3, p. 204–219, set./dez. 2017.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Abordagens Semióticas em Educação Matemática. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 32, n. 61, p. 696–726, ago. 2018.

BAIRRAL, M. A. As manipulações em tela compoem a dimensão corporificada da cognição matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, Londrina, v. 10, n. 2, p. 99–106, 2017.

BATCHELOR, K. “My Story Came to Life!”: How Multimodality Can Inspire Revision in Writing. **Gifted Child Today**, Waco, v. 41, n. 3, p. 136–148, jul. 2018.

BERTOLIN, F. N.; OLIVEIRA, O. B. Relações com o saber na Educação Especial: um estudo em Ciências. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 23, n. 3, p. 171-186, dez. 2018.

BEZERRA, A. G. S.; PORPINO, K. D. O. O Letramento Visual como experiência Estesiológica. **Holos**, Natal, v. 3, n. 1, p. 238-245, 2015.

BICA, M. S. N.; ROEHRS, R. Discutindo avaliação para estudantes do ensino fundamental no ensino de ciências: uma estratégia didático-avaliativa baseada em múltiplas representações e neurociência. **Investigações em Ensino de Ciências**,

Porto Alegre, v. 26, n. 1, p. 27–52, abr. 2021.

CAMPOS, D. F.; MOREIRA, P. C. Inadequação do uso da Linguagem Algébrica Moderna na tradução de enunciados dos Elementos de Euclides. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 32, n. 62, p. 907–926, dez. 2018.

CAPPELLO, M.; LAFFERTY, K. E. The Roles of Photography for Developing Literacy Across the Disciplines. **Reading Teacher**, Newark, v. 69, n. 3, p. 287–295, nov./dez. 2015.

CARVALHO, M. P.; KANASHIRO, D. S. K. Mídias digitais e produção audiovisual na disciplina de Espanhol como língua estrangeira: uma experiência no ensino médio integrado ao técnico. **Acta Scientiarum - Education**, Maringá, v. 43, p. 1–11, 2021.

DENDASCK, C. **Quantos Artigos Científicos são necessários para fazer uma Revisão?** Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=KR0aUiJyfhg>. Acesso em: 18 fev. 2022.

DYRVOLD, A. Relations between semiotic resources in mathematics tasks: a source of students' difficulties. **Research in Mathematics Education**, Abingdon, v. 22, n. 3, p. 265–283, 2020.

FLORES, J. B.; LIMA, V. M. R.; MÜLLER, T. J. Convergências e Complementaridades entre as Teorias dos Três Mundos da Matemática e a da Sociointeratividade. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 34, n. 68, p. 1341–1358, dez. 2020.

GALVÃO, M. C. B.; RICARTE, I. L. M. Revisão sistemática da literatura: conceituação, produção e publicação. **Logeion: Filosofia da Informação**, Rio de Janeiro, v. 6, n. 1, p. 57–73, set. 2019/fev. 2020.

GALVÃO, T. F.; PEREIRA, M. G. Revisões sistemáticas da literatura: passos para sua elaboração. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**, v. 23, n. 1, p. 183–184, 2014.

GONZÁLEZ, R. **Jogos Matemáticos: Enigmas Matemáticos**. Disponível em: <https://www.coquinhos.com/tag/enigmas-matematicos/>. Acesso em: 5 maio 2022.

GOULART, A. T. *et al.* Dificuldades no aprendizado de matemática: percepção de estudantes de duas escolas públicas de Anita Garibaldi. **Cientefico**, Fortaleza, v. 18, n. 37, p. 1–27, jan./jun. 2018.

KIBAR, P. N.; AKKOYUNLU, B. University students' visual cognitive styles with respect to majors and years. **Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, Eastbourne, v. 12, n. 2, p. 321–333, 2016.

LAMPEN, E.; BRODIE, K. Becoming mathematical: Designing a curriculum for a mathematics club. **Pythagoras**, Johannesburg, v. 41, n. 1, p. 1–15, 2020.

LIMA, L. G. A teoria dos registros de representação semiótica: contribuições para o ensino e aprendizagem da física. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto

Alegre, v. 24, n. 3, p. 196–221, dez. 2019.

LIRA, M. R.; TEIXEIRA, F. M. A explicação como tipo textual nos livros didáticos de ciências naturais – aproximações teórico-metodológicas. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 11, n. 6, p. 55-72, out./dez. 2020.

LOPES, A. L. M.; FRACOLLI, L. A. Revisão sistemática de literatura e metassíntese qualitativa: considerações sobre sua aplicação na pesquisa em enfermagem. **Texto & Contexto – Enfermagem**, Florianópolis, v. 17, n. 4, p. 771–778, out./dez. 2008.

MARINHO, J. B. **Apropriação de conceitos referentes à polinização a partir de representações imagéticas de estudantes do Ensino Médio**. 2019. 76f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

MARITA, S.; HORD, C.; HENDRICKS, J. Using visual strategies simultaneously to support students with learning disabilities in mathematics. **Support for Learning**, Staffordshire, v. 36, n. 3, p. 327–341, 2021.

MODA, S. C. **O ensino da ciência e a experiência visual do surdo: o uso da linguagem imagética no processo de aprendizagem de conceitos científicos**. 2017. 146f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação em Ciências Na Amazônia) – Universidade do Estado do Amazonas, Manaus, 2017.

MONTOITO, R. Entrelugares: pequeno inventário inventado sobre matemática e literatura. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 33, n. 64, p. 892–915, ago. 2019.

MORETTI, V. D.; VIRGENS, W. P.; ROMEIRO, I. O. Generalização Teórica e o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: contribuições para a formação de professores dos Anos Iniciais. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 35, n. 71, p. 1457–1477, dez. 2021.

PACHECO, M. B.; ANDREIS, G. D. S. L. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. **Revista Principia**, João Pessoa, v. 1, n. 38, 2018.

QUADROS, A. L.; GIORDAN, M. Rotas de transição modal e o ensino de representações envolvidas no modelo cinético molecular. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 24, n. 3, p. 74–100, dez. 2019.

REGO, S. C. R.; GOUVÊA, G. Imagens na disciplina escolar física: possibilidades de leitura. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 18, n. 1, p. 127–142, 2013.

RICARDI, L. M.; SHIMIZU, H. E.; SANTOS, L. M. P. Conferências de saúde: metassíntese de boas práticas, obstáculos e recomendações a partir de experiências no Brasil, 1986-2016. **Saúde e Sociedade**, São Paulo, v. 29, n. 1, p. 1–17, 2020.

SANT'ANNA, C. M. Imagens e narrativas na pesquisa com ambientes virtuais de

aprendizagem: caminhos e descaminhos de uma busca por metodologias de pesquisa nos/dos/com os cotidianos. **Periferia**, Duque de Caxias, v. 8, n. 2, p. 153–180, jul./dez. 2016.

SANTOS, D. R. **Limites e potencialidades do uso de tirinhas na significação de conceitos de Física no Ensino Médio**. 2013. 83f. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2013.

SANTOS, P. N. **As leituras verbais e imagéticas que podemos fazer de nosso entorno**. 2016. 134f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática) – Instituto de Física “Gleb Wataghin”. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2016.

SILVA, A. C. S. F. **Leitura de tirinhas em sala de aula nos 7os anos do ensino fundamental**: uma abordagem pelos aspectos enquadramento, planos e ângulos de visão e sequencialidade. 2019. 150f. Dissertação (Mestrado em Letras) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2019.

SILVA, M. C. E; SILVA, P. S. Integrando arte e ciência na formação de professores de química: uma análise semiótica peirceana. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 26, n. 1, p. 244–260, abr. 2021.

SILVEIRA, M. R. A. Tradução de textos matemáticos para a linguagem natural em situações de ensino e aprendizagem Introdução. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 47–73, 2014.

SUSAC, A. *et al.* Development of abstract mathematical reasoning: The case of algebra. **Frontiers in Human Neuroscience**, Lausanne, v. 8, p. 1–10, set. 2014.

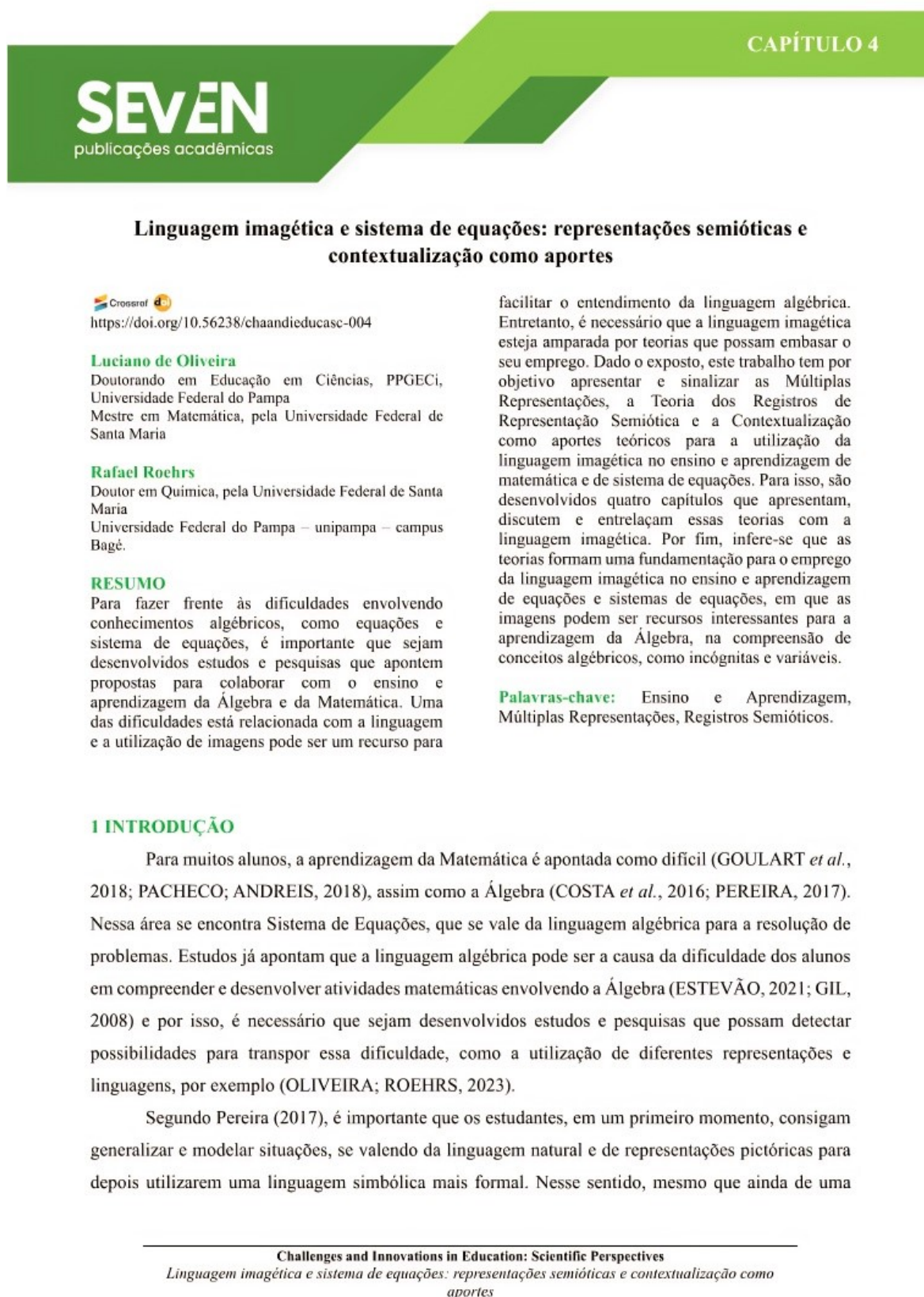
YEO, J. *et al.* The Efficacy of an Image-to-Writing Approach to Learning Abstract Scientific Concepts: Temperature and Heat. **International Journal of Science and Mathematics Education**, Taiwan, v. 19, n. 1, p. 21–44, 2021.

2.3 Linguagem imagética e sistema de equações: representações semióticas e contextualização como aportes⁷

O terceiro artigo dessa tese (figura 2.3.1), contempla a delimitação e discussão da base teórica. Foi escrito em forma de um capítulo de livro e contempla o terceiro objetivo específico. Por meio desse artigo, identificou-se as Múltiplas representações, a Teoria dos Registros de Representação Semiótico e a Contextualização como aportes teóricos para o uso da linguagem imagética para o estudo de equações e sistemas de equações.

⁷ <https://doi.org/10.56238/chaandieducasc-004>.

Figura 2.3.1 – Imagem da capa do artigo Linguagem imagética e sistema de equações: representações semióticas e contextualização como aportes teóricos.



Fonte: Oliveira e Roehrs (2023b).

Foi publicado em um capítulo individual no livro “*Challenges and Innovations in Education: Scientific Perspectives*” (figura 2.3.2), com versões em Língua Portuguesa e Língua Inglesa, organizado pela Editora Seven Publicações. Embora o livro não tenha classificação pela CAPES, a Seven Publicações se considera uma editora de livros de renome internacional (Sobre Nós, 2024), que segue todos os critérios para uma classificação L1 e possui *eBooks* incorporados ao repositório Lume (Seven Publicações, 2023).

Figura 2.3.2 – Capa do Livro *Challenges and Innovations in Education: Scientific Perspectives*.



Fonte: Editora de Livros (2024).

Linguagem imagética e sistema de equações: representações semióticas e contextualização como aportes teóricos

Imagery language and system of equations: semiotic representations and contextualization as theoretical contributions

Luciano de Oliveira⁸

Rafael Roehrs⁹

Resumo: Para fazer frente às dificuldades envolvendo conhecimentos algébricos, como equações e sistema de equações, é importante que sejam desenvolvidos estudos e pesquisas que apontem propostas para colaborar com o ensino e aprendizagem da Álgebra e da Matemática. Uma das dificuldades está relacionada com a linguagem e a utilização de imagens pode ser um recurso para facilitar o entendimento da linguagem algébrica. Entretanto, é necessário que a linguagem imagética esteja amparada por teorias que possam embasar o seu emprego. Dado o exposto, este trabalho tem por objetivo apresentar e sinalizar as Múltiplas Representações, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a Contextualização como aportes teóricos para a utilização da linguagem imagética no ensino e aprendizagem de matemática e de sistema de equações. Para isso, são desenvolvidos quatro capítulos que apresentam, discutem e entrelaçam essas teorias com a linguagem imagética. Por fim, infere-se que as teorias formam uma fundamentação para o emprego da linguagem imagética no ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações, em que as imagens podem ser recursos interessantes para a aprendizagem da Álgebra, na compreensão de conceitos algébricos, como incógnitas e variáveis.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem, Múltiplas Representações, Registros Semióticos.

Abstract: To address the difficulties involving algebraic knowledge, such as equations and systems of equations, it is important that studies and research be developed to propose ways to support the teaching and learning of Algebra and Mathematics. One of the difficulties is related to language, and the use of images can be a resource to facilitate the understanding of algebraic language. However, it is necessary for visual language to be supported by theories that can justify its use. Given the above, this work aims to present and highlight Multiple Representations, the Theory of Semiotic Representation Registers, and Contextualization as theoretical foundations for the use of visual language in the teaching and learning of mathematics and systems of equations. To achieve this, four chapters are developed, presenting, discussing, and interweaving these theories with visual language. Finally, it is inferred that these theories provide a foundation for the use of visual language in the teaching and learning of equations and systems of equations, where images can be valuable resources for learning Algebra and understanding algebraic concepts such as unknowns and variables.

⁸ Doutorando em Educação em Ciências, PPgECi, Universidade Federal do Pampa. Mestre em Matemática, pela Universidade Federal de Santa Maria.

⁹ Doutor em Química, pela Universidade Federal de Santa Maria. Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA – campus Bagé.

Keywords: Learning and Teaching, Multiple Representations, Semiotic Registers.

INTRODUÇÃO

Para muitos alunos, a aprendizagem da Matemática é apontada como difícil (Goulart *et al.*, 2018; Pacheco; Andreis, 2018), assim como a Álgebra (Costa *et al.*, 2016; Pereira, 2017). Nessa área se encontra Sistema de Equações, que se vale da linguagem algébrica para a resolução de problemas. Estudos já apontam que a linguagem algébrica pode ser a causa da dificuldade dos alunos em compreender e desenvolver atividades matemáticas envolvendo a Álgebra (Estevão, 2021; Gil, 2008) e por isso, é necessário que sejam desenvolvidos estudos e pesquisas que possam detectar possibilidades para transpor essa dificuldade, como a utilização de diferentes representações e linguagens, por exemplo (Oliveira; Roehrs, 2023).

Segundo Pereira (2017), é importante que os estudantes, em um primeiro momento, consigam generalizar e modelar situações, se valendo da linguagem natural e de representações pictóricas para depois utilizarem uma linguagem simbólica mais formal. Nesse sentido, mesmo que ainda de uma forma incipiente, se identificam potencialidades em uma linguagem em específico, a imagética, como um recurso para o melhor entendimento da linguagem algébrica, que pode facilitar a aprendizagem da Matemática no que se refere a equações e sistemas de equações (Oliveira; Roehrs, 2023). A linguagem imagética pode ser entendida como a “comunicação feita através de imagens” (Linguagem Imagética, 2013, n.p.) e que, como capacidade simbólica do ser humano, é empregada para a compreensão de mundo (Oliveira; Roehrs, 2023).

Entretanto, para além de percepções e indícios de potencialidade de distintas representações e linguagens, é mister que estudos e pesquisas tenham uma base teórica que possa sustentar a intenção da utilização delas, que se faça uma abordagem que apresente e relacione teorias que aportem os seus usos na Matemática, com destaque (pelo propósito deste trabalho), para o emprego da linguagem imagética.

Nesse sentido se identificam dois campos teóricos muito férteis que amparam o uso da linguagem imagética na Matemática e para o estudo de equações e sistemas de equações: representações semióticas e a contextualização.

Dado o exposto esse trabalho tem como objetivo apresentar e sinalizar as Múltiplas Representações, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a Contextualização como aportes teóricos para a utilização da linguagem imagética no ensino e aprendizagem de matemática e de sistema de equações.

Para isso, serão desenvolvidos três subcapítulos tratando das bases teóricas, seguidos de um capítulo que faz conexões entre as teorias e a linguagem imagética. Por fim, algumas considerações são trazidas para reafirmar as inferências sobre essa relação proposta entre as teorias e a linguagem imagética.

DESENVOLVIMENTO

Múltiplas Representações: conectando linguagens

Para abordar as Múltiplas Representações, é importante uma menção à teoria que se entende, assim como Laburú, Zompero e Barros (2013), como um amparo a multimodos e multiplicidade de representações, que é a Semiótica. Para Santaella (2017), Semiótica é a ciência das linguagens, que tem por objeto de investigação

todas as linguagens possíveis, cujo objetivo é analisar os modos de constituição de fenômenos no que tange produção de significados e de sentido. Indo ao encontro desse conceito, a Semiótica também é definida por Nöth e Santaella (2017, p. 7) como “ciência dos sistemas e dos processos sógnicos na cultura e na natureza”, apresentando como objeto de estudo tipos e sistemas de signos e seus efeitos, assim como a definição dada por Melo e Melo (2015, p. 11), que trazem no título da sua obra menção a Charles Sanders Peirce, adjetivando a semiótica, e a apresentando como a “ciência do signo, cujo objeto de investigação são todas as linguagens possíveis”.

Por essas definições apresentadas, entende-se a Semiótica como uma base para o estudo das linguagens. Entretanto, identifica-se como sendo uma teoria muito ampla e que poderia direcionar a discussão para diferentes rumos, como por exemplo, filosóficos, linguísticos, etc., tirando o foco do envolvimento de linguagens e representações com a linha de estudo de intencionalidade deste trabalho, que é o ensino e aprendizagem.

Desta forma, visualiza-se as Múltiplas Representações como um caminho mais alinhado com esta proposta de escrita. Segundo Bica, Mello-Carpes e Roehrs (2018, p. 1) a linha de investigação das Múltiplas Representações trabalha com a utilização de diferentes formas de comunicação e linguagens no processo de ensino e aprendizagem. Ainda, Klein e Laburú (2012, p. 138), citam que múltiplos modos de representação

refere-se à prática de reapresentar um mesmo conceito de várias maneiras ou em diferentes linguagens, sejam elas descritivas (verbal, gráfica, tabular, diagramática, fotográfica, por mapas ou cartas), experimentais e matemáticas, figurativas (pictórica, analógica e metafórica), gestuais ou corporais.

Ao analisar o cotidiano, constata-se que o mundo é composto por diversos estímulos, como sons, imagens, textos, jogos, esportes, etc. E cada um deles chega às pessoas carregando significados, que estão, por vezes, associados ao mesmo conceito. Linguagens distintas, sonora, imagética, textual, que muitas são indissociáveis enquanto forma de comunicação, compõe a comunicação como um todo. Por isso, entender que existe um aporte em que essas múltiplas representações existem e são eficazes no processo cognitivo é importante na compreensão de mundo.

Nos ambientes acadêmico e escolar, em que a linguagem científica é muito presente, percebe-se que a apropriação dessa linguagem, pelo aluno, é muito mais complexa do que se pensa. Segundo Lahore (2018, p. 9), apreender a linguagem científica, “implica a aquisição não apenas de um novo sistema semântico, mas uma nova forma de pensar e ver a realidade.”

Porém, é notório que no processo dialógico entre os sujeitos da educação, docentes e discentes, ficam destacadas diferentes habilidades, como cognitivas, emocionais, sociais, físicas, morais (Campos, 2010). Com elas, as diferentes maneiras de organização e expressão, que formam a linguagem, também se sobressaem e devem ser aproveitadas, “no âmbito educacional a fim de potencializar as competências e habilidades cognitivas individuais” (Bica; Mello-Carpes; Roehrs, 2018, p. 2).

Contudo, se identificam problemas relacionados à falta de apropriação e interpretação destas diferentes linguagens, científicas, matemáticas, entre outras, por parte dos estudantes, além do desconhecimento das correlações das representações e de como transformar isso em um discurso científico (Laburú; Barros; Silva, 2011). Eis que o papel do docente se torna fundamental, à medida que terá a função de preparar seus alunos para transpor essas dificuldades, apresentando e trabalhando

com eles diferentes signos e simbologias, por meio da utilização de mais de uma linguagem em múltiplas representações. O ensino, nessa perspectiva, pode ser mais compreensível, uma vez que tanto nas Ciências quanto na Matemática se tem um entendimento da necessidade de diversas formas de representar estes conhecimentos científicos (Bica; Roehrs, 2015).

Para as Múltiplas Representações, uma nova forma de representar pode ajudar no sentido de complementar, retificar ou ratificar conhecimentos prévios, podendo limitar e até mesmo apurar a interpretação destes. Novas representações podem possibilitar a reexposição dos alunos a informações, mas com outros signos, podendo gerar novos sentidos a estes conceitos previamente formados (Bica; Mello-Carpes; Roehrs, 2018), que não necessariamente são dicotômicos. Por isso, as Múltiplas Representações “permitem a formação de pontes entre os conhecimentos prévios do sujeito e os novos conceitos, possibilitando a estruturação de sentidos e de relações argumentativas” (Laburú; Barros; Silva, 2011, p. 481) e, dessa forma, podem colaborar para o desenvolvimento de uma Aprendizagem Significativa.

Percebe-se, ao relacionar conhecimentos prévios e novos, que existe a associação das Múltiplas Representações à Aprendizagem Significativa. Moreira (2016) descreve que a Aprendizagem Significativa acontece quando o significado do conhecimento novo é produzido pelo aprendiz quando ele consegue relacionar este com conhecimentos especificamente relevantes pré-existentes em sua estrutura cognitiva. Esses conhecimentos prévios, os subsunçores, são definidos como “organizadores prévios que servem de ponte entre o que o aprendiz sabe e o que deve ser aprendido por ele” (Silva *et al.*, 2017, p. 48), e já devem estar presente com um certo “grau de clareza, estabilidade e diferenciação” (Moreira, 2012, p. 5), servindo como uma espécie de ancoragem.

Ao destacar a importância dos subsunçores na Aprendizagem Significativa e que eles dependem diretamente do aluno, Moreira (2016) ressalta o protagonismo do aluno no processo, não desconsiderando a relevância do papel do professor, pois cabe a este último organizar o ambiente de aprendizagem para o desenvolvimento da relação dos subsunçores com os conhecimentos novos.

Outro aspecto ligado à Aprendizagem Significativa é a relação entre significados e sentimentos apontados na teoria de educação de Joseph Donald Novak, uma vez que “qualquer evento educativo é [...] uma ação para trocar *significados* (pensar) e *sentimentos* entre o aprendiz e o professor. Quer dizer, um evento educativo é sempre acompanhado de experiências afetivas” (Moreira, 2016, p. 56, grifo do autor). Entende-se que o contato com multiplicidade de representações, associada às diferentes metodologias de ensino que podem ser adotadas pelos docentes, podem gerar essas experiências e, a partir delas, promover uma predisposição para a aprendizagem, que é condição para a Aprendizagem Significativa (Moreira, 2016).

Especificando um pouco a linguagem imagética no contexto das Múltiplas Representações, para Bica, Mello-Carpes e Roehrs (2018, p. 13), “Uma mudança que vem ocorrendo ao longo do tempo é a presença e a utilização de imagens como forma de representação conceitual, se consolidando como um facilitador conceitual”. Os elementos visuais das imagens, com suas cores, formas, profundidade, planos, efeito de texturas, etc. colaboram no entendimento dos significados à medida que auxiliam na construção de sentidos (Scoparo, 2018).

No caso de textos envolvendo linguagem escritas e imagética, Luyten (2011, p. 6) aponta que “as imagens apoiam o texto e dão aos alunos pistas contextuais para o significado da palavra”. Isso é corroborado à medida em que se identifica a presença

considerável de imagens nos livros para melhorar o entendimento dos conceitos abordados, principalmente nos de ciências (Martins; Gouvêa; Piccinini, 2005).

Nessa perspectiva de indicar benefícios das Múltiplas Representações, Ainsworth (1999) faz menção a três principais funções delas em situações de aprendizagem: para *complementar conhecimentos* anteriores, seja complementando informações ou então processo cognitivos; para *restringir interpretações* e aperfeiçoá-las, por meio de representações familiares ou explorando propriedades de uma representação; e para *aprofundar os conhecimentos*, sendo o sentido de aprofundamento dado por uma intenção de buscar a abstração, a generalização e a relação entre representações.

De tudo o exposto, consoante a Bica e Roehrs (2015, p. 3), pode-se dizer que múltiplas representações figuram como “um instrumento facilitador e ampliador do processo de ensino e aprendizagem que ocorre em sala de aula”.

Mesmo que ainda de forma incipiente seja possível visualizar as múltiplas representações como uma base para a linguagem imagética, existe uma teoria que é mais específica da Matemática, dentro de multiplicidade de representações, que é a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, a ser desenvolvida no próximo capítulo.

Registros de Representações Semiótica: um olhar matematizado das representações semióticas

Ainda que as Múltiplas Representações se apresentem como um bom aporte para o uso da linguagem imagética, é interessante que se tenha um olhar mais específico para a relação entre diferentes linguagens e representações, e o ensino e aprendizagem da matemática. Essa associação se encontra na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval.

Por sua especificidade, a matemática depende essencialmente das representações semióticas, que são consideradas, geralmente, “como um simples meio de exteriorização de representações mentais para fins de comunicação” (Duval; Moretti, 2012, p. 269). Entretanto, elas são “essenciais à atividade cognitiva do pensamento” (*ibidem*), pois desenvolvem as representações mentais ao realizar distintas funções cognitivas e produzir conhecimento.

Contudo, na Matemática, diferentemente de outras áreas do conhecimento, não há acesso sensorial ao objeto de estudo. Por exemplo, os objetos matemáticos denominados números, dependem exclusivamente de suas representações: escrita (em forma de numeral, ou de expressões numéricas), ou gráfica (reta numérica), ou geométrica (um segmento de reta). Essa ausência leva ao que Duval (2010) chamou de paradoxo cognitivo da matemática, formulando duas questões: como não confundir objeto e representação se não temos acesso ao objeto fora da representação?; se existem múltiplas representações distintas de um objeto, como saber se não se tratam de objetos conceitualmente distintos, e não um único?

Essa segunda questão é considerada por Duval (2010, p. 129) como “a primeira fonte de dificuldades dos alunos [que é]: como reconhecer o mesmo objeto em diferentes representações?”. Por essas questões do paradoxo e as dificuldades oriundas dele, se exalta a importância do aprofundamento e teorização dos aspectos relacionados com as múltiplas representações semióticas, que são encontradas na Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Nessa teoria, um sistema semiótico é “um conjunto de signos, organizados segundo regras próprias de formação e convenções, que apresentam relações

internas que permitem identificar os objetos representados” (Denardi, 2017, p. 5). Como na Semiótica e nas Múltiplas Representações, os sistemas semióticos têm a capacidade de comunicação, por produzir e transmitir informações (Duval, 2010).

Entretanto, alguns sistemas semióticos desempenham outras funções cognitivas além de comunicar, como a função de objetivação, caracterizada por proporcionar o entendimento do objeto a ser apreendido, em si (Denardi, 2017; Flores, 2006); e tratamento, que visa o processamento por meio de operações, mas dentro do mesmo sistema semiótico (Duval, 2010). Ao tratar desses sistemas semióticos mais completos, e específicos da Matemática, Duval (2010) usou o termo registro.

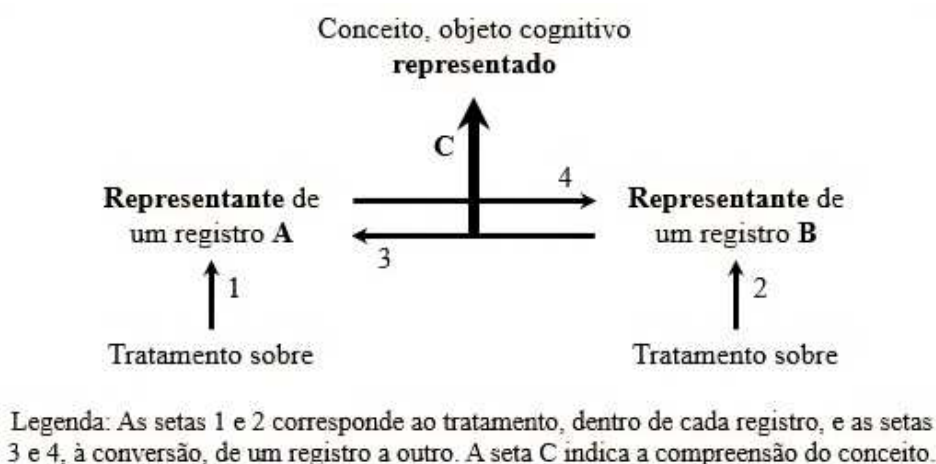
Então, um registro de representação semiótica “é um sistema semiótico que cumpre, além da função de comunicação, as funções cognitivas de objetivação (entendimento para si) e tratamento” (Denardi, 2017, p. 5), e pode ser classificado em 4 tipos: “a língua natural, os sistemas de escrita (numérica, algébrica e simbólica), os gráficos cartesianos e as figuras geométricas” (*ibidem*, p. 6).

Sobre a atividade matemática Duval (2010) aponta que são necessários dois tipos de transformações: conversões, que envolve transformações de um registro de representação para outros; e tratamento, que são as operações dentro do próprio registro.

Duval (2010, p.130, grifo do autor), na intencionalidade de descrever e analisar as atividades matemáticas, define o que ele chama de semiose, como sendo “a mobilização, implícita ou explícita, de *pelo menos DOIS registros* para *PRODUZIR*, externa ou mentalmente, *representações semióticas de um objeto*, e poder *TRANSFORMÁ-LAS*.”, apontando que a multiplicidade de representações é muito importante para que ocorra a semiose.

Teoria dos Registros de Representação Semiótica tem como ideia principal que a compreensão e aprendizagem da Matemática supõe a existência da semiose, isto é, “a compreensão integral de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de, ao menos, dois registros de representação” (Laburú; Barros; Silva, 2011, p. 471), e a aptidão para mudar de registro e/ou processar um registro. De maneira mais simples, pela coordenação de apenas dois registros, isso pode ser visualizado no esquema da Figura 2.3.3.

Figura 2.3.3 – Coordenação de dois registros de representação semiótica.



Fonte: Duval e Moretti (2012), adaptado.

Por exemplo, a capacidade de representar uma função matemática por uma equação ou por um gráfico, mobilizando-os em ambos os sentidos, denota uma

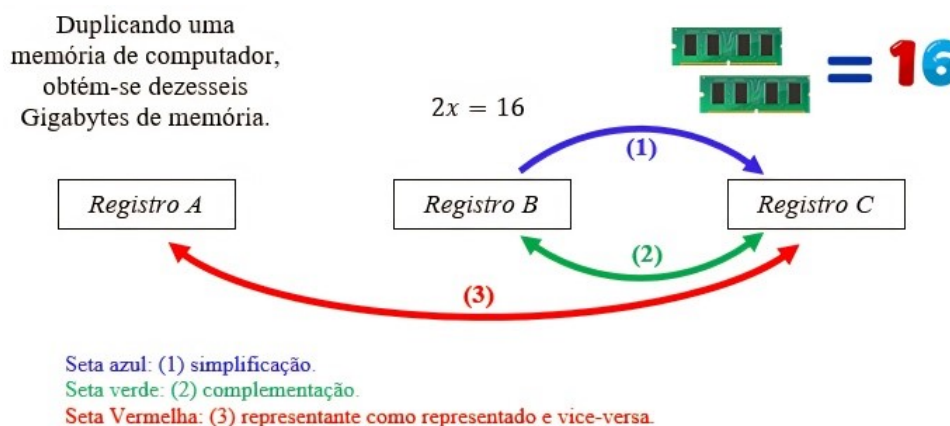
mudança de registro, uma conversão; enquanto a reescrita dessa equação, simplificando-a por meio da adição de termos semelhantes, é um exemplo de transformação dentro do mesmo registro.

A necessidade da existência e coordenação de pelo menos dois registros de representação vem na direção de que a recorrência à diversidade de registros é uma “condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações” (Duval; Moretti, 2012, p. 270). Dessa forma, se tem o acesso efetivo ao objeto representado para uma apreensão conceitual desse objeto.

Nesta mesma linha de explicar qual o interesse da coordenação de múltiplos registros semióticos para o funcionamento do pensamento humano, e com isso para o ensino e aprendizagem da Matemática, Duval e Moretti (2012) destacam três pontos: **(1)** registros distintos permitem simplificar a compreensão de conceitos ao agilizar processos; **(2)** diferentes registros se complementam, uma vez que “toda representação é cognitivamente parcial em relação ao que ela representa” (*ibidem*, p.280), ocorrendo inconvenientes semióticos do registro; **(3)** a condição de um representante ser o representado, e vice versa, favorece transferências e aprendizagens posteriores, tornando o conhecimento adquirido utilizável em outras situações.

Em um exemplo de um problema algébrico é possível indicar esses pontos, por meio da coordenação entre registros de língua materna (*A*), de escrita algébrica (*B*) e de escrita simbólica (*C*), apresentados no esquema da Figura 2.3.4. Na representação simbólica, emprega-se a utilização da linguagem imagética.

Figura 2.3.4 – Coordenação entre registros de representação semiótica.



Fonte: próprio autor.

simplificação (seta azul) pode ser vista na representação do registro C, com a colaboração na compreensão da incógnita por usar os desenhos de memórias; a complementação (seta verde) vem no sentido de o registro C, por ser visual, com dois desenhos, complementar a ideia de dobro associada a $2x$ (algébrico) no registro B, assim como o registro B complementa o entendimento do C pela possibilidade de facilitar o tratamento na resolução da equação. A situação representante/representado (seta vermelha), na medida em que se pode transitar entre os registros na língua materna e escrita, em que qualquer um pode ser o ponto de partida (representante) em relação à outra representação (representado). Vale salientar que outras coordenações são possíveis, com indicação dos pontos que destacam essas

associações, ainda mais pelo fato da relação representante/representado do ponto (3).

Contextualização: mais sentido por meio de representações

Ao se observar as dificuldades com a Matemática, com a Álgebra e sua linguagem, assim como a possibilidade de usar uma outra linguagem, a imagética, para a transposição das dificuldades, um outro aporte pode ser vinculado a essa utilização no sentido de auxiliar e facilitar o ensino e aprendizagem da Matemática, de equações e sistema de equações: a contextualização.

Segundo Barbosa e Mendes (2016) a Matemática passa por problemas que se refletem na compreensão dos alunos dessa ciência, sendo que um deles se relaciona com a maneira estática e sem sentido prático que os conteúdos são trabalhados.

Em relação à Álgebra, mesmo tendo citado esse aspecto a algum tempo, Miguel, Fiorentini e Miorim (1992, p. 40) ainda são bem atuais ao afirmarem que grande parte dos docentes trabalham os conteúdos algébricos “de forma mecânica e automatizada, dissociado de significação social e lógica, enfatizando simplesmente a memorização e a manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões”. Ou seja, que não se dá a devida atenção à contextualização para o ensino de conteúdos algébricos.

Para Tiesen e Araujo (2020, p. 2) “o motivo do estudante não se destacar na disciplina [de matemática] é a falta de contextualização”. Os mesmos autores ainda afirmam que estudos científicos mostram que contextualizar o conteúdo de matemática é importante, potencializando o ensino dos conceitos matemáticos, muitas vezes abstratos, exatamente por permitir uma relação com o cotidiano do aluno (*Ibidem*). Neto (2013, p. 9) complementa essa afirmação apontando que a contextualização pode ser utilizada como “ponto de partida e elemento motivador de aprendizagens”.

Sobre a contextualização no ensino, Neto (2013, p. 11) entende que ela “remete a elaboração de toda e qualquer situação capaz de impulsionar a construção de significados no educando”, e que é necessário considerar os “processos interativos que promovam a socialização do conhecimento dominado por parte de seus membros, promovendo o seu compartilhamento” (*ibidem*, p. 12). Fica evidente o destaque que é dado pelo autor em relação às relações dialógicas entre todos os sujeitos em sala de aula. Isso é corroborado por Pedrosa (2014, p. 19), quando afirma que “contextualizar é provocar uma necessidade de comunicação de algo a alguém, é provocar a necessidade de representar uma situação, discutir sobre ela e o que está envolvido”.

Schons *et al.* (2017, p. 21), abordando a contextualização mais voltada ao ensino e aprendizagem, cita que ela pode ser generalizada como “um recurso na busca da aprendizagem significativa na qual se associa às experiências do cotidiano com conceitos científicos dos conhecimentos escolares”. Essa visão relacionada à ciência e à aprendizagem significativa é muito interessante e vem ao encontro do entendimento para o ensino e aprendizagem de matemática.

Segundo Pessano *et al.* (2017) a definição de contextualização não é única e, em qualquer situação, o professor deve atuar como mediador no processo, uma vez que o protagonismo deve ser dado ao estudante, que deve ter uma posição mais ativa no processo de ensino e aprendizagem. Os mesmos autores citam que contexto e conhecimento devem estar em uma relação dialética, e sinalizam que “a

contextualização tem como pressuposição a não fragmentação do conhecimento, situando os conteúdos específicos dentro de um contexto significativo” (*ibidem*, p. 83).

A contextualização na Matemática, para Barbosa e Mendes (2016), é vista como um recurso pedagógico na solução de problemas como a falta de conexão dos conteúdos com outros conhecimentos, e situações de aprendizagens mecânicas desvinculadas com a construção de significados. Tiesen e Araujo (2020), em uma caracterização análoga, cita a contextualização matemática como princípio pedagógico, com objetivo de melhorar a aprendizagem dos alunos pelo envolvimento dos conhecimentos com a vida do estudante, propiciando a este a junção entre aprendizagem e realidade, considerando os seus conhecimentos prévios.

Com vista ao processo de ensino, Barbosa e Mendes (2016, p. 370), definem que “contextualizar no ensino de matemática é levar o discente a compreender os aspectos históricos, sociais e interdisciplinares que perpassam determinado conteúdo”.

Há de se observar que, para a Matemática, o entendimento de que contextualizar é colocar em um contexto (Barbosa; Araújo, 2014) é bem visto, uma vez que nem sempre a compreensão ligada ao cotidiano dos alunos é possível devido às especificidades de alguns conteúdos matemáticos. Para Boemo e Roos (2016, p. 4) “embora situações do dia a dia possam contribuir para o ensino da Matemática, não se pode restringir a elas a contextualização dos conteúdos matemáticos”, se fazendo necessário considerar questões internas da Matemática para não se descartar conteúdos que não estariam conectados à realidade dos alunos (Santos; Nunes; Viana, 2017). Para Luccas e Batista (2008, p. 9), a “contextualização dos objetos matemáticos pode estimular os alunos para que se sintam motivados a aprender, principalmente quando envolve um contexto diferente do puramente matemático”.

Na busca de elaborar uma conceituação para contextualização que leve em consideração as definições já abordadas, a relação entre os sujeitos do processo e a Aprendizagem Significativa, formulou-se a seguinte redação: Contextualização, em um ponto de vista abrangente e menos formal, pode ser vista como sendo o momento em que professor e alunos dialogam sobre conhecimentos prévios, cotidiano e realidade dos alunos, para que sejam desenvolvidas relações de significados com novos conhecimentos.

Para facilitar o entendimento deste conceito, reduzindo e simplificando um pouco o texto, pensando em uma possibilidade de emprego para alunos da Educação Básica, por exemplo, pode-se ter a seguinte escrita: momento em que professor e alunos dialogam sobre conhecimentos anteriores, cotidiano e realidade dos alunos, para que sejam desenvolvidas relações de significados com novos conhecimentos.

Cabe uma ressalva que o termo *dialogam*, aqui empregado, é bem mais abrangente que seu significado etimológico. Diálogo, em uma perspectiva mais qualificada, pode ser visto como “forma de conversação destinada a fortalecer ligações e aprofundar as percepções que temos delas” e ainda como uma “investigação conjunta na direção de mais compreensão, conexão ou possibilidades” (Sobre Diálogo, 1998, n.p.). São nesses sentidos que se entende o diálogo na contextualização, envolvendo a interlocução e interação entre professor e aluno, entre os próprios alunos, e ainda entre alunos e professor com materiais didáticos e meios de comunicação, como a internet por exemplo, na busca dessa investigação conjunta.

Embora não esteja explícita, nesse último conceito proposto uma referência à Aprendizagem Significativa, é perceptível que ao tratar de contextualização como um espaço de diálogo envolvendo conhecimentos prévios, faz-se menção a essa aprendizagem, assim como Schons *et al.* (2017) e Pessano *et al.* (2017) também

fazem. Nesse sentido, Neto (2013), aponta que ao se trabalhar os conhecimentos escolares de forma contextualizada, espera-se que a aprendizagem destes seja significativa, havendo a valorização dos conhecimentos trazidos pelos alunos e o desenvolvimento de saberes, refletindo e promovendo uma verdadeira mudança em suas realidades.

Entrelaçando os aportes à linguagem imagética e sistema de equações

Parte da comunidade escolar ainda subvaloriza a importância e influência das imagens, que são vistas como meios menos qualificados de comunicação (Gualberto, 2013) ou “meros objetos contemplativos” (Perales, 2008, p. 20).

Exatamente na contramão desse entendimento, alinhado com (Biasi-Rodrigues e Nobre (2010) quando afirmam que as imagens são onipresentes e carregadas de sentidos e significados, se pretende, a partir das teorias e de alguns *insights* sobre a linguagem imagética desenvolvidos nos capítulos anteriores, destacar a utilização dessa linguagem na matemática e de que forma essas teorias podem servir como base para que ela possa ser entendida como um recurso facilitador no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra, equações e sistema de equações.

Langwinski e Bassoi (2019), abordando sobre objetos matemáticos, afirma que o acesso a eles se dá por meio de representações. Ao descrever etapas para uma elaboração de um primeiro entendimento da Álgebra, apresenta a possibilidade da não utilização de letras para representar números na escrita de uma equação, e sim de espaços em branco e do conetivo E para uma adição: Por exemplo: $(-2) \text{ E } (+5) = \underline{\hspace{1cm}}$. Essa descrição de procedimento para a compreensão inicial de equações algébricas e sua linguagem, permite precisamente o olhar para a utilização da representação por meio de imagens, com a linguagem imagética.

Ao tratar dessa utilização, está se falando do emprego de imagens em substituição das incógnitas e variáveis presentes em equações e sistema de equações, assim como a utilização ou não de sinais de operação atrelados a essas imagens. Esse tipo de representação é encontrado em desafios matemáticos, como na Figura 2.3.5, que são facilmente encontrados na internet, inclusive em jogos *online*, e podem ser definidos como enigmas na forma de equações simbólicas, cujo objetivo é encontrar o valor de cada símbolo e, com isso, encontrar a resposta final (González, 2021).

Figura 2.3.5 – Exemplo de enigma matemático.

$$\begin{array}{rclcl}
 \text{broccoli} + \text{broccoli} + \text{broccoli} & = & 60 \\
 \text{broccoli} + \text{carrot} + \text{carrot} & = & 40 \\
 \text{carrot} + \text{carrot} + \text{tomato} & = & 22 \\
 \text{carrot} \times \text{tomato} + \text{broccoli} & = & ?
 \end{array}$$

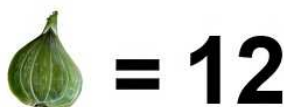
Fonte: González (2021), adaptado.

Inicia-se o enlace dos aportes pelas Múltiplas Representações. Entende-se o seu papel como sustentação para a utilização da linguagem imagética em equações e sistema de equações pois ela trata do desenvolvimento de um mesmo conceito em

diferentes representações, dentre estas as figurativas, pictóricas, fotográficas (Klein; Laburú, 2012), que podem realçar tanto a aprendizagem destes conceitos quanto dos métodos envolvidos no processo (Laburú; Barros; Silva, 2011).

Ao se utilizar a linguagem imagética, percebe-se os benefícios que essa múltipla representação pode trazer ao entendimento de equações, complementando conhecimentos anteriores e apurando interpretações. Um exemplo é a apresentação de uma imagem ligada a um número, como uma fruta, por exemplo (Figura 2.3.6).

Figura 2.3.6 – Linguagem imagética como múltipla representação.



Fonte: próprio autor.

Cabe a observação de que esse número pode ser representativo de conceito mais concreto, como a massa de uma fruta, no caso do exemplo o figo com 12 gramas.

De acordo com as Múltiplas Representações, essa reexposição à informação pode colaborar no entendimento da função representacional do signo, especificamente da fruta do exemplo, com a função representacional de uma letra em uma equação, no conceito de incógnita e variável, além da colaboração no entendimento do conceito de igualdade, pela relação da representação com uma situação concreta.

Nesse mesmo exemplo se destaca a relação existente entre a imagem e o conhecimento prévio, além de possibilidade de afloramento de sentimentos e emoções relacionadas a esta imagem, indicando que com o uso da linguagem imagética podem surgir indícios de uma Aprendizagem Significativa, que ocupa seu espaço dentro das Múltiplas Representações.

Nos enigmas matemáticos, além das questões representacionais das imagens, se destaca a ludicidade proposta pelo fato de ser um desafio, um jogo. Isso tudo pode despertar o interesse do aluno em melhor compreender um sistema de equação, inicialmente proposto em uma representação imagética, para então estar apto para a compreensão e emprego de técnicas de resolução na linguagem algébrica.

No que diz respeito à Teoria dos Registros de Representação Semiótica, entende-se que é uma teoria associada às Múltiplas Representações uma vez que trata de representações semióticas. Por isso, pode ser considerada como uma base igualmente sólida para o emprego da linguagem imagética, e ainda mais específica da Matemática.

Identificando a linguagem imagética na Teoria dos Registro de Representação, pode ser vista na transformação de conversão, especificamente num olhar mais voltado as representações em sistemas de escritas. Assim como a escrita algébrica, a linguagem imagética, dentro de um registro de escrita simbólico, pode ser o representado de um registro em língua materna, de um problema, com a utilização de imagens, e assim caracterizando a conversão. Inclusive, podendo facilitar o entendimento, por meio de outra conversão, entre os registros em linguagem algébrica e a imagética. Com figuras, a representação de múltiplos, por exemplo a de dobro, não necessitaria de sinais de adição ou de coeficientes, embora possam ser usados. Isso pode ser visto na Figura 2.3.4, quando se associa a capacidade de duas memórias ao valor de 16.

Essa conversão citada, se restringe a equações lineares, uma vez que imagens iguais, colocadas lado a lado, representariam a ideia de soma. Caso fosse necessário a multiplicação de imagens, seria necessária uma simbologia específica, que poderia ser pré-determinada e adaptada, dependendo da equação.

Já na transformação de tratamento, a linguagem imagética pode vir a apoiar algumas das dificuldades de entendimento em relação a representações de situações que confundem os alunos na Álgebra ao operacionalizar letras e números. Por exemplo, a diferença entre dobro e quadrado. Usando a linguagem imagética, dobro de um número pode ser mais compreensível por estar ali presente duas imagens, em que é mais natural se pensar que ambos valores são iguais. Na Figura 2.3.7, se compara os entendimentos de tratamento dos registros na linguagem algébrica (à esquerda) e imagética (à direita), sobre a questão de dobro, mostrado na Figura 2.3.4, que sugere ser mais direto o entendimento de que cada memória tenha 8 *Gigabyte* na linguagem imagética do que na algébrica.

Figura 2.3.7 – Comparando registros na escrita em linguagem algébrica e imagética.

$$2 \cdot x = 16 \Rightarrow x = \frac{16}{2} \Rightarrow x = 8$$


Fonte: próprio autor.

Ao transitar entre os signos da linguagem algébrica, as letras do alfabeto, que por vezes podem confundir o aluno pela mesma utilização na língua materna, e a utilização das imagens, pode surgir um ambiente para a simplificação e complementação de conceitos, principalmente relacionado a incógnitas e variáveis, favorecendo a aprendizagem e tornando o conhecimento utilizável em outras situações.

Por tudo isso, entende-se que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica é uma base para a utilização da linguagem imagética, e que ao empregá-la, por meio de enigmas matemáticos, por exemplo, está se valendo de um outro registro de representação para sistema de equações, que pode colaborar na aprendizagem do aluno.

Com um olhar para a contextualização, uma questão sempre muito presente em aulas de matemática é: “*porque aprender isso?*” Ela vem acompanhada da frase “*eu não vou usar isso na vida*” ou “*essas ‘coisas’ não fazem parte do meu dia*”. Mas pensar a contextualização, de acordo como os conceitos abordados neste trabalho, encaminha o entendimento que ela dá suporte para a utilização da linguagem imagética no ensino da Álgebra, respondendo a algumas dessas frases.

A utilização de imagem remete a conhecimentos anteriores, das realidades dos aprendizes. Aqui cabe um parêntese, de porquê utilizar a palavra realidade, pois as pessoas possuem diversas realidades ligadas aos ambientes em que convivem, como a realidade familiar, a escolar, a social, a virtual. E dentre todas essas realidades, existem imagens representativas que podem contribuir para o entendimento de problemas e do papel de incógnitas e variáveis nas equações, por exemplo.

Claro que se deve ter todo cuidado nesse sentido. Para contextualizar uma equação, por meio de imagens, é preciso que essas tenham o real sentido do que representa. Embora isso não seja um cuidado que se observe nos enigmas matemáticos, existe a possibilidade de que eles sejam adaptados e utilizados de forma a representarem realmente números ligados à realidade representacional das suas imagens, como nos exemplos mostrados nas Figuras 2.3.4, 2.3.6 e 2.3.7, em que os

valores 16 das memórias e 12 do figo, significam a capacidade e a massa real dos mesmos, respectivamente. Ou seja, usar a linguagem imagética para abordar problemas que envolvem equações e sistema encontram uma base, pois as imagens podem contextualizar a situação e com isso levar mais sentido aos problemas.

Ao finalizar esse capítulo, é perceptível que Múltiplas Representações, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e Contextualização formam um aporte teórico que embasa a utilização da linguagem imagética na Matemática. Embora o foco tenha sido nos conteúdos de equações e sistema de equações, acredita-se que com outros estudos a linguagem imagética possa colaborar com o ensino e aprendizagem em outras áreas da Matemática, pelo potencial representacional das imagens.

Mesmo com a ênfase dada à linguagem imagética, cabe a ressalva que não existe neste trabalho a apologia a linguagem algébrica não ser útil ou que pode ser substituída pela imagética, uma vez que tanto a linguagem como o pensamento algébrico são significativos para uma formação matemática mais completa (Pereira, 2017). O destaque é exatamente em visualizar outra representação, um registro, que auxiliada pela contextualização, possa facilitar o entendimento das incógnitas, das variáveis, de equações e sistema de equações.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acredita-se que a partir da apresentação e enlace de concepções e percepções destacadas neste trabalho, se tenha atingido o objetivo de apontar as Múltiplas Representações, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a Contextualização como aportes teóricos para o uso da linguagem imagética relacionada ao estudo, ensino e aprendizagem da Matemática, em especial a equações e sistemas de equações.

Ao se valer da linguagem imagética para abordar e reconhecer os conteúdos científicos, pode ser proporcionado aos educandos um melhor desenvolvimento de suas capacidades cognitivas, por empregarem diferentes representações que se complementam e podem mobilizar conhecimentos prévios, inclusive relacionados às suas realidades.

Além disso, a linguagem imagética é caracterizada como um registro de representações semiótica, dentro da escrita simbólica, e por isso pode compor a coordenação com outro registro para que os alunos possam acessar efetivamente os objetos matemáticos e aprender seus conceitos, neste caso os ligados ao estudo de equações e sistema de equações.

Estando apoiada nestes referenciais teóricos, a linguagem imagética se mostra como um recurso interessante que pode contribuir no ensino e aprendizagem da Matemática. Em específico, sobre os temas algébricos tratados, os enigmas matemáticos se mostram como um material imagético que já é veiculado pela internet, com relação direta a sistema de equações e que podem ser empregados com as devidas adaptações necessárias para corresponderem às necessidades do planejamento e objetivos das aulas.

Outrossim, para além dos enigmas matemáticos, as imagens podem ser usadas em situações de aprendizagem (ou retomada) de conceitos iniciais da Álgebra, como a compreensão de incógnitas, variáveis e igualdades, por exemplo. Consequentemente, esses conceitos podem se tornar mais interessantes e com sentido para os alunos, e a aprendizagem pode ocorrer com maior significado.

REFERÊNCIAS

- AINSWORTH, S. The functions of multiple representations. **Computers & Education**, v. 33, p. 131–152, 1999.
- BARBOSA, E. J. T.; MENDES, A. A. A contextualização no ensino de equações - uma análise em um livro didático antes e depois do PNLD. **Revemat: revista eletrônica de educação matemática**, v. 11, n. 2, p. 363–386, 2016.
- BARBOSA, V. S.; ARAÚJO, A. D. Multimodalidade e letramento visual: um estudo piloto de atividades de leitura disponíveis em sítio eletrônico. **Revista da Anpoll**, v. 1, n. 37, p. 17–36, 2014.
- BIASI-RODRIGUES, B.; NOBRE, K. C. Sobre a função das representações conceituais simbólicas na gramática do design visual: encaixamento ou subjacência? **Linguagem em (Dis)curso**, v. 10, n. 1, p. 91–109, 2010.
- BICA, M. S. N.; MELLO-CARPES, P. B.; ROEHRS, R. A neurociência e as múltiplas representações: possíveis convergências para o ensino de ciências. **#Tear: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia**, v. 7, n. 2, p. 1–18, 2018.
- BICA, M. S. N.; ROEHRS, R. A abordagem dos conceitos de substância, mistura e densidade utilizando os fundamentos das múltiplas representações. **Experiências em Ensino de Ciências**, v. 10, n. 2, p. 1–13, 2015.
- BOEMO, M. DA S.; ROOS, L. T. W. **Educação matemática e contextualização: é possível?** XII Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais...**São Paulo: SBEM, 2016.
- CAMPOS, A. L. Neuroeducación: uniendo las neurociencias y la educación en la búsqueda del desarrollo humano. **la educacion**, n. 143, p. 1–14, 2010.
- COSTA, A. S. *et al.* Investigando as dificuldades apresentadas em Álgebra por alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental. **Revista Destaques Acadêmicos**, v. 8, n. 4, p. 159–176, 2016.
- DENARDI, V. B. A Teoria dos Registros de Representação Semiótica: contribuições para a formação matemática de professores em ambientes virtuais. XXI Encontro Brasileiro de Estudantes de pós-graduação em educação Matemática. **Anais...**Pelotas: UFPel, 2017.
- DUVAL, R. Sémiotique, pensée humaine et activité mathématique. 1. **Amazônia - Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 6, n. 11, p. 126–143, 2010.
- DUVAL, R.; MORETTI, T. M. T. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat: revista eletrônica de educação matemática**, v. 7, n. 2, p. 266–297, 2012.
- ESTEVÃO, E. J. O. **Dificuldades na aprendizagem e ensino de Álgebra:** atividades propostas para minimizar essas dificuldades. 2021. Dissertação

(Mestrado Profissional em Rede Nacional) – Unidade Acadêmica de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2021.

FLORES, C. R. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 19, n. 26, p. 1–22, 2006.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

GONZÁLEZ, R. **Jogos Matemáticos**: Enigmas Matemáticos. Disponível em: <https://www.coquinhos.com/tag/enigmas-matematicos/>. Acesso em: 19 set. 2023.

GOULART, A. T. *et al.* Dificuldades no aprendizado de matemática: percepção de estudantes de duas escolas públicas de Anita Garibaldi. **Cientefico**, v. 18, n. 37, p. 1–27, 2018.

GUALBERTO, C. L. **Multiletramento a partir da Gramática do Design Visual**: possibilidades e reflexões. Simpósio Internacional de Letras e Linguística. **Anais...Uberlândia**: EDUFU, 2013.

KLEIN, T. A. S.; LABURÚ, C. E. Multimodos de Representação e Teoria da Aprendizagem Significativa: Possíveis Interconexões na Construção do Conceito de Biotecnologia. **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 14, n. 2, p. 137–152, 2012.

LABURÚ, C. E.; BARROS, M. A.; SILVA, O. H. M. Multimodos e múltiplas Representações, aprendizagem significativa e subjetividade: três referenciais conciliáveis da educação científica. **Ciência & Educação**, v. 17, n. 2, p. 469–487, 2011.

LABURÚ, C. E.; ZOMPERO, A. D. F.; BARROS, M. A. Vygotsky e múltiplas representações: leituras convergentes para o ensino de ciências. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 30, n. 1, p. 7–24, 2013.

LAHORE, A. Lenguaje literal y connotado en la enseñanza de las ciencias. **Revista Enseñanza de Química**, v. 2, n. 2, p. 8–15, 2018.

LANGWINSKI, L. G.; BASSOI, T. S. A prática do professor no ensino de álgebra e os Registros de Representação Semiótica. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, n. 3, p. 272–295, 2019.

LINGUAGEM IMAGÉTICA. *In*: DICIONÁRIO inFormal. 2013. Disponível em: <https://www.dicionarioinformal.com.br/linguagem-imagetica/>. Acesso em: 21 set. 2023.

LUCCAS, S.; BATISTA, I. L. **A Importância da Contextualização e da Descontextualização no Ensino de Matemática**: uma Análise Epistemológica. II

Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. **Anais...** Rio Claro: Unesp, 2008.

LUYTEN, S. M. B. História em quadrinhos: um recurso de aprendizagem - Introdução. **Salto para o futuro**, v. Boletim 1, n. 21, p. 5–9, 2011.

MARTINS, I.; GOUVÊA, G.; PICCININI, C. Aprendendo com imagens. **Ciência e cultura**, v. 57, n. 4, p. 38–40, 2005.

MELO, D. P.; MELO, V. P. **Uma introdução à semiótica peirceana**. Guarapuava: Unicentro, 2015.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â. Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pendulo? **Pro-Posições**, v. 3, n. 1, p. 39–54, 1992.

MOREIRA, M. A. Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa. **Revista Chilena de Educação Científica**, v. 4, n. 2, p. 1–10, 2012.

MOREIRA, M. A. **Subsídios Teóricos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências**: Comportamentalismo, Construtivismo e Humanismo. 2. ed. Porto Alegre: Ed. do Autor, 2016.

NETO, J. P. O. **Contextualização no ensino de ciências e matemática**: uma proposta de análise de produtos educacionais. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2013.

NÖTH, W.; SANTAELLA, L. **Introdução à semiótica**. São Paulo: Paulus, 2017.

OLIVEIRA, L.; ROEHRS, R. Linguagem imagética na transposição da linguagem algébrica no ensino e aprendizagem da Matemática. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 29, p. 1–17, 2023.

PACHECO, M. B.; ANDREIS, G. D. S. L. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. **Revista Principia**, v. 1, n. 38, 2018.

PEDROSA, B. C. G. A. **Educação Matemática**: contextualizando o ensino de Matemática nos aspectos sociais de Nazarezinho - PB. 2014. Monografia (Especialização Fundamentos da Educação: Prática Pedagógicas Interdisciplinares) – Universidade Estadual da Paraíba, Sousa, 2014.

PERALES, F. J. La Imagen en la Enseñanza de las Ciencias: Algunos Resultados de Investigación en la Universidad de Granada, España. **Formación universitaria**, v. 1, n. 4, p. 13–22, 2008.

PEREIRA, C. A. Dificuldades do ensino da álgebra no ensino fundamental: algumas considerações. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**, v. 8, n. 15, p. 1–15, 2017.

PESSANO, E. F. C. *et al.* Contextualizando o ensino a partir de práticas interdisciplinares integradas: usando o rio Uruguai como tema. *In*: PESSANO, E. F. C. *et al.* (Org.). **Contribuições para o ensino de ciências**: alfabetização científica, aprendizagem significativa, contextualização e interdisciplinaridade. 1. ed. Bagé: EdUNIPAMPA, 2017. p. 79–99.

SANTAELLA, L. **O que é Semiótica**. 1. ed. São Paulo: Brasiliense, 2017.

SANTOS, F. P.; NUNES, C. M. F.; VIANA, M. D. C. V. Currículo, interdisciplinaridade e contextualização na disciplina de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 3, p. 157–181, 2017.

SCHONS, E. F. *et al.* A contextualização como ferramenta no ensino de ciências. *In*: PESSANO, E. F. C. *et al.* (Org.). **Contribuições para o ensino de ciências**: alfabetização científica, aprendizagem significativa, contextualização e interdisciplinaridade. 1. ed. Bagé: EdUNIPAMPA, 2017. p. 18–33.

SCOPARO, T. R. M. T. Texto verbal e imagético: uma proposta semiótica de ensino. **Revista (Con)Textos Linguísticos**, v. 12, n. 23, p. 129–151, 2018.

SILVA, C. B. *et al.* Revisitando a Aprendizagem Significativa. *In*: PESSANO, E. F. C. *et al.* (Org.). **Contribuições para o ensino de ciências**: alfabetização científica, aprendizagem significativa, contextualização e interdisciplinaridade. 1. ed. Bagé: EdUNIPAMPA, 2017. p. 47–59.

SOBRE DIÁLOGO. **Escola de diálogo de São Paulo**. 1998. Disponível em: <http://escoladedialogo.com.br/escoladedialogo/index.php/sobre-o-dialogo/>. Acesso em: 25 ago. 2023.

TIESEN, S. M. C.; ARAUJO, R. R. O ensino de Matemática por meio da contextualização e da pesquisa. **Educação Matemática Debate**, v. 4, n. 10, p. 1–16, 2020.

3 METODOLOGIA

3.1 Cenário da pesquisa

A pesquisa, desenvolvida entre os anos de 2020 e 2024, contou com as ações junto às escolas no ano de 2022. Os sujeitos da pesquisa foram os alunos do Ensino Médio de 6 escolas públicas e privadas do município de Alegrete/RS, sendo que participaram efetivamente da pesquisa algumas turmas por escola. A enumeração das escolas selecionadas e quantitativos de alunos são apresentados no Quadro 3.1.1:

Quadro 3.1.1 – Caracterização sumária das escolas e participantes.

Escola ou Instituição	Total de Alunos	Total de Alunos Participantes
EMEB João André Figueira	18	14
EEEM Demétrio Ribeiro.	499	16
EEEB Dr. Lauro Dorneles.	335	22
EEEM junto a Waldemar Borges.	85	18
IFFar – Campus Alegrete	502	55
Colégio Raymundo Carvalho – URCAMP	99	29
TOTAL	1615	154

Fonte: próprio autor.

As escolas coparticipantes estão localizadas tanto em meio urbano como rural, contando com alunos de diversas realidades socioculturais e econômicas.

Os alunos participantes estudavam em turmas de todos os anos do Ensino Médio, majoritariamente o 2º e 3º anos. As aulas de matemática nessas turmas ocorriam em um dos três turnos, manhã, tarde ou noite, período em que ocorreram as ações da pesquisa.

Os participantes tinham idades entre 15 e 42 anos, com média ponderada de 17 anos, e mais de 70% com idades entre 16 e 17. A grande maioria deles, 95%, estava cursando o seu ano de estudo pela primeira vez.

3.2 Caracterização da pesquisa

Para a caracterização da pesquisa optou-se por enumerar as classificações e relacioná-las com a pesquisa em si, sendo que nos procedimentos, ainda se faz um aprofundamento sobre as metodologias utilizadas, tudo com o intuito de melhor esclarecer as escolhas de tipificação da pesquisa.

A pesquisa caracteriza-se como de natureza **aplicada**, uma vez que se está buscando “resolver um problema que impede o sucesso” (Pereira, 2023, p. 9) dos alunos na aprendizagem da matemática, relacionado à sistemas de equações e às dificuldades com a linguagem algébrica. Tal solução, proposta pelo uso de um recurso – a linguagem imagética – pode melhorar o entendimento dos alunos de elementos contidos nos sistemas de equações e facilitar aprendizagem dos conteúdos envolvidos.

Tem uma abordagem **mista**, pois ao investigar e analisar como a linguagem imagética contribuiu no processo de ensino e aprendizagem, em um ambiente de aula, o pesquisador se vale de “elementos e características dos dois métodos simultaneamente” (Freire, 2021, p. 82). Qualitativamente, a pesquisa investiga, analisa e interpreta a opinião dos alunos sobre o uso da linguagem imagética, atribuindo significados. Também, quantifica seus pontos de vista, inclusive em questões em que eles podem optar em ser ou não favoráveis. Segundo Freire (2021, p. 83), com essa abordagem se “permite levantar atitudes, pontos de vista, preferências, identificar e descobrir tendências e reconhecer interesses”, que vai ao encontro do objetivo da pesquisa.

Do ponto de vista dos objetivos de pesquisa, ela é classificada como **exploratória**, haja vista que busca “desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e idéias” (Gil, 2008a, p. 27) relacionadas à utilização da linguagem imagética em estudos envolvendo equações e sistemas de equações. Ela objetiva favorecer um olhar mais geral, mas mais aproximado (Gil, 2008a) acerca do emprego dessa linguagem, uma vez que, segundo Oliveira e Roehrs (2024), um estudo nesse sentido ainda não foi muito explorado em pesquisas científicas.

Em relação aos procedimentos, a pesquisa ocorreu em dois momentos, sendo o primeiro um **Estudo de Campo** (Provdanov; Freitas, 2013) e o segundo o desenvolvimento de uma **Sequência Didática** (Zabala, 1998).

O Estudo de Campo, que atualmente se constitui um modelo clássico de investigação inclusive na Educação, é um tipo de pesquisa muito semelhante ao levantamento, pelas interrogações diretas, mas tem maior profundidade e é mais

flexível, por não estar baseado exclusivamente em análises quantitativas, sendo voltado a um grupo mais restrito (Provdanov; Freitas, 2013). Ele consiste “na observação de fatos e fenômenos tal como ocorrem espontaneamente, na coleta de dados a eles referentes e no registro de variáveis que presumimos relevantes, para analisá-los” (Provdanov; Freitas, 2013, p. 59). Nesse tipo de pesquisa, “o pesquisador realiza a maior parte do trabalho pessoalmente”, sendo importante as experiências diretas dele com as situações de estudo (Gil, 2002, p. 53).

Entendeu-se muito significativa a inserção do Estudo de Campo na pesquisa, momento em que se aprofundou, de uma forma mais robusta, as percepções dos participantes sobre suas dificuldades com a álgebra, mas principalmente a respeito do uso da linguagem imagética e de enigmas matemáticos relacionados a equações e sistemas de equações. Além disso, permitiu observações do pesquisador a respeito dessas percepções, por meio de análise dos dados coletados.

Mas, tratando-se de uma pesquisa envolvendo o ensino e aprendizagem, é necessário metodologias de suporte tanto na questão propriamente dita desse processo quando da pesquisa em si. Sendo assim, foi empregado no segundo momento da pesquisa, o desenvolvimento de uma Sequência Didática, que contou com alguns aspectos da Engenharia Didática (Artigue, 1988).

Entende-se que as Sequências Didáticas, definidas como “*um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos*” (Zabala, 1998, p. 18, grifo do autor), se enquadram dentro desse escopo metodológico. Também chamada de unidades didáticas ou de intervenção pedagógica, as Sequências Didáticas têm a capacidade de conservar o caráter unitário e reunir toda complexidade da prática pedagógica, e compreende 3 fases: planejamento, aplicação e avaliação (Zabala, 1998).

Ela se constitui como “uma sequência elaborada pelo professor que proporciona uma escolha ou organização de atividades” (Soares; Carvalho, 2011, p. 10), “planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos” (Pais, 2002, p. 102). Nesse planejamento, se prevê os papéis dos docentes e discentes, a organização social da aula, utilização dos espaços e tempos, a organização do conteúdo, o uso de materiais e recursos didáticos e o sentido e o papel da avaliação (Zabala, 1998).

Ao organizar temas e conteúdos por meio de uma Sequência Didática, observando-se uma sucessão de atividades que ocorrem de maneira gradativa, primando pela progressão lógica dos conteúdos, contribui-se para uma melhor compreensão dos temas estudados pelos alunos, além de poder evidenciar ligações existentes entre áreas da disciplina e até mesmo de áreas do conhecimento (Ugalde; Roweder, 2020).

Para melhor qualificar o caráter de pesquisa na Sequência Didática, utilizou-se da Engenharia Didática, que é uma metodologia que pode tanto designar produções para o ensino, quanto ser vista como metodologia de pesquisa caracterizada por experiências baseadas em realizações didáticas em sala de aula (Oliveira, 2017; Zborowski; Pigatto, 2018).

Por ser uma metodologia que estrutura a concepção, realização, observação e análise de sequências didáticas em um processo experimental, Artigue (1988) delimitou 4 fases para a sua execução.

Na fase (i) Análises Preliminares, o pesquisador identifica os problemas de ensino e aprendizagem e se apropria do contexto educacional.

Na segunda fase, (ii) Concepção e Análise *a priori*, é planejada e “projetada” a sequência didática que se pretende aplicar com os pesquisados, partindo do que foi previamente analisado na fase (i). Nesta fase deve-se prever o número e o tempo de duração dos encontros, e descrever e prever o que pode acontecer no desenvolvimento, por meio de formulação de hipóteses.

Na (iii) Experimentação, tem-se a desenvolvimento propriamente dito da sequência didática. Nessa fase deve observar as anotações realizadas nas fases anteriores para corrigir o percurso, caso seja preciso. É necessário que o pesquisador aplique “instrumentos de pesquisa (registro das observações por meio de diário da prática pedagógica, gravações em áudio/vídeo, produções escritas dos alunos, etc.)” (Guimarães; Barlette; Guadagnini, 2015, p. 218), que são importantes para a fase seguinte, na análise e validação.

Na última fase, (iv) Análise *a posteriori* e Validação, “é realizada a análise dos dados obtidos após a aplicação da sequência didática” (Zborowski; Pigatto, 2018, p. 73). Essa fase é caracterizada pelo tratamento dos dados coletados e a confrontação destes com a análise *a priori*.

Um ponto interessante é que a Engenharia Didática “pode ser vista como metodologia qualitativa de pesquisa na área de Matemática, sendo relativamente útil

na elaboração de situações de ensino-aprendizagem significativas” (Oliveira, 2017, p. 36). Isso vem ao encontro tanto da caracterização da pesquisa, em sua abordagem, como da presença da Aprendizagem Significativa (Moreira, 2016), principalmente quando a pesquisa trata da contextualização.

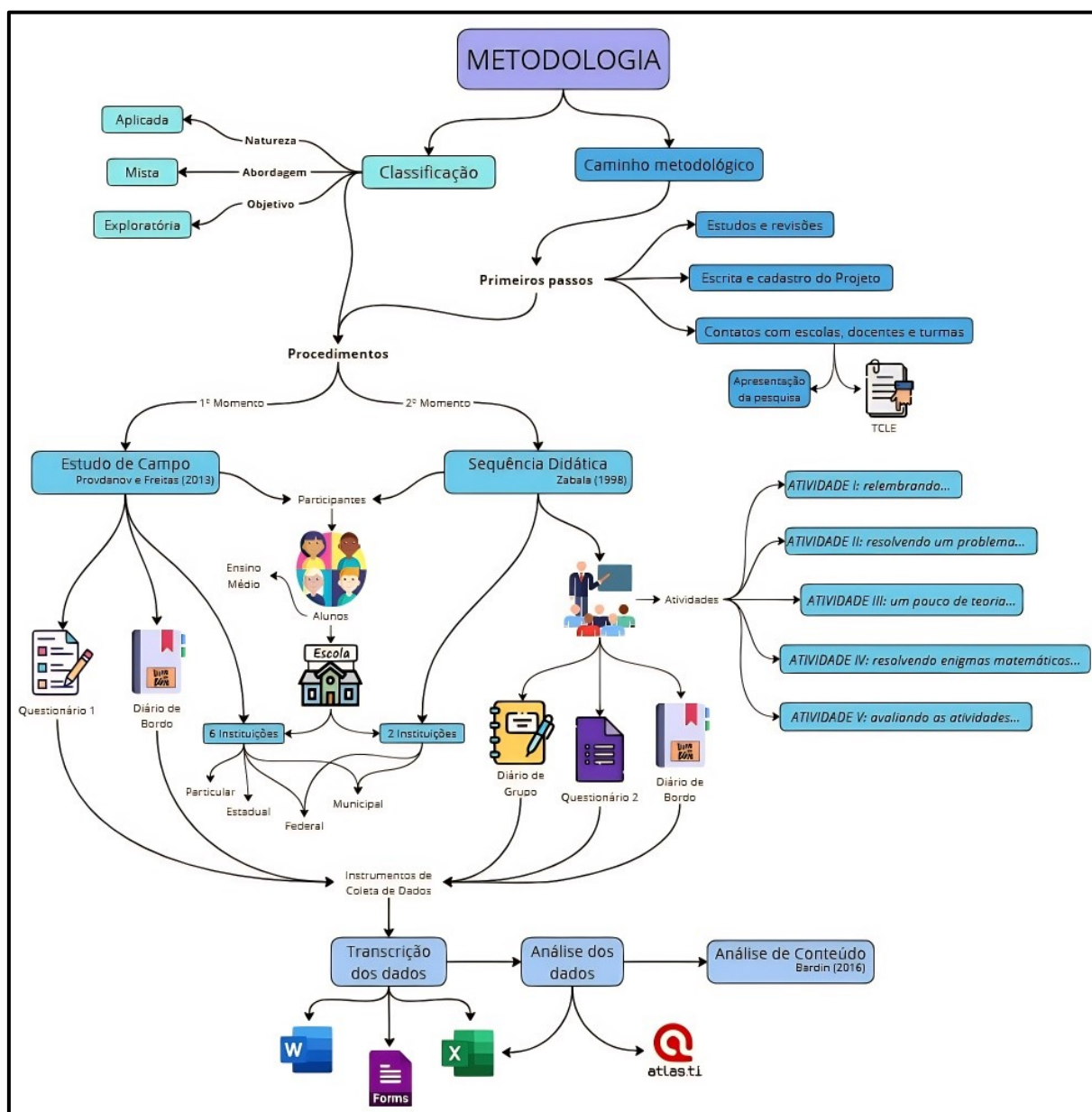
Ao observar as fases da Sequência Didática (Zabala, 1998) e as da Engenharia Didática (Artigue, 1988), percebe-se similaridades, uma vez que ao planejar uma atividade, está se pensando em uma análise preliminar e na construção de uma sequência de atividades; a aplicação e experimentação são ambas o desenvolvimento, em sala de aula, do planejado; e igualmente avaliar uma sequência didática é uma revisão sobre aquilo que foi pensado e idealizado no planejamento, uma análise *a posteriori*. Entende-se que ambas se complementam, sendo que a Engenharia Didática sustenta o desenvolvimento de uma Sequência Didática como método de pesquisa.

3.3 Caminho metodológico

Com a finalidade de apresentar o percurso metodológico de toda a pesquisa de uma forma mais organizada, subdividiu-se essa seção em quatro partes: a primeira, vai abordar os estudos e revisões iniciais, assim como a preparação que antecedeu o Estudo de Campo; na segunda parte serão apresentadas as ações que ocorreram nesse estudo e a preparação para o desenvolvimento da Sequência Didática; na seguinte, as ações ocorridas no desenvolvimento das atividades da Sequência Didática; por fim, uma seção dedicada a coleta e análise de dados.

Para ilustrar melhor a metodologia e esse caminho, apresenta-se a figura 3.3.1, que é uma síntese da estrutura metodológica da pesquisa.

Figura 3.3.1 – Síntese da metodologia.



Fonte: Oliveira (2024).

3.3.1 Primeiros passos

Inicialmente, dentro dos estudos iniciais desenvolvidos por revisões narrativas (Alves *et al.*, 2022), foi elaborado um ensaio acadêmico para aprofundar a temática escolhida e compreender melhor a linguagem imagética e a sua relação com os sistemas de equações.

As discussões nesse trabalho se iniciam por meio de apontamentos em relação às dificuldades dos alunos com a Matemática, mais especificamente com a Álgebra e a sua linguagem, seguindo com aspectos sobre as linguagens e detalhando um pouco

mais a linguagem imagética, envolvendo opiniões do pesquisador sobre o uso de imagens no processo de ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações. Esse ensaio foi produzido para atender o objetivo específico i.

A partir desse trabalho, identificou-se a necessidade de se buscar na literatura produções que tivessem estudado a linguagem imagética relacionada à Álgebra, sistema de equações e linguagem imagética. Por isso, foi desenvolvida uma Revisão Sistemática da Literatura (Galvão; Pereira, 2014), em artigos científicos e em teses e dissertações, usando as bases de dados SCOPUS, e Periódicos CAPES, e BTD CAPES, BDTD e BASE. Essa revisão apresentou os resultados dessa busca por meio de uma metassíntese (Alencar; Almouloud, 2017; Lopes; Fracolli, 2008), e atendeu ao objetivo específico ii.

Após os estudos iniciais, o foco foi em buscar aportes teóricos para a utilização da linguagem imagética como recurso no ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações. A princípio, as bases teóricas identificadas foram as Múltiplas Representações, a Contextualização, a Aprendizagem Significativa e a Gramática do Design Visual. Essas bases foram escolhidas tendo em vista que o PPGECQVS (atualmente PPgECi) é em educação em ciências, abarcando a primeira teoria, a segunda e terceira teorias que figuraram nas aulas do programa, e a quarta que surgiu em atividades do grupo de pesquisa.

A partir da qualificação do projeto, algumas bases foram revistas, se mantendo as duas primeiras e inserindo uma base mais voltada para a matemática, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Definidas as três teorias – Múltiplas Representações (Klein; Laburú, 2012; Laburú; Barros; Silva, 2011), Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2010) e Contextualização (Barbosa; Mendes, 2016; Neto, 2013; Schons *et al.*, 2017; Tiesen; Araujo, 2020) para compor o referencial teórico da tese e atender ao objetivo específico iii, foi escrito um capítulo de livro desenvolvendo-as e relacionando-as com a linguagem imagética no contexto da pesquisa.

Paralelamente a esses estudos, algumas ações voltadas a efetivação da pesquisa junto às escolas coparticipantes foram sendo desenvolvidas. A primeira foi o cadastro da pesquisa no Sistema Acadêmico de Projetos (SAP) da UNIPAMPA, sob o código 2022.PE.BG.190, em janeiro de 2022, juntamente com a confecção e validação do Questionário 1, para o Estudo de Campo, elaboração dos Termos de

Consentimento e de Assentimento Livre e Esclarecido, e de Coparticipação das escolas envolvidas na pesquisa. Esses termos encontram nos **Apêndices A, B e C**.

Com esses documentos prontos, em fevereiro 2022 iniciaram-se os contatos com as escolas coparticipantes. Não houve um critério específico para essa escolha dessas escolas, tendo sido selecionadas por conveniência e de forma que contemplasse a todas as redes de ensino, municipal, estadual, federal e privada.

Após as conversas iniciais com as escolas, por meio de contatos telefônicos e redes sociais com as direções e/ou supervisões das escolas, foi agendada a primeira visita em cada escola, para uma reunião versando sobre o projeto de pesquisa, que ocorreu geralmente na semana seguinte desse contato. No encontro, foram feitas a apresentação do pesquisador e do projeto de pesquisa, as dúvidas sobre o desenvolvimento do mesmo foram esclarecidas. A autorização para o desenvolvimento da pesquisa se deu por meio de assinatura do termo de coparticipação.

Ao todo foram visitadas 8 escolas, com 6 delas concordando em participar da pesquisa, sendo 1 da rede municipal; 3 da rede estadual; 1 da rede federal; e 1 particular. Justifica-se o número maior de escolas da rede estadual tendo em vista que é a rede que abrange maior número de alunos e por possuir participantes de diferentes regiões e situações socioculturais da cidade.

Com essas autorizações, foi efetivado o cadastro do projeto de pesquisa junto a Plataforma Brasil, com Certificado de Apresentação de Apreciação Ética (CAAE) do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) UNIPAMPA sob o número 57485522.8.0000.5323, e do CEP IFFar (instituição coparticipante) com o número 57485522.8.3003.5574. O desenvolvimento das ações com os participantes teve início com a aprovação pelo CEP da UNIPAMPA e CEP IFFar, pelos pareceres números 5.381.569 e 5.438.063, respectivamente, emitidos no final de maio de 2022.

O projeto contou com a previsão de riscos, tanto envolvendo os participantes como em relação aos dados, assim como as medidas a serem tomadas sobre esses potenciais riscos. Além disso, pela situação sanitária causada pela COVID-19, foram previstos protocolos de segurança. Contudo, nenhuma situação envolvendo tais riscos ocorreu durante as ações envolvendo os participantes da pesquisa.

A partir disso, em agosto de 2022 foram realizados novos contatos com os docentes de matemática das escolas, para a seleção das turmas e acertos dos encontros com os participantes. A seleção das turmas foi pelo critério de ser uma

turma por escola, que tivesse estudado, preferencialmente no corrente ano, o conteúdo de sistema de equações lineares, com a escolha dessa turma realizada por diálogo com docentes de matemática do Ensino Médio das instituições. Contudo, pela acessibilidade do pesquisador ao IFFar e número reduzido de alunos nas turmas dessa instituição, optou-se por realizar a pesquisa em todas turmas dos cursos técnicos integrados, dentro do critério do conteúdo, totalizando 5 turmas. Também pelo número reduzido de alunos, por sugestão do professor de matemática do Ensino Médio da Escola André Figueira, foram selecionados todos os alunos desse nível.

As ações envolvendo os participantes foram realizadas basicamente em 3 encontros: o primeiro, com a apresentação do projeto e dos termos de consentimento; o segundo, com o desenvolvimento do Estudo de Campo; e o terceiro encontro foi a aplicação da Intervenção Didática com algumas turmas. Elas desenvolveram-se de forma presencial, nas próprias salas de aula de cada turma, em turno e horário de aula de matemática de cada turma, com uma das ações ocorrendo por meio de respostas em formulário *online*.

O primeiro encontro, com duração de 1 hora-aula, ocorreu nos meses de setembro e outubro de 2022, e nele foi oficializado o convite aos participantes da pesquisa, pelo pesquisador, que apresentou o projeto de pesquisa, seus objetivos, como seria desenvolvido e os cuidados éticos e de segurança prescritos na legislação de proteção de dados, sempre lembrado aos participantes da não obrigatoriedade em relação à participação e que poderiam desistir das atividades a qualquer momento. Por fim, foi formalizada a autorização da participação dos alunos por meio da assinatura dos termos, tanto do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) quanto do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE). Os alunos menores levaram para casa os termos aos seus responsáveis, que foram recolhidos posteriormente pelo professor da turma e entregues ao pesquisador. Em algumas turmas, alguns alunos optaram por não participar. Mesmo assim, após diálogo com o pesquisador, esses alunos concordaram em responder, mas os dados não foram utilizados para as análises.

3.3.2 Estudo de Campo

Após o esse primeiro encontro com os participantes, novos agendamentos com os professores das turmas foram realizados para a efetivação do Estudo de Campo.

No segundo encontro com os participantes, que teve a duração de 1 hora-aula, aproximadamente 50 minutos, e ocorreu ainda no mês de setembro de 2022, foi apresentado e desenvolvido o Questionário 1, sendo explicado o objetivo e como os participantes deveriam proceder nas respostas. Foi esclarecido que as dúvidas poderiam ser sanadas a qualquer momento e mesmo as respostas sendo individuais, não foi proibido a possibilidade de algumas conversas paralelas, para que a atividade não fosse vista como uma prova e os alunos se sentissem o mais à vontade possível.

Nesse momento também foi utilizado o Diário de Bordo do pesquisador, anotando percepções deste sobre reações dos participantes na atividade. Finalizando esse encontro, foram feitos os agradecimentos aos participantes e entregue uma pequena lembrança, contendo um desafio com um sistema de equação e um enigma matemático.

O Estudo de Campo teve o seu prosseguimento, com a análise dos dados coletados e inferências. Logo após o encontro, iniciou-se a leitura das respostas do questionário e registro das primeiras percepções ainda nos meses de setembro e outubro, contemplando as análises preliminares para a elaboração da Sequência Didática. Tendo em vista o volume de material, a análise se estendeu até o final do 1º semestre de 2023.

3.3.2.1 Questionário 1 e validação, Diário de Bordo do Pesquisador

O Questionário 1, que se encontra na íntegra no **Apêndice D**, era impresso, composto de 25 questões, identificadas pelas letras de *a) a y)*, algumas discursivas, sendo 6 de caracterização dos participantes e 19 abordando aspectos específicos sobre dificuldades com Matemática e Álgebra, contextualização, comparações e resoluções de sistemas de equações e enigmas matemáticos. Destaca-se a sua importância enquanto instrumento, pela função dupla no desenvolvimento da pesquisa, tanto para a elaboração das percepções dos participantes de uma forma mais global e possibilitando as inferências do Estudo de Campo, quanto como suporte para as análises preliminares e planejamento da Sequência Didática que foi aplicada em algumas das turmas.

Por isso, e buscando a qualidade nesse instrumento, foi desenvolvida uma validação sumária do questionário, realizada no mês de fevereiro de 2022, por meio da participação de integrantes voluntários do Grupo Interdisciplinar de Pesquisa em

Práticas de Ensino (GIPPE), graduados e pós-graduados pesquisadores do PPgECi, convidados para auxiliar na análise e avaliação do instrumento. Ela foi disponibilizada por aproximadamente 10 dias, em duas formas: documentos do *software Word*, com tabelas para serem completadas com as respostas; e formulários *online*, sendo esta última a escolhida pelos participantes

A ações de avaliação tiveram foco na análise individual de cada questão contida no questionário, com base em 3 itens: coerência, clareza e pertinência. Nas duas primeiras, os valores de resposta foram S (sim), N (não) e (?) dúvidas, e a última continha uma escala *Likert* variando de 1 (pouco pertinência) até 5 (muito pertinente). Além disso, existia um campo para observações e sugestões.

Pelas respostas enviadas, pode-se considerar o questionário bem pertinente, coerente e claro, em sua maioria. Algumas marcações de falta ou dúvidas de coerência e clareza estavam ligadas a questões de grafia e de substituições de termos por outros mais simples, prontamente acolhidas e que realmente deixaram as perguntas mais próximas do aluno participante. Em específico, houve uma citação para se esclarecer o termo contextualizar, que foi atendida com a inserção de uma explicação sobre contextualização, antecedendo a questão.

Além das validações, 1 integrante do GIPPE foi voluntário para responder o formulário *online* com o questionário, assim como 6 alunos do Ensino Médio do IFFar, que já haviam estudado o conteúdo e não participariam da pesquisa, foram convidados para responder esse formulário. Pelas respostas foi possível inferir que o formulário estava suficientemente claro, pois não houve respostas sem sentido ou fora do contexto das temáticas abordadas, mesmo sem ter acontecido uma explicação prévia detalhada do instrumento.

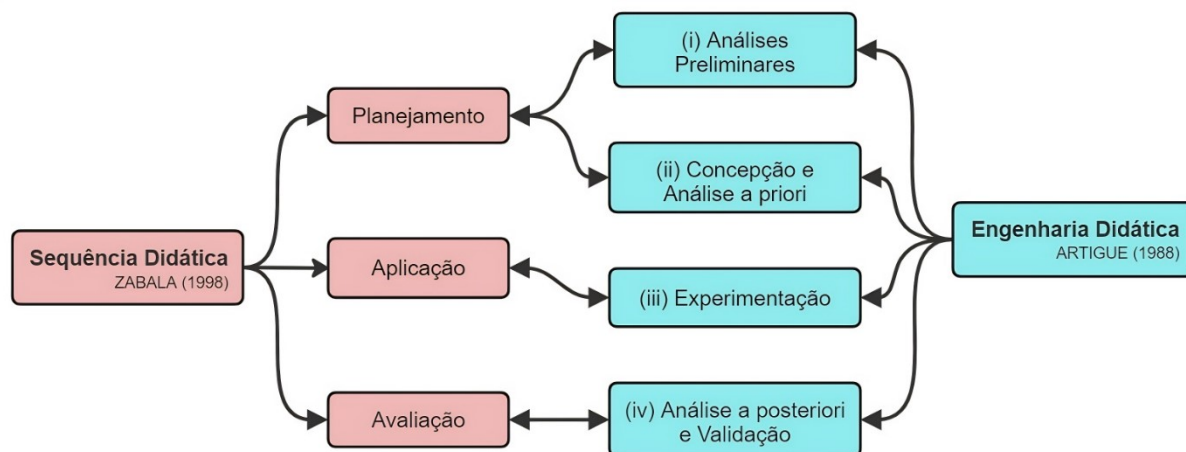
Sobre o Diário de Bordo, é composto por documentos do *Word* com a transcrição das anotações feitas em agenda do pesquisador, englobando suas percepções e observações de todas as ações e momentos da pesquisa. Além disso, outras considerações feitas sobre os instrumentos de coleta de dados, como o Questionário 1 e cronogramas de encontros e ações, também integram o diário.

3.3.3 Sequência Didática

Para o planejamento e desenvolvimento da Sequência Didática foram seguidos o conceito e as três fases de Zabala (1998), juntamente com aspectos das fases da

Engenharia Didática de Artigue (1988), que se relacionam como destacado na seção 3.2 e pode ser resumido na figura 3.3.3.1.

Figura 3.3.3.1 – Relação entre as fases da Sequência Didática e da Engenharia Didática.



Fonte: Oliveira (2024).

Embora fossem necessárias as respostas do Questionário 1 e efetivação das análises preliminares para a elaboração das atividades da Sequência Didática, a fase do **Planejamento** iniciou-se antes delas, com a formulação de algumas ideias de propostas de atividades, como se valer de momentos de contextualização, os aspectos a serem trazidos no desenvolvimento do conteúdo e na resolução de enigmas matemáticos. Com a finalização da aplicação do Questionário 1 e de posse das primeiras percepções dos participantes sobre a linguagem imagética e enigmas matemáticos, o planejamento foi se consolidando, com a nova seleção de turmas, definição dos papéis dos envolvidos e organização de datas e tempos, dos materiais didáticos, dos participantes e das atividades.

Para a seleção das instituições e turmas foram observadas as dificuldades identificadas e os diferentes contextos vivenciados pelos alunos, assim como a facilidade de acesso do pesquisador a uma das instituições coparticipante. Disso, e pelo caráter de conveniência, foram escolhidas 2 entre as 6 instituições da pesquisa, totalizando 4 turmas e 36 alunos participantes na intervenção.

A intervenção foi planejada para ser aplicada pelo pesquisador, sem a participação do docente da turma. As datas foram previamente combinadas com os docentes, por contato via mensagem em rede social. Sobre a estimativa de tempo, era previsto em projeto 1 hora-aula, de 50 minutos, o que no planejamento, tendo em

vista as observações iniciais e os números de atividades previstas, passou para 2 horas-aulas. Este último tempo foi estimado tendo em vista que o pesquisador não queria alterar a organização das escolas e dos docentes de matemática, uma vez que 2022 foi o ano de retorno das atividades presenciais pós pandemia, com muitos desafios à comunidade escolar.

Os materiais didáticos empregados foram confeccionados pelo pesquisador, como os cartões imagéticos e Diário de Atividade Grupo, por exemplo, ou emprestados de laboratórios do IFFar, como material dourado, frascos e memórias. Eles são melhor visualizados na descrição das atividades.

Com vista a otimizar o tempo no desenvolvimento das atividades da Sequência Didática, e oportunizar atividades colaborativas, que têm potencial para facilitar a Aprendizagem Significativa ao viabilizar a troca e negociação de significados (Moreira, 2012), as atividades foram planejadas e concebidas para ocorrer em grupos. Cada turma seria dividida em 2 grupos, tendo em vista os tipos de materiais a serem usados e formas de resolução dos enigmas, nas atividades.

Na organização das atividades da Sequência Didática, observou-se, pelas análises preliminares, a necessidade de ênfase à contextualização e atenção para o emprego adequado de imagens de acordo com as características das turmas, assim como a importância de se destacar o papel das imagens no desenvolvimento expositivo-dialogado do conteúdo, de procurar diferentes formas para a resolução dos enigmas matemáticos por meio de jogos e tecnologias, e de promover a avaliação da Sequência Didática pelos participantes.

Com base nisso e nos estudos e experiências do pesquisador, idealizou-se uma intervenção cujo objetivo educacional era promover a contextualização e facilitar o ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações, organizada em 5 atividades (na íntegra, no **Apêndice E**). Segue, a descrição sumária do planejamento das atividades.

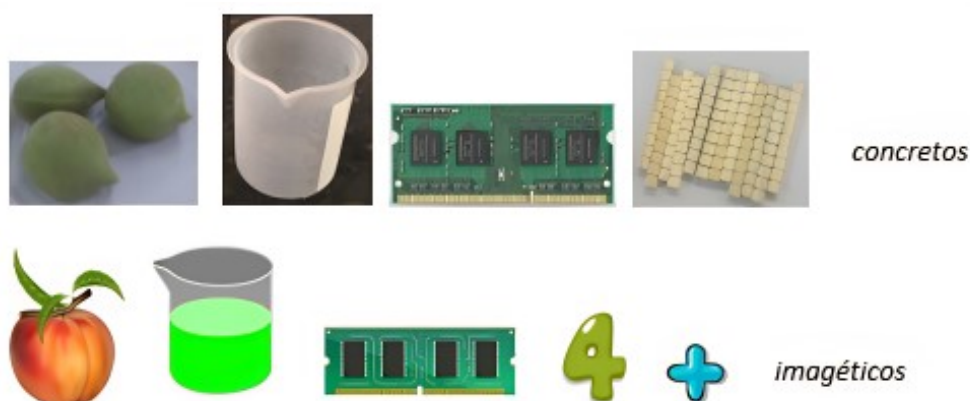
A *ATIVIDADE I: relembrando...* era parte da contextualização, sendo um momento de diálogo para que os alunos pudessem relembrar, discutir e anotar conhecimentos prévios (Oliveira; Roehrs, 2023b) relativos à linguagem imagética, enigmas matemáticos e sistemas de equações.

A *ATIVIDADE II: resolvendo um problema...* se tratava de uma resolução de problema relacionado ao dia a dia dos alunos, cotidiano ou escolar, que envolvia sistema de equações. O objetivo era promover um momento contextualizador com os

participantes, sendo a atividade planejada com base na realidade deles e/ou vivenciadas em seus cursos de estudo, agropecuário, química ou informática.

Seriam disponibilizados dois tipos de materiais, concreto e imagético, para a resolução, em que o primeiro contava com frutas reais (pêssegos e figos), frascos (copos *Becker* e provetas) e memórias de computador (memórias RAM), respectivamente, para cada contexto, e Material Dourado e Escala Cuisenaire para representar números e quantidades; o segundo, era composto de cartões com as imagens dos objetos, número e sinais de operação (figura 3.3.3.2).

Figura 3.3.3.2 – Alguns materiais concretos e imagéticos usados na *ATIVIDADE II*.



Fonte: próprio autor.

Após a resolução, os grupos responderiam a questões sobre o tipo de material, estratégias, dificuldades e facilidades encontradas, e representações usadas.

A *ATIVIDADE III: um pouco de teoria...* era relacionada ao conteúdo, em que o pesquisador desenvolveria os conceitos de incógnitas, igualdade, princípios de equivalência, equações, sistema de equações, por meio de uma apresentação de *slides*, retomando aspectos das duas primeiras atividades e trabalhando com base na linguagem imagética, em apoio principalmente ao entendimento de incógnitas e operações entre elas. A participação dos alunos se daria por meio do diálogo, incentivado pelo mediador, sanando dúvidas, que seriam anotadas em diário e depois compartilhadas com a turma.

A *ATIVIDADE IV: resolvendo enigmas matemáticos...* tinha o intuito dos grupos resolverem enigmas matemáticos, de forma impressa ou *online*¹⁰, para que pudessem

¹⁰ Foram utilizados alguns dos desafios contido no site Coquinhos Jogos Educativos, no endereço: <https://www.coquinhos.com/desafio-matematico-sistema-de-equacoes/play/>

desenvolver conceitos vistos no momento anterior e para avaliar o desempenho e interesse pelos enigmas. Nessa atividade a orientação foi para os grupos resolverem os enigmas e responderem a três questões, envolvendo o formato dos enigmas matemáticos, as estratégias de resoluções e as dificuldades e facilidades.

A *ATIVIDADE V: avaliando as atividades...* era uma avaliação da Sequência Didática, em que os grupos precisariam discutir entre si e responder três questionamentos sobre a proposta do uso da linguagem imagética e dos enigmas matemáticos, nos aspectos motivacional, contextualizador e facilitador.

Como parte do planejamento, com olhar para a fase de análise *a priori*, foram identificados o problema de pesquisa da Sequência Didática, se e como a linguagem imagética pode contextualizar e facilitar o entendimento de equações e sistema de equações; o objetivo de pesquisa, de investigar essa situação; e as hipóteses de que as imagens, contidas em enigmas matemáticos, facilitaria o entendimento em relação aos conceitos de incógnitas e de equações; que deveriam ser consideradas as diferentes realidades dos alunos, sendo pensado o uso de materiais e imagens diferenciadas para as atividades de resolução de problema; que as imagens contidas nos enigmas nem sempre são tão claras e podem gerar dificuldades, situação essa identificada no Estudo de Campo.

A **Aplicação** da Sequência Didática ocorreu no final de outubro e início de novembro de 2022, conforme combinado com os professores das turmas. Foi realizada em um dia distinto para cada turma, na própria sala de aula das turmas, em horário escolar, dentro dos turnos e períodos destinados para a aula de matemática.

As atividades foram mediadas somente pelo pesquisador, que assumiu as turmas nos dias da intervenção. Iniciou-se com a separação dos 2 grupos em cada turma e a eleição de um relator responsável pelo preenchimento do Diário de Atividade de Grupo. Concomitantemente, foram feitos esclarecimentos iniciais sobre a continuidade do projeto de pesquisa, a Sequência Didática e objetivos propostos para esta. Depois, seguiu-se, o desenvolvimento de cada uma das atividades, conforme planejadas. Somente em relação ao tempo que houve uma diferença, em que uma turma, por disponibilidade, teve a aplicação em 3 horas-aula.

Para a **Avaliação** da Sequência Didática, foram propostos 2 instrumentos para a manifestação das opiniões dos participantes, sendo eles o Diário de Grupo e o Questionário 2. O primeiro continha a descrição das atividades, seguidas de questões em que os grupos poderiam manifestar suas percepções sobre as atividades

desenvolvidas, e foi preenchido durante as atividades; o segundo foi respondido após a intervenção, no formato *online*, por meio do *Google Forms*. Ambos são melhores descritos na próxima seção. Soma-se a esses o Diário de Bordo do pesquisador, com percepções e observações que colaboraram nessa avaliação.

De posse dos dados coletados, a avaliação foi desenvolvida por meio de análise dos mesmos, e por fim, a retomada a questão, objetivos e hipóteses, na análise *a posteriori*. Para a análise dos dados, realizadas no segundo semestre de 2023, utilizou-se como metodologia a Análise de Conteúdo (AC) (Bardin, 2016), detalhada na seção 3.3.4.

3.3.3.1 Diário de Atividade de Grupo e Questionário 2

Para o registro das percepções dos grupos e acompanhamento das atividades foi elaborado um Diário Atividade de Grupo (simplificando o nome: Diário de Grupo), documento impresso com orientações aos alunos, composto com a descrição das 5 atividades, questionamentos e espaços para comentários. As perguntas contidas no diário eram referentes os conhecimentos prévios dos alunos, dúvidas, estratégias empregadas, dificuldades e facilidades encontradas nas atividades, e percepções sobre o uso da linguagem imagética e enigmas matemáticos.

Cada turma recebeu 2 diários, um para cada grupo, que foi preenchido pelo seu representante, o relator escolhido, que fez as anotações após as discussões finais do grupo em cada atividades. Esse documento teve dois propósitos, de servir como roteiro de atividades para os grupos e como um instrumento de coleta de dados, e um deles se encontra na íntegra no **Apêndice F**.

No planejamento da pesquisa, uma das preocupações foi com a forma da coleta de dados, tendo em vista os cuidados e as medidas sanitárias a serem observadas pela situação de pandemia. Também houve a preocupação com o tempo que seria cedido pela escola para a pesquisa, no sentido de não se querer alterar muito a organização curricular de cada escola para a inserção das ações da pesquisa.

Com isso, foi previsto em projeto a possibilidade do desenvolvimento dos questionários e da intervenção didática de forma remota, por meio de formulários no formato *online*, para os questionários, e de reuniões virtuais para o desenvolvimento de sequências didáticas. No caso do Questionário 2, essa previsão se mostrou importante para garantir a otimização do tempo da intervenção didática.

O Questionário 2, no formato *online*, foi elaborado para apoiar o Diário de Grupo na avaliação e coleta das percepções dos participantes sobre a temática. Era composto por 12 questões, identificadas por letras de *a)* a *m)*, versando sobre a caracterização dos participantes e temáticas específicas da pesquisa, a maioria delas objetivas, tendo em vista a observação no Estudo de Campo de pouca produção de escrita dos participantes em suas respostas, o que dificultou a análise das mesmas.

No **Apêndice G**, apresenta-se o formulário *online* do Questionário 2¹¹, que foi aplicado com os participantes da Sequência Didática, após o encerramento desta.

3.3.4 Coleta e análise de dados

Como instrumentos de coleta de dados para o Estudo de Campo foram utilizados o Questionário 1, para o registro das percepções dos participantes, e o Diário de Bordo do pesquisador para suas observações e percepções sobre a atividade e respostas do questionário. Para a aplicação da Sequência Didática, os instrumentos foram o Diário de Grupo, o Questionário 2, e o Diário de Bordo do pesquisador. Pelo Questionário 1 e Diário de Grupo, além das respostas às questões formuladas, também foi possível observar algumas produções dos alunos.

Inicialmente havia a previsão de avaliação das interações e colaborações durante a fase da Aplicação da Sequência Didática, por meio de análise de gravações das intervenções. Entretanto, o Diário de Bordo foi suficiente para esse fim, e as análises das gravações foram empregadas como complemento dos resultados.

Para análise dos dados coletados nos questionários e diários, foi utilizada a AC (Bardin, 2016, p. 48, grifo do autor), que consiste em

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos [...] dessas mensagens.

Na efetivação da AC, seguiu-se as fases de pré-análise, exploração do material, tratamento dos resultados e interpretação, e inferências (BARDIN, 2016). Na primeira fase, iniciou-se pela transcrição dos dados. Para o Questionário 1, todas as respostas foram reescritas no *Google Forms*, como pode ser visto na figura 3.3.4.1.

¹¹ O Questionário 2 pode ser acessado pelo endereço: <https://forms.gle/Kqxp5dpPmsDsD6Dh7>.

Figura 3.3.4.1 – Formulário do *Google Forms* com a Transcrição do Questionário 1.

Questionário 1 - LI - Transcrição

Perguntas Respostas 151 Configurações Total de pontos: 0

Pesquisa: Linguagem Imagética na contextualização, ensino e aprendizagem de Sistema de Equações

A MAIORIA NÃO ACERTAI

$x + y + z = 30$
 $x + y + z = 20$
 $y + z + x = 9$
 $x + y + z = ??$

Dado o sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y + z = 30 \\ x + y + z = 20 \\ y + z + x = 9 \\ y + z + x = w \end{cases}$$

Qual o valor de w?

Seção 1 de 13

Transcrição 1º Questionário: percepções dos discentes

Específicos

x) Para você, ao visualizar as imagens nos enigmas matemáticos e compará-las com as letras nas equações e sistemas de equações, possibilitaria um melhor entendimento do significado das letras?

149 respostas

☒ Sim
☐ Não

90.5% Sim, 9.5% Não

Fonte: Oliveira (2022).

Estando todas as respostas transcritas no *Google Forms*, foram geradas planilhas no *software Excel* (figura 3.3.4.2) com a finalidade de seguir com a pré-análise e a geração de alguns dados quantitativos preliminares.

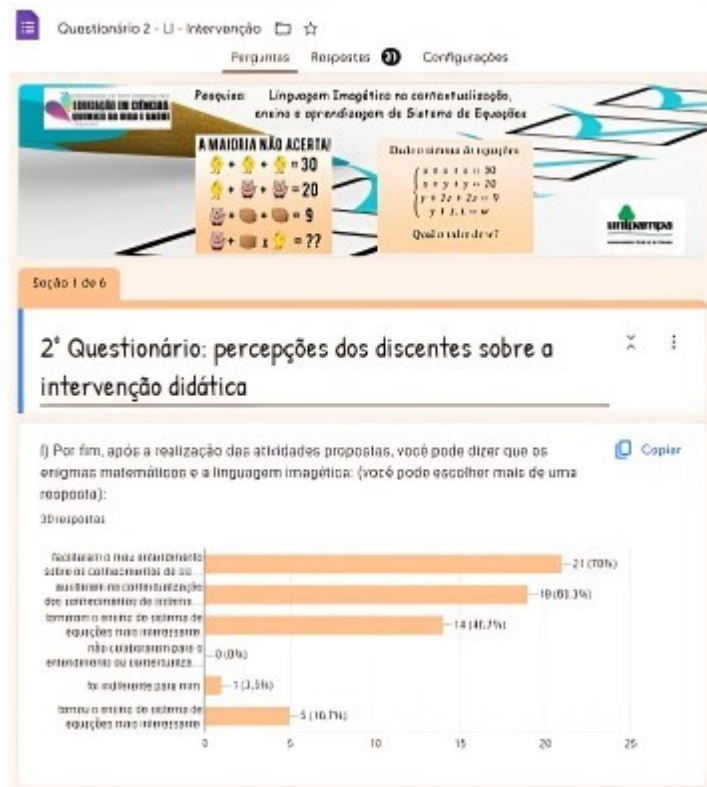
Figura 3.3.4.2 – Planilha do *Excel*, com transcrição e organização das respostas do Questionário 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	s) Qual tem mais significado e sentido com a sua realidade?							
2	Enigma Matemático.							
3	Enigma Matemático.							
4	Enigma Matemático.							
5	Enigma Matemático.							
6	Sistema de Equações.			Mais significado e sentido	quantidades		Mais significado e sentido	percentual
7	Enigma Matemático.			Sistema de Equações	65		Sistema de Equações	43%
8	Enigma Matemático.			Enigma Matemático	79		Enigma Matemático	52%
9	Enigma Matemático.			Em branco	7		Em branco	5%
10	Sistema de Equações.			TOTAL	151		TOTAL	100%
11	Sistema de Equações.							
12	Enigma Matemático.							

Fonte: próprio autor.

Assim como foi realizado para o Questionário 1, o *Google Forms* também recebeu as respostas dos alunos do Questionário 2 (figura 3.3.4.3), com a diferença de que por ser no formato *online*, não foi necessário reescrever as respostas.

Figura 3.3.4.3 – Formulário do *Google Forms* com a Transcrição do Questionário 2.



Fonte: Oliveira (2022b).

Para o Questionário 2, também foram criadas planilhas no *Excel* (figura 3.3.4.4), para auxiliar a pré-análise dos dados, assim como efetuou-se para o outro questionário.

Figura 3.3.4.4 – Planilha do *Excel*, com transcrição e organização das respostas do Questionário 2.

	A	B	C	D	E	F	G
1	I) Por fim, após a realização das atividades propostas, você pode dizer que os enigmas matemáticos e a linguagem imagética:						
2	(você pode escolher mais de uma resposta):						
3	tornaram o ensino de sistema de equações mais interessante.						
4	facilitaram o meu entendimento	O que dizer de enigmas e LI	quantidades		O que dizer de enigmas e LI	percentual	percentual (respostas)
5	tornaram o ensino de sistema de equações mais interessante.	facilitaram o meu entendimento sobre	21		facilitaram o meu entendimento sobre	68%	34%
6	facilitaram o meu entendimento	auxiliaram na contextualização dos	19		auxiliaram na contextualização dos	61%	31%
7	facilitaram o meu entendimento	tornaram o ensino de sistema de equações mais interessante.	19		tornaram o ensino de sistema de equações mais interessante.	61%	31%
8	facilitaram o meu entendimento	não colaboraram para o entendimento	0		não colaboraram para o entendimento	0%	0%
9	facilitaram o meu entendimento	foi indiferente para mim.	1		foi indiferente para mim.	3%	2%
10	facilitaram o meu entendimento	Outra resposta	0		Outra resposta	0%	0%
11	facilitaram o meu entendimento	Em branco	1		Em branco	3%	2%
12	facilitaram o meu entendimento	TOTAL	31		TOTAL		
13	facilitaram o meu entendimento	TOTAL DE RESPOSTAS	61		TOTAL		100%
14	facilitaram o meu entendimento sobre os conhecimentos de sistema de equações., auxiliaram na contextualização dos conhecimentos de sistema de equações., tornaram o ensino de sistema de equações mais interessante.						
15	facilitaram o meu entendimento sobre os conhecimentos de sistema de equações.						
16	facilitaram o meu entendimento sobre os conhecimentos de sistema de equações., auxiliaram na contextualização dos conhecimentos de sistema de equações., tornaram o ensino de sistema de equações mais interessante.						
17	facilitaram o meu entendimento sobre os conhecimentos de sistema de equações., auxiliaram na contextualização dos conhecimentos de sistema de equações., tornaram o ensino de sistema de equações mais interessante.						
18	facilitaram o meu entendimento sobre os conhecimentos de sistema de equações., auxiliaram na contextualização dos conhecimentos de sistema de equações., tornaram o ensino de sistema de equações mais interessante.						
19	auxiliaram na contextualização dos conhecimentos de sistema de equações.						
20							
21	facilitaram o meu entendimento sobre os conhecimentos de sistema de equações., auxiliaram na contextualização dos conhecimentos de sistema de equações., tornaram o ensino de sistema de equações mais interessante.						
22	facilitaram o meu entendimento sobre os conhecimentos de sistema de equações., auxiliaram na contextualização dos conhecimentos de sistema de equações., tornaram o ensino de sistema de equações mais interessante.						
23	facilitaram o meu entendimento sobre os conhecimentos de sistema de equações., auxiliaram na contextualização dos conhecimentos de sistema de equações., tornaram o ensino de sistema de equações mais interessante.						
24	facilitaram o meu entendimento sobre os conhecimentos de sistema de equações., auxiliaram na contextualização dos conhecimentos de sistema de equações., tornaram o ensino de sistema de equações mais interessante.						
25	facilitaram o meu entendimento sobre os conhecimentos de sistema de equações., auxiliaram na contextualização dos conhecimentos de sistema de equações., tornaram o ensino de sistema de equações mais interessante.						
26	auxiliaram na contextualização dos conhecimentos de sistema de equações.						

Fonte: próprio autor.

Sobre a transcrição dos diários, utilizou-se o *software Word*¹². Para o Diário de Atividade de Grupo, as respostas escritas pelos grupos nos diários impressos foram reescritas em arquivos desse *software*, como é exemplificado na figura 3.3.4.5.

¹² Os programas *Word* e *Excel* fazem parte do pacote Microsoft Office Professional Plus 2016, versão 2402.

Figura 3.3.4.5 – Transcrição das respostas dos Diários de Grupos no Word.

TRANSCRIÇÃO – G 2

Diário
de
Atividade

Linguagem algébrica e imagética:
contextualizando e explorando
conceitos envolvendo sistema
de equações

Dia: 31/10/2022
TEC. AGRO.



DADOS DE IDENTIFICAÇÃO:

Nome da Escola: _____

Turma: _____

Nome do Grupo: **INIMIGAS DO CONVENCIONAL** (G 2)

Nome dos Integrantes do Grupo:

(Relator)	anônimo	(A106)
	anônimo	(A99)
	anônimo	(A107)

Escritas: TAHOMA, 11, verde: respostas dos alunos;
Escritas: TIMES NEW ROMAN, 12, azul: comentário/observação do pesquisador.

ATIVIDADE II: resolvendo um problema...

Observe e resolva a seguinte situação-problema:

Ao comprar frutas em uma fruteira orgânica, uma pessoa se deparou com dois tipos de embalagens: uma com 3 pêssegos; outra com um pêssego e dois figos. Embora os pacotes apresentassem o valor total da massa* delas, não dizia quanto cada fruta dentro da embalagem possuía, individualmente. Supondo que nas embalagens as frutas tenham a mesma massa, e que os pacotes tinham, respectivamente, 63 e 47 gramas, qual o valor da massa de cada fruta? *o que chamamos comumente de peso.

2) Responda:

a) Que material o grupo usou? () material concreto (☒) imagens

b) Quais as estratégias que o grupo adotou para encontrar uma resposta para a situação?

Fizemos a interpretação do cálculo, utilizando as figuras, dividimos $63 \div 3 = 21$, que é o valor da massa do pêssego. Fizemos 47 que era o valor de 1 pêssego + dois figos, menos 21, e descobrimos o valor do figo, que é 13 gramas.

Fonte: próprio autor.

De forma análoga, foi feita a transcrição de todas as anotações do pesquisador, do meio físico para o Word, como ilustrado na figura 3.3.4.6.

Figura 3.3.4.6 – Exemplo de parte do Diário de Bordo do pesquisador, no Word.

DIÁRIO DE BORDO

Observações dos questionários da Escola João André Figueira:

O questionário foi desenvolvido com todas as turmas do ensino médio, 1º, 2º e 3º anos.

Alunos:

T11A30 – nome:

Poucas respostas, sem responder ou assinalar enigmas ou sistemas.

T11A31 – nome:

(r) embora tenha marcado o sistema mais interessante, disse que o enigma é mais divertido por ser mais interessante.

Sem responder ou assinalar enigmas ou sistemas

T11A32 – nome:

Poucas respostas, sem responder ou assinalar enigmas ou sistemas.

T11A33 – nome:

(v) assinalou resposta errada em ambos (48). Provavelmente tenha errado o valor da ferradura (colocado 4 ao invés de 2) e feito a soma antes da multiplicação.

T11A34 – nome:

(v) assinalou resposta errada no enigma (48), deixando o sistema em branco. Provavelmente tenha errado o valor da ferradura (colocado 4 ao invés de 2) e feito a soma antes da multiplicação.

Fonte: próprio autor.

A pré-análise foi desenvolvida durante todo o processo de transcrição, em que a leitura flutuante, a preparação do material nos *softwares Word, Excel e ATLAS.ti*¹³, objetivos, hipóteses e indicações foram realizados concomitantemente para todas as respostas dos instrumentos, que foram os documentos escolhidos.

Na sequência, a exploração do material se deu de duas formas. A primeira, com a organização e obtenção de dados quantitativos das respostas objetivas dos questionários pelo *Excel*, como se vê no exemplo de uma questão na figura 3.3.4.7.

Figura 3.3.4.7 – Recorte dos dados quantitativos da análise de uma resposta do Questionário 1, realizada pelo *Excel*.

	A	B	C	D	E	F
1	x) Para você, ao visualizar as imagens nos enigmas matemáticos e compará-las com as letras nas equações e sistemas de equações, possibilitaria um melhor entendimento do significado das letras?					
2	Não.					
3	Sim.	Imagens possibilitam melhor entendimento	quantidades		Imagens possibilitam melhor entendimento	percentual
4	Sim.	Sim	120		Sim	79%
5	Sim.	Não	29		Não	19%
6	Sim.	Em branco	2		Em branco	1%
7	Sim.	TOTAL	151		TOTAL	100%
8	Sim.					

Fonte: próprio autor.

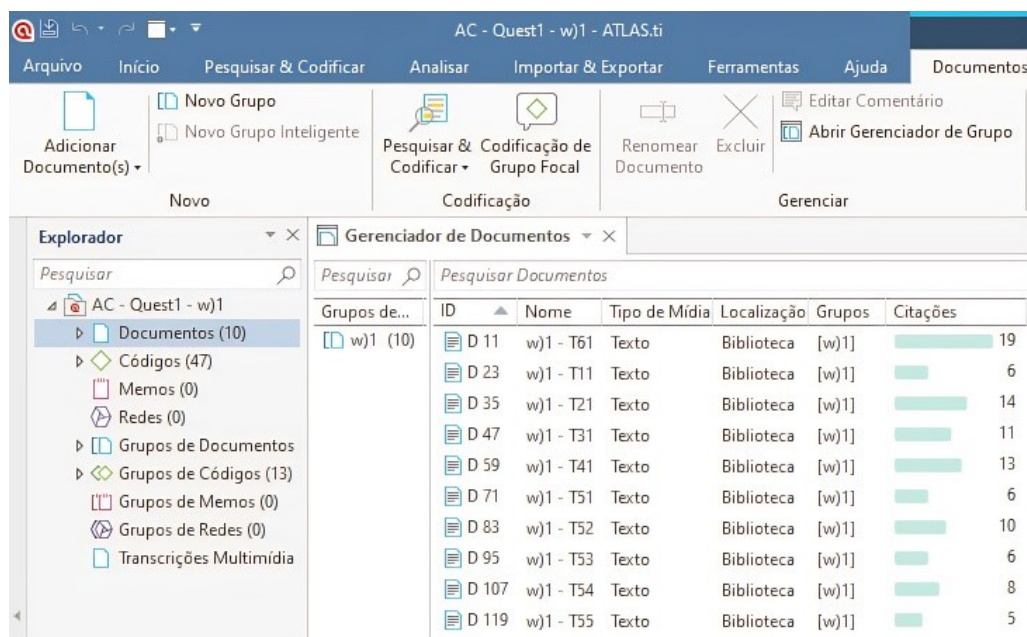
Na segunda, foram realizadas a unitarização, codificação e categorização para as respostas subjetivas, utilizando-se o *ATLAS.ti* e o *Excel*. A unitarização se deu, inicialmente, pela a inserção de documentos no *ATLAS.ti*, gerados a partir de arquivos do *Excel* das transcrições, que correspondiam as respostas de cada questão subjetiva.

No Questionário 1, foram 120 documentos identificados de *D1* a *D120*, cada um deles contendo as respostas de uma das 12 questões subjetivas para cada uma das 10 turmas. Eles foram nominados pela letra respectiva da questão (*i*)1¹⁴, *i*)2, *j*)1, *k*)1, *l*)1, *p*)1, *r*)1, *s*)1, *t*)1, *u*)1, *w*)1, *y*)) e código da turma (*T11*, *T21*, *T31*, *T41*, *T51*, *T52*, *T53*, *T54*, *T55*, *T61*). Esses 120 documentos foram separados em 12 arquivos no *ATLAS.ti*, referente a cada questão subjetiva, contendo 10 documentos com as respostas dos participantes das 10 turmas. Exemplificando, o arquivo nominado *AC – Quest1 – w*)1 (figura 3.3.4.8), tem os 10 documentos, sendo o primeiro deles o *D11*, nominado *w*)1 – *T61*.

¹³ Foi utilizado o programa *ATLAS.ti* 9, versão 9.1.3.0.

¹⁴ O número, após cada letra, indica ser a parte subjetiva da resposta das questões.

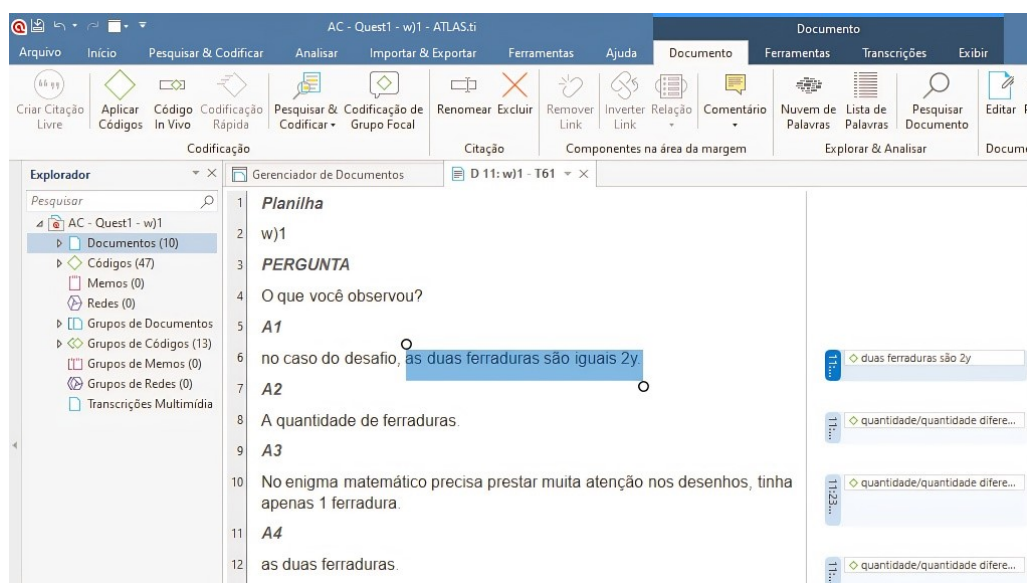
Figura 3.3.4.8 – Exemplo da inserção dos documentos do Questionário 1, no Gerenciador de Documentos do ATLAS.ti.



Fonte: próprio autor.

Estando organizados nos arquivos, foi realizada a seleção das unidades de registro em cada documento (unitarização) e a categorização inicial. Na figura 3.3.4.9 observa-se um exemplo desse processo, para o documento *D11: w)1 – T61*.

Figura 3.3.4.9 – Unitarização e codificação do documento *D11: w)1 – T61*, do arquivo *AC – Quest1 – w)1*, do ATLAS.ti.



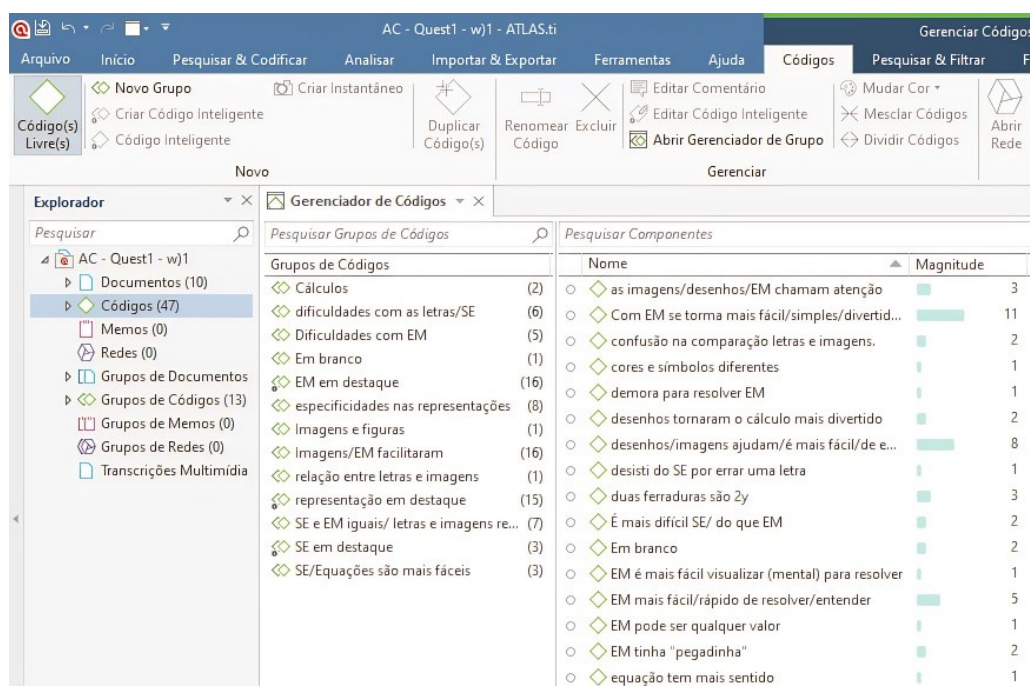
Fonte: próprio autor.

No campo central do programa, na figura 3.3.4.9, aparecem as respostas de todos os alunos, que são precedidas pelos códigos de A1 a A151 (a numeração porque foram 151 respondentes), identificando cada aluno. O processo de unitarização fica registrado pelo realce em azul da unidade, que no *ATLAS.ti* é chamada de citação.

No campo da direita da figura 3.3.4.9, ficam registradas as categorias iniciais, que no programa são chamadas de códigos. Mesmo não sendo um termo empregado na AC, optou-se por manter em todas as análises a palavra **código** para a categorização inicial, uma vez que é o termo usado no *ATLAS.ti*. Para a categorização final, utilizou-se apenas o termo **categoria**. Em destaque, na figura 3.3.4.9, realçado em azul, tem-se a unitarização da resposta do aluno A1, e a direita, o código atribuído a essa citação.

A separação dos 120 documentos em 12 arquivos foi necessária tendo em vista a intencionalidade de os códigos criados ficarem restritos a cada uma das questões, permitindo a categorização. Os códigos e grupos de códigos criados, por questão, podem ser observados e analisados pelo Gerenciador de Códigos, como na figura 3.3.4.10, que traz parte dos códigos do arquivo AC – Quest1 – w)1.

Figura 3.3.4.10 – Gerenciador de códigos do arquivo AC – Quest1 – w)1, do *ATLAS.ti*.



Fonte: próprio autor.

Com a finalização da produção dos códigos e grupos de códigos de todos os arquivos, foi realizada a categorização. Por meio da ferramenta “*Exportar para o Excel*”, do *ATLAS.ti*, foi gerada em pasta específica arquivos do *Excel* contendo todos os códigos organizados em planilha, cada código com a sua magnitude, que é o número de vezes que o código foi empregado.

Nesse arquivo, os códigos foram analisados e agrupados, determinando-se as categorias, o quantitativo e percentual relativos ao total de códigos associados a cada categoria. Em algumas análises, foi necessário criar outras planilhas pela necessidade de se observar aspectos distintos, como o caso da diferenciação de respostas para Enigma Matemático e para Sistema de Equações. Na figura 3.3.4.11, que é um extrato da planilha *Gerenciador subc EM em destaque*, do arquivo nominado *códigos w)1*, do *Excel*, correspondente ao *AC – Quest1 – w)1*, do *ATLAS.ti*, exemplifica-se identificação de códigos afins com o uso de diferentes cores nas células.

Figura 3.3.4.11 – Identificação com cores dos códigos afins do arquivo *códigos w)1*.

	A	B	C	D
	Código	Comentário	nu	Grupos de Códigos
1				
25	imagens maiores que letras		1	Imagens/EM facilitaram EM em destaque
26	imagens/desenhos causam melhor entendimento/interpretação/mais interessantes/atrativo/confortável imagens/figuras		8	Imagens/EM facilitaram EM em destaque
27			2	Imagens/EM facilitaram Imagens e figuras EM em destaque
28	porque é enigma		1	Dificuldades com EM
29	só conseguir resolver o EM		1	Imagens/EM facilitaram EM em destaque
30	tem charadas		1	Imagens/EM facilitaram EM em destaque
31	tem regras matemáticas no EM		1	Dificuldades com EM
32	valores nas figuras		1	Imagens/EM facilitaram Cálculos EM em destaque
33	22 códigos		55	total de unidades = 114

Fonte: próprio autor.

Nessa mesma planilha, abaixo da identificação por cores, é elaborado o agrupamento de códigos, finalizando a relação das categorias, como pode ser visto na figura 3.3.4.12.

Figura 3.3.4.12 – Categorização dos códigos do arquivo *códigos w)1*.

A	B	C	D	E	F
Código	Comentário	nu	Grupos de Códigos		
			CATEGORIAS	nu	%u
as imagens/desenhos/EM chamam atenção			Imagens/EM facilitaram	49	43%
Com EM se torna mais fácil/simples/divertido/prático/claro					
entender/resolver equações/SE			Dificuldades com EM	6	5%
desenhos tornaram o cálculo mais divertido					
desenhos/imagens ajudam/é mais fácil/de encontrar a resposta					
EM é mais fácil visualizar (mental) para resolver					
EM mais fácil/rápido de resolver/entender figuras					
gravar a imagem é mais fácil que a letra.	Imagens/EM facilitaram				
imagem é mais fácil pela lógica					
imagens de cavalos					
imagens maiores que letras					
imagens/desenhos causam melhor entendimento/interpretação/mais interessantes/atrativo/confortável					
imagens/figuras					

Fonte: próprio autor.

Na categorização, tendo em vista a quantidade e variedade de respostas, optou-se por categorias *a posteriori*. A interpretação realizou-se por meio da organização das categorias finais em tabelas, contendo o número, a categoria, a descrição dessa categoria, quantitativos e percentuais, como se vê na figura 3.3.4.13, um exemplo referente a análise do arquivo *códigos w)1*.

Figura 3.3.4.13 – Tabela referente a categorização do arquivo *códigos w)1*.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Imagens e EM facilitaram	Os alunos observaram que imagens e EM facilitaram o entendimento para resolução dos problemas propostos.	49	43%
2	Dificuldades com EM	Foi feito destaque para dificuldades encontradas nos EM.	6	5%
3	Equações e SE são mais fáceis	Os alunos observaram que as equações e SE são mais fáceis nos problemas propostos.	4	4%
4	Dificuldades com letras e com SE	Destaque para dificuldades encontradas nos SE e no entendimento das letras.	7	6%
5	Especificidades nas representações	Especificidades foram citadas sobre as representações, como diferenças, falta de sinais e quantidade de imagens.	20	18%
6	Letras e imagens representam mesma ideia	Destacado que os dois problemas eram o mesmo, que EM e SE se assemelham e que as letras e imagens representam a mesma ideia.	28	24%

Fonte: próprio autor.

Fonte: próprio autor.

As interpretações e inferências são apresentadas e discutidas em forma de textos após cada tabela. Nesta escrita, cada categoria é destacada e busca-se trazer para a discussão obras referenciadas na tese, ressaltar enxertos das respostas dos alunos e as ilações do pesquisador. Em alguns casos, são inseridos apontamentos extraídos do Diário de Bordo.

Em relação aos demais instrumentos de coleta de dados, o Questionário 2, o Diário de Grupo e o Diário de Bordo, os processos da AC se deram de forma análoga ao apresentado para o Questionário 1. No Questionário 2, por ser um número menor de participantes (31 alunos respondentes) e de questões (12, ao todo), com apenas 2 subjetivas, foram criados 2 documentos no *ATLAS.ti*, um para cada questão subjetiva, e gerado um arquivo nesse programa, para cada questão.

Sobre o Diário de Grupo, a organização dos documentos inseridos no *ATLAS.ti*, a partir de arquivos do *Word*, se deu por atividade, em que cada documento possuía as respostas de cada uma das 5 atividades dos 8 grupos. Sendo assim, foram criados 5 arquivos no *ATLAS.ti*, cada um contendo um documento com 8 respostas, uma de cada grupo. Nesse caso, todas as respostas, objetivas e subjetivas, foram inseridas nos documentos do *ATLAS.ti*.

O Diário de Bordo não teve todos os arquivos analisados pela AC, somente as observações feitas sobre as respostas do Questionário 1. Para isso, foram inseridos em um único arquivo do *ATLAS.ti* 10 documentos, cada um contendo as observações do pesquisador sobre as respostas dos participantes das 10 turmas. Nessa análise a codificação foi realizada com o foco nas respostas e produções de resoluções dos alunos sobre a questão de determinar valores em sistema de equações e enigma matemático. Além disso, outra codificação foi realizada, de forma mais geral em todas as observações, elencando algumas temáticas em destaque.

A metodologia descrita neste capítulo foi estruturada de forma detalhada para assegurar uma boa compreensão sobre o desenvolvimento da pesquisa, das ações e atividades realizadas tanto pelo pesquisador quanto pelos participantes ao longo de todo o processo investigativo. Com essa base metodológica estabelecida, segue no próximo capítulo a apresentação e discussão dos resultados, obtidos a partir da análise dos dados coletados nos diferentes momentos da pesquisa.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesse capítulo são apresentados e discutidos os resultados desta Tese. Está subdividido em 3 seções, com as duas primeiras abordando cada um dos procedimentos metodológicos desenvolvidos, escritos em forma de manuscritos a serem submetidos à Revistas de Educação, ou Ensino de Ciências e/ou Matemática, de Qualis (CAPES) superior a A4, e a terceira com outros resultados desses momentos que não constam nesses manuscritos.

4.1 Linguagem imagética e sistema de equações: um estudo de campo

O quarto manuscrito da Tese, que traz o resultado do Estudo de Campo, foi escrito para contemplar objetivo específico iv. Ele descreve e discute as percepções dos participantes sobre o emprego da linguagem imagética e dos enigmas matemáticos como recurso facilitador para o ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações, aborda também aspectos sobre o potencial contextualizador das imagens para o referido conteúdo.

Linguagem imagética e sistema de equações: um estudo de campo

Imagery language and equation system: a field study

Luciano de Oliveira¹⁵

Rafael Roehrs¹⁶

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar os resultados de um Estudo de Campo realizado como parte de uma pesquisa intitulada “Linguagem Imagética no Ensino e Aprendizagem de Sistema de Equações”, que teve o intuito de investigar as potencialidades da linguagem imagética e dos enigmas matemáticos de equações para facilitar o ensino e aprendizagem de sistema de equações. O estudo foi realizado com alunos do Ensino Médio de escolas públicas e privada do município de Alegrete/RS, desenvolvido por meio de um questionário envolvendo a caracterização dos estudantes e suas percepções em relação à matemática e à álgebra, à sistema de equações, enigma matemático e à linguagem imagética. Para a análise dos resultados foi utilizada a Análise de Conteúdo, apoiada pelo emprego dos *softwares Excel e ATLAS.ti*. Os resultados apontam que a linguagem imagética e os enigmas matemáticos de equações figuram como elementos facilitadores para o ensino e aprendizagem de álgebra e sistema de equações no que tange o emprego de imagens para uma melhor compreensão da linguagem algébrica, auxiliando o entendimento das letras e de operações básicas, assim como para dar mais sentido aos problemas algébricos, uma vez que o uso de imagens pode colaborar na contextualização dos mesmos.

Palavras-chave: Múltiplas representações. Registros semióticos. Contextualização.

ABSTRACT

This paper aims to present the results of a Field Study conducted as part of a research entitled “Imagery Language in the Teaching and Learning of Systems of Equations”, which seeks to investigate the potential of imagery language and mathematical equation puzzles to assist in the teaching and learning of systems of equations. The study was carried out with high school students from public and private schools in the municipality of Alegrete/RS, using a questionnaire that characterized the students and explored their perceptions regarding mathematics and algebra, systems of equations, mathematical puzzle, and imagery language. For data analysis, Content Analysis was employed, supported by the use of Excel and ATLAS.ti software. The results indicate that imagery language and equations math puzzles serve as facilitators for the teaching and learning of algebra and systems of equations, particularly in terms of using images to improve the understanding of algebraic language, aiding the comprehension of variables and basic operations, as well as giving more meaning to algebraic problems, since the use of images can help contextualize them.

Keywords: Multiple representations. Semiotic records. Contextualization.

¹⁵ Universidade Federal do Pampa - Campus Uruguaiana, doutorando PPgECi.

¹⁶ Universidade Federal do Pampa - Campus Bagé, doutor em química.

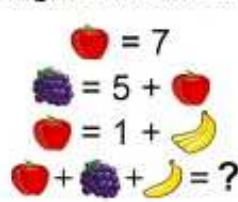
INTRODUÇÃO

Algumas áreas da matemática figuram como complexas e de difícil entendimento pelas pessoas e estudantes. Dentre elas, a Álgebra aparece como uma das mais difíceis, e estudos apontam que as dificuldades podem ter relação com a linguagem adotada (Estevão, 2021; Gil, 2008b; Pereira, Sandmann, 2017). Um dos conteúdos em que isso acontece é sistema de equações, que é um conjunto de equações algébricas que apresentam mais de uma incógnita, uma letra, em que cada uma delas representam o mesmo valor nas equações. Diante disso, estudos que indiquem possibilidades de ações que auxiliem nas dificuldades dos estudantes com a linguagem algébrica são importantes e necessários.

Ao encontro disso, a pesquisa intitulada “Linguagem Imagética no Ensino e Aprendizagem de Sistema de Equações” vem sendo desenvolvida com o objetivo de investigar, a partir da ótica discente, se a linguagem imagética pode facilitar o ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações, e como essa linguagem contida em Enigmas Matemáticos pode contribuir nesses processos. Essa pesquisa é caracterizada como de natureza aplicada, com uma abordagem mista e exploratória (Pereira, 2023; Freire, 2021; Gil, 2008a), e proceduralmente foi desenvolvida em dois momentos, sendo o primeiro um Estudo de Campo (Provdanov; Freitas, 2013), seguido do desenvolvimento e análise de uma sequência didática (Zabala, 1998).

O objetivo desse trabalho é apresentar e discutir os resultados do Estudo de Campo, que visava o levantamento de percepções dos alunos a respeito da utilização da linguagem imagética e de enigmas matemáticos para facilitar o ensino e aprendizagem de sistema de equações. Cabe destacar dois conceitos empregados durante a pesquisa: entende-se por linguagem imagética a comunicação por uso de imagens (Linguagem Imagética, 2013); e Enigma(s) Matemático(s) (EM) como os desafios matemáticos na forma de equações simbólicas que ao invés de usar letras usam imagens, cujo objetivo é encontrar o valor da interrogação (González, 2021). Esses enigmas são muito difundidos em redes sociais, e por isso a opção por eles na pesquisa. Na figura 4.1.1, apresenta-se problemas envolvendo Sistema de Equações (SE), na linguagem algébrica, e EM, na linguagem imagética, que foram utilizados na pesquisa.

Figura 4.1.1 – Linguagens algébrica e imagética em SE e EM, respectivamente.

Sistema de Equações $\begin{cases} x + 2y + z = 7 \\ -x - 2y + z = -1 \\ x - 2y + z = 3 \end{cases}$	Enigma Matemático 
---	---

Fonte: Enigma Fruta (2015) e próprio autor.

APORTES TEÓRICOS

Para embasar a utilização da linguagem imagética e dos EM na pesquisa, foram usados três aportes teóricos: Múltiplas Representações, Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) e Contextualização. As Múltiplas Representações, que são amparadas pela Semiótica (Laburú; Zompero; Barros,

2013), investigam a comunicação, as linguagens e suas diferentes formas de expressão voltadas ao processo de ensino e aprendizagem (Bica; Mello-Carpes; Roehrs, 2018). Elas visam a prática de se trabalhar conceitos de diferentes maneiras e linguagens, sejam elas descritivas, experimentais e matemáticas, gestuais, corporais ou figurativas, sendo que nessas últimas, se encontram as pictóricas, por exemplo (Klein; Laburú, 2012).

Ao se utilizar novas representações, são criadas condições para que os conhecimentos prévios sejam reconhecidos e complementados, ou até mesmo revistos, colaborando no entendimento dos conceitos matemáticos. O acesso às informações por meio de outros signos, outros modos de representação, podem gerar um aprimoramento das interpretações de conceitos (Bica; Mello-Carpes; Roehrs, 2018), formando “pontes entre os conhecimentos prévios do sujeito e os novos conceitos, possibilitando a estruturação de sentidos e de relações argumentativas” (Laburú; Barros; Silva, 2011, p. 481).

Um aspecto relevante é que, ao mobilizar conhecimentos anteriores, as múltiplas representações se relacionam à Aprendizagem Significativa (Moreira, 2016), aprendizagem que acontece quando o aluno consegue confrontar os novos conhecimentos com os subsunçores, àqueles especificamente relevantes pré-existent em sua estrutura cognitiva. Com isso, se destaca na Aprendizagem Significativa o protagonismo do aluno e a importância da predisposição à aprendizagem. Moreira (2016), tratando da teoria da educação de Joseph Donald Novak, que é coautor da Aprendizagem Significativa, acrescenta que toda ação educativa é cercada de experiências afetivas, pela troca de significados e sentimentos entre os sujeitos. Se entende que ao se valer de Múltiplas Representações, o professor consegue criar um ambiente em que essas experiências aconteçam, que o aluno se identifique na posição de protagonista e predisposto a aprender, promovendo então a Aprendizagem Significativa.

A linguagem imagética se apresenta com potencial representacional, uma vez que elementos visuais das imagens, ligados ao sentido da visão, auxiliam na produção de significados (Scoparo, 2018) e apoiam os textos escritos (Luyten, 2011). Suas características como proximidade com a realidade, capacidade de moldar a imaginação, polissemia, subjetividade, ligação aos processos de cognição, ludicidade e relação com sentimentos e emoções (Oliveira; Roehrs, 2023a), podem colaborar no sentido de promover um outro modo de representação mais interessante e com sentido ao aluno.

Mesmo as Múltiplas Representações trazendo um suporte considerável para a pesquisa, entendeu-se ser importante trazer uma teoria mais específica da matemática, e que mantivesse uma relação direta com as representações. Encontra-se essa ligação com a TRRS, de Raymond Duval. Como os objetos matemáticos não são sensorialmente acessíveis, (Almeida; Silva, 2018), Duval (2010) verifica a existência do paradoxo cognitivo da matemática, envolvendo as questões de como não confundir objeto matemático e sua representação, e como saber se diferentes representações não tratam de objetos distintos.

A partir disso, esse autor define Sistema Semiótico como um conjunto organizado de signos para identificar objetos representados e que tem a capacidade de comunicação. Mas alguns sistemas desempenham outras funções além de comunicar, como a de objetivação e de tratamento, os tornando mais completos. A esses sistemas, específicos da matemática, ele deu o nome de registros (Duval, 2010).

Na TRRS, para que a representação semiótica de um objeto seja alcançada, ou ainda, para que haja o entendimento dos conteúdos matemáticos, é necessário a mobilização de pelo menos *dois* registros. Essa diversidade de registros é condição necessária para que os objetos matemáticos sejam reconhecidos em suas representações e não haja confusão entre objeto e sua representação (Duval, 2010).

As Múltiplas Representações, por seu propósito, acabam por ocupar um papel importante para que sejam desenvolvidos os registros. E a linguagem imagética, contida nessa multiplicidade, sendo uma diferente forma de comunicar e representar, colabora na identificação de diferentes registros de representação semiótica.

A busca por mais significação do conhecimento é algo que promove o melhor entendimento dos conceitos, incluídos os matemáticos. Nesse sentido, a contextualização, vista como momento em que são desenvolvidas situações capazes de promover a construção de significado (Neto, 2013), pode colaborar nesse sentido. Outras interpretações complementam essa definição, como a de Pedrosa (2014, p. 19) que afirma que contextualizar “é provocar a necessidade de representar uma situação, discutir sobre ela”, ou a dada por Schons *et al.* (2017) que aborda o conceito mais voltado ao ensino e aprendizagem, tratando contextualização como um recurso que associa experiências cotidianas com conhecimentos científicos, na busca da Aprendizagem Significativa. Esses entendimentos aproximam a contextualização às Múltiplas Representações e à TRSS.

Especificamente em matemática, contextualização também é vista como um recurso, um princípio pedagógico para envolver os conhecimentos da vida do aluno, conectando conteúdos matemáticos a outros conhecimentos, inclusive os conhecimentos prévios deles (Barbosa; Mendes, 2016; Tiesen; Araujo, 2020). Entretanto, não se pode restringi-la a situações do dia a dia (Boemo; Roos, 2016), sendo necessário observar questões interna da matemática, pois nem sempre os conteúdos matemáticos têm essa relação com o cotidiano (Santos; Nunes; Viana, 2017), ou ainda a possibilidade da contextualização da matemática pela matemática (Barbosa; Mendes, 2016). De qualquer forma, segundo Luccas e Batista (2008), contextualizar os objetos matemáticos pode estimular os alunos a se sentirem motivados a aprender. Entende-se a contextualização como uma base para o emprego da linguagem imagética, uma vez que as imagens podem exatamente ser um recurso para uma relação dos conhecimentos do cotidiano e científicos.

Após apresentar essas três teorias¹⁷ como base para o emprego da linguagem imagética relacionada à álgebra e equações, traz-se a metodologia empregada para o desenvolvimento do Estudo de Campo.

METODOLOGIA

Para o desenvolvimento do Estudo de Campo, que segundo Provdanov; e Freitas (2013) é muito semelhante ao levantamento, pelas interrogações diretas, mas tem maior profundidade e é mais flexível, por não estar baseado exclusivamente em análises quantitativas e ser voltado a um universo mais restrito, foram planejados e desenvolvidos 3 encontros presenciais em cada escola coparticipante da pesquisa, de aproximadamente 1h cada um deles. Após um contato prévio com as escolas, por telefone e/ou mensagens em redes sociais, foi realizado o primeiro encontro, compreendendo uma reunião com a direção e/ou coordenação escolar para a

¹⁷ Uma abordagem mais aprofundada sobre essas teorias e sua relação com linguagem imagética pode ser encontrada em Oliveira e Roehrs (2023b).

apresentação do pesquisador e formalização da autorização da participação das mesmas por meio da assinatura dos termos de coparticipação.

Em seguida, após contato com os docentes de Matemática das turmas dos participantes para combinados de dias e horários, ocorreu o segundo encontro. Esse público era composto por alunos de 10 turmas do Ensino Médio de escolas das redes de ensino federal, estadual, municipal e particular de Alegrete/RS, totalizando 6 instituições e um N = 151 participantes, distribuídos nos 3 anos desse nível, preferencialmente que já tivessem estudado o conteúdo de SE no Ensino Médio.

A visita às turmas teve o intuito de apresentar a pesquisa e o pesquisador aos alunos, explicitando os objetivos, atividades, a importância da pesquisa e da participação, e os cuidados éticos e de segurança prescritos na legislação de proteção de dados. Após os esclarecimentos, foram entregues os Termos de Consentimento Livre e Esclarecidos para os participantes (inclusive o de Assentimento, os menores de idade), que foram preenchidos, assinados e entregues para o pesquisador. Em alguns casos, foi necessário a devolutiva dos termos ser para os professores das turmas, em outro momento, e que posteriormente, foram recolhidos pelo pesquisador.

Após novo agendamento com os professores das turmas, ocorreu o terceiro encontro, com a atividade principal de desenvolvimento de questionário para a coleta de dados. Como apoio a esse instrumento, também foi desenvolvido um diário de bordo do pesquisador, para registro de suas observações. Finalizando esse encontro, foram feitos os agradecimentos aos participantes e entregue uma pequena lembrança, contendo um desafio com SE e EM.

Em relação ao questionário, era impresso, composto de 25 questões, algumas discursivas, sendo 6 de identificação dos participantes e 19 abordando aspectos específicos sobre dificuldades com Matemática e Álgebra, contextualização, comparações e resoluções de SE e EM.

Para a análise de dados do questionário utilizou-se da Análise de Conteúdo (AC) (Bardin, 2016), contando com o auxílio do aplicativo *Google Forms* e do *software Excel*, para a transcrição dos 151 questionários impressos, este último usado também para a organização e obtenção dos dados quantitativos, e do *software ATLAS.ti*, no apoio para a unitarização, codificação e categorização das respostas discursivas. Além disso, após registros em agenda do pesquisador, o Diário de Bordo foi confeccionado no *software Word*, e das informações analisadas com o auxílio do *ATLAS.ti*, apenas algumas são incluídas nos resultados, complementando as obtidas pela análise do questionário.

Os resultados das questões objetivas foram expressos no texto, em dados numéricos, percentuais e em tabelas, e para as subjetivas, em que foi realizada a categorização, utilizou-se tabelas. Em seguida, desenvolvem-se as inferências, nas quais são retomados certos percentuais, apresentadas algumas respostas dos alunos e realizadas discussões com autores.

Por se tratar de pesquisa envolvendo seres humanos a pesquisa foi submetida à Plataforma Brasil, sendo cadastrada com Certificado de Apresentação de Apreciação Ética (CAAE) do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Pampa, sob o número 57485522.8.0000.5323, e do CEP do Instituto Federal Farroupilha – Campus Alegrete (instituição coparticipante) com o número 57485522.8.3003.5574. A situação do projeto, em ambos os CAAE, é aprovado, pelos pareceres números 5.381.569 e 5.438.063, respectivamente.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para melhor organizar a apresentação dos resultados, as questões foram agrupadas em temáticas, sendo elas: caracterização dos participantes; resolução de SE e significado das letras; conhecimento e resolução de EM; comparações entre SE e EM; contextualização; e considerações sobre uso de imagens e comentários¹⁸. Essas temáticas compreendem seções que seguem desse capítulo.

Na AC, a pré-análise foi desenvolvida durante o processo de transcrição, em que a leitura flutuante, a preparação do material nos *softwares Excel* e *ATLAS.ti*, hipóteses e indicações foram realizadas concomitantemente para todas as respostas, que foram os documentos escolhidos. Na sequência, a exploração do material se deu pela utilização em paralelo dos *softwares*, sendo o tratamento realizado pela escolha das unidades de registro (unitarização), codificação (categorização inicial) realizadas no *ATLAS.ti*, e a categorização final¹⁹ usando o *Excel*. Na categorização, tendo em vista a quantidade e variedade de respostas, optou-se por categorias *a posteriori*.

Caracterização dos participantes

Na primeira temática, caracterizando os 151 participantes, verificou-se que 8 alunos estão cursando o 1º ano, 115 o 2º ano e 28 do 3º ano, sendo essa diferença da maioria deles estarem no 2º ano por ser o ano em que boa parte das escolas desenvolvem o conteúdo de sistema de equações com mais de duas incógnitas, que tem relação com os EM mais vistos nas redes sociais. Esse motivo, associado aos EM serem, em sua maioria, com mais de duas incógnitas, também justifica a escolha pelo Ensino Médio.

A maioria dos pesquisados tinha idade entre 15 e 18 anos (141 alunos), e era a primeira vez que cursava o corrente ano (144 alunos). Observa-se que para fins da manutenção do anonimato, os participantes foram nominados de *A1* até *A151*.

Resolução de sistema de equações e significado das letras

Na temática sobre os SE e significado das letras, 55% dos alunos afirmam que conseguiriam resolver um SE (o da figura 4.1.1) embora a resolução não tenha sido solicitada. Os demais, afirmaram que não. Esses percentuais chamam atenção pois são quase a metade dos alunos que não conseguem resolver a questão, sendo que a maioria já havia estudado o conteúdo envolvendo resoluções desse tipo de sistema. Costa *et al.* (2016) aponta em sua pesquisa que dificuldades em compreender os problemas e os conceitos e a imaturidade de abstração são fatores relacionados ao não aprendizado da Álgebra.

Foi questionado se os alunos compreendiam o significado das letras e equações do tipo $x + y = 3$, sendo que 62% dos participantes afirmaram que sim. Considera-se um percentual baixo, uma vez que o significado algébrico das letras, em matemática, é trabalhado desde anos finais do Ensino Fundamental até o 3º ano do Ensino Médio. Para esses alunos, foi perguntado qual significado atribuíam às letras

¹⁸ Além dessas temáticas, o questionário abordou as dificuldades em Matemática e Álgebra. Está temática se encontra desenvolvida no artigo enviado ao evento CONGREGA 23→24: globalizando saberes e publicado na Revista da Jornada de Pós-Graduação e Pesquisa - Congrega Urcamp, v.18, 2024 (Disponível em: <http://ediurcamp.urcamp.edu.br/index.php/rcjgpp/article/view/4409/3389>). Outras análises do questionário, com tabelas e discussões, que não constam nesse artigo, podem ser encontradas na tese de doutorado.

¹⁹ Mesmo não sendo um termo empregado na AC, optou-se por manter a palavra **código** para a categorização inicial, uma vez que é o termo usado no *ATLAS.ti*. A partir disso, utilizou apenas o termo **categoria** para a categorização final.

nas equações e de suas respostas foi realizado a AC, em que se observou 108 unidades de registro, organizadas em 11 códigos que geraram 4 categorias, como é descrito na tabela 4.1.1:

Tabela 4.1.1 – Categorização sobre o significado das letras.

Nº	Categoria	Descrição	nu ^(a)	%u ^(b)
1	Incógnitas	Sentido de números desconhecidos, mas que precisam ser encontrados, incógnitas.	60	56%
2	Números	Números ou algarismo, ou ainda indicação dos valores numéricos.	34	31%
3	Variáveis	Números que variam, de acordo com valores atribuídos, variáveis.	4	4%
4	Em branco	Mesmo dizendo que sabiam o significado, não responderam qual.	10	9%

Fonte: próprio autor.

Nota: (a) **nu** é a quantidade de unidades de registro identificadas para cada categoria. (b) **%u** é o percentual sobre o total de unidades de registro na questão.

Nessa esfera de alunos, a maioria contida na categoria 1 compreendem acertadamente as letras em uma equação como incógnitas. Na equação proposta na questão, a resposta “variáveis”, que apareceu e nominou a 3ª categoria, é igualmente adequada, pois com duas letras, ao alterar uma delas a outra irá variar. Outro apontamento positivo, na categoria 2, foram as respostas relacionadas a números, em que alunos responderam “*números cujo a soma resultam em 3*” (A11), ou “*x seria 2 ou 1 e y também*” (A55), que por se tratarem de números encontrados ou a serem encontrados, se relaciona às ideias de incógnita e variáveis. Ou seja, com exceção dos que afirmaram saberem o significado, mas deixaram em branco essa resposta, os demais conseguiram identificar acertadamente as letras como incógnitas ou variáveis.

Conhecimento e resolução de enigma matemático

Sobre a temática conhecimento e resolução de EM, 80% dos alunos afirmaram que conheciam este tipo de desafio (o EM da figura 4.1.1), mesmo não sendo um conteúdo trabalhado em aula, e 82% responderam que se sentiriam motivados a resolvê-lo. São percentuais consideráveis que indicam uma boa aceitação, e sendo conhecido pelos alunos e motivador, sua utilização nas aulas é facilitada, pois além disso, os EM estão presentes na internet e em redes sociais.

Sobre resolver um EM, foi feito um questionamento inicial, para aproximar os alunos dos enigmas, sendo questionado se, independente da motivação, eles conseguiriam encontrar o valor de uma das imagens, especificamente do cacho de uvas. Todos responderam, sendo que 85% acertaram a resposta correta, que era 12. Os participantes responderam também sobre como resolveram, sendo que 39% afirmaram ter usado o método da substituição, 25% atribuindo valores para encontrar a igualdade e 22% apontaram ter “chutado” a resposta. Os demais, ou deixaram em branco (3%) ou assinalaram outra resposta (11%), sendo que após a categorização dessas outras respostas, foram geradas 3 categorias, com destaque de 82% das unidades de registro para a categoria “*somando/calculando pelos valores das frutas*”, como se percebe na resposta de A99: “*se 7 é o valor da maçã, $7(\text{maçã}) + 5 = 12(\text{uva})$* ”. De certa forma, se enquadra no método de substituição ou atribuição de valores.

Comparações entre sistema de equações e enigma matemático

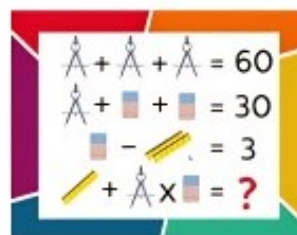
Na temática envolvendo comparações, foram apresentadas questões que, após mostrar um SE e um EM (figura 4.1.2), foi perguntado qual era o mais interessante, o mais divertido de resolver, qual tinha mais significado e sentido com a sua realidade, e qual era mais difícil de entender e resolver.

Figura 4.1.2– Sistema de equação e enigma matemático para comparação.

Dado o sistema de equações:

$$\begin{cases} a + a + a = 60 \\ a + b + b = 30 \\ b - 2c = 3 \\ c + a \cdot b = d \end{cases}$$

Qual o valor de d ?



Qual o valor da ? ?

Fonte: próprio autor.

Sobre essas questões, os resultados podem ser observados na tabela 4.1.2:

Tabela 4.1.2 – Quantitativos de respostas dos participantes sobre as questões de interesse, diversão, significado e sentido, e dificuldade entre SE e EM.

Questão	SE		EM		Em branco	
	n ^(c)	% ^(d)	n	%	n	%
Mais interesse em resolver	33	22%	118	77%	2	1%
Mais divertido resolver	23	15%	130	84%	1	1%
Mais significado e sentido com realidade	65	43%	79	52%	7	5%
Mais difícil de entender e resolver	113	75%	31	21%	7	5%

Fonte: próprio autor.

Nota: (c) n é a quantidade de participantes em cada resposta. (d) % é o percentual em relação ao total de participantes.

A maior parte das respostas dos alunos apontaram o EM como sendo o mais interessante (77%) e o mais divertido (84%). Nessas duas questões, 2 e 3 alunos, respectivamente, assinalaram as duas respostas, indicando que ambos seriam interessantes e divertidos, e por isso o total de n é maior que N . Sobre ter significado e fazer sentido da realidade, os alunos ficaram mais divididos entre EM e SE, com 52% e 43% respectivamente. Sobre ser mais difícil de entender e resolver, a maior parte dos alunos citou SE como mais difícil (75%).

Para compreender melhor as preferências dos alunos, foi solicitado que os alunos explicassem o porquê da sua escolha entre sistema ou enigma. Para essas justificativas foi realizada a AC, o que gerou, para cada questão analisada, 179 unidades de registro, 52 códigos e 13 categorias, em média. Tendo em vista esse

número elevado de categorias, serão trazidas na tabela 4.1.3, apenas as 6 principais categorias das questões sobre diversão, sentido e dificuldade.

Tabela 4.1.3 – Principais categorias da AC das questões sobre o porquê SE ou EM é mais divertido, tem mais significado e sentido, e é mais difícil de entender e resolver.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
Por que é mais divertido?				
<i>Sistema de Equações</i>				
1	Fácil de entender e resolver	Os SE aparentam ser mais fáceis de entender, resolver e calcular.	6	3%
2	Letras facilitam e imagens atrapalham	As letras facilitam a resolução de SE, e imagens confundem.	5	3%
3	Conhecimento do conteúdo	O conteúdo de SE já é conhecido.	3	2%
<i>Enigma Matemático</i>				
1	Lúdico, informal, chamativo, interessante, motivador e didático	O EM é mais lúdico, informal e chama mais atenção, sendo mais interessante, motivador e didático.	73	41%
2	Fácil, simples de entender e resolver	O EM aparenta ser mais fácil, mais simples de entender, resolver, calcular	65	36%
3	Imagens e cores	O EM possui imagens, figuras, sendo colorido.	33	18%
Por que tem mais significado e sentido?				
<i>Sistema de Equações</i>				
1	Realidade escolar, professores ensinam	O SE é trabalhado na escola pelos professores.	55	31%
2	Mais matemático, operacional	O SE é mais relacionado à matemática, os cálculos e operações matemáticas dos SE são importantes.	9	5%
3	Letras e números facilitam	As letras e os números presentes nos SE facilitam a resolução.	5	3%
<i>Enigma Matemático</i>				
1	Contextualização	O EM é mais relacionado à realidade do cotidiano.	32	18%
2	Simple, compreensível	O EM é mais simples e compreensível.	30	17%
3	Imagens, cores e objetos	O EM possui mais imagens, figuras, objetos, cores e isso facilita	30	17%
Por que é mais difícil de entender e resolver?				
<i>Sistema de Equações</i>				
1	Linguagem e letras, falta de imagens.	O SE, com uso de letras, apresenta uma linguagem difícil. Falta	72	40%

		imagens, que são mais simples e compreensíveis.		
2	Complexo, formal	O SE é mais complexo e formal	14	8%
3	Cálculos e conteúdo de SE	Dificuldades com os cálculos, regras de sinais e números, com o conteúdo de SE.	19	11%
<i>Enigma Matemático</i>				
1	Imagens	O EM possui imagens, com muitos detalhes e causam distração.	18	10%
2	EM não é estudado ou conhecido.	O EM não é estudado na escola, o conteúdo de SE sim.	9	5%
3	Letras substituindo imagens	As letras podem ser usadas no lugar das imagens.	2	1%

Fonte: próprio autor.

Sobre o SE ser mais divertido, as 3 categorias apontam um aspecto relacionado ao entendimento do conteúdo e da linguagem, e ao compreender os significados de equação, SE e das letras, sua resolução fica facilitada. Como resultado de sua pesquisa, Pires (2012) afirma o que é sintetizado nas categorias, que alunos com facilidade em Álgebra relacionam essa habilidade ao conhecimento do conteúdo, como também se vê na resposta do aluno A21, *“Pelo meu conhecimento sobre sistema linear”*.

Já o EM ser mais divertido, a categoria 1 engloba a maior parte das respostas e faz alusão ao lúdico e informal, ou seja, foge em parte do formalismo matemático trabalhado em álgebra, e associa ainda ser mais chamativo, interessante, motivador e didático, como se vê nas respostas *“Porque nós nos sentimos motivados a fazer, gostamos de um desafio”* (A75) e *“As figuras tornam a questão mais interessante, chamando mais minha atenção, e parece mais fácil...”* (A126). Esses fatos são associados à própria linguagem adotada, uma vez que é característica da linguagem imagética a ludicidade, polissemia e relação com a cognição (Oliveira; Roehrs, 2023a), que levam aos sentimentos e percepções dos alunos.

Na categoria 2, a simplicidade, citada por A124 quando afirma que *“Porque ele contém imagem para representar os valores, fazendo com que fique mais “simples” de compreender”*, e a facilidade, já referenciada por A126, podem ocorrer exatamente pela nova representação, a imagética, e suas características, apoiada em conhecimentos anteriores dos alunos, inclusive os matemáticos e algébricos. Essa representação é ainda reforçada ao se olhar a categoria 3, que explicita exatamente o fato de a linguagem imagética ser o motivo de ser mais divertido, como visto na resposta *“Por apresentar imagens, cores e não assustar tanto com tantos números e letras que nem o sistema de equações”*, do aluno A3. Cabe destacar que a contextualização surgiu em outra categoria menos expressiva, não citada na tabela 4.1.3, e pode ser vista na resposta do aluno A18, *“Porque tem mais a ver com o dia a dia...”*, indicando que contextualizar pode ser divertido e que isso está presente na linguagem imagética, uma vez que a contextualização pode acontecer por meio de imagens (Possete, 2014) e imagens podem ser lúdicas (Marandino, 2013).

Cabe o destaque de que nessa questão foram 204 unidades de registro, sendo que 183 foram para o EM ser mais divertido, e dessas, 73 em relação à ludicidade, que mais que o triplo de todas as unidades de registro para SE. Nessa questão, houve 5 respostas em branco, e 6 que de alguma forma indicaram existir uma semelhança direta entre SE e EM, que são o mesmo tipo de problema, como se vê na resposta

“Pois com as figuras ilustrativas traz até mais vontade de fazer a resolução, mesmo sabendo que os dois teriam a mesma proposta”, de A151. Isso é positivo, pois, associado às demais categorias apresentadas para os enigmas, indica que houve essa percepção de relação direta entre SE e EM, e das imagens como representação que pode, inclusive, ser visto como outro registro semiótico.

Na análise relacionada a ter significado e mais sentido para a realidade do aluno, os resultados para SE e EM foram mais aproximados, tanto no total de respostas quanto de unidades de registro. Para o SE, as justificativas se destacam por um entendimento voltado à realidade escolar, em que a categoria 1 é mais expressiva e aborda diretamente que esse conteúdo é trabalhado em aula pelos professores. O aluno A36 mostra isso quando responde *“Porque a gente vê mais o sistema de equações no dia a dia na sala de aula”*.

O EM foi mais relacionado à realidade do cotidiano do aluno, mas não exclusivamente o escolar. As 3 categorias apresentam um número aproximado de unidades de registro, sendo a categoria 1 a que relaciona o fato da percepção dos alunos em se ter mais significado por ser contextualizado, estar relacionado com o dia a dia, com se percebe na resposta *“Pois consigo associar com coisas e problemas cotidianos”, de A101.* Assim como ser divertido, ter sentido para os alunos está relacionado ao fato de ser mais simples e compreensível, na categoria 2, e por ter imagens, cores, objetos, que podem ser encontrados no dia a dia, na categoria 3, como se percebe na resposta do aluno A127, *“Porque ele tem ilustrações e é de certa forma mais simples que o sistema, mesmo que os dois são iguais”*.

Nessa questão, houve 14 respostas em branco e 4 respostas em que ambos tinham (ou não) o mesmo sentido, como a resposta do aluno A127 já citada.

Sobre a dificuldade de entender e resolver, em ambas as representações o destaque ficou mais na linguagem em si. O SE é mais difícil por adotar a linguagem algébrica e ter letras, como descreve a categoria 1, e que engloba a maioria das respostas com 72 unidades de registro. De certa forma, esse aspecto está incluído nas categorias 2 e 3, uma vez que a complexidade e formalidade, e as dificuldades com os cálculos e o conteúdo de álgebra, se devem em parte à falta de compreensão da linguagem e das letras (Dias; Silva, 2019; Estevão, 2021; Gil, 2008b). Os alunos A73 e A77 descrevem isso, quando respondem que *“é como olhar um quadro cheio de letras e não poder ler”* e *“somar letras parece mais difícil do que somar figuras”*. Nesse sentido que uma nova representação pode ser importante para facilitar o entendimento e interpretações de conceitos (Bica; Mello-Carpes; Roehrs, 2018), assim como um novo registro semiótico simbólico, com a finalidade de apreensão conceitual dos objetos matemáticos (Duval, 2010) presentes em SE, como equações e incógnitas.

Houve respostas que indicaram a falta de contextualização tornar o SE mais difícil, como é explicado pelo aluno A88, quando diz *“Porque um monte de letras desanima quem não tem isso no dia a dia”*. Isso é corroborado por Tiesen e Araujo (2020) que citam que essa dificuldade dos estudantes em relacionar a matemática com acontecimentos cotidianos se deve porque a contextualização é pouco proposta aos alunos pelos docentes.

A justificativa sobre o EM ser mais difícil ficou em sua maioria relacionada ao uso de imagens, na categoria 1, mas de um ponto de vista mais específico: imagens têm detalhes e causam distração. Então, não é o fato em si da imagem, mas especificamente o EM, que por se tratar de desafio, tem imagens que possuem, às vezes, diferenças sutis que confundem as pessoas. Por exemplo, em uma linha de um EM é ilustrado uma flor com 5 pétalas, e na linha seguinte, apresenta a “mesma

flor”, mas com 4 pétalas, semelhante ao que acontece no EM da figura 4.1.1, com diferenças no número de bananas. Na linguagem algébrica, a representação das pétalas da flor poderia corresponder a $5x$ e a $4x$, respectivamente. Ou seja, existe uma maior dificuldade na linguagem imagética do EM por causa dos detalhes das pétalas, exigindo uma maior atenção neles. Entretanto, caso seja utilizado como recurso, bastaria o professor adaptar as imagens que tais problemas seriam minimizados. Na categoria 2, se aborda que EM não é estudado, e por isso seria mais difícil, como diz o aluno A118: “*Não sei resolver, nunca estudei este, não é questão de não lembrar como faz*”. Entende-se, novamente, que é papel do professor inserir essa prática, e por isso a pesquisa vem sendo desenvolvida, na busca de indicar uma possibilidade aos docentes no ensino de SE. Na categoria 3, se faz a relação de substituição de imagens pelas letras, o que embora esteja como justificativa para EM ser mais difícil, como na resposta “*Porque eu substituiria as imagens por letras para realizar o cálculo, o que não seria necessário no primeiro caso*”, de A9, é algo que contribui para a ideia representacional da linguagem imagética no desenvolvimento do conteúdo de SE.

Houve 14 respostas em branco e 11 que indicaram o mesmo grau de dificuldade, fáceis ou difíceis, ou iguais, como se vê na resposta “*São a mesma coisa, só representadas de uma forma diferente*”, de A134.

Ainda na temática de comparações, com vistas a levantar as percepções dos alunos sobre a linguagem imagética, antecipando as resoluções, foi perguntado se as imagens trariam mais significado para os alunos e para os problemas envolvendo equações e SE. Para 49% dos participantes, sim, e para 29% é indiferente, o que indica que 78% deles ou visualizam que a linguagem imagética pode colaborar para compreensão dos problemas ou se colocam em uma posição de neutralidade, indicando que esse percentual total, que é bem considerável, não seria contrário ao seu uso no ensino de equações e SE. Entre os alunos que responderam que sim, a maioria das respostas sobre que tipo de imagens se concentrou em alimentos, objetos e quaisquer imagens, sendo essa resposta significativa para a elaboração de propostas de utilização da linguagem imagética.

Para verificar qual dos problemas os alunos se identificariam mais para resolver, foi feito o convite conforme a figura 4.1.3, sem ser solicitado que mostrassem a resolução, para não os desmotivar em suas tentativas. Mesmo assim, alguns alunos escreveram-na, e as observações sobre essas resoluções, de ambos os desafios, foram registradas em diário de bordo.

Figura 4.1.3– Questão convidando os alunos a resolverem um sistema e um enigma.

Convidamos você agora a se desafiar e responder os problemas. Você pode responder os dois ou apenas um:

Dado o sistema de equações:

$$\begin{cases} x + x + x = 30 \\ x + 2y + 2y = 18 \\ 2y - z = 2 \\ z + x \cdot y = t \end{cases}$$

Qual o valor de t ?

$t = \underline{\hspace{2cm}}$



$? = \underline{\hspace{2cm}}$

Fonte: próprio autor.

A totalização em relação aos acertos, erros e respostas em branco/rasurada, pode ser vista na tabela 4.1.4:

Tabela 4.1.4 – Totalização das respostas corretas e incorretas para SE e EM.

Situação da resposta	SE		EM	
	n	%	n	%
Corretas ($t = ? = 22$)	41	27%	58	38%
Incorretas	48	32%	71	47%
Em branco/rasurado	62	41%	22	15%

Fonte: próprio autor.

Visualiza-se na tabela 4.1.4, em relação ao SE, que boa parte dos alunos obtiveram a resposta incorreta (32%) ou deixaram em branco/rasurada (41%), totalizando 73% dos participantes que não conseguiram concluir o desafio do SE. A resposta correta para o valor de t , que era 22, foi alcançada por 27%, o que em parte, é um pouco contraditório, uma vez que mais da metade dos alunos afirmaram conseguir resolver um SE, em questão anterior. Percebe-se uma lacuna entre o que os alunos afirmam saber e o que realmente sabem, sendo que esse fato precisa ser trabalhado pelo docente com situações diversificadas para uma análise adequada dos conceitos assimilados (Araújo, 2018).

Foi observado e registrado no diário de bordo que os erros na resolução dos SE se relacionavam às operações matemáticas, sinais e aos valores de letras. Além disso, analisando as respostas, 16 alunos responderam $t = 24$, que indica que possam ter resolvido, na 4ª equação, primeiramente a soma e depois a multiplicação ($x + y.z = 2 + 10.2 = 12.2 = 24$) e 9 responderam 42, que indica a atribuição errada $y = 4$ ($x + y.z = 2 + 10.4 = 2 + 40 = 42$). Essas respostas ratificam as observações feitas no diário de bordo. Outros resultados incorretos também chamaram a atenção, como o de A68, que respondeu " $t = 576$ ", por ser um valor bem elevado, o de A105 que respondeu " $t = 42t$ ", que contém uma incógnita na resposta, e outras respostas, com erro de sinais.

Já em relação aos EM, visualiza-se na tabela 4.1.4 que um percentual considerável dos alunos obteve a resposta incorreta (47%) ou deixaram em branco (15%), o que totaliza 62% dos participantes que não conseguiram concluir o desafio do EM. A resposta correta para o valor da interrogação, que também era 22, foi alcançada por 38% dos participantes.

As observações no diário foram semelhantes as feitas para o SE, sendo os erros nas resoluções relativos às operações e sinais, em que foram incorretas a realização da soma entre a bota e o cavalo antes da multiplicação na 4ª linha do EM, e na visualização de que se tratavam de 2 ferraduras em cada parcela da soma, na 2ª e 3ª linha, mas apenas uma na 4ª linha. Sobre as respostas, 16 alunos responderam 24, que indica um acerto nos valores das imagens, mas erro nas operações; 19 alunos responderam 42, que deve estar relacionado ao equívoco sobre o valor de uma ferradura, como sendo 4; e outros 17 ainda erraram a ordem das operações e o valor da ferradura, encontrando 48 ($2 + 10.4 = 12.4 = 48$).

Comparando ambos os desafios, se percebe que houve mais erros no EM (47%) do que no SE (32%), e isso é um aspecto positivo. Embora pareça equivocada

tal afirmação, entende-se que uma maior quantidade de erros implica em um maior interesse em resolver o EM do que o SE, foram mais tentativas, e isso é um fato extremamente importante a ser destacado. Outro fato que corrobora essa situação, é o percentual de alunos que deixaram a resposta em branco, que no SE foi de 41%, superior à do EM, de 15%. Sobre esse último percentual, comparado com o de 21% dos alunos que responderam que EM era mais difícil que SE, tem-se 6% dos alunos que, mesmo achando o EM mais difícil, ainda assim o respondeu, e isso pode ter relação com os aspectos de acharem mais interessante e divertido que o SE.

Observando algumas resoluções e indícios de resolução (números sobre as imagens e letras, expressões, outras marcações e escritas) de alunos que optaram em registrá-las, percebe-se que parte dos participantes que responderam o SE é porque resolveram o EM, levando as respostas do EM para o SE por possivelmente perceberem ser o mesmo problema, como se vê na figura 4.1.4:

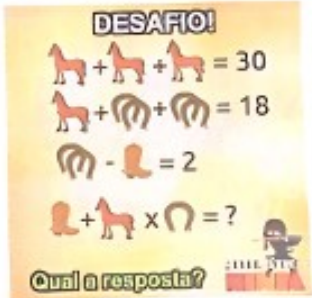
Figura 4.1.4 – Observação sobre a resolução de A133, com indício de que respondeu o SE pela resolução do EM.

Dado o sistema de equações:

$$\begin{cases} x + x + x = 30 \\ x + 2y + 2y = 18 \\ 2y - z = 2 \\ z + x \cdot y = t \end{cases}$$

Qual o valor de t ?

$t = \underline{42}$



Qual a resposta?

$? = \underline{42}$

Fonte: próprio autor.

Nota-se na figura 4.1.4 que não há nenhuma escrita no SE, mas tem resposta, diferente do EM que apresenta resolução e solução, por isso a percepção da transcrição de respostas. Em 11 respostas se vê claramente a mesma situação, pela apresentação de algum indício de resolução, sinal indicativo ou escrita, como na escrita do aluno A8, que diz em um asterisco abaixo de t : “Usei o resultado do lado”. Entretanto, não é possível mensurar todas as ocorrências nesse sentido, uma vez que nem todos alunos apresentaram a sua resolução.

Como sequência dessa questão, foi perguntado se, tendo resolvido ou não algum dos problemas, algo havia lhes chamado a atenção, e 63% dos participantes afirmaram que sim. Para esses, foi questionado o que foi observado, e realizando a AC nas respostas foram identificadas 114 unidades de registro, que geraram 46 códigos, determinando 6 categorias conforme a tabela 4.1.5:

Tabela 4.1.5 – Categorias sobre as observações dos alunos na resolução de SE e EM.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Imagens e EM facilitaram	Os alunos observaram que imagens e EM facilitaram o entendimento para resolução dos problemas propostos.	49	43%

2	Dificuldades com EM	Foi feito destaque para dificuldades encontradas nos EM.	6	5%
3	Equações e SE são mais fáceis	Os alunos observaram que as equações e SE são mais fáceis nos problemas propostos.	4	4%
4	Dificuldades com letras e com SE	Destaque para dificuldades encontradas nos SE e no entendimento das letras.	7	6%
5	Especificidades nas representações	Especificidades foram citadas sobre as representações, como diferenças, falta de sinais e quantidade de imagens.	20	18%
6	Letras e imagens representam mesma ideia	Destacado que os dois problemas eram o mesmo, que EM e SE se assemelham e que as letras e imagens representam a mesma ideia.	28	24%

Fonte: próprio autor.

Nessa questão, foi possível identificar que nas categorias 1 e 2, houve um destaque para os EM, e na 3 e 4, para SE, sendo cada destaque positivo ou negativo. Nas categorias 5 e 6, a representação ficou em evidência, relacionada às diferenças e às semelhanças. No caso da categoria 1, 43% das respostas indicaram destaque positivo para o EM, como as dos alunos A113 ao responder *“É muito mais interessante por ter imagens e ser colorido, fica mais fácil aprendizagem”*, observando imagens como elemento facilitador, e de A120, dizendo *“O desenho é a forma de interpretar os sistemas”*, em que ressalta a colaboração das imagens para a interpretação. Já na categoria 2, com 5%, a observação foi que os EM dificultaram o entendimento, como pode ser visto na resposta *“Como dizem é um pega ratão, é uma pegadinha”*, de A19, que se deve às diferenças nas imagens, comentado nas comparações entre SE e EM.

Na categoria 3, as respostas dos alunos deram destaque positivo para os SE (4%) e apontaram que equações e SE facilitam os problemas, com é visto na resposta do aluno A146 ao dizer *“O sistema de equações foi mais simples de colocar no papel”*. Mas na categoria 4, 6% das respostas indicam que há dificuldades com as letras e com SE, como se percebe na fala *“Como parece ser mais difícil fazer a equação”, do que o enigma*, de A130.

Na categoria 5, as observações foram sobre as especificidades nas representações (18%), principalmente em relação ao número diferente de ferraduras no EM (14 das 20 respostas dessa categoria), exemplificado nas respostas *“A quantidade de ferraduras”*, *“Que o desafio eu fiz bem rápido, mas não percebi as duas ferraduras”* e *“O número de ferraduras é diferente, se a pessoa olha rapidamente pode pensar errado”*, dos alunos A2, A18 e A150, respectivamente. Essa particularidade da representação imagética do EM, com detalhes que mantêm as imagens muito semelhantes, mas ainda distintas, também foi abordada na categoria 2 e na análise das comparações, sobre EM ser mais difícil. E mostra que foi recorrente essa observação, por parte de alguns alunos, e se deve a proposta dos enigmas disponibilizados nas redes sociais. Por isso, cabe o alerta de que é necessário a intervenção do docente no caso de usar o EM da internet, alertando os alunos sobre isso, ou adaptá-lo para evitar tais interpretações errôneas.

A categoria 6, com 24% das respostas, fala de uma similaridade entre sistema e enigma, indicando que eram iguais na resolução, na ideia de problema, no resultado, ou no nível de dificuldade (ambos fáceis ou ambos difíceis), com 20 das 28 respostas afirmando isso diretamente, como em *“É igual e um parece bem mais fácil (desenho)”*, de A43. Outro aspecto identificado foi sobre que as figuras representavam incógnitas,

visto na resposta de A137, “*As figuras representam as incógnitas, com os mesmos valores*”. Essa categoria é muito importante pois traz as observações de que os alunos perceberam se tratar de representações distintas de um mesmo problema, com linguagens diferentes, em que letras e imagens se tratam do mesmo objeto matemático, como se vê na resposta de A137, quanto cita “*mesmos valores*”, ou ainda, mais evidentemente, na resposta “*no caso do desafio, as duas ferraduras são iguais 2y*”, de A1. Tais observações já dão indícios que alguns alunos, mesmo que ainda de forma superficial, demonstram compreender a relação representacional entre as imagens e as letras.

Além disso, nas categorias 1 e 4, existe um destaque significativo aos aspectos positivos dos usos de imagens e de EM, como facilitadores no entendimento dos problemas. Claramente, os alunos A45 e A142 observam esse aspecto, quando respondem, respectivamente: “*Fazendo o enigma consigo fazer equações*”; e “*Eu não conseguia resolver o primeiro problema, porém, quando eu fui resolver o segundo, tudo ficou mais claro*”. Isso destaca que a linguagem imagética auxiliou os alunos no entendimento do significado da linguagem algébrica, e acredita-se que especificamente em relação ao entendimento de incógnita, como uma múltipla representação e um registro de representação semiótica.

Contextualização sobre equação e sistema de equação

Na temática de contextualização, os alunos foram questionados se lembravam da contextualização para estudo de equações e SE, e 76% responderam que não lembravam. Esse fato pode encontrar justificativa pela contextualização acontecer de modo superficial, em que a Matemática não está articulada com o contexto apresentado (Souza, 2014) ou ainda por ser a álgebra apresentada aos alunos de forma descontextualizada (Araújo, 2008).

Aos alunos que lembravam, foi perguntado se eles poderiam descrever como foi a contextualização. Nas 35 respostas foi realizada a AC, identificando-se 36 unidades de registro que geraram 15 códigos, emergindo desses, 4 categorias, como descrito na tabela 4.1.6:

Tabela 4.1.6 – Categorização da descrição sobre como foi a contextualização.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Realidade	Foi realizada a relação com o cotidiano, com a realidade do aluno.	11	31%
2	Conteúdos matemáticos	Foi realizada se valendo de outros conteúdos e problemas matemáticos.	9	25%
3	Bom, útil, interessante	A contextualização ter sido boa, interessante e útil.	4	11%
4	Em branco, não, não lembro, outra matéria	Deixou em branco, respondeu não ou não lembro, ou que ocorreu em outra matéria.	12	33%

Fonte: próprio autor.

Embora o maior percentual (33%) tenha se concentrado em alunos que deixaram em branco ou responderam não, não lembro ou outra matéria, 56% das respostas abordam as duas formas de contextualizar: com a realidade e com conteúdos matemáticos. A primeira (na categoria 1), que leva o aluno a relacionar experiências do cotidiano com conhecimentos escolares e, com isso, à aprendizagem

significativa (Schons *et al.*, 2017), pode ser percebida nas respostas dos alunos A8, “*Exemplos mundanos*” ou de A13, “*Contextualizou com problemas do dia a dia ... de maneira engraçada que memorizam mais rápido*”. Cabe o destaque para a referência do aluno A13 ao lúdico.

A segunda forma (categoria 2), a contextualização com conteúdos matemáticos, pode ser exemplificada pelo aluno A22 quando responde “*Duas incógnitas em uma equação*” ou pelo aluno A126, afirmando “*um conjunto de conhecimentos de anos passados, juntamente com a teoria das próprias equações e dos sistemas*”. Embora haja um aspecto positivo nessa contextualização interna, da matemática pela matemática (Barbosa; Mendes, 2016), pois os docentes buscaram resgatar conhecimentos prévios específicos dos alunos, no caso conteúdos trabalhados no Ensino Fundamental ou em outros anos e áreas da matemática, entende-se que haveria condições para a contextualização com o cotidiano, com situações-problemas e em diferentes representações.

Ser bom, útil e interessante, na categoria 3, teve 11% das respostas e pode ser considerada positiva, embora se esperasse que os alunos apontassem mais detalhes. Talvez, tenha ocorrido uma confusão sobre descrever como foi, em que o entendimento tenha sido sobre como se sentiu em relação à contextualização, como se vê na resposta “*Foi bem útil para o entendimento*”, do aluno A16.

Considerações sobre uso de imagens e comentários

A última temática, das considerações sobre uso de imagens e comentários, aborda duas questões finais, sendo solicitado aos alunos que respondessem diretamente sobre a contribuição da linguagem imagética na compreensão do conteúdo de SE, com a seguinte pergunta: “*Para você, ao visualizar as imagens nos enigmas matemáticos e compará-las com as letras nas equações e sistemas de equações, possibilitaria um melhor entendimento do significado das letras?*”. As respostas dos alunos podem ser visualizadas na tabela 4.1.7:

Tabela 4.1.7 – Total de respostas sobre a contribuição da linguagem imagética no entendimento do significado das letras.

Imagens possibilitam melhor entendimento do significado das letras?	n	%
Sim	120	80%
Não	29	19%
Em branco	2	1%

Fonte: próprio autor.

Essa pergunta, encerrando praticamente o questionário, sintetizava a intencionalidade da pesquisa sobre o uso da linguagem imagética e dos EM, como um recurso para facilitar o ensino e a aprendizagem de SE. O cômputo de 80% dos participantes indicando positivamente para um melhor entendimento das letras foi um ótimo resultado, sendo esse percentual aproximado em relação aos aspectos positivos dos EM nas comparações realizadas entre SE e EM. Isso mostra que, além da maioria perceberem os EM mais interessantes, divertidos, com sentido na realidade e mais fáceis de entender e resolver, os participantes os visualizam as imagens como auxiliares na compreensão dos significados das letras. Mais uma vez, tem-se o destaque para a linguagem imagética como múltipla representação, que

pode promover no aluno uma aproximação com sua estrutura cognitiva (Klein; Laburú, 2012), aprimorando suas ideias sobre SE e colaborando no ensino e aprendizagem, e ainda ser entendida como um registro de representação semiótica, por sua representação sígnica, capaz de identificar objetos (neste caso, SE, equações e incógnitas), que além de comunicar, permite as funções de objetivação e tratamento (Duval, 2010).

Por fim, o questionário trouxe a possibilidade de os alunos deixarem algum comentário e 42% o fizeram. As respostas foram analisadas pela AC e das 87 unidades de registro identificadas, foram gerados 40 códigos que originaram 8 categorias, como pode ser visto na tabela 4.1.8:

Tabela 4.1.8 – Categorização dos comentários dos alunos ao final do questionário.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Linguagem imagética e EM significativos e facilitadores	O uso de imagens, da linguagem imagética e dos EM trazem mais significado e facilitam o entendimento	33	38%
2	Ludicidade	A ludicidade nas imagens pode contribuir.	2	2%
3	Dificuldade com Matemática, conteúdo e letras	Existem dificuldades com a matemática e o conteúdo de SE, e as letras confundem.	10	11%
4	Letras e equações mais compreensíveis e necessárias	Letras e equações são mais compreensíveis e necessárias que EM.	5	6%
5	imagem pode ajudar ou confundir	As imagens podem ajudar ou confundir o entendimento.	1	1%
6	SE e EM representam a mesma ideia	SE e EM representam a mesma ideia	4	5%
7	Pesquisa significativa	A pesquisa foi importante e significativa para os participantes	25	29%
8	Agradecimentos, parabenização e boa sorte	Respostas de agradecimento, parabenização e desejo de boa sorte na pesquisa.	7	8%

Fonte: próprio autor.

Nessa questão, boa parte das respostas vão ao encontro do entendimento que as imagens, por meio dos enigmas matemáticos podem auxiliar no entendimento do conteúdo de SE, uma vez que nas três primeiras categorias 38% das respostas indicam a linguagem imagética ou EM como significativos e facilitadores, 2% apontam para a contribuição pela ludicidade e 11% exprimem as dificuldades com as letras e com o conteúdo. Essas categorias se complementam, uma vez que as categorias 1 e 2 figuram como uma possibilidade de respostas para a categoria 3. Ou seja, o emprego da linguagem imagética e EM, indicada como positiva pelos alunos, precisa ser trabalhada pelo professor para a colaborar com essas dificuldades com a álgebra e a sua linguagem, para que haja a coordenação entre os registros de representação semióticos, que não é algo natural para os alunos, mas absolutamente necessária para o funcionamento cognitivo do aluno (Duval; Moretti, 2012).

Apenas as categorias 4 e 5 apontam para um aspecto contrário aos EM e às imagens, indicando que as letras e equações são mais compreensíveis e necessárias (6%) e que a imagem pode confundir (1%). Entretanto, se percebe que mesmo nelas,

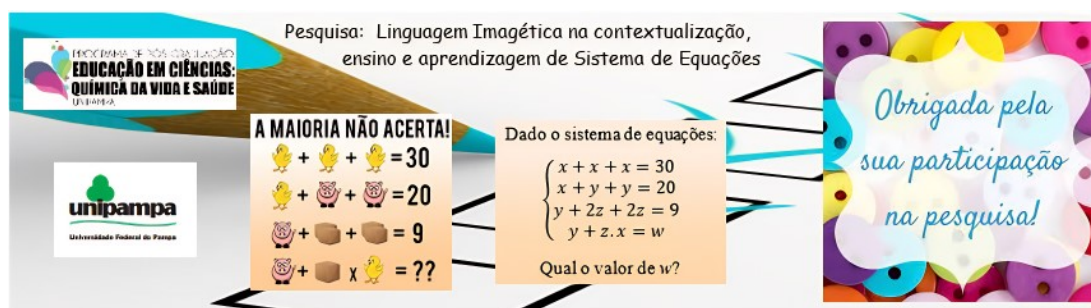
existe um indício de que se ajustadas, as imagens podem contribuir sim, pois os enigmas podem ser organizados para deixarem de ser “pegadinhas”. Além disso, a proposta da linguagem imagética não é contra a linguagem algébrica, sendo que realmente a linguagem algébrica é necessária por seu importante papel como instrumento de comunicação e interpretação do cotidiano, como linguagem e instrumento de cálculo (Estevão, 2021). Os alunos que visualizam o SE e a linguagem algébrica como mais compreensível, talvez já tenham adquirido um bom nível de entendimento em relação à linguagem e letras, uma vez que Estevão (2021) cita o conhecimento dos significados dos símbolos e os variados usos das letras como dois dos principais fatores dificultadores no ensino e aprendizagem de álgebra.

Alguns alunos, na categoria 6, conseguiram perceber a similaridade entre SE e EM (5% das respostas). Isso demonstra que eles podem ter percebido algumas características dos enigmas, como a ludicidade, o desafio, presentes no SE e têm a compreensão dos significados de equações e incógnitas, que ambas as representações contêm.

Nas categorias 7 e 8, boa parte do total das respostas apontam a pesquisa como uma atividade significativa (29%) e parabenizam pelo trabalho (8%). É possível perceber em algumas respostas que existe um desejo por atividades diferenciadas que venham a colaborar na aprendizagem de conteúdos matemáticos, como o de SE: “Achei muito legal os enigmas, se usássemos em aula a aprendizagem seria mais fácil” (A114); “Acho que será um desafio diferente, um jeito de aprender modificado” (A120).

Ao finalizar o desenvolvimento do questionário, foi entregue aos participantes uma lembrança, contendo um recado de agradecimento e um desafio (figura 4.1.5), como o do questionário.

Figura 4.1.5 – Recado final entregue aos participantes.



Fonte: próprio autor.

Algumas observações foram anotadas no diário de bordo, sendo que foi válido verificar que, mesmo não sendo necessário a resolução, alguns ficaram interessados em encontrar a resposta, outros discutiam entre si as respostas encontradas no questionário, e ainda houve aqueles que perguntavam ao pesquisador as respostas corretas para compararem com as suas. Isso tudo corrobora terem sido a atividade e o EM interessantes e divertidos para esses alunos. Houve participantes, ainda nesse mesmo momento, que mesmo tendo encerrado a atividade, teceram alguns comentários relacionados à EM e SE serem o mesmo problema, ou que transformaram as imagens em letras nas resoluções. Entende-se isso como positivo e que é um bom resultado, que a linguagem imagética cumpre o seu papel mesmo nessa ocorrência, pois foram visualizadas como incógnitas.

Por fim, destacam-se dois comentários de alunos: “O uso de imagens facilitaria o ensino, mas sempre priorizando a equação, que se ‘bem dominada’ se torna mais

fácil”, de A125; e *“Na verdade, eu acho que isso deveria ser feito apenas na introdução da álgebra para ‘apresentar’ esse novo conteúdo, depois disso as equações poderiam ser feitas sem o uso de ilustrações, somente com as letras convencionais”*, de A124. Essas respostas praticamente traduzem a intencionalidade da pesquisa, em que se visualiza a linguagem imagética como um recurso para facilitar a compreensão dos alunos, para que eles possam “dominar” os significados na representação algébrica, sendo desenvolvida na introdução do conteúdo para possibilitar, a partir dela, o resgate a conhecimentos prévios, a contextualização e a compreensão de conceitos envolvendo equações e SE.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Muitos são os desafios e dificuldades para o ensino e aprendizagem de matemática e é preciso que se identifique e se estude recursos que possam colaborar nos processos, principalmente em Álgebra e mais especificamente em SE. Nesse sentido que a pesquisa se debruçou, em uma resposta específica para um dos problemas, da transposição das dificuldades da linguagem, visualizada na hipótese de que o uso da linguagem imagética e dos EM possa ser esse recurso facilitador para o ensino e a aprendizagem de sistema de equações e da matemática.

Identificou-se que, em geral, o EM é conhecido e tem uma boa aceitação pelos alunos, sendo mais interessante, divertido e fácil de entender e resolver do que o SE para, em média, 79% dos alunos. Pelas análises, isso se deve, em parte, por estarem presentes as imagens, que de são mais fáceis de entender, são mais lúdicas. Além disso, aproximadamente 80% dos alunos não são contrários a utilização de imagens no ensino e aprendizagem de equações e SE, com mais da metade desses indicando que traria mais significado aos problemas. Esse mesmo percentual responde diretamente que as imagens auxiliam o entendimento das letras, o que reafirma a linguagem imagética, por meio dos EM, como elemento colaborador no entendimento de SE no que tange ao significado das letras, mais diretamente sobre o significado de incógnitas e variáveis.

Essa constatação é muito importante, pelo fato de o estudo levantar que aproximadamente 40% dos participantes não conseguem resolver um SE, que a princípio, já teriam estudado o conteúdo, e também não sabem o significado das letras em uma equação. A linguagem imagética pode vir exatamente nesse sentido, como uma múltipla representação e um registro de representação semiótica, auxiliar os alunos em dificuldades de compreensão do conteúdo.

Sobre fazer sentido, tanto EM quanto SE se aproximaram em quantitativos, e os motivos se concentraram na contextualização. Isso é positivo, pois dá ênfase à importância em torno da contextualização, ainda mais quando se observa os números de que 76% dos alunos não lembravam da contextualização, e dos que lembravam, mais de 40% não relacionaram ao cotidiano. São números expressivos e que demonstram que é necessário um avanço na contextualização de SE e, também, de outros conteúdos matemáticos. Ao visualizar a linguagem imagética como um recurso que aproxima os conhecimentos do cotidiano do aluno e anteriores aos matemáticos, já que por meio de imagens, inclusive as indicadas pelos alunos no questionário, pode-se promover essa aproximação, verifica-se a possibilidade de melhorar esses índices desfavoráveis.

Olhando para os dados em relação ao desafio de resolver SE e EM se constatou que o EM é um recurso que motiva os alunos a resolver problemas envolvendo equações, e que as imagens são elementos que auxiliam na

compreensão dos significados das letras. Também foi possível identificar, em algumas resoluções, as dificuldades dos alunos em relação a deficiências com a aritmética, no que tange ordem de operações e sinais, sendo que isso pode impactar na dificuldade com o entendimento dos SE. Outra dificuldade foi com as imagens nos enigmas, que de certa forma são elaboradas propositalmente para confundir quem for resolver. Por isso, quando se trata do ambiente escolar, existe a necessidade de intervenção do docente para que tais confusões não aconteçam.

Uma observação interessante diz respeito a algumas respostas do questionário, resoluções dos desafios e comentários de alunos ao fim da atividade: que imagens e letras representam a mesma ideia e que uma poderia ser substituída pela outra. Isso vai ao encontro da intenção da proposta de uso da linguagem imagética, uma vez que não existe a intenção de propor uma substituição definitiva das letras. Pelo contrário, entende-se que a linguagem algébrica é fundamental e necessária, principalmente na transcrição dos problemas e em suas resoluções. Entretanto, é importante que os alunos compreendam a representação que estão empregando, e nesse sentido que a linguagem imagética está sendo proposta, para colaborar nessa compreensão dos significados da linguagem algébrica, e não em sua substituição.

Acredita-se que esse estudo é muito significativo pois formou uma boa base para as inferências da pesquisa como um todo e por ser um estudo preliminar cujos resultados favorecem o planejamento de atividades empregando a linguagem imagética e o EM, tanto para professores em geral, quanto para, mais especificamente, o próximo momento da pesquisa. Pela análise dos resultados e todas as inferências discutidas nele, pode-se compreender melhor a linguagem imagética inserida em um quadro de ensino e aprendizagem, e melhor visualizá-la como um recurso capaz de facilitar a compreensão da linguagem algébrica e dos conceitos que envolvem equações e SE.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Abordagens Semióticas em Educação Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 32, n. 61, p. 696–726, 2018.

ARAÚJO, E. A. Ensino de álgebra e formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 10, n. 2, p. 331–346, 2008.

ARAÚJO, J. C. **Como os alunos de 8º ano lidam com situações relativas à área de paralelogramos?**: um estudo sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

BARBOSA, E. J. T.; MENDES, A. A. A contextualização no ensino de equações - uma análise em um livro didático antes e depois do PNLD. **Revemat: revista eletrônica de educação matemática**, v. 11, n. 2, p. 363–386, 2016.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. 1. ed. São Paulo: Edições 70, 2016.

BICA, M. S. N.; MELLO-CARPES, P. B.; ROEHRS, R. A neurociência e as múltiplas representações: possíveis convergências para o ensino de ciências. **#Tear: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia**, v. 7, n. 2, p. 1–18, 2018.

BOEMO, M. S.; ROOS, L. T. W. Educação matemática e contextualização: é possível? *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12. 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: SBEM, 2016

COSTA, A. S. *et al.* Investigando as dificuldades apresentadas em Álgebra por alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental. **Revista Destaques Acadêmicos**, v. 8, n. 4, p. 159–176, 2016.

DIAS, G. F.; SILVA, P. F. Dificuldades encontradas na resolução de equações do 1o grau: análise dos erros de uma turma do 8o ano. *In*: Congresso Nacional de Educação, 6. 2019, Fortaleza. **Anais [...]**. Fortaleza: Conedu, 2019.

DUVAL, R. Sémiotique, pensée humaine et activité mathématique. 1. **Amazônia - Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 6, n. 11, p. 126–143, 2010.

DUVAL, R.; MORETTI, T. M. T. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat: revista eletrônica de educação matemática**, v. 7, n. 2, p. 266–297, 2012.

ENIGMA FRUTA. **PINTEREST**. 2015. Disponível em: <https://br.pinterest.com/pin/442900944596974856/>. Acesso em: 10 jan. 2024.

ESTEVÃO, E. J. O. **Dificuldades na aprendizagem e ensino de Álgebra**: atividades propostas para minimizar essas dificuldades. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional) – Unidade Acadêmica de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2021.

FREIRE, E. Conceituação de Tipos e Metodologias de Pesquisa Estevão. *In*: SILVA, G. M. M.; QUINTELLA, C. M. (Org.). **Metodologia da pesquisa científico-tecnológica e inovação** [Recurso eletrônico on-line]. Salvador: EDIFBA, 2021. v. 1, p. 73–114.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008a.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008b.

GONZÁLEZ, R. **Jogos Matemáticos**: Enigmas Matemáticos. 2021. Disponível em: <https://www.coquinhos.com/tag/enigmas-matematicos/>. Acesso em: 5 maio 2022.

KLEIN, T. A. S.; LABURÚ, C. E. Multimodos de Representação e Teoria da Aprendizagem Significativa: Possíveis Interconexões na Construção do Conceito de

Biotecnologia. **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 14, n. 2, p. 137–152, 2012.

LABURÚ, C. E.; BARROS, M. A.; SILVA, O. H. M. Multimodos e múltiplas Representações, aprendizagem significativa e subjetividade: três referenciais conciliáveis da educação científica. **Ciência & Educação**, v. 17, n. 2, p. 469–487, 2011.

LABURÚ, C. E.; ZOMPERO, A. D. F.; BARROS, M. A. Vygotsky e múltiplas representações: leituras convergentes para o ensino de ciências. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 30, n. 1, p. 7–24, 2013.

LINGUAGEM IMAGÉTICA. **DICIONÁRIO inFormal**. 2013. Disponível em: [https://www.dicionarioinformal.com.br/linguagem imagética/](https://www.dicionarioinformal.com.br/linguagem%20imag%C3%A9tica/). Acesso em: 21 set. 2023.

LUCCAS, S.; BATISTA, I. L. **A Importância da Contextualização e da Descontextualização no Ensino de Matemática**: uma Análise Epistemológica. *In*: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2., 2008, Rio Claro. **Anais [...]**. Rio Claro: UEL, 2008

LUYTEN, S. M. B. História em quadrinhos: um recurso de aprendizagem - Introdução. **Salto para o futuro**, v. Boletim 1, n. 21, p. 5–9, 2011.

MARANDINO, M. O uso das Imagens na Ciência no ensino e na divulgação da Ciência. *In*: **Ensino de Ciências II**. São Paulo: USP/Univest, 2013. p. 110–128.

MOREIRA, M. A. **Subsídios Teóricos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências**: Comportamentalismo, Construtivismo e Humanismo. 2. ed. Porto Alegre: Ed. do Autor, 2016.

NETO, J. P. O. **Contextualização no ensino de ciências e matemática**: uma proposta de análise de produtos educacionais. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2013.

OLIVEIRA, L.; ROEHRS, R. Linguagem imagética na transposição da linguagem algébrica no ensino e aprendizagem da Matemática. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 29, p. 1–17, 2023.

OLIVEIRA, L.; ROEHRS, R. Linguagem imagética e sistema de equações: Representações semióticas e contextualização como aportes teóricos. *In*: **Challenges and Innovations in Education**: scientific perspectives. São José dos Pinhais: Seven Editora, 2023b. p. 1–18.

PEDROSA, B. C. G. A. **Educação Matemática**: contextualizando o ensino de Matemática nos aspectos sociais de Nazarezinho - PB. 2014. Monografia (Especialização Fundamentos da Educação: Prática Pedagógicas Interdisciplinares) – Universidade Estadual da Paraíba, Sousa, 2014.

PEREIRA, A. Pesquisa Prática e Pesquisa Aplicada em Educação: Reflexões epistemo-metodológicas. **Revista Educação e Cultura Contemporânea**, v. 20, p. 01–21, 2023.

PEREIRA, C. A.; SANDMANN, A. Dificuldades do ensino da álgebra no ensino fundamental: algumas considerações. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**, v. 8, n. 17, p. 1–15, 2017.

PIRES, F. S. **Álgebra e Formação Docente**: o que dizem os futuros professores de Matemática. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

POSSETE, É. E. Ensino de Ciências: o uso de imagens e desenhos científicos nas aulas de ciências. *In*: **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE**, v. 1, 2014. Curitiba: SEED/PR, 2014.

PROVDANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico**: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013

SANTOS, F. P.; NUNES, C. M. F.; VIANA, M. D. C. V. Currículo, interdisciplinaridade e contextualização na disciplina de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 3, p. 157–181, 2017.

SCHONS, E. F. *et al.* A contextualização como ferramenta no ensino de ciências. *In*: PESSANO, E. F. C. *et al.* (Org.). **Contribuições para o ensino de ciências**: alfabetização científica, aprendizagem significativa, contextualização e interdisciplinaridade. 1. ed. Bagé: EdUNIPAMPA, 2017. p. 18–33.

SCOPARO, T. R. M. T. Texto verbal e imagético: uma proposta semiótica de ensino. **Revista (Con)Textos Linguísticos**, v. 12, n. 23, p. 129–151, 2018.

SOUZA, N. F. **Contextualização no Ensino da Álgebra**: análise de livros didáticos do 7º ano. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2014.

TIESEN, S. M. C.; ARAUJO, R. R. O ensino de Matemática por meio da contextualização e da pesquisa. **Educação Matemática Debate**, v. 4, n. 10, p. 1–16, 2020.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

4.2 Linguagem imagética, enigmas matemáticos e sistema de equações: uma sequência didática

O quinto manuscrito da tese traz o resultado da intervenção didática, atendendo ao objetivo específico v. Apresentando e discutindo a avaliação e as percepções dos participantes sobre as atividades desenvolvidas, ele destaca como a Linguagem Imagética pode facilitar o ensino e a aprendizagem de equações e sistemas de equações e promover a contextualização, por meio de uma Sequência Didática.

Linguagem imagética, enigmas matemáticos e sistema de equações: uma sequência didática

Imagery language, mathematical puzzles and systems of equations: a didactic sequence

Luciano de Oliveira²⁰

Rafael Roehrs²¹

RESUMO

As Sequências Didáticas podem ser ótimas opções pedagógicas e de pesquisa. Para a matemática, especificamente na Álgebra, podem contribuir para o desenvolvimento de atividades que visem avaliar recursos metodológicos e promover uma aprendizagem diferenciada e com mais sentido aos alunos. Posto isso, esse artigo tem o objetivo de apresentar os resultados obtidos em relação à utilização da Linguagem Imagética e de Enigmas Matemáticos de Equações para a contextualização, o ensino e aprendizagem de Sistema de Equações por meio de uma Sequência Didática. O desenvolvimento da sequência é parte da pesquisa intitulada “Linguagem Imagética no Ensino e Aprendizagem de Sistema de Equações”, e ocorreu em 2022, envolvendo alunos de 4 turmas de Ensino Médio de Escolas Públicas de Alegrete/RS. Contou com 5 atividades envolvendo contextualização, resolução de problemas, desenvolvimento do conteúdo, resolução de Enigmas Matemáticos e avaliação da sequência. A Análise de Conteúdo, apoiada com o uso dos *softwares Word, Excel e ATLAS.ti*, foi a metodologia escolhida para analisar os dados, coletados por meio de Diários de Grupo e de Bordo, e questionário. A pesquisa apontou que a Linguagem Imagética atua como um elemento que promove a contextualização e auxilia no ensino e aprendizado de equações e sistema de equações. Ela constitui uma forma de representação diversificada e um registro semiótico que ajuda na assimilação de conceitos relacionados a incógnitas e equações. Além disso, os Enigmas Matemáticos de Equações servem como recurso imagético neste cenário, proporcionando uma melhor compreensão dos sistemas de equações.

Palavras-chave: Múltiplas representações. Registros semióticos. Contextualização. Ensino e Aprendizagem.

ABSTRACT

Didactic Sequences can be excellent pedagogical and research options. For mathematics, specifically in Algebra, they can contribute to the development of activities aimed at evaluating methodological resources and promoting differentiated learning that is more meaningful for students. That said, this paper aims to present the results obtained regarding the use of Imagery Language and Mathematical Equation Puzzles for the contextualization, teaching, and learning of Systems of Equations through a Didactic Sequence. The development of the sequence is part of the research entitled “Imagery Language in the Teaching and Learning of Systems of Equations”,

²⁰ Universidade Federal do Pampa - Campus Uruguai, doutorando PPgECi.

²¹ Universidade Federal do Pampa - Campus Bagé, doutor em química.

and took place in 2022, involving students from 4 high school classes from public schools in Alegrete/RS. It included five activities involving contextualization, problem-solving, content development, solving Mathematical Puzzles, and evaluating the sequence. Content Analysis, supported by the use of Word, Excel, and ATLAS.ti software, was the methodology chosen to analyze the data, collected through Group and Researcher Logbooks, as well as questionnaire. The finding indicated that Imagery Language acts as an element that promotes contextualization and aids in the teaching and learning of equations and systems of equations. It constitutes a diversified form of representation and a semiotic record that helps in the assimilation of concepts related to unknowns and equations. Moreover, Mathematical Equation Puzzles serve as an imagery resource in this context, providing a better understanding of systems of equations.

Keywords: Multiple representations. Semiotic records. Contextualization. Teaching and learning.

INTRODUÇÃO

Os problemas enfrentados em Álgebra pelos estudantes estão basicamente relacionados a questões de concepção, abordagem e apresentação dos conceitos algébricos aos alunos e envolvem os aspectos de compreensão, abstração, significação e contexto (Guimarães, 2013). Percebe-se que esses aspectos estão presentes em uma das dificuldades nessa área, que é a linguagem algébrica (Estevão, 2021; Gil, 2008; Pereira; Sandmann, 2017), e impactam diretamente na compreensão e motivação em estudar equações e Sistema de Equações (SE), conteúdos dessa área na educação básica.

É importante que pesquisas, além de estudar e identificar dificuldades como essa, também explorem e analisem metodologias, estratégias, recursos que possam colaborar tanto na prática docente quanto na aprendizagem dos alunos. A utilização de uma outra linguagem pode ser esse recurso para a transposição de dificuldades, como a Linguagem Imagética (Oliveira; Roehrs, 2023a). Uma forma de se desenvolver essas investigações que envolvem propostas de ensino é a utilização de Sequências Didáticas (SD), que são atividades educacionais organizadas de forma sistemática, ordenadas, estruturadas e articuladas para se atingir objetivos determinados (Araújo, 2013; Zabala, 1998) e que podem ser consideradas instrumentos de pesquisa (Henriques, 2016).

Dado exposto, esse trabalho tem por finalidade apresentar os resultados obtidos em relação à utilização da Linguagem Imagética e de Enigmas Matemáticos (EM) para a contextualização, o ensino e a aprendizagem de SE por meio de uma SD. Tal intervenção é parte da pesquisa intitulada “Linguagem Imagética no Ensino e Aprendizagem de Sistema de Equações”, que tinha o propósito de investigar como essa linguagem e os EM podem facilitar o ensino e aprendizagem de equações e SE.

REFERENCIAL TEÓRICO: LINGUAGEM IMAGÉTICA, APORTES TEÓRICOS E SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

Uma definição direta de Linguagem Imagética é como sendo a comunicação por meio de imagens (Linguagem Imagética, 2013). Observando uma definição mais detalhada de linguagem (Ruppenthal, 2017), e a adjetivação imagética, ela pode ser entendida como “faculdade simbólica, por meio de imagens, que o ser humano

emprega para entender o mundo ao seu redor” (Oliveira; Roehrs, 2023a, p. 2). Sendo a escola um espaço para a compreensão do mundo, a utilização de imagens e de sua linguagem é importante e deve ser estimulada nesse ambiente (Silva; Valadares; Mourão, 2023). Olhando para uma área do conhecimento, a matemática, entende-se que as imagens podem colaborar com o ensino e aprendizagem (Oliveira; Roehrs, 2023b). A Álgebra, que é uma subárea que apresenta dificuldades relacionadas à linguagem (Estevão, 2021; Gil, 2008), carece de alguma assistência, mais especificamente quando se trata dos conteúdos equações e SE.

A Linguagem Imagética tem um potencial representacional ligado às suas características (Oliveira; Roehrs, 2023a), e com base nisso, pode-se destacar três teorias que têm relação com essa linguagem no ambiente escolar: Múltiplas Representações; Registros de Representação Semiótica e Contextualização. As Múltiplas Representações é uma linha que estuda e defende “a utilização de diferentes formas de comunicação no processo de ensino e aprendizagem” (Bica; Mello-Carpes; Roehrs, 2018, p. 2), sendo que múltiplos modos de representar estão relacionados à “prática de representar um mesmo conceito de várias maneiras ou em diferentes linguagens”, sendo duas delas a linguagem matemática e a figurativa, em que se encontra a pictórica (Klein; Laburú, 2012, p. 138). Visualiza-se a Linguagem Imagética estando em uma intersecção entre essas duas linguagens.

Múltiplas representações, como a Linguagem Imagética, podem ser usadas como novas formas de representar um conceito, refinando-o, seja pela complementação, restrição ou aprofundando do seu significado (Ainsworth, 1999; Bica; Mello-Carpes; Roehrs, 2018). Além disso, uma nova representação, com diferentes signos, pode suscitar nos alunos novos sentidos a conceitos prévios, aprimorando-os (Bica; Mello-Carpes; Roehrs, 2018). Nesse processo, é possível o resgate de conhecimentos anteriores e a formação de pontes entre esses e os novos conhecimentos, viabilizando a compreensão e argumentação mais organizada do saber (Laburú; Barros; Silva, 2011).

Ainda sobre representações, com um olhar mais específico para a matemática, tem-se a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), de Raymund Duval. Para o autor, um registro de representação semiótico é um conjunto organizado de signos para identificar objetos, que além da função de comunicar, ainda desempenha duas funções específicas de objetivação e de tratamento (Duval, 2010). Como os objetos matemáticos não são acessíveis pelos sistemas sensoriais (Almeida; Silva, 2018), os registros semióticos são essenciais na compreensão desses objetos.

Duval (2010), em sua teoria, afirma que para que haja a compreensão de significado de um objeto matemático, é importante que se mobilize ao menos dois registros semióticos, visando à ocorrência de duas transformações nesses registros: a conversão, de um para outro registro; e o tratamento, dentro de cada registro. No caso da utilização de imagens representando equações, entende-se que pode ocorrer tanto o tratamento quanto a conversão, o que permite visualizar a Linguagem Imagética como um outro registro de representação.

A contextualização, que pode ser entendida como “momento em que professor e alunos dialogam sobre conhecimentos anteriores, cotidiano e realidade dos alunos, para que sejam desenvolvidas relações de significados com novos conhecimentos” (Oliveira; Roehrs, 2023b, p. 10), também pode contribuir com o ensino e aprendizagem de equações e SE. Pedrosa (2014) relaciona a contextualização à necessidade de representação de situações e discussão sobre elas, e Schons *et al.* (2017) a aborda como recurso ligado a experiências cotidianas e conhecimentos escolares para a Aprendizagem Significativa (Moreira, 2016).

Vista como um princípio pedagógico, a contextualização em matemática envolve os conhecimentos da vida do aluno, interligando seus conhecimentos prévios, os específicos da matemática e os de outras áreas (Barbosa; Mendes, 2016; Tiesen; Araujo, 2020). Entende-se que ao escolher imagens apropriadas, o emprego da Linguagem Imagética pode proporcionar a contextualização para o estudo de equações e SE, dando mais sentido a esse conteúdo para os alunos. Cabe a observação que a Aprendizagem Significativa permeia as múltiplas representações (Laburú; Barros; Silva, 2011), a TRRS (Klein; Laburú, 2012) e a contextualização (Schons *et al.*, 2017). Dessa forma, ao relacionar a Linguagem Imagética com essas teorias, se percebe que o uso de imagens pode proporcionar aos alunos essa Aprendizagem Significativa.

Para a viabilização do desenvolvimento da Linguagem Imagética, como uma múltipla representação e um registro semiótico, que promova a contextualização do estudo de SE, entende-se que é necessário se ter um ambiente organizado, planejado, que permita a avaliação de como ela colabora no processo de ensino e aprendizagem. Identifica-se que SD sejam uma forma de alcançar essas condições. Para Zabala (1998, p. 18, grifo do autor), uma SD é *“um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”*. Também chamada de unidades didáticas ou de intervenção pedagógica, tem a capacidade de conservar o caráter unitário e reunir a complexidade da prática pedagógica, e compreende 3 fases: planejamento, aplicação e avaliação (Zabala, 1998).

Especificamente em relação a pesquisas, a Engenharia Didática é “um esquema experimental baseado em realizações didáticas feitas em sala de aula” (Castilho; Figueiredo; Rodrigues, 2020, p. 433). É uma metodologia estruturante de sequências de ensino que possui 4 fases, que são: (i) Análises a Preliminares, em que são identificados problemas de ensino e aprendizagem e concebidos questões, objetivos, hipóteses, fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa; (ii) Concepções e Análises *a priori*, em que ocorre a preparação para a prática em sala de aula e é elaborada a sequência de ensino, observando variáveis didáticas; (iii) Experimentação, momento de aplicação da sequência de atividades; (iv) Análise *a posteriori*, em que, com base nos dados levantados e observações feitas, se avalia e valida as hipótese prévias, verificando se foram os objetivos alcançados e questões de pesquisa respondidas (Artigue, 1988).

Olhando as fases de Zabala (1998) e as de Artigue (1988), percebe-se similaridades, uma vez que ao planejar uma atividade, está se pensando em uma análise preliminar e na construção de uma sequência de atividades; a aplicação e experimentação são ambas o desenvolvimento, em sala de aula, do planejado; e igualmente avaliar uma SD é uma revisão sobre aquilo que foi pensado e idealizado no planejamento, uma análise *a posteriori*. Entende-se que ambas se complementam, sendo que a engenharia didática sustenta o desenvolvimento de SD como método de pesquisa.

METODOLOGIA

Para o desenvolvimento da SD foram seguidos o conceito e as três fases de Zabala (1998), juntamente com alguns aspectos das fases da Engenharia Didática de Artigue (1988). Na primeira fase, **planejamento**, idealizou-se uma intervenção cujo objetivo educacional era promover a contextualização e facilitar o ensino e

aprendizagem de equações e SE. Baseado em atividades desenvolvidas em momento anterior da pesquisa, no Estudo de Campo (Provdanov; Freitas, 2013), nos estudos e práticas do pesquisador, foram idealizadas 5 atividades para serem desenvolvidas dentro do tempo aproximado de 2 à 3 horas-aula, em encontros presenciais em algumas escolas coparticipantes da pesquisa.

A seleção das instituições se deu a partir da análise preliminar, em que se observou as dificuldades identificadas e os diferentes contextos vivenciados pelos alunos, e pela facilidade de acesso do pesquisador a uma das instituições coparticipantes. Disso, foram escolhidas 2 entre as 6 instituições da pesquisa, com 4 turmas de Ensino Médio de Alegrete/RS, totalizando 36 alunos participantes na intervenção. Para manter o anonimato dos alunos, aproveitando a identificação feita no Estudo de Campo, eles se encontram nominados de A1 a A154²².

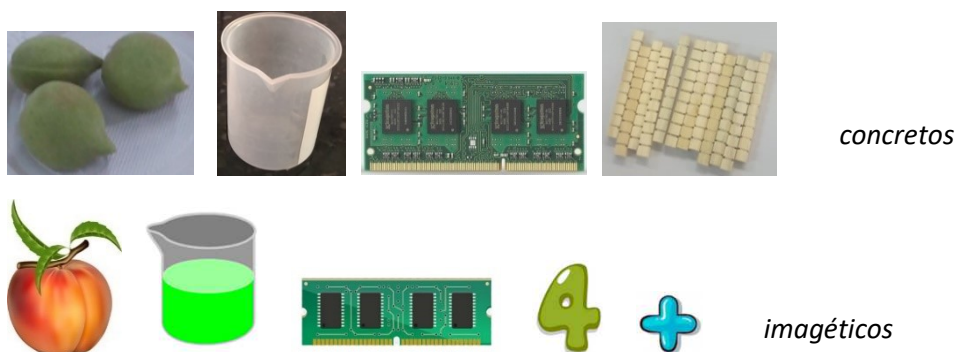
Como vista a otimizar o tempo, e oportunizar atividades colaborativas, que têm potencial para facilitar a Aprendizagem Significativa ao viabilizar a troca e negociação de significados (Moreira, 2012), as atividades foram planejadas e concebidas para ocorrer em grupos. Cada turma seria dividida em 2 grupos, tendo em vista os tipos de materiais a serem usados nas atividades. Para o registro das percepções dos grupos e acompanhamento das atividades foi elaborado um Diário de Atividades de Grupo, documento impresso com orientações aos alunos sobre a descrição das atividades, questionamentos e espaços para comentários.

Especificando a concepção de cada atividade, a **ATIVIDADE I: relembrando...** era parte da contextualização, sendo um momento de diálogo para que os alunos pudessem lembrar, discutir e anotar conhecimentos prévios (Oliveira; Roehrs, 2023b) relativos à Linguagem Imagética, EM e SE. Para isso, os grupos seguiriam a orientação contida no Diário de Grupo: *Escreva as percepções do grupo em relação à Linguagem Imagética e os enigmas matemáticos de equações para o ensino e a aprendizagem de equações e sistemas de equações.*

A **ATIVIDADE II: resolvendo um problema...** se tratava de uma resolução de problema relacionado ao dia a dia dos alunos, cotidiano ou escolar, que envolvia SE. O objetivo era promover um momento contextualizador com os participantes, sendo a atividade planejada com base na realidade deles e/ou vivenciadas em seus cursos de estudo, agropecuário, química ou informática. Seriam disponibilizados dois tipos de materiais, concreto e imagético, para a resolução, em que o primeiro contava com frutas reais (pêssegos e figos), frascos (copos Becker e provetas) e memórias de computador (memórias RAM), respectivamente, para cada contexto, e Material Dourado e Escala Cuisenaire para representar números e quantidades; o segundo, era composto de cartões com as imagens dos objetos, número e sinais de operação (figura 4.2.1). Após a resolução, os grupos responderiam a questões sobre o tipo de material, estratégias, dificuldades e facilidades encontradas, e representações usadas.

²² No Estudo de Campo, descrito no Manuscrito 4, foram 151 alunos, nominados de A1 a A151. Na intervenção didática, contou-se com outros três alunos, por isso nominados até A154 e totalizando 154 participantes nos dois momentos da pesquisa.

Figura 4.2.1 – Alguns materiais concretos e imagéticos usados na *ATIVIDADE II*.



Fonte: próprio autor.

Para exemplificar, cita-se o enunciado do problema para o contexto agropecuário: *“Observe e resolva a seguinte situação-problema: Ao comprar frutas em uma fruteira orgânica, uma pessoa se deparou com dois tipos de embalagens: uma com 3 pêssegos; outra com um pêssago e dois figos. Embora os pacotes apresentassem o valor total da massa* delas, não dizia quanto cada fruta dentro da embalagem possuía, individualmente. Supondo que nas embalagens as frutas tenham a mesma massa, e que os pacotes tinham, respectivamente, 63 e 47 gramas, qual o valor da massa de cada fruta?”*

A **ATIVIDADE III: um pouco de teoria...** era relacionada ao conteúdo de SE, em que o pesquisador desenvolveria os conceitos de incógnitas, igualdade, princípios de equivalência, equações, SE, por meio de uma apresentação de slides, retomando aspectos das duas primeiras atividades e trabalhando com base na Linguagem Imagética, em apoio principalmente ao entendimento de incógnitas e operações entre elas. A orientação para os grupos era a seguinte: *Nessa atividade o professor vai trabalhar alguns conceitos relacionados à álgebra, sua linguagem e sistema de equações. Anote as dúvidas do grupo e, depois, as respostas discutidas pelo professor e alunos.*

A **ATIVIDADE IV: resolvendo enigmas matemáticos...** tinha o intuito dos grupos resolverem EM, de forma impressa ou *online*, para que pudessem desenvolver conceitos vistos no momento anterior e para avaliar o desempenho e interesse pelos EM. Nessa atividade a orientação foi para os grupos resolverem os EM e responderem a três questões, envolvendo o formato dos EM, as estratégias de resoluções e as dificuldades e facilidades.

A **ATIVIDADE V: avaliando as atividades...**, era uma avaliação da SD, em que os grupos precisariam discutir entre si e responder três questionamentos sobre a proposta do uso da Linguagem Imagética e dos EM, nos aspectos motivacional, contextualizador e facilitador.

Como parte do planejamento, ainda na análise *a priori*, foram identificados o problema de pesquisa da SD, se e como a Linguagem Imagética pode contextualizar e facilitar o entendimento de equações e SE; o objetivo, de investigar essa situação; e as hipóteses de que as imagens, contidas em EM, facilitaria o entendimento em relação aos conceitos de incógnitas e de equações; que deveriam ser consideradas as diferentes realidades dos alunos, sendo pensado o uso de materiais e imagens diferenciadas para as atividades de resolução de problema; que as imagens contidas nos enigmas nem sempre são tão claras e podem gerar dificuldades, situação essa identificada no Estudo de Campo.

Como todos os contatos com as escolas foram previamente combinados em momentos anteriores, após marcar as datas das intervenções com os docentes das turmas, as SD foram aplicadas. Essa fase da **aplicação** da sequência (Zabala, 1998) ou experimentação (Artigue, 1988), se deu nos meses de outubro e novembro de 2022, realizada em um dia distinto para cada turma, no turno de aula e horários em que constava a disciplina de matemática. As SD foram mediadas somente pelo pesquisador, que assumiu as turmas nos dias da intervenção. Iniciou-se com a separação dos dois grupos em cada turma e a eleição de um relator, que seria responsável pelo preenchimento do Diário. Concomitantemente, foram feitos esclarecimentos iniciais sobre a continuidade do projeto de pesquisa, a SD e objetivos propostos para esta. Depois, seguiu-se o desenvolvimento de cada uma das atividades conforme planejadas.

Para a terceira fase, a **avaliação** da SD, foram propostos dois instrumentos de coleta de dados de preenchimento dos alunos, o diário de grupo, preenchido durante as atividades, e um questionário, respondido após as atividades, no formato *online*, por meio do *Google Forms*. Esse questionário era composto por 12 questões, de identificação e específicas sobre a temática, a maioria delas objetivas, tendo em vista a observação no Estudo de Campo de que os participantes não produziram muitas escritas em suas respostas, o que em alguns momentos dificultou a análise daquelas respostas. Somam-se a esses instrumentos o diário de bordo do pesquisador, com percepções e observações do pesquisador durante as intervenções.

De posse dos dados coletados, a avaliação foi desenvolvida por meio de análise dos mesmos, e por fim, a retomada da questão, objetivos e hipóteses, na análise *a posteriori*. Para a análise dos dados, utilizou-se como metodologia a Análise de Conteúdo (AC) (Bardin, 2016), e as ferramentas do *Google Forms*, para a coleta e transcrição dos dados do questionário, dos softwares *Word*, para transcrição dos diários de grupo e bordo, e *Excel* e *ATLAS.ti* para a efetivação da AC. Na análise, foram seguidas as etapas de Bardin (2016), com a pré-análise realizada por meio da leitura flutuante e preparação do material, durante as transcrições dos mesmos. As hipóteses e indicadores foram formulados concomitantemente no processo, para os documentos escolhidos. A exploração desse material se deu com o tratamento feito pela escolha das unidades de registro (unitarização) e codificação (categorização inicial) realizadas no *ATLAS.ti*, e a categorização final²³ usando o *Excel*. Optou-se por categorias *a posteriori*.

Garantindo os preceitos éticos da pesquisa, a mesma se encontra cadastrada na Plataforma Brasil e aprovada por dois comitês de ética²⁴.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como resultados serão apresentadas três subseções, uma contendo as Análises de Conteúdo das anotações dos grupos em seus diários sobre cada atividade, com acréscimos de algumas observações e percepções do pesquisador em relação ao desenvolvimento da SD, retiradas do diário de bordo. Outra, uma síntese da AC realizada nas respostas do questionário. E por fim, a avaliação e análise *a posteriori* da SD.

²³ Mesmo não sendo um termo empregado na AC, optou-se por manter a palavra **código** para a categorização inicial, uma vez que é o termo usado no *ATLAS.ti*. A partir disso, utilizou apenas o termo **categoria** para a categorização final.

²⁴ Comitê de Ética da UNIPAMPA, parecer nº 5.381.569, proponente, e comitê de ética do IFFar, parecer nº 5.438.063, instituição coparticipante.

Antes de apresentar as análises, caracterizando um pouco mais os participantes, todos eram alunos de escolas públicas, sendo 7 do 1º ano, 16 do 2º ano e 13 do 3º ano. A princípio, seriam apenas alunos do 2º e 3º anos, que já teriam estudado o conteúdo de Sistemas de Equações Lineares, porém uma escola optou por todos os alunos do Ensino Médio participarem, e por isso, a intervenção contou com alunos do 1º ano. Do total de 36 participantes na SD, 4 alunos do 2º ano e 1 do 3º ano, que participaram da SD, não responderam ao questionário de avaliação, totalizando 31 respondentes que corresponde a 86% do total de participantes.

Análise dos Diários de Grupo

Sobre a **ATIVIDADE I**, os alunos discutiram nos grupos sobre a temática proposta, lembrando atividades anteriores, e alguns realizaram algumas perguntas ao pesquisador para confirmar as suas percepções. Em seguida, houve o diálogo entre os grupos e com o pesquisador, com a explanação das suas anotações. Sobre essas, foi realizada a AC, sendo identificadas 31 unidades de registro, que geraram 24 códigos e 5 categorias, descritas na tabela 4.2.1:

Tabela 4.2.1 – Categorização sobre as anotações dos grupos na **ATIVIDADE I**.

Nº	Categoria	Descrição	nu ^(a)	%u ^(b)
1	Destaque positivo para Imagens e EM	As imagens e/ou EM facilitam o entendimento e a resolução de problemas, são divertidos, atrativos, didáticos.	17	55%
2	Representações	Imagens e EM são representações para números, incógnitas, são representações imagéticas e uma maneira diferente de calcular.	7	23%
3	Preferência por SE	Existe a preferência pelo SE, sendo mais fácil trabalhar com incógnitas do que imagens.	2	6%
4	EM e SE são iguais	Os EM e os SE são o mesmo problema, com símbolos diferentes, imagens e letras.	2	6%
5	Outros	Referências a aspectos sobre sinais, letras, nível de dificuldade.	3	10%

Fonte: próprio autor.

Nota: (a) **nu** é a quantidade de unidades de registro ou de contexto identificadas para cada categoria.

(b) **%u** é o percentual sobre o total de unidades de registro ou de contexto na questão.

Nessa atividade, que tinha o objetivo de resgatar conhecimentos prévios dos alunos, a categoria 1 foi a com mais unidades de registro, com destaque positivo para as imagens, uma vez que os grupos lembraram que elas e EM facilitam o entendimento, são divertidos, atrativos, como cita o grupo *G1*, “faz parecer divertido e mais fácil de resolver”.

A categoria 2, diretamente relacionada às representações imagéticas, destacou o fato de ser recordado o potencial representacional das imagens, para incógnitas e números, e para realizar cálculos, como se vê na resposta de *G4*, “representações imagéticas...relacionava as incógnitas dos sistemas com as imagens, tornando-o de mais fácil compreensão”. A citação da relação das imagens com incógnitas, nesse momento de discussão sobre conhecimentos de outras vivências dos alunos, é muito

valiosa para inferências sobre a proposição da Linguagem Imagética auxiliar no entendimento de equações e SE.

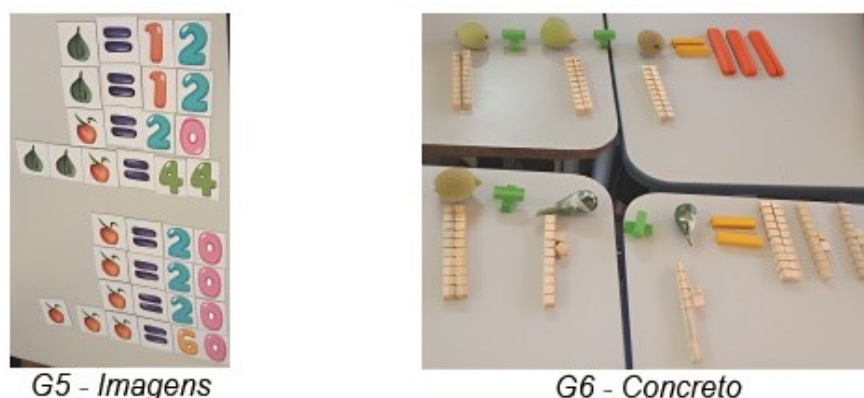
Nessas duas categorias, sê vê o potencial representacional das imagens, que são vistas como facilitadores inclusive para o momento de contextualização. Possete (2014) tem essa percepção sobre as imagens possibilitarem a contextualização, e Moda (2017) ratifica isso, além de apontar que elas promovem uma aprendizagem significativa, e por isso, o resgate de conhecimentos prévios.

A categoria 3 apresenta escritas sobre existir preferências pelos SE com sua Linguagem Algébrica, mesmo não sendo uma opinião do grupo como um todo, como destacado no diário do G8, “*enquanto para outros o uso de sistemas lineares é preferível*”. Isso é positivo, uma vez que se pode entender, assim como Pires (2012), que os alunos com essa propensão têm facilidade em Álgebra por já conhecerem o conteúdo, e por isso compreendem a linguagem e os processos de resoluções, podendo inclusive, auxiliar os demais colegas no desenvolvimento de atividades que relacionam representações e na compreensão dos conceitos.

A recordação de que EM e SE são o mesmo problema, com representações e linguagens diferentes, apontado na categoria 4 e já abordado em outro momento da pesquisa (no Estudo de Campo), é outro fator importante, pois vem ao encontro do entendimento de que não há intenção de substituição da Linguagem Algébrica, nem discussão sobre a sua importância, e sim sobre recurso que possa auxiliar a sua compreensão. Na última categoria, reuniu-se alguns aspectos lembrados pelos grupos, que recordavam questões envolvendo uso de sinais, das letras ou níveis de dificuldades, sem aprofundamento que pudesse enquadrar em outras categorias e sem mais conteúdo para inferir sobre esses temas nessa questão.

Sobre a **ATIVIDADE II**, percebeu-se que a utilização dos materiais para a resolução do problema foi semelhante nos dois grupos e entre as turmas, em que as disposições dos objetos reais e dos cartões imagéticos foram análogas ao visto nos EM, como nas resoluções dos grupos G5 e G6 (figura 4.2.2). Observa-se nas resoluções a organização que se assemelham a equações algébricas, em que algumas o grupo optou por não usar os sinais de operações, como no G5, e em outras, até confeccionaram sinais de operações com materiais de contagem, como no G6. Acredita-se que isso tem relação com o momento da **ATIVIDADE I**, de lembrar e resgatar conhecimentos prévios.

Figura 4.2.2 – Exemplo de resolução do problema da **ATIVIDADE II**.



G5 - Imagens

G6 - Concreto

Fonte: próprio autor.

Em relação às estratégias usadas, analisando as respostas dos alunos anotou-se 16 unidades de registro, que geraram 11 códigos e 6 categorias (tabela 4.2.2):

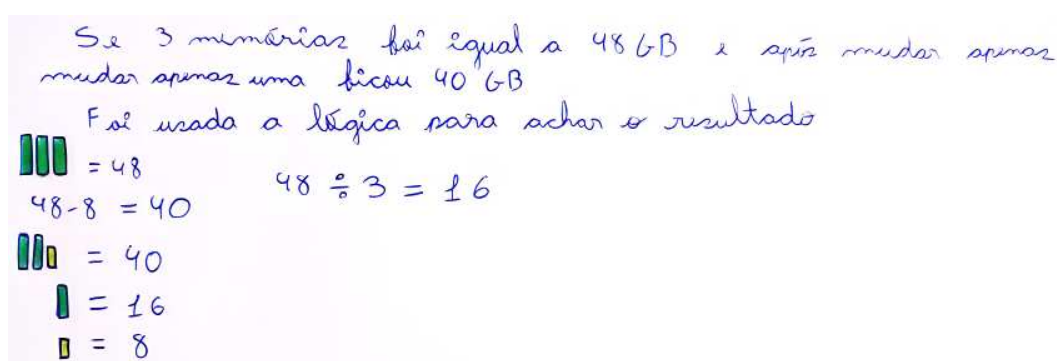
Tabela 4.2.2 – Categorização sobre estratégias para resolução do problema.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Cálculos simples e mentais	Uso de somas e lógica, juntamente com cálculos mentais.	6	39%
2	Material concreto e contagem	Uso do material concreto, de contagem e material dourado.	4	25%
3	Imagens	Uso de imagens.	2	12%
4	Detalhar os cálculos	Detalhamentos dos cálculos, usando o passo a passo da resolução.	2	12%
5	Sistema de Equações	Uso de SE.	1	6%
6	Celular	Emprego de celular para os cálculos.	1	6%

Fonte: próprio autor.

A estratégia que mais apareceu entre os grupos foi a de utilização de cálculos simples, usando a lógica e cálculos mentais, na categoria 1, como se vê na resposta do G3 *“Utilizando cálculos simples chegamos no resultado desejado”*. Entende-se que com a Linguagem Imagética, as conexões visuais são estimuladas e elas permitem o desenvolvimento de todas as áreas do cérebro ligadas ao pensamento matemático e, com isso, favorecem o cálculo mental (Boaler; Munson; Williams, 2018). Da mesma forma, a categoria 3 explicita o uso de imagens, nesse mesmo sentido. Cabe o destaque para G7, que se vale da representação imagética para explicar e mostrar sua estratégia lógica para encontrar a solução do problema envolvendo memórias de computador (figura 4.2.3).

Figura 4.2.3 – Resolução do problema usando a Linguagem Imagética do grupo G7.



Fonte: próprio autor.

Percebe-se que, além de múltipla representação, a resolução conta com o uso de um registro semiótico imagético, pois mesmo semelhante a equações algébricas não usa os sinais de operação de adição e ainda usa uma diferença de tamanho para representar as incógnitas diferentes. Pela expressão numérica da divisão, verifica-se o entendimento da multiplicidade de triplo em relação a maior memória, e por isso a divisão por 3.

Entende-se que a estratégia de uso de material concreto, segunda mais referenciada pelos grupos, na categoria 2, de certa forma encontra explicação pela

disponibilização desse material e por ele permitir um melhor entendimento do problema e resolução. Segundo Boaler *et al.* (2016), é uma boa prática dos professores usar recursos visuais e manipulativos para a melhor compreensão dos alunos dos conceitos matemáticos, existindo organizações que há algum tempo já defendem o uso de múltiplas representações. A categoria 4, traz o detalhamento dos cálculos, que se entende ter sido uma escolha acertada dos grupos, uma vez que ela compõe a etapa de designação de um plano, como uma estratégia em uma resolução de problema, favorecendo a determinação dos resultados esperados (Pontes, 2019).

Mais uma vez existe uma referência à Linguagem Algébrica, sendo que foi empregado o conhecimento relacionado a equações e SE como estratégia para a atividade, na categoria 5. Tendo os grupos estudado o conteúdo de SE, é compreensível que alunos tenham conseguido aprender e se valer desse conhecimento, colocando-o em prática na resolução da situação-problema.

A categoria 6 faz alusão ao celular, mais especificamente, um grupo o utilizou para realizar os cálculos. Segundo Tiesen e Araujo (2020), ele é um recurso muito presente dentro de qualquer ambiente de estudo, sendo elemento que envolve o aluno na aula e o instiga a explorar o conhecimento.

Sobre as dificuldades e facilidades na atividade, das respostas dos grupos se obteve 12 unidades de registro, que geraram 9 códigos, determinando 3 categorias (tabela 4.3.3):

Tabela 4.2.3 – Categorização sobre dificuldades e facilidades da *ATIVIDADE II*.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Dificuldades	As dificuldades foram relativas a representar a lógica de resolução com os materiais e a visualização dela por colegas.	3	30%
2	Facilidades	Realizar os cálculos e resoluções, melhor entendimento e representação com uso de objetos e material dourado.	4	40%
3	Sem dificuldades	Não houve dificuldades.	3	30%

Fonte: próprio autor.

Nessa análise, as categorizações podem ser realizadas dentro das categorias dificuldades, facilidades e sem dificuldades, uma vez que foi possível agrupar as temáticas apresentadas. Na categoria 1, as dificuldades foram em organizar as imagens e materiais para visualização da lógica de resolução e do SE para outros colegas entenderem a ideia desenvolvida pelo grupo, como escreve os grupo G7, “Passar a ideia lógica em detalhe para o papel ou para a mesa” e G4, “Forma de montagem do sistema não é clara para pessoas fora do grupo”. Nem sempre a transcrição de problemas e sua resolução com múltiplas representações é natural para os alunos, pois os conceitos “simplesmente não se levantam da adição ou da justaposição de cada sistema de representação com os outros”, e é preciso que eles compreendam os diferentes propósitos das representações (Laburú; Zompero; Barros, 2013, p. 15).

Nas facilidades, categoria 2, os grupos apontaram os cálculos e resoluções, assim como entendimento e representação pelo uso dos materiais concretos e dourado. Entende-se que esses destaques têm uma considerável relação com o uso da representação imagética e do próprio material concreto, pois a manipulação e visualização deles permite a mobilização de outro registro semiótico (Duval, 2010),

colaborando com o entendimento do objeto matemático e facilitando os cálculos, além de que, como múltiplas representações, facilitam o processo de ensino e aprendizagem (Bica; Roehrs, 2015). Houve 3 grupos, na categoria 3, que indicaram que não houve dificuldades, e não indicaram as facilidades também.

A respeito do uso de outra representação, houve 8 unidades de registro²⁵ e 4 unidades de contexto, que geraram 4 códigos, determinando 4 categorias (tabela 4.2.4):

Tabela 4.2.4 – Categorização sobre uso de outra representação na *ATIVIDADE II*.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Sim	Sim, foi usado outra representação, representando sinais.	1	12%
2	Não, apenas imagens	Não foi usada outra representação, apenas as imagens disponibilizadas.	2	25%
3	Não, apenas materiais	Não foi usada outra representação, apenas os materiais disponibilizados.	2	25%
4	Não	Não foram usadas letras ou outra representação.	3	38%

Fonte: próprio autor.

Sobre outra representação na atividade, apenas um grupo relatou ter usado, citando o material concreto para representar os sinais (barras de madeira coloridas, da Escala Cuisenaire). Entretanto, essa ação caracteriza o uso em si, de material de contagem, e não um tipo de representação. Em relação as 7 respostas negativas, os grupos citaram uso apenas dos materiais disponibilizados, que correspondem representações por imagens, na categoria 2, e por uso de materiais concretos, na categoria 3, ou responderam somente não, na categoria 4. Destaca-se que nenhum grupo citou ter utilizado letras para representações nessa atividade. Isso fortalece a possibilidade do uso de múltiplas representações e de imagens, em um primeiro momento, para o entendimento de conceitos envolvendo SE, como o conceito de incógnitas, por exemplo, para depois a utilização da representação algébrica (Oliveira; Roehrs, 2023a).

Na *ATIVIDADE III*, os grupos acompanharam o desenvolvimento do conteúdo com atenção, foram participativos e faziam colocações de forma acertada. Em duas turmas, a participação foi um pouco menor. Pelas participações, houve dificuldade na gerência do tempo previsto, o que impactou nas escritas dos diários de grupos, que ficaram bem reduzidas. Sobre as anotações nos diários, não houve dúvidas nos conceitos trabalhados, e dois grupos deixaram comentários. Observando as respostas, categorizando inclusive as em branco, obteve-se 11 unidades de registro que geraram 7 códigos, determinando 4 categorias (tabela 4.2.5):

²⁵ Como essa era uma pergunta com respostas sim ou não, essas duas palavras foram identificadas como unidades de registro, sendo as explicações agrupadas em unidades de contexto (categorias 2 e 3). Essa mesma identificação acontece nas análises da *ATIVIDADE V*.

Tabela 4.2.5 – Categorização dos comentários da *ATIVIDADE III*.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Entendimento de incógnitas	Houve um melhor entendimento em relação às incógnitas nas equações, inclusive sobre as operações com letras.	2	18%
2	Entendimento melhor	As atividades e a explicação trouxeram um entendimento melhor como um todo, sem deixar dúvidas.	2	18%
3	Entendimento de princípios e técnicas	Com a <i>ATIVIDADE III</i> , houve melhor compreensão sobre os princípios de equivalência da equação (aditivo) e técnicas de resolução (substituição).	2	18%
4	Em branco	Não houve anotações de respostas	5	46%

Fonte: próprio autor.

A maior parte dos grupos não fez anotações nessa atividade (categoria 4). Foi o momento que seguiu as explicações, e provavelmente não houve dúvidas significativas a ponto de chamarem a atenção para seu registro e discussão. Em seus comentários, os grupos fizeram anotações bem breves, comentando que houve um melhor entendimento dos conceitos como um todo, sem deixar dúvidas (categoria 2), com destaque para uma melhor compreensão das incógnitas (categoria 1) e alusão aos princípios aditivo e a técnica de substituição (categoria 3), esses últimos explicados pelo pesquisador nessa atividade.

De forma geral, observou-se que as 3 primeiras categorias resumem os destaques dados pelo pesquisador em suas explicações durante o desenvolvimento da atividade, enfatizando a compreensão de incógnitas, igualdades e equações com o uso das atividades anteriores e pela Linguagem Imagética, abordando princípios e técnicas de resolução usando também a representação por imagens, e ainda fazendo uma relação com a Linguagem Algébrica. Isso foi importante para evidenciar e fortalecer aos alunos a Linguagem Imagética como uma múltipla representação e um registro semiótico (Oliveira; Roehrs, 2023b).

Na *ATIVIDADE IV*, a proposta era para cada grupo trabalhar com os EM no formato impresso ou *online*. Entretanto, em uma escola houve problema de conexão com *internet*, por isso dois grupos trabalharam com materiais impressos, totalizando 5 grupos impresso e 3 *online*. Mesmo assim, isso não impactou significativamente na atividade. Pode-se observar que a motivação e o interesse dos alunos foram consideráveis, pois os grupos queriam seguir na resolução mesmo após o fim do tempo previsto. Houve grupo que encerrou a *ATIVIDADE V*, e retornou às resoluções dos enigmas. A maioria dos grupos tiveram mais acertos que erros nas respostas dos enigmas, e embora ambos os formatos tenham chamado a atenção dos alunos, os *online* se encontram disponíveis e de fácil acesso na *internet*, sendo veiculados em redes sociais (OLIVEIRA; ROEHRS, 2023b), favorecendo o seu uso em aula.

Sobre as estratégias usadas para resolver os EM, ao analisar as respostas dos grupos foi possível verificar a ocorrência de 14 unidades de registro, que geraram 10 códigos, determinando 5 categorias (tabela 4.2.6):

Tabela 4.2.6 – Categorização das estratégias de resolução dos EM.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Cálculo mental e imagens	Foram empregados cálculos básicos e mentais com as imagens, escolhendo a equação mais fácil para iniciar.	7	50%
2	Números nas imagens	Foram escritos os números próximos às imagens, substituindo e realizando tentativas para acertar os valores.	3	22%
3	Resolução no caderno	Os problemas foram representados e resolvidos no caderno e na folha disponibilizada.	2	14%
4	Celular	Uso do celular para realizar os cálculos.	1	7%
5	Diálogo	Usaram o diálogo no grupo para encontrar as respostas.	1	7%

Fonte: próprio autor.

Para a resolução dos EM, a categoria 1 englobou a maioria das unidades de registro indicam como estratégia o emprego das imagens associado a cálculos mentais básicos, iniciando pelas equações mais simples, como cita G4, “*Observar todas as equações e partir para a mais fácil, usando representações imagéticas com cálculo mental*”. Percebe-se os alunos estabelecendo ações dentro das fases da resolução de problema (Pontes, 2019), e que ao usarem as imagens, estão se valendo de representações pictóricas e icônicas, que são normalmente empregadas, em uma fase inicial da resolução, para posteriormente serem usadas em representações mais simbólicas e formais (Coelho, 2010). Sendo visuais, essas representações imagéticas permitem o desenvolvimento do cálculo mental (Boaler; Munson; Williams, 2018).

Na categoria 2, a estratégia foi escrever os números próximos às imagens, usando substituições e tentativas. Isso era possível em ambos os materiais, uma vez que o enigma *online* tinha ferramenta de escrita. Entende-se nesse procedimento dos alunos a ocorrência de múltiplas representações (Laburú; Zompero; Barros, 2013) e do uso de dois registros semióticos (Duval, 2010), neste caso a imagética e aritmética, que fazem com que os alunos compreendam melhor os objetos matemáticos de equações e SE envolvidos e os conceitos de incógnitas e igualdades. Na categoria 3, duas unidades foram citadas em relação à utilização do caderno, que sendo um recurso para o registro escrito, é de grande valia e significativo no processo de ensino e aprendizagem (SILVA, 2021). Dessa forma, é um elemento importante na organização de ideias e de registro escrito de diferentes representações, inclusive as imagéticas.

Na categoria 4, novamente o celular é citado como estratégia, como foi na *ATIVIDADE II*, para a mesma função de auxiliar nos cálculos. É uma ferramenta presente, e deve ser explorada por alunos e docentes para colaborar nas atividades, sempre sobre a mediação desse último. Um grupo, na categoria 5, citou o diálogo como ação estratégica, o que é esperado e vista como natural em um trabalho em grupo. Isso reforça a importância de haver trabalhos colaborativos no processo de ensino e aprendizagem da matemática, que estimulem a emergência e o compartilhamento de ideias e significados novos, pela junção entre a parte e o todo, (Sobre Diálogo, 1998), e a partir disso, o resgate de conhecimentos dentro do grupo e a Aprendizagem Significativa (Moreira, 2016).

No que tange as dificuldades e facilidades na *ATIVIDADE IV* houve 11 unidades de registro, que geraram 8 códigos, determinando 5 categorias (tabela 4.2.7):

Tabela 4.2.7 – Categorização das dificuldades e facilidades na *ATIVIDADE IV*.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Dificuldades com figuras "semelhantes"	A dificuldade se encontra em existir nos EM figuras com diferenças mínimas, ou duplicadas, e isso confunde.	4	37%
2	Dificuldades com cálculos e nos últimos EM	As dificuldades se concentraram em cálculos mais difíceis, principalmente nos últimos EM.	2	18%
3	Comunicação com grupo	Houve dificuldade de comunicação dentro do grupo.	1	9%
4	Facilidade com cálculo mental e descobrir valores	Houve facilidade em fazer os cálculos mentais, para descobrir os valores.	2	18%
5	Em branco	Não houve registro de resposta.	2	18%

Fonte: próprio autor.

Sobre dificuldades e facilidades, a maioria foi relacionada com a visualização de algumas imagens em EM, na categoria 1. Como os enigmas usados são oriundos de desafios prontos, da internet, existe uma questão de eles serem organizados, às vezes, para tentar ludibriar e dificultar a resolução. Uma importante constatação é que, para que os EM e a Linguagem Imagética sejam usados adequadamente, colaborando no ensino e aprendizagem, inicialmente esses enigmas devem ser filtrados e adaptados, para não se causar esses problemas. Após esclarecimentos aos alunos sobre existirem imagens semelhantes, mas não iguais, então pode-se trabalhar melhor as representações e registros semióticos, inclusive para a indicação de múltiplos e submúltiplos pelas imagens, como visto na figura 4.2.4, podendo auxiliar o entendimento das letras na Linguagem Algébrica,

Figura 4.2.4 – Extrato adaptado dos enigmas utilizados na *ATIVIDADE IV*, enfatizando imagens semelhantes, registro semiótico imagético e multiplicidade, com comparações nas linguagens.



Fonte: González (2021), adaptado.

A categoria 2 aponta uma dificuldade nos cálculos, principalmente nos últimos EM. Essa ocorrência se deve ao maior número de ocorrências de imagens citadas na categoria 1 e a necessidade de mais operações, pois o rol de enigmas foi organizado com um aumento no grau de dificuldade, tanto de visualização quanto de operações,

envolvendo multiplicações e divisões, além das somas e subtrações. Novamente, é importante que o docente explique aos alunos as diferenças e operações envolvidas nos EM, para que a Linguagem Imagética possa auxiliar e não dificultar.

A categoria 3 surge de encontro ao que foi constatado nas estratégias. Embora um grupo tenha citado o diálogo como estratégia, outro apontou a dificuldade de comunicação no grupo. Dessa contradição, fica a reflexão de que mesmo sendo importantes e enriquecedores os trabalhos em grupos, por proporcionarem momentos cooperativos e motivacionais (Stocco; Tocha, 2014), as atividades precisam ser planejadas de forma que possam ser desempenhadas em diferentes formatos, sem a dependência exclusiva do diálogo. Além disso, é preciso que a mediação do docente dê conta de problemas dessa natureza, organizando o grupo para que a comunicação seja a melhor possível.

Sobre as facilidades, na categoria 4, o uso de cálculos mentais para encontrar valores foi referenciado, como o foi também como uma estratégia de resolução dos EM, na mesma atividade. Foi detectada essa facilidade porque, normalmente, os enigmas se apresentam, na sua totalidade ou em algumas de suas equações, com expressões mais simples. Segundo Estevão (2021), expressões simplificadas são mais fáceis de compreender e resolver, e por isso favorecem o uso de cálculos informais que funcionam para esses problemas mais simples. Isso é positivo, pois são nesses casos e momentos que os conceitos de incógnita, igualdade, equações e SE podem ser trabalhados e melhor compreendidos, pela representação imagética. Ao usar, em paralelo, a representação algébrica, melhora-se também a compreensão sobre a utilização simbólica das letras (Oliveira; Roehrs, 2023b), que é uma das dificuldades dos alunos em Álgebra (Gil, 2008).

Dois grupos deixaram em branco essa questão, nominando a categoria 5. Foi observado e registrado em diário de bordo que houve um bom envolvimento dos alunos nessa atividade, sendo que alguns alunos nos grupos queriam continuar a resolvê-los, mesmo se aproximando do final dos períodos previstos. Com isso, entende-se que pode ter havido uma falta de tempo para as anotações em diário, ou então, esses grupos não conseguiram perceber ou descrever suas dificuldades e facilidades.

A **ATIVIDADE V**, última atividade da sequência, foi planejada para os grupos discutirem e registrarem suas percepções sobre as atividades com foco na utilização da Linguagem Imagética e dos EM. Eles responderam a questões sobre a motivação, contextualização e facilitação do entendimento de conceito. Por ter sido logo após as resoluções do enigma, a atividade ficou um pouco prejudicada em relação ao tempo, pois os alunos estavam bem interessados nos enigmas.

Em relação a estar motivado com as atividades, e de que forma, houve 8 unidades de registro e 11 unidades de contexto, determinando 9 códigos que formaram 2 categorias (tabela 4.2.8):

Tabela 4.2.8 – Categorização sobre o sentimento de estar motivado nas atividades.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Sim, em encontrar incógnitas, pelo desafio, diversão, competição	A motivação foi em encontrar as respostas, o valor das incógnitas, pelo desafio, diversão e competição.	6	55%

2	Sim, as imagens são atrativas	As figuras e imagens são motivadoras, atrativas e chamam mais a atenção.	5	45%
---	-------------------------------	--	---	-----

Fonte: próprio autor.

A soma de 100% dos grupos se sentirem motivados é muito satisfatória, pois percebe-se que atividades diferenciadas, materiais diferentes, outras representações e jogos, são elementos que podem motivar os alunos, e são “essenciais para proporcionar ao aluno um aprendizado expressivo, interessante e significativo” (Gorini, 2021, p. 8).

Sobre a forma de motivação, a categoria 1 dá ênfase a características relacionadas ao jogo, e a categoria 2 a imagens. As duas categorias destacam aspectos que são encontrados nos EM, pois sendo um tipo de jogo, proporcionam a ludicidade, a diversão, a competição, e por isso são motivadores (Krohl *et al.*, 2022), e contendo imagens, são atraentes e chamam a atenção, características das imagens também constatadas por Ferrarini (2014). Cada característica, isoladamente, consegue ser fator motivacional, e estando associadas, como nos EM, só destacam todo potencial motivacional desse recurso.

Destaca-se a menção ao termo incógnitas, que foi feita pelo G2, quando responde “*para realizar as incógnitas das equações*”. Embora tenha usado a palavra “realizar”, não muito adequada, cita o termo incógnitas, e que existe uma motivação em tentar encontrá-las. Se percebe um indício de uma Aprendizagem Significativa, uma vez que usou o conhecimento prévio (de incógnita) como ancoragem em sua resposta, sendo que poderia ter escrito apenas “encontrar respostas ou valores”.

Sobre ter havido a contextualização e se colaboraram no entendimento de conceitos abordados nas atividades, houve 8 unidades de registro e 10 unidades de contexto que geraram 9 códigos, determinando 4 categorias (tabela 4.2.9):

Tabela 4.2.9 – Categorização sobre ter havido a contextualização nas atividades.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Sim, atividades e imagens colaboraram	Houve a contextualização e a colaboração, sendo que as imagens facilitam a compreensão e resolução, além de chamarem a atenção, e as atividades foram didáticas e dinâmicas.	6	60%
2	Sim, imagens do cotidiano ajudam a lembrar resoluções	As imagens remetem a situações do cotidiano, promovendo a contextualização, o que ajudou a lembrar como resolver as atividades.	2	20%
3	Sim, foi bem explicado	Atividades ajudaram, pois foi bem explicado o que deveria ser feito	1	10%
4	Não	Não houve a contextualização e/ou colaboração no entendimento dos conceitos.	1	10%

Fonte: próprio autor.

Das 8 unidades de registro, 7 foram positivas e apenas 1, na categoria 4, respondeu que não houve contextualização e/ou colaboração para o entendimento dos conceitos, sem complementar sua resposta. Na categoria 1, com a maioria das unidades de contexto, os grupos indicaram que a colaboração com o entendimento dos conceitos por essas atividades contextualizadoras foi por serem didáticas e dinâmicas, em que as imagens são chamativas e facilitaram a compreensão dos

conceitos. Esse apontamento reforça às percepções já feitas na *ATIVIDADE I*, que também teve a maioria das unidades de registro com destaque para as imagens serem contextualizadoras (Possete, 2014) e facilitarem o entendimento, dando mais sentido aos problemas (Oliveira; Roehrs, 2023b).

A categoria 2, embora com menor número de unidades, traz o relato de que a ajudou a lembrar conceitos, evidenciando uma característica importante da contextualização ligada à Aprendizagem Significativa no resgate de conhecimentos prévios (Tiesen; Araujo, 2020). Na mesma categoria, citam-se as imagens que remetem ao cotidiano, indicando esse papel contextualizador das imagens (Possete, 2014). A categoria 3 traz uma resposta não muito relacionada à contextualização em si. Na resposta do G3, “*pois foi explicado bem o que devíamos fazer*”, existe uma incompreensão sobre a contextualização, pois a relaciona a explicações antes das atividades. Acredita-se que é importante os sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem reverem e compreenderem a contextualização (Boemo; Roos, 2016), sendo que os alunos tendo o entendimento do significado de contextualização, podem reconhecer que ela efetivamente está acontecendo.

No que concerne à Linguagem Imagética e EM terem facilitado o entendimento dos conceitos envolvendo equações e SE, e como, houve 8 unidades de registro e 9 unidades de contexto, que geraram 8 códigos que determinaram 4 categorias (tabela 4.2.10):

Tabela 4.2.10 – Categorização sobre a questão da Linguagem Imagética e de EM facilitarem o entendimento dos conceitos envolvendo equações e SE.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Sim, imagens facilitam, são interessantes e atrativas	A Linguagem Imagética e os EM facilitaram o entendimento dos conceitos e o raciocínio, sendo mais fáceis que as letras, interessantes e trouxeram mais atratividade e conhecimento.	6	67%
2	Sim, facilitaram o entendimento físico e concreto	As atividades facilitaram o entendimento dos conceitos, à medida que o uso das imagens e do concreto permitiram um entendimento mais físico dos SE de equações.	1	11%
3	Sim, mas algumas imagens dificultaram	A Linguagem Imagética e os EM facilitaram o entendimento dos conceitos, mas algumas imagens, por terem apenas detalhes diferentes, dificultam o entendimento.	1	11%
4	Não fez diferença	O uso da Linguagem Imagética e dos EM não fizeram diferença para o entendimento dos conceitos.	1	11%

Fonte: próprio autor.

Nessa análise, a categoria 1, com a maioria das unidades, retoma os aspectos relacionados às imagens facilitarem o raciocínio, serem interessantes, atrativas, mais fáceis que as letras e trazerem conhecimento, como expressa G6 ao responder “*Porque ficam mais fáceis e chamam mais atenção*”. É um indicativo importante, reafirmando o potencial da Linguagem Imagética e suas características de colaborar no processo de abstração de ideias e comparação de informações, ligada ao raciocínio; de ser polissêmica, que facilita a sua compreensão comparada com a letra; e ser lúdica, que atrai e chama a atenção (Oliveira; Roehrs, 2023a).

A categoria 2 enfatiza a utilização de materiais concretos, ratificando que materiais manipulativos, e neles se inclui as imagens disponibilizadas nos materiais, colaboram na compreensão de conceitos matemáticos (Boaler *et al.*, 2016). Na categoria 3, o G3 afirma que a Linguagem Imagética e os EM facilitaram, mas não cita como. Mas expressa que “*em algumas imagens, não percebemos quantidades diferentes*”, realçando que existe essa dificuldade em relação à visualização de algumas imagens nos EM. É relevante e merece a atenção do docente no planejamento das atividades, ainda mais se for o primeiro contato dos alunos com os enigmas.

Novamente, apenas 1 grupo, na categoria 4, diferiu dos demais na observação sobre as atividades, no que tange à Linguagem Imagética e EM facilitarem o entendimento dos conceitos. Entretanto, foi um grupo distinto do que se manifestou assim no item anterior, e expressaram não fazer diferença, que se entende ser mais positivo do que apenas não, uma vez que o grupo não seria contrário ao emprego da Linguagem Imagética e dos EM.

Análise do questionário

Complementando as percepções dos grupos sobre a temática, seguem breves resultados da análise²⁶ das 31 respostas do questionário aplicado após a sequência, que se relacionam com os já obtidos nos diários de grupo. Constatou-se que 90% dos respondentes acharam as atividades interessantes e 55% motivadoras. Embora o percentual sobre a motivação tenha diminuído em relação aos 100% dos diários, verifica-se que aprovaram as atividades, e isso está relacionado à ludicidade e à presença de diferentes representações nas atividades. Segundo Oliveira e Roehrs (2024, p. 124) “ao se trabalhar com múltiplas representações têm-se alunos motivados, capazes de criar relações, organizar e associar conceitos e significados”.

Sobre a contextualização, 71% dos respondentes afirmaram que ela ocorreu, 68% indicaram ter conseguido resgatar conhecimentos prévios, matemáticos ou da realidade, relacionados com SE, e 55% que houve momento para a discussão sobre a matemática e o cotidiano. Visto que a contextualização é “fundamental para a construção de significações” (Mello, 2004, p. 61) e que potencializa o processo de formação de alunos conscientes e críticos (Tiesen; Araujo, 2020), a SD contendo diversidade de representações, com problemas e imagens relacionadas ao cotidiano dos alunos, foi positiva e atingiu esse propósito de contextualizar o ensino e aprendizagem de SE. Com base nesses percentuais, acredita-se que há espaço para a contextualização ser melhorada, cabendo ao professor criar situações que façam o estudante interagir ativamente no processo, como protagonista (Boldrini; Barbosa; Boldrini, 2016).

Para 94% dos respondentes, o uso de materiais concretos e imagéticos foi positivo e facilitaram a visualização, entendimento, interpretação e o conhecimento, como pode ser visto nas respostas dos alunos A149 e A141, quando escrevem “*eu entendi mais fácil usando as imagens*” e “*tendo materiais concretos fica mais fácil de visualizar e entender a atividade*”, respectivamente. Para Fonseca (2017, p. 2) os materiais concretos são “essenciais para a constituição de um ensino-aprendizagem significativo e atraente”, promovendo uma aprendizagem mais fácil e contextualizada. Pode-se dizer que ambos os materiais são imagéticos, uma vez que sendo visíveis, permite acesso ao imaginário e a formação de imagens. Bica, Mello-Carpes e Roehrs

²⁶ A AC do questionário encontra-se, na íntegra, na tese de doutorado, no Apêndice I.

(2018) apontam que as imagens vêm se consolidando como facilitadores conceituais, e que novas representações ajudam na interpretação de conceitos, sejam complementando, ratificando ou retificando conhecimentos. Sobre o desenvolvimento do conteúdo com o auxílio da Linguagem Imagética e dos EM, 68% dos alunos expressaram que foi possível entender melhor os conceitos, fato também comentado por Oliveira e Roehrs (2024).

Especificamente sobre os EM, 55% dos alunos apontaram que chamou a atenção os enigmas poderem ser vistos como SE e 45% que conseguiram entender melhor a ideia de as imagens serem números a serem encontrados. Isso ratifica o objetivo de usar a Linguagem Imagética, já que os EM são efetivamente SE, por serem conjunto de equações simbólicas (González, 2021), e o fato de as imagens auxiliarem na produção do significado de incógnita nas equações. Isso vem ao encontro de que a Linguagem Imagética e EM podem auxiliar no ensino e aprendizagem de SE, inclusive no que tange ao entendimento do significado de incógnitas (Oliveira; Roehrs, 2023a).

Em relação aos conteúdos que a Linguagem Imagética e os EM podem auxiliar para o ensino de matemática, os alunos indicaram equações (71%), incógnitas (58%) e igualdades (52%), sendo essa a mesma ordem e percentuais aproximados em relação às respostas sobre a aprendizagem. Esses conceitos, formam a base para o entendimento de SE, já que é um conjunto de equações, e as imagens, como uma múltipla representação, um registro semiótico, em meio a atividades contextualizadas, podem auxiliar o professor e os alunos à medida que a generalização de situações diversas por meio de representações pictóricas permite uma progressão para procedimentos mais formais (Pereira; Sandmann, 2017) como os algébricos.

Por fim, os alunos sintetizaram suas percepções sobre o uso da Linguagem Imagética e EM para o ensino e aprendizagem de SE, sendo que 68% deles afirmaram que facilitaram o entendimento e 61% que auxiliaram na contextualização e tornaram o ensino desse conteúdo mais interessante. Apenas 1 aluno indicou ter sido indiferente para ele o uso de imagens e nenhum aluno respondeu negativamente. Isso permitem inferir que a utilização de imagens e de EM é viável e colabora no aprendizado dos SE, assim como apontam Oliveira e Roehrs (2023a, 2023b).

Avaliação e análise *a posteriori* da Sequência Didática

Refletindo sobre o desenvolvimento da SD, na análise *a posteriori*, foi possível verificar que a questão da SD foi respondida e os objetivos, tanto de pesquisa quanto educacionais, foram atingidos. Por meio das análises realizadas, conclui-se a investigação sobre o uso da Linguagem Imagética, apontando que a SD forneceu um contexto que melhorou o ensino e aprendizado dos conceitos de incógnita, igualdade, equações e SE, com as imagens ajudando na compreensão dessas noções.

Sobre as hipóteses, confirmou-se a referente ao caráter facilitador e contextualizador das imagens, como se constata nas análises da *ATIVIDADE I*, na categoria 1 (tabela 4.2.1) e da *ATIVIDADE V*, categorias 1 e 2 (tabela 4.2.9) e 1, 2 e 3 (tabela 4.2.10), assim como na resposta do grupo *G6* explicando que usar as imagens facilitou o entendimento dos conceitos. Os percentuais levantados no questionário também são significativos, com 68% dos respondentes confirmando as imagens como recursos facilitadores e 61% como contextualizadores. A hipótese de que usar materiais e imagens distintas alinhadas com os contextos dos alunos seria positivo foi confirmada, observando-se a curiosidade dos alunos sobre os materiais e comentários feitos sobre serem relacionados aos seus cursos de estudos,

principalmente no caso do contexto de química e informática. A suposição de que haveria dificuldades com imagens parecidas e pouco claras foi igualmente ratificada, como consta na categoria 1 (tabela 4.2.7) da *ATIVIDADE IV* e também citada pelo o grupo *G1*: “*Tivemos dificuldades com imagens quase iguais*”. Reforça-se que ao usar EM, o professor, mediador e organizador das atividades, deve se preocupar com essa questão, esclarecendo os alunos de tais detalhes nas imagens ou, ao elaborar problemas com a Linguagem Imagética, deve evitar tais situações.

Por fim, com base nas análises realizadas, e por ter atingido os objetivos previstos, avalia-se que a SD cumpriu seu papel podendo ser validada enquanto método de pesquisa e de ensino, com as devidas observações sobre os cuidados com imagens em EM que possam confundir os alunos e com a otimização do tempo da sequência, que se entende que possa ser ampliado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da avaliação da SD, com base nos resultados e discussões realizadas sobre os diários e questionário, constata-se que a Linguagem Imagética é um recurso que pode potencializar a contextualização e facilitar o ensino e a aprendizagem de equações e SE, sendo os EM uma possibilidade para essa linguagem aproximar os alunos desses conteúdos. Tal constatação vem ao encontro de inferências realizadas em outros momentos da pesquisa, como nos estudos bibliográficos, revisões de literatura e no desenvolvimento do Estudo de Campo.

Verificou o potencial representacional da Linguagem Imagética como uma múltipla representação, uma forma diferente de comunicar que usada na SD conseguiu viabilizar uma melhor compreensão dos conceitos relacionados a equações e SE. Além disso, se observa essa linguagem como um registro semiótico, que com signos pictográficos e suas disposições semelhantes às equações algébricas, como vistos nas figuras 4.2.2, 4.2.3 e 4.2.4, permite a conversão de registros e o tratamento, e por isso significativo para o entendimento de incógnita, igualdade, equações e SE, enfim, para a compreensão dos objetos matemáticos relacionados.

A Linguagem Imagética também se mostra um elemento contextualizador e que contribui significativamente na contextualização, em que o uso adequado de imagens, selecionadas dentro das realidades dos alunos, como foi no caso da *ATIVIDADE II*, pode promover um diálogo de qualidade sobre conhecimentos prévios e, inclusive, propiciar uma aprendizagem com mais sentido e significativa aos alunos. Se valer dos EM como material imagético foi importante pois contém características ligadas às imagens e aos jogos, como a ludicidade e competição, que motivaram os participantes e tornaram a SD mais interessante, e isso pode aproximar os alunos da álgebra quando se trabalhar os SE na Linguagem Algébrica apoiado na Linguagem Imagética.

Por fim, considera-se que o objetivo desse trabalho foi alcançado à medida que se demonstrou os resultados obtidos na SD em relação ou uso da Linguagem Imagética e EM como recurso, concluindo-se que ela contextualiza e facilita o ensino e aprendizagem de SE à medida que possibilita a relação com o cotidiano, e contribui no entendimento de incógnitas e equações, conceitos contidos nos SE.

REFERÊNCIAS

AINSWORTH, S. The functions of multiple representations. **Computers & Education**, v. 33, p. 131–152, 1999.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Abordagens Semióticas em Educação Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 32, n. 61, p. 696–726, 2018.

ARAÚJO, D. L. O que é (e como faz) sequência didática? **Entrepalavras**, v. 3, n. 1, p. 322–334, 2013.

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 9, n. 3, p. 281–307, 1988.

BARBOSA, E. J. T.; MENDES, A. A. A contextualização no ensino de equações - uma análise em um livro didático antes e depois do PNLD. **Revemat: revista eletrônica de educação matemática**, v. 11, n. 2, p. 363–386, 2016.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. 1. ed. São Paulo: Edições 70, 2016.

BICA, M. S. N.; MELLO-CARPES, P. B.; ROEHRS, R. A neurociência e as múltiplas representações: possíveis convergências para o ensino de ciências. **#Tear: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia**, v. 7, n. 2, p. 1–18, 2018.

BICA, M. S. N.; ROEHRS, R. A abordagem dos conceitos de substância, mistura e densidade utilizando os fundamentos das múltiplas representações. **Experiências em Ensino de Ciências**, v. 10, n. 2, p. 1–13, 2015.

BOALER, J. *et al.* Seeing as Understanding: The Importance of Visual Mathematics for our Brain and Learning. **Journal of Applied & Computational Mathematics**, v. 05, n. 05, 2016.

BOALER, J.; MUNSON, J.; WILLIAMS, C. **Mentalidades Matemáticas na Sala de Aula: Ensino Fundamental**. Porto Alegre: Penso, 2018.

BOEMO, M. S.; ROOS, L. T. W. Educação matemática e contextualização: é possível? In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. Anais [...]. São Paulo: SBEM, 2016.

BOLDRINI, D.; BARBOSA, L. T.; BOLDRINI, T. A importância do ensino contextualizado no processo de aprendizagem. **Mundo Acadêmico**, v. 10, n. 15, p. 8–13, 2016.

CASTILHO, C. R.; FIGUEIREDO, H. A.; RODRIGUES, C. K. Engenharia Didática como metodologia de pesquisa e procedimento metodológico para a sala de aula. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 3, p. 429–456, 2020.

COELHO, V. J. S. **Comunicação matemática num contexto de resolução de problemas**: uma experiência com alunos do 9º ano. 2010. Dissertação (Mestrado em Didática e Inovação no Ensino de Ciências) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade do Algarve, Faro, 2010.

DUVAL, R. Sémiotique, pensée humaine et activité mathématique. 1. **Amazônia - Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 6, n. 11, p. 126–143, 2010.

ESTEVIÃO, E. J. O. **Dificuldades na aprendizagem e ensino de Álgebra:** atividades propostas para minimizar essas dificuldades. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional) – Unidade Acadêmica de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2021.

FERRARINI, M. C. L. **(Re)pensar as imagens nas práticas escolares.** 2014. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

FONSECA, K. M. O uso de material concreto no ensino e aprendizagem da matemática. **Cadernos do IME - Série Matemática**, n. 11, p. 1–17, 2017.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra.** 2008. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

GONZÁLEZ, R. **Jogos Matemáticos:** Enigmas Matemáticos. 2021. Disponível em: <https://www.coquinhos.com/tag/enigmas-matematicos/>. Acesso em: 1 mar. 2024.

GORINI, K. C. M. **A Álgebra nas séries finais do ensino fundamental:** erros que alunos mais cometem. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2021.

GUIMARÃES, J. F. **As Concepções da Álgebra articuladas aos conteúdos de Matemática no Ensino Fundamental.** 2013. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

HENRIQUES, A. **Análise Institucional & Sequência Didática como metodologia de pesquisa.** In: Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática, 1. 2016. **Anais [...].** Bonito: LADIMA, 2016

KLEIN, T. A. S.; LABURÚ, C. E. Multimodos de Representação e Teoria da Aprendizagem Significativa: Possíveis Interconexões na Construção do Conceito de Biotecnologia. **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 14, n. 2, p. 137–152, 2012.

KROHL, D. R. *et al.* Aprendizagem Baseada em Jogos: reflexões sobre o uso de jogos de tabuleiro durante período de isolamento social na Educação Matemática. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, v. 11, n. 01, p. 155–180, 2022.

LABURÚ, C. E.; BARROS, M. A.; SILVA, O. H. M. Multimodos e múltiplas Representações, aprendizagem significativa e subjetividade: três referenciais conciliáveis da educação científica. **Ciência & Educação**, v. 17, n. 2, p. 469–487, 2011.

LABURÚ, C. E.; ZOMPERO, A. D. F.; BARROS, M. A. Vygotsky e múltiplas representações: leituras convergentes para o ensino de ciências. **Caderno**

Brasileiro de Ensino de Física, v. 30, n. 1, p. 7–24, 2013.

LINGUAGEM IMAGÉTICA. **DICIONÁRIO inFormal**. 2013. Disponível em: [https://www.dicionarioinformal.com.br/linguagem imagética/](https://www.dicionarioinformal.com.br/linguagem%20imag%C3%A9tica/). Acesso em: 21 set. 2023.

MELLO, G. N.; GRELLET, V.; CHEZZI, E. M. Por uma didática dos sentidos. *In*: MELLO, G. N. (Ed.). **Educação Escolar Brasileira: o que trouxemos do século XX?** 1. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004. p. 59–54.

MODA, S. C. **O ensino da ciência e a experiência visual do surdo**: o uso da linguagem imagética no processo de aprendizagem de conceitos científicos. 2017. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação em Ciências Na Amazônia) – Universidade do Estado do Amazonas, Manaus, 2017.

MOREIRA, M. A. ¿Al final, qué es aprendizaje significativo? **Revista Currículum**, p. 29–56, 2012.

MOREIRA, M. A. **Subsídios Teóricos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências**: Comportamentalismo, Construtivismo e Humanismo. 2. ed. Porto Alegre: Ed. do Autor, 2016.

OLIVEIRA, L.; ROEHRS, R. Linguagem imagética na transposição da linguagem algébrica no ensino e aprendizagem da Matemática. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 29, p. 1–17, 2023a.

OLIVEIRA, L.; ROEHRS, R. Linguagem imagética e sistema de equações: Representações semióticas e contextualização como aportes teóricos. *In*: SEVEN PUBLICAÇÕES. **Challenges and Innovations in Education: Scientific Perspectives**. São José dos Pinhais: Seven Editora, 2023b. p. 1–18.

OLIVEIRA, L.; ROEHRS, R. Linguagem Imagética na Matemática: uma Revisão Sistemática de Literatura com foco em Sistema de Equações. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 17, n. 1, p. 117–126, 2024.

PEDROSA, B. C. G. A. **Educação Matemática**: contextualizando o ensino de Matemática nos aspectos sociais de Nazarezinho - PB. 2014. Monografia (Especialização Fundamentos da Educação: Prática Pedagógicas Interdisciplinares) – Universidade Estadual da Paraíba, Sousa, 2014.

PEREIRA, C. A.; SANDMANN, A. Dificuldades Do Ensino Da Álgebra No Ensino Fundamental: Algumas Considerações. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**, v. 8, n. 17, p. 1–15, 2017.

PIRES, F. S. **Álgebra e Formação Docente**: o que dizem os futuros professores de Matemática. 2012, Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

PONTES, E. A. S. Método de Polya para resolução de problemas matemáticos: uma

proposta metodológica para o ensino e aprendizagem de matemática na Educação Básica. **Holos**, v. 3, n. 35, p. 1–9, 2019.

POSSETE, É. E. **Ensino de Ciências**: o uso de imagens e desenhos científicos nas aulas de ciências. *In*: Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE, v. 1, 2014. Curitiba: SEED/PR, 2014.

PROVDANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico**: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

RUPPENTHAL, R. **A habilidade argumentativa e a capacidade de resolver problemas nos anos finais do ensino fundamental**. 2017. Tese (Doutorado em Educação em Ciências) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

SCHONS, E. F. *et al.* A contextualização como ferramenta no ensino de ciências. *In*: PESSANO, E. F. C. *et al.* (Org.). **Contribuições para o ensino de ciências**: alfabetização científica, aprendizagem significativa, contextualização e interdisciplinaridade. 1. ed. Bagé: EdUNIPAMPA, 2017. p. 18–33.

SILVA; R. R.; VALADARES, J. M.; MOURÃO, R. P. O uso de imagens como ferramenta educacional nas aulas de ciências. **Revista Multidisciplinar de Educação e Meio Ambiente**, v. 4, n. 3, p. 1–7, 2023.

SILVA, M. D. A importância do registro escrito como recurso de aprendizagem nas aulas de matemática. **Saberes em Foco**, v. 4, n. 1, p. 265–277, 2021.

SOBRE DIÁLOGO. **Escola de diálogo de São Paulo**. 1998. Disponível em: <http://escoladedialogo.com.br/escoladedialogo/index.php/sobre-o-dialogo/>. Acesso em: 25 ago. 2023.

STOCCO, A. C.; TOCHA, N. N. **A Álgebra e suas dificuldades no Ensino Médio**. *In*: Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE, v. 1, 2014. Curitiba: SEED/PR, 2014.

TIESEN, S. M. C.; ARAUJO, R. R. O ensino de Matemática por meio da contextualização e da pesquisa. **Educação Matemática Debate**, v. 4, n. 10, p. 1–16, 2020.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

4.3 Outros resultados

Nessa seção apresenta-se alguns resultados obtidos nas ações da pesquisa que não constam nos manuscritos 4 e 5, por causa dos objetivos, formatos e restrição de tamanho destes, assim como aqueles resultados que, mesmo compondo os manuscritos, não puderam ser melhor aprofundados. Eles são apresentados nas seções que seguem, identificadas pelo momento da pesquisa e atividade/ação desenvolvida.

ESTUDO DE CAMPO – Desenvolvimento do Questionário 1

Em relação ao Estudo de Campo, todas as questões do Questionário 1 foram analisadas individualmente, e as que não foram abordadas na íntegra, no Manuscrito 4, encontram-se no **Apêndice H**. Nessas análises cabe alguns destaques, como uma comparação entre as questões I) e v).

Nas respostas da questão I), tratando sobre a resolução de um sistema de equações (SE) lineares, 55% dos participantes afirmaram que conseguiriam resolver o sistema dado. Entretanto, apenas 27% conseguiu acertar a resposta do SE da questão v), que a princípio, pode ser considerado até mais simples que o linear, por não exigir técnicas mais complexas de resolução. Isso pode estar relacionado à incompreensão das equações e de incógnitas, contidas nos SE, e o aluno coloca seu foco apenas na técnica de resolução, decorando a resolução. Segundo Estevão (2021, p. 93), “o ensino não pode ser feito baseado ‘unicamente’ na memorização de fórmulas, algoritmos, etc.,”. Por isso, entende-se que outra linguagem, como a imagética, é importante para estimular a compreensão do conteúdo como um todo, desatrelando essa ideia de apenas resolver um SE sem entender o que está sendo feito.

Ainda na questão I), as respostas sobre as dificuldades dos 45% dos participantes que afirmaram não conseguir resolver um SE se concentraram principalmente em dificuldades com o conteúdo e com cálculos (49%), com as letras (26%), com a interpretação (20%) e dificuldades generalizadas e falta de estudo (20%). Ou seja, faltam a compreensão do conteúdo, da matemática básica e da linguagem algébrica, e a motivação para o estudo. Por isso, é necessário um recurso

capaz de minimizar essas dificuldades, como a linguagem imagética, que com seu potencial representacional e lúdico consegue atender as essas demandas dos alunos.

Sobre as perguntas *r)*, *s)* e *t)*, que comparavam sistemas e enigmas matemáticos (EM) em relação à diversão, sentido e dificuldades, foram realizadas duas análises de conteúdo para cada uma delas, uma para respostas sobre SE e outra para EM. Isso gerou ao todo 6 tabelas contendo, em média, 7 categorias em cada tabela, deixando a análise comparativa bem extensa. Por isso, foi realizada uma síntese para a escrita no manuscrito 4, com apenas as 3 categorias com maiores quantidades de unidades de registro.

Nessas análises houve categorias que, embora não tão expressivas, chamaram a atenção. Sobre SE serem mais divertidos resultou uma categoria nominada preferir e estar acostumado (2 alunos) com esses problemas, que parece um argumento bem fraco e pouco relacionado à pergunta em si; sobre ter mais sentido, vestibulares (3 alunos), foi uma categoria que demonstra uma preocupação dos alunos com o futuro acadêmico, determinado pelas provas de acesso ao ensino superior, sendo que a aprendizagem em é principal meta e que se reflete nesses testes; a questão de ser mais difícil, teve uma categoria elencada contextualização com a realidade (2 alunos), que citou a dificuldade por sistema não ter relação com o dia a dia dos alunos, e chamou a atenção para um dos focos do uso da linguagem imagética, para facilitar essa contextualização.

Já para EM, além do que já consta no manuscrito 4, chamou a atenção, em relação à diversão, as categorizações de mais simples e compreensível (17 alunos), letras dificultam (6 alunos) e pela contextualização (4 alunos) e sobre se ter mais sentido, a categoria relação com jogo, desafio, lúdico (5 alunos). Todas essas reforçam ainda mais as características que se destacam nas imagens contidas nos EM e que a tese procura mostrar; dos enigmas serem mais difíceis, a categoria dificuldades com cálculos (1 aluno), que é descrita com a existência de cálculos mais difíceis nos enigmas, parece mostra que esse aluno talvez não tenha compreendido os enigmas, nem ter relacionado com sistemas, ou ter dificuldades com operações básicas, pois, via de regra, os sistemas possuem resoluções que podem ser mais complexas se comparadas com enigmas.

Na questão *u)*, que abordava se usar imagens traria mais sentido e significado para SE, os que responderam positivamente (74 alunos) foram questionados sobre que imagens fariam mais sentido, sendo que as categorias mais expressivas foram

alimentos (20%), não sei, qualquer imagem, todas imagens (20%), objetos (18%) e caracterizadas por propriedades (20%). Dentre os alimentos, frutas foi o mais citado (15 alunos). Esses resultados podem estar relacionados ao fato de que os enigmas contidos no questionário apresentavam imagens de frutas, materiais escolares, objetos e animais, e isso pode ter influenciado os alunos em suas respostas. Destaca-se a importância do olhar dos docentes para o planejamento e escolha de materiais e recursos didáticos adequados, pois eles “têm grande influência na aprendizagem dos alunos” (Venturini; Peçanha; Boldrini, 2016, p. 22).

SEQUÊNCIA DIDÁTICA – Resolução de EM na ATIVIDADE IV

Em relação à intervenção didática, a *ATIVIDADE IV* tratava especificamente do uso e resolução de EM. No manuscrito 5, a análise e discussão se baseou nas respostas dos grupos as 4 questões sobre essa Atividade, contidas no Diário de Grupo. Como complemento delas, traz-se o olhar mais específico para esses enigmas (Material Impresso Complementar, no **Apêndice F**) e para as anotações dos grupos no material impresso.

Sobre os enigmas, eram ao todo 10, sendo os 4 primeiros com imagens únicas para cada valor (ou seja, sem pequenas diferenças) e não exigia, na resolução, observação para a ordem de operações. Os Enigmas 5, 6, 9 e 10 possuíam imagens parecidas na representação de diferentes valores, que indicavam mudança na multiplicidade dos valores dessas imagens, e a ordem de operações alteraria a resposta, pois a multiplicação estava escrita após a soma. O Enigma 7 possui uma igualdade de imagens diferentes, e o Enigma 8 possuía imagens parecidas na representação de diferentes valores. Na figura 4.3.1, apresenta-se um exemplo de cada um desses tipos de enigmas, com destaque para os detalhes citados.

Figura 4.3.1 – Exemplos de enigmas da *ATIVIDADE IV*, com destaques relativos a imagens, operações e igualdade.

Enigma 1

 +  +  = 60

 +  +  = 40

 +  +  = 22

 ×  +  =

Enigma 5

 +  +  = 60

 +  +  = 30

 -  = 3

 +  =

Enigma 7

 +  +  = 23

 +  +  = 24

 =  - 3

 ×  -  =

Enigma 8

 =  + 

 × 4 = 

 + 3 = 7

 = 

 = OK

Legenda:

-  → figuras parecidas, de multiplicidades diferentes.
-  → ordem das operações, com multiplicação depois da soma.
-  → igualdade de figuras diferentes.

Fonte: próprio autor.

Os números de enigmas resolvidos, acertos e erros dos grupos que utilizaram o material impresso na *ATIVIDADE IV* pode ser visto no quadro 4.3.1:

Quadro 4.3.1 – Resultado dos números de resoluções, acertos e erros dos grupos com material impresso.

Grupos	Resolvidos	Total	Corretos	Total	Incorretos	Total	Observação
G1	1 ao 8	8	1,2,3,4,8	5	5,6	2	O Enigma 7 ficou sem a resposta.
G2	1 ao 8	8	1 a 8	8	-	0	-
G4	-	0	1,2,3,4,5,7,8,9,10	9	6	1	-
G6	1 ao 7	7	1 a 6	6	7	1	-
G8	1 ao 8	10	1,2,3,4,5,7,8,9,10	9	6	1	Os Enigmas 3 e 4 resolvidos com desenhos.

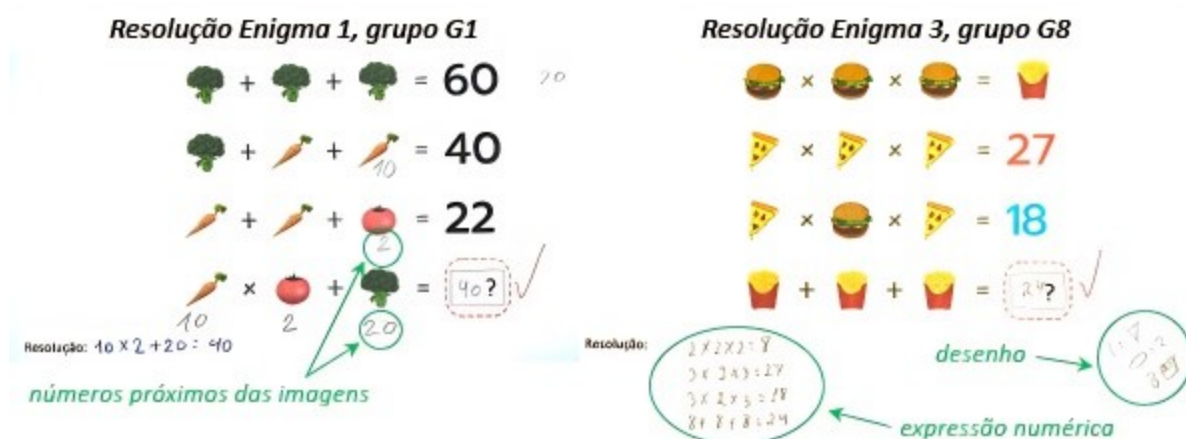
Fonte: próprio autor.

Observando o quadro 4.3.1, visualiza-se que **G4** foi o único que não registrou nenhum indício de como resolveu os enigmas, mas respondeu a todos, errando apenas 1 (Enigma 6). Foi verificado, pela gravação da Atividade, que um aluno desse grupo utilizou um caderno, onde deve ter rascunhado os cálculos desenvolvidos para auxiliar na obtenção das respostas. Os outros 4 grupos resolveram os 7 primeiros ou mais, sendo que o maior número de erros foi 2. Todos os grupos acertaram os enigmas menos complexos (os 4 primeiros) e o Enigma 6 foi o que mais grupos errou, 3 dos 5 grupos. O grupo **G2**, não conseguiu resolver todos os enigmas, mas resolveu,

respondeu e acertou os 8 primeiros enigmas, e o grupo G8 resolveu todos os enigmas, mas errou um deles.

Sobre a forma de resolver os EM, a maioria dos grupos indicaram suas resoluções colocando números próximo das imagens em cada enigma (G1, G2, G8), como pode ser visto na resolução do G1, figura 4.3.2. O grupo G8, além de usar essa forma nos enigmas finais, escreve as expressões numéricas com valores que representam as imagens nos enigmas iniciais, e nos Enigmas 3 e 4, desenha as imagens a resolução (figura 4.3.2).

Figura 4.3.2 – Formas de resolução dos enigmas na ATIVIDADE IV.



Fonte: próprio autor.

Olhando para os erros cometidos pelos grupos na resolução dos enigmas, observou-se os possíveis motivos que são apresentados no quadro 4.3.2.

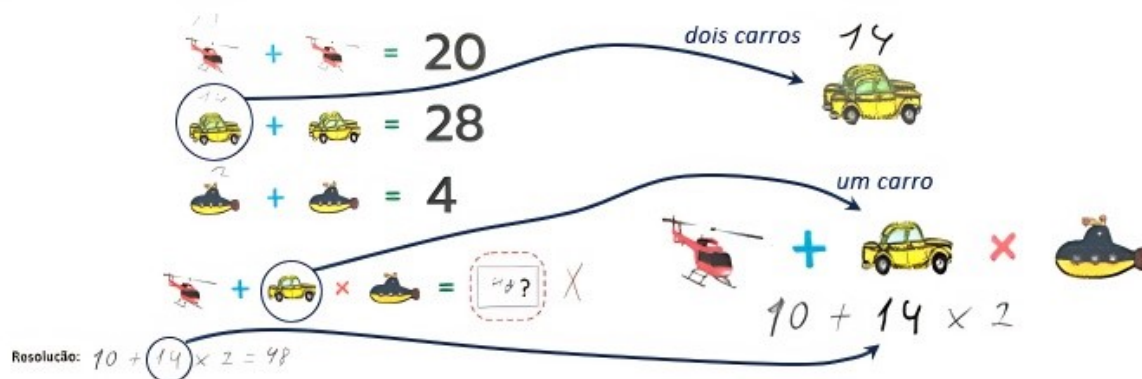
Quadro 4.3.2 – Possíveis motivos para os erros na resolução dos enigmas.

Grupos	Enigma	Motivo
G1	5	erro operações (soma antes da multiplicação).
	6	erro os visualizar imagens (carros sobrepostos).
G4	6	erro os visualizar imagens (carros sobrepostos).
G6	7	grupo não ter percebido a igualdade ou não ter o correto entendimento de uma igualdade naquele caso.
G8	6	erro os visualizar imagens (carros sobrepostos).

Fonte: próprio autor.

Verifica-se que o erro mais cometido foi no Enigma 6, relacionado às imagens muito semelhante. Em uma equação, apareciam dois carros sobrepostos, e em outra, apenas um carro, como se vê em na figura 4.3.3.

Figura 4.3.3 – Destaque para imagens semelhantes dos carros no Enigma 6.



Fonte: próprio autor.

Esse tipo de apresentação de imagens, com diferenças pouco perceptíveis, acaba confundindo o aluno na hora da resolução. Entretanto, mesmo que o enigma tenha imagens diferentes referentes a mesma “incógnita”, como a quantidade de pimentas no Enigma 5 (figura 4.3.1), se essa diferença for mais visual e destacada, como foi o caso das pimentas, não vai não ocasionar erros nos valores. E isso percebe-se nas resoluções dos grupos, pois não houve erro em relação às imagens nesse Enigma 5.

Essa característica de alguns EM da *internet*, de usar imagens representativas semelhantes, com pequenas diferenças que são, muitas vezes, imperceptíveis, vem sendo destacado nos capítulos e seções anteriores da tese, sendo válido relembrar que ao se utilizar desses enigmas prontos da rede, o docente tem um papel muito importante de esclarecer esses detalhes aos alunos, ou então, preparar atividades que usem imagens sem essas diferenças.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA – Desenvolvimento do Questionário 2

Como parte da avaliação da Sequência Didática foi proposto o Questionário 2, cuja análise, realizada por questão, se encontra na íntegra no **Apêndice I**. Esse questionário era formado por mais questões objetivas, que foram analisadas por meio de tabelas e percentuais, e o processo de categorização se concentrou em duas

questões, sendo elas a *f*), que trata dos porquês das imagens e material concreto terem sido positivos ou não no entendimento dos problemas, e a *m*), que apresenta considerações dos alunos. Alguns resultados desse apêndice, que não foram apresentados ou aprofundados no Manuscrito 5, serão abordados nessa seção.

Quanto a percepção geral das atividades, na questão d), 35% dos alunos entenderam como contextualizadoras, percentual menor do que serem interessantes e motivadoras. Existe a possibilidade de os alunos não compreenderem o que é contextualização e em que momento ela está acontecendo, como é visto na questão seguinte, em que 16% dos alunos afirmam não saber se houve a contextualização.

Ainda sobre o momento da contextualização, na questão e), 35% dos alunos entenderam que houve espaço para eles manifestarem seus conhecimentos prévios, embora não tenham usado, o que mostra que é preciso mais clareza no protagonismo dos alunos nesse momento. Pessano *et al.* (2017, p. 82) reforça essa posição quando afirma que a contextualização “deve priorizar o protagonismo dos estudantes, em todo o processo de ensino e aprendizagem e na mediação docente”.

Nas 30 respostas da questão *f*), que justificaram a afirmativa dos alunos em ser positivo ou neutro o uso de materiais concretos e/ou imagens no entendimento da situação-problema da *ATIVIDADE II*, foi realizada a Análise de Conteúdo, sendo identificadas 39 unidades de registro, que geraram 14 códigos e determinaram 4 categorias, descritas na tabela 4.3.1:

Tabela 4.3.1 – Categorização sobre o porquê das respostas sobre uso de materiais e imagens, da questão *f*).

Nº	Categoria	Descrição	nu ^(a)	%u ^(b)
1	Imagens e concreto facilitaram	As imagens e/ou materiais concretos facilitaram a visualização, entendimento, interpretação e o conhecimento.	29	74%
2	Interessante, chamativo, lógico.	Usar imagens e/ou materiais concretos foi interessante, chamativo e lógico, sendo uma nova forma de calcular.	6	15%
3	Contextualização	O uso de imagens e/ou materiais concretos foi uma forma contextualizada, condizente com a realidade do dia a dia.	3	8%
4	Neutro	Empregar imagens e/ou materiais concretos não deixou mais fácil, pois as atividades não foram difíceis.	1	3%

Fonte: próprio autor.

Notas: (a) nu é a quantidade de unidades de registro identificadas para cada categoria.

(b) %u é o percentual sobre o total de unidades de registro na questão

A categoria 1 é discutida no manuscrito 5. Na categoria 2, o destaque foi sobre serem mais interessantes e chamativos essas representações, sentimentos despertados pelas características relacionadas à representação imagética (Oliveira; Roehrs, 2023a). Também fizeram parte dessa categoria respostas relacionando a serem mais lógicos e uma nova maneira de calcular, que vem ao encontro de que as imagens permitiram a mobilização de outro registro de representação, dando acesso efetivo ao objeto representado e permitindo as transformações de conversão e tratamento (Duval, 2010). Como o tratamento está relacionado às operações, essa transformação permitiu ao aluno A31 ver positivamente as imagens afirmando *“aprendemos uma forma nova de cálculos na matemática”*.

A categoria 3 está relacionada à promoção da contextualização. O aluno A102, ao responder que compreendeu melhor o problema porque *“ficou mais condizente com a nossa realidade do dia a dia”*, destaca o papel da contextualização, que era uma das intencionalidades da sequência didática quando se planejou, na ATIVIDADE II, o emprego de objetos e imagens relacionados ao cotidiano mais próximo dos alunos, seja pela localização da escola, mais rural, ou pelo tipo de curso técnico das turmas. Possete (2014) ratifica essa posição ao afirmar que as imagens possibilitam a contextualização e Oliveira e Roehrs (2024) complementam que diferentes representações e linguagens, articuladas no processo de ensino, permitem uma compreensão melhor e mais contextualizada dos conhecimentos escolares.

Apenas um aluno se posicionou em neutralidade, nominando a categoria 4. Mas entende-se, pelas palavras do aluno A145, quando escreve que *“Acredito que foi neutro, não deixou mais fácil mas em nenhum momento foi difícil”*, que o motivo foi mais por não ter percebido as atividades difíceis, e por isso, não visualizar a auxílio das imagens e material concreto.

Em relação ao desenvolvimento do conteúdo na ATIVIDADE III, além da maioria dos alunos ter assinalado, como resposta na questão g), que as atividades anteriores, os enigmas e as imagens permitiram uma melhor compreensão do conteúdo e que eles conseguiram contextualizar, tanto com o cotidiano quanto com outros conhecimentos matemáticos, destaca-se outro apontamento que cita a participação na atividade pela identificação de conhecimentos prévios, que é um resultado relevante, já que essa percepção dos alunos em ter havido o resgate de conhecimentos anteriores favorece indícios de aprendizagem significativa (Moreira,

2016). E isso ocorre pela relação que existe entre a linguagem imagética, múltiplas representações e aprendizagem significativa (Oliveira; Roehrs, 2023b).

Em relação às percepções dos respondentes do questionário sobre o potencial dos enigmas e das imagens para colaborar no ensino e aprendizagem de conteúdos, nas questões *i)* e *j)*, eles elencaram conhecimentos de equações, incógnitas e igualdades, nessa ordem. Especificamente sobre igualdade, mais alunos dizem que ajuda a ensinar do que aprender. Uma possibilidade para tentativa de compreender isso é que alguns alunos precisem de outros elementos, além das imagens, para compreender uma igualdade. Segundo Trivilin e Ribeiro (2015) as concepções de igualdade para boa parte dos alunos são restritas, com ênfase na noção operatória, e há pouca compreensão dos outros significados, de equivalência e relacional, sendo que essa dificuldade se estende até o ensino superior.

Houve também mais alunos que responderam sobre as imagens e enigmas auxiliarem na aprendizagem de sistemas e nas operações matemáticas. Isso é interessante, uma vez que esse fato corrobora que, mesmo não sendo tão significativo para o professor ensinar, pois ele poderia se valer da linguagem algébrica, para o aluno aprender é importante, e que além disso pode ajudar em relação a dificuldades envolvendo operações matemáticas. Para Gomes (2013) álgebra e aritmética não estão separadas e as dificuldades em álgebra muitas vezes são problemas não corrigidos em aritmética. Novamente, o papel representacional das imagens nas equações se destaca, colaborando inclusive com a aritmética por sua proximidade.

Na questão *l)*, que se referia a impressão dos alunos sobre os EM e a linguagem imagética após as realizações das atividades, é importante destacar que a maioria dos alunos (68%) assinalaram que facilitaram o entendimento de conhecimentos relacionados a SE, reafirmando o que se vem inferindo nesta tese.

No final do questionário, a questão *m)* disponibilizava um espaço para comentários. Poucos alunos (16%) responderam a essa solicitação, e as respostas foram categorizadas pela Análise de Conteúdo. Foram identificadas 13 unidades de registro, que geraram 10 códigos e determinaram 4 categorias, descritas na tabela 4.3.2:

Tabela 4.3.2 – Categorias elencadas na análise dos comentários do Questionário 2.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Gosto pelas atividades e planejamento	Alunos descrevem que gostaram das atividades, que foram boas, assim como o cuidado com o planejamento e execução da aula.	5	38%
2	Atividades práticas, lúdicas, facilitadoras	As atividades foram práticas e lúdicas, e facilitaram o entendimento e o aprendizado do conteúdo.	4	31%
3	Diversidade de método e assuntos matemáticos	O aprendizado se deu por um método diferente do usual, sendo abordados diferentes assuntos na aula.	3	23%
4	Incógnitas	Refere-se a aula ter sido interessante por ser sobre incógnitas.	1	8%

Fonte: próprio autor.

Um aspecto positivo dos comentários é não ter ocorrido nenhuma categoria que fosse de encontro a proposta da utilização da linguagem imagética, que inclusive uma delas destacando que facilitou o entendimento e aprendizado do conteúdo, como destacado pelo aluno A150 ao dizer *“entender essa parte da matemática que é um pouco mais complicada de uma maneira mais leve, tornando mais fácil de entender os conceitos, e também colocar em prática os conhecimentos de uma maneira prática e lúdica!”*. Além disso, desperta-se o sentimento de se estar no caminho certo quando se lê o comentário do aluno A148, que escreve: *“gostei muito do professor que pensou em cada detalhe e com muito capricho no desenvolvimento das aulas”*, pois na prática docente é necessário que se tenha esse cuidado em planejar as atividades e os momentos da aula, para que se desenvolva um ensino atraente, lúdico, com sentido para o aluno, que promova uma aprendizagem real e com significados.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA – Gravações das Atividades

Como destacado no capítulo 3 desta tese, uma das formas de coleta de dados da intervenção didática foi a gravação de todo o desenvolvimento da Sequência Didática. Ao todo, foram 4 vídeos, gravados em celular, que foram inseridos e analisados com o auxílio do *ATLAS.ti*, porém sem a unitarização e codificação no *software*, apenas com a escolha de citações, que no *software* são os trechos selecionados da gravação (indicados pelo início e fim do tempo de gravação de cada

trecho), e com comentários, que são notas ou observações do pesquisador, acrescentadas às citações realizadas.

Cada vídeo foi inserido em arquivos distintos do *ATLAS.ti* e gerou um documento em vídeo em cada um destes 4 arquivos. Cada documento foi analisado com citações e comentários de interesse. Finalizado essa etapa, exportou-se 4 planilhas para o *software Excel* (transcrevendo as citações e comentários, no total de 40), agrupadas em uma única e, a partir disso, os comentários mais relevantes foram selecionados e categorizados. Resultaram da seleção 18 comentários, posteriormente organizados em 5 categorias, descritas na tabela 4.3.3.

Tabela 4.3.3 – Categorias elencadas na análise das gravações das atividades da Sequência Didática.

Nº	Categoria	Descrição	nt ^(c)
1	Contextualização	Dificuldades com a contextualização nas atividades iniciais, com intervenção do professor explicando e exemplificando situações.	4
2	Resoluções	Destaques para o uso de expressões numéricas, ordem de resolução das equações, uso de materiais concretos para simbolizar sinais de operações.	3
3	Imagens	Ênfase sobre uso de imagens no que se refere a multiplicidade e não obrigatoriedade do sinal de operação de adição.	2
4	Conceitos	Explicações envolvendo conceitos sobre igualdades, princípios de equivalência e propriedades das operações, e demonstração de interesse dos alunos nesses conceitos.	3
5	Pode confundir?	Observações sobre o que pode confundir os alunos, tanto no uso de letras quanto de imagens.	2

Fonte: próprio autor.

Nota: (c) **nt** é a quantidade de turmas, de um total de 4, em que foram feitas as observações categorizadas.

A contextualização, categoria 1, até mesmo por estar explicitamente presente em duas atividades, não poderia deixar de ser um destaque do pesquisador. Em todas as 4 turmas existiram dificuldades sobre o significado, que pode ser verificado pela pouca participação dos alunos quando instigados a se manifestarem sobre o termo. Para essa situação, o pesquisador se valeu de mais exemplos, como os usados na turma *T51*, em um contexto agrário, sobre o cálculo de substratos distintos (incógnitas) na elaboração de uma massa específica de ração. Mas houve alunos que conseguiram lembrar e explicar corretamente o significado de contextualização.

Nas resoluções (categoria 2), aspectos distintos puderam ser extraídos dos vídeos. Um dos grupos, que utilizava os cartões imagéticos, usou apenas expressões numéricas para resolver o problema da *ATIVIDADE II*. Desse fato, pode-se analisar que há uma compreensão implícita de que os números estavam relacionados às imagens, empregadas apenas na escrita inicial da equação, mas não em sua resolução.

Outro fato é a ordem de apresentação de equações na resolução, em que grupos mostram primeiro a solução (equação simplificada). Isso gerou questionamento do pesquisador sobre a compreensão da resolução, o que fez com que esses grupos revissem suas apresentações e reorganizasse a resolução, apresentando primeiro a equação que transcreve o problema, para depois as equações seguintes, simplificadas. Ainda na resolução, alguns grupos se valeram do material de contagem para criar sinais de operação, pela preocupação de que fosse melhor compreendido a operação entre os objetos concretos disponibilizados. Isso foi interessante porque despertou a discussão sobre essa necessidade, do uso dos sinais de operação entre as imagens, como destacado na categoria 3.

O destaque observado nos vídeos sobre as imagens (categoria 3), além de tudo o que já foi apresentado na tese, reforça o aspecto de que as imagens, como incógnitas, podem ser compreendidas de forma diferente às letras, especialmente no que tange a utilização do sinal operacional da soma nas equações. Observou-se as explicações do pesquisador e as discussões com os alunos nesse aspecto, e que a não utilização do sinal de soma ainda assim permite um entendimento de que se trata da adição de valores, ou de multiplicidade (como duas imagens iguais representarem o dobro), que se aproxima da compreensão quando se tem objetos reais, concretos, e valores associados a eles. O que não pode ser empregado com as letras, pela conceituação própria da matemática de que “letras juntas” representam um produto e não a soma. Nesse sentido, por se tratar de uma forma diferente de compreender as equações, que se infere que a linguagem imagética pode formar um novo registro de representação simbólico, à medida que se abre outras maneiras para ocorrer a conversão e o tratamento dentro da representação de equações.

A categoria 4, que exalta os conceitos, é abordada pelo fato de no desenvolvimento da teoria pelo pesquisador, na *ATIVIDADE III*, ter sido observado um interesse dos alunos nos conceitos de igualdade e dos princípios de equivalência, ilustrados na apresentação em *slides* com as imagens de balanças, e em algumas

propriedades das operações, que além de trabalhadas na apresentação, foram mostradas com os próprios materiais concretos, como por exemplo, na turma *T55*. Nessa ocasião, foram usados 3 copos Becker para mostrar a propriedade do fechamento, em que o volume total de 390mL pode ser visto como uma soma, três parcelas (os 3 copos) de 130mL, (inclusive, sem a utilização do sinal de adição), sabendo-se assim o valor do volume de cada copo, sem que fosse preciso o processo de simplificação de equações.

Por fim, a categoria 5 elenca uma situação já discutida na tese, sobre o que confunde os alunos. Para as imagens semelhantes nos EM, observou-se que o pesquisador, mais enfaticamente em uma das turmas, fez esclarecimentos nesse sentido, de os enigmas prontos poderem confundir pelas de mínimas diferenças nas imagens parecidas. Em outra, os próprios alunos identificaram as diferenças antes do pesquisador comentar, e isso não foi visto negativamente por eles, apenas os surpreenderam. Mas além das imagens, houve uma fala de um aluno da turma *T11*, a respeito de que letras confundem, fato que abriu um diálogo abordando os possíveis motivos disso, mas ainda assim, se destacando a importância das letras e da Linguagem Algébrica na matemática.

De uma forma mais geral, procurando não repetir aspectos destacados e discutidos em outras seções, essas foram as principais observações feitas ao analisar as gravações das atividades da Sequência Didática.

DIÁRIO DE BORDO – Observações sobre as respostas do Questionário 1

Outra análise realizada e que não consta na íntegra nos manuscritos é a análise do diário de bordo do pesquisador. Esse diário é formado por dois documentos, sendo um deles uma parte específica para observações a respeito das respostas do Questionário 1.

Esse documento contém 10 seções, cada uma delas relativa as observações de uma das turmas em que o questionário foi desenvolvido, contendo aspectos que chamaram a atenção do pesquisador na transcrição e pré-análise do questionário para a Análise de Conteúdo que consta no manuscrito 4. Foi possível, a partir da análise desses aspectos, a organização de 6 categorias conforme a tabela 4.3.4.

Tabela 4.3.4 – Categorias temáticas das observações das respostas do Questionário 1.

Nº	Categoria	Descrição
1	Números para imagem ou letra	Utilização de números substituindo letras em sistemas ou imagens nos enigmas, nas questões de l) à q).
2	Erros na questão v)	Descrição dos erros cometidos nas resoluções de sistemas e de enigmas na questão v).
3	Estratégia de resolução da questão v)	Estratégias de resolução, envolvendo o uso de números em substituição de letras ou de imagens, ou técnicas de resolução para encontrar a resposta na questão v).
4	Substituição de imagens por letras	Utilização de letras em substituição das imagens dos enigmas.
5	Respostas curiosas e/ou contraditórias	Respostas que são curiosas ou que apresentam algum tipo de contradição.
6	Destaques	Respostas com destaques pela clareza de argumentação e ligação com a tese.

Fonte: próprio autor.

Na categoria 1, foi possível quantificar as ocorrências em que acontecem o uso de números substituindo as imagens dos EM ou as letras nos SE, nas questões que de alguma forma referenciam esses problemas, como se vê no quadro 4.3.3:

Quadro 4.3.3 – Emprego de número em substituição de letra ou imagem.

Emprego	nr ^(a)	%r ^(b)	% ^(c)
Números substituindo letras	12	24%	8%
Número substituindo imagens	38	76%	25%
Total	50	100%	-

Fonte: próprio autor.

Notas: (a) nr é a quantidade de respostas observadas;
 (b) %r é o percentual sobre a quantidade de respostas;
 (c) % é o percentual sobre o total N = 151 de participantes no Questionário 1.

Esses quantitativos são interessantes à medida que permitem inferir que imagens ajudam a entender o significado de incógnita se comparado com as letras. Sendo a incógnita um valor a ser encontrado, mais alunos conseguiram fazer essa relação de substituição de números pelas imagens.

A categoria 2 fala a respeito dos motivos que levaram os alunos a errarem as resoluções do sistema e do enigma na questão v), por meio das percepções e análises do pesquisador. No manuscrito 4 eles são discutidos, mas os resultados quantitativos foram apresentados sintetizados. Por isso são expostos na íntegra, no quadro 4.3.4:

Quadro 4.3.4 – Tipos de erros nas resoluções de sistemas ou de enigmas na questão v).

Problema	Tipo de Erro	Descrição	nr	%r	%
Sistema de Equações	operações	Erro ao efetuar cálculos de operações básicas incorretamente.	4	13%	3%
	ordem das operações	Erro ao resolver operações básicas em ordem incorretas.	21	66%	14%
	sinais de operação	Erro relativos aos sinais positivo e negativo nos cálculos.	4	13%	3%
	Atribuir $y = 4$	Erro ao atribuir o valor incorreto a incógnita y .	2	6%	1%
	entendimento das letras	Erros em relação ao entendimento de cada letra no sistema.	1	3%	1%
	Total		32	100%	-
Enigma Matemático	operações	Erro ao efetuar cálculos de operações básicas incorretamente.	4	5%	3%
	ordem das operações	Erro ao resolver operações básicas em ordem incorretas.	32	41%	21%
	sinais de operação	Erro relativos aos sinais positivo e negativo nos cálculos.	2	2%	1%
	quantidade de ferraduras	Erro em identificar quantidades diferentes de ferraduras.	40	51%	26%
	quantidade de “bota”	Erro em identificar quantidades diferentes de botas.	1	1%	1%
	Total		79	100%	-

Fonte: próprio autor.

Ao analisar os tipos de erros, é perceptível que em ambos os problemas os erros relacionados aos cálculos e operações matemáticas (operações, ordem e sinais) compreendem um percentual bem significativos, de 92% das respostas observadas sobre os sistemas, e de 48% nas respostas dos enigmas. É um dado que chama a atenção e indica que mesmo os alunos estando no Ensino Médio, ainda existem deficiências relacionadas a conhecimentos como as quatro operações, que já deveriam estar assimilados não só por serem cálculos básicos, trabalhados desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, mas também por serem conhecimentos que embasam a resolução de problemas cotidianos, sendo essenciais para a compreensão do mundo (Dias, 2022) e o exercício da cidadania.

Outro dado é a quantidade de erro total observado, que é maior nos enigmas, mas que se dá mais pelo maior número de alunos que tentaram resolver somente o

enigma, o que reforça que os EM podem ser mais interessantes e mais fáceis de compreender que o sistema.

Um dado a ser destacado é a quantidade de erros nos enigmas, 51% das respostas, relacionados à visualização incorreta das quantidades diferentes de ferraduras em linhas distintas do enigma. Essa ocorrência é motivada por figuras semelhantes, com diferenças pouco perceptíveis, fato esse ocorrido desde a aplicação do Questionário 1, e já discutido na seção sobre a resolução de EM.

Na categoria 3, observou-se quais as estratégias adotadas nas respostas dos alunos na questão *v*), daqueles que optaram em registrar alguma escrita de resolução. O quadro 4.3.5 destacam a totalização dessas estratégias:

Quadro 4.3.5 – Estratégia de resolução da questão *v*).

Estratégia de resolução	nr	%r	%
usou número para imagem	39	57%	26%
usou número para letra	15	22%	10%
usou técnica de resolução	14	21%	9%
Total	68	100%	

Fonte: próprio autor.

Nas estratégias, é visível que a ação de substituir as imagens por números, no EM, foi maior que os demais (57%), o que é um bom indício de que há um reconhecimento que elas podem ser compreendidas como incógnitas, mais do que as letras nos sistemas (22%). A utilização da técnica de resolução empregada em 21% das respostas envolveu a técnica de substituição, de isolar uma incógnita em uma equação e substituir em outra, e foi empregada basicamente para SE.

A categoria 4 destaca o aspecto de que alguns alunos fizeram algumas substituições interessantes, utilizando letras no lugar das imagens para a compreensão e resolução de enigmas. Ao todo foram 6 substituições realizadas por 5 alunos que fizeram essas alterações na resolução da questão *v*), sendo que um deles ainda substituiu as imagens na questão *m*). Dessas substituições, 2 foram realizadas com o intuito do uso de técnica de resolução, que embora aplicada adequadamente, apresentou erro nas operações no desenvolvimento da técnica. Destaca-se esse fato porque, mesmo identificando o papel da Linguagem Imagética em facilitar o entendimento de SE, especialmente no conceito de incógnitas, não existe o discurso de que ela possa substituir a Linguagem Algébrica, e sim que ambas podem se

complementar, ainda mais com o entendimento da Linguagem Imagética como um registro de representação semiótica.

A categoria 5 faz menção a algumas respostas que na observação do pesquisador foram curiosas ou contraditórias, resumidas no quadro 4.3.6:

Quadro 4.3.6 – Respostas curiosas e/ou contraditórias.

Nº	Questões	Respostas curiosas e/ou contraditórias	nr
1	<i>t)</i>	SE é mais difícil porque é melhor de resolver.	1
2	<i>t)</i>	EM é mais difícil, porque é mais fácil.	1
3	<i>u)</i>	Imagens têm sentido, e imagem de equação são melhores.	1
4	<i>q), r)</i>	SE é mais interessante, e EM divertido por ser interessante.	1
5	<i>v)</i>	Não resolve o sistema, mas usa letra para solucionar enigma.	1
6	<i>q), r), s), t), v)</i>	SE é mais interessante, divertido, com sentido, mas resolve somente o EM.	3
Total			8

Fonte: próprio autor.

Sobre essas respostas, em 1, 2, 3 e 4 não se identifica muito bem um motivo para tais argumentações contraditórias, sugerindo que os participantes estavam sem atenção ao que respondiam, ou então, seria necessário complementarem mais as suas respostas para terem mais sentido.

A resposta do número 5 é bem curiosa, pois o aluno *A4* resolve o enigma transformando as imagens contidas no enigma em letras, resolvendo as equações algébricas e acertando a resposta. Entretanto, não resolve o sistema, que é o mesmo problema do enigma, só que na linguagem algébrica. Acredita-se que ele pode não ter entendido o sistema dado, confundindo-o com um sistema linear, o qual existem algumas técnicas de resolução que talvez esse aluno não tenha domínio, e por isso nem tenha tentado. Interessante que o mesmo aluno, mesmo tendo usado letras, indica o enigma como mais interessante e divertido, com mais sentido e mais fácil se comparado com o sistema. Esse é um exemplo que mostra que a linguagem imagética contida em EM pode facilitar a resolução de SE à medida que os alunos compreendem melhor o que é uma incógnita e podem se sentir mais motivados, podendo facilitar a transposição das dificuldades da linguagem algébrica.

Na resposta 6, a contradição está em os participantes expressarem uma preferência por SE, por responderem nas questões anteriores a resolução na questão *v)*, que SE eram mais interessantes, divertidos, tinham mais sentido e eram mais

fáceis se comparados aos EM, mas ao serem convidados a responder um sistema e/ou um enigma, optam pelo segundo. Isso também é um indício que existem dificuldades na compreensão de SE, e que as imagens e os enigmas, por suas características, podem auxiliar nessas dificuldades.

A categoria 6 aborda algumas observações sobre as falas positivas e bem argumentadas dos alunos em relação ao uso da linguagem imagética e da importância da pesquisa. Sobre a linguagem, destaca-se a questão das imagens serem elementos facilitadores para o entendimento de equações se comparadas às letras, como argumentam os participantes A77, quando comenta que *“Ao ler este questionário percebi ao meu ver que as equações com desenhos causam mais entendimento do que com as letras e também é mais divertido de se fazer e o cérebro assimila como algo mais fácil de ser feito”*, e o A96, que ainda destaca uma similaridade entre SE e EM, ao dizer que *“Olhando a equação e o enigma matemático eles são praticamente iguais mas na equação tem x e y o que embaralha minha cabeça talvez se não tivesse o enigma matemático eu não entenderia a equação”*. Cabe o destaque da compreensão que mesmo não sendo tão necessário para o aluno A12, ele identifica que imagens pode ajudar outros colegas, ao responder *“Acho legal [o uso de imagens] porque facilita [o entendimento] para muita gente”*. São comentários que dão força a tese de que a linguagem imagética pode facilitar a compreensão de SE, promovendo a transposição das dificuldades com a linguagem algébrica.

Ainda sobre o uso da linguagem imagética, outro aspecto salientado e que chamou a atenção do pesquisador foi a relação direta entre as imagens e a realidade descrita nas respostas de dois participantes. O aluno A129, ao falar sobre o porquê de os enigmas terem mais significado e sentido, cita que *“Não sei explicar mas eu acho que tem mais sentido, pois não vou chegar em uma loja e pegar os produtos e transformar em letras”*; e A140, respondendo sobre por que as imagens têm mais sentido quando relacionadas a equações e sistemas, escreve que *“Todas as imagens seriam significativas. Pois quando pensamos na palavra carro não vem a cabeça como escreve a palavra ‘carro’, mas sim a imagem de um carro. ‘Pensamos em imagens’ ”*. Isso só reforça o potencial contextualizador da linguagem imagética e que se o professor observar esse potencial, (visto que os enigmas prontos, na *internet*, não têm a preocupação com a contextualização), pode proporcionar um melhor entendimento do papel das incógnitas nas equações e, com isso, facilitando a compressão de SE.

No aspecto da importância da pesquisa, dois comentários foram observados positivamente: O primeiro expõe que *“Se o intuito dessa pesquisa for uma tese ou algo para institucionalizar, ou pelo menos dar uma segunda opção para a apresentação de equações e sistemas, de forma a torna-los mais didáticos, tornando assim as aulas mais didáticas e consequentemente aumentando o percentual de alunos aprovados nesse conteúdo, eu realmente gostei”* (A126), e o segundo, cita que *“A pesquisa é muito importante porque após olhar o enigma eu consegui entender a equação”* (A54).

Esses comentários se complementam, à medida que o A126 consegue traduzir muito bem a intenção do uso das imagens que a pesquisa busca investigar, como sendo uma outra forma de “apresentar” as equações, por meio da linguagem imagética, que ajude os alunos a compreender melhor os SE, e A54, que além de citar a pesquisa como importante, confirma que essa outra forma (o uso da linguagem imagética, que inclusive pode-se tratar com um novo registro semiótico simbólico) realmente proporciona o resultado de melhorar a compreensão de equações. Isso corrobora as inferências realizadas e as expectativas da pesquisa, que a linguagem imagética contida nos EM ajuda e facilita a compreensão sobre equações e consequentemente sobre os SE.

DIÁRIO DE BORDO – Observações e percepções em todas ações da pesquisa

O outro documento elaborado no Diário de Bordo é composto pelas as observações e percepções em todas as ações da pesquisa junto as escolas e participantes, registradas em um documento organizado por datas e ações, que depois foram resumidas. Ainda assim, tendo em vista um volume elevado de apontamentos, apresenta-se apenas uma síntese desse resumo, elencando apenas os mais importantes ou os que não foram abordados em outras seções da tese, sem a categorização por temas.

Sobre os encontros iniciais com direções, supervisão e docentes das escolas coparticipantes, para a autorização e formalização da pesquisa, todos os registros no diário foram positivos, com a identificação de interesse e pronto atendimento das necessidades do pesquisador na execução das ações. Contudo, após os primeiros contatos, alguns dos que se seguiram, antes do Estudo de Campo, precisaram ser por telefone pelo fato de o pesquisador ser diagnosticado com COVID-19. Mesmo com

todos os cuidados e protocolos de segurança, ainda assim a contaminação aconteceu em uma das visitas iniciais às escolas.

No Estudo de Campo, chamou a atenção do pesquisador que boa parte dos participantes não conheciam o termo “contextualização”, sendo necessário algumas explicações durante a aplicação do Questionário 1. No diário, foi registrado essa ocorrência em 5 das 10 turmas, mas acredita-se existiam mais alunos em outras turmas com essa dúvida, mas pela observação feita, o pesquisador já explicava o termo de antemão, nas orientações dadas para o preenchimento do questionário.

Dois aspectos positivos registrados no diário de bordo sobre esse momento do Estudo de Campo foram a ocorrência de comentários, de dois alunos após o encerramento do encontro, que têm a preferência pelo uso de letras, fato que já foi destacado como não negativo e que pode agregar na intenção do uso da linguagem imagética, e também que houve uma fala de interesse de alunos nas próximas etapas da pesquisa, o que motivou o pesquisador no planejamento e desenvolvimento das etapas seguintes da pesquisa.

No desenvolvimento da Sequência Didática, alguns aspectos podem ser destacados em algumas atividades. Na *ATIVIDADE II*, em duas turmas houve uma certa dificuldade dos grupos em organizar as equações utilizando o material disponibilizado, conforme registro do dia 08 de novembro de 2022, no diário do pesquisador: *“Para a explicitação da equação, foi preciso alguns questionamentos sobre a organização dos materiais imagéticos. Isso pode estar relacionado à falta da compreensão de equações ou a identificação da não necessidade de se organizar uma equação, seja pela linguagem algébrica ou imagética, para a resolução ou explicação da resolução de um problema que seja mais simples”*. Os grupos nessa situação, mostraram primeiro o que seria a resposta da equação, para depois, após instigados pelo pesquisador, organizarem a equação. Um deles foi o grupo G5, que inicialmente só mostrou as soluções (equações simplificadas), depois inseriu a equação e, por fim, reorganizou a resolução, iniciando pela equação que transcrevia parte do problema (figura 4.3.4).

Figura 4.3.4 – Sequência de resoluções organizadas pelo grupo G5 para a situação-problema da *ATIVIDADE II*.



Fonte: próprio autor.

Essa resolução final surgiu após questionamentos do pesquisador e porque os alunos observaram a resolução do outro grupo, reorganizando as equações para explicar sua resolução para os demais. Entende-se que não há problema em que as equações simplificadas, as soluções, sejam escritas primeiro quando se trata de equações e sistemas mais simples, como as dessa atividade, inclusive porque nesses casos a resolução pode ter sido feita por cálculo mentais (o que de fato ocorreu em alguns grupos). A questão é quando se tem equações mais complexas, com mais termos e incógnitas, pois se torna necessária a simplificação das equações por métodos práticos ou, no caso de sistemas, de técnicas de resolução.

Na *ATIVIDADE III*, observou-se que o comportamento das turmas foi bem diversificado, em que duas delas houve atenção às explicações, interação com o pesquisador, participação com perguntas e respostas conceituais, e nas outras menos participação e poucas perguntas. Outro fato foi o comentário de um dos alunos que os *slides* da apresentação estavam bem organizados, e realmente foi uma preocupação do pesquisador, que o material visual fosse bem apresentado, que os conceitos fossem trabalhados com o uso de imagens e relações entre letras e imagens fossem destacadas (figura 4.3.5). Nesse sentido, o pesquisador registrou em seu diário de bordo o quanto as imagens auxiliaram nas explicações, dentre elas as questões relacionadas aos conceitos de dobro e soma de incógnitas. O pesquisador também observou no diário que, de forma geral, houve dificuldades em se manter o tempo programado para essa atividade, principalmente nas turmas com maior participação.

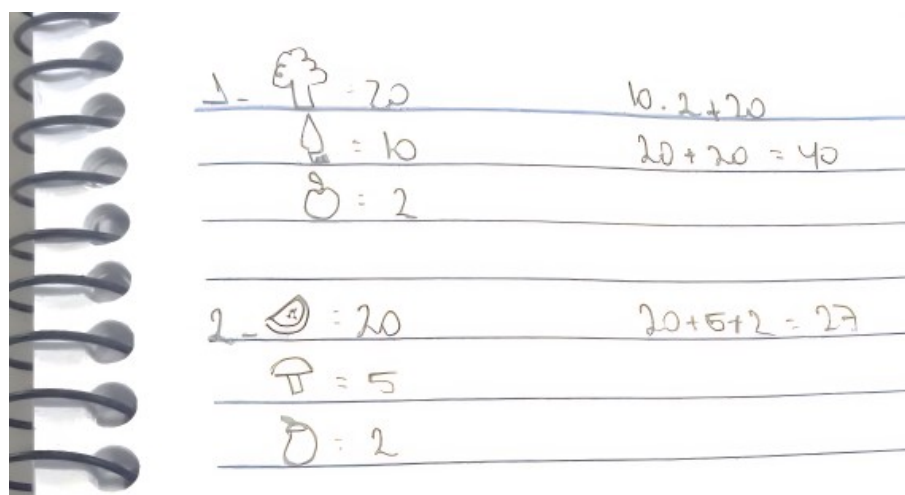
Figura 4.3.5 – Uso de imagens na ATIVIDADE III.



Fonte: próprio autor.

Na ATIVIDADE IV, houve o registro no diário do claro interesse dos alunos em resolverem os enigmas em todas as turmas e das dificuldades de uma delas com os cálculos básicos nas resoluções, envolvendo a tabuada. Foi destacado no diário, também, que um aluno se valeu do uso de imagens desenhadas no caderno para auxiliar e registrar suas respostas, como se vê na figura 4.2.6. Além disso, ficou anotado que alguns alunos ficaram um pouco chateados em ter que parar a resolução dos enigmas para realizar a atividade seguinte. Esses registros do pesquisador salientam a boa aceitação dos alunos em relação ao emprego dos EM e das imagens nas atividades.

Figura 4.3.6 – Uso de desenho em resoluções na ATIVIDADE IV.



Fonte: próprio autor.

Finalizando essa apresentação de resultados sobre diário, destaca-se que outros apontamentos foram feitos pelo pesquisador, mas que constam nos manuscritos e seções da tese.

Acredita-se que esses outros resultados, apresentados nessa seção, reforçam aspectos significativos que complementam e ratificam tanto as discussões quanto as inferências realizadas nos artigos, manuscritos e capítulos da tese desenvolvidos até o presente momento. Mostrar mais dados numéricos das perguntas dos questionários, inclusive dos resultados menos expressivos, mas que igualmente foram analisados e discutidos, assim como trazer explicações mais detalhadas sobre as atividades envolvendo os EM, explorando quantidades de acertos, tipos de erros cometidos e estratégias empregadas nas resoluções, emprego de desenhos pelos alunos, possibilitou um olhar mais completo sobre os momentos da pesquisa e dos participantes.

Além disso, aprofundar mais os registros do diário de bordo, como o que foi realizado sobre o uso do material imagético, trouxe mais clareza para a discussão em torno da linguagem imagética como múltipla representação e registro semiótico. Até mesmo a observação de respostas curiosas e/ou contraditórias dos participantes foram interessantes nesse processo de análise de dados.

Isso tudo contribuiu para um entendimento mais pleno do pesquisador sobre os participantes e de suas percepções em relação à linguagem imagética, EM e SE, e certamente favorecem uma discussão geral mais completa e robusta.

5 DISCUSSÃO GERAL

Neste capítulo se faz uma discussão que visa, além de resgatar as constatações, resultados e discussões mais relevantes que compõem os capítulos anteriores, articulá-los no intuito de satisfazer ao objetivo geral e verificar as hipóteses de tese, inclusive as geradas durante o desenvolvimento da pesquisa, identificando a possibilidade de responder ao problema de pesquisa.

5.1 Resgatando e sintetizando os resultados

Embora o ensaio acadêmico, a revisão sistemática e o capítulo de livro com as bases teóricas tenham sido alocados em seções do capítulo 2, Revisão de Literatura, pelo seu conteúdo voltado a uma melhor compreensão da temática e de seus aportes teóricos, entende-se que formaram resultados preliminares que foram de suma importância para as ações desenvolvidas e atendimentos dos objetivos específicos dessa tese. O ensaio acadêmico constituiu-se como importante momento de maturação sobre a linguagem imagética e suas potencialidades relacionadas aos sistemas de equações, por meio de enigmas matemáticos. A partir dos levantamentos bibliográficos realizados, mesmo ainda sem uma sistematização para as buscas, foi possível realizar discussões sobre as dificuldades em matemática e álgebra, as linguagens e representações, e o emprego da linguagem imagética para a transposição das dificuldades com a linguagem algébrica, evidenciando-se as características da linguagem imagética e sua capacidade representacional. Com isso, uma primeira visualização das bases teóricas foram se formando, sendo a principal delas as múltiplas representações.

A partir da finalização do ensaio, percebeu-se a necessidade de uma revisão de literatura sistematizada, para localizar de forma mais efetiva produções acadêmicas dentro da temática da pesquisa e encontrar autores que tivessem discutido a linguagem imagética no contexto do ensino e aprendizagem de sistemas de equações. A revisão sistemática de literatura foi realizada em base de dados que envolviam artigos científicos, teses e dissertações, com o período de busca situado entre os anos de 2012 e 2022, e seu objetivo era encontrar trabalhos acadêmicos que abordassem a linguagem imagética e/ou uso de enigma matemáticos para o ensino e

aprendizagem de sistemas de equações matemáticas, e como se dava essa abordagem.

Mesmo se obtendo um número suficiente de resultados, que possibilitou a discussão sobre as características da linguagem imagética envolvendo a matemática, equações e sistemas, não se encontrou nas bases de dados pesquisadas nenhum trabalho que fizesse essa relação direta entre a linguagem imagética e sistemas de equações, o que em parte foi preocupante, pela ausência de um referencial imediato, mas por outro lado foi positivo, pelo ineditismo associado à pesquisa. Contudo, a realização da revisão sistemática tornou-se um passo significativo na pesquisa, ampliando o entendimento das bases teóricas à medida que trouxe em seus resultados citações envolvendo múltiplas representações e registros de representação semiótica, e aspectos relacionados à contextualização. A partir disso, essas bases ficaram mais evidentes e seu estudo é aprofundado em um trabalho escrito em formato de capítulo de livro.

As bases teóricas são apresentadas, inicialmente, pela descrição e caracterização de cada uma delas, e em seguida são feitas conexões entre elas com vista ao emprego da linguagem imagética como um recurso facilitador para o ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações. Nesse desenvolvimento, se fortalece a percepção do pesquisador em torno da possibilidade do emprego da linguagem imagética como recurso facilitador no ensino e aprendizagem e sistemas de equações, sobretudo em relação à compreensão de conceitos relacionados a equações, como incógnitas e igualdades, e o papel contextualizador que as imagens podem assumir.

Partindo desse preâmbulo, aborda-se as escritas que compõem o capítulo 4, resultados e discussões, iniciando pela primeira seção, que é composta pelo Manuscrito 4, que discorre sobre o primeiro momento procedimental, o Estudo de Campo. O Questionário 1, principal instrumento de coleta de dados desse momento, abordou as temáticas dificuldades com Matemática e Álgebra, contextualização, comparações e resoluções de sistemas de equações e de enigmas matemáticos, se mostrou muito completo e possibilitou uma boa análise das percepções dos 151 participantes, estudantes de 10 turmas do Ensino Médio de 6 instituições de ensino nas esferas municipal, estadual, federal e particular do município de Alegrete. Mesmo não sendo fruto de análise específica, a pesquisa ter sido realizada em escolas de esferas e espaços geográficos diferentes não caracterizou diferenças significativas

sobre as respostas dos alunos, mas possibilitou que os resultados fossem mais generalizados em torno desse público participante.

Sobre a temática das dificuldades não é diretamente discutida nesse manuscrito, apenas citada, e compõe um artigo publicado em periódico do evento CONGREGA²⁷. O resultado obtido sobre as respostas nessa temática é interessante à medida que sinaliza a existência de algum nível de dificuldade, tanto em matemática, como mais especificamente em álgebra, para aproximadamente 90% dos participantes, sendo que a maior dos alunos, em torno de 45%, visualiza como sendo “*poucas dificuldades*”. Pela análise das motivações nas dificuldades em álgebra, foi possível verificar que estas ficaram distribuídas entre as categorias cálculos, falta de contextualização e relação a outros conhecimentos, e referente à linguagem, nessa ordem.

Sobre a temática de contextualização para o estudo de equações e sistemas de equações, destaca-se que 76% dos pesquisados não lembravam de como ocorreu, um índice considerável. Os que lembravam, responderam como foi a contextualização, sendo a maioria dessas respostas categorizadas como realidade ou conteúdos matemáticos, estando de acordo com definições de contextualização.

Boa parte do questionário tratou da temática relacionada diretamente a sistemas de equações e enigmas matemáticos, sobre resoluções, comparações e significados. Falando sobre sistema de equações, apenas 55% dos alunos afirmaram que conseguiriam resolver um sistema de equações, o que implica que um percentual considerável de 45% deles não consegue, mesmo que a maioria dos pesquisados tenha estudado no ano corrente o conteúdo de sistemas de equações. Foi verificado, ainda relacionado a equações, que a maior parte dos alunos tinham um bom entendimento sobre o significado das letras, como sendo uma incógnita, um número a ser descoberto.

Quando a abordagem foi sobre enigma matemático, a maioria dos respondentes afirma que conhece e se sentiria motivado a resolver, caracterizando uma boa aceitação para a utilização dos enigmas e das imagens. Também, a maior proporção deles encontra acertadamente o valor de uma imagem em um enigma, indicando uma boa compreensão em relação ao entendimento da imagem como incógnita.

²⁷ Revista da Jornada de Pós-Graduação e Pesquisa - Congrega Urcamp.

Ao comparar sistema de equações e enigma matemático, a maior porção dos alunos afirma ser mais interessante, divertido, com mais sentido e significados o enigma matemático, e como mais difícil o sistema de equações. Ao verificar os porquês dessas respostas, a maioria delas destacam os adjetivos de lúdico, informal, chamativo, interessante, motivador, didático, fácil, simples e possuir imagens, cores, que são ligados aos enigmas, para justificar o enigma matemático como mais divertido. Também, indicam o enigma como mais relacionado à realidade do cotidiano e que, por ter imagens, cores e objetos e ser simples à compreensão, possui mais sentido e significado. Cabe um destaque que uma boa parte dos pesquisados apontaram o sistema de equações com mais sentido e significado, mas a justificativa girou, na maioria desses alunos, sobre ser o que é trabalhado na escola pelos professores. Sobre ser mais difícil, a maioria dos que citaram o sistema de equações como tendo esse atributo justificaram que a presença de letras dificulta a linguagem e a compreensão, e que imagens facilitam o entendimento.

Ainda na comparação, os alunos foram convidados a responderem um sistema de equações e/ou um enigma matemático. Houve mais acertos (38%) e também mais erros (47%), em relação a resposta correta, nas resoluções de enigmas matemáticos, mas chama a atenção que houve um percentual bem maior de questões em branco para os sistemas de equações (41%). Isso converge para o entendimento que houve um maior interesse pelos enigmas matemáticos. Dentre as observações sobre as possibilidades dos erros cometidos, registrados em diário do pesquisador, outra ferramenta de coleta de dados empregada, foi percebido pelo pesquisador que eles se relacionavam mais com cálculos básicos relacionados as 4 operações. Sobre as observações dos alunos em relação a essas resoluções, convergiram sentido de que as imagens e enigmas matemáticos facilitam o entendimento, além de que os problemas eram os mesmos e que letras e imagens representam a mesma ideia.

Algumas perguntas foram mais diretas em relação ao uso de imagens. Em uma delas, para 49% dos participantes as imagens trariam mais significado para os alunos e para os problemas envolvendo equações e SE, que salienta o potencial da linguagem imagética no estudo de sistemas. Para 29%, é indiferente o uso de imagens. Pelos percentuais, observa-se uma boa aceitação para o uso de imagens, sendo que alimentos e objetos variados foram as imagens indicadas como as mais significativas.

Outra pergunta questionou diretamente se as imagens no enigma matemático facilitavam o entendimento das letras no sistema de equações, com a maioria (80%) das respostas sendo positivas. Os comentários de alguns dos participantes, realizados na última questão, fortaleceram as percepções do pesquisador, sendo a maioria deles indicando as imagens, a linguagem imagética e os enigmas matemáticos com mais significado e facilitadores no entendimento dos sistemas, e caracterizando a pesquisa como significativa e importante.

Na segunda seção do capítulo 4, o manuscrito 5 destaca os resultados do segundo momento procedimental da pesquisa, o desenvolvimento da Sequência Didática. Esta teve seu planejamento baseado em dados obtidos do Questionário 1 (análises preliminares) e foi concebida para atender a alguns aspectos verificados nessa análise, relativos à contextualização e uso de imagens, por exemplo, e com vistas aos objetivos da pesquisa. Foram planejadas e desenvolvidas 5 atividades, sendo a primeira voltada à contextualização e conhecimentos prévios; a segunda envolvendo resolução de situação-problema com uso de imagens e materiais concretos, dentro do contexto de cada turma; a terceira com o desenvolvimento do conteúdo relacionado a equações e sistemas de equações, também com emprego de imagens; a quarta tratando de resoluções de enigmas matemáticos; e a quinta sendo uma avaliação das atividades.

Ao todo participaram desse momento 36 alunos distribuídos em 4 turmas, cada turma dividida em dois grupos, com o desenvolvimento da sequência em 4 dias distintos, um para cada turma. Para a avaliação e coleta de dados, foram utilizados como instrumentos o diário de grupo, com a descrição das atividades e questionamentos aos grupos, o questionário 2 e o diário de bordo do pesquisador.

Os diários de grupo foram analisados a partir das respostas dos grupos aos questionamentos vinculados a cada atividade. Em relação a *ATIVIDADE I: relembando...*, foi proposto um diálogo sobre conhecimentos prévios e se mostrou um momento interessante, em que os grupos mais destacaram aspectos positivos do uso de imagens e enigmas matemáticos, para facilitar o entendimento de problemas.

Na *ATIVIDADE II: resolvendo um problema...*, os grupos usaram os materiais concretos e os imagéticos de forma semelhante, procurando mostrar o problema com equações. Em alguns casos, foram mais diretos, escrevendo inicialmente as equações simplificadas, assim como também expressaram equações sem o uso de sinais de operações, porque os grupos não sentiram necessidade disso em um

primeiro momento. Sobre as estratégias, a maioria dos grupos apontaram o uso de cálculos simples e mental, e o uso dos materiais disponibilizados e de imagens. Em relação às dificuldades, os grupos apontaram principalmente o fato de terem que representar a lógica de resolução, e sobre as facilidades, indicaram o uso do material concreto.

Na *ATIVIDADE III: um pouco de teoria...*, os grupos acompanharam o desenvolvimento do conteúdo com atenção, foram participativos e fizeram colocações de forma acertada. Nos diários de grupo, houve poucas anotações que enfatizaram o melhor entendimento, tanto em relação as incógnitas quanto aos princípios e técnicas.

Nas resoluções dos EM, a *ATIVIDADE IV: resolvendo enigmas matemáticos...*, os grupos se mostraram bem motivados e interessados e houve mais acertos que erros nas respostas dos enigmas. Nos diários, os grupos sinalizaram principalmente como estratégias o uso de cálculos básicos e mentais e a escrita dos números próximos às imagens. Sobre as dificuldades, citaram o fato de imagens semelhantes confundir, e sobre as facilidades, apontaram a possibilidade de uso de cálculos mentais para encontrar os valores, com exceção dos cálculos dos últimos enigmas que eram mais complexos.

Na *ATIVIDADE V: avaliando as atividades...*, todos os grupos se sentiram motivados com as atividades e os enigmas, tanto pelo desafio quanto pelo uso de imagens. A opinião deles em ter havido a contextualização, a maioria afirmou que sim e que as imagens colaboraram nesse sentido, com apenas um grupo citando que não houve. Sobre a linguagem imagética e os enigmas matemáticos terem facilitado o entendimento do conteúdo de equações e sistema de equações, a maioria dos grupos respondeu que sim, sendo atrativas, interessantes e mais fáceis que as letras.

Como complemento da avaliação, foi proposto o Questionário 2, que foi preenchido após o término da atividade por 31 participantes da intervenção. As perguntas eram em sua maioria objetivas, abordando os temas sobre contextualização e o uso da linguagem imagética e de enigmas matemáticos, e ratificaram as percepções obtidas na análise dos diários. Nesse questionário, a maioria dos respondentes afirmaram que as atividades foram interessantes e motivadoras, que houve a contextualização e que conseguiram resgatar conhecimentos prévios relacionados a equações e sistemas de equações.

Além disso, 94% afirmaram que o uso de materiais concretos e imagéticos foi positivo e facilitaram a visualização, interpretação e entendimento de problemas como

o da *ATIVIDADE II* e 68% assinalaram que, no desenvolvimento do conteúdo, a linguagem imagética auxiliou no entendimento dos conceitos relacionados a equações e sistemas de equações. Especificamente sobre os enigmas matemáticos, boa parte dos alunos observaram que eles podem ser vistos como sistema de equações e conseguiram, por meio deles, entender a ideia de imagens como números a serem encontrados, relacionando imagens a incógnitas.

Para os respondentes, equações, incógnitas e igualdades, nessa ordem, são os conceitos em que a linguagem imagética e os enigmas matemáticos mais auxiliam tanto para o ensino quanto para a aprendizagem de sistemas de equações. E em síntese, para 68% dos participantes do Questionário 2, a linguagem imagética e os enigmas matemáticos facilitaram o entendimento dos conceitos e para 61% que auxiliaram na contextualização, tornando o ensino de sistema de equações mais interessante.

A terceira seção do capítulo 4 apresenta uma série de outros resultados, que embora tenham sido obtidos em análise de dados dos dois momentos procedimentais, acabaram não compondo integralmente os manuscritos das duas primeiras seções. Sobre um outro resultado do Estudo de Campo que pode ser destacado é que o mesmo percentual de 55% dos participantes que afirmaram que conseguiriam resolver um sistema de equações, na questão I), não se manteve quando efetivamente foram convidados a resolver, em que apenas 27% conseguiram acertar a resolução do sistema da questão v).

Se tratando da Sequência Didática, um outro resultado foi uma análise mais detalhada sobre as resoluções dos enigmas matemáticos na *ATIVIDADE IV*, com destaques para: maior número de acertos do que dos erros; os principais erros se relacionaram com operações matemática e dificuldades com as imagens muito parecidas; maioria das resoluções usaram escrita de números próximos às imagens, o que destaca o entendimento destas como incógnitas. Abordando ainda outros resultados da intervenção, a apresentação de análises mais completas ratificou percepções e inferências do manuscrito 5, como o fato das imagens serem elementos facilitadores para o entendimento de problemas, para a compreensão de conceitos relacionados a equações e sistemas de equações, e para a efetivação da contextualização. Mas foi possível também observar na análise desse questionário que, mesmo com o desenvolver das atividades, ainda existem dificuldades dos alunos em compreender a contextualização e quando ela acontece nas aulas.

A análise das gravações também compõe outros resultados da sequência didática. As categorias elencadas na análise dos 4 vídeos retratam, como não poderia ser diferente, alguns pontos já apresentados e discutidos, como a dificuldade dos alunos sobre a contextualização, o potencial das imagens para o entendimento de conceitos ligados a equações e a linguagem algébrica, e o cuidado com o uso adequado e esclarecido de letras e imagens quando se trata de representações de incógnitas, para não se confundir.

Finalizando outros resultados, são apresentadas análises em relação ao diário de bordo do pesquisador. Foram dois documentos analisados, sendo o primeiro com observações sobre as respostas em relação ao Estudo de Campo, em que se verificou: uma maior utilização de números relacionados às imagens no enigma do que as letras no sistema; que houve substituições de imagens por letras nas resoluções de enigmas, aspecto muito interessante na compreensão da relação entre a linguagem imagética e a algébrica; o destaque para os comentários positivos sobre a linguagem imagética e a pesquisa; entre outros.

No segundo documento, com as observações sobre todas as ações, a análise dos apontamentos do pesquisador detalhou alguns aspectos, como a ratificação da não compreensão sobre o termo contextualização em boa parte das turmas no Estudo de Campo, assim como as dificuldades em organizar equações na *ATIVIDADE II*, diferentes comportamentos das turmas, o comentário positivo sobre os *slides* e a observação do pesquisador sobre as imagens auxiliarem em suas explicações, na *ATIVIDADE III*, e o interesse dos alunos em resolver os enigmas, na *ATIVIDADE IV*, na Sequência Didática.

A partir desta síntese dos resultados da pesquisa, espera-se que eles tenham ficado mais evidentes. Essa retomada, aproximando esses achados da próxima seção, colabora com a discussão e articulação entre eles, os aportes teóricos e os autores referenciados na tese.

5.2 Articulando os resultados

Dificuldades em Matemática, incluindo às relacionadas com a área da Álgebra, são identificadas em diversas pesquisas, como as de Costa *et al.* (2016), Goulart *et al.* (2018), Pacheco e Andreis (2018), Susac *et al.* (2014), entre outras. Algumas delas, são mais específicas e se relacionam com a incompreensão dos alunos no uso das

letras e da linguagem algébrica, percepção essa da prática docente do pesquisador e compartilhada com outros pesquisadores, dentre eles Dias e Silva (2019), Estevão (2021), Gil (2008b), Pereira e Sandmann (2017), e que são corroboradas com os resultados obtidos e discutidos até o momento neste trabalho.

Ao buscar explicações para essas dificuldades, alguns fatores podem ser destacados, como questões envolvendo formação e despreparo docente, tanto pedagogos quanto matemáticos, a significativa mudança dos anos iniciais para os finais, a transição do concreto para o abstrato, a linguagem matemática dos anos finais, mais científica, formal, e a própria linguagem algébrica (Oliveira; Roehrs, 2023a). Contudo, a proposta desta pesquisa não foi voltada para o estudo das causas e sim às possibilidades para melhorar esse cenário de dificuldades e facilitar o ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações. Por isso, investigou-se a proposta do uso da linguagem imagética e as imagens contidas em enigmas matemáticos como um recurso.

A compreensão inicial e a confirmação da existência das dificuldades em matemática e álgebra, essas últimas relacionadas a cálculos, falta de contextualização e à linguagem, conforme categorização realizada pelas análises das respostas sobre dificuldades no Estudo de Campo (como consta no Apêndice H e no artigo publicado na Revista da Jornada de Pós-Graduação e Pesquisa - Congrega Urcamp), foram importantes no desenrolar do planejamento e execução das ações, assim como para a ratificação da proposta. O que chama a atenção é que mesmo com a existência de dificuldades com a linguagem algébrica, boa parte dos alunos conseguem, em todos os momentos da pesquisa, ter uma resposta acertada sobre o que são as letras nas equações, relacionando-as e definindo-as acertadamente como incógnitas, como números a serem descobertos. Contudo, isso não se transcreveu em resultados em questões que comparavam enigmas e sistemas, e nas resoluções de ambos, em que boa parte dos alunos optaram em resolver o enigma ao invés do sistema.

Essa constatação dá espaço a uma reflexão sobre a real compreensão dos alunos sobre as letras como incógnitas, de seu papel enquanto signo nas equações. E entende-se que não é clara, uma vez que mais alunos conseguem substituir as imagens por números no enigma do que no sistema, na questão v) do Estudo de Campo, mesmo sendo o mesmo problema.

A opção por usar a linguagem imagética vem com a intenção de se proporcionar uma visão mais concreta e lúdica para o estudo de equações, além de

facilitar a compreensão sobre o papel do signo nas equações. Se tratando de sistema de equações, percebeu-se, desde os primeiros estudos bibliográficos, o potencial dessa linguagem contida nos enigmas matemáticos. Embora o emprego de letras seja mais prático, por ser símbolos de fácil confecção, e importante para a formação matemática dos alunos (Pereira; Sandmann, 2017), uma abordagem menos formal colabora na compreensão inicial das equações e motiva os estudantes a aprenderem esse conteúdo, o que é corroborado pelas opiniões da maioria dos participantes da pesquisa de que os enigmas matemáticos são mais interessantes, divertidos, com mais sentido e significado, motivacionais, se comparados a sistemas de equações, que são inclusive vistos como mais difíceis, e isso em todas ações realizadas.

Cabe o destaque que mesmo quando alguns participantes não têm um discurso pró enigma matemático e uso de imagens, tanto no Estudo de Campo, na Sequência Didática ou em momento de conversas informais ao término das ações, é possível identificar que não há uma rejeição a eles. Isso permite a inferência de que o recurso ligado à linguagem imagética é viável e pode auxiliar na compreensão dos conceitos ligados a equações e sistemas de equações.

Quando se comparou enigma matemático e sistema de equações quanto a se ter sentido e significado, no Estudo de Campo, a maioria dos alunos que assinalaram o sistema de equações relacionou o fato a ser o que é ensinado na escola (55 unidades de registro). É uma colocação interessante e que permite o entendimento de que se a linguagem imagética e os enigmas matemáticos fossem utilizados pelos professores, poderia existir um percentual muito maior de alunos apontando os enigmas como a representação com mais sentido e significado, totalizando 89% dos participantes, percentual resultado da adição dessas 55 unidades de registro e o $n = 79$, que escolheram enigmas, sobre o total $N = 151$ de participantes (Dados do questionário 1). Ainda sobre a comparação, os enigmas terem mais acertos e erros, assim como um menor número de questões “em branco”, ratificam um maior interesse e motivação pelo uso das imagens e dos enigmas, fruto do caráter lúdico e representacional das imagens (Oliveira; Roehrs, 2023b).

Em todas as ações e atividades, a maioria dos erros em resoluções, tanto em sistemas de equações quanto em enigmas matemáticos, corresponderam a dificuldades relacionadas a operações matemáticas e ao entendimento das letras. Segundo Estevão (2021) existe uma relação entre a álgebra e a aritmética, em que deficiências em aritméticas são levadas para o contexto algébrico e para Gomes

(2013), as dificuldades em álgebra são oriundas da transição conceitual da aritmética para álgebra, sendo parte delas vinculadas a própria incompreensão da aritmética.

Sendo assim, essas dificuldades nas operações básicas, identificadas nas análises realizadas, podem ter relação com uma deficiência sobre a compreensão da parte aritmética nas equações, na simplificação, sendo importante uma nova abordagem para expressões algébricas e operações entre termos. Isso pode ser feito com a linguagem imagética, com representações que tem maior ligação com a realidade, caráter mais lúdico e motivacional, facilitando o entendimento dos cálculos em uma conjuntura inicial, para que a linguagem algébrica possa ser melhor compreendida *a posteriori*.

Foi verificado nas respostas dos alunos aos instrumentos de coleta de dados e nas observações do pesquisador que o uso da linguagem imagética e dos enigmas matemáticos foram positivos para a grande maioria dos participantes da pesquisa. Mesmo que os demais tenham expressado um maior interesse nos sistemas de equações e suas representações algébricas, não eram contrários ao seu uso.

Entende-se que essa constatação positiva está diretamente ligada às características de aproximação com o real, capacidade de moldar a imaginação, polissemia, relação com os processos cognitivos e ludicidade (Oliveira; Roehrs, 2023a) da linguagem imagética contida nos enigmas matemáticos. A aproximação com o real e a capacidade de moldar a imaginação, presentes tanto em enigmas no Questionário 1 (frutas e imagens relacionadas ao agro, realidade da campanha) quanto nas propostas e imagens das *ATIVIDADES II e III*, da sequência didática, permitiu uma melhor relação das imagens com o cotidiano, e com isso a conhecimentos prévios, dando mais sentido as equações quando empregada a linguagem imagética; a polissemia faz com que essa linguagem possa ser enquadrada em um contexto matemático, com imagens no papel de incógnitas nas equações, inclusive reduzindo a formalidade matemática que existe em uma linguagem mais científica como a algébrica; os processos cognitivos que são desenvolvidos com as imagens, como a percepção, a associação, a imaginação, a atenção, o raciocínio, que são processo que podem ser observados nas respostas dos alunos; a ludicidade, tanto das imagens como dos próprios enigmas, é muito presente na pesquisa, sendo destacado como um fator motivacional pelos participantes.

Uma discussão necessária ao abordar as características da linguagem imagética diz respeito a aspectos ligados as emoções e sentimentos, que em alguns

momentos foram discutidos nos referenciais dessa tese. Foi possível apurar que embora haja o entendimento de que as imagens possam despertar emoções e sentimentos (Oliveira; Roehrs, 2023a), isso não foi destacado pelos alunos em suas respostas, e na questão específica sobre o que chamava a atenção nas resoluções de enigmas matemáticos, que possuía alternativa de resposta que citava aspectos emocionais (questão *h*), do Questionário 2), apenas um aluno a assinalou. Pode-se inferir que, para o estudo de equações e sistema de equações, os aspectos emocionais não são tão relevantes quanto se imaginava.

Mesmo assim, as demais características citadas ressaltam tanto o caráter representacional das imagens quanto o contextualizador. A linguagem imagética, como múltipla representação, registro de representação semiótico e recurso contextualizador, pode incorporar um contexto significativo ao estudo de sistemas de equações e dar mais sentido ao seu aprendizado, servindo como elemento facilitador da compreensão de conceitos ligados a equações de sistemas de equações.

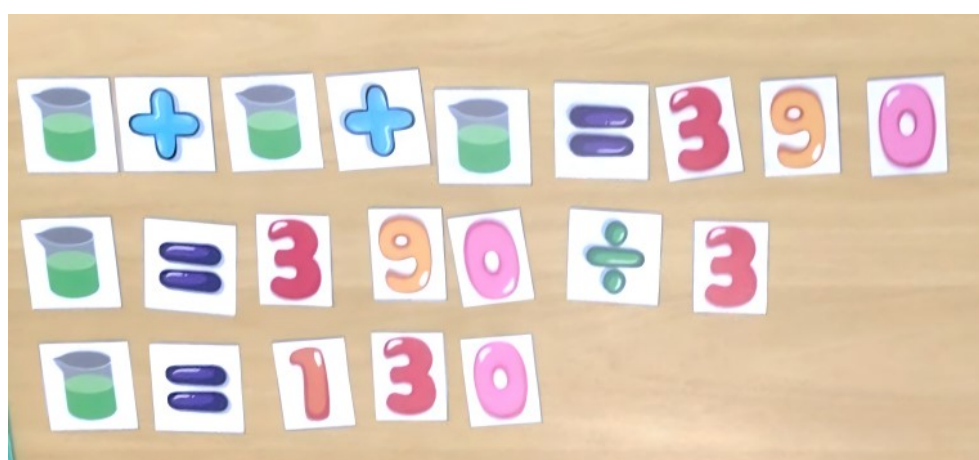
Como uma **múltipla representação**, essa diferente forma de representar (Oliveira; Roehrs, 2024), de expressão voltada ao ensino e aprendizagem (Oliveira; Roehrs, 2023a), por meio de signos compostos de imagens para representar equações de um sistema (os enigmas matemáticos) motivou os alunos a “criar relações, organizar e associar conceitos e significados” (Oliveira; Roehrs, 2024, p. 124) e a trabalhar conceitos em diferentes linguagens (Klein; Laburú, 2012), o que facilitou a sua compreensão, principalmente no que tange ao entendimento das letras em um sistema como sendo um número. Um exemplo para isso pode ser visto à medida que os alunos escrevem números próximos às imagens nos enigmas matemáticos em mais ocorrências se comparado com essa escrita para o sistema de equações.

Por ser uma múltipla representação, foi possível identificar a potencialidade da linguagem imagética para mobilizar os conhecimentos prévios em momentos de contextualização, verificado nas respostas dos alunos em ambos os momentos metodológicos, relacionando às imagens a questões do cotidiano, inclusive o escolar. E isso é positivo, pois segundo Laburú, Barros e Silva (2011), outras representações mais intuitivas, como as imagéticas, podem funcionar como subsunçores. e a partir disso, permitir a para identificação de indícios de uma aprendizagem significativa.

Acerca da linguagem imagética como um **registro semiótico** quando utilizada em equações e sistemas, a visualização de um novo registro de representação

semiótico se entende como possível pelas constatações discutidas ao longo dos referenciais e dos manuscritos, e se verifica em duas possibilidades, pelas construções dos grupos em atividades da sequência didática. Primeiro, como um *registro de representação semiótico escrito simbólico*, citado por Duval (2010), em que a caracterização fica pela utilização de um novo signo empregado para as incógnitas, a imagem, que é usado associado aos sinais de operação e igualdade matemática, como na figura 5.2.1.

Figura 5.2.1 – Exemplo de novo registro de representação semiótico escrito simbólico, apresentando pelo grupo G4.



Fonte: próprio autor.

Além do grupo G4, os grupos G2, G3 e G6 também se valeram desse registro. Ser um novo registro se baseia no fato desse se valer de signos diferentes do registro escrito simbólico usual, que emprega a linguagem algébrica e as letras, e que ainda permite o tratamento. Segundo os participantes da pesquisa, facilita a compreensão e entendimento da equação.

Contudo, em uma segunda possibilidade, quando a equação é representada sem a utilização dos sinais de operações entre os signos, como visto na figura 5.2.2, mesmo assim existe a compreensão dessa representação. Ou seja, tem-se uma conversão, pois difere de outros registros escritos.

Figura 5.2.2 – novo registro de representação semiótico imagético, apresentado pelo grupo G7.



Fonte: próprio autor.

Por isso, considera-se como um novo registro de representação semiótico, diferente dos existentes, e que também vai necessitar de uma nova forma de tratamento entre os signos imagéticos. Diante disso, poderia se considerar esse novo registro como *registro de representação semiótico imagético*.

Assim como o grupo G7, os grupos G1, G5 e G8 utilizaram esse registro imagético em suas resoluções. Os grupos G5 e G8, após encontrarem as soluções e dialogarem com o pesquisador sobre a socialização da resolução aos demais colegas, entenderam ser melhor inserir, em um segundo momento, os sinais de operações

Tratando um pouco mais especificamente a **contextualização**, dois aspectos foram constatados e devem ser considerados: a falta da compreensão da contextualização e do termo em si, para boa parte dos participantes da pesquisa; e o destaque para o papel contextualizador das imagens.

Mesmo em um entendimento mais amplo de contextualização, como sendo momentos de diálogos entre professor e alunos sobre conhecimentos prévios, cotidiano e realidade dos alunos na busca de relações de significados com conhecimentos novos (Oliveira; Roehrs, 2023b), 76% dos pesquisados não lembravam se e como ela ocorreu, e além disso, dos que lembravam, foi muito baixo o percentual de participantes que aproximou sua resposta desse conceito no Estudo de Campo. Com identificação de apenas 20 unidades de registro relacionados ao conceito (11 categorizadas como realidade e 9 como conteúdos matemáticos) e

considerando que cada unidade de registro, neste caso, foi obtida em respostas de alunos distintos²⁸, para o N = 151 tem-se o percentual de apenas 13%.

Com base nessa constatação que as atividades iniciais da sequência didática foram voltadas à contextualização, tanto a primeira, com um diálogo sobre o que os alunos recordavam sobre a linguagem imagética, enigmas matemáticos e sistema de equações, assim como a segunda, com a resolução de uma situação-problema voltada à realidade de cada turma. E mesmo nessas atividades, ainda assim foi possível perceber algumas dificuldades pontuais de alunos sobre o termo contextualização, embora a resposta sobre ter havido a contextualização tenha sido bem positiva, com para 71% dos respondentes do Questionário 2, sobre a intervenção.

Esses números mostram uma evidente necessidade de se ter mais atividades contextualizadoras nas aulas de matemática. Entende-se que a contextualização, no caso do estudo de equações e sistema de equações, deva acontecer preferencialmente em momentos iniciais do desenvolvimento do conteúdo, quando se trabalha os conceitos básicos, principalmente relacionados a incógnitas e igualdades. Esse entendimento é corroborado pelos resultados obtidos da organização e desenvolvimento da sequência didática com essas atividades contextualizadoras nos momentos iniciais da intervenção, nas *ATIVIDADES I e II*

Além disso, é importante que o docente também trabalhe o significado do termo contextualização com seus alunos, de preferência, toda a vez que for contextualizar. Essa necessidade foi identificada tanto no Estudo de Campo, em que praticamente nas 10 turmas foi preciso explicar o termo, mesmo tendo o conceito escrito no Questionário 1, quanto na intervenção, em que em alguns momentos foi preciso explicar novamente o significado do termo, em todas as 4 turmas, como consta na categoria 1 da análise das gravações.

Sobre o destaque positivo do papel das imagens para contextualizar também ficou notória nas análises realizadas, em que os relatos dos participantes indicaram que as imagens remeteram aos seus cotidianos, que conseguiram regatar conhecimentos prévios, tanto matemáticos quanto do dia a dia, e que isso facilitou a compreensão dos conceitos relacionados a equações e sistema de equações.

²⁸ Sobre as respostas de como foi a contextualização, na questão j) do Questionário 1, houve 36 unidades de registro para um total 35 respostas, por isso considerou-se uma unidade de registro para cada aluno.

Ressalta-se a importância do planejamento e escolha adequada de materiais, para que as imagens utilizadas sejam o mais próximo da realidade dos alunos, como foi realizado na *ATIVIDADE II*.

Nos questionários e *ATIVIDADE V* da sequência didática, algumas perguntas foram mais diretas sobre a linguagem imagética e os enigmas matemáticos facilitarem (ou não) o ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações, incluindo nelas um alinhamento com as hipóteses de tese formuladas no intuito de ratificar inferências que, a partir do problema de pesquisa e desde os primeiros estudos, foram se construindo.

Na [questão x](#)), do Questionário 1, que indagava sobre um melhor entendimento do significado das letras ao comparar imagens nos enigmas e letras nos sistemas, 80% dos pesquisados (120 alunos) responderam positivamente. Isso implica que a colaboração das imagens está relacionada com o conceito de incógnita quando representado por letras. Na [questão i](#)) do Questionário 2, os respondentes assinalaram que as imagens auxiliam mais no entendimento dos conteúdos de equações, incógnitas e igualdades, nessa ordem, tanto para o processo de ensino quanto de aprendizagem de sistema de equações, sendo que nenhuma resposta apontou que não colaboravam no ensino, e apenas 1 aluno citou que não colaborava para a aprendizagem. Nesse mesmo questionário, na [questão j](#)), a maioria dos alunos assinalou que os enigmas matemáticos e a linguagem imagética facilitaram o entendimento e a contextualização de conceitos relacionados a equações, tornando o ensino de sistema de equações mais interessante. Apenas um aluno marcou que foi indiferente e nenhum aluno respondeu que não auxiliou.

As respostas dos grupos na *ATIVIDADE V* também foi ao encontro dessas últimas constatações dos questionários, em que a categorização sobre se a linguagem imagética e os enigmas matemáticos facilitam o entendimento dos conceitos envolvendo equações e sistema de equações, e como isso acontece, apontou que a maioria dos grupos entendeu que sim, que facilitou o raciocínio, sendo as imagens atrativas, interessantes e mais fáceis que as letras.

Por fim, vale destacar que além de todos os resultados já apresentados e discutidos nesse capítulo, foram inúmeros os relatos realizados a partir das categorizações, observações e percepções do pesquisador que constata as potencialidades representacionais da linguagem imagética, contida nos enigmas matemáticos, tanto para o ensino quanto para a aprendizagem de equações e

sistemas de equações, que permeiam todo o trabalho de tese. Por isso, entende-se que o objetivo de tese foi alcançado, pois a investigação desenvolvida permitiu a elaboração de inferências sobre a temática

Nas ações de pesquisa desenvolvidas nos momentos procedimentais, as imagens, adjetivadas como interessantes, divertidas, lúdicas, significativas, de fácil compreensão, despontaram como um recurso motivacional e facilitador nos processos de contextualização, ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações, fato igualmente identificado desde as discussões no referencial teórico. Elas se mostraram mais relevantes para a contextualização pela capacidade de relação direta com o cotidiano, e no ensino e aprendizagem para as compreensões de conceitos básicos de equações, igualdades, mas principalmente, relacionados às incógnitas, em que as imagens são mais compreensíveis do que as letras da linguagem algébrica, o que ratifica a hipótese de tese e responde ao problema de pesquisa.

6 CONCLUSÃO

Pode-se dizer que a existência de dificuldades em Matemática, e mais especificamente em Álgebra, é reconhecida tanto pelo senso comum como por dados em pesquisas científicas na área que descrevem essa realidade. Dentre os fatores estudados em relação às dificuldades com a álgebra, um deles diz respeito à linguagem adotada, a falta de compreensão da linguagem algébrica e das letras em equações e sistemas de equações. Por isso é importante que se desenvolvam estudos que consigam identificar potencialidades para minimizar essas dificuldades. Supõe-se que uma outra representação, a linguagem imagética, poderia ser um recurso para auxiliar estudantes no contexto escolar.

Sendo assim, neste trabalho de tese buscou-se investigar, a partir da ótica dos discentes, se a linguagem imagética pode facilitar a contextualização, o ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações, e como essa linguagem contida em enigmas matemáticos pode contribuir nesses processos. Com base nos referenciais estudados e nos resultados obtidos e discutidos, apresentam-se as conclusões obtidas em todo esse processo.

A produção do primeiro artigo, um ensaio acadêmico sobre a temática do uso da linguagem imagética e enigma matemáticos para a transposição das dificuldades com a linguagem algébrica em equações em sistemas de equação, foi muito relevante à medida que esclareceu conceitos e identificou as potencialidades representacionais da linguagem imagética. Além disso, as buscas realizadas para a escrita desse artigo indicaram a necessidade de uma procura mais sistematizada por trabalhos científicos sobre a temática, dando origem ao segundo artigo de revisão sistemática de literatura e a identificação inicial dos aportes teóricos.

A escrita do manuscrito 2, Revisão Sistemática de Literatura trouxe esclarecimentos significativos a respeito da pouca produção científica ligada diretamente a temática, em que não se encontrou nenhum artigo, dissertação ou tese, nos bancos de dados pesquisados, que abordagem diretamente a linguagem imagética e enigmas matemáticos relacionados a equações e sistemas de equações. Mesmo assim, os achados permitiram um fortalecimento a respeito das características e potencialidades da linguagem imagética, principalmente relacionadas às múltiplas representações.

O artigo 3, que organizou e discutiu os aportes teóricos para a tese, abordou as múltiplas representações, a teoria dos registros de representação semiótica e a contextualização como base para o uso da linguagem imagética em um ambiente educacional sobre os conteúdos de equações e sistemas de equações, estudo esse que fortaleceu a tese sobre como a linguagem imagética auxiliaria a contextualização, ensino e aprendizagem de sistemas de equações.

A partir dessas três produções, infere-se que os três primeiros objetivos específicos, de aprofundar conceitos relacionados à linguagem imagética e enigmas matemáticos, avaliar o emprego dessa linguagem e enigmas para o ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações em produções científicas e delimitar bases teóricas para o uso nesse contexto, tenham sido alcançados, servindo como importante suporte para a sequência metodológica da pesquisa.

Mesmo com consideráveis avanços na temática pelos estudos e escritas realizadas, foram os procedimentos metodológicos do Estudo de Campo e do desenvolvimento da Sequência Didática que consolidaram as percepções e hipóteses iniciais sobre o uso da linguagem imagética e enigmas matemáticos. Tais atividades foram desenvolvidas com um público formado por alunos do Ensino Médio de Escolas do município de Alegrete/RS.

Com o Estudo de Campo, que gerou a escrita do manuscrito 4, foi possível identificar percepções dos 151 participantes que responderam perguntas relacionadas à temática no Questionário 1, como a existência de algum nível de dificuldades em matemática e em álgebra para a maioria deles, e que poucos compreendem o sentido de contextualização. Disso, constatou-se a necessidade de ações e recursos, que podem ser organizadas pelos docentes de matemática, que minimizem as dificuldades e melhorem o entendimento do termo e a contextualização dos conteúdos de equações e sistema de equação aos alunos. A análise dos resultados permitiu destacar que a linguagem imagética pode colaborar nesse sentido.

Outro entendimento desse momento procedimental é que, comparando sistema de equações e enigma matemático, existe uma preferência pelo último, que é mais interessante, divertido, com mais sentido e significado e mais fácil. Dentre os argumentos dos participantes, boa parte deles fez referência ao uso de imagens e dos enigmas matemáticos, que receberam os adjetivos de lúdicos, informais, chamativos, interessantes, motivadores, didáticos, fáceis, simples. Alguns participantes afirmam a própria existência de imagens como dando mais sentido e significado aos problemas

pela relação com o cotidiano. Sobre ser o sistema de equações mais difícil, a maioria dos participantes alegam que a linguagem e o uso de letras são os elementos dificultadores.

Uma questão do Estudo de Campo solicitava a resolução de um sistema e um enigma, que na verdade representava o mesmo problema. A análise dos resultados foi muito significativa à medida que identificou uma quantidade maior de resoluções e acertos no enigma, o que leva à conclusão de que, por se tratar de mesmo problema com representações distintas, a linguagem imagética como uma múltipla representação possibilitou um melhor entendimento sobre o problema em si. Esse fato, associado as outras respostas dos alunos exaltando às imagens e os enigmas, permite concluir que as imagens, enquanto símbolo, são mais efetivas do que as letras para a compreensão de incógnita.

Ainda do Estudo de Campo, outras abordagens foram mais diretas sobre o uso de imagens e em uma delas, há um questionamento se as imagens no enigma matemático facilitavam o entendimento das letras no sistema de equações. Dos respondentes, 80% afirmaram que sim e isso retrata a percepção dos alunos sobre a linguagem imagética como um recurso facilitador para o entendimento de equações, mais especificamente sobre as letras e os conceitos de incógnitas.

Somam-se a esses outros resultados, como as observações e percepções registrados no diário de bordo do pesquisador, que indicam uma boa relação das imagens com números a serem descobertos, pela maior utilização de números associados a essas imagens nos enigmas do que às letras nos sistemas, assim como foi destacado o fato de que houve utilização de substituição de imagens por letras, em alguns casos. Isso tudo permitiu depreender que existe um aspecto positivo, que pode ser explorado, da relação entre a linguagem imagética e a algébrica.

Outro destaque diz respeito ao papel do Estudo de Campo enquanto análise preliminar para a concepção e análises *a priori*. Os levantamentos sobre contextualização e uso dos enigmas matemáticos e da linguagem imagética, obtidos no Estudo de Campo, foram essenciais no planejamento da sequência didática.

Dessa forma, por essas conclusões sobre o Estudo de Campo, pode-se dizer que se atingiu o quarto objetivo específico, identificando-se as percepções dos participantes sobre a linguagem imagética e os enigmas matemáticos como um recurso facilitador para o ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações. Tal inferência vai ao encontro da hipótese inicial da tese.

Com o desenvolvimento da sequência didática, que originou o manuscrito 5, as percepções iniciais do pesquisador puderam ser ratificadas por meio da análise dos instrumentos de coleta de dados, Diário de Grupo, Questionário 2 e Diário de bordo. As atividades desenvolvidas nessa intervenção, destinadas para 4 turmas das que já tinham participado do Estudo de Campo, num total de 36 alunos, foram focadas no emprego das imagens para a compreensão de conceitos relacionados a equações e sistemas de equações e potencialidades dos enigmas matemáticos, e no papel contextualizador das imagens para esses conteúdos.

Na compreensão dos conceitos, a análise das respostas dos alunos colhidas nos instrumentos de coleta de dados da sequência didática, destacaram a linguagem imagética em dois aspectos representacionais: como uma múltipla representação e como um registro de representação semiótica. No primeiro, a linguagem imagética como uma diferente representação, conseguiu facilitar a compreensão dos conceitos relacionados a equações e sistema de equações pela associação de conceitos e significados, dentro de um contexto educacional de ensino e aprendizagem. Ainda nesse aspecto, sendo uma múltipla representação, a linguagem imagética pode ter permitido a mobilização de conhecimentos prévios e com isso, a possibilidade de uma aprendizagem significativa. Contudo, isso não figurava como propósito da pesquisa, e por isso não se identificou indícios dessa aprendizagem.

No segundo aspecto infere-se que a compreensão dos conceitos tem relação com a mobilização de um novo registro de representação semiótico, seja ele um diferente registro escrito simbólico, ou um novo registro de representação semiótico, o imagético. Ambos puderam ser visualizados pelas conversões e tratamentos dados aos registros, principalmente durante a resolução da situação-problema da sequência didática, sendo o primeiro identificado pelo uso dos signos de imagens para a representação de incógnitas, associados aos sinais de operação e igualdade na transcrição das equações. O segundo tipo de registro se vale apenas das imagens como incógnitas e o sinal de igualdade e entende-se necessária uma forma diferente de tratamento para os signos imagéticos, e por isso, a inferência a respeito de ser um novo registro semiótico. Mesmo sendo uma constatação, esse aspecto não foi aprofundado na pesquisa, por também não estar dentro do escopo dos objetivos.

Sobre as potencialidades dos enigmas matemáticos, as resoluções dos enigmas matemáticos na intervenção didática, tanto no formato impresso quanto *online*, permitiram a visualização de quanto eles são excelentes recursos que, além

de enfatizar o papel representacional das imagens contidas neles, como números a serem descobertos, as incógnitas, promovem a motivação e interesse dos alunos por toda ludicidade ligada a ele, tanto por ser um jogo quando pela presença das imagens. Entretanto, a atividade de resolução dos enigmas ressaltou o aspecto importante sobre algumas dificuldades com imagens semelhantes, duplicadas ou pela metade, por exemplo, que podem confundir os alunos. Por isso, existe a necessidade de que os professores, ao utilizar os enigmas matemáticos, em um primeiro momento evitem enigmas com tais imagens, e que em seguida trabalhem essas semelhanças e seus significados com os alunos, podendo inclusive ser um espaço para auxiliar no entendimento de dificuldades com as letras.

Em relação à contextualização, ainda foram verificadas algumas dificuldades com o termo em si, mas também um grande destaque para o papel contextualizador das imagens. As respostas dos alunos, tanto no diário de grupo quanto no Questionário 2, enfatizaram o uso das imagens terem sido muito positivo, que facilitou a compreensão da situação-problema e que, para a maioria, houve a contextualização. Destaca-se que tal resultado se relaciona ao emprego de problemas e da linguagem imagética dentro do contexto de cada turma, no caso da sequência didática, os relacionados ao contexto agropecuário, de química e de informática, com imagens relacionadas ao cotidiano dos participantes. A partir desses aspectos se infere que as imagens são recursos contextualizadores para o estudo de equações e sistemas e que o emprego de materiais imagéticos relacionados ao cotidiano dos alunos são recursos motivacionais, que despertaram o interesse e facilitam a compreensão dos problemas para alunos.

Cabe a ressalva que, assim como foi realizado na pesquisa, as situações-problemas e as imagens devem ser escolhidas de acordo com a realidade mais próxima dos alunos. No caso do uso de enigmas para a contextualização, são necessárias a escolha ou até mesmo a elaboração de enigmas matemáticos adequadas, uma vez que nem sempre aqueles prontos da *internet* podem estar apropriados como recurso contextualizador. Também se constatou pelas atividades da pesquisa que a contextualização, enquanto momento de diálogo, troca de experiências entre professor e alunos, relacionada ao estudo de equações e sistemas de equações, tem um bom resultado quando trabalhada no princípio das atividades, principalmente com os conceitos básicos.

Assim como no Estudo de Campo, a atividade voltada à avaliação da Sequência Didática e o Questionário 2 continham perguntas diretas sobre o emprego da linguagem imagética para facilitar o ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações. Em ambos, as respostas foram positivas e ao encontro das hipóteses formuladas para a tese.

Na avaliação, a categorização em relação a essa questão resultou que para a maioria dos participantes as imagens contribuem para o entendimento dos conceitos à medida que elas facilitam o raciocínio, são atrativas, interessantes e mais fáceis que as letras. No Questionário 2, os alunos assinalaram que as imagens auxiliam o professor no processo de ensino com os conceitos de equações, incógnitas e igualdades, nessa ordem, resposta que foi a mesma quando interpelados sobre a colaboração das imagens para a aprendizagem.

Também, no questionário, a maioria dos participantes assinalou a linguagem imagética e os enigmas matemáticos como facilitadores para o entendimento e a contextualização de conceitos relacionados a equações, tornando o ensino de sistema de equações mais interessante. Além disso, em relação ao ensino, as observações do pesquisador sobre o uso das imagens em atividades da sequência didática além de reforçar essa perspectiva dos alunos enfatiza seu papel facilitador, principalmente para ensinar os conceitos de incógnitas. Destaca-se que nenhum aluno apontou que os enigmas não colaboraram, e isso tudo reforça ainda mais as inferências de que a linguagem imagética, contida nos enigmas matemáticos, assim como o próprio enigma, são recursos que facilitam o processo de ensino e aprendizagem de sistema de equações, auxiliando a compreensão dos conceitos relacionados a equações e incógnitas.

Diante desses resultados e inferências sobre a Sequência Didática, entende-se que o quinto objetivo específico foi cumprido visto que a intervenção foi desenvolvida e permitiu investigar uso da linguagem imagética contida nos enigmas matemáticos, destacando essa linguagem e os enigmas como elementos facilitadores.

Em suma, os resultados apresentados e discutidos, somados as inferências realizadas, tanto nos artigos e manuscritos quanto em outros espaços desse trabalho, culminam na **tese** de que **a linguagem imagética é um recurso facilitador o ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações, sendo um elemento potencializador para a contextualização.**

Para o **ensino e aprendizagem**, a linguagem imagética contida nos enigmas matemáticos, como uma **múltipla representação**, auxilia na compreensão dos conceitos ligados a equações e sistemas de equações por apresentar **características que tornam as imagens mais lúdicas, atrativas, motivacionais**, se comparadas as letras em sistemas de equações. Ainda, tanto como uma múltipla representação quanto como um novo **registro de representação semiótico**, as imagens possibilitam **mais sentido e significado** para problemas envolvendo números a serem descobertos, **facilitando** o entendimento do **conceito de incógnitas** e com isso, o de equações. Associado a isso, as imagens também são elementos que **favorecem um vínculo entre a realidade e o cotidiano** dos alunos com conceitos ligados a equações e sistema de equações – destacando o conceito de incógnita, o que auxilia a compreensão dos problemas pela contextualização.

Uma reflexão necessária diz respeito a algumas limitações em relação ao uso da linguagem imagética no processo de ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações. Mesmo facilitando, deve-se observar que seu emprego não pode substituir a linguagem algébrica em toda e qualquer situação. Por exemplo, seria inviável representar imageticamente os termos algébricos que equivalem a uma soma de uma quantidade considerável de parcelas, como por exemplo, $100x$, pela quantidade de imagens a serem usadas. Outra questão a considerar seria os produtos entre imagens, qual o sentido real dessa operação e como se representaria, uma vez que imagens uma ao lado da outra, ou duplicadas, ou ainda sobrepostas, como constam em alguns enigmas matemáticos, indicam uma soma, ou um produto por coeficiente. Tal fato também recai sobre a potenciação, que juntamente com a multiplicação, necessitariam de adaptações na representação imagética. Essas constatações implicam diretamente nas técnicas de resoluções, e dependendo dos termos existentes em uma equação ou sistema, seria difícil ou até mesmo impossível a sua resolução utilizando as imagens.

Sendo assim, se entende a linguagem imagética como um recurso que dá suporte para o entendimento inicial dos conceitos básicos relacionados à sistema de equações, vindo a auxiliar o ensino e aprendizagem dos demais conceitos e técnicas a partir de um melhor entendimento dos conceitos básicos e de forma mais simples, para então se progredir com o conteúdo e a linguagem algébrica. Por isso, sugere-se aos professores, independente de área que atuam, que ao trabalhar conceitos

algébricos que envolvam incógnitas, equações e sistemas de equações, façam uso desse recurso em suas práticas docentes.

Posto isso, entende-se que o problema de pesquisa foi respondido, destacando a linguagem imagética como uma múltipla representação, um registro de representação semiótica e um recurso motivacional, que potencializa a contextualização, e que em função disso tudo confere mais sentido aos problemas e facilita o entendimento de conceitos ligados a equações e sistema de equações, especificamente o de incógnitas, confirmando assim, as hipóteses levantadas.

Por fim, é necessário destacar que mesmo a pesquisa sendo realizada para um público do Ensino Médio pela proximidade dos enigmas matemáticos disponíveis e conhecidos com o conteúdo de sistema de equações desenvolvidos nesse nível, pelas conclusões obtidas é importante a continuidade no estudo, principalmente envolvendo alunos do Ensino Fundamental, em que os conceitos básicos de equações são trabalhados pela primeira vez. O uso da linguagem imagética e dos enigmas matemáticos, com adaptações apropriadas para o nível fundamental, podem reafirmar as conclusões obtidas nesta tese. Além disso, é preciso um aprofundamento sobre a condição da linguagem imagética como um novo registro de representação semiótica quando empregada para equações e sistema de equações, tendo em vista que, por não ser um objetivo inicialmente planejado, não houve um estudo maior nesse sentido. Mesmo sendo identificadas ocorrências de transformações de conversão, as de tratamento não foram exploradas, o que fortalece ainda mais a necessidade de continuidade da pesquisa sobre essa ótica.

7 PERSPECTIVAS

Algumas perspectivas se revelam a partir desta tese, sendo as duas principais, pesquisas sobre a linguagem imagética envolvendo o Ensino Fundamental, na busca de ratificação e fortalecimento de conclusões obtidas com o Ensino Médio, assim como um aprofundamento sobre a linguagem imagética como um novo registro de representação semiótico, tendo em vista que as conclusões obtidas, mesmo com base nos resultados encontrados e discussões elaboradas na tese, ainda são incipientes para uma inferência mais robusta.

Se visualiza que inferências obtidas sobre outras óticas, como a dos professores da Educação Básica, são igualmente significativas, permitindo, inclusive, uma comparação com os resultados obtidos com os alunos, ratificando (ou não) as conclusões obtidas neste trabalho de tese. Outro público que poderia contribuir no aprofundamento da temática é o que se encontra no Ensino Superior. Como o município de Alegrete conta com um curso de Licenciatura em Matemática, observa-se que tanto os docentes quanto os acadêmicos poderiam, a partir de suas percepções, consolidar o papel da linguagem imagética para a contextualização, ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações.

Em relação à produção escrita, existe um vislumbre sobre um manuscrito que possa apresentar a Sequência Didática como um produto educacional, de forma a ser uma referência mais acessível aos professores. Também, os dados coletados fornecem outras formas de análise, como comparações entre realidades diferentes dos participantes, que também podem gerar manuscritos com conclusões que venham a complementar as produzidas na tese.

Além dos aspectos relacionados ao aprofundamento da temática, ao público e as escritas, existem perspectivas em relação ao trabalho de divulgação desses resultados e conclusão da tese. Em um primeiro momento, por meio de diálogos formativos com os professores da área de matemática de todas as escolas coparticipantes, de forma a dar um retorno da pesquisa para essas instituições. Outra possibilidade é o desenvolvimento de formações para se trabalhar a elaboração de materiais imagéticos e sequências didáticas para o ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações. Ainda, identifica-se a alternativa de se propor momentos formativos com os alunos, contendo atividades que utilizem a linguagem

imagética na promoção de um melhor entendimento para os conceitos relacionados a equações e sistemas de equações.

REFERÊNCIAS

- ALENCAR, E. S.; ALMOULOU, S. A. A metodologia de pesquisa: metassíntese qualitativa. **Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v. 25, n. 3, p. 204–219, set./dez. 2017.
- ALVES, L. Jogo, imagem e tecnologia: possibilidades de ludicidade. **Nós da Escola**, Rio de Janeiro, v. 3, n. 34, p. 32-33, 2006.
- ALVES, M. R. *et al.* Revisão de literatura e suas diferentes características. In: FINELLI, L. A. C.; SOARES, W. D. (Org.). **Revisão Bibliográfica: o uso da metodologia para a produção de textos**. 1. ed. Guarujá: Científica Digita, 2022. p.
- ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 9, n. 3, p. 281–307, 1988.
- BARBOSA, E. J. T.; MENDES, A. A. A contextualização no ensino de equações - uma análise em um livro didático antes e depois do PNLD. **Revemat: revista eletrônica de educação matemática**, v. 11, n. 2, p. 363–386, 2016.
- BARDIN, L. Análise de Conteúdo. 1. ed. São Paulo: Edições 70, 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2000.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- COSTA, A. C. C. **Metodologias Ativas no ensino de matemática: uma abordagem com práticas nas aulas de matemática do Ensino Médio**. 2023. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Floriano, 2023.
- COSTA, A. S. *et al.* Investigando as dificuldades apresentadas em Álgebra por alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental. **Revista Destaques Acadêmicos**, v. 8, n. 4, p. 159–176, 2016.
- DIAS, G. F.; SILVA, P. F. Dificuldades encontradas na resolução de equações do 1o grau: análise dos erros de uma turma do 8o ano. In: Congresso Nacional de Educação, 6. 2019, Fortaleza. **Anais [...]**. Fortaleza: Conedu, 2019.
- DIAS, P. N. **As Quatro Operações Fundamentais na Matemática e sua Aplicação no Cotidiano**. Prefeitura de Goiânia - Portal Conexão Escola. 2022. Disponível em: https://sme.goiania.go.gov.br/conexaoescola/ensino_fundamental/matematica-operacoes-matematicas-fundamentais/. Acesso em: 24 maio 2024.
- DUVAL, R. Sémiotique, pensée humaine et activité mathématique. 1. **Amazonia - Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 6, n. 11, p. 126–143, 2010.

EDITORA DE LIVROS. **Seven publicações acadêmicas**, 2024. Disponível em: <https://www.sevenpubli.com/livro/challenges-and-innovations-in-education-scientific-perspectives>. Acesso em: 12 mar. 2024

ENIGMA FRUTA. **PINTEREST**. 2015. Disponível em: <https://br.pinterest.com/pin/442900944596974856/>. Acesso em: 10 jan. 2024.

ESTEVÃO, E. J. O. **Dificuldades na aprendizagem e ensino de Álgebra**: atividades propostas para minimizar essas dificuldades. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional) – Unidade Acadêmica de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2021.

FREIRE, E. Conceituação de Tipos e Metodologias de Pesquisa Estevão. *In*: SILVA, G. M. M.; QUINTELLA, C. M. (Org.). **Metodologia da pesquisa científico-tecnológica e inovação** [Recurso eletrônico on-line]. Salvador: EDIFBA, 2021. v. 1, p. 73–114.

FREITAS, S. L.; MIGUEL, J. C. **Matemática em uma escola do município de Cacoal - Rondônia**: um estudo analítico. *In*: Congresso Nacional de Formação de Professores, 4. 2018. **Anais [...]**. Águas de Lindóia: UNESP, 2018.

GALVÃO, T. F.; PEREIRA, M. G. Revisões sistemáticas da literatura: passos para sua elaboração. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**, v. 23, n. 1, p. 183–184, 2014.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008a.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008b.

GOMES, M. L. M. **Álgebra e Funções na Educação Básica**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

GONZÁLEZ, R. **Jogos Matemáticos**: Enigmas Matemáticos. 2021. Disponível em: <https://www.coquinhos.com/tag/enigmas-matematicos/>. Acesso em: 1 mar. 2024.

GOULART, A. T. *et al.* Dificuldades no aprendizado de matemática: percepção de estudantes de duas escolas públicas de Anita Garibaldi. **Cientefico**, Fortaleza, v. 18, n. 37, p. 1–27, jan./jun. 2018.

GUIMARÃES, R. S.; BARLETTE, V. E.; GUADAGNINI, P. H. A engenharia didática da construção e validação de sequências de ensino: um panorama com foco no ensino de ciências. **Polyphonía**, v. 26, n. 1, p. 211–226, 2015.

KLEIN, T. A. S.; LABURÚ, C. E. Multimodos de Representação e Teoria da Aprendizagem Significativa: Possíveis Interconexões na Construção do Conceito de

Biotecnologia. **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 14, n. 2, p. 137–152, 2012.

LABURÚ, C. E.; BARROS, M. A.; SILVA, O. H. M. Multimodos e múltiplas Representações, aprendizagem significativa e subjetividade: três referenciais conciliáveis da educação científica. **Ciência & Educação**, v. 17, n. 2, p. 469–487, 2011.

LINGUAGEM IMAGÉTICA. **DICIONÁRIO inFormal**. 2013. Disponível em: [https://www.dicionarioinformal.com.br/linguagem imagética/](https://www.dicionarioinformal.com.br/linguagem%20imag%C3%A9tica/). Acesso em: 21 set. 2023.

LOPES, A. L. M.; FRACOLLI, L. A. Revisão sistemática de literatura e metassíntese qualitativa: considerações sobre sua aplicação na pesquisa em enfermagem. **Texto & Contexto – Enfermagem**, Florianópolis, v. 17, n. 4, p. 771–778, out./dez. 2008.

MOREIRA, M. A. ¿Al final, qué es aprendizaje significativo? **Revista Currículum**, p. 29–56, 2012.

MOREIRA, M. A. **Subsídios Teóricos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências**: Comportamentalismo, Construtivismo e Humanismo. 2. ed. Porto Alegre: Ed. do Autor, 2016.

NETO, J. P. O. **Contextualização no ensino de ciências e matemática**: uma proposta de análise de produtos educacionais. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2013.

OLIVEIRA, J. S. **A Engenharia Didática como referencial para a ação pedagógica reflexiva**: o caso da área de figuras planas irregulares com o GeoGebra. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

OLIVEIRA, L. **Questionário 1 - LI - Transcrição**, 2022a. Disponível em: <https://forms.gle/ez5gFu64yj94kCFW8>. Acesso em: 31 mar. 2024.

OLIVEIRA, L. **Questionário 2 - LI - Intervenção**, 2022b. Disponível em: <https://forms.gle/Kqxp5dpPmsDsD6Dh7>. Acesso em: 31 mar. 2024.

OLIVEIRA, L. **Metodologia Pesquisa LI**. Miro. 2024. Disponível em: <https://miro.com>. Acesso em: 28 mar. 2024.

OLIVEIRA, L.; ROEHRS, R. Linguagem imagética na transposição da linguagem algébrica no ensino e aprendizagem da Matemática. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 29, p. 1–17, 2023a.

OLIVEIRA, L.; ROEHRS, R. Linguagem imagética e sistema de equações: Representações semióticas e contextualização como aportes teóricos. *In*: SEVEN

PUBLICAÇÕES. **Challenges and Innovations in Education: Scientific Perspectives**. São José dos Pinhais: Seven Editora, 2023b. p. 1–18.

OLIVEIRA, L.; ROEHRS, R. Linguagem Imagética na Matemática: uma Revisão Sistemática de Literatura com foco em Sistema de Equações. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 17, n. 1, p. 117–126, 2024.

PACHECO, M. B.; ANDREIS, G. D. S. L. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. **Revista Principia**, João Pessoa, v. 1, n. 38, 2018.

PAIS, L. C. **Didática matemática: Uma análise da influência francesa**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PEREIRA, A. Pesquisa Prática e Pesquisa Aplicada em Educação: Reflexões epistemo-metodológicas. **Revista Educação e Cultura Contemporânea**, v. 20, p. 01–21, 2023.

PEREIRA, C. A.; SANDMANN, A. Dificuldades do ensino da álgebra no ensino fundamental: algumas considerações. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**, v. 8, n. 17, p. 1–15, 2017.

PESSANO, E. F. C. *et al.* Contextualizando o ensino a partir de práticas interdisciplinares integradas: usando o rio Uruguai como tema. *In*: PESSANO, E. F. C. *et al.* (Org.). **Contribuições para o ensino de ciências**: alfabetização científica, aprendizagem significativa, contextualização e interdisciplinaridade. 1. ed. Bagé: EdUNIPAMPA, 2017. p. 79–99.

POSSETE, É. E. **Ensino de Ciências**: o uso de imagens e desenhos científicos nas aulas de ciências. *In*: Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE, v. 1, 2014. Curitiba: SEED/PR, 2014.

PROVDANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico**: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

RUPPENTHAL, R. **A habilidade argumentativa e a capacidade de resolver problemas nos anos finais do ensino fundamental**. 2017. Tese (Doutorado em Educação em Ciências) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

SANCHEZ, J. N. G. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica**. Porto Alegre: Artmed, 2004.

SCHONS, E. F. *et al.* A contextualização como ferramenta no ensino de ciências. *In*: PESSANO, E. F. C. *et al.* (Org.). **Contribuições para o ensino de ciências**: alfabetização científica, aprendizagem significativa, contextualização e interdisciplinaridade. 1. ed. Bagé: EdUNIPAMPA, 2017. p. 18–33.

SOARES, N. N.; CARVALHO, M. I. S. S. **Didática da Matemática Francesa**: implicações na formação em exercício de professores dos anos iniciais do ensino

fundamental. *In*: Conferência Interamericana de Educação Matemática, 13. 2011, Recife. **Anais...**Recife: EDUFRB, 2011.

SOBRE NÓS. **Seven publicações acadêmicas**, 2024. Disponível em: <https://www.sevenpubli.com/sobre-nos>. Acesso em: 12 mar. 2024.

SUSAC, A. *et al.* Development of abstract mathematical reasoning: The case of algebra. **Frontiers in Human Neuroscience**, Lausanne, v. 8, p. 1–10, set. 2014.

TIESEN, S. M. C.; ARAUJO, R. R. O ensino de Matemática por meio da contextualização e da pesquisa. **Educação Matemática Debate**, v. 4, n. 10, p. 1–16, 2020.

TRIVILIN, L. R.; RIBEIRO, A. J. Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 29, n. 51, p. 38–59, 2015.

UGALDE, M. C. P.; ROWEDER, C. Sequência didática: uma proposta metodológica de ensino-aprendizagem. **Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico**, v. 6, Edição Especial, p. 1–12, 2020.

VENTURINI, F. E.; PEÇANHA, L. M.; BOLDRINI, T. Ciências Exatas: a leitura como facilitadora da interpretação de imagens e significados. **Mundo Acadêmico**, v. 10, n. 15, p. 20–27, 2016.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZBOROWSKI, C. A.; PIGATTO, A. G. S. Contribuições Da Engenharia Didática Como Metodologia Para O Ensino De Ciências Nos Anos Iniciais. **Vidya**, v. 38, n. 2, p. 71–88, 2018.

APÊNDICES**LISTA DE APÊNDICES**

APÊNDICE A – TCLE e TCLE pais	225
APÊNDICE B – TALE.....	229
APÊNDICE C – Termo de Coparticipação	231
APÊNDICE D – Questionário 1 (Estudo de Campo)	232
APÊNDICE E – Sequência Didática.....	236
APÊNDICE F – Diário de Atividade de Grupo	254
APÊNDICE G – Questionário 2 (Sequência Didática).....	266
APÊNDICE H – Outras análises: Questionário 1	270
APÊNDICE I – Análises Questionário 2	291

APÊNDICE A – TCLE e TCLE pais²⁹**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(TCLE)**

Prezado participante! Você está sendo convidado(a) a participar da pesquisa **“LINGUAGEM IMAGÉTICA NA CONTEXTUALIZAÇÃO, ENSINO E APRENDIZAGEM DE SISTEMA DE EQUAÇÕES”**, desenvolvida por Luciano de Oliveira, discente de Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde - PPGEQVS da UNIPAMPA/Uruguaiana, que pode ser contatado pelo e-mail: lucianodo2.aluno@unipampa.edu.br e pelo telefone (55) 99646-6699, sob orientação do Professor Dr. Rafael Roehrs que pode ser contatado pelo e-mail: rafaelroehrs@unipampa.edu.br ou por telefone: (55) 99952-4367.

O objetivo central do estudo é investigar como a linguagem imagética, associada a enigmas matemáticos, pode contribuir para aprimorar a contextualização, o ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações, auxiliando assim no entendimento da linguagem algébrica. O convite para a sua participação está relacionado ao fato de você estar matriculado(a) no 2º e/ou 3º Ano do Ensino Médio. Sua participação é voluntária, isto é, ela não é obrigatória, e você tem plena autonomia para decidir se quer ou não participar, bem como retirar sua participação a qualquer momento. Você não será penalizado de nenhuma maneira caso decida não consentir sua participação ou desistir da mesma.

Durante a pesquisa será garantido o anonimato e a privacidade ao participante, ou seja, é garantido o sigilo de informação e dos nomes dos participantes. Os dados coletados serão manipulados apenas pelos pesquisadores que se comprometeram com o dever de sigilo e confidencialidade e não farão uso destas informações para outras finalidades. Os dados serão usados para divulgar os resultados da pesquisa e elaborar produtos científicos sem divulgar nomes ou situações que possam gerar constrangimento ao pesquisado.

A sua participação constará em responder um questionário com suas percepções sobre a contextualização, ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações por meio da linguagem imagética e uso de enigmas matemáticos. Após essa atividade, você poderá participar de uma intervenção pedagógica por meio de uma sequência didática com metodologias de ensino próprias da matemática sobre sistemas de equações e enigmas matemáticos, a ser aplicada pelo pesquisador. Em seguida, você pode ser convidado a responder um novo questionário informando suas percepções sobre essa atividade. As respostas aos questionários têm duração aproximada de 30 minutos e a intervenção aproximadamente 50 minutos. Você poderá desistir de participar da pesquisa e retirar seu consentimento a qualquer momento sem qualquer prejuízo. Os questionários serão armazenados e manipulados somente pelos pesquisadores. Ao final da pesquisa, todo material será mantido em arquivo, por cinco anos, conforme a resolução 510/16 do Conselho Nacional de Saúde (CNS) e orientações do Comitê de Ética em Pesquisa da Unipampa (CEP/Unipampa), e ao fim deste prazo, será destruído.

A qualquer momento, durante a pesquisa, ou posteriormente, você poderá solicitar dos pesquisadores informações sobre sua participação e/ou sobre a pesquisa, o que poderá ser feito através dos meios de contato explicitados neste Termo. Você não receberá qualquer vantagem ou retribuição pecuniária por participar da pesquisa. Não haverá necessidade de pagamento ou ressarcimento de despesas uma vez que você não irá arcar com nenhum custo durante a pesquisa. Toda e qualquer despesa será arcada pelo pesquisador. Qualquer dano decorrente da presente pesquisa será custeado pelos pesquisadores e você terá direito à indenização, por meio das vias judiciais como dispõe a resolução nº 510/2016, do CNS.

Espera-se como benefícios desta pesquisa a identificação do potencial da linguagem imagética e dos enigmas matemáticos como instrumentos no processo, colaborando para o enriquecimento das práticas dos professores de matemática e para aprimorar a contextualização, o ensino e a aprendizagem de equações e sistema de equações.

Entende-se que os riscos desta pesquisa podem estar relacionados às situações como: o constrangimento do participante na intervenção didática ou ao responder os questionários; ou referente à compreensão dos instrumentos de pesquisa que serão utilizados. Para eliminar os potenciais riscos, conforme resolução do CONEP 510/2016, serão realizadas: conversas individuais com os participantes da pesquisa, explicando e orientando sobre todos os procedimentos e o objetivo desta, sempre garantindo a preservação do anonimato e a privacidade de todos os sujeitos. O pesquisador responsável pela coleta de dados apresentará os instrumentos de pesquisa e explicará o roteiro de cada instrumento,

²⁹ Nos apêndices, o título e objetivo da pesquisa aparecem em uma versão mais antiga (como consta na RSL), diferentes do que na tese, que em sua versão final, sofreu pequenas alterações na escrita desses elementos.

deixando o participante à vontade para esclarecer dúvidas, assim como colocar-se a disposição para responder situações que se ajustem à realidade do pesquisado e lhe deixem seguro em participar da pesquisa. Caso seja verificada a ocorrência de algum risco, serão tomadas as medidas possíveis tais como interrupção da produção de dados, disponibilização de momentos de escuta e/ou outros encaminhamentos que se fizerem necessários.

Os resultados da pesquisa serão divulgados em forma de artigos, apresentações em seminários e congressos, elaboração de atividades formativas para professores. Além disso, será realizada, após a finalização da tese, uma apresentação em que todas as escolas e participantes serão convidados a assistir. Também serão entregues às escolas participantes uma cópia da tese para acervo da biblioteca.

Ressalta-se que serão seguidos todos os protocolos sanitários exigidos pela situação atual da pandemia e recomendadas pelos órgãos de saúde e escola.

Este termo é redigido em duas vias, que serão assinadas e rubricadas pelo pesquisador e participante e a este será entregue uma via. Em caso de dúvida quanto à condução ética do estudo, entre em contato com o CEP/Unipampa. O Comitê é formado por um grupo de pessoas que têm por objetivo defender os interesses dos participantes das pesquisas em sua integridade e dignidade e, assim, contribuir para que sejam seguidos padrões éticos na realização de pesquisas.

Tel do CEP/Unipampa: (55) 3911-0202, voip 2289

E-Mail: cep@unipampa.edu.br
<https://sites.unipampa.edu.br/cep/>

Endereço: Campus Uruguaiana – BR 472, Km 592
 Prédio Administrativo – Sala 7A

Caixa Postal 118 Uruguaiana – RS
 CEP 97500-970

Contato com o(a) pesquisador(a) responsável, inclusive a cobrar: Rafael Roehrs

Tel: (55) 99952-4367 **E-mail:** rafaelroehrs@unipampa.edu.br

Contato com o(a) pesquisador(a), inclusive a cobrar: Luciano de Oliveira

Tel: (55) 99646-6699 **E-mail:** luciano2.aluno@unipampa.edu.br

Alegrete-RS, ____ de ____ de 2022.

Luciano de Oliveira – (pesquisador de campo)

CONSENTIMENTO PÓS-INFORMAÇÃO

Eu, _____, informo que entendi os objetivos e condições de minha participação na pesquisa intitulada “Linguagem imagética na contextualização, ensino e aprendizagem de sistema de equações” e por isso:

☐
☐

Concordo em participar.

Não concordo em participar.

Assinatura do participante da pesquisa

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PAIS OU RESPONSÁVEIS (TCLE)

O(a) seu(sua) filho(a) está sendo convidado(a) a participar da pesquisa “LINGUAGEM IMAGÉTICA NA CONTEXTUALIZAÇÃO, ENSINO E APRENDIZAGEM DE SISTEMA DE EQUAÇÕES”, desenvolvida por Luciano de Oliveira, discente de Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde - PPGECQVS da UNIPAMPA/Uruguaiana, que pode ser contatado pelo email: lucianodo2.aluno@unipampa.edu.br; e pelo telefone (55) 99646-6699, sob orientação do Professor Dr. Rafael Roehrs, que pode ser contatado pelo email: rafaelroehrs@unipampa.edu.br; e pelo telefone (55) 99952-4367. O objetivo central do estudo é investigar como a linguagem imagética, associada a enigmas matemáticos, pode contribuir para aprimorar a contextualização, o ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações, auxiliando assim no entendimento da linguagem algébrica. Quando se fala de linguagem imagética associada a enigmas matemáticos está se tratando da linguagem que pode ser feita com uso de imagens e figuras, estando ela presente em jogos de desafios matemáticos, os enigmas, que envolvem figuras, sinais de operações matemáticas e números. O convite para a participação do(a) seu(sua) filho(a) está relacionado ao fato de estar matriculado(a) no 2º e/ou 3º Ano do Ensino Médio. A participação é voluntária, isto é, ela não é obrigatória, e você tem plena autonomia para decidir se quer ou não que seu(sua) filho(a) participe, bem como retirar sua participação a qualquer momento. Você não será penalizado de nenhuma maneira caso decida não consentir com a participação ou desistir da mesma.

Durante a pesquisa será garantido o anonimato e a privacidade dos participantes, ou seja, é garantido o sigilo de informação e dos nomes dos participantes. Os dados coletados serão usados apenas pelos pesquisadores que se comprometeram com o dever de sigilo e confidencialidade e não farão uso destas informações para outras finalidades. Os dados serão usados para divulgar os resultados da pesquisa e elaborar produtos científicos sem divulgar nomes ou situações que possam gerar constrangimento ao pesquisado.

A participação do seu(sua) filho(a) na pesquisa será respondendo a questionários e/ou participando de uma aula sobre sistema de equações com uso da linguagem imagética e enigmas matemáticos. As atividades serão realizadas em sala de aula, aplicadas pelo pesquisador que é professor licenciado em matemática, sendo que os questionários têm duração de aproximadamente 30 minutos e a aula de matemática de aproximadamente 50 minutos, sendo desenvolvida com os alunos que concordarem em participar e responder os questionários. Você poderá desistir da participação do seu(sua) filho(a) na pesquisa e retirar seu consentimento a qualquer momento, sem qualquer prejuízo. Os questionários serão guardados e usados somente pelos pesquisadores. Ao final da pesquisa, todo material será mantido em arquivo, por cinco anos, conforme a resolução nº 510/16 do Conselho Nacional de Saúde (CNS) e orientações do Comitê de Ética em Pesquisa da Unipampa (CEP/Unipampa) e ao fim deste prazo, será destruído.

A qualquer momento, durante a pesquisa, ou posteriormente, você poderá solicitar aos pesquisadores informações sobre a participação do seu(sua) filho(a) e/ou sobre a pesquisa, o que poderá ser feito por meio dos contatos contidos neste Termo. Você não receberá qualquer vantagem ou retribuição financeira pela participação na pesquisa e não terá nenhum gasto financeiro. Toda e qualquer despesa será arcada pelos pesquisadores. Qualquer dano decorrente da pesquisa será custeado pelos pesquisadores e você terá direito à indenização, por meio das vias judiciais como dispõe a resolução nº 510/2016, do CNS.

Espera-se como benefícios desta pesquisa a identificação do potencial da linguagem imagética e dos enigmas matemáticos, colaborando para melhorar as práticas dos professores de matemática e melhorando a contextualização, isto é, a relação da vivência e realidade dos alunos com os conteúdos, o ensino e a aprendizagem de equações e sistemas de equações. Entende-se que os riscos desta pesquisa podem estar relacionados às situações como: o constrangimento do participante ao responder os questionários, ao ser observado na aula; ou referente ao entendimento das ações realizadas na pesquisa. Para eliminar os potenciais riscos, conforme resolução do CONEP 510/2016, serão realizadas: conversas individuais com os participantes da pesquisa, explicando e orientando sobre todos os procedimentos e o objetivo desta, sempre garantindo a preservação do anonimato e a privacidade de todos os sujeitos.

O pesquisador responsável apresentará os instrumentos de pesquisa (questionários) e explicará o roteiro, deixando o participante à vontade para esclarecer dúvidas, assim como colocar-se à disposição para responder

situações que se ajustem à realidade do pesquisado e lhe deixem seguro em participar da pesquisa. Caso se perceba algum risco, serão tomadas as medidas possíveis tais como interrupção das atividades, disponibilização de momentos de escuta e/ou outras ações que se fizerem necessárias.

O retorno aos participantes, quanto aos resultados da pesquisa, será realizado após a finalização da tese em uma apresentação em que todas as escolas e participantes serão convidados a assistir. Também serão entregues às escolas participantes uma cópia da tese para consulta na biblioteca. Os resultados da pesquisa serão publicados em forma de artigos, trabalhos apresentados em seminários ou congressos, mas nunca serão informados os nomes dos participantes, portanto a identidade de seu(sua) filho(a) será mantida em sigilo.

Ressalta-se que serão seguidos todos os protocolos sanitários exigidos pela situação atual da pandemia e recomendadas pelos órgãos de saúde e escola.

Este termo é escrito em duas vias, que serão assinadas e rubricadas pelo pesquisador e o responsável pelo(a) participante e a este será entregue uma via. Em caso de dúvida quanto à condução ética do estudo, entre em contato com o CEP/Unipampa. O Comitê é formado por um grupo de pessoas que têm por objetivo defender os interesses dos participantes das pesquisas em sua integridade e dignidade e, assim, contribuir para que sejam seguidos padrões éticos na realização de pesquisas.

Tel do CEP/Unipampa: (55) 3911-0202, voip 2289

E-Mail: cep@unipampa.edu.br
<https://sites.unipampa.edu.br/cep/>

Endereço: Campus Uruguaiana – BR 472, Km 592

Prédio Administrativo – Sala 7A

Caixa Postal 118 Uruguaiana – RS

CEP 97500-970

Contato com o(a) pesquisador(a) responsável, inclusive a cobrar: Rafael Roehrs

Tel: (55) 99952-4367 **E-mail:** rafaelroehrs@unipampa.edu.br

Contato com o(a) pesquisador(a), inclusive a cobrar: Luciano de Oliveira

Tel: (55) 99646-6699 **E-mail:** lucianodo2.aluno@unipampa.edu.br

Alegrete-RS, ____ de _____ de 2022.

Luciano de Oliveira – (pesquisador de campo)

CONSENTIMENTO PÓS-INFORMAÇÃO

Informo que entendi os objetivos e condições de participação do meu(minha) filho(a) na pesquisa intitulada “Linguagem imagética na contextualização, ensino e aprendizagem de sistema de equações” e concordo em participar.

Eu, _____ (nome do responsável) concordo que o menor _____ (nome completo do menor de 18 anos), que está sob minha tutela, participe da pesquisa.

☐ Autorizo o registro de imagens por foto e filmagem das intervenções.

☐ Não autorizo o registro de imagens por foto/filmagem das intervenções.

Assinatura do Responsável Legal

APÊNDICE B – TALE

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)

Prezado participante! Você está sendo convidado(a) a participar da pesquisa **“LINGUAGEM IMAGÉTICA NA CONTEXTUALIZAÇÃO, ENSINO E APRENDIZAGEM DE SISTEMA DE EQUAÇÕES”**, desenvolvida por Luciano de Oliveira, discente de Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde - PPGEQVS da UNIPAMPA/Uruguaiana, que pode ser contatada pelo e-mail: luciano2.aluno@unipampa.edu.br e pelo telefone (55) 99646-6699, sob orientação do Professor Dr. Rafael Roehrs que pode ser contatado pelo e-mail: rafaelroehrs@unipampa.edu.br ou por telefone: (55) 99952-4367. Seus pais ou responsáveis legais permitiram que você participe.

O objetivo central do estudo é investigar como a linguagem imagética, associada a enigmas matemáticos, pode contribuir para aprimorar a contextualização, o ensino e aprendizagem de equações e sistema de equações, auxiliando assim no entendimento da linguagem algébrica. Quando se fala de linguagem imagética associada a enigmas matemáticos está se tratando da linguagem que pode ser feita com uso de imagens e figuras, estando ela presente em jogos de desafios matemáticos, os enigmas, que envolvem figuras, sinais de operações matemáticas e números. Você só precisa participar da pesquisa se quiser e se sentir à vontade, é um direito seu e não haverá nenhum problema se não quiser participar ou desistir.

A pesquisa será realizada na sua escola, na sala de aula, nos horários da disciplina de matemática, de preferência com o professor regente presente. Ao participar, você vai responder um questionário com suas percepções sobre o uso de imagens para compreender melhor o estudo de equações e sistema de equações. Após essa atividade, você pode participar de uma outra atividade em sala de aula, mais especificamente uma aula sobre sistema de equações com o uso da linguagem imagética e enigmas matemáticos. Em seguida, você pode ser convidado a responder um novo questionário informando suas percepções sobre essa atividade. As respostas aos questionários têm duração aproximada de 30 minutos e a aula de 50 minutos. Durante a realização das atividades é possível ocorrer algum tipo de constrangimento. Caso se perceba algum risco, serão tomadas as medidas possíveis tais como interrupção das atividades, disponibilização de momentos de escuta e/ou outras ações que se fizerem necessárias.

Caso aconteça algo errado, você pode nos procurar pelos telefones informados neste termo (inclusive a cobrar). Mas há coisas boas que podem acontecer como, após a pesquisa, os resultados virem a colaborar para melhorar as práticas dos professores de matemática melhorando o ensino de equações e sistema de equações, além da sua aprendizagem sobre esse assunto, que pode vir a se tornar mais contextualizada, isto é, relacionada a sua vivência e sua realidade, e efetiva, beneficiando a todos.

Você não terá nenhum gasto financeiro com a pesquisa, qualquer dano decorrente da pesquisa será custeado pelos pesquisadores e toda e qualquer despesa será arcada pelos pesquisadores. Você não receberá qualquer vantagem ou retribuição financeira por participar da pesquisa. Ninguém, além do pesquisador, saberá que você está participando desta pesquisa.

O retorno aos participantes, quanto aos resultados da pesquisa, será realizado após a finalização da tese em uma apresentação em que todas as escolas e participantes serão convidados a assistir. Também serão entregues às escolas participantes uma cópia da tese para consulta na biblioteca. Os resultados da pesquisa serão publicados em forma de artigos, trabalhos apresentados em seminários ou congressos, mas nunca serão informados os nomes dos participantes, portanto sua identidade será mantida em sigilo.

Ressalta-se que serão seguidos todos os protocolos sanitários exigidos pela situação atual da pandemia e recomendadas pelos órgãos de saúde e escola.

Este termo é escrito em duas vias, que serão assinadas e rubricadas pelo pesquisador e pelo participante, que receberá uma via. Em caso de dúvida quanto à condução ética do estudo, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa da Unipampa (CEP). O Comitê é formado por um grupo de pessoas que têm por objetivo

defender os interesses dos participantes das pesquisas em sua integridade e dignidade e, assim, contribuir para que sejam seguidos padrões éticos na realização de pesquisas.

Tel do CEP/Unipampa: (55) 3911-0202, voip
2289E-Mail: cep@unipampa.edu.br
<https://sites.unipampa.edu.br/cep/>

Endereço: Campus Uruguaiana – BR 472, Km
592Prédio Administrativo – Sala 7A

Caixa Postal 118 Uruguaiana –
RSCEP 97500-970

Contato com o(a) pesquisador(a) responsável, inclusive a cobrar: *Rafael Roehrs*

Tel: (55) 99952-4367 **E-mail:** rafaelroehrs@unipampa.edu.br

Contato com o(a) pesquisador(a), inclusive a cobrar: *Luciano de Oliveira*

Tel: (55) 99646-6699 **E-mail:** luciano2.aluno@unipampa.edu.br

Alegrete-RS, ____ de _____ de 2022.

Luciano de Oliveira – (pesquisador de campo)

CONSENTIMENTO APÓS INFORMAÇÕES:

Eu, _____, aceito participar da pesquisa “Linguagem imagética na contextualização, ensino e aprendizagem de sistema de equações”. Entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que a qualquer momento posso dizer “não” e desistir e que não haverá nenhum problema quanto a isso. Os pesquisadores vão conversar comigo e meus responsáveis caso eu tenha qualquer dúvida.

Recebi uma via deste termo de assentimento, li e concordo em participar da pesquisa.

☐ Autorizo o registro de imagens por foto e filmagem das intervenções.

☐ Não autorizo o registro de imagens por foto/filmagem das intervenções.

Assinatura do participante da pesquisa

APÊNDICE C – Termo de Coparticipação



TERMO DE COPARTICIPAÇÃO

Os pesquisadores Prof. Me. Luciano de Oliveira e Prof. Dr. Rafael Roehrs responsáveis pela execução da pesquisa intitulada “Linguagem Imagética na contextualização, ensino e aprendizagem de sistema de equações” solicitam autorização para realização da referida pesquisa nesta instituição, que em caso de aceite passa a ser coparticipante do projeto. A autorização fica **condicionada à prévia aprovação pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UNIPAMPA** (Prédio Administrativo da Universidade Federal do Pampa, Campus Uruguaiana – BR 472, Km 592 – Uruguaiana – RS – telefones: (55) 3911 0200 – Ramal: 2289 (55) 3911 0202, – e-mail: cep@unipampa.edu.br) devidamente registrado junto à Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP/MS), respeitando a legislação em vigor sobre ética em pesquisa em seres humanos no Brasil (Resolução do Conselho Nacional de Saúde nº 466/12 e regulamentações correlatas).

Em resposta a solicitação:

Eu, *Nome do(a) responsável da direção*, ocupante do cargo de *Cargo do responsável da direção*, autorizo a realização, na *Nome da escola ou instituição*, da pesquisa **“Linguagem Imagética na contextualização, ensino e aprendizagem de Sistema de Equações”** sob a responsabilidade dos pesquisadores **Prof. Me. Luciano de Oliveira e Prof. Dr. Rafael Roehrs**, tendo como objetivo primário: **investigar como a linguagem imagética, associada a enigmas matemáticos, pode contribuir para aprimorar a contextualização, o ensino e aprendizagem de equações e sistemas de equações, auxiliando assim no entendimento da linguagem algébrica.**

Afirmo que fui devidamente orientada sobre a finalidade e objetivos da pesquisa, bem como sobre a utilização de dados exclusivamente para fins científicos e que as informações a serem oferecidas para o pesquisador serão guardadas pelo tempo que determinar a legislação e não serão utilizadas em prejuízo desta instituição e/ou das pessoas envolvidas, inclusive na forma de danos à estima, prestígio e/ou prejuízo econômico e/ou financeiro. Além disso, durante ou depois da pesquisa é garantido o anonimato dos sujeitos e sigilo das informações.

Esta instituição está ciente de suas corresponsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa, e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos participantes da pesquisa nela recrutados, dispondo da infraestrutura necessária para tal.

Alegrete, _____ de _____ de 2022.

Assinatura do responsável e carimbo e/ou CNPJ da instituição coparticipante.

APÊNDICE D – Questionário 1 (Estudo de Campo)



Pesquisa: Linguagem Imagética na Contextualização, Ensino e Aprendizagem de Sistema de Equações



1º Questionário: percepções dos discentes

1) Perfil

- a) Qual o seu nome? _____
- b) Qual a sua Idade, em anos? _____
- c) Em que escola você estuda? _____
- d) Qual a rede de ensino da sua escola?
☐ federal. ☐ estadual. ☐ municipal. ☐ particular.
- e) Qual o ano que você estuda?
☐ 2º Ano. ☐ 3º Ano.
- f) Em relação a sua situação sobre já ter cursado o ano assinalado:
☐ 1ª vez que curso este ano do EM. ☐ já repeti este ano do EM.



2) Específicas

- g) Sobre o seu nível de dificuldades em matemática, você considera que:
☐ não tenho dificuldades.
☐ tenho poucas dificuldades.
☐ tenho dificuldades.
☐ tenho muitas dificuldades.
- h) A álgebra é a área da matemática que estuda equações, sistema de equações, fórmulas, etc. São exemplos de expressões abordadas pela álgebra as estruturas:



$$x + y = 7 \qquad \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x + y = -1 \end{cases} \qquad A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Em relação a essa área, qual o nível de dificuldade que você tem?

- ☐ não tenho dificuldades.
☐ tenho poucas dificuldades.
☐ tenho dificuldades.
☐ tenho muitas dificuldades.

- i) Considerando o nível de dificuldade assinalado, por que você escolheu aquele valor?

(Você pode assinalar mais de uma resposta)

- () os conteúdos não fazem parte do meu dia a dia.
 () não consigo relacionar os conteúdos com outros conhecimentos.
 () não entendo a linguagem.
 () não consigo realizar os cálculos necessários.
 () não tenho dificuldades.
 () outro: _____

Você poderia detalhar melhor o porquê dessa resposta assinalada? _____

- j) Considerando contextualização como sendo o momento em que professor e alunos dialogam sobre conhecimentos anteriores, cotidiano e realidade dos alunos, para que sejam desenvolvidas relações de significados com novos conhecimentos.

Você lembra da contextualização para estudar equações e sistema de equações?

- () sim. () não.

Se sim, poderia descrever como foi? _____

- k) Em equações, como $x + y = 3$, você entende o significado das letras?

- () sim. () não.

Em caso afirmativo, qual seria o significado das letras nas equações? _____

- l) Você conseguiria resolver um problema envolvendo sistema de equações, como este?

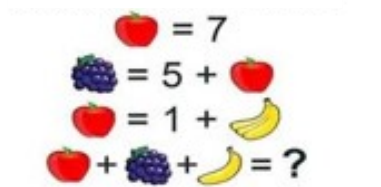
Resolva o sistema de equações:
$$\begin{cases} x + 2y + z = 7 \\ -x - 2y + z = -1 \\ x - 2y + z = 3 \end{cases}$$

- () sim. () não.

Em caso negativo, qual(ais) são as suas dificuldades? _____

- m) Você conhece Enigmas Matemáticos, como este:

TESTE SEU RACIOCÍNIO



- () sim. () não.

n) Você se sentiria motivado a resolver este enigma?

() sim. () não.

o) Independente da sua motivação, você saberia qual a resposta para o valor do cacho de uva?

() 2 () 7 () 12

p) Você conseguiria dizer de que maneira encontrou o valor?

() chutei o valor.

() usei o método da substituição.

() fui atribuindo valores até a igualdade ser verdadeira.

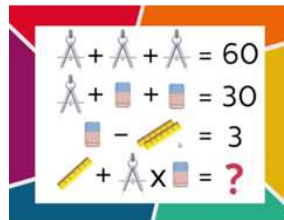
() outro: _____

q) Se você fosse apresentado a esses dois problemas, qual você se sentiria mais interessado para resolver?

Dado o sistema de equações:

$$\begin{cases} a + a + a = 60 \\ a + b + b = 30 \\ b - 2c = 3 \\ c + a.b = d \end{cases}$$

Qual o valor de d ?



Qual o valor da ? ?

() sistema de equações.

() enigma matemático.

r) Para você, qual seria o mais divertido de resolver?

() sistema de Equações.

() enigma matemático.

Por quê? _____

s) Qual tem mais significado e sentido com a sua realidade?

() sistema de equações.

() enigma matemático.

Por quê? _____

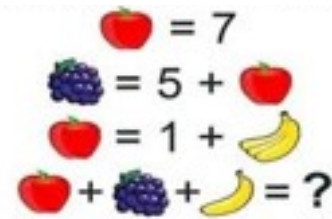
t) Sobre a dificuldade para entender e resolver, qual você pensa ser o mais difícil?

() sistema de equações.

() enigma matemático.

Por quê? _____

TESTE SEU RACIOCINIO



- u) Você pensa que uso de imagens de outros objetos ou coisas traria mais sentido e significado para você e para problemas matemáticos que envolvem equações e sistemas de equações?

() sim. () não. () é indiferente.

Se sim, para você, quais imagens seriam mais significativas? _____

- v) Convidamos você agora a se desafiar e responder os problemas. Você pode responder os dois ou apenas um:

Dado o sistema de equações:

$$\begin{cases} x + x + x = 30 \\ x + 2y + 2y = 18 \\ 2y - z = 2 \\ z + x \cdot y = t \end{cases}$$

Qual o valor de t ?

$t =$ _____



$? =$ _____

- w) Em relação aos dois problemas, tendo resolvido ou não um deles ou os dois, você observou algo que lhe chamou a atenção?

() sim () não

Se sim, o que você observou? _____

- x) Para você, ao visualizar as imagens nos enigmas matemáticos e compará-las com as letras nas equações e sistemas de equações, possibilitaria um melhor entendimento do significado das letras?

() sim. () não.

- y) Use este espaço se quiser fazer algum comentário.

A sua participação nessa pesquisa foi muito importante!

Agradecemos a sua colaboração!

Prof. Ms. Luciano de Oliveira



APÊNDICE E – Sequência Didática

OBSERVAÇÃO: para o desenvolvimento das intervenções, os planejamentos foram escritos separadamente, reunidos neste formato integrado para comporem este apêndice da tese. As atividades ou ações diferentes são identificadas pelos códigos das turmas, em letra azul e entre parênteses.

Sequência didática: Linguagem algébrica e imagética: contextualizando e explorando conceitos envolvendo sistema de equações

Nome:

- Luciano de Oliveira

Escolas:

- **(1)** EMEB João André Figueira (AF) – Polo Durasnal
- **(2)** Instituto Federal Farroupilha (IFFar) – *Campus Alegrete*

Turmas:

- **(1 – AF)** – 1º, 2º e 3º anos – EMEB AF
- **(2 – 3A)** – 3ºA – Téc. Agropecuária – IFFar
- **(2 – Q20)** – Q20 – Téc. Química – IFFar
- **(2 – T21)** – T21 – Téc. Informática – IFFar

Datas - horas (nº de períodos):

- **(2 – 3A)** – 31/10/2022 – 13:20h (2 períodos: Tarde 1 e 2 – 100min)
- **(2 – Q20)** – 04/11/2022 – 13:20h (2 períodos: Tarde 1 e 2 – 100min)
- **(1 – AF)** – 08/11/2022 – 13:30h (2 períodos: Tarde – 100min)
- **(2 – T21)** – 09/11/2022 – 10:00h (2 períodos: Manhã 3 e 4 – 100min)

Conteúdos:

- Equações e Sistema de Equações

Conhecimentos desenvolvidos:

- Contextualização: equação, operações numéricas; igualdade; **(1 – AF)** e **(2 – 3A)**: e medidas de massa; **(2 – Q20)**: frascos e vidrarias; medidas de volume; **(2 – T21)**: capacidade de memórias de computadores.
- Desenvolvimento: Operações matemáticas e propriedades; Igualdade; Princípios de equivalência; Incógnitas e variáveis; Equação; Sistema de Equação.

Legenda de Cores: - VERMELHO: respostas esperadas.

- VERDE: outras expectativas.

Momentos das aulas:

1º (10 min)

Acomodação da turma e explicação sobre as atividades; Separação da turma em dois grupos.

Nesse momento o professor irá apresentar a proposta de seguimento da pesquisa, por meio da Sequência Didática, falando sobre as 5 atividades. Na sequência, irá separar a turma em dois grupos que farão atividades iguais, mas algumas vezes com materiais/formas diferentes. Na separação, o grupo, deverá escolher um nome e eleger um relator, que ficará responsável pelo preenchimento do Diário de Atividade do Grupo, que será entregue a cada grupo.

2º (15 min)

ATIVIDADE I: relembando...

Será questionado aos alunos sobre a linguagem imagética e os enigmas matemáticos de equações, o que se lembram do que foi trabalhado em questionário no encontro anterior da pesquisa, assim como as suas percepções sobre o uso de deles e das imagens como linguagem. Será solicitado que o relator registre as percepções do grupo no diário, e posteriormente, haverá a apresentação oral para a turma destes por um integrante de cada grupo.

Espera-se que os alunos lembrem da relação entre enigmas e sistemas, entre as imagens e as incógnitas.

Além disso, que citem aspectos positivos das imagens relacionadas à motivação, lúdico, emocional, etc. Em contrapartida, os alunos podem não querer falar, ou não lembrar. Caso isso aconteça, o professor irá motivar a conversar, comentando alguns aspectos observados durante a aplicação dos questionários do Estudo de Campo.

3º (20min)

ATIVIDADE II: resolvendo um problema...

OBSERVAÇÃO: essa atividade era distinta para cada turma em seu contexto.

(2 – 3A): contexto agropecuário.

Neste momento, será apresentada uma situação-problema com vista a contextualização. Inicialmente, será questionado aos alunos se eles já compraram frutas e se observaram e as relações delas com números, como preço, massa, capacidade de embalagens, por exemplo.

Depois de comentado as respostas, será solicitado que um grupo busque encontrar a solução usando material concreto (frutas reais, pratos plásticos e material dourado para a contagem) e imagens de sinais de operações e igualdade, se precisarem; e outro usando imagens das frutas, dos sinais de operação e de igualdade. Cada grupo deve organizar uma estratégia de resolução e responder as

questões da atividade, o relator deve registrar essa estratégia no diário e por fim, um integrante deve apresentar para a turma o que o grupo pensou.

Observe e resolva a seguinte situação-problema:

Ao comprar frutas em uma fruteira orgânica, uma pessoa se deparou com dois tipos de embalagens: uma com 3 pêssegos; outra com um pêssego e dois figos. Embora os pacotes apresentassem o valor total da massa delas, não dizia quanto cada fruta dentro da embalagem possuía, individualmente. Supondo que nas embalagens as frutas tenham a mesma massa, e que os pacotes tinham, respectivamente, 63 e 47 gramas, qual o valor da massa de cada fruta?*

**o que chamamos comumente de peso.*

2) Responda:

a) Que material o grupo usou? () material concreto () imagens

b) Quais as estratégias que o grupo adotou para encontrar uma resposta para a situação?

Espera-se que os alunos consigam explicar a estratégia, sendo a mais provável separação em conjuntos.

c) Quais as dificuldades e as facilidades que o grupo encontrou em relação à resolução do problema?

Facilidades: visualizar melhor, não confundir letras, etc.

Dificuldades: entender como posicionar os objetos (imagens), explicar no diário, etc.

d) O grupo optou por usar alguma outra representação além das disponibilizadas na atividade? Quais? O grupo usou letras?

Seria interessante que, nesse momento, a não utilização das letras não acontecesse, mas existe a possibilidade.

Espera-se que seja a situação seja relacionada ao contexto dos alunos, tendo em vista que são da área da agropecuária, e além disso, fruta foi uma das imagens levantadas nos questionários.

Espera-se que os alunos consigam manipular os objetos (imagens) e os materiais de contagem (números e sinais), formando grupos para compararem objetos e contagem. No caso das imagens, pode acontecer dos alunos usarem algumas operações comuns da álgebra e das equações, como “somar os três pêssegos” e escrever $3p$.

Caso os alunos não consigam realizar as relações e isolar os valores, serão passadas algumas dicas que auxiliem eles nessa etapa. Ainda pode acontecer dos alunos utilizarem apenas a resolução escrita. Será solicitado para o grupo usar os materiais em apoio a escrita.

(2 – Q20): contexto de química.

Neste momento, será apresentada uma situação-problema com vista a contextualização. Inicialmente, será questionado aos alunos se eles já utilizaram as vidrarias da química no curso ou se

já viram em algum lugar e as relações delas com números, como capacidade, volume, valores, por exemplo.

Depois de comentado as respostas, será solicitado que um grupo busque encontrar a solução usando material concreto (frascos, pratos plásticos e material dourado para a contagem) e imagens de sinais de operações e igualdade, se precisarem; e outro usando imagens dos frascos, dos sinais de operação e de igualdade. Cada grupo deve organizar uma estratégia de resolução e responder as questões da atividade, o relator deve registrar essa estratégia no diário e por fim, um integrante deve apresentar para a turma o que o grupo pensou.

Observe e resolva a seguinte situação-problema:

Em um laboratório, um aluno do Curso Técnico em Química identificou que alguns recipientes tipo Becker e Proveta estavam com as marcações de graduação apagadas. Ele decidiu então verificar as capacidades deles cheios até a borda. Para isso, usou líquidos que estavam contidos em outros dois frascos especiais, que ele sabia exatamente os volumes: 390mL e 250mL. Ao experimentar esses volumes nos frascos sem marcação, notou o seguinte: 3 copos Becker conseguiram acomodar os 390mL; e 1 copo Becker e 2 Provetas ficaram cheios com os 250mL. A partir disso, ele conseguiu encontrar as capacidades exatas do copo Becker e da Proveta quando cheios até a borda. Quais seriam essas capacidades?

2) Responda:

a) Que material o grupo usou? () material concreto () imagens

b) Quais as estratégias que o grupo adotou para encontrar uma resposta para a situação?

Espera-se que os alunos consigam explicar a estratégia, sendo a mais provável separação em conjuntos.

c) Quais as dificuldades e as facilidades que o grupo encontrou em relação à resolução do problema?

Facilidades: visualizar melhor, não confundir letras, etc.

Dificuldades: entender como posicionar os objetos (imagens), explicar no diário, etc.

d) O grupo optou por usar alguma outra representação além das disponibilizadas na atividade? Quais? O grupo usou letras?

Seria interessante que, nesse momento, a não utilização das letras não acontecesse, mas existe a possibilidade.

Espera-se que seja a situação seja relacionada ao contexto dos alunos, tendo em vista que são da área da química.

Espera-se que os alunos consigam manipular os objetos (imagens) e os materiais de contagem (números e sinais), formando grupos para compararem objetos e contagem. No caso das imagens, pode acontecer dos alunos usarem algumas operações comuns da álgebra e das equações, como “somar os três Becker” e escrever 3b.

Caso os alunos não consigam realizar as relações e isolar os números, serão passadas algumas dicas que auxiliem eles nessa etapa. Ainda pode acontecer dos alunos utilizarem

apenas a resolução escrita. Será solicitado para o grupo usar os materiais em apoio a escrita.

(1 – AF)

Neste momento, será apresentado uma situação-problema com vista a contextualização. Inicialmente, será questionado aos alunos se eles já compraram frutas e se observaram e as relações delas com números, como preço, massa, capacidade de embalagens, por exemplo.

Depois de comentado as respostas, será solicitado que um grupo busque encontrar a solução usando material concreto (frutas reais, pratos plásticos e material dourado para a contagem) e imagens de sinais de operações e igualdade, se precisarem; e outro usando imagens das frutas, dos sinais de operação e de igualdade. Cada grupo deve organizar uma estratégia de resolução e responder as questões da atividade, o relator deve registrar essa estratégia no diário e por fim, um integrante deve apresentar para a turma o que o grupo pensou.

Observe e resolva a seguinte situação-problema:

Ao comprar frutas em uma fruteira orgânica, uma pessoa se deparou com dois tipos de embalagens: uma com 3 pêssegos; outra com um pêssago e dois figos. Embora os pacotes apresentassem o valor total da massa delas, não dizia quanto cada fruta dentro da embalagem possuía, individualmente. Supondo que nas embalagens as frutas de mesmo nome tenham a mesma massa, que o pacote com 3 pêssegos tenha 60 gramas e que outro pacote, com um pêssago e dois figos tenha 44 gramas, qual o valor da massa de cada fruta?*

**o que chamamos comumente de peso.*

2) Responda:

a) Que material o grupo usou? () material concreto () imagens

b) Quais as estratégias que o grupo adotou para encontrar uma resposta para a situação?

Espera-se que os alunos consigam explicar a estratégia, sendo a mais provável separação em conjuntos.

c) Quais as dificuldades e as facilidades que o grupo encontrou em relação à resolução do problema?

Facilidades: visualizar melhor, não confundir letras, etc.

Dificuldades: entender como posicionar os objetos (imagens), explicar no diário, etc.

d) O grupo optou por usar alguma outra representação além das disponibilizadas na atividade? Quais? O grupo usou letras?

Seria interessante que, nesse momento, a não utilização das letras não acontecesse, mas existe a possibilidade.

Espera-se que seja a situação seja relacionada ao contexto dos alunos, tendo em vista que tanto alunos como a escola são de zona rural e devem conviver com um contexto agropecuário, e além disso, fruta foi uma das imagens levantadas nos questionários.

Espera-se que os alunos consigam manipular os objetos (imagens) e os materiais de contagem (números e sinais), formando grupos para compararem objetos e contagem. No caso das imagens, pode acontecer dos alunos usarem algumas operações comuns da álgebra e das equações, como “somar os três pêssegos” e escrever 3p.

Caso os alunos não consigam realizar as relações e isolar os valores, serão passadas algumas dicas que auxiliem eles nessa etapa. Ainda pode acontecer dos alunos utilizarem apenas a resolução escrita. Será solicitado para o grupo usar os materiais em apoio a escrita.

(2 – T21): contexto de informática.

Neste momento, será apresentada uma situação-problema com vista a contextualização. Inicialmente, será questionado aos alunos se eles já fizeram a substituição de peças de computador e se eles conhecem as memórias RAM e as relações delas com números, como capacidade, por exemplo.

Depois de comentado as respostas, será solicitado que um grupo busque encontrar a solução usando material concreto (memórias RAM físicas, pratos plásticos e material dourado para a contagem) e imagens de sinais de operações e igualdade, se precisarem; e outro usando imagens das memórias, dos sinais de operação e de igualdade. Cada grupo deve organizar uma estratégia de resolução e responder as questões da atividade, o relator deve registrar essa estratégia no diário e por fim, um integrante deve apresentar para a turma o que o grupo pensou.

Observe e resolva a seguinte situação-problema:

Um técnico em informática tinha em sua oficina 4 pentes de memória RAM, sendo 3 de um tipo e outro diferente. Por um erro da fábrica, nenhum deles possuía escrita indicando as suas capacidades. Para verificar esses valores, ele instalou as memórias em um computador com 3 slots de memória, de duas formas:

1º) colocou as 3 memórias iguais, uma em cada slot. O sistema reconheceu 48 GB.

2º) Retirou uma das memórias iguais, e colocou no slot a memória diferente. O sistema reconheceu, nessa configuração, 40GB.

A partir disso, ele conseguir definir as capacidades de cada tipo diferente de memória. Quais seriam esses valores de cada pente?

2) Responda:

a) Que material o grupo usou? () material concreto () imagens

b) Quais as estratégias que o grupo adotou para encontrar uma resposta para a situação?

Espera-se que os alunos consigam explicar a estratégia, sendo a mais provável separação em conjuntos.

c) Quais as dificuldades e as facilidades que o grupo encontrou em relação à resolução do problema?

Facilidades: visualizar melhor, não confundir letras, etc.

Dificuldades: entender como posicionar os objetos (imagens), explicar no diário, etc.

d) O grupo optou por usar alguma outra representação além das disponibilizadas na atividade? Quais? O grupo usou letras?

Seria interessante que, nesse momento, a não utilização das letras não acontecesse, mas existe a possibilidade.

Espera-se que seja a situação seja relacionada ao contexto dos alunos, tendo em vista que são da área da química.

Espera-se que os alunos consigam manipular os objetos (imagens) e os materiais de contagem (números e sinais), formando grupos para compararem objetos e contagem. No caso das imagens, pode acontecer dos alunos usarem algumas operações comuns da álgebra e das equações, como “somar as três memórias” e escrever 3m.

Caso os alunos não consigam realizar as relações e isolar os números, serão passadas algumas dicas que auxiliem eles nessa etapa. Ainda pode acontecer dos alunos utilizarem apenas a resolução escrita. Será solicitado para o grupo usar os materiais em apoio a escrita.

4º (20min)

ATIVIDADE III: um pouco de teoria...

O professor fará a explicação sobre o uso de linguagem imagética para as equações e sistemas. Identificando primeiramente a ideia de incógnitas e variáveis, seguidas das explicações sobre as operações matemáticas e igualdade. Mostrará a utilização de cálculo mental a partir de propriedades matemáticas da adição e multiplicação, manipulando os membros das igualdades pelos princípios de equivalência. Na sequência, se valerá de exemplo em que o número não é encontrado imediatamente nos enigmas, em que é preciso manipular as imagens representando somas e subtrações. Usará a técnica da substituição. Por fim, mostrará aos alunos como a linguagem imagética se assemelha a algébrica no que tange equações e sistemas de equações.

Também se valerá de material concreto, que representa as letras, para mostrar de forma concreta como se dá a semelhança entre o uso de letras e imagens.

Esse momento será feito com a apresentação em slides (subapêndice E1), uso de material concreto e participação dos alunos, quando solicitados. O relator deverá ir anotando as dúvidas e observações do grupo no diário, assim como as explicações do professor e dos colegas relativos às suas colocações.

Espera-se que os grupos coloquem suas observações nos diários, e que participem do momento com dúvidas e colocações. Caso não haja esse envolvimento, o professor poderá fazer alguns questionamentos, como:

$x+x$ é $x.x$? Por quê?

“Passar” somando, diminuindo, dividindo ou multiplicando é sempre necessário nas equações? Posso fazer diferente?

5º (20min)

ATIVIDADE IV: resolvendo enigmas matemáticos...

No momento seguinte, os grupos serão desafiados a resolverem alguns enigmas matemáticos de equações de duas formas: um grupo usando enigmas impressos (material complementar do Diário de Atividades de Grupo); e outro no site (endereço: <https://www.coquinhos.com/desafio-matematico-sistema-de-equacoes/play/>). Esse será um momento mais lúdico, buscando identificar se alunos conseguem empregar os conceitos trabalhados no momento anterior.

As questões a serem trabalhadas nesse momento são:

4) *Resolva os enigmas matemáticos de equações e responda:*

OBS: relação dos enigmas online: 1, 2, 6, 8, 10, 12, 13, 15, 17, 19.

a) *Em que formato os enigmas foram resolvidos pelo grupo? () impresso () online*

b) *Quais as estratégias que o grupo adotou para resolver os enigmas matemáticos de equações?*

Espera-se que os alunos consigam explicar a estratégia, sendo a mais provável a utilização de substituição de números nas imagens.

c) *Escreva as dificuldades e facilidades do grupo e relação à resolução dos enigmas matemáticos de equações?*

Facilidades: maior significado dos números pelas imagens; melhor visualização das incógnitas e relação entre as equações, etc.

Dificuldades: imagens com detalhes; cálculos; etc.

6º (10min)

ATIVIDADE V: avaliando as atividades...

Nesse momento, o professor solicitará aos grupos respondam as questões finais do diário, e solicitará que os alunos, individualmente, respondam, no prazo de uma semana, a outro questionário *online* sobre suas percepções individuais das atividades.

5) *Avalie as atividades desenvolvidas, respondendo:*

a) *O grupo se sentiu motivado com as atividades propostas? De que forma?*

Espera-se que sim, pelas relações que a imagem tem com o lúdico, com a representação de algo, por ver o conteúdo contextualizado, etc.

b) *O grupo entende que o estudo de sistema de equações foi contextualizado? Isso colaborou de alguma forma para o entendimento dos conceitos abordados?*

Espera-se que o aluno observe a questão da situação-problema relacionada com o cotidiano e com experiências dos alunos, e que tenha colaborado para o entendimento dos conceitos pela proximidade com a realidade e com conhecimentos anteriores.

c) *Usar a linguagem imagética e enigmas matemáticos de equações facilitou o entendimento em relação aos conceitos envolvidos em equações e sistema de equações? Como?*

Espera-se que sim, auxiliando no entendimento de conceitos relacionados com incógnitas e igualdades, por ser possível visualizar diretamente os valores referentes as incógnitas com o uso das imagens nos enigmas.

7º (5min)

Encerramento

- **(1 – AF), (2 – 3A) e (2 – Q20)**: Finalizando o encontro, a turma organizará a sala e compartilhará um bolo que o professor levará para finalizar esse momento.

- **(2 – T21)**: Finalizando o encontro, a turma organizará a sala e receberá do professor um doce para finalizar o momento.

Recursos didáticos:

- Celular, projetor de slide.
- Materiais concretos: frutas (pêssego e figo); frascos (proveta e copo Becker); Memória de computador (representativas de 8GB e 16 GB); Material Dourado; Escala Cuisenaire; prato plástico (figura 1).

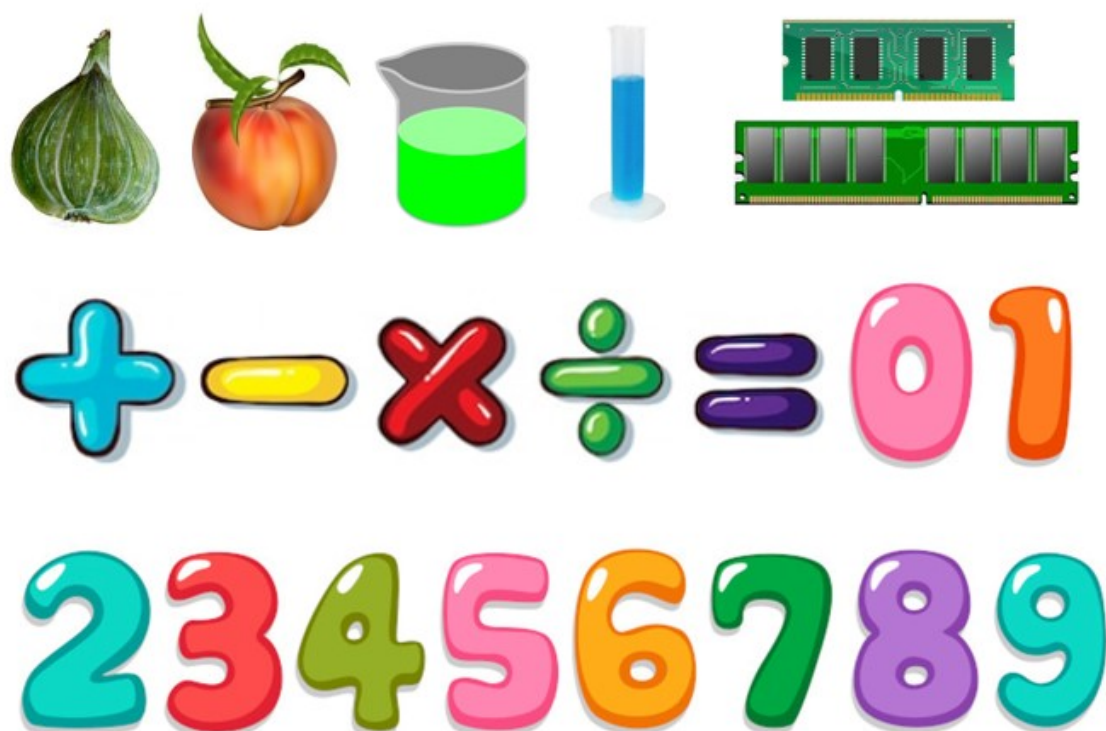
Figura 1 – Materiais concretos.



Fonte: próprio autor.

-Cartões imagéticos: frutas, frascos e memórias (mesmos do concreto); sinais das 4 operações; sinal de igual; algarismos de 0 a 9 (figura 2).

Figura 2 – Material Imagético (cartões).



Fonte: próprio autor.

SUBAPÊNDICE E1 – slides da apresentação da ATIVIDADE III

OBSERVAÇÃO: alguns slides são distintos para cada contexto de turma, identificados pelo código das turmas em letras azul e entre parênteses, acima e à direita em cada slide.

Link da apresentação:

https://docs.google.com/presentation/d/1gKCMbin0h2JoyHGTxBigbsGCuWOSjaaEC7uzZmEsXE/edit#slide=id.g2e9c9cc55b0_1_376.

ATIVIDADES:

Linguagem algébrica e imagética: contextualizando e explorando conceitos envolvendo sistema de equações

$$\begin{cases} x + x + x = 60 \\ x + y + y = 30 \\ y - 2z = 3 \\ z + x \cdot y = t \end{cases}$$



Pesquisa: Linguagem Imagética na contextualização ensino e aprendizagem de Sistema de Equações

A MAIORIA NÃO ACERTA!

 = 30
 = 20
 = 9
 = ??

Dado o sistema de equações:

$$\begin{cases} x + x + x = 30 \\ x + y + y = 20 \\ y + 2z + 2z = 9 \\ y + z \cdot x = w \end{cases}$$

Qual o valor de w?

Prof. Luciano de Oliveira
Doutorando PPGECQVS

ATIVIDADE I: relembando...

(2 - 3A)

ATIVIDADE II: resolvendo um problema ...

Situação-problema

Ao comprar frutas em uma fruteira orgânica, uma pessoa se deparou com dois tipos de embalagens: uma com 3 pêssegos; outra com um pêssego e dois figos. Embora os pacotes apresentassem o valor total da massa delas, não dizia quanto cada fruta dentro da embalagem possuía, individualmente. Supondo que nas embalagens as frutas tenham a mesma massa, e que os pacotes tinham, respectivamente, 63 e 47 gramas, qual o valor da massa de cada fruta?*

ATIVIDADE III: um pouco de teoria...

ATIVIDADE I: relembando...

(2 - Q20)

ATIVIDADE II: resolvendo um problema ...

Situação-problema

Em um laboratório, um aluno do Curso Técnico em Química identificou que alguns recipientes tipo Becker e Proveta estavam com as marcações de graduação apagadas. Ele decidiu então verificar as capacidades deles cheios até a borda. Para isso, usou líquidos que estavam contidos em outros dois frascos especiais, que ele sabia exatamente os volumes: 390mL e 250mL. Ao experimentar esses volumes nos frascos sem marcação, notou o seguinte: 3 copos Becker conseguiram acomodar os 390mL; e 1 copo Becker e 2 Provetas ficaram cheios com os 250mL. A partir disso, ele conseguiu encontrar as capacidades exatas do copo Becker e da Proveta quando cheios até a borda. Quais seriam essas capacidades?

ATIVIDADE III: um pouco de teoria...

ATIVIDADE I: relembando...

(1 - AF)

ATIVIDADE II: resolvendo um problema ...

Situação-problema

Ao comprar frutas em uma fruteira orgânica, uma pessoa se deparou com dois tipos de embalagens: uma com 3 pêssegos; outra com um pêssogo e dois figos. Embora os pacotes apresentassem o valor total da massa delas, não dizia quanto cada fruta dentro da embalagem possuía, individualmente. Supondo que nas embalagens as frutas de mesmo nome tenham a mesma massa, que o pacote com 3 pêssegos tenha 60 gramas e que outro pacote, com um pêssogo e dois figos tenha 44 gramas, qual o valor da massa de cada fruta?*

**o que chamamos comumente de peso.*

ATIVIDADE III: um pouco de teoria...

ATIVIDADE I: lembrando...

(2 - T21)

ATIVIDADE II: resolvendo um problema ...

Situação-problema

Um técnico em informática tinha em sua oficina 4 pentes de memória RAM, sendo 3 de um tipo e outro diferente. Por um erro da fábrica, nenhum deles possuía escrita indicando as suas capacidades. Para verificar esses valores, ele instalou as memórias em um computador com 3 slots de memória, de duas formas:

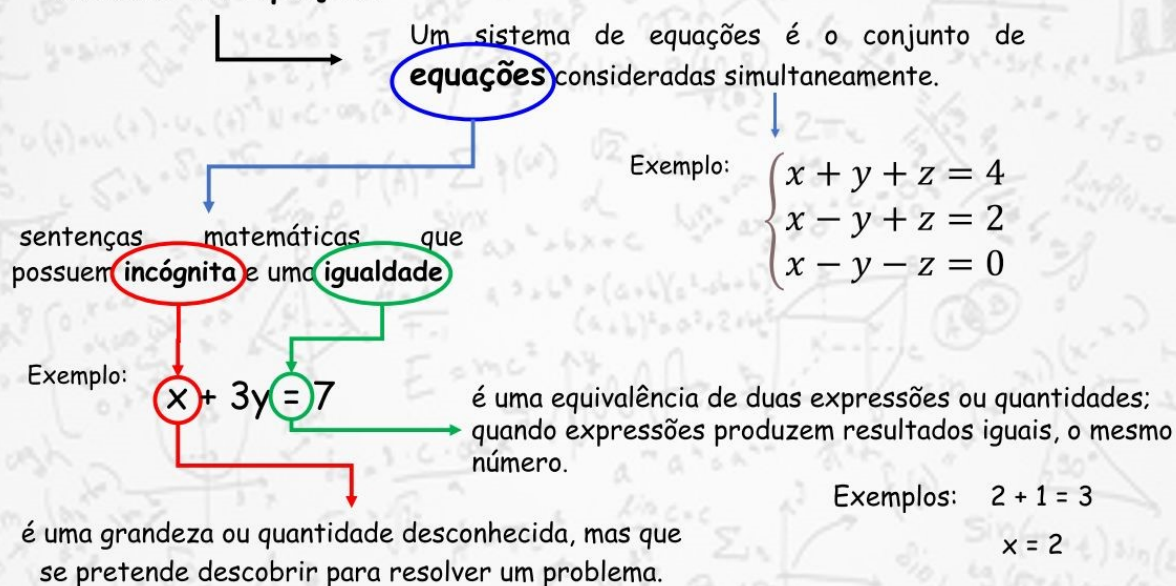
1º) colocou as 3 memórias iguais, uma em cada slot. O sistema reconheceu 48 GB.

2º) Retirou uma das memórias iguais, e colocou no slot a memória diferente. O sistema reconheceu, nessa configuração, 40 GB.

A partir disso, ele conseguiu definir as capacidades de cada tipo diferente de memória. Quais seriam esses valores de cada pente?

ATIVIDADE III: um pouco de teoria...

Sistema de Equações



Incógnita? Equações? Sistemas? Como representar?

Embora se utilize as letras do alfabeto, isso pode ser feito por outras representações: textos, palavras, símbolos, imagens.

Charada matemática

Incógnita

Equações em que as incógnitas representam o mesmo valor: sistema

$$\begin{aligned} \text{🍏} + \text{🍏} + \text{🍏} &= 30 \\ \text{🍏} + \text{🍌} + \text{🍌} &= 18 \\ \text{🍌} - \text{🥥} &= 2 \end{aligned}$$

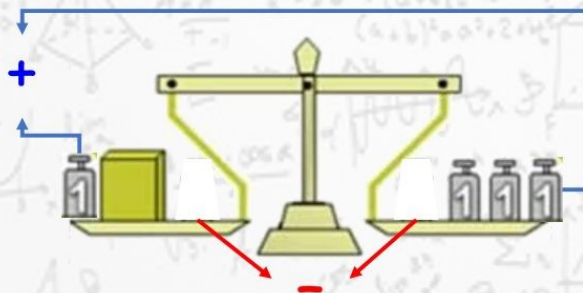
igualdade

Enigmas Matemáticos de Equações

Igualdade

$$\text{🍏} = 30 \Rightarrow \text{🍏} \text{ sobre uma balança com o valor } 30$$

Para manter o equilíbrio da balança, posso colocar ou retirar coisas dos pratos



Algumas propriedades: Igualdades

Princípio aditivo

$$\begin{aligned} \text{🍏} &= 30 \Rightarrow \text{🍏} + 1 = 30 + 1 \\ \text{🍏} - \text{🥥} &= 30 - \text{🥥} \end{aligned}$$

Princípio multiplicativo

$$\begin{aligned} \text{🍏} &= 30 \Rightarrow \text{🍏} \cdot 3 = 30 \cdot 3 \\ \text{🍏} : 4 &= 30 : 4 \end{aligned}$$

Algumas propriedades: operações

Fechamento

$$\text{🍏} + \text{🍏} + \text{🍏} = 30 \Rightarrow \text{🍏} + \text{🍏} + \text{🍏} = 10 + 10 + 10$$

$$\text{🍌} + \text{🍏} = 14 \Rightarrow \text{🍌} + \text{🍏} = 10 + 4 \Rightarrow \text{🍌} + \text{🍏} = 4 + 10$$

Comutativa

Para além dos números...técnicas

$$\begin{aligned}
 & \text{Owl}_1 + \text{Owl}_2 + \text{Owl}_3 = 19 \Rightarrow \text{Owl}_3 = 19 - \text{Owl}_1 - \text{Owl}_2 \\
 & \text{Owl}_3 + \text{Owl}_3 + \text{Owl}_1 = 14 \Rightarrow \text{Owl}_3 = 19 - 8 - 8 \Rightarrow \text{Owl}_3 = 3 \\
 & [19 - \text{Owl}_1 - \text{Owl}_2] + [19 - \text{Owl}_1 - \text{Owl}_2] + \text{Owl}_1 = 14 \Rightarrow \\
 & -\text{Owl}_1 - \text{Owl}_2 - \text{Owl}_2 = 14 - 19 - 19 \Rightarrow \\
 & -\text{Owl}_1 - \text{Owl}_2 - \text{Owl}_2 = -8 - 8 - 8 \Rightarrow \text{Owl}_1 = 8
 \end{aligned}$$

Enigmas Matemáticos de Equações e Sistemas de equações

Você consegue resolver isto?

$$\begin{aligned}
 & \text{Horse} + \text{Horse} + \text{Horse} = 30 \\
 & \text{Horse} + \text{U} + \text{U} = 18 \\
 & \text{U} - \text{Boot} = 2 \\
 & \text{Boot} + \text{Horse} \times \text{U} = ??
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 x + x + x = 30 \\
 x - 2y + 2y = 18 \\
 2y - 2z = 2
 \end{cases}$$

$$z + x \cdot y = t$$

Usando material concreto de EVA

(1 - AF) e (2 - 3A)

OBS: operações entre letras e imagens

$$\text{2 boots} = 2z = 2 \cdot z$$

$$\text{2 boots} = \text{boot} + \text{boot} = z + z$$

Usando material concreto de EVA

(2 - Q20)

OBS: operações entre letras e imagens

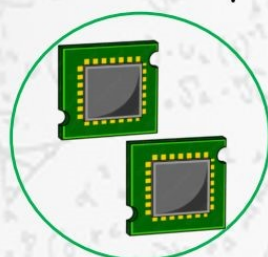
$$\text{2 flasks} = 2x = 2 \cdot x$$

$$\text{2 flasks} = \text{flask} + \text{flask} = x + x$$

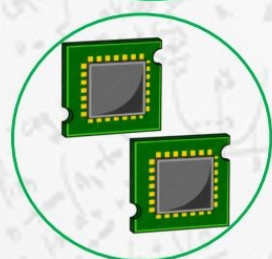
Usando material concreto de EVA

(2 - T21)

OBS: operações entre letras e imagens



$$= 2x = 2 \cdot x$$



$$= \text{tile} + \text{tile} = x + x$$



Vamos resolver Enigmas Matemáticos de Equações!

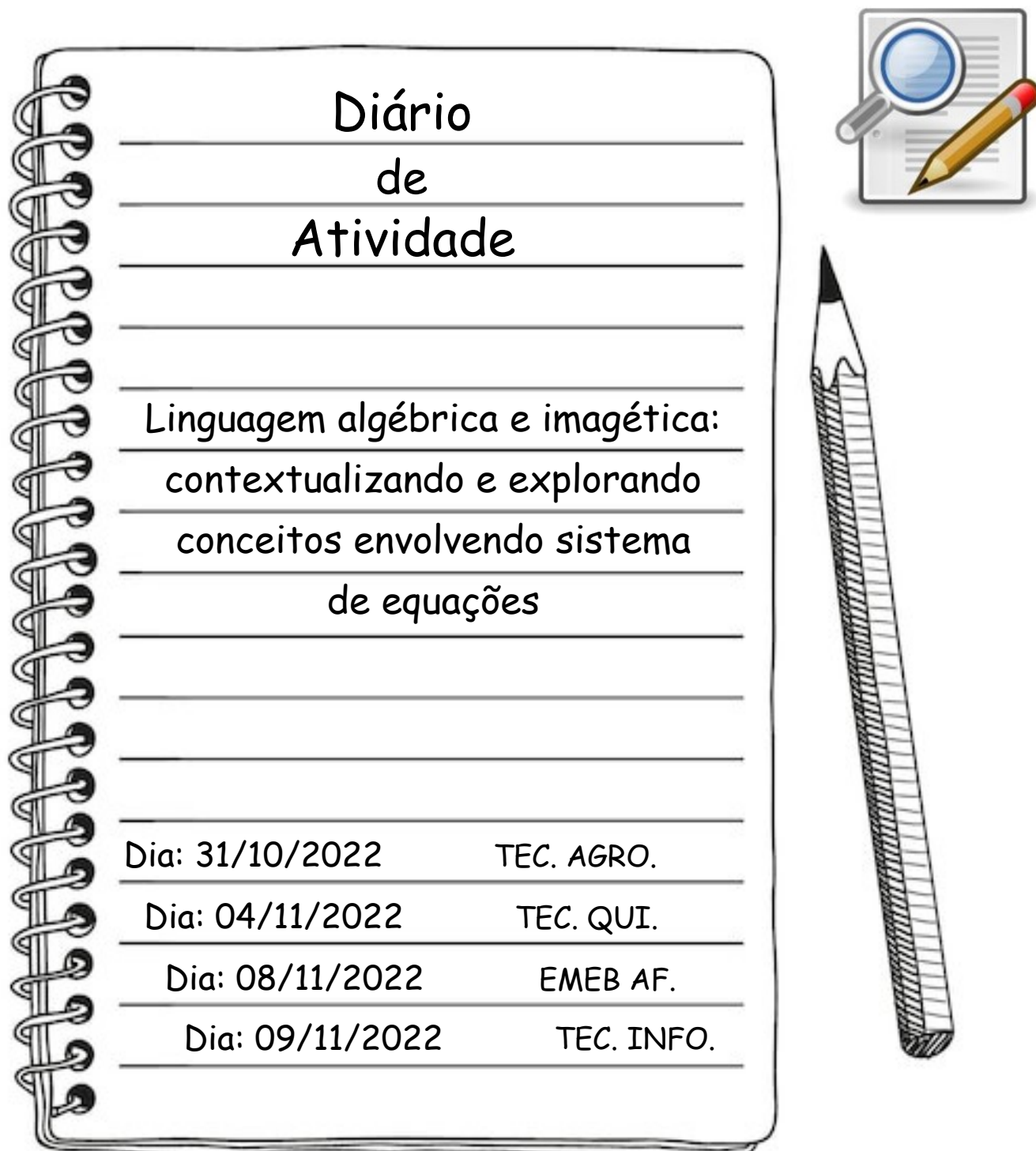
CONSEGUE RESOLVER O ENIGMA?

$$\begin{aligned} \text{Red flower} + \text{Red flower} + \text{Red flower} &= 60 \\ \text{Red flower} + \text{Blue flower} + \text{Blue flower} &= 30 \\ \text{Blue flower} - \text{Yellow flower} &= 3 \\ \text{Yellow flower} + \text{Red flower} + \text{Blue flower} &= ? \end{aligned}$$

ATIVIDADE IV: resolvendo enigmas matemáticos...

ATIVIDADE V: avaliando as atividades...

APÊNDICE F – Diário de Atividade de Grupo



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS:
QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE
UNIPAMPA

Pesquisa: Linguagem Imagética na contextualização, ensino e aprendizagem de Sistema de Equações

A MAIORIA NÃO ACERTA!

+ + = 30
 + + = 20
 + + = 9
 + x = ??

Dado o sistema de equações:

$$\begin{cases} x + x + x = 30 \\ x + y + y = 20 \\ y + 2z + 2z = 9 \\ y + z \cdot x = w \end{cases}$$

Qual o valor de w?

OBSERVAÇÃO: para o desenvolvimento das intervenções, os Diários de Atividades dos Grupos foram escritos separadamente, reunidos neste formato integrado para comporem este apêndice da tese. As atividades diferentes são identificadas pelos códigos das turmas, em letra azul e entre parênteses. Os enigmas matemáticos impressos são apresentados no final do diário, tendo em vista que foram entregues separados desse ao referido grupo.

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO:



Nomes das Escolas: - (1) Escola Municipal André Figueira

- (2) Instituto Federal Farroupilha - Campus Alegrete

Turmas: - 1º, 2º, 3º ano (1 – AF); 3º A – Téc. Agropecuária (2 – 3A); Q20 –Téc. Química (2 – Q20);

T21 – Téc. Informática (2 – T21).

Nome do Grupo: _____

Nome dos Integrantes do Grupo:

(Relator) _____



Identificação
do professor

ATIVIDADE I: relembrando...

- 1) Escreva as percepções do grupo em relação à linguagem imagética e os enigmas matemáticos de equações para o ensino e a aprendizagem de equações e sistemas de equações.

ATIVIDADE II: resolvendo um problema...

Observe e resolva a seguinte situação-problema:

(1 – AF)

Ao comprar frutas em uma fruteira orgânica, uma pessoa se deparou com dois tipos de embalagens: uma com 3 pêssegos; outra com um pêssogo e dois figos. Embora os pacotes apresentassem o valor total da massa* delas, não dizia quanto cada fruta dentro da embalagem possuía, individualmente. Supondo que nas embalagens as frutas tenham a mesma massa, e que os pacotes tinham, respectivamente, 63 e 47 gramas, qual o valor da massa de cada fruta?

*o que chamamos comumente de peso.

(2 – Q20)

Em um laboratório, um aluno do Curso Técnico em Química identificou que alguns recipientes tipo Becker e Proveta estavam com as marcações de graduação apagadas. Ele decidiu então verificar as capacidades deles cheios até a borda. Para isso, usou líquidos que estavam contidos em outros dois frascos especiais, que ele sabia exatamente os volumes: 390mL e 250mL. Ao experimentar esses volumes nos frascos sem marcação, notou o seguinte: 3 copos Becker conseguiram acomodar os 390mL; e 1 copo Becker e 2 Provetas ficaram cheios com os 250mL. A partir disso, ele conseguiu encontrar as capacidades exatas do copo Becker e da Proveta quando cheios até a borda. Quais seriam essas capacidades?

(2 – 3A)

Ao comprar frutas em uma fruteira orgânica, uma pessoa se deparou com dois tipos de embalagens: uma com 3 pêssegos; outra com um pêssogo e dois figos. Embora os pacotes apresentassem o valor total da massa* delas, não dizia quanto cada fruta dentro da embalagem possuía, individualmente. Supondo que nas embalagens as frutas de mesmo nome tenham a mesma massa, que o pacote com 3 pêssegos tenha 60 gramas e que outro pacote, com um pêssogo e dois figos tenha 44 gramas, qual o valor da massa de cada fruta?

*o que chamamos comumente de peso.

(2 – T21)

Um técnico em informática tinha em sua oficina 4 pentes de memória RAM, sendo 3 de um tipo e outro diferente. Por um erro da fábrica, nenhum deles possuía escrita indicando as suas capacidades. Para verificar esses valores, ele instalou as memórias em um computador com 3 slots de memória, de duas formas:

1º) colocou as 3 memórias iguais, uma em cada slot. O sistema reconheceu 48 GB.

2º) Retirou uma das memórias iguais, e colocou no slot a memória diferente. O sistema reconheceu, nessa configuração, 40GB.

A partir disso, ele conseguir definir as capacidades de cada tipo diferente de memória. Quais seriam esses valores de cada pente?

2) Responda:

a) Que material o grupo usou? () material concreto () imagens

b) Quais as estratégias que o grupo adotou para encontrar uma resposta para a situação?

c) Quais as dificuldades e as facilidades que o grupo encontrou em relação à resolução do problema?

d) O grupo optou por usar alguma outra representação além das disponibilizadas na atividade? Quais? O grupo usou letras?

ATIVIDADE III: um pouco de teoria...

- 3) Nessa atividade o professor vai trabalhar alguns conceitos relacionados à álgebra, sua linguagem e sistema de equações. Anote as dúvidas do grupo e, depois, as respostas discutidas pelo professor e alunos.

ATIVIDADE IV: resolvendo enigmas matemáticos...

4) Resolva os enigmas matemáticos de equações e responda:

OBS: relação dos enigmas online: 1, 2, 6, 8, 10, 12, 13, 15, 17, 19, ...

- a) Em que formato os enigmas foram resolvidos pelo grupo? () impresso () online
- b) Quais as estratégias que o grupo adotou para resolver os enigmas matemáticos de equações?
- c) Escreva as dificuldades e facilidades do grupo e relação à resolução dos enigmas matemáticos de equações?

MATERIAL IMPRESSO - ATIVIDADE IV

Resolva os Enigmas Matemáticos de Equações:

GRUPO: _____

OBS: O relator deve anotar as respostas no diário de atividade.

1)

$$\begin{array}{rclcl}
 \text{brocolis} & + & \text{brocolis} & + & \text{brocolis} & = & 60 \\
 \text{brocolis} & + & \text{cenoura} & + & \text{cenoura} & = & 40 \\
 \text{cenoura} & + & \text{cenoura} & + & \text{tomate} & = & 22 \\
 \text{cenoura} & \times & \text{tomate} & + & \text{brocolis} & = & \boxed{?}
 \end{array}$$

Resolução:

2)

$$\begin{array}{rclcl}
 \text{melancia} & + & \text{melancia} & + & \text{melancia} & = & 60 \\
 \text{melancia} & + & \text{fungo} & + & \text{fungo} & = & 30 \\
 \text{fungo} & - & \text{berinjofa} & = & 3 \\
 \text{melancia} & + & \text{fungo} & + & \text{berinjofa} & = & \boxed{?}
 \end{array}$$

Resolução:

3)

$$\begin{aligned}
 &\text{burger} \times \text{burger} \times \text{burger} = \text{fries} \\
 &\text{pizza} \times \text{pizza} \times \text{pizza} = 27 \\
 &\text{pizza} \times \text{burger} \times \text{pizza} = 18 \\
 &\text{fries} + \text{fries} + \text{fries} = \boxed{?}
 \end{aligned}$$

Resolução:

4)

$$\begin{aligned}
 &\text{ruler} + \text{ruler} + \text{ruler} = \text{triangle} \\
 &\text{triangle} \times 1 = \text{pencil} \\
 &\text{pencil} + \text{pencil} = 24 \\
 &\text{sharpener} + \text{ruler} = 6 \\
 &\text{pencil} + \text{triangle} + \text{sharpener} = \boxed{?}
 \end{aligned}$$

Resolução:

5)

$$\begin{aligned}
 &\text{duck} + \text{duck} + \text{duck} = 60 \\
 &\text{duck} + \text{scissors} + \text{scissors} = 30 \\
 &\text{scissors} - \text{pepper} = 3 \\
 &\text{pepper} + \text{duck} \times \text{scissors} = \boxed{?}
 \end{aligned}$$

Resolução:

6)

$$\begin{aligned}
 &\text{helicopter} + \text{helicopter} = 20 \\
 &\text{car} + \text{car} = 28 \\
 &\text{boat} + \text{boat} = 4 \\
 &\text{helicopter} + \text{car} \times \text{boat} = \boxed{?}
 \end{aligned}$$

Resolução:

7)

$$\begin{aligned}
 & \text{cheese} + \text{candle} + \text{cheese} = 23 \\
 & \text{frog} + \text{coconut} + \text{frog} = 24 \\
 & \text{coconut} = \text{frog} \\
 & \text{candle} = \text{frog} - 3 \\
 & \text{cheese} \times \text{frog} - \text{candle} = \boxed{?}
 \end{aligned}$$

Resolução:

8)

$$\begin{aligned}
 & \text{bowling} = \text{basketball} + \text{basketball} \\
 & \text{baseball} \times 4 = \text{basketball} \\
 & \text{football} + 3 = 7 \\
 & \text{baseball} = \text{football} \\
 & \text{bowling} = \boxed{?}
 \end{aligned}$$

Resolução:

9)

$$\begin{aligned}
 & \text{Two cherries} + \text{Two cherries} + \text{One cherry} = 25 \\
 & \text{Two cherries} + \text{One apple} + \text{One apple} = 22 \\
 & \text{One apple} - \text{One coconut} = 2 \\
 & \text{One coconut} + \text{One cherry} \times \text{One apple} = \boxed{?}
 \end{aligned}$$

Resolução:

10)

$$\begin{aligned}
 & \text{Three chickens} = 60 \\
 & \text{One chicken} + \text{Two nests} = 26 \\
 & \text{One nest} + \text{Two bunches of bananas} = 15 \\
 & \text{One chicken} + \text{One nest} \times \text{One bunch of bananas} = \boxed{?}
 \end{aligned}$$

Resolução:

APÊNDICE G – Questionário 2 (Sequência Didática)

2º Questionário: percepções dos discentes sobre a intervenção didática

Este formulário visa levantar dados para a pesquisa intitulada "LINGUAGEM IMAGÉTICA NA CONTEXTUALIZAÇÃO, ENSINO E APRENDIZAGEM DE SISTEMA DE EQUAÇÕES", de responsabilidade do doutorando Luciano de Oliveira, do PPG em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde da UNIPAMPA - Campus Uruguaiana, sob orientação do prof. Dr. Rafael Roehrs. A referida pesquisa se encontra protocolada no Comitê de Ética na Pesquisa da UNIPAMPA sob o número CAEE 57485522.8.0000.5323, da Plataforma Brasil, e autorizado pelo parecer número 5.381.569.

O questionário está sendo aplicado aos alunos do Ensino Médio de algumas instituições participantes da pesquisa, selecionadas por conveniência e com base no 1º questionário, e objetiva levantar informações sobre as percepções dos alunos acerca da contextualização, ensino e aprendizagem de sistema de equações, com base em uma intervenção didática que usou enigmas matemáticos de equações e a linguagem imagética como facilitadores nos processos citados.

Em nenhum momento você será identificado, resguardando assim o anonimato das respostas. Sua resposta é de extrema importância para a continuidade da pesquisa, por isso, não deixe de completar o questionário. São apenas algumas questões, referentes à atividade "Linguagem algébrica e imagética: contextualizando e explorando conceitos envolvendo sistema de equações", desenvolvida em aula.

Aguardamos seu retorno até o dia 18/11/2022 e desde já, agradecemos sua participação!

* Indica uma pergunta obrigatória

Identificação do Participante

1. Código Participante (não responda)

2. a) Qual o seu nome? *

3. b) Qual a sua escola? *

4. c) Qual a sua turma? *

Questões Específicas

5. d) Em relação às atividades propostas na aula, você achou que foram: (você pode marcar mais de uma resposta)

Marque todas que se aplicam.

- ☐ motivadoras.
☐ interessantes.
☐ contextualizadoras.
☐ nenhuma das respostas.
☐ Outro: _____

6. e) Você acha que houve a contextualização? *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ sim. *Pular para a pergunta 7*
☐ não.
☐ não sei dizer.

Contextualização

7. Você identificou que as ações abaixo de alguma forma aconteceram durante as atividades? (você pode marcar mais de uma resposta)

Marque todas que se aplicam.

- ☐ houve momento de discussão sobre a relação do cotidiano com a matemática.
☐ houve espaço para eu discutir sobre os meus conhecimentos prévios, mesmo que eu não tenha me manifestado.
☐ consegui resgatar conhecimentos prévios, matemáticos e/ou da realidade, que se relacionaram com a matemática e com sistema de equações.
☐ nenhuma delas.
☐ Outro: _____

Atividades

8. f) Ao realizar a atividade da situação-problema (atividade 2), foi proposto o uso de materiais concretos e/ou imagens. Isso foi positivo ou negativo para o entendimento e resolução da situação-problema? Por quê?

9. g) Com a possibilidade de discussão sobre os enigmas matemáticos e da situação-problema, como você se sentiu em relação ao desenvolvimento do conteúdo relacionado à sistema de equações (atividade 3)? (você pode escolher mais de uma resposta)

Marque todas que se aplicam.

- ☐ entendi melhor as explicações.
- ☐ consegui relacionar a matemática com problemas cotidianos.
- ☐ relacionar os conhecimentos de sistema de equações com o cotidiano ou com outros conhecimentos matemáticos.
- ☐ consegui participar da aula por ter identificado conhecimentos prévios.
- ☐ foi indiferente para mim.
- ☐ as atividades não me ajudaram com o entendimento do conteúdo matemático.
- ☐ Outro: _____

10. h) Ao resolver os enigmas matemáticos de equações, o que lhe chamou a atenção em relação ao uso deles e das imagens? (você pode marcar mais de uma resposta)

Marque todas que se aplicam.

- ☐ o ato de jogar, por se lúdico, me deixou mais interessado e motivado.
- ☐ o jogo, por remeter a competição, me deixou mais interessado e motivado.
- ☐ Aspectos emocionais (alegria, tristeza, etc...), relacionados as imagens, me chamou a atenção.
- ☐ foi possível perceber que os enigmas matemáticos poderiam ser vistos como sistemas de equações.
- ☐ com os enigmas e as suas imagens, entendi melhor a ideia de que se tratavam de números a serem encontrados.
- ☐ os enigmas e as imagens facilitaram o entendimento dos conceitos de incógnita, igualdade, equação e sistema de equações.
- ☐ os enigmas não me chamaram a atenção em nenhum aspecto.
- ☐ Outro: _____

11. i) Para você, sobre quais conteúdos as imagens e os enigmas matemáticos mais auxiliam o professor no processo de ensino? (você pode escolher mais de uma resposta)

Marque todas que se aplicam.

- ☐ incógnitas.
- ☐ igualdades.
- ☐ equações.
- ☐ sistema de equações.
- ☐ operações matemáticas.
- ☐ não colaboraram nesses conhecimentos.
- ☐ Outro: _____

12. j) Para você, sobre quais conteúdos as imagens e os enigmas matemáticos podem colaborar mais na aprendizagem? (você pode escolher mais de uma resposta)

Marque todas que se aplicam.

- ☐ incógnitas.
☐ igualdades.
☐ equações.
☐ sistema de equações.
☐ operações matemáticas.
☐ não colaboraram nesses conhecimentos.
☐ Outro: _____

13. l) Por fim, após a realização das atividades propostas, você pode dizer que os enigmas matemáticos e a linguagem imagética: (você pode escolher mais de uma resposta):

Marque todas que se aplicam.

- ☐ facilitaram o meu entendimento sobre os conhecimentos de sistema de equações.
☐ auxiliaram na contextualização dos conhecimentos de sistema de equações.
☐ tornaram o ensino de sistema de equações mais interessante.
☐ não colaboraram para o entendimento ou contextualização de sistema de equações, nem tornou o ensino mais interessante.
☐ foi indiferente para mim.
☐ Outro: _____

14. m) Você pode usar este espaço se quiser fazer algum comentário.

A sua participação nessa pesquisa foi muito importante! Agradecemos a sua colaboração!

Prof. Ms. Luciano de Oliveira

Obrigado!!!!



Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

APÊNDICE H – Outras análises: Questionário 1

Outras análises de respostas do Questionário 1

Nesse apêndice são apresentados todos os enunciados das 25 questões, conforme sua enumeração (de a) até y), com perguntas complementares identificadas pela adição de números arábicos ao lado da letra da questão), que compõe o Questionário 1. As questões cujas análises não constam, na íntegra, com tabelas e discussão, no Manuscrito 4, são abordadas no apêndice, e as demais, apenas citadas.

Questões de a) a f)

As questões de a) a f) só aparecem na caracterização dos participantes do Estudo de Campo da pesquisa, no Manuscrito 4, e no artigo enviado para o evento CONGREGA 23→24: globalizando saberes (publicado na Revista da Jornada de Pós-Graduação e Pesquisa – Congrega Urcamp) em forma de texto e sintetizada.

a) Qual o seu nome?

Essa questão não foi incorporada nas transcrições, para se manter o anonimato dos participantes, identificados pelos códigos A1 a A151, totalizando 151 respondentes.

b) Qual a sua idade, em anos?

Tabela 1 – Análise das respostas à questão b).

Idade	n ^(a)	% ^(b)
15 anos	5	3%
16 anos	66	45%*
17 anos	50	33%
18 anos	20	13%
19 anos	5	3%
20 anos ou mais	5	3%
TOTAL	151^(c)	100%

Fonte: próprio autor.

Notas: (a) n é a quantidade de participantes em cada resposta.

(b) % é o percentual em relação ao total de participantes.

(c) é o total de participantes que responderam no Questionário 2, representado por N.

* percentual arredondado em 1 para mais, para adequar o 100%.

A maioria dos alunos, 45%, tinha 16 anos, seguidos de 33% que tinham 17 anos. Com 18 anos havia 13% dos participantes, sendo que com 15 anos, 19 anos ou 20 anos ou mais tinham o percentual de 3%. A média ponderada da idade foi de 17,2 anos, sendo que a maioria dos alunos se encontra na faixa de idade de 16 à 18 anos, inclusive (136 alunos).

c) Em que escola você estuda?

Tabela 2 – Análise das respostas à questão c).

Escola	n	%
EMEB João André Figueira	13	9%
EEEM Demétrio Ribeiro	16	10%*
EEEB Lauro Dornelles	22	14%*
EEEM Waldemar Borges	18	12%
IFFar - <i>Campus</i> Alegrete - 3º A (Agropecuária)	13	9%
IFFar - <i>Campus</i> Alegrete - 3º B (Agropecuária)	11	7%
IFFar - <i>Campus</i> Alegrete – T20 (Informática)	12	8%
IFFar - <i>Campus</i> Alegrete – T21 (Informática)	10	7%
IFFar - <i>Campus</i> Alegrete – Q20 (Química)	7	5%
Colégio Raymundo Carvalho	29	19%
TOTAL	151	100%

Fonte: próprio autor.

Nota: * percentual arredondado em 1 para mais, para adequar o 100%.

Dentro das instituições coparticipantes, duas tiveram os participantes compondo mais de uma turma. Na EMEB João André Figueira, o total de alunos englobavam as 3 turmas do Ensino Médio da escola, mas para a pesquisa, foram consideradas como uma turma apenas. No IFFar, foram ao todo 5 turmas, sendo 2 do 3º ano do Técnico em Agropecuária (24 alunos), 2 turmas do 2º ano do Técnico em Informática (22 alunos) e 1 turma do 2º ano do Técnico em Química (7 alunos), totalizando 53 alunos.

A escolha por mais escolas estaduais, 3 escolas, se dá pelo fato de ser a esfera com maior quantidade de escolas de nível médio do município e sobre a quantidade maior de turmas no IFFar foi pelo fato da acessibilidade do pesquisador a essa instituição, por ser seu local de trabalho.

d) Qual a rede de ensino da sua escola?

Tabela 3 – Análise das respostas à questão d).

Rede de Ensino	n^(a)	%^(b)
Municipal	13	9%
Estadual	56	37%
Federal	53	35%
Particular	29	19%
TOTAL	151	100%

Fonte: próprio autor.

A maioria dos participantes estudavam em escola da rede pública (81%).

e) Qual o ano que você estuda?

Tabela 4 – Análise das respostas à questão e).

Ano	n	%
1º Ano	8	5%

2º Ano	115	76%
3º Ano	28	19%
TOTAL	151	100%

Fonte: próprio autor.

A maioria dos participantes estudam no 2º Ano (76%), tendo em vista que na maioria das escolas é nesse ano que o conteúdo de Sistema de Equações (SE) Lineares, que envolve mais de duas variáveis, é estudado.

Os alunos do 1º ano (5%), que não eram um público preferencial, aparecem na pesquisa tendo em vista que a Escola Municipal colocou à disposição para a pesquisa todos os seus alunos do Ensino Médio. Isso ocorreu pelo fato de haver poucos alunos nesse nível, sendo uma sugestão do professor da turma essa participação integral. Além desse, nessa escola tinha 1 aluno do 2º ano e 4 do 3º ano.

Os 19% dos alunos do 3º ano são da escola municipal e do Técnico em Agropecuária do IFFar, neste último caso, pelo fato de ser nesse ano que o conteúdo é trabalhado, diferente das demais turmas.

f) E em relação a sua situação sobre já ter cursado o ano assinalado?

Tabela 5 – Análise das respostas à questão f).

Situação no ano de estudo	n	%
1ª vez que curso este ano do EM	144	95%
já repeti este ano do EM	7	5%
TOTAL	151	100%

Fonte: próprio autor.

A grande maioria (95%) dos participantes se encontravam cursando o seu ano de estudo pela primeira vez. Já o índice de reprovação no RS, do Ensino Médio no ano de 2021 (ano correspondente à situação dos participantes respondentes) foi de apenas 1,6% (BRASIL, 2022).

Dos alunos que repetiram o ano, todos são maiores de idade e estudam em escola pública, o que vai ao encontro dos dados para as escolas particulares, de Alegrete, que têm 100% de índice de aprovação (BRASIL, 2022).

Questões de g), h) e i)

As questões g), h) e i) constam apenas no artigo enviado para o evento CONGREGA 23→24: globalizando saberes, publicado na revista do evento.

g) Sobre o seu nível de dificuldades em matemática, você considera que:

Tabela 6 – Análises das respostas à questão g).

Nível de dificuldade em Matemática	n^(a)	%^(b)
não tenho dificuldades	9	6%
tenho poucas dificuldades	66	44%
tenho dificuldades	50	33%

tenho muitas dificuldades	25	16%*
Em branco	1	1%
TOTAL	151^(c)	100%

Fonte: próprio autor.

Notas: (a) **n** é a quantidade de participantes em cada resposta.

(b) % é o percentual em relação ao total N de participantes.

(c) é o total de participantes, representado pela letra maiúscula N.

* arredondado para menos para adequar o percentual 100%.

É possível identificar que a maioria dos alunos tem alguma dificuldade com a Matemática (93%), e Goulart *et al.* (2018) indicam que as dificuldades surgem já nas operações básicas, se intensificando com o estudo das incógnitas.

Embora quase a metade deles (44%) apontem para serem poucas dificuldades, Thomaz (1999), há algum tempo, já trazia em sua pesquisa que os entrevistados tiveram ou ainda têm dificuldades com a aprendizagem de Matemática, mesmo compreendendo a Matemática do dia a dia. Mas a existência de alguma dificuldade é significativa à medida que, mesmo sendo pouca dificuldade, ela existe e pode ser desencadeadora de outras dificuldades. Por exemplo, pequenas dificuldades nas 4 operações, podem ser fator determinante para as dificuldades em se simplificar expressões algébricas. Já o fato de uma minoria indicar não ter dificuldades, também é apresentado por Goulart *et al.* (2018) como uma consideração de seu trabalho.

h) A álgebra é a área da matemática que estuda a manipulação de equações, sistema de equações, fórmulas, etc. São exemplos de expressões abordadas pela álgebra as estruturas abaixo:

$$x + y = 7 \quad \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x + y = -1 \end{cases} \quad A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Em relação a essa área, qual o nível de dificuldade que você tem?

Tabela 7 – Análises das respostas à questão h).

Nível de dificuldade em Álgebra	n	%
não tenho dificuldades	16	11%
tenho poucas dificuldades	68	45%
tenho dificuldades	51	33%*
tenho muitas dificuldades	16	11%
TOTAL	151	100%

Fonte: próprio autor.

Notas: * arredondado para menos para adequar o percentual 100%.

Novamente se destaca que grande parte dos participantes, 89%, relataram ter alguma dificuldade em Álgebra. Mas se essa dúvida for, por exemplo, na compreensão do significado das letras, na diferenciação entre incógnitas e variáveis, acarretará em outras dúvidas, como a utilização de métodos informais, como aponta Estevão (2021). Ou seja, mesmo que os valores referentes a poucas dificuldades sejam em um percentual considerável, o fato de existirem dificuldades é preocupante e exige atitudes da comunidade escolar, na implementação de “mudanças [...] em diversos aspectos desde os métodos de ensino, formação e trabalho do professor e hábitos de estudo e interesse dos alunos” (Goulart *et al.*, 2018, p. 24).

i) Considerando o nível de dificuldade assinalado, por que você escolheu aquele valor? (Você pode assinalar mais de uma resposta)

Tabela 8 – Análises das respostas à questão i).

Motivos das dificuldades em Álgebra	nr ^(d)	%
os conteúdos não fazem parte do meu dia a dia	41	27%
não consigo relacionar os conteúdos com outros conhecimentos	23	15%
não entendo a linguagem	24	16%
não consigo realizar os cálculos necessários	51	34%
não tenho dificuldades	22	15%
outra resposta	24	16%
Total de respostas	185	-

Fonte: próprio autor.

Notas: (d) nr é a quantidade de respostas dos participantes, que poderiam assinalar mais de uma.

Nessa questão, também com respostas objetivas, os alunos poderiam assinalar mais de uma resposta, além de escolher o item outro, para responder subjetivamente.

Como é possível perceber na tabela 8, o total de respostas (185) foi maior que o número N de participantes, pelo fato de alguns optarem por responder mais de um item. Também é visível que as dificuldades pré-estabelecidas disponíveis nas alternativas, descritas e organizadas dessa forma pelo propósito da pesquisa que estuda as questões de linguagens, estão com quantidades aproximadas, sendo possível inferir que não existem dificuldades exclusivas em Álgebra. O valor maior (34%) aparece em relação aos cálculos, e vai ao encontro de uma das dificuldades apontadas por Estevão (2021) em relação à compartimentação dos conhecimentos aritméticos e algébricos, assim como indicado por Goulart *et al.* (2018) ao considerar as operações básicas como fator das dificuldades em Matemática.

Se percebe que boa parte dos pesquisados (42% dos participantes, da soma das duas primeiras respostas) apontam a falta de contextualização como uma dificuldade, também apontada por Estevão (2021). Nesse sentido Gil (2008) aponta para que se a Álgebra e sua linguagem fossem mais contextualizadas, os significados se tornariam mais claros.

Sobre linguagem, assinalada pelos pesquisados como um dos motivos para as dificuldades em Álgebra, alguns pesquisadores sinalizam a formalização e abstração da linguagem algébrica (Gil, 2008), e o uso de letras (Dias; Silva, 2019; Estevão, 2021) como elementos causadores dessa dificuldade.

i)1 Outra resposta:

Das 24 respostas em *outra resposta*, foram identificadas 25 unidades de registro que possibilitaram a escrita de 13 códigos, determinando a elaboração de 4 categorias.

Tabela 9 – Categorização das respostas em i)1.

Nº	Categoria	Descrição	nu ^(e)	%r ^(f)
1	entendimento	Dificuldades com o entendimento e interpretação de conteúdos, explicações, cálculos.	17	71%

2	lembrança	Dificuldade em lembrar dos conteúdos e resoluções.	4	17%
3	motivação	Falta de motivação e atenção.	3	12%
4	letras	Dificuldade com letras nas questões.	1	4%

Fonte: próprio autor.

Nota: (e) **nu** é a quantidade de unidades de registro identificadas para cada categoria. (f) **%r** é o percentual sobre o total de respostas na questão.

É possível perceber a maioria dos respondentes que optaram em escrever outra resposta, fez menção à falta de entendimento em relação a conteúdos, explicações e cálculos. Embora houvesse uma alternativa relacionada à realização dos cálculos, alguns alunos apontaram especificidades e entendimento sobre eles, como descrevem os alunos A9 que diz que *“apresento alguma dúvida em relação a alguma parte específica do cálculo”* e A118 que comenta que *“não sou boa em interpretar cálculos”*. Entende-se que essa dificuldade de entendimento de conteúdo, de resolução, foi escolhida como outra resposta para os alunos, mas se enquadra dentro das respostas pré-estabelecidas, como questões de contextualização (primeira e segunda alternativas) e de linguagem (terceira alternativa), que igualmente são apontadas como dificuldades por Estevão (2021) e que, provavelmente, eles não conseguiram diferenciá-las no momento de responder. A indicação, nessa categoria, de dificuldades relacionadas a cálculos também é significativa, ao passo que se relaciona a outras dificuldades voltadas a deficiências nas relações entre Aritmética e Álgebra, também citada por Estevão (2021).

A segunda categoria, de certa forma, tem ligação novamente com as alternativas anteriores e também com a primeira categoria. A falta de lembrança, apontada por Pacheco e Andreis (2018) como uma causa das dificuldades da aprendizagem em Matemática, pode estar ligada a não compreensão de conteúdo, inclusive pela falta de contextualização. Segundo Estevão (2021, p. 101), a “nossa memória tende a lembrar melhor de um conteúdo ou conceito quando os associamos às informações que já conhecemos”. Ou seja, se o aluno não compreende o conteúdo de equações e sistema de equações, por não entender ou ligar esse conhecimento com outros ou com aspectos do seu dia a dia, pode ter dificuldades para a sua assimilação e recordação.

Esse mesmo fato também justifica a terceira categoria, motivação, que além da contextualização, pode estar relacionada também a dificuldades com a linguagem. Estevão (2021) indica que a formalidade com linguagem algébrica pode afastar os alunos, que podem olhar para a Álgebra como fora da sua realidade. Mas promover a motivação, que influencia diretamente no gostar ou não da Matemática, é papel do docente uma vez que ele tem condições de propor, por exemplo, atividades com aplicações práticas ou que mobilizem para o conhecimento (Pacheco; Andreis, 2018).

Na quarta categoria o participante deu ênfase na questão da compreensão das letras. Embora esteja dentro do item da linguagem, essa última é mais ampla. Para Estevão (2021, p. 96), muitos alunos não entendem o porquê de se usar algumas letras, “não reconhecendo suas utilidades e seus significados”. O uso da letra como incógnita é fato que implica uma dificuldade para os alunos, uma vez que eles nem sempre a entendem como número (Dias; Silva, 2019).

É possível identificar que mesmo os participantes tendo escritos outros motivos para as dificuldades, eles se encontram como parte das alternativas propostas na questão, com o maior número de participantes indicando relações de dificuldades com os cálculos e resoluções. Há de se destacar que o conteúdo de equações e sistema

de equações é abstrato e, a sua resolução, é baseada em algumas técnicas que ficam mais complexas à medida que as quantidades de incógnitas são maiores, como é o caso do estudo de sistema de equações desenvolvidos no ensino médio.

i)2 Você poderia detalhar melhor o porquê dessa resposta assinalada?

Foi solicitado para os participantes detalharem melhor as suas escolhas sobre os motivos das dificuldades. No processo de análise de conteúdo, foram assinaladas 112 unidades de registro em um total de 90 respostas, uma vez que 61 participantes deixaram essa questão em branco. A partir disso, foram gerados 28 códigos que resultaram em 5 categorias.

Tabela 10 – Categorização das respostas em i)2.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%
1ª	conteúdo e cálculos	Dificuldades relacionadas ao entendimento do conteúdo e desenvolvimentos de cálculos.	77	51%
2ª	contextualização	Dificuldades relacionadas à falta de relação da Álgebra com o cotidiano.	16	11%
3ª	letras e linguagem	Dificuldades com letras, linguagem e comunicação.	10	7%
4ª	desatenção e confusão	Falta de atenção e confusão.	6	6%
5ª	não posso	Resposta que não pode ser explicada melhor.	3	2%

Fonte: próprio autor.

Novamente a categoria sobre dificuldades envolvendo conteúdos e cálculos se destaca entre os participantes para explicar as suas dificuldades, que explanam situações de complexidade de cálculos e conteúdo, dificuldades de interpretação e com regras de resoluções, tanto algébricas como aritméticas, como pode ser observado na resposta “*Tenho um pouco de dificuldade ao resolver os cálculos quando são mais complexos*”, do participante A17, e também “*Tenho dificuldades em pegar as regras, fórmulas, manhas, sinais e conseguir juntar tudo*”, de A49.

Na contextualização, os alunos destacam suas dificuldades em relacionar o conteúdo com o dia a dia, à medida que expressam “*Não uso no meu dia a dia esse conteúdo em específico*” (A91) e “*Eles não fazem parte do meu cotidiano...*” (A127).

Na terceira categoria, os participantes detalham mais as dificuldades em relação à linguagem, destacando a questão de dificuldades com a compreensão das letras dentro dos problemas algébricos.

Nessas três categorias, algumas discussões já foram feitas na questão anterior e atendem plenamente essas categorias.

Na quarta categoria, existe um detalhamento em relação às dificuldades apontadas, como sendo confusão e desatenção, que se relacionam à linguagem e aos procedimentos de resolução, como se vê nas respostas dos alunos A51, “*as letras confundem bastante*”, e A3, “*Perco a questão por não prestar atenção, muitas vezes por um sinal de negativo*”. Segundo (Costa et al., 2016, p. 160), além de certo formalismo com a linguagem algébrica, os procedimentos empregados são complexos, e para “resolver uma equação [...] é preciso utilizar conhecimentos, técnicas e realizar manipulações algébricas, com diferentes graus de dificuldade, desde as mais simples às mais complexas”.

Alguns alunos escreveram que não poderiam explicar melhor as suas dificuldades, entendendo-se que eles não identificaram quais e como fazer essas explicações, que pode estar relacionado ao fato da falta de entendimento do conteúdo. Ou apenas, não quiseram deixar em branco, como os outros 61 participantes. Dentro desse universo de alunos que não responderam (64 alunos), cabe um olhar diferenciado na tentativa de entender essa ausência. Acredita-se que não se deve a uma falta de colaboração com a pesquisa, uma vez que em outras perguntas, que compunha o questionário, a grande maioria respondeu. Então, entende-se que esse fato ocorreu pelo fato de os alunos não conseguirem manifestar uma explicação mais detalhada, pois muitos estudantes até sabem fazer as resoluções, mas não têm elementos para expressar seu pensamento (Estevão, 2021) possivelmente pelas suas deficiências no entendimento da Álgebra.

Após as análises das respostas dos participantes, ficam os destaques para o expressivo número de alunos que apresentam algum nível de dificuldade em Matemática e Álgebra, e o fato de que os resultados obtidos apresentam dados que apontam para uma ligação entre as dificuldades dos participantes e aspectos de entendimento de conteúdos e cálculos algébricos, sendo que essa deficiência está interligada com questões relacionadas tanto à linguagem algébrica quanto à contextualização e interpretação de problemas e situações que envolvem a área da Álgebra.

Nesse sentido, a discussão desenvolvida colabora significativamente com a pesquisa em curso, uma vez que corrobora a necessidade de transposição das dificuldades em relação à linguagem algébrica, inclusive por meio de recursos que empreguem outras linguagem e representações.

Questões de j) a y)

Dentre as questões de j) a y), algumas constam no Manuscrito 4 na íntegra. As demais, que compõe apenas o texto dos resultados, ou estão agrupadas e sintetizadas, são trazidas aqui de forma mais completa.

j) Considerando contextualização como sendo o momento em que professor e alunos dialogam sobre conhecimentos anteriores, cotidiano e realidade dos alunos, para que sejam desenvolvidas relações de significados com novos conhecimentos. Você lembra da contextualização para estudar equações e sistema de equações?

Tabela 11 – Análise das respostas à questão j).

Você lembra da contextualização?	n	%
sim	35	23%
não	115	76%
em branco	1	1%
TOTAL	151	100%

Fonte: próprio autor.

A maioria dos alunos, 76%, não lembrava de ter ocorrido a contextualização sobre o conteúdo de sistema de equações, sendo que os que lembravam, responderam sobre como havia sido.

j)1 Se sim, poderia descrever como foi?

Na íntegra, no Manuscrito 4.

k) Em equações, como $x + y = 3$, você entende o significado das letras?

Tabela 12 – Análise das respostas à questão k).

Entende significado da letra?	n	%
sim	94	62%
não	56	37%
em branco	1	1%
TOTAL	151	100%

Fonte: próprio autor.

A maioria dos alunos, 62%, responderam entenderem o significado das letras, embora não seja a maioria expressiva. Chama a atenção de que quase 40% não entendem o significado, e isso pode dificultar a resolução de uma equação e sistema, pois ao não entender o significado o aluno pode apenas seguir regras pré-determinadas sem compreender o que estaria fazendo.

k)1 Em caso afirmativo, qual seria o significado das letras nas equações?

Na íntegra, no Manuscrito 4.

l) Você conseguiria resolver um problema envolvendo sistema de equações, como esse?

Resolva o sistema de equações:
$$\begin{cases} x + 2y + z = 7 \\ -x - 2y + z = -1 \\ x - 2y + z = 3 \end{cases}$$

Tabela 13 – Análise das respostas à questão l).

Resolver sistema de equação?	n	%
sim	83	55%
não	68	45%
TOTAL	151	100%

Fonte: próprio autor.

Ao olhar ambos os percentuais trazem preocupações, pois somente pouco mais da metade dos participantes afirma que conseguiriam resolver um sistema de equações lineares, sendo que a maioria dos participantes, que eram do 2º ano, ou 3º ano do Técnico em Agropecuário do IFFar, já tinham estudado o conteúdo, refletindo também em um alto percentual dos que afirmam não conseguir resolver.

l)1 Em caso negativo, qual(ais) são as suas dificuldades?

Nessas respostas negativas foram identificadas 78 unidades de registro, que geraram 20 códigos que originaram 6 categorias:

Tabela 14 – Categorização das respostas em l)1.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u ^(g)
1	conteúdo e cálculos	Dificuldades em realizar cálculos ou na compreensão e assimilação do conteúdo.	38	49%
2	letras	Dificuldades com as letras.	20	26%
3	entender e interpretar	Não entender ou conseguir interpretar os problemas e questões.	7	9%
4	todas dificuldades, falta de estudo	Muitas dificuldades generalizadas ou falta de estudo.	7	9%
5	em branco	Não responderam as dificuldades.	5	6%
6	contextualização	Falta de contextualização.	1	1%

Fonte: próprio autor.

Nota: (g) %u é o percentual sobre o total de unidades de registro na questão.

A maior parte das unidades de registro, na categoria 1, se concentrou em dificuldades com o conteúdo e com os cálculos e mesmo com um percentual de 62% apontado que compreendem o significado das letras, na questão k), 26% das unidades indicam que há dificuldades com elas para a resolução de sistema. Entender e interpretar, terceira categoria, também pode levar a uma ideia de que essa dificuldade pode estar relacionada com a compreensão das incógnitas. Novamente, existe a possibilidade de uma incompreensão do problema como um todo e o papel das letras nos problemas. Alguns alunos apontaram falta de estudo e que existem muitas dificuldades, na categoria 4. Usaram o termo “todas” o que indica que talvez nem consigam identificar quais. Apenas uma resposta citou a falta de contextualização como um fator de dificuldade.

m) Você conhece Enigmas Matemáticos, como este:

TESTE SEU RACIOCÍNIO



Tabela 15 – Análise das respostas à questão m).

Conhece enigmas matemáticos (EM)?	n	%
sim	121	80%
não	29	19%
em branco	1	1%
TOTAL	151	100%

Fonte: próprio autor.

n) Você se sentiria motivado a resolver este enigma?

Tabela 16 – Análise das respostas à questão n).

Motivado para resolver um enigma	n	%
sim	124	82%
não	24	16%
em branco	3	2%
TOTAL	151	100%

Fonte: próprio autor.

o) Independente da sua motivação, você saberia qual a resposta para o valor do cacho de uva?

Tabela 17 – Análise das respostas à questão o).

Valor para cacho de uva no enigma	n	%
2	8	5%
7	15	10%
12*	128	85%
TOTAL	151	100%

Fonte: próprio autor.

Nota: * resposta correta.

p) Você conseguiria dizer de que maneira encontrou o valor?

Tabela 18 – Análise das respostas à questão p).

Maneira de resolver	n	%
usei o método da substituição.	59	39%
fui atribuindo valores até a igualdade ser verdadeira.	38	25%
chutei o valor.	33	22%
outra resposta	17	11%
em branco	4	3%
TOTAL	151	100%

Fonte: próprio autor.

Analisando em bloco as questões de *m)* a *p)*, mais de 80 % dos participantes responderam que conheciam os enigmas matemáticos e que se sentiam motivados a responder, o que é um valor expressivo e que indica uma boa aceitação pelos alunos.

Ao ser proposto a resolução de um enigma, em que era preciso encontrar o valor de uma imagem (o que corresponderia a uma incógnita), 85% dos alunos conseguiram encontrar o valor de forma acertada, sendo que as formas de resolução mais indicadas foram usando o método da substituição (39%) e atribuindo valores para encontrar a igualdade (25%). Outros alunos indicaram que chutaram o valor (22%). Os demais deixaram em branco ou escolheram outra resposta, que se concentrou em mostrar a resolução usando os números de cada fruta.

p)1 Outra resposta:

Das 17 respostas em outra resposta, foram identificadas 17 unidades de registro, que geraram 6 códigos que originaram 3 categorias.

Tabela 19 – Categorização das respostas em *p)1*.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	somando ou calculando valores	Usando a soma ou calculando pelos valores numéricos das frutas.	14	82%
2	lógica ou matemática básica	Pela lógica matemática ou usando a matemática básica.	2	12%

3	Usando um desenho	Explicou como resolveu usando um desenho.	1	6%
---	-------------------	---	---	----

Fonte: próprio autor.

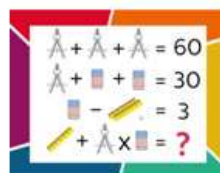
A maioria das respostas do item outra resposta continha uma explicação que somou ou calculou os valores das frutas (82%). Embora seja uma explicação mais detalhada, também faz parte da utilização do método de substituição ou por atribuição de valores, assim como usar a lógica, que pode ser pela utilização de valores atribuídos ou substituídos. Chama a atenção, na categoria 3, a utilização de um desenho pelo aluno A8 para explicar sua resolução, usando a linguagem imagética, para a encontrar a resposta.

q) Se você fosse apresentado a esses dois problemas, qual você se sentiria mais interessado para resolver?

Dado o sistema de equações:

$$\begin{cases} a + a + a = 60 \\ a + b + b = 30 \\ b - 2c = 3 \\ c + a \cdot b = d \end{cases}$$

Qual o valor de d ?



Qual o valor da ? ?

Na íntegra, no Manuscrito 4.

r) Para você, qual seria o mais divertido de resolver?

Na íntegra, no Manuscrito 4.

r)1 Por quê?

Sistema de Equações

Entre as respostas assinaladas no sistema de equações, foram identificadas 21 unidade de registros que geraram 11 códigos e, a partir deles 7 categorias.

Tabela 20 – Categorização das respostas em r)1, para sistema de equações.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1*	aparentar ser mais fácil de resolver, entender, calcular	Os SE aparentam ser mais fáceis de resolver, entender, calcular	6	30%
2*	letras facilitam, imagens atrapalham	As letras facilitam a resolução de SE, e imagens confundem.	5	24%
3*	por conhecer o conteúdo	O conteúdo de SE já é conhecido.	3	14%
4	Preferir e estar acostumado	Há uma preferência pelos SE, estão mais acostumados com esses problemas na aula.	2	9%
5	Gostar de Matemática e equação	O SE é mais próximo de matemática e de equações	2	9%
6	SE é interessante	O SE é mais interessante.	2	9%

7	EM é mais difícil	O EM é mais difícil que SE.	1	5%
---	-------------------	-----------------------------	---	----

Fonte: próprio autor.

Nota: as categorias 1, 2 e 3, das tabelas 20, 21, 22, 23, 24, 25, foram as de maior destaque, por isso apresentadas no Manuscrito 4.

Enigma Matemático

Entre as respostas assinaladas no enigma matemático, foram identificadas 183 unidade de registros que geraram 34 códigos e, a partir deles 7 categorias.

Tabela 21 – Categorização das respostas em r)1, para enigma matemático.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	mais informal, lúdico, chamativo, interessante, motivador, didático	Os EM são mais lúdicos, são informais e chamam mais atenção, sendo mais didáticos	73	40%
2	aparentar ser mais fácil resolver, entender, calcular	Os EM aparentam ser mais fáceis de resolver, entender, calcular	48	26%
3	por ter Imagens, figuras e cores	Os EM possuem imagens, figuras e são coloridos	33	18%
4	mais simples, compreensível	Os EM são mais simples e compreensíveis.	17	10%
5	letras dificultam	Os EM não possuem letras, que dificultam o entendimento	6	3%
6	pela contextualização	Os EM são mais contextualizados	4	2%
7	não ser exato, não é prova	Os EM não são tão exatos e não se assemelham a uma prova	2	1%

Fonte: próprio autor.

Houve, nessa questão, 5 respostas “Em Branco”, e 6 na que indicam que “SE e EM são iguais”.

Em relação a sistemas, o maior percentual é relacionado a facilidade de resolver e entender (30%), seguidas do fato de que as letras facilitam (24%) e por conhecer o conteúdo. Entretanto, nessas categorias, não fica muito clara a questão do motivo de serem mais divertidas, não se configurando explicações propriamente ditas.

Nos enigmas, a maior parte das respostas apontam a serem mais divertidos pelo fato de serem mais fáceis de resolver (26%), serem mais lúdicos, chamarem a atenção, serem mais motivacionais (40%) e ainda por conterem imagens e cores (18%), sendo que letras dificultam (3%).

s) Qual tem mais significado e sentido com a sua realidade?

Na íntegra, no Manuscrito 4.

s)1 Por quê?

Sistema de Equações

Entre as respostas assinaladas no sistema de equações, foram identificadas 76 unidades de registro que geraram 29 códigos e, a partir deles 7 categorias.

Tabela 22 – Categorização das respostas em s)1, para sistema de equações.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Realidade escolar, professores ensinam	Ter sentido está relacionado ao fato de ser o que é trabalhado na escola pelos professores.	55	72%
2	Porque é mais matemático, importante saber os cálculos e operações	SE estão mais relacionados à matemática, os cálculos e operações nos SE são importantes.	9	12%
3	letras e números facilitam	As letras e os números presentes nos SE facilitam a resolução.	5	7%
4	vestibulares	SE estão mais presentes em vestibulares.	3	4%
6	mais prático	SE são mais práticos.	2	3%
5	SE são interessantes e fazem pensar	O SE são mais interessantes e fazem pensar mais.	1	1%
7	não sei	Não sei por quê.	1	1%

Fonte: próprio autor.

Enigma Matemático

Entre as respostas assinaladas no enigma matemático, foram identificadas 102 unidades de registro que geraram 26 códigos e, a partir deles 6 categorias.

Tabela 23 – Categorização das respostas em s)1, para enigma matemático.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	contextualização	Os EM estão mais relacionados à realidade do dia a dia, fora da escola.	32	31%
2	simples, compreensível	Os EM são mais simples e compreensíveis.	30	29%
3	por ter EM, imagens, figuras, cores, objetos	Os EM possuem mais imagens, figuras objetos, cores e facilitam.	30	29%
4	relação com jogo, desafio, lúdico	Os EM estão relacionados com jogos, sendo desafiadores e lúdicos.	5	5%
5	mais lógico, rápido	Os EM são mais lógicos e mais rápidos de resolver.	3	3%
6	não sei	Não sei por quê.	2	2%

Fonte: próprio autor.

Houve, nessa questão, 14 respostas “Em branco”, e 4 respostas que não estão diretamente ligadas a EM ou SE, pois foram “nenhum dos dois” ou “SE e EM são iguais”.

Em relação aos SE, o maior percentual ficou por ser aquilo que é contextualizado pela escola e apresentado pelos professores, a relação com a realidade de sala de aula (72%), seguido pelo fato de SE ser mais matemático e importante saber os cálculos (12%) e de letras facilitarem (7%). Observa-se que a maioria dos alunos relacionam ter sentido porque está de acordo com o que foi visto em aula, ou seja, pela condução do professor. Aí pode-se perceber o importante papel do professor em seus métodos, que podem conduzir suas aulas para serem mais significativas e facilitarem o entendimento do conteúdo. Um aluno enfatiza muito esse papel do professor, respondendo que SE tem mais sentido “*porque os professores mostram assim*” (A48).

Em relação aos enigmas, a maior parte das respostas (31%) apontam que EM tem mais sentido porque são mais contextualizados, relacionados com o dia a dia dos participantes, não o escolar, mas o cotidiano de forma geral. Segue como segundo percentual o fato de serem mais simples e compreensíveis (29%), e ainda possuírem EM, imagens, cores, objetos (29%). Isso tudo demonstra que a linguagem imagética, para boa parte dos respondentes, é significativa por ser contextualizadora e facilitar o entendimento.

Uma observação interessante diz respeito à preocupação com vestibulares, onde o aprendizado em si fica em segundo plano.

A categoria “mais prático” foi escolhida por dois alunos, cada um defendendo ser mais prático para EM ou SE.

t) Sobre a dificuldade para entender e resolver, qual você pensa ser o mais difícil?

Na íntegra, no Manuscrito 4.

t)1 Por quê?

Sistema de Equações

Entre as respostas assinaladas no sistema de equações, foram identificadas 124 unidades de registro que geraram 38 códigos e, a partir deles 7 categorias.

Tabela 24 – Categorização das respostas em t)1, para sistema de equações.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	linguagem e letras, falta de imagens.	Dificuldades com a linguagem e letras, falta de imagem, imagens são mais simples e compreensíveis	72	59%
2	complexo, formal	SE é mais complexo e formal.	14	11%
3	cálculos e conteúdo de SE	Dificuldades com os cálculos, regras de sinais e números, com o conteúdo de SE.	19	15%
4	desestimulante, desinteressante, desanimador, desmotivante, desconcentra,	SE é desestimulante desmotivante e desinteressante, desanimador. Desconcentra e não chama a atenção.	8	6%
5	interpretar, entender e resolver SE.	é mais difícil de interpretar, entender, resolver e requer atenção.	6	5%
6	não sei/sim	Respostas não sei e ou apenas “sim”	3	3%

7	Contextualização com realidade	SE não tem relação com a realidade do dia a dia	2	2%
---	--------------------------------	---	---	----

Fonte: próprio autor.

Enigma Matemático

Entre as respostas assinaladas para enigma matemático ser mais difícil, foram identificadas 32 unidades de registro que geraram 18 códigos e, a partir deles 6 categorias.

Tabela 25 – Categorização das respostas em t)1, para enigma matemático.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	imagens e associação de imagens. distraem	Por possuírem imagens ou associar imagens, com muitos detalhes, causando distração.	18	56%
2	EM não é estudado ou conhecido	EM não são estudados, o conteúdo de SE sim.	9	28%
3	letras no lugar de imagens	As letras podem substituir as imagens.	2	7%
4	mais fácil SE	SE é mais fácil.	1	3%
5	dificuldades com cálculos	Nos EM existem cálculos mais difíceis.	1	3%
6	requer atenção	Os EM requerem atenção.	1	3%

Fonte: próprio autor.

Houve, nessa questão, 14 respostas “Em branco”, e 11 respostas que não estão diretamente ligadas a EM ou SE, pois foram “mesmo grau de dificuldade”, “SE e EM não são difíceis”, “SE e EM são difíceis”, “SE e EM são iguais/semelhantes na resolução”.

Em relação às dificuldades em SE, o maior percentual (59%) ficou relacionado à dificuldade com a linguagem e com as letras e simplicidade com uso de imagens, que são mais compreensíveis. As dificuldades com os cálculos e com o conteúdo (15%) aparecem na sequência, ainda se relacionando com as linguagens. O desinteresse e desmotivação (6%) também é apontado pelos alunos, e seguem em destaque as dificuldades em entender e resolver os SE (5%). Mesmo que em pequeno número, aparece a questão de os SE não serem contextualizados. (2%).

Em relação às dificuldades com enigmas, a maior parte das respostas (56%) apontam que as imagens são mais difíceis, que tem detalhes e isso pode desconcentrar. Já 28% indicam que são mais difíceis por não ser estudado ou não conhecer o conteúdo. Isso mostra a falta de contextualização e se relaciona com a resposta anterior, em que a maioria diz que o EM tem mais sentido por serem mais relacionados ao dia a dia. Já 7% citam usar imagens no lugar dos enigmas, para entender e resolver um enigma, o que demonstra o entendimento claro nos enigmas das incógnitas e sua representação.

u) Você pensa que uso de imagens de outros objetos ou coisas traria mais sentido e significado para você e para problemas matemáticos que envolvem equações e sistemas de equações?

Tabela 26 – Análise das respostas à questão *u*).

imagens traria mais sentido aos sistemas?	n	%
sim	74	49%
não	32	21%
é indiferente	44	29%
em branco	1	1%
TOTAL	151	100%

Fonte: Próprio autor.

Boa parte dos alunos, 49%, indicam um aspecto positivo ao usar imagens em sistemas, e 21% acham que não. Mas uma parte considerável dos pesquisados entende ser indiferente esse uso (29%) o que de certa forma vai de encontro a outros aspectos positivos, ligados à imagem, na compreensão de problemas e entendimento do conteúdo, por exemplo, nas questões *q*), *r*), *s*) e *t*), em trazer os enigmas matemáticos mais interessantes, divertidos, fáceis e que fazem mais sentido para a maioria dos pesquisados, boa parte indicando ser o motivo a presença das imagens (questão *r*)1, *s*)1, *t*)1).

***u*)1 Se sim, para você, quais imagens seriam mais significativas?**

Nas 74 respostas afirmativas, 8 alunos optaram por deixar em branco, e para as outras respostas, foram identificadas 97 unidades de registro, que geraram 31 códigos que originaram 9 categorias.

Tabela 27 – Categorização das respostas em *u*)1.

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	alimentos	Alimentos tipo frutas, doces, comidas em geral.	20	20%
2	não sei, qualquer imagem, todas imagens	Imagens não identificadas especificamente.	18	19%
3	objetos	Objetos tipo carros, objetos escolares, produtos, objetos em geral.	17	18%
4	caracterizadas por propriedade	Não definidos, mas caracterizados por uma propriedade, como chamativas, didáticas, ilustrativas, simples.	17	18%
5	Não citou, imagens que ajudam a resolver e interpretar	Não especificou imagem, citando que elas ajudassem a resolver e interpretar.	7	7%
6	cores	Imagens coloridas.	5	5%
7	animais	Imagens de animais.	5	5%
8	Contextualizadas no dia a dia	Contextualizadas, envolvendo o dia a dia.	5	5%
9	relacionadas à matemática e equações	Imagens relacionadas à matemática ou com equações.	3	3%

Fonte: próprio autor.

Nessa questão, houve uma diversidade grande de respostas, o que gerou um número considerável de categorias, sendo 4 mais destacadas das demais, com 20% aproximadamente. Elas englobaram alimentos (20%), principalmente frutas, depois uma categoria envolvendo respostas que os alunos não souberam identificar ou responderam todas, qualquer imagem (19%), seguidas por objetos diversos (18%), e depois imagens não especificadas, em que a resposta falou das propriedades (18%) como imagens simples, chamativas, ilustrativas. Mesmo não tão expressivas, apareceram respostas categorizadas como imagens para auxiliar a responder (7%), e cores (5%), animais (5%) e do dia a dia (5%), finalizando com respostas relacionadas com a matemática (3%).

Uma possibilidade de a escolha estar mais direcionada às frutas pode ser que eram as que se apresentavam no primeiro exemplo de enigma matemático. Essa resposta, associada à de que as imagens diversas, simples e que ajudassem a interpretar resolver foi importante à medida que serviu como base para que o planejamento das atividades contidas na intervenção didática apresentasse essas características.

v) Convidamos você agora a se desafiar e responder os problemas. Você pode responder os dois ou apenas um:

Dado o sistema de equações:

$$\begin{cases} x + x + x = 30 \\ x + 2y + 2y = 18 \\ 2y - z = 2 \\ z + x \cdot y = t \end{cases}$$

Qual o valor de t?

$t = \underline{\hspace{2cm}}$



$? = \underline{\hspace{2cm}}$

Tabela 28 – Respostas apresentadas na questão v).

SISTEMA DE EQUAÇÕES			ENIGMA MATEMÁTICO		
Respostas SE	n	%	Respostas EM	n	%
11	1	1%	11	1	1%
12	1	1%	12	1	1%
14	1	1%	13	1	1%
16	2	1%	14	1	1%
18	1	1%	16	2	1%
20	2	1%	18	2	1%
22	41	27%	20	2	1%
24	16	11%	22	58	38%
26	1	1%	24	15	10%
28	1	1%	26	1	1%
32	2	1%	28	1	1%

40	1	1%	32	3	2%
42	9	6%	40	1	1%
46	1	1%	42	19	13%
47,5	1	1%	46	1	1%
48	5	3%	47,5	1	1%
558	1	1%	48	17	11%
576	1	1%	65	1	1%
42t	1	1%	122	1	1%
Em branco	61	40%	Em branco	22	15%
Rasurado	1	1%			
TOTAL	151	100%	TOTAL	151	100%

Fonte: próprio autor.

Nota: destaque para linha da resposta certa em cor verde e das questões “em branco” com a cor azul.

Tabela 29 – Resumo de acertos e erros nas respostas da questão v).

SISTEMA DE EQUAÇÕES			ENIGMA MATEMÁTICO		
Acertos	41	27%	Acertos	58	38%
Erros	48	32%	Erros	71	47%
Em branco	61	40%	Em branco	22	15%

Fonte: próprio autor.

Nota: destaque para linhas de acertos com escrita em cor verde, erros em vermelho e questões em branco em azul.

Comparando ambos os desafios, se percebe que houve mais erros no EM (47%) do que no SE (32%), e isso é um aspecto positivo. Embora pareça equivocada tal afirmação, entende-se que uma maior quantidade de erros implica em um maior interesse em resolver o EM do que o SE, foram mais tentativas, e isso é um fato extremamente importante a ser destacado. Outro fato que corrobora essa situação, é o percentual de alunos que deixaram a resposta em branco, que no SE foi de 40%, superior à do EM, de 15%.

w) Em relação aos dois problemas, tendo resolvido ou não um deles ou os dois, você observou algo que lhe chamou a atenção?

Tabela 30 – Análise das respostas à questão w).

Observou algo nas resoluções?	n	%
sim	95	63%
não	55	36%
em branco	1	1%
TOTAL	151	100%

Fonte: próprio autor.

Boa parte dos alunos, 63%, indicam um aspecto positivo em relação a ter observado algo que lhes chamasse a atenção ao resolver o EM ou o SE, e 36% não

observaram. Nessa questão, a expectativa era de os alunos verificarem semelhanças entre os dois problemas.

w)1 Se sim, o que você observou?

Na íntegra, no Manuscrito 4.

x) Para você, ao visualizar as imagens nos enigmas matemáticos e compará-las com as letras nas equações e sistemas de equações, possibilitaria um melhor entendimento do significado das letras?

Na íntegra, no Manuscrito 4.

y) Use este espaço se quiser fazer algum comentário.

Na íntegra, no Manuscrito 4.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EEEB – Escola Estadual de Educação Básica.

EEEM – Escola Estadual de Ensino Médio.

EMEB – Escola Municipal de Educação Básica.

EM – Enigma(s) Matemático(s).

IFFar – Instituto Federal Farroupilha.

SE – Sistema(s) de Equações.

URCAMP – Universidade da Região da Campanha.

REFERÊNCIA

BRASIL. Ministério da Educação. **Taxas de Rendimento Escolar**, Brasília, DF: Ministério da Educação, 19 jun. 2023. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/indicadores-educacionais/taxas-de-rendimento-escolar>. Acesso em: 04 abr. 2024.

COSTA, A. S. *et al.* Investigando as dificuldades apresentadas em Álgebra por alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental. **Revista Destaques Acadêmicos**, v. 8, n. 4, p. 159–176, 2016.

DIAS, G. F.; SILVA, P. F. Dificuldades encontradas na resolução de equações do 1º grau: análise dos erros de uma turma do 8º ano. *In*: Congresso Nacional de Educação, 6. 2019, Fortaleza. **Anais [...]**. Fortaleza: Conedu, 2019.

ESTEVÃO, E. J. O. **Dificuldades na aprendizagem e ensino de Álgebra**: atividades propostas para minimizar essas dificuldades. 2021. Dissertação

(Mestrado Profissional em Rede Nacional) – Unidade Acadêmica de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2021.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

GOULART, A. T. *et al.* Dificuldades no aprendizado de matemática: percepção de estudantes de duas escolas públicas de Anita Garibaldi. **Cientefico**, v. 18, n. 37, p. 1–27, 2018.

PACHECO, M. B.; ANDREIS, G. D. S. L. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. **Revista Principia**, v. 1, n. 38, 2018.

THOMAZ, T. C. Não gostar de matemática: que fenômeno é este? **Cadernos de Educação**, n. 12, p. 189–211, 1999.

APÊNDICE I – Análises Questionário 2

Análises das respostas do Questionário 2

Nesse apêndice são apresentadas todas as 12 questões que compõem o Questionário 2 (que são enumeradas de a) a m), com uma pergunta complementar identificada de f)1) e as análises na íntegra, com tabelas e discussão, que no Manuscrito 5, se encontram em forma de texto e sintetizadas.

CARACTERIZAÇÃO DOS PARTICIPANTES.

a) Qual o seu nome?

Essa questão não foi incorporada nas transcrições, para se manter o anonimato dos participantes, identificados pelos códigos A1 a A154. Nesse universo de 154 alunos, 36 participaram da intervenção didática, sendo que 31 foi o total de respondentes ao Questionário 2.

b) Qual a sua escola?

Tabela 1 – Análise das respostas à questão b).

Escola	n ^(a)	% ^(b)
EMEB João André Figueira (municipal)	13	42%
IFFar – Campus Alegrete (Federal)	18	58%
TOTAL	31^(c)	100%

Fonte: próprio autor.

Notas: (a) n é a quantidade de participantes em cada resposta.

(b) % é o percentual em relação ao total de participantes.

(c) é o total de participantes que responderam no Questionário 2, representado por N.

As escolas participantes da intervenção didática foram duas, escolhidas pelas dificuldades apresentadas e pela facilidade de acesso do pesquisador. Foram 2 instituições dentre as 6 participantes, sendo uma delas a municipal, com 42%, e a outra a federal, com 58% do total de respondentes.

c) Qual a sua turma?

Tabela 2 – Análise das respostas à questão c).

Escola	Turma	n	%
EMEB João André Figueira	1º ANO	7	23%
	2º ANO	1	3%
	3º ANO	5	15%*
IFFAR – Campus Alegrete	3ºA	7	23%
	T21	4	13%
	Q20	7	23%
TOTAL		151	100%

Fonte: próprio autor.

Nota: * percentual arredondado 1 para menos, para adequar 100%.

Tabela 3 – Total de participantes nos anos, também da questão c).

Ano	n	%
1º ANO	7	22%*
2º ANO	12	39%
3º ANO	12	39%
TOTAL	31	100%

Fonte: próprio autor.

Nota: * percentual arredondado 1 para menos, para adequar 100%.

A maioria dos participantes estudam no 2º e 3º anos (78%) que é o período em que é estudado conteúdo de Sistema de Equações Lineares. Os alunos do 1º ano (22%) aparecem na pesquisa tendo em vista que a Escola Municipal colocou à disposição para a pesquisa todos os seus alunos do Ensino Médio.

QUESTÕES ESPECÍFICAS.

d) Em relação às atividades propostas na aula, você achou que foram: (você pode marcar mais de uma resposta)

Tabela 4 – Análise das respostas à questão d).

Percepção das atividades	nr ^(d)	%r ^(e)	%
interessantes	28	50%	90%
motivadoras	17	30%	55%
contextualizadoras	11	20%	35%
nenhuma das respostas	0	0%	0%
Outra resposta	0	0%	0%
Em branco	0	0%	0%
TOTAL	56	100%	-

Fonte: próprio autor.

Notas: (d) **nr** é a quantidade de respostas assinaladas pelos participantes.

(e) **%r** é o percentual em relação ao total de respostas.

É possível visualizar, na tabela 4, que a maioria dos alunos acharam as atividades interessantes e mais da metade as achou motivadoras. Essa percepção se deve pela participação ativa deles nas atividades, pela ludicidade e presença das diferentes representações nas atividades. Sobre essas últimas, Oliveira e Roehrs (2024, p. 124) indicam que “ao se trabalhar com múltiplas representações têm-se alunos motivados, capazes de criar relações, organizar e associar conceitos e significados”.

O número menor em relação às atividades serem contextualizadoras pode estar relacionado à falta de compreensão de alguns alunos do que é contextualização e em que momento ela está acontecendo. Por isso, é preciso trabalhar mais este aspecto em aula. Outro fato a ser observado diz respeito ao número de atividades promovendo a contextualização explicitamente, que pode ter influenciado nessa

percepção, mesmo que em outros momentos da intervenção tenham acontecidos discussões contextualizadas.

e) Você acha que houve a contextualização?

Tabela 5 – Análise das respostas à questão e).

Houve contextualização?	n	%
sim	22	71%
não	4	13%
não sei dizer.	5	16%
TOTAL	31	100%

Fonte: próprio autor.

Mesmo que um percentual menor tenha achado que as atividades foram contextualizadoras, na tabela 4, se percebe que ao se fazer a pergunta diretamente a maioria dos alunos afirma que houve a contextualização. Mas o fato de alguns de 29% deles afirmarem que não ou não saber dizer se aconteceu, potencializa a inferência de os alunos não compreenderem o que seja contextualização, além de nem todas as atividades terem sido contextualizadoras para eles

Sendo a contextualização vista como momento de diálogo na aula sobre conhecimentos, cotidiano e realidade para o desenvolvimento de significados (Oliveira; Roehrs, 2023b), acredita-se que esse diálogo pode ser melhorado, uma vez que a ação protagonista do estudante na contextualização deve ser proporcionada pelo professor, responsável por criar situações que o faça interagir ativamente no processo (Boldrini; Barbosa; Boldrini, 2016).

e)1 Você identificou que as ações abaixo de alguma forma aconteceram durante as atividades? (você pode marcar mais de uma resposta)

Tabela 6 – Análise das respostas à questão e)1.

Sobre contextualização, ações que aconteceram	nr	%r	%
houve momento de discussão sobre a relação do cotidiano com a matemática.	17	31%	55%
houve espaço para eu discutir sobre os meus conhecimentos prévios, mesmo que eu não tenha me manifestado.	11	20%	35%
consegui resgatar conhecimentos prévios, matemáticos e/ou da realidade, que se relacionaram com a matemática e com sistema de equações.	21	38%	68%
nenhuma das respostas.	4	7%	13%
outra resposta	0	0%	0%
em branco	2	4%	6%
TOTAL	55	100%	-

Fonte: próprio autor.

Nas respostas previstas, os alunos teriam que assinalar se houve o momento que possibilitasse a contextualização, se eles puderam dialogar sobre e se conseguiram, a partir desse momento, contextualizar para uma aprendizagem mais significativa. Em suas repostas, mais da metade dos alunos apontaram que houve o momento e que conseguiram resgatar conhecimentos relacionados à sistema de equação (SE) nesse momento. Visto que a contextualização é “fundamental para a construção de significações” (Mello, 2004, p. 61) e que potencializa o processo de formação de alunos conscientes e críticos (Tiesen, Araujo, 2020), a sequência didática contendo diversidade de representações, com problemas e imagens relacionadas ao cotidiano dos alunos, foi positiva e atingiu esse propósito de contextualizar o ensino e aprendizagem de SE.

Entretando, somente 35% deles entenderam que houve espaço para eles se manifestarem sobre seus conhecimentos, não o fizeram, o que mostra que é preciso deixar mais claro o protagonismo dos alunos nesse momento. Pessano *et al.* (2017, p. 82) reforça essa posição quando afirma que a contextualização “deve priorizar o protagonismo dos estudantes, em todo o processo de ensino e aprendizagem e na mediação docente”.

f) Ao realizar a atividade da situação-problema (ATIVIDADE II), foi proposto o uso de materiais concretos e/ou imagens. Isso foi positivo ou negativo para o entendimento e resolução da situação-problema?

Tabela 7 – Análise das respostas à questão f).

Uso de materiais e imagens	n	%
Foi positivo	29	94%
Foi neutro	1	3%
Foi negativo	0	0%
Em branco	1	3%
TOTAL	31	100%

Fonte: próprio autor.

Resultado expressivo em relação ao aspecto positivo da utilização de materiais concretos e imagens. Entende-se que ambos podem ser considerados concretos, pois eram elementos que os alunos podiam manipular, consistindo em objetos tangíveis e cartões com imagens. A distinção residia na natureza efetiva de um deles, o objeto em si, proporcionando uma conexão mais sólida com a realidade. Para Fonseca (2017, p. 2) os materiais concretos são “essenciais para a constituição de um ensino-aprendizagem significativo e atraente”, e isso tudo favorece a contextualização e a aprendizagem significativa pelo acesso aos conhecimentos prévios.

Também, entende-se que ambos materiais são imagéticos, pois sendo visíveis, permite acesso ao imaginário. Como imagens, formam uma múltipla representação e um registro de representação semiótico, e tendo características como polissemia, subjetividade, ligação aos processos de cognição, ludicidade (Oliveira, Roehrs, 2023a) pode-se proporcionar um melhor desenvolvimento das capacidades cognitivas dos alunos (Oliveira, Roehrs, 2023b).

f)1 Por quê?

Em relação aos porquês de terem achado positivo e neutro, nas 30 respostas, foi realizada a Análise de Conteúdo em que foram identificadas 39 unidades de registro, que geraram 14 códigos, determinando 4 categorias.

Tabela 8 – Categorização sobre o porquê das respostas à questão f).

Nº	Categoria	Descrição	nu ^(f)	%u ^(g)
1	Imagens e concreto facilitaram	As imagens e/ou materiais concretos facilitaram a visualização, entendimento, interpretação e o conhecimento.	29	74%
2	Interessante, chamativo, lógico.	Usar imagens e/ou materiais concretos foi interessante, chamativo e lógico, sendo uma nova forma de calcular.	6	15%
3	Contextualização	O uso de imagens e/ou materiais concretos foi uma forma contextualizada, condizente com a realidade do dia a dia.	3	8%
4	Neutro	Empregar imagens e/ou materiais concretos não deixou mais fácil, pois as atividades não foram difíceis.	1	3%

Fonte: próprio autor.

Notas: (f) nu é a quantidade de unidades de registro identificadas para cada categoria.

(g) %u é o percentual sobre o total de unidades de registro na questão

A maior parte das respostas fizeram menção às imagens e o concreto serem facilitadores, melhorando a visualização, entendimento e interpretação do problema, reunidos na categoria 1. Os alunos A149 e A141, representam bem os demais respondentes, quando escrevem “*eu entendi mais fácil usando as imagens*” e “*tendo materiais concretos fica mais fácil de visualizar e entender a atividade*”, respectivamente. Para Fonseca (2017) os materiais concretos possibilitam atividades com mais sentido aos alunos, contextualizadas, promovendo uma aprendizagem mais fácil e significativa, e com isso, a construção do conhecimento. Além disso, Bica, Mello-Carpes e Roehrs (2018) apontam que as imagens vêm se consolidando como facilitadores conceituais, e que novas representações (a concreta e imagética, neste caso) ajudam na interpretação de conceitos, sejam complementando, ratificando ou retificando conhecimentos.

Na categoria 2, o destaque foi sobre serem mais interessantes e chamativos essas representações, sentimentos despertados pelas características relacionadas à representação imagética (Oliveira, Roehrs, 2023a). Também fizeram parte dessa categoria respostas relacionando a serem mais lógicos e uma nova maneira de calcular, que vem ao encontro de que as imagens permitiram a mobilização de outro registro de representação, dando acesso efetivo ao objeto representado e permitindo as transformações de conversão e tratamento (Duval, 2010). Como o tratamento está relacionado às operações, essa transformação permitiu ao aluno A31 ver positivamente as imagens ao afirmar “*aprendemos uma forma nova de cálculos na matemática*”.

Menos expressiva, mas não menos importante, a categoria 3 está relacionada à promoção da contextualização. O aluno A102, ao responder que compreendeu

melhor o problema porque “*ficou mais condizente com a nossa realidade do dia a dia*”, destaca o papel da contextualização, que era uma das intencionalidades da sequência didática quando se planejou, na *ATIVIDADE II*, o emprego de objetos e imagens relacionados ao cotidiano mais próximo dos alunos, seja pela localização da escola, mais rural, ou pelo tipo de curso técnico das turmas. Possete (2014) ratifica essa posição ao afirmar que as imagens possibilitam a contextualização e Oliveira e Roehrs (2024) complementam que diferentes representações e linguagens, articuladas no processo de ensino, permitem uma compreensão melhor e mais contextualizada dos conhecimentos escolares.

Apenas um aluno se posicionou em neutralidade, nominando a categoria 4. Mas entende-se, pelas palavras do aluno *A145*, quando escreve que “*Acredito que foi neutro, não deixou mais fácil mas em nenhum momento foi difícil*”, que o motivo foi mais por não ter percebido as atividades difíceis, e por isso, não visualizar o auxílio das imagens e material concreto.

g) Com a possibilidade de discussão sobre os enigmas matemáticos e da situação-problema, como você se sentiu em relação ao desenvolvimento do conteúdo relacionado à sistema de equações (ATIVIDADE III)? (você pode escolher mais de uma resposta)

Tabela 9 – Análise das respostas à questão *g*).

Como se sentiu sobre o conteúdo?	nr	%r	%
entendi melhor as explicações	21	35%	68%
consegui relacionar a matemática com problemas cotidianos	14	23%	45%
relacionar os conhecimentos de sistema de equações com o cotidiano ou com outros conhecimentos matemáticos	14	23%	45%
consegui participar da aula por ter identificado conhecimentos prévios	9	15%	29%
foi indiferente para mim	1	2%	3%
as atividades não me ajudaram com o entendimento do conteúdo matemático	0	0%	0%
Outra resposta	0	0%	0%
Em branco	1	2%	3%
TOTAL	60	100%	-

Fonte: próprio autor.

A *ATIVIDADE III*, por ter seu desenvolvimento baseado na apresentação dialogada do docente pesquisador sobre incógnitas, equações e SE, embora com a participação dos alunos e diálogos propostos, não caracterizou o protagonismo do aluno. O intuito de verificar se os momentos iniciais, de contextualização e utilização do concreto e imagens, facilitariam o entendimento das explicações do conteúdo foi confirmado nas respostas a essa questão, pois 68% dos alunos assinalaram que auxiliou no entendimento das explicações, fato esse já citado por Oliveira e Roehrs (2024). O percentual de 45% dos alunos terem afirmado que auxiliaram na contextualização, tanto do cotidiano quanto escolar, também reforça a

intencionalidade do uso de imagens como elemento contextualizador (Possete, 2014). A outra alternativa, abordando a participação pela identificação de conhecimentos prévios (29%), é um resultado relevante, já que essa percepção dos alunos em ter havido o resgate de conhecimentos anteriores favorece indícios de aprendizagem significativa (Moreira, 2016). E isso ocorre pela relação que existe entre a linguagem imagética, múltiplas representações e aprendizagem significativa (Oliveira; Roehrs, 2023b).

Apenas um aluno citou ter sido indiferente, mesmo tendo respondido, anteriormente que o uso de imagens e concreto foi positivo na compreensão da situação problema. Isso pode estar relacionado ao fato de que para compreender a situação problema, outra representação foi importante e necessária, se tornando um subsunçor. Segundo Laburú, Barros e Silva (2011, p. 480), “o emprego de formas representacionais mais intuitivas, portanto, mais cognitivamente idiossincráticas para o sujeito, funcionam como subsunçores”. Com isso, para esse aluno a linguagem imagética funcionou dessa forma e amparou os conhecimentos desenvolvidos na *ATIVIDADE III*, e por isso, ele não achou necessário mais a utilização das imagens.

Uma constatação interessante foi nenhum aluno ter escolhido a opção de o material não ter auxiliado, reforçando a viabilidade do emprego de imagens ao se trabalhar equações e SE.

h) Ao resolver os enigmas matemáticos de equações, o que lhe chamou a atenção em relação ao uso deles e das imagens? (você pode marcar mais de uma resposta)

Tabela 10 – Análise das respostas à questão h).

O que chamou atenção nos enigmas matemáticos (EM) e imagens?	nr	%r	%
foi possível perceber que os enigmas matemáticos poderiam ser vistos como sistemas de equações.	17	25%*	55%
com os enigmas e as suas imagens, entendi melhor a ideia de que se tratavam de números a serem encontrados.	14	21%	45%
o ato de jogar, por se lúdico, me deixou mais interessado e motivado.	13	20%	42%
o jogo, por remeter a competição, me deixou mais interessado e motivado.	12	18%	39%
os enigmas e as imagens facilitaram o entendimento dos conceitos de incógnita, igualdade, equação e sistema de equações.	9	14%	29%
Aspectos emocionais (alegria, tristeza, etc...), relacionados às imagens, me chamou a atenção.	1	2%	3%
os enigmas não me chamaram a atenção em nenhum aspecto.	0	0%	0%
Outra resposta	0	0%	0%
Em branco	0	0%	0%

TOTAL	66	100%	-
-------	----	------	---

Fonte: próprio autor.

Nota: * percentual arredondado 1 para menos, para adequar 100%.

Dentre as 8 possibilidades de respostas, relacionadas à *ATIVIDADE IV* de resolução de EM, a que mais foi apontada e pela maioria dos alunos foi a percepção dos alunos de que EM poderiam ser vistos como SE. Essa resposta sendo a mais expressiva é essencial para atender o objetivo da utilização da linguagem imagética, uma vez que os EM são efetivamente SE por serem conjunto de equações simbólicas (González, 2021). A segunda resposta foi sobre os EM terem auxiliado o entendimento de serem números a serem encontrados, que implica que as imagens auxiliaram na produção do significado de incógnita nas equações. Combinada com a primeira, essas duas questões vêm ao encontro de que a linguagem imagética e EM pode auxiliar no ensino e aprendizagem de SE, inclusive no que tange ao entendimento do significado de incógnitas (Oliveira; Roehrs, 2023a)

Na sequência de respostas, aparece a motivação, por ser os enigmas um jogo, ser lúdico (42% dos alunos), e que gera o sentimento de competição (39% dos alunos), que é corroborado por Krohl *et al.* (2022), que enfatiza o fator motivacional ligado à ludicidade e competitividade entre os alunos ao jogar. Ao se propor atividades diferenciadas como EM e uso de imagens, pode-se trazer a motivação que nem sempre é visualizada quando se trata de SE na linguagem algébrica.

A alternativa de que EM e imagens auxiliam o entendimento de SE, elementos e conceitos envolvidos aparece em seguida, com 29% dos alunos indicando isso. Esperava-se que essa fosse uma alternativa mais respondida, pois resume em parte outras alternativas e relaciona diretamente o auxílio no entendimento de incógnita. Desse percentual, associado à resposta sobre o EM e a imagens auxiliar na ideia de se encontrar números, pode-se inferir que ainda é preciso trabalhar melhor o conceito em si de incógnita, ainda mais quando se utilizar a linguagem algébrica, com a representação de letras.

Sobre a alternativa com foco nas emoções, Carvalho e Kanashiro (2021, p. 9) dizem que “muitas vezes as informações visuais são associadas a emoções positivas”. Entretanto, apenas um participante ligou as imagens a esses aspectos, e isso permite algumas reflexões: os alunos podem não compreender o significado de emoções e sentimentos; as imagens selecionadas não foram as mais adequadas; ou pode não existir ligação emocional significativa no uso de imagens. Por isso, cabe a esse aspecto emocional um aprofundamento maior.

Foi positivo o percentual nulo em relação à resposta que os EM e imagens não chamaram a atenção, assim como não terem respostas em branco.

Novamente, os alunos não optaram por outra resposta

i) Para você, sobre quais conteúdos as imagens e os enigmas matemáticos mais auxiliam o professor no processo de ensino? (você pode escolher mais de uma resposta)

Tabela 11 – Análise das respostas à questão i).

Auxílio de imagens e EM para o professor ensinar	nr	%r	%
--	----	----	---

incógnitas.	18	22%*	58%
igualdades.	16	20%	52%
equações.	22	28%	71%
sistema de equações.	12	15%	39%
operações matemáticas.	12	15%	39%
não colaboraram nesses conhecimentos.	0	0%	0%
Outra resposta	0	0%	0%
Em branco	0	0%	0%
TOTAL	80	100%	-

Fonte: próprio autor.

Nota: * percentual arredondado 1 para menos, para adequar 100%.

Na percepção da maioria dos alunos, as imagens mais auxiliam o professor a ensinar equações, seguidas de incógnitas e igualdade. A opção SE aparece somente depois, com mesmo percentual das operações.

As respostas estarem nesse rol decrescente indica que os alunos visualizam o potencial das imagens mais voltada para que o professor consiga explicar melhor os conceitos de equações, incógnitas e igualdades, que formam a base para o entendimento do SE, uma vez que o este é um conjunto de equações. Nesse sentido que as imagens, como uma múltipla representação, um registro semiótico, em meio a atividades contextualizadas, podem auxiliar o professor, à medida que é importante que haja a generalização de situações diversas, também por meio de representações pictóricas, que permita uma progressão para procedimentos mais formais (Pereira; Sandmann, 2017), como os algébricos. Ou seja, a resposta dos alunos mostra que EM e a linguagem imagética colaboram na compreensão dos conceitos básicos, no entendimento dos elementos da equação e dela, propriamente dita.

Nenhum aluno assinalou que as imagens e EM não colaboram nesses conhecimentos, que é positivo.

j) Para você, sobre quais conteúdos as imagens e os enigmas matemáticos podem colaborar mais na aprendizagem? (você pode escolher mais de uma resposta)

Tabela 12 – Análise das respostas à questão j).

Auxílio de imagens e EM para o aluno aprender?	nr	%r	%
incógnitas.	18	21%	58%
igualdades.	11	13%	35%
equações.	23	26%*	74%
sistema de equações.	16	19%	52%
operações matemáticas.	17	20%	55%
não colaboraram nesses conhecimentos.	1	1%	3%
Outra resposta	0	0%	0%
Em branco	0	0%	0%
TOTAL	86	100%	-

Fonte: próprio autor.

Nota: * percentual arredondado 1 para menos, para adequar 100%.

Sobre a aprendizagem, as respostas foram semelhantes, com uma diferença na questão da igualdade, que mais alunos dizem que imagens e EM ajudam a ensinar, do que a aprender. Uma possibilidade para tentativa de compreender isso é que alguns alunos precisem de outros elementos, além das imagens, para compreender uma igualdade. Segundo Trivilin e Ribeiro (2015) as concepções de igualdade para boa parte dos alunos são restritas, com ênfase na noção operatória, e há pouca compreensão dos outros significados, de equivalência e relacional, sendo que essa dificuldade se estende até o ensino superior.

Houve também mais alunos que responderam sobre as imagens e EM auxiliar na aprendizagem de SE e nas operações matemáticas. Isso é interessante, uma vez que esse fato corrobora que, mesmo não sendo tão significativo para o professor ensinar, pois ele poderia se valer da linguagem algébrica, para o aluno aprender é importante, e que além disso pode ajudar em relação a dificuldades envolvendo operações matemáticas. Para Gomes (2013) álgebra e aritmética não estão separadas e as dificuldades em álgebra muitas vezes são problemas não corrigidos em aritmética. Novamente, o papel representacional das imagens nas equações se destaca, colaborando inclusive com a aritmética por sua proximidade.

Um aluno (A101) acredita que as imagens não colaboram na aprendizagem. Entretanto afirma exatamente ao contrário na próxima questão, o que mostra que talvez ele não tenha entendido corretamente uma das duas perguntas.

Não houve respostas em branco ou outra resposta.

I) Por fim, após a realização das atividades propostas, você pode dizer que os enigmas matemáticos e a linguagem imagética: (você pode escolher mais de uma resposta):

Tabela 13 – Análise das respostas à questão I).

Auxílio de imagens e EM para o aluno aprender?	nr	%r	%
facilitaram o meu entendimento sobre os conhecimentos de sistema de equações.	21	34%	68%
auxiliaram na contextualização dos conhecimentos de sistema de equações.	19	31%	61%
tornaram o ensino de sistema de equações mais interessante.	19	31%	61%
não colaboraram para o entendimento ou contextualização de sistema de equações, nem tornou o ensino mais interessante.	0	0%	0%
foi indiferente para mim.	1	2%	3%
Outra resposta	0	0%	0%
Em branco	1	2%	3%
TOTAL	86	100%	-

Fonte: próprio autor.

A penúltima questão buscava a reafirmação de percepções especificamente voltada aos SE, já demonstradas anteriormente. Mais da metade dos alunos, em todas

as alternativas, respondem que facilitam o entendimento sobre os conhecimentos, que auxiliaram na contextualização e que tornaram o ensino de SE mais interessante. Esses dados permitem afirmar que o uso das imagens e de EM é viável e colabora no aprendizado dos SE, assim como apontam Oliveira e Roehrs (2023a; 2023b).

Não ter nenhum aluno afirmando que não colaboram, e apenas um que diz que foi indiferente, é um aspecto muito importante que reafirma a viabilidade do uso da linguagem imagética e de EM no ensino e aprendizagem de SE.

m) Você pode usar este espaço se quiser fazer algum comentário.

Tabela 14 – Total de respostas à questão m).

Comentário	n	%
Responderam	5	16%
Em branco	26	84%
TOTAL	31	100%

É possível verificar que a maioria dos alunos não tiveram muito interesse em comentar a atividade. Talvez, por se tratar de uma atividade mais extensa, que ocupou um tempo considerável, ou por ter sido de forma *online*, os alunos já estavam um pouco cansados para responder, além de que as outras respostas podem ter englobado tudo o que gostariam de comentar sobre a atividade e não quiseram ser repetitivos.

Entretanto, dentro os alunos que responderam, surgiram comentários muito positivos. Na Análise de Conteúdo das 5 respostas, foi possível identificar 13 unidades de registro, que geraram 10 códigos, determinando 4 categorias.

Tabela 15 – Categorização sobre respostas em comentários, da questão m).

Nº	Categoria	Descrição	nu	%u
1	Gosto pelas atividades e planejamento	Alunos descrevem que gostaram das atividades, que foram boas, assim como o cuidado com o planejamento e execução da aula.	5	38%
2	Atividades práticas, lúdicas, facilitadoras	As atividades foram práticas e lúdicas, e facilitaram o entendimento e o aprendizado do conteúdo.	4	31%
3	Diversidade de método e assuntos matemáticos	O aprendizado se deu por um método diferente do usual, sendo abordados diferentes assuntos na aula.	3	23%
4	Incógnitas	Refere-se a aula ter sido interessante por ser sobre incógnitas.	1	8%

Fonte: próprio autor.

Na categoria 1, com o maior número de unidades de registro, os alunos comentam seus apreços pelas atividades e pelo planejamento e cuidado na execução da aula. É importante destacar esse tipo de discurso livre dos alunos, como “*Achei muito bom*”, “*Adorei a experiência*”, “*Foi muito legal*”, de A38, A99, A150,

respectivamente. Isso demonstra que a atividade fez sentido para eles e foi relevante a ponto de manifestar esses sentimentos. Gorini (2021) também aponta que atividades diferenciadas foram bem recebidas pelos alunos e tornam o processo de aprendizagem significativo. O comentário sobre o planejamento, observado pelo aluno A148 que escreve *“gostei muito do professor que pensou em cada detalhe e com muito capricho no desenvolvimento das aulas”*, remete ao sentimento do pesquisador de “estar no caminho certo”, pois na prática docente é necessário que se tenha esse cuidado em planejar as atividades e os momentos da aula, para que se desenvolva um ensino atraente, lúdico, com sentido para o aluno, que promova uma aprendizagem real e com significados. Segundo Oliveira e Roehrs (2023b), é papel do professor ser o organizador da aprendizagem significativa e ser o mediador do processo, proporcionando aos alunos atividades com diferentes signos e simbologias, linguagens e representações que os prepare para transpor dificuldades em matemática.

A categoria 2, destaca como foram as atividades para os alunos, sendo os motivos por terem gostado. Indicam serem atividades práticas, lúdicas e que facilitaram o entendimento e a aprendizagem, e o aluno A150 refere-se a isso ao dizer *“entender essa parte da matemática que é um pouco mais complicada de uma maneira mais leve, tornando mais fácil de entender os conceitos, e também colocar em prática os conhecimentos de uma maneira prática e lúdica!”*. Esse entendimento, está relacionado à presença do concreto (Fonseca, 2017) dos EM e das imagens (Oliveira; Roehrs, 2023a, 2023b), que têm essas características citadas pelo aluno e que nominam a categoria.

O aluno A148, que escreve *“sempre bom ter aprendido com método diferente apesar de ser o mesmo conteúdo”*, explicita seu apreço às atividades relacionando à diversidade metodológica. Já A38, que diz *“remetem em vários assuntos matemáticos”*, dá destaque para a diversidade de assuntos. Essas observações, que nominam a categoria 3, são interessantes à medida que é preciso que o docente faça uso de diferentes metodologias e recursos para mostrar “diferentes caminhos que conduzem ao conhecimento matemático, bem como alcançar uma maior quantidade de alunos à medida que desenvolvemos atividades diferentes” (Santos; Santana, 2021, p. 405).

A categoria 4, mesmo abarcando apenas uma unidade de registro de um aluno, é especialmente importante dentro da pesquisa. O aluno A42, ao comentar *“Para mim foi muito interessante a aula de hoje sobre incógnitas”*, faz a leitura da síntese da tese, em que aponta para ser sobre incógnitas. Exatamente essa a proposta da sequência didática, trazer a linguagem imagética e os EM para a aprendizagem dos significados das letras nos problemas envolvendo SE, ou seja, para o entendimento de incógnitas.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EMEB – Escola Municipal de Educação Básica.

EM – Enigma(s) Matemático(s).

IFFar – Instituto Federal Farroupilha.

SE – Sistema(s) de Equações.

URCAMP – Universidade da Região da Campanha.

REFERÊNCIAS

BICA, M. S. N.; MELLO-CARPES, P. B.; ROEHRS, R. A neurociência e as múltiplas representações: possíveis convergências para o ensino de ciências. **#Tear: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia**, v. 7, n. 2, p. 1–18, 2018.

BOLDRINI, D.; BARBOSA, L. T.; BOLDRINI, T. A importância do ensino contextualizado no processo de aprendizagem. **Mundo Acadêmico**, v. 10, n. 15, p. 8–13, 2016.

CARVALHO, M. P.; KANASHIRO, D. S. K. Mídias digitais e produção audiovisual na disciplina de Espanhol como língua estrangeira: uma experiência no ensino médio integrado ao técnico. **Acta Scientiarum - Education**, Maringá, v. 43, p. 1–11, 2021.

DUVAL, R. Sémiotique, pensée humaine et activité mathématique. 1. **Amazônia - Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 6, n. 11, p. 126–143, 2010.

FONSECA, K. M. O uso de material concreto no ensino e aprendizagem da matemática. **Cadernos do IME - Série Matemática**, n. 11, p. 1–17, 2017.

GOMES, M. L. M. **Álgebra e Funções na Educação Básica**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

GONZÁLEZ, R. **Jogos Matemáticos: Enigmas Matemáticos**. Disponível em: <https://www.coquinhos.com/tag/enigmas-matematicos/>. Acesso em: 5 maio. 2022.

GORINI, K. C. M. **A Álgebra nas séries finais do ensino fundamental: erros que alunos mais cometem**. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2021.

KROHL, D. R. *et al.* Aprendizagem Baseada em Jogos: reflexões sobre o uso de jogos de tabuleiro durante período de isolamento social na Educação Matemática. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, v. 11, n. 01, p. 155–180, 2022.

LABURÚ, C. E.; BARROS, M. A.; SILVA, O. H. M. DA. Multimodos e múltiplas Representações, aprendizagem significativa e subjetividade: três referenciais conciliáveis da educação científica. **Ciência & Educação**, v. 17, n. 2, p. 469–487, 2011.

MELLO, G. N.; GRELLET, V.; CHEZZI, E. M. Por uma didática dos sentidos. *In*: MELLO, G. N. (Ed.). **Educação Escolar Brasileira: o que trouxemos do século XX?** 1. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004. p. 59–54.

MOREIRA, M. A. **Subsídios Teóricos para o Professor Pesquisador em Ensino**

de Ciências: Comportamentalismo, Construtivismo e Humanismo. 2. ed. Porto Alegre: Ed. do Autor, 2016.

OLIVEIRA, L.; ROEHRS, R. Linguagem Imagética na Matemática: uma Revisão Sistemática de Literatura com foco em Sistema de Equações. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 17, n. 1, p. 117–126, 2024.

OLIVEIRA, L.; ROEHRS, R. Linguagem imagética na transposição da linguagem algébrica no ensino e aprendizagem da Matemática. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 29, p. 1–17, 2023a.

OLIVEIRA, L.; ROEHRS, R. Linguagem imagética e sistema de equações: Representações semióticas e contextualização como aportes teóricos. *In*: SEVEN PUBLICAÇÕES. **Challenges and Innovations in Education: Scientific Perspectives**. São José dos Pinhais: Seven Editora, 2023b. p. 1–18.

PEREIRA, C. A.; SANDMANN, A. Dificuldades do ensino da álgebra no ensino fundamental: algumas considerações. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**, v. 8, n. 17, p. 1–15, 2017.

PESSANO, E. F. C. *et al.* Contextualizando o ensino a partir de práticas interdisciplinares integradas: usando o rio Uruguai como tema. *In*: PESSANO, E. F. C. *et al.* (Org.). **Contribuições para o ensino de ciências**: alfabetização científica, aprendizagem significativa, contextualização e interdisciplinaridade. 1. ed. Bagé: EdUNIPAMPA, 2017. p. 79–99.

POSSETE, É. E. Ensino de Ciências: o uso de imagens e desenhos científicos nas aulas de ciências. *In*: **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE**, v. 1, 2014. Curitiba: SEED/PR, 2014.

SANTOS, D. B.; SANTANA, J. B. O uso de metodologia diferenciada para o ensino de expressões algébricas. *In*: NAVARRO, E. R.; SOUSA, M. C. (Org.). **Educação Matemática em Pesquisa**: Perspectivas e Tendências. 1. ed. Guarujá: Editora Científica Digital, 2021. v. 2, p. 390–406.

TIESEN, S. M. DE C.; ARAUJO, R. R. O ensino de Matemática por meio da contextualização e da pesquisa. **Educação Matemática Debate**, v. 4, n. 10, p. 1–16, 2020.

TRIVILIN, L. R.; RIBEIRO, A. J. Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 29, n. 51, p. 38–59, 2015.