

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA
CAMPUS CAÇAPAVA DO SUL**

BEATRIZ LOPES DE ARAUJO

**IMPACTO DA PRESENÇA DE *OUTLIERS* NA ESTIMATIVA DE TEORES,
VOLUMES E TONELAGENS: ESTUDO DE CASO EM UMA MINA DE FERRO NO
QUADRILÁTERO FERRÍFERO, MINAS GERAIS**

**Caçapava do Sul
2025**

BEATRIZ LOPES DE ARAUJO

**IMPACTO DA PRESENÇA DE *OUTLIERS* NA ESTIMATIVA DE TEORES,
VOLUMES E TONELAGENS: ESTUDO DE CASO EM UMA MINA DE FERRO NO
QUADRILÁTERO FERRÍFERO, MINAS GERAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Geologia da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Geologia.

Orientador: Prof. Dr. Luis Eduardo de Souza

Coorientador: Ma. Gabriela Fonseca Abreu

**Caçapava do Sul
2025**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais).

663i Araujo, Beatriz Lopes de
IMPACTO DA PRESENÇA DE OUTLIERS NA ESTIMATIVA DE TEORES,
VOLUMES E TONELAGENS: ESTUDO DE CASO EM UMA MINA DE FERRO NO
QUADRILÁTERO FERRÍFERO, MINAS GERAIS / Beatriz Lopes de Araujo.
139 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) -- Universidade
Federal do Pampa, GEOLOGIA, 2025.

"Orientação: Luis Eduardo de Souza".

1. Modelagem geoestatística. 2. Variabilidade de teores. 3.
Krigagem ordinária. 4. Estimativa mineral. 5. Quadrilátero
Ferrífero. I. Título.

Beatriz Lopes de Araujo

**IMPACTO DA PRESENÇA DE *OUTLIERS* NA ESTIMATIVA DE TEORES,
VOLUMES E TONELAGENS: ESTUDO DE CASO EM UMA MINA DE FERRO NO
QUADRILÁTERO FERRÍFERO, MINAS GERAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Geologia da
Universidade Federal do Pampa, como
requisito parcial para obtenção do Título de
Bacharel em Geologia.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 8 de dezembro de 2025.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Luis Eduardo de Souza
Orientador
UNIPAMPA

Prof. Dra. Luciana Arnt Abichequer
UNIPAMPA

Prof. Dr. Maximilian Fries
UNIPAMPA



Assinado eletronicamente por **LUIS EDUARDO DE SOUZA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 18/12/2025, às 10:45, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **MAXIMILIAN FRIES, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 18/12/2025, às 13:15, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **LUCIANA ARNT ABICHEQUER, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 22/12/2025, às 16:38, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1932732** e o código CRC **3FF2976E**.

In memoriam de Luís Guerreiro Lopes, meu avô, que me mostrou o amor em sua forma mais pura.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Luis Eduardo de Souza, pela orientação durante a construção deste trabalho e por todo conhecimento compartilhado ao longo desses anos, através das aulas das disciplinas da graduação e em conversas e discussões que tanto contribuíram para minha formação. Agradeço igualmente pela compreensão nos momentos difíceis enfrentados durante o desenvolvimento deste trabalho. Por ter me acolhido em 2023, quando o procurei manifestando meu interesse em ingressar na área, e pelas indicações de leituras que me prepararam para suas disciplinas. Registro ainda meu reconhecimento por todo o apoio e atenção dedicados em sala de aula, sempre solícito em explicar o conteúdo até que eu pudesse compreendê-lo plenamente. Obrigado por me apresentar ao universo magnífico da geoestatística e por me mostrar que esse sonho não era tão complexo ou impossível quanto parecia. Agradeço a Prof. Luciana Arnt Abichequer e ao Prof. Maximilian Fries pela orientação e por compartilharem seus conhecimentos profissionais ao longo do processo de desenvolvimento deste estudo. Agradeço também pela indicação à bolsa na Datamine Software, que me permitiu acompanhar de perto a rotina do mercado e ampliar significativamente meus conhecimentos. Sobretudo, agradeço por ter acreditado no meu potencial quando ninguém, nem mesmo eu, acreditei. A empresa Datamine Software pela oportunidade de fazer parte do Programa Datamine Universidades. Em especial à equipe de geologia, responsável pelos treinamentos ministrados com as soluções Datamine, como *Supervisor* e *Isatis.Neo Mining*, fundamental para a geração dos resultados deste trabalho. Agradeço em particular: Joelson Teixeira, João Souza, Matheus Florentino e Pedro Buzato. Agradeço igualmente e com todo meu carinho, aos consultores da Datamine, em especial da minha coorientadora Gabriela Fonseca Abreu, que sempre se dispôs a auxiliar, bem como, ao Augusto Andres Torres Toledo, que dispôs de suas valiosas experiências profissionais e contribuiu com discussões técnicas essenciais para este estudo. Aos professores que desde o início da graduação, me acolheram e despertaram meu encantamento pela profissão: Delia Del Pilar Montecinos de Almeida, Marco Antonio Fontoura Hansen, Vinicius Matte e Tiago Rafael Gregory. A meus pais, Regina Aparecida Lopes e Ivair Teodoro de Araujo que tornaram possível a realização deste sonho, apoiando minha trajetória e, muitas vezes, abrindo mão do pouco que tinham para que eu pudesse permanecer na universidade. Minha eterna gratidão.

Nunca desista de um sonho por causa do tempo que vai levar para alcançá-lo. O tempo vai passar de qualquer forma.

Earl Nightingale

RESUMO

Este trabalho investiga o impacto da presença de *outliers* na estimativa de teores, volumes e tonelagens de minério de ferro em uma mina localizada no Quadrilátero Ferrífero, Minas Gerais. O minério de ferro desempenha um papel estratégico na economia global, o que reforça a necessidade de estimativas confiáveis para o planejamento e a viabilidade de projetos minerários. Valores extremos podem distorcer análises estatísticas e geoestatísticas, afetando significativamente a média, variância e a continuidade espacial dos teores. O estudo se propõe a realizar uma análise comparativa entre estimativas feitas com e sem o tratamento de *outliers*, utilizando como principal ferramenta krigagem ordinária (OK), verificando o impacto nos teores médios e nos volumes/massas de recursos. Para isso, são aplicadas técnicas estatísticas descritivas, testes de detecção e abordagens de remoção, agrupamento geológico e transformação de variáveis. A análise leva em conta tanto critérios estatísticos quanto geológicos, a fim de distinguir erros de medição de subpopulações válidas. Os resultados demonstram como a abordagem escolhida influencia a média, variância e continuidade espacial, indicando que os *outliers* influenciam diretamente na distribuição dos teores, destacando a importância de um tratamento adequado para garantir a confiabilidade das estimativas. O trabalho propõe recomendações para o manejo de *outliers* em contextos geologicamente complexos, alinhadas às diretrizes dos códigos internacionais de estimativa e classificação de recursos e reservas, visando aumentar a confiabilidade da estimativa.

Palavras-chave: Modelagem geoestatística, variabilidade de teores, krigagem ordinária, estimativa mineral, minério de ferro, Quadrilátero Ferrífero.

ABSTRACT

This study investigates the impact of outliers on grade estimation of grades, volumes and tonnages of iron ore in a mine located in the Quadrilátero Ferrífero, Minas Gerais, Brazil. Iron ore plays a strategic role in the global economy, which reinforces the need for reliable estimates to support the planning and viability of mining projects. Extreme values can distort statistical and geostatistical analyses, significantly affecting the mean, variance, and spatial continuity of grades. The study aims to perform a comparative analysis between estimates made with and without outlier treatment, using ordinary kriging (OK) as the primary tool, assessing the impact on average grades and resource volumes/masses. Descriptive statistical techniques, detection tests, and approaches such as outlier removal, geological grouping, and variable transformation are applied. The analysis considers both statistical and geological criteria to distinguish measurement errors from valid subpopulations. The results demonstrate how the chosen approach influences the mean, variance, and spatial continuity, indicating that outliers directly affect grade distribution and highlighting the importance of appropriate treatment to ensure the reliability of estimates. The study also proposes recommendations for outlier handling in geologically complex settings, aligned with the guidelines of international codes for resource and reserve estimation and classification, in order to improve the reliability of mineral estimates.

Keywords: outliers, geostatistical modeling, grade variability, ordinary kriging, mineral estimation, iron ore, Quadrilátero Ferrífero.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 01 – Histogramas das variáveis Fe (%), P (%), Al₂O₃ (%) e PPC (%) estimadas por krigagem de forma geral.
- Figura 02 – Blocos estimados por krigagem das variáveis do estudo, indicando zonas de maior e menor precisão na estimativa.
- Figura 03 – Fluxograma com a metodologia de atividades.
- Figura 04 – Modelo conceitual de *outliers* para duas populações.
- Figura 05 – Diagrama de fluxo para avaliação de dados exploratórios de um inventário mineral.
- Figura 06 – Estimativas com krigagem simples e ordinária, indicando a sensibilidade aos valores extremos.
- Figura 07 – Mapa geológico do Quadrilátero Ferrífero, com a área de estudo em amarelo.
- Figura 08 – Coluna estratigráfica do Quadrilátero Ferrífero.
- Figura 09 – Processo da formação dos itabiritos.
- Figura 10 – Mapa da geologia local da área de estudo.
- Figura 11 – Mapa dos furos de sondagem da área de estudo.
- Figura 12 – Histograma do Itabirito Friável com extremos, para a variável ferro.
- Figura 13 – Histograma do Itabirito Friável com extremos, para a variável sílica.
- Figura 14 – Histograma do Itabirito Friável com extremos, para a variável fósforo.
- Figura 15 – Histograma do Itabirito Friável com extremos, para a variável alumínio.
- Figura 16 – Histograma do Itabirito Friável com extremos, para a variável manganês.
- Figura 17 – Histograma do Itabirito Friável com extremos, para a variável perda ao fogo.
- Figura 18 – Esquema ilustrativo de boxplot indicando a classificação de *outliers* e extremos.
- Figura 19 – Histograma do Itabirito Friável sem extremos, para a variável ferro.
- Figura 20 – Histograma do Itabirito Friável sem extremos, para a variável sílica.
- Figura 21 – Histograma do Itabirito Friável sem extremos, para a variável fósforo.

Figura 22 – Histograma do Itabirito Friável sem extremos, para a variável alumínio.

Figura 23 – Histograma do Itabirito Friável sem extremos, para a variável manganês

Figura 24 – Histograma do Itabirito Friável sem extremos, para a variável perda ao fogo.

Figura 25 – Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável ferro e sílica.

Figura 26 – Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável ferro e fósforo.

Figura 27 – Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável ferro e alumínio.

Figura 28 – Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável ferro e manganês.

Figura 29 – Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável ferro e perda ao fogo.

Figura 30 – Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável sílica e fósforo.

Figura 31 – Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável sílica e alumínio.

Figura 32 – Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável sílica e manganês.

Figura 33 – Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável sílica e perda ao fogo.

Figura 34 – Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável fósforo e alumínio.

Figura 35 – Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável fósforo e manganês

Figura 36 – Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável fósforo e perda ao fogo.

Figura 37 – Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável alumínio e manganês.

Figura 38 – Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável alumínio e perda ao fogo.

Figura 39 – Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável manganês e perda ao fogo.

Figura 40 – Amostras sem os valores extremos, representada pela cor verde.

Figura 41 – Amostras com os valores extremos, representada pela cor vermelha.

Figura 42 – Curva do desagrupamento, para a variável manganês.

Figura 43 – Variograma *down-the-hole* para a variável manganês.

Figura 44 – Visualização em planta dos furos de sondagem com *outliers*, para os teores de Manganês.

Figura 45 – Modelo 01: Testes com diferentes *lag* para o variograma omnidirecional com extremos.

Figura 46 – Variograma omnidirecional com os valores extremos.

Figura 47 – Variograma com maior alcance, de 150 metros, sem o tratamento dos valores extremos.

Figura 48 – Variograma com alcance intermediário, de 150 metros, com os valores extremos.

Figura 49 – Variograma de menor alcance, de 70 metros, com os valores extremos

Figura 50 – Variograma com as direções norte, oeste e vertical, com valores extremos

Figura 51 – Visualização em planta dos furos de sondagem sem *outliers*.

Figura 52 – Variograma omnidirecional, com a remoção dos valores extremos

Figura 53 – Variograma direcional: alcance de 200m para o Mn.

Figura 54 – Variograma direcional: alcance de 190m para o Mn.

Figura 55 – Variograma direcional, com 180m de alcance.

Figura 56 – Variogramas com as 3 direções do Mn, indicando que a correlação se mantém na horizontal

Figura 57 – Gráfico de probabilidade normal, indicando a curva do capeamento para o valor de corte 0.9.

Figura 58 – Visualização em planta dos furos com *capping*, variando de 0.00100 até 90000.

Figura 59 – Modelo 03: Testes com diferentes *lag* para o variograma omnidirecional com capeamento aplicado.

Figura 60 – Variograma omnidirecional, com *capping* aplicado.

Figura 61 – Variograma direcional: com alcance de 150 m para o Mn.

Figura 62 – Variograma direcional: com alcance de 200m para o Mn.

Figura 63 – Variograma direcional: com alcance de 70m para o Mn.

Figura 64 – Variogramas com as 3 direções do Mn, com capeamento

Figura 65 – Modelo de blocos com todas as litologias da área de estudo.

Figura 66 – Histograma e diagrama de correlação gerado na validação cruzada para o Modelo 01.

Figura 67 – Histograma com a contagem de blocos estimados e o diagrama de correlação do modelo 02.

Figura 68 – Validação por *swath plot* na direção vertical e sessão do modelo 01.

Figura 69 – Validação visual dos furos, em sessão, para o modelo de blocos 01

Figura 70 – Modelo de Blocos com valores extremos.

Figura 71 – Histograma e diagrama de correlação gerado na validação cruzada para o modelo 02.

Figura 72 – Histograma com as estatísticas dos blocos estimados do modelo 02.

Figura 73 – Validação por *swath plot* na direção vertical do modelo 02.

Figura 74 – Validação visual dos furos, em sessão, ilustrando a perda da variabilidade no modelo de blocos 02.

Figura 75 – Modelo de blocos de Itabirito Friável com remoção dos extremos.

Figura 76 – Histograma e diagrama de correlação gerado na validação cruzada para o modelo 03.

Figura 77 – Histograma com a contagem de blocos estimados e o diagrama de correlação do modelo 03.

Figura 78 – Validação por *swath plot* na direção vertical do modelo 03.

Figura 79 – Validação visual dos furos, em sessão, ilustrando a variabilidade no modelo de blocos 03.

Figura 80 – Modelo de blocos com *capping* aplicado.

Figura 81 – Histograma e diagrama de correlação gerado na validação cruzada para o modelo 04.

Figura 82 – Histograma com a contagem de blocos estimados e diagrama de correlação do modelo 04.

Figura 83 – Validação por *swath plot* na direção vertical do modelo 04.

Figura 84 – Validação visual dos furos, em sessão, ilustrando a eficiência do modelo de blocos 04.

Figura 85 – Modelo de Blocos com modificação da vizinhança de busca.

Figura 86 – Curva de tonelagem total estimada vs. teor de corte para o modelo 1.

Figura 87 – Curva de tonelagem total estimada vs. teor de corte para o modelo 2

Figura 88 – Curva de tonelagem total estimada vs. teor de corte para o modelo 3.

Figura 89 – Curva de tonelagem total estimada vs. teor de corte para o modelo 4..

Figura 90 – Curvas de tonelagem-teor comparativas dos quatro cenários de modelagem.

Figura 91 – Análise comparativa dos modelos gerados no estudo: A) modelo 01; B) modelo 02; C) modelo 3; D) modelo 4.

Figura 92 – Modelo 02: Testes com diferentes *lag* para o variograma omnidirecional com a remoção dos valores extremos

LISTA DE TABELAS

- Tabela 01 – Sumário estatístico da Hematita.
- Tabela 02 – Sumário estatístico do Itabirito Friável.
- Tabela 03 – Sumário estatístico do Itabirito Friável Rico
- Tabela 04 – Sumário estatístico do Itabirito Compacto.
- Tabela 05 – Sumário estatístico da Hematita Goethítica
- Tabela 06 – Sumário estatístico do Itabirito Goethítico.
- Tabela 07 – Sumário estatístico do Itabirito Argiloso Rico.
- Tabela 08 – Sumário estatístico do Itabirito Manganêsífero.
- Tabela 09 – Sumário estatístico da Canga.
- Tabela 10 – Sumário de outliers e extremos para a litologia Itabirito Friável (IF).
- Tabela 11 – Sumário de outliers e extremos: Hematita (HE).
- Tabela 12 – Sumário de outliers e extremos: Hematita Goethítica.
- Tabela 13 – Sumário de outliers e extremos: Itabirito Friável Rico (IFR).
- Tabela 14 – Sumário de outliers e extremos: Itabirito Compacto (IC).
- Tabela 15 – Sumário de outliers e extremos: Itabirito Goethítico (IGO).
- Tabela 16 – Sumário de outliers e extremos: Itabirito Argiloso Rico (IAR).
- Tabela 17 – Sumário de outliers e extremos: Itabirito Manganêsífero (IMN).
- Tabela 18 – Sumário de outliers e extremos: Canga (CG).
- Tabela 19 – Matriz de Correlação Linear para a litologia do Itabirito Friável.
- Tabela 20 – Testes realizados para os variogramas direcionais dos modelos 1,2,3,4.
- Tabela 21 – Testes de validação cruzada com diferentes alcances, para os modelos 1,2,3,4.
- Tabela 22 – Parâmetros utilizados na krigagem, para os modelos 01,02,03,04
- Tabela 23 – Estatísticas após a validação da estimativa por krigagem para os modelos 01,02,03,04.
- Tabela 24 – Estatísticas após o capeamento, com diferentes parâmetros, para a variável manganês.
- Tabela 25 – Parâmetros utilizados na cubagem, para o modelo 1.
- Tabela 26 – Parâmetros utilizados na cubagem, para o modelo 2.
- Tabela 27 – Parâmetros utilizados na cubagem, para o modelo 3.
- Tabela 28 – Parâmetros utilizados na cubagem para o modelo 4.

Tabela 29 – Comparação da cubagem dos modelos de blocos e o impacto do tratamento de extremos no manganês.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FPG - Geoestatística Paramétrica de Campo

IQR - Intervalo Interquartil

KT - Krigagem com Tendência

OK - Krigagem Ordinária

QF - Quadrilátero Ferrífero

QQ - Gráfico Quantil-Quantil

RoK - Krigagem Robusta

SUMÁRIO

1 Introdução	19
1.1 Estado da Arte	20
1.2 Meta	25
1.3 Objetivos específicos	25
1.4 Metodologia	25
1.5 Organização	29
2 Revisão Bibliográfica	30
2.1 Definição de Outliers	30
2.2 Detecção de Outliers	33
2.3 Diferentes metodologias para o tratamento de outliers	34
2.4 Impacto das Estimativas com e sem a presença dos valores extremos	36
3. Estudo de caso	37
3.1 Geologia Regional	37
3.2 Geologia Local	43
3.3 Área de estudo	44
4. Análise e Tratamento de outliers	47
4.1 Análise Exploratória dos Dados	48
4.1.1 Estatística Univariada	48
4.1.2 Identificação de outliers e extremos pelo Método de Tukey	55
4.2 Estatística Bivariada	63
4.3 Desagrupamento	66
4.4 Variografia	69
4.4.1 Variograma do modelo com os valores extremos	70
4.4.2 Variograma do modelo com remoção dos extremos	75
4.4.3 Variograma do modelo com capeamento	79
4.5 Modelo de blocos	85
4.5.1 Modelo de blocos com os valores extremos	86
4.5.2 Modelo de blocos com remoção dos extremos	90
4.5.3 Modelo de blocos com Capping	94
4.5.4 Modelo de blocos com vizinhança restrita	98
4.5.5 Cubagem	102
5 Discussão dos resultados	110
6 Conclusões	113
Referências	115

1 Introdução

A interpretação de fenômenos naturais, baseada em dados coletados em campo, depende de análises estatísticas precisas. No entanto, a presença de *outliers* pode comprometer essa acurácia, conforme destacado por Gomes (2024) ao citar a Teoria da Amostragem de Gy (1979) e Pitard (1993): valores extremos distorcem distribuições, inflacionam variâncias e podem levar à superestimativa de um depósito mineral ou, em casos severos, inviabilizar um projeto. Esses *outliers* podem surgir por erros de medição e de laboratório, mistura de populações, concentrações naturais influenciadas por fatores geológicos-estruturais ou até mesmo fraudes, exigindo tratamento adequado para garantir confiabilidade às estimativas.

Em investigações que envolvem variáveis geoquímicas, os dados nem sempre se comportam de forma esperada. Em determinados contextos, conforme Goovaerts (1997), algumas distribuições apresentam padrões inesperados, como caudas longas ou assimetrias, que levantam dúvidas sobre a origem de valores elevados. Mesmo incomuns, essas ocorrências têm relevância geológica ou representam distorções que comprometem a interpretação estatística e espacial. Assim, questiona-se até que ponto os valores anômalos refletem padrões geológicos genuínos. A análise por meio de histogramas e curvas acumuladas, auxilia a visualizar esses efeitos.

Além disso, em estudos geoquímicos, é comum encontrar valores extremos, com concentrações muito altas ou muito baixas. Embora frequentemente classificados como *outliers* ou anomalias, Goovaerts (1997) ressalta que eles podem sinalizar zonas mineralizadas. Portanto, a decisão sobre como lidar com esses dados influencia diretamente a qualidade das estimativas e da interpretação geológica, exigindo não apenas uma análise estatística rigorosa, mas também conhecimento do contexto geológico. Uma abordagem equivocada pode eliminar informações geologicamente importantes.

Na mineração, estimativas de recursos minerais precisas são fundamentais. Normas internacionais como o código australiano (JORC, 2024) reforçam a necessidade de dados confiáveis e métodos bem justificados, já que decisões técnicas e econômicas dependem dessas estimativas. Contudo, a presença de valores discrepantes (*outliers*) pode influenciar significativamente os resultados. Surge, então, o dilema: esses *outliers* representam erros ou variações naturais? Devem ser mantidos ou excluídos?

Abzalov (2016), aponta que os dados podem assumir padrões diversos, gerando desafios. Valores extremos, em particular, destacam-se pelo potencial de impactar drasticamente os resultados. Mais do que desvios estatísticos, eles suscitam questões críticas sobre o depósito: ignorá-los representaria uma perda de informação ou um ajuste necessário? Mantê-los seria um risco aceitável ou um erro decisivo? Esta pesquisa surge desse impasse.

Apesar da relevância do tema, persiste na literatura uma lacuna importante: não há consenso sobre qual estratégia de tratamento de *outliers* é mais adequada para depósitos heterogêneos, especialmente em estudos que envolvem continuidade espacial, krigagem e cubagem. Isso afeta diretamente a capacidade de gerar modelos de blocos robustos e confiáveis para suporte ao planejamento de lavra.

O depósito estudado, localizado no Quadrilátero Ferrífero, apresenta forte heterogeneidade espacial e presença significativa de valores extremos, o que compromete a estabilidade dos variogramas e a confiabilidade das estimativas. Assim, torna-se necessário investigar como diferentes métodos de tratamento desses valores impactam o resultado final.

Neste contexto, o objetivo central deste trabalho é comparar, de forma quantitativa, diferentes estratégias de tratamentos de *outliers* (manutenção, exclusão, *capping* e restrição espacial dos dados) e identificar qual abordagem produz o modelo de blocos mais representativo, não enviesado e tecnicamente defensável para estimativa de recursos minerais. A análise conjunta de histogramas, variogramas, validação cruzada, *swath plots* e cubagens busca equilibrar a acurácia estatística e a preservação das características geológicas do banco de dados.

1.1 Estado da Arte

As estimativas de recursos minerais podem ser significativamente impactadas pela presença de *outliers*, especialmente na definição da média, variância e na construção de semivariogramas. Estudos recentes demonstram que a remoção de valores extremos pode comprometer a interpretação geológica, ao eliminar dados que pertencem a subpopulações distintas. Um exemplo é o trabalho de Costa (2003), que propõe o uso da krigagem robusta (RoK) para lidar com *outliers* em dados de reservas de minério. Essa técnica visa minimizar a influência de valores extremos sem descartá-los, preservando assim informações relevantes para a estimativa.

Na modelagem geológica e estimativa de recursos, métodos como interpolação e regressão são amplamente utilizados. No entanto, a presença de *outliers* pode distorcer parâmetros estatísticos essenciais, como média e variância, conforme destacado por Chanderman *et al.* (2017). Em seu estudo sobre um depósito aurífero em Mali (África Ocidental), os autores realizaram modelagem geológica 3D e estimativa de recursos, enfatizando a importância da confiabilidade do modelo geológico para evitar distorções causadas por valores extremos.

Essa abordagem visa evitar a diluição estatística entre diferentes populações, um problema agravado por *outliers*, especialmente em zonas de transição. A comparação entre laterita e saprolita, utilizando gráficos Q-Q, identificou médias de teores similares, mas com diferenças na extremidade inferior da distribuição. Evidencia-se, portanto, a necessidade de uma análise detalhada de domínios e subpopulações geológicas antes da aplicação de métodos de interpolação ou regressão, uma vez que *outliers* não tratados podem levar a erros de estimativa e comprometer o modelo geológico.

Machado (2012) propõe uma distinção entre métodos que mitigam a influência de *outliers* sem descarte subjetivo, reforçando as críticas à remoção indiscriminada de valores extremos – como já destacado por Costa (2003). A autora introduz a Geostatística Paramétrica de Campo (FPG), uma metodologia que transforma teores em uma nova variável: a extensão acumulada padronizada. Essa técnica reduz matematicamente o impacto de *outliers* nas estimativas, sem exigir cortes ou agrupamentos arbitrários dos dados.

A dissertação de Ortiz (2008) apresenta considerações relevantes sobre a quantificação da incerteza em estimativas de recursos, com foco em depósitos de minério de ferro no Quadrilátero Ferrífero. Embora seu estudo priorize a aplicação de simulações geoestatísticas no planejamento de lavra, os resultados revelam como a variabilidade de teores – incluindo valores extremos – afeta diretamente a confiabilidade dos modelos.

Diante disso, Ortiz (2008) defende que o tratamento de valores anômalos deve incorporar critérios geológicos, além de estatísticos. O autor destaca a simulação condicional como uma alternativa eficaz, pois preserva a integridade dos dados amostrais e mantém a continuidade espacial modelada pelo variograma. Essa abordagem alinha-se aos objetivos desta pesquisa, que buscou entender os impactos

de *outliers* na estimativa de teores por meio da comparação entre cenários de modelagem distintos.

A Figura 1 exhibe os histogramas das variáveis krigadas (Fe %, P %, Al_2O_3 % e PPC %) no estudo de Ortiz (2008), evidenciando que:

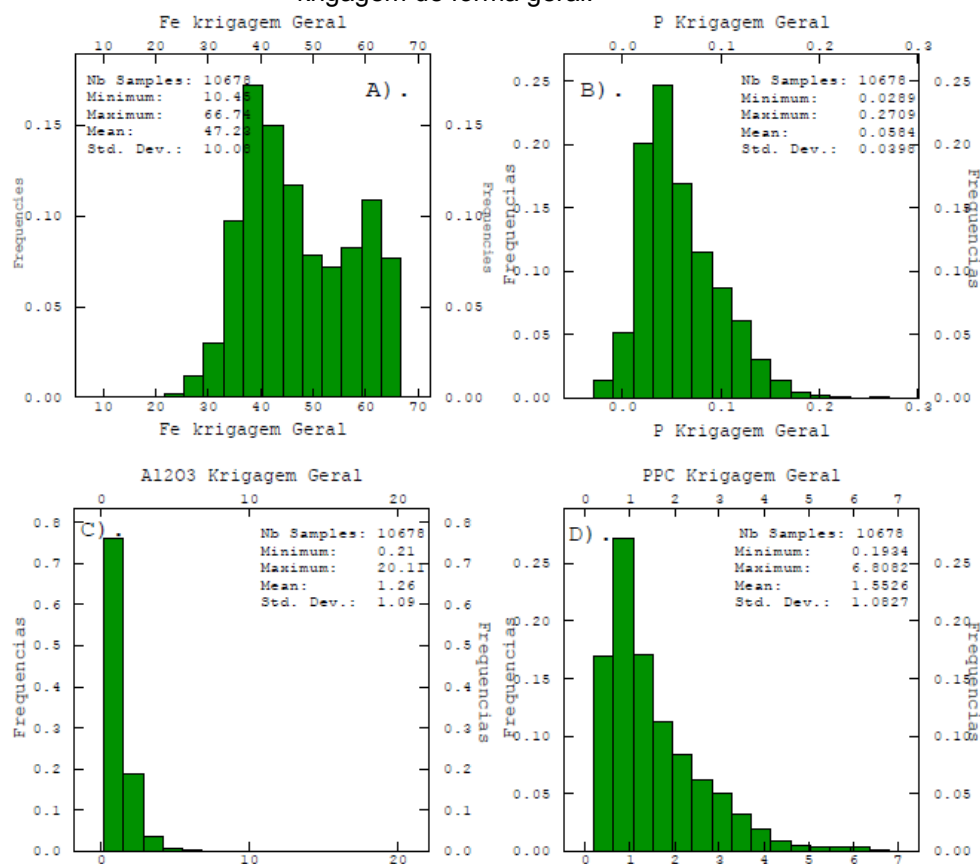
- i. as médias dos blocos mantêm-se próximas às das amostras originais;
- ii. o desvio padrão dos teores krigados é sistematicamente menor que o das amostras, resultado esperado dado o caráter suavizador do método.

A Figura 2 (A - D) foi utilizada para permitir a comparação visual entre os blocos krigados das diferentes variáveis, evidenciando como a distribuição espacial dos teores se comporta após a estimativa. A variação de cores facilita a identificação de zonas com maior ou menor precisão na estimativa, auxiliando na avaliação da coerência geológica.

Nesse cenário, os *outliers* exigem atenção redobrada. Embora a krigagem atenuasse essas anomalias, sua presença:

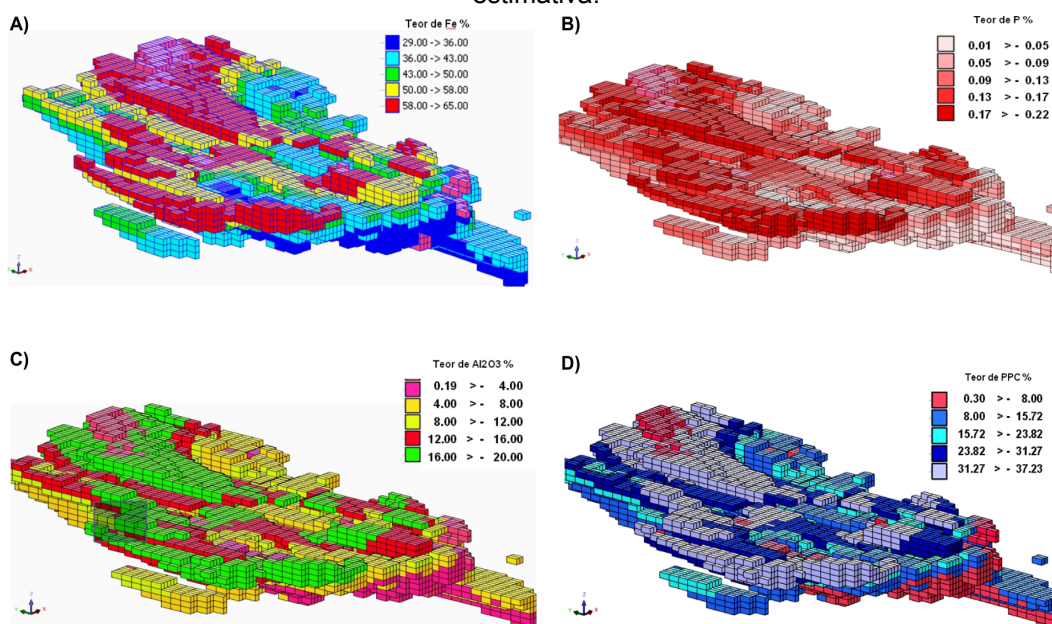
- i. distorce o modelo variográfico, afetando a estrutura de continuidade espacial;
- ii. compromete a atribuição de pesos às amostras durante a interpolação;
- iii. gera estimativas viesadas, impactando a fidedignidade do modelo de blocos;
- iv. pode alterar a variância de krigagem, que passa a refletir valores artificiais.

Figura 1 - Histogramas das variáveis Fe (%), P (%), Al₂O₃ (%) e PPC (%) estimados por krigagem de forma geral.



Fonte: extraído de Ortiz (2008).

Figura 2 - Blocos estimados das variáveis do estudo, indicando zonas de maior e menor precisão na estimativa.



Fonte: extraído e modificado de Ortiz (2008).

Santos (2016) propõe um método inovador para detecção de valores extremos em dados geoespaciais contínuos, considerando explicitamente a localização espacial das amostras - uma capacidade que abordagens tradicionais (como *box plots*) não possuem. A autora desenvolveu uma técnica baseada na análise geoestatística dos resíduos de krigagem, que preserva a estrutura de continuidade espacial dos dados.

Complementarmente, Barbosa *et al.* (2019) desenvolveram uma abordagem geoestatística robusta para delimitar zonas homogêneas sem a exclusão sistemática de valores extremos. A pesquisa focou em dados de condutividade elétrica aparente do solo, um indicador chave da variabilidade espacial em áreas agrícolas que pode ser influenciado por:

- i. teor de matéria orgânica;
- ii. concentração de argila;
- iii. níveis de salinidade;
- iv. variações de umidade.

O estudo empregou estimadores robustos - como o de Cressie-Hawkins - que são menos sensíveis a *outliers* ao calcular a semivariância, atribuindo menor peso a diferenças extremas entre amostras.

1.2 Meta

Diante dos problemas destacados anteriormente, que abordam as questões relativas à presença de *outliers* nas análises, este estudo possuiu como foco identificar e analisar as influências dos valores extremos na estimativa de recursos para um depósito de minério de ferro, comparando as estimativas geradas com e sem esses valores, a fim de verificar o impacto dos mesmos sobre os resultados.

1.3 Objetivos específicos

O tratamento de valores extremos assume um papel importante no cenário da modelagem geoestatística, devido ao impacto destes dados na estimativa de teores. Assim, de maneira a atingir a meta proposta, foram elencados os seguintes objetivos específicos para esta investigação, onde:

- i. identificou-se e caracterizou-se os *outliers* dentro do banco de dados, por meio dos métodos estatísticos e na análise do contexto geológico local, diferenciando valores anômalos de possíveis erros de medição ou de valores pertencentes à subpopulações diferentes, por representarem diferentes ambientes deposicionais ou litológicos;
- ii. verificou-se a eficácia de diferentes abordagens de tratamento de valores extremos;
- iii. realizou-se estimativas comparando os resultados obtidos com e sem a presença de valores extremos;
- iv. avaliou-se o impacto de *outliers* nas estimativas de teores e volumes em um depósito de ferro;
- v. foram elencadas diretrizes para o manejo de *outliers* em depósitos com características geológicas complexas.

1.4 Metodologia

A preparação e análise exploratória dos dados constituíram a etapa inicial do estudo. Foi utilizado uma base de dados de sondagem de uma mina de ferro localizada no Quadrilátero Ferrífero (MG), contendo informações litológicas e químicas de ferro (%), Sílica (%), fósforo (%), alumínio (%), Manganês (%) e perda ao fogo (%).

A análise estatística descritiva forneceu a primeira indicação do comportamento estatístico do depósito. Onde foram identificados a distribuição dos dados, reconhecimento de assimetrias e detecção de possíveis valores extremos. Para isso foram calculados medidas de tendência central e dispersão, como média, mediana, mínimo, máximo, desvio padrão e gerados histogramas e diagramas de dispersão.

A identificação de *outliers* foi realizada a partir da aplicação de métodos estatísticos clássicos, incluindo o intervalo Intervalo interquartil, *boxplots* e análise visual de dispersão. Essas técnicas permitiram quantificar e localizar os valores anômalos.

A interpretação estatística foi integrada às informações geológicas do depósito, para distinguir: erros de registro, valores extremos reais refletindo heterogeneidade natural ou indícios de múltiplas populações. Com base nessa análise integrada, os valores identificados como extremos foram classificados como valores extremos reais, que foram mantidos, por representarem a variabilidade natural do depósito. A partir dessa classificação, foram definidas diferentes estratégias de tratamento, com o objetivo de avaliar o impacto desses valores nas estimativas.

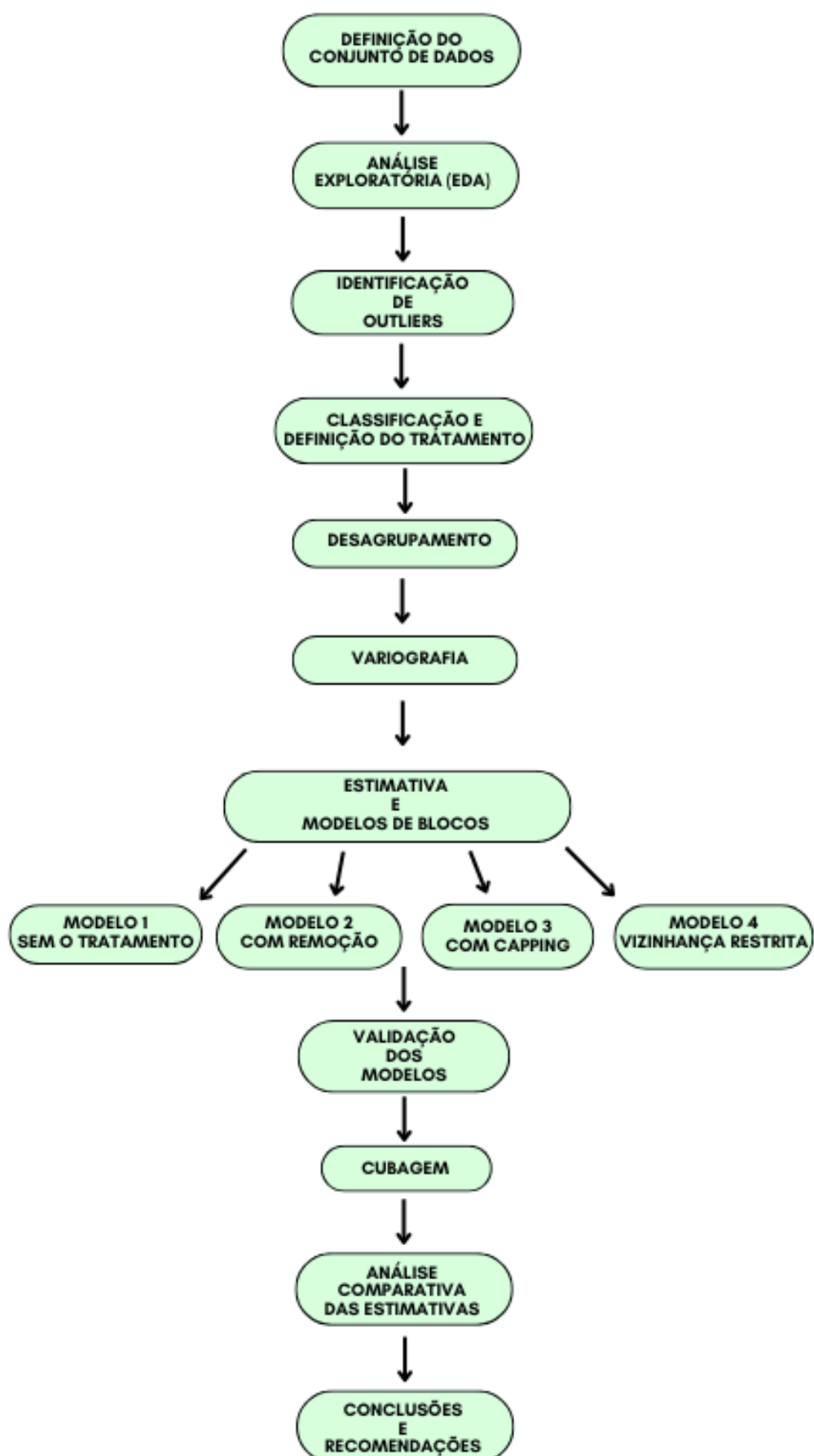
A etapa da estimativa foi realizada no *software Isatis.Neo Mining* (via licença *Datamine*, versão 2025.1), foram gerados quatro modelos de blocos através da krigagem ordinária, com o objetivo de avaliar o impacto de cada método. O modelo 1 (sem tratamento), considerou todos os valores originais, simulando a ausência de qualquer reconhecimento ou mitigação de extremos. O modelo 2 baseou-se na remoção dos valores classificados como *outliers* conforme os limites definidos pelo Método de Tukey. O modelo 3, aplicou o método do capeamento, no qual os valores acima de um limite superior foram substituídos por um valor máximo, reduzindo sua influência espacial sem removê-los. Por fim, o modelo 4 manteve todos os dados originais, porém restringiu a influência espacial dos extremos por meio da redução do raio de busca da krigagem, evitando sua propagação indevida.

A validação dos modelos, teve como objetivo avaliar o desempenho estatístico de cada modelagem. Para cada um foram avaliados: validação cruzada (média do erro, desvio padrão, correlação), *swath plots* e os parâmetros de krigagem (raio de busca). Na etapa da cubagem, para cada modelo de blocos foram calculados: tonelagem total, teor médio, metal contido e as curvas tonelagem-teor.

As diferenças entre os modelos permitiram avaliar o impacto real dos extremos nas estimativas, a estabilidade da krigagem, a representatividade dos blocos e a

reconciliação. Por fim, foi realizada a comparação estatística e espacial entre os diferentes cenários, com documentação detalhada de todas as modificações realizadas como remoções, *capping*, ajustes variográficos, parâmetros de krigagem e justificativas. As conclusões e as recomendações foram elaboradas com base nos resultados obtidos. O fluxograma com a metodologia que foi seguida é ilustrado na Figura 3.

Figura 3 - Fluxograma com a metodologia de atividades.



Fonte: autor.

1.5 Organização

A organização idealizada para este trabalho foi estruturada em capítulos, cujo conteúdo é brevemente mencionado abaixo.

O Capítulo 2 discutiu os conceitos sobre os valores extremos, como são identificados, como podem impactar na estimativa e quais são as diferentes metodologias para o seu tratamento. Também foram trazidas informações sobre os métodos que envolvem a krigagem ordinária (que é sensível a valores anômalos), que é mencionado na literatura como alternativa para reduzir a influência desses dados sem precisar removê-los.

O Capítulo 3 apresentou a área de estudo deste trabalho, buscando descrever as características litológicas e estruturais que acabaram influenciando a mineralização de ferro, bem como a geologia regional, com suas respectivas unidades e a geologia local, com destaque para a Formação Cauê. Além disso, são abordadas as variáveis de interesse para este trabalho (Fe (%), Si (%), P (%), Al (%), Mn (%) e PF (%)) através da estatística descritiva básica, com os valores de mínimo, máximo, média, desvio padrão e número de amostras para os elementos.

O Capítulo 4 detalhou a identificação, tratamento e análise dos valores anômalos, onde buscou-se comparar as estimativas geradas com e sem a presença destes dados e trazendo discussões a respeito de como impactaram nos resultados dos recursos de uma mina do Quadrilátero Ferrífero, Minas Gerais.

O Capítulo 5 traz as conclusões acerca deste trabalho, bem como as recomendações.

2 Revisão Bibliográfica

Neste capítulo será abordado o que são *outliers*, os principais métodos para sua detecção e tratamento e o impacto nas estimativas, tanto com sua remoção quanto com a correção. A abordagem será fundamentada na Teoria da Amostragem de Pierre Gy (1979) e Pitard (1993), as definições de Sinclair e Blackwell (2002), Goovaerts (1997) e Abzalov (2016). Diversas metodologias serão demonstradas para tratar os *outliers*, de modo que seja possível realizar uma análise comparativa e, com isso, observar como cada um impacta nos resultados das estimativas.

2.1 Definição de *Outliers*

Sinclair e Blackwell (2002), definem um *outlier* como um valor inconsistente com a grande maioria dos valores de dados. E quando se trata de um inventário mineral, o cuidado principal se dá aos *outliers* altos em relação a maioria dos dados. Pois, como apresentado anteriormente, esses valores podem criar vários problemas, como a distorção da média, variância e covariância. Interferindo na confiabilidade das estimativas e impactando em medidas de autocorrelação como o semivariograma experimental, que mede a continuidade espacial dos dados e permite indicar padrões de variabilidade e continuidade do teor mineral.

Além disso, se um *outlier* estiver centralizado em um bloco a ser estimado, pode comprometer a precisão das estimativas, levando a uma superestimação da tonelagem de alto teor quanto do próprio teor do minério. E no caso da krigagem, se houver um valor de *outlier* associado a um valor negativo, a estimativa vai gerar valores negativos, o que a torna incorreta. Sendo assim, é necessário tratar esses dados para evitar que comprometam a modelagem do depósito e a própria interpretação dessas variáveis, pois garantirá mais confiabilidade nas estimativas.

Mas também, o contexto geológico é importante para diferenciar os erros dos valores reais e devem ser analisados em conjunto com os valores extremos, pois estes podem ser derivados de erros de medição. E o risco de atribuir pesos altos nas estimativas, pode contribuir para uma superestimação tanto do teor médio quanto da tonelagem acima do teor de corte.

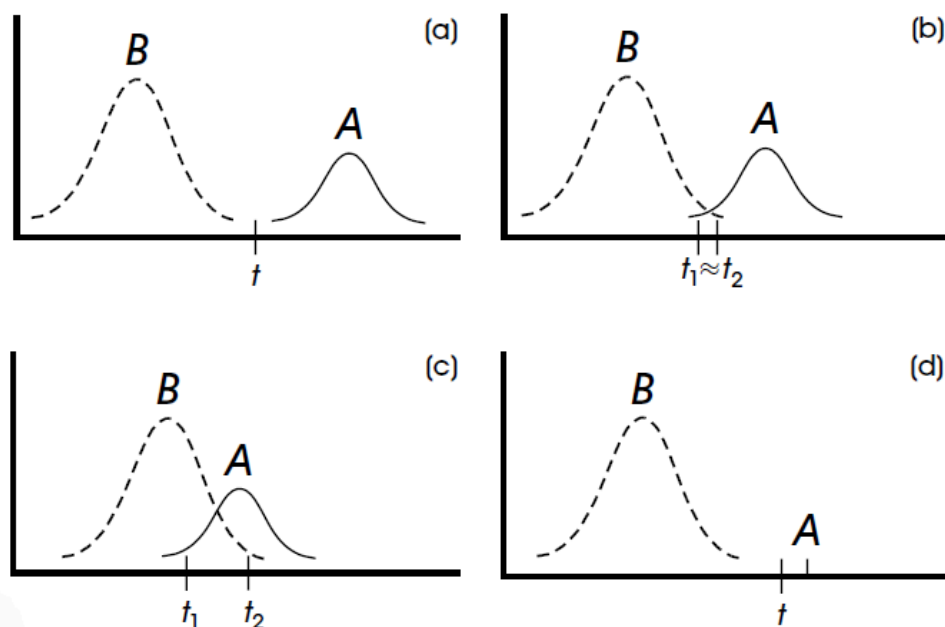
Mas também Sinclair e Blackwell (2002), discorrem sobre a distribuição dos dados pode ser composta por múltiplas subpopulações, cada uma associada a um ambiente geológico diferente. E os *outliers* podem constituir essas subpopulações

distintas, sem pertencerem a erros estatísticos ou de medição. Desta forma, esses valores podem ser a representação de diferentes domínios geológicos, com características específicas entre si, como variações de teores de mineralização.

Então é importante identificar os *outliers* como parte de um modelo mais amplo de distribuição de dados, de maneira que a distribuição consiga refletir múltiplas populações, representada por histogramas. Sendo atribuído a cada uma dessas características geológicas diferentes teores ou tipos litológicos. Na Figura 4 é exemplificado este modelo de interpretação dos dados de forma esquemática, onde os *outliers* são tratados como valores pertencentes a uma subpopulação inserida em um conjunto de dados multimodal (bimodal na Figura 4).

Mas também, os autores citam o modelo matemático formal para populações mistas, desenvolvido por Zhu e Journel (1991), que complementam esta ideia, ilustrando o impacto que a presença de populações gera na estimativa usando uma distribuição mista. E destacam que desconsiderar a mistura de populações, conduzirá a interpretações erradas e estimativas enviesadas se tratando de dados extremos, devendo ser vista como a norma ao invés da exceção.

Figura 4 - Modelo conceitual de *outliers* para duas populações.



Fonte: extraído de Sinclair e Blackwell, 2002.

Sinclair e Blackwell (2002) discorrem sobre a importância da avaliação de dados ser uma etapa crucial na estimativa de um inventário mineral (Figura 5), por ser

a base de uma classificação de recursos e reservas. Pois melhoram a acurácia das estimativas, partindo de vários objetivos, entre eles: a identificação de erros, a compreensão das características estatísticas e espaciais de todas as variáveis de interesse e a documentação das inter-relações entre elas, como o grau e a espessura de possíveis zonas mineralizadas.

Figura 5 - Diagrama de fluxo para avaliação de dados exploratórios de um inventário mineral.



Fonte: extraído de Sinclair e Blackwell, 2002.

Goovaerts (1997) destaca que, na análise exploratória de dados, muitas variáveis contínuas tendem a apresentar distribuições assimétricas, muitas vezes revelando caudas longas, que podem ser associadas a concentrações elevadas de um menor número de valores. Além disso, não apenas os histogramas, mas também a distribuição de frequências, possibilitam visualizar com mais facilidade os comportamentos de valores extremos.

Sinclair & Blackwell (2002) destacam que valores extremos podem ser representados como subpopulações geológicas distintas, cada uma associada a ambientes e processos supergênicos específicos. Nesse cenário um “*outlier*” pode não ser um erro, mas uma característica de um domínio geológico diferente. Desta forma, ignorar essa possibilidade pode levar a estimativas enviesadas e

interpretações incorretas, especialmente em depósitos heterogêneos como os de ferro do Quadrilátero Ferrífero.

Abzalov (2016), comenta que nem todos os *outliers* são comumente descartados ou alterados, pois podem ser a representação de zonas de alta mineralização ou de domínios geológicos diferentes. Também recomenda que uma interpretação baseada no contexto do local é de suma importância para entender se trata-se de um extremo ou uma variação geológica significativa.

Esta informação se conecta com o que Sinclair e Blackwell (2002) abordam sobre as múltiplas subpopulações, mas, o autor reforça que uma avaliação técnica aplicada, considerando as condições reais do depósito, faz toda diferença nas estimativas. Quanto à aplicação dos procedimentos operacionais para identificação desses valores, também ressalta a importância do uso de histogramas, *boxplots* e gráficos de probabilidade normal que identifiquem a presença dos valores extremos.

Esse conceito é reforçado pelo modelo de populações mistas de Zhu & Journel (1991), que demonstram matematicamente como distribuições que possuem duas ou mais populações podem gerar caudas longas e valores aparentemente “anômalos”. Desconsiderar essa característica leva a interpretações incorretas da continuidade espacial e por consequência, a estimativas enviesadas.

Contudo, o reconhecimento destes valores extremos vinculados ao sistema de controle de qualidade da amostragem e do ensaio (QA/QC), devem ser acompanhados de duplicatas e checagem laboratorial antes de qualquer decisão de remoção ou ajuste.

2.2 Detecção de *Outliers*

Conforme Gomes (2024), em coerência com a teoria da Amostragem de Pierre Gy, a amostragem possui como objetivo reduzir a massa de um lote a um determinado objetivo sem inserir mudanças em suas propriedades. Desta forma, uma amostra não apresenta características iguais às do material de onde foi selecionada e, a Teoria de Pierre Gy possui como foco controlar os erros que decorrem desse processo, avaliar as propriedades que decorrem tanto da etapa de seleção de amostras, quanto do material amostrado e indicar quais equipamentos e procedimentos permitem eliminar os erros que podem ser eliminados (erros

sistemáticos) e minimizar os demais erros (aleatórios), sem que comprometam as estimativas.

Goovaerts (1997) sugere quatro abordagens para o tratamento de *outliers*: (1) remoção, (2) classificação em subpopulações, (3) uso de estatísticas robustas e (4) transformação de dados. No entanto, o autor salienta o cuidado ao tomar a decisão de como tratar esses valores, pois eles frequentemente carregam informações importantes. Em estudos de mineração, por exemplo, as concentrações altas indicam zonas de interesse, com elevados teores de minério e não devem ser descartadas automaticamente (a menos que seja comprovado o erro).

Sinclair & Blackwell (2002), chamam a atenção para o impacto direto desses valores nas medidas de autocorrelação, como a covariância e o semivariograma experimental. Valores altos e isolados inflacionam a variabilidade e acabam mascarando a continuidade espacial do depósito, gerando alcances irreais ou patamares exagerados. Assim o tratamento adequado desses valores é importante para poder garantir modelos variográficos coerentes.

2.3 Diferentes metodologias para o tratamento de *outliers*

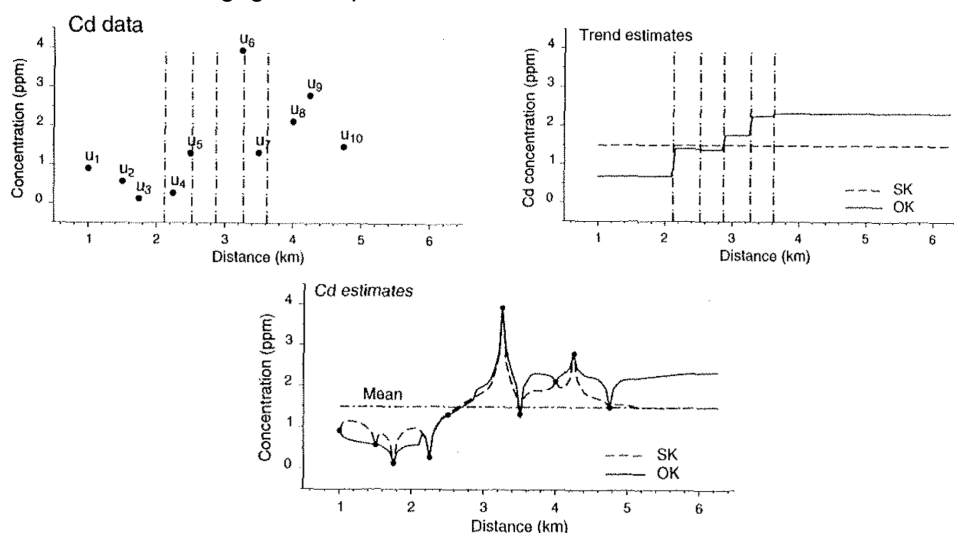
Conforme Rossi e Deutsch (2014), desde o início da geoestatística Georges Matheron (1962), abordava sobre a importância do cálculo de recursos e reservas recuperáveis, formalizando o conceito de estacionaridade. Essa propriedade dos modelos de função aleatória, permite que informações amostradas sejam utilizadas para estimar ou prever valores em locais não amostrados de maneira confiável. Além disso, a variância, por ser uma medida quadrática, possui alta sensibilidade a valores anômalos.

Nesse sentido, Matheron desenvolveu a teoria das variáveis regionalizadas como um estimador linear não tendencioso de mínima variância. Posteriormente, Journel e Huijbregts (1978), ampliaram e aplicaram essas ideias. Logo, neste estudo pretende-se gerar quatro modelos de blocos (com *outliers*, reagrupamento, *capping* e restringindo a vizinhança de busca dos *outliers*) e, em todos eles o modelo de regionalização é o que garante que a krigagem no Software Isatis leve em conta a estrutura espacial obtida no variograma, a relação de pesos entre furos próximos e distantes e a influência dos dados mesmo quando alteramos o conjunto (removendo ou suavizando os *outliers*).

Goovaerts (1997) discorre sobre a importância da krigagem ordinária, uma das técnicas mais usadas em geoestatística para estimativas locais, especialmente quando não se tem conhecimento da média global da variável. Pois, esta permite que se assumam uma média constante dentro de uma vizinhança local, que não necessariamente será conhecida, mas que possa ser ajustada com base nos dados amostrais disponíveis em torno de cada ponto a ser estimado.

Na Figura 6 abaixo o autor traz as diferenças entre a Krigagem Ordinária (OK - *Ordinary Kriging*) e a Krigagem Simples (SK - *Simple Kriging*), ressaltando a relação com a sensibilidade aos valores extremos. No gráfico denominado “Cd data” é ilustrado os valores de 10 pontos (u_1 a u_{10}) de coleta de amostras para concentração de cádmio (Cd) ao longo da linha de amostragem. Um desses pontos, possivelmente u_6 possui um valor isolado e muito elevado, representando um *outlier*.

Figura 6- Estimativas com krigagem simples e ordinária, indicando a sensibilidade aos valores



extremos

Fonte: extraído e modificado de Goovaerts, 1997.

Abzalov (2016), discorre sobre a distorção da distribuição estatística que ocorre nos metais, representando um desafio para as estimativas de recursos minerais, por conta dos valores de alto teor, que geram superestimação. E traz o conceito sobre o truncamento (*top cut*), ser uma das metodologias mais usadas em mineração, para lidar com valores anômalos. Quando usados na estimativa, criam distorções nos resultados finais, sobretudo, quando há métodos que utilizam cálculos lineares como a krigagem.

Por fim, o capítulo 9 do livro de Goovaerts (1997) traz uma reflexão final, onde ele afirma que “a incerteza não é intrínseca ao fenômeno em estudo: em vez disso,

ela surge do nosso conhecimento imperfeito desse fenômeno, é dependente de dados e, o mais importante, dependente de modelos”. Desta forma, o autor aponta que nenhum modelo, portanto, nenhuma medida de incerteza, pode ser objetiva. Essa declaração final se conecta com a análise de Matheron sobre a natureza subjetiva da modelagem geoestatística, que deve ser vista como uma ferramenta para lidar com a incerteza de forma construtiva e documentada.

2.4 Impacto das Estimativas com e sem a presença dos valores extremos

Tendo em vista a busca de qualidade e segurança neste processo, surgiram diretrizes, como o Código *JORC* (2024), internacionalmente reconhecido graças a seus fundamentos estabelecidos em prol da divulgação pública de resultados de exploração, recursos e reservas minerais. Este código possui diretrizes que visam a transparência, materialidade e razoabilidade das estimativas, além da competência técnica dos profissionais envolvidos ao longo do processo.

Isso garante que não só os dados utilizados, mas também os métodos aplicados sejam justificados, de forma simples para que os órgãos reguladores e investidores possam ter compreensão das atividades realizadas. Desta forma, no documento é citado que é de inteira responsabilidade da empresa, revisar e reportar os resultados de sua Revisão Anual, juntamente com a declaração anual de Recursos Minerais e Reservas de Minério, permitindo que o princípio da transparência seja seguido.

É importante salientar que o Código *JORC* (2024), não determina como os dados devem ser tratados de forma estatística, mas, demanda que as escolhas na metodologia sejam transparentes, coerentes e bem embasadas. O que reforça a importância deste trabalho, que analisou o impacto dos dados destes valores extremos nas estimativas.

Abzalov (2016), reforça que valores altos não devem ser automaticamente removidos, pois podem representar zonas enriquecidas de interesse econômico. Porém, sua influência deve ser controlada, em especial nos métodos lineares como a krigagem. Assim, a decisão entre remover, limitar ou manter depende de um conjunto de informações entre a estatística e o contexto geológico local.

3. Estudo de caso

Neste capítulo, informações sobre a área de estudo, localizada no Quadrilátero Ferrífero, Minas Gerais, serão apresentadas, especialmente em relação aos aspectos litológicos e estruturais que acabaram influenciando a mineralização de ferro. Em seguida, uma breve seção sobre a análise estatística descritiva das variáveis de interesse, o teor de ferro (%), sílica (%), fósforo (%), alumínio (%), manganês (%) e perda ao fogo (%), serão abordadas nas diferentes litologias que fazem parte do banco de dados. Por fim, o processo de modelagem da continuidade espacial (variografia) e a metodologia utilizada para o processo da estimativa de teores também serão apresentados.

3.1 Geologia Regional

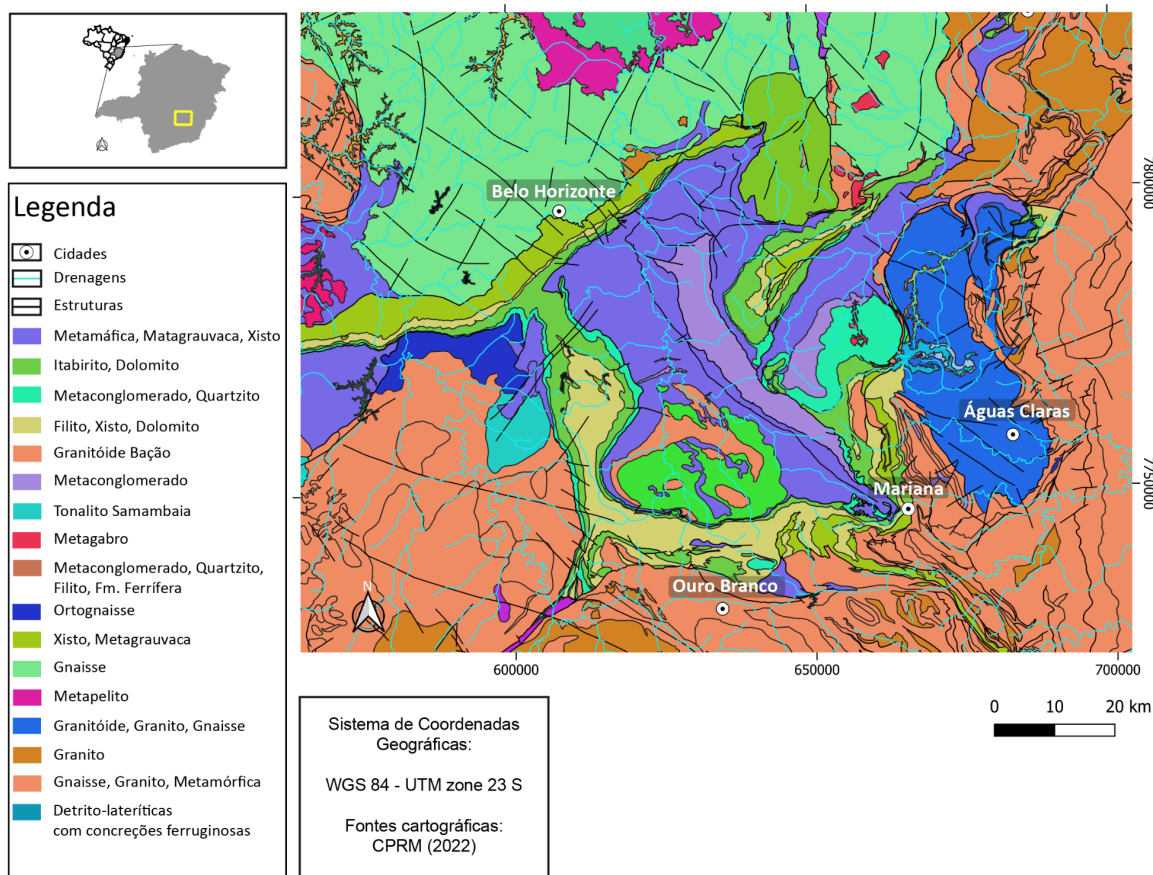
De acordo com Almeida *et al.* (2012), o Quadrilátero Ferrífero situa-se na região centro-sul do Estado de Minas Gerais, entre os municípios de Belo Horizonte e Ouro Preto. O nome da região é por conta da expressiva presença de formações ferríferas e das jazidas de minério de ferro, das quais, estão associadas a um conjunto de serras que correspondem a estruturas dobradas. Além disso, as rochas foram divididas em três unidades geológicas: o Complexo Granito-Gnáissico, o Supergrupo Rio das Velhas e o Supergrupo Minas.

Com as duas primeiras unidades de idade Arqueana, de 3,0 a 2,5 bilhões de anos e o Supergrupo Minas com datação do Paleoproterozóico, entre 2,5 a 2,0 bilhões de anos. Desta forma, o Supergrupo Rio das Velhas e o Supergrupo Minas, retratam os diferentes estágios evolutivos que houve no planeta. Iniciando com a formação de uma bacia vulcanossedimentar, rica em rochas vulcânicas características do Arqueano. E no Paleoproterozóico, progride para uma bacia sedimentar. E após formadas, essas unidades foram submetidas a um evento de orogênese, que passou por dobramentos e metamorfismo.

No mapa da Figura 7 é possível ver que na área de estudo (destacada em amarelo), aparecem diferentes formações de rochas, como itabirito com dolomito, metaconglomerado e xistos, todos associados ao Supergrupo Minas. Essas formações ferríferas, são as mais importantes do ponto de vista econômico, pois concentram os teores mais altos de ferro. Ao redor, também aparecem outras

unidades como filito, *metachert*, metagabro e granitóides, indicando que a área passou por diferentes fases geológicas e pode ter abrigado diferentes ambientes de deposição. As drenagens, marcadas em azul claro e as estruturas em preto, sugerem que a região sofreu influência de estruturas tectônicas, como falhas ou zonas de cisalhamento, que também influenciaram o relevo atual.

Figura 7 - Mapa geológico do Quadrilátero Ferrífero, com a área de estudo em amarelo.



Fonte: autor.

A coluna estratigráfica do local (Figura 8), ilustra o empilhamento das rochas mais antigas na base até as mais velhas no topo. Na base, encontra-se o Complexo Granito-Gnáissico, formado por gnaisses bandados de composição tonalítica a granodiorítica, com feições de migmatização e mineralogia composta por quartzo, feldspato e biotita, dispostas em bandas.

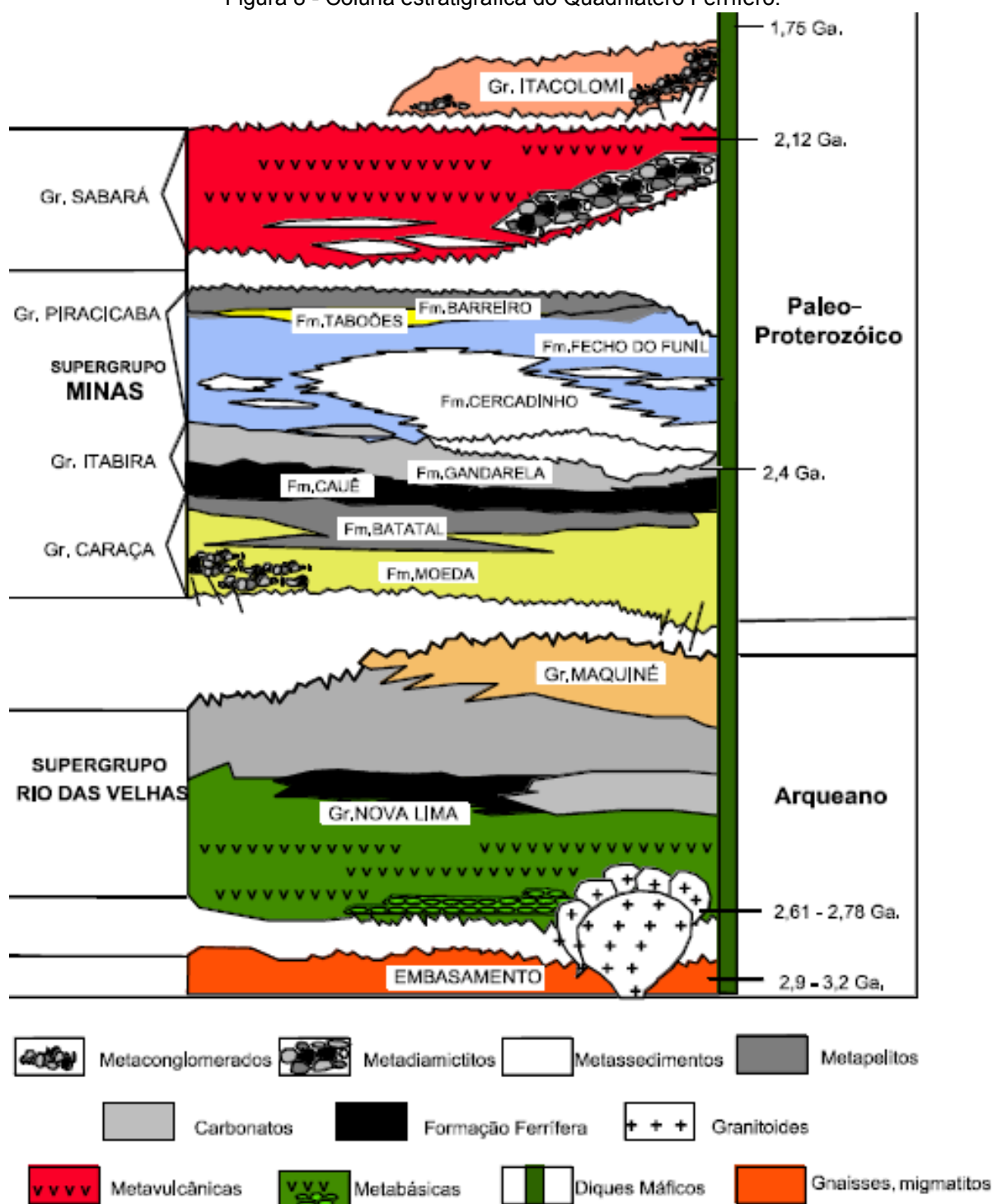
Também ocorrem corpos intrusivos de composição granítica, além de faixas de rochas vulcanossedimentares e enxames de diques, caracterizados como rochas básicas (diabásios e gabros metamorfizados). Acima desta unidade, ocorre o

Supergrupo Rio das Velhas formado por rochas vulcânicas (basaltos) e sedimentares, posteriormente metamorfizadas e deformadas durante eventos orogênicos.

Este Supergrupo abrange o Grupo Nova Lima, que abriga os principais depósitos auríferos do Quadrilátero Ferrífero. E o Grupo Maquiné, composto por quartzitos, metaconglomerados e filitos. Sobreposto ao Rio das Velhas, o Supergrupo Minas, marca a evolução de uma bacia sedimentar, sendo inicialmente continental e depois marinha, caracterizada pela sedimentação de arenitos, conglomerados, pelitos, rochas carbonáticas e especialmente formações ferríferas bandadas.

A sedimentação inicial aconteceu durante uma atmosfera redutora, mas com o aumento gradual do oxigênio nos oceanos, causado pela atividade de organismos marinhos (como algas e bactérias), ocorreu a precipitação de óxidos de ferro, fazendo precipitar as formações ferríferas. E com a sedimentação do local e os processos da orogênese Transamazônica e Brasiliana, houve a transformação destas rochas sedimentares para quartzitos, xistos e itabiritos. Desta forma, a descrição estratigráfica é importante para entender a gênese e a distribuição dos itabiritos, que é o foco deste trabalho, onde a variabilidade presente nas diferentes litologias pode acabar influenciando a dispersão estatística dos teores.

Figura 8 - Coluna estratigráfica do Quadrilátero Ferrífero.



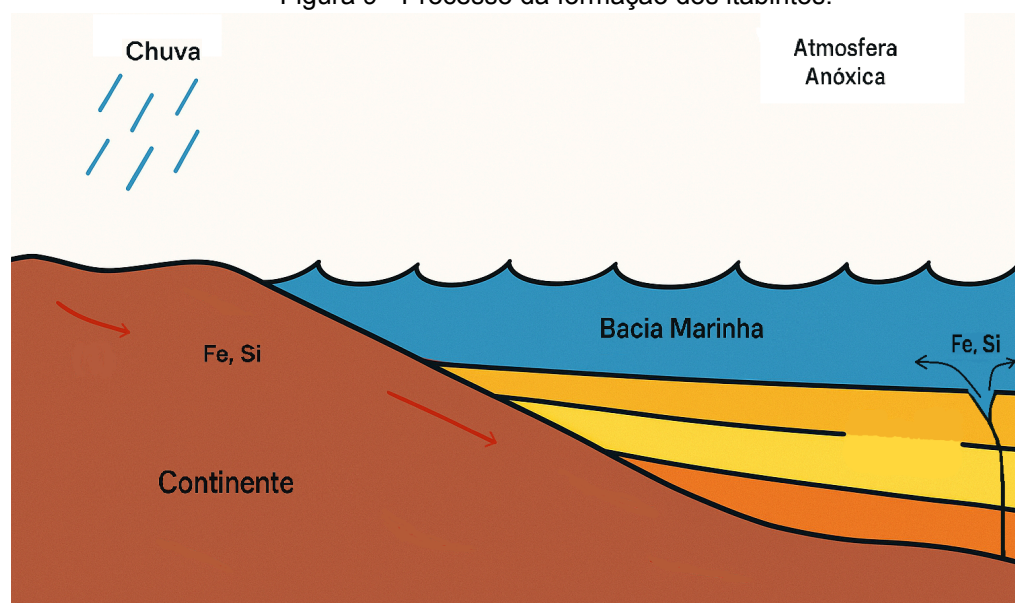
Fonte: extraído e modificado de Alkmim & Marshak, 1998.

Almeida *et al.* (2012) também discorre acerca dos depósitos de ferro no Supergrupo Minas, onde conforme o aumento da estabilidade da crosta, logo no início do Proterozóico, foram geradas bacias marginais compostas por sedimentos clásticos e químicos, gerando conglomerados e arenitos enriquecidos com urânio e ouro. E com o tempo foi estabelecido uma plataforma marinha datando de 2,4 bilhões de anos, por conta da erosão, que fez com que o relevo da região central de Minas Gerais, possuísse um aspecto mais plano.

Fazendo desta forma, com que o mar percolasse pelo local, no início do Proterozóico. Sendo esta a gênese das rochas sedimentares de precipitação química, abundantes em ferro, conhecidas por formações ferríferas bandadas. Da qual é uma rocha com cerca de 15% ou mais de ferro de origem sedimentar, composta por lâminas ou camadas alternadas de hematita e quartzo.

Além disso, o ferro também pode ter sido proveniente da atividade hidrotermal, associado a compactação de uma bacia sedimentar ou de atividades vulcânicas oriundas da própria bacia (Figura 9). O material sedimentar, ao atingir o ambiente marinho, foi precipitado com o auxílio das algas e bactérias, que contribuíram para a produção de oxigênio nas bacias marinhas. Este provocou a oxidação do Fe^{2+} , resultando na sua precipitação sob a forma de hidróxido férrico, junto com a sílica amorfa dissolvida na água do mar, bem como a radiação solar, que através da foto-oxidação contribui para este processo.

Figura 9 - Processo da formação dos itabiritos.



Fonte: modificado de Almeida *et al.* 2012.

Posteriormente durante as orogêneses Transamazônica e Brasileira, as rochas sedimentares do Supergrupo Minas foram submetidas ao metamorfismo e dobramento. E assim as formações ferríferas bandadas passaram em itabiritos, que relacionadas a Formação Cauê, puderam ser preservadas em estruturas sinformais. Essas formações sofreram deformações significativas pelos cisalhamentos dos ciclos Transamazônico e Brasileiro. Onde no Fanerozóico, foram expostas à superfície, por processos erosivos. Como consequência, os itabiritos passaram por intensa alteração, perdendo a sílica e aumentando o teor de ferro progressivamente.

O intemperismo atuou dissolvendo e removendo a sílica, ao passo que a oxidação fixou o ferro, enriquecendo a rocha. Logo, este processo foi favorecido pela percolação de águas subterrâneas, pela estabilidade tectônica e pelo clima tropical presente, resultando em um significativo enriquecimento dos teores nos minérios de ferro.

Conforme Rosière *et. al* (2000), os itabiritos representam formações ferríferas bandadas que sofreram metamorfismo, intensa deformação e processos de oxidação, resultando no alojamento de corpos de minério de ferro, que se espalham de forma descontínua em seu interior, com dimensões de poucos a centenas de metros. Além disso, inúmeros processos acabaram apagando ou modificando a mineralogia, textura e estrutura dos sedimentos originais dos BIFs, em especial nos setores que sofrem maior deformação, a exemplo da borda leste do Quadrilátero Ferrífero, o que dificulta o reconhecimento das feições primárias.

O itabirito dolomítico, formado por bandas alternadas de dolomita e minerais de ferro. E o itabirito goethítico, caracterizado por bandas marrom escura compostas por quartzo e goethita, com respectivas bandas de minerais de ferro presentes, onde a goethita possivelmente tenha sido formada através da oxidação de silicatos de ferro, sendo eles anfibólios e cloritas. Desta forma, não apenas a variedade litológica como a complexidade dos processos pós-deposicionais, influenciaram diretamente na distribuição e na variabilidade dos teores de ferro, que foram características importantes para as análises realizadas no decorrer deste trabalho.

3.2 Geologia Local

A área de estudo, situada no Quadrilátero Ferrífero (Figura 10), caracteriza-se por litotipos ferruginosos e intensa deformação, o que justifica a heterogeneidade dos teores de ferro. Considerada uma das maiores províncias minerais do país, com destaque para os extensos depósitos de ferro associados às formações ferríferas bandadas da Formação Cauê, do Supergrupo Minas. A região possui uma sequência de litotipos com predominância ferruginosa, submetidos a intensa deformação e enriquecimento supergênico, resultando em uma significativa heterogeneidade nos teores de ferro, característica importante para a identificação e interpretação de *outliers* neste trabalho.

A Formação Cauê, unidade estratigráfica que este estudo se baseia, possui dois principais litotipos: os itabiritos silicosos friáveis e compactos, predominantes na porção central e os itabiritos goethíticos, mais comuns na porção sul, mas com ocorrência expressiva em unidades ao norte. Os itabiritos aluminosos, embora sejam menos contínuos lateralmente, ocorrem distribuídos ao longo de toda área.

No aspecto estrutural, os corpos mineralizados, dispostos em camadas dobradas, possuem mergulho entre 30° e 45° para NE, com direção NW-SE. Os dobramentos variam de isoclinais a abertos, com falhas reversas e zonas de cisalhamento dúcteis a rúptil-dúcteis e influenciam significativamente a distribuição e a geometria dos corpos mineralizados. Além disso, há rochas máficas, principalmente doleritos, em forma de diques subverticais, com espessura variando de 1 a 5 metros, cortando os pacotes itabiríticos de maneira discordante.

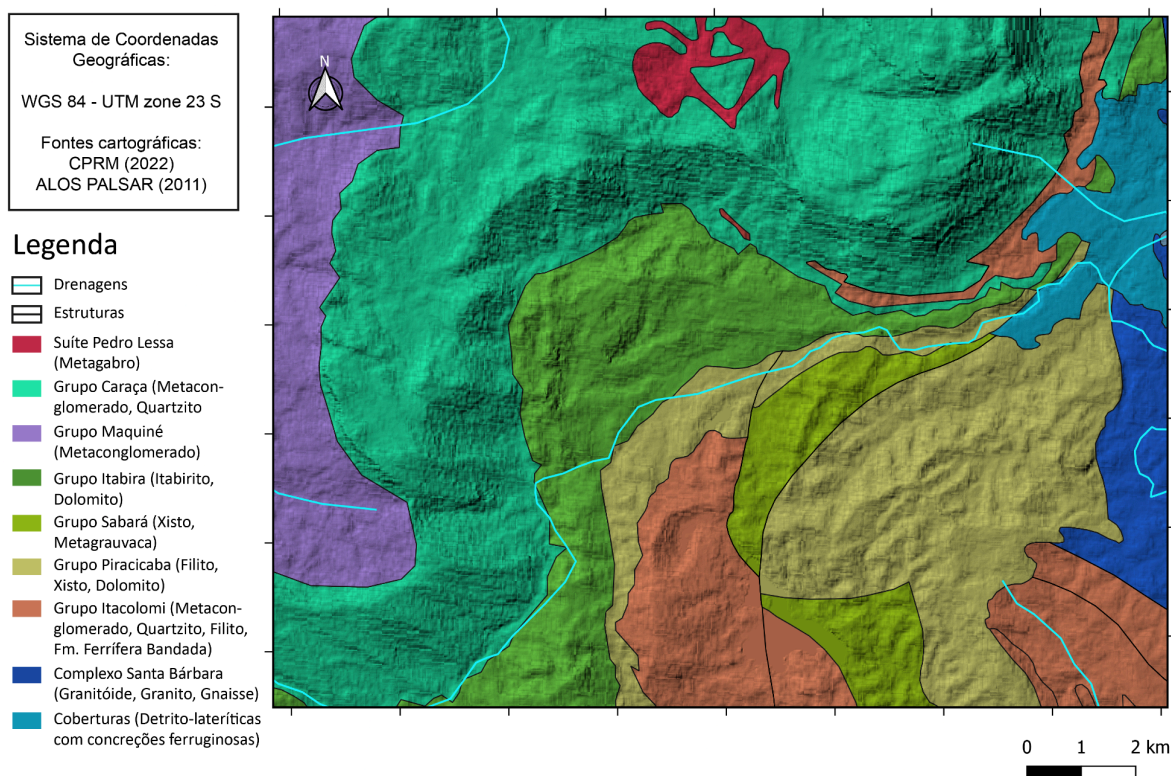
Estes diques estão orientados nas direções NW-SE e E-W e localmente possuem apófises irregulares, que se ramificam ao longo das zonas de maior fraqueza estrutural. Em afloramentos e sondagens, apresentaram alto índice de intemperismo, em especial nas suas bordas e representam importantes controles negativos na continuidade e espessura dos corpos de minério. O mapeamento dessas intrusões, também permite entender os mecanismos de compartimentação dos teores e justificar as variações abruptas, incluindo possíveis *outliers* relacionados a contatos litológicos complexos.

Quanto aos processos de enriquecimento supergênico sobre os itabiritos, estes geraram diferentes tipos de minérios, impactando diretamente na qualidade e distribuição dos teores. Os itabiritos silicosos, foram transformados em itabiritos

fríaveis ricos em hematitas, principalmente onde a lixiviação da sílica foi mais intensa. Já os itabiritos goethíticos, transformaram-se em hematita goethítica e os itabiritos aluminosos produziram itabiritos argilosos ricos, frequentemente associados a teores mais heterogêneos e alto grau de dispersão estatística.

A tectônica do local foi afetada por diversos eventos deformacionais no Paleoproterozóico, associados à orogênese Transamazônica. Isso resultou em estruturas como zonas de cisalhamento dúcteis a rúptil-dúcteis, que levaram tanto ao dobramento das camadas ferríferas, quanto à localização preferencial das zonas de enriquecimento supergênico. Logo, essas variações representam a complexidade dos processos supergênicos, que envolvem a dissolução da sílica, percolação de águas subterrâneas ricas em oxigênio e migração do ferro sob condições favoráveis de clima e a tectônica estável.

Figura 10 - Mapa da geologia local da área de estudo.



Fonte: autor.

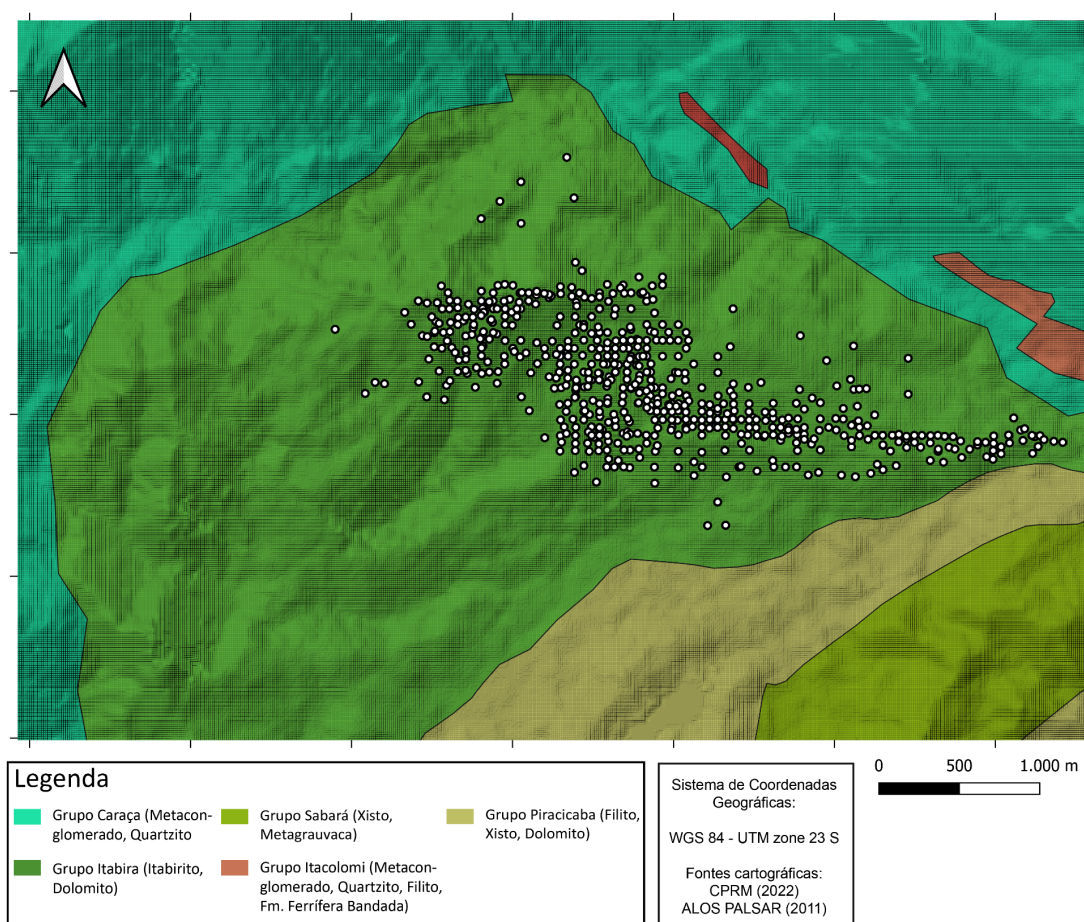
3.3 Área de estudo

A área de estudo está localizada em uma mina de ferro, situada no Quadrilátero Ferrífero, Minas Gerais. A província é uma das principais do país em metalogenia, o que a torna muito importante para a produção nacional de minério de

ferro. O acesso ao local é relativamente fácil, conecta-se à malha rodoviária do estado de Minas Gerais por meio de estradas vicinais, sendo que parte delas não está pavimentada, mas está em funcionamento, possibilitando a passagem de veículos leves e pesados.

A atividade minerária vinculada ao local, está formalmente registrada no sistema nacional de informações geográficas da mineração. Para fins de confidencialidade as coordenadas originais da área foram omitidas, optando-se pelas transformadas (Figura 11). No entanto, os dados utilizados neste trabalho são reais.

Figura 11 - Mapa dos furos de sondagem da área de estudo.



Fonte: autor.

As análises descritas neste capítulo utilizaram o conjunto de dados de sondagem da mina estudada, com as variáveis de interesse: o teor de ferro (%), sílica (%), fósforo (%), alumínio (%), manganês (%) e perda ao fogo (%). Os dados foram agrupados por litologia, sendo elas a Hematita, Hematita Goethítica, Itabirito Friável, Itabirito Friável Rico, Itabirito Compacto, Itabirito Goethítico, Itabirito Argiloso Rico, Itabirito Manganésífero e Canga). Ambos analisados por meio de estatística descritiva

através de histogramas, para entender o comportamento dos dados (mínimo, máximo, média, desvio padrão, número de amostras). A seguir, nas Tabelas 1 a 9, são apresentados o sumário estatístico por litologia e os histogramas correspondentes.

O banco de dados contém 17 litologias modeladas, além das frações granulométricas, totalizando 22 variáveis analisadas em cada uma delas. Todavia, optou-se por não trabalhar com todas essas variáveis. Após uma avaliação inicial, a análise foi conduzida apenas para o manganês (Mn) na litologia itabirito friável (IF), por se tratar da variável que apresentou comportamento mais relevante para os objetivos deste estudo. No caso do itabirito friável rico (IFR), embora apresente características litológicas semelhantes ao IF, a principal diferença residiu nos teores mais elevados, o que justificou o comportamento estatístico distinto. Apesar de também apresentar valores extremos, optou-se por não incluí-lo nesta análise, a fim de evitar redundância, considerando que as tendências litológicas e composicionais entre IF e IFR são muito próximas. Desta forma as informações a respeito do IFR encontram-se nos apêndices.

4. Análise e Tratamento de *outliers*

Neste capítulo foi descrito a análise estatística, identificação e tratamento dos valores extremos presentes no banco de dados do depósito estudado, localizado no Quadrilátero Ferrífero, Minas Gerais. Os valores extremos foram analisados inicialmente litologia por litologia, identificando-se o comportamento do Mn em unidades (litologias de hematita, hematita goethítica, itabirito friável, itabirito rico, itabirito compacto, itabirito goethítico e itabirito argiloso rico, itabirito manganífero e canga).

As variáveis de interesse são: teor de ferro, sílica, fósforo, alumínio, manganês e perda ao fogo, distribuídas entre as diferentes litologias que compõem os dados amostrais, sendo elas a Esta análise ocorreu através de estatística descritiva, incluindo trazer o uso de histogramas e *scatterplots* para entender a média, mediana e o desvio padrão, permitindo visualizar assimetrias, caudas longas e dispersões que indicaram a presença de valores incomuns.

Diferentes abordagens para o tratamento de *outliers* foram aplicadas, para comparar os efeitos através da modelagem e das estimativas. Onde o tratamento dependeu de suas particularidades: inicialmente o coeficiente de variação foi utilizado como um indicativo da variabilidade e os histogramas, que forneceram inflexões nas curvas, indicaram a presença de subpopulações; os diagramas de dispersão foram analisados considerando valores que estivessem significativamente distantes da média.

Com base nessa identificação, os valores foram classificados em: valores extremos reais - teores elevados (%), mas coerentes com a litologia e o ambiente geológico, que foram mantidos e tratados através da modelagem variográfica e estimativa por krigagem ordinária. Essa etapa foi fundamental, pois a heterogeneidade do Quadrilátero Ferrífero implica subpopulações naturais distintas, relacionadas a variações mineralógicas, texturais e processos supergênicos.

Assim como a etapa do desagrupamento dos dados, que é fundamental para diminuir o viés da amostragem preferencial e garantir a representatividade dos dados para as análises, especialmente ao considerar as diferentes litologias. A partir disso, será apresentado o modelo de continuidade espacial (o variograma), que é a base para as etapas subsequentes de estimativa. Além disso, essa etapa auxilia a

compreender como os *outliers* prejudicam a estrutura de correlação espacial dos dados, impactando diretamente na atribuição de pesos durante a etapa da krigagem.

Por fim, foram realizadas as estimativas comparativas utilizando a krigagem ordinária em 4 cenários distintos:

- i. cenário com os dados mantendo todos os valores;
- ii. cenário com a remoção dos *outliers*;
- iii. cenário com o método do capeamento aplicado aos *outliers*;
- iv. cenário restringido a vizinhança de busca.

As estimativas foram comparadas em relação a média dos teores, variância, continuidade espacial e as consequências para a classificação dos recursos. Essa comparação auxiliou na avaliação do impacto dos valores anômalos sobre o modelo de blocos e contribuiu para uma tomada de decisão mais consciente quanto ao tratamento de dados extremos em contextos geológicos complexos, como o da área de estudo.

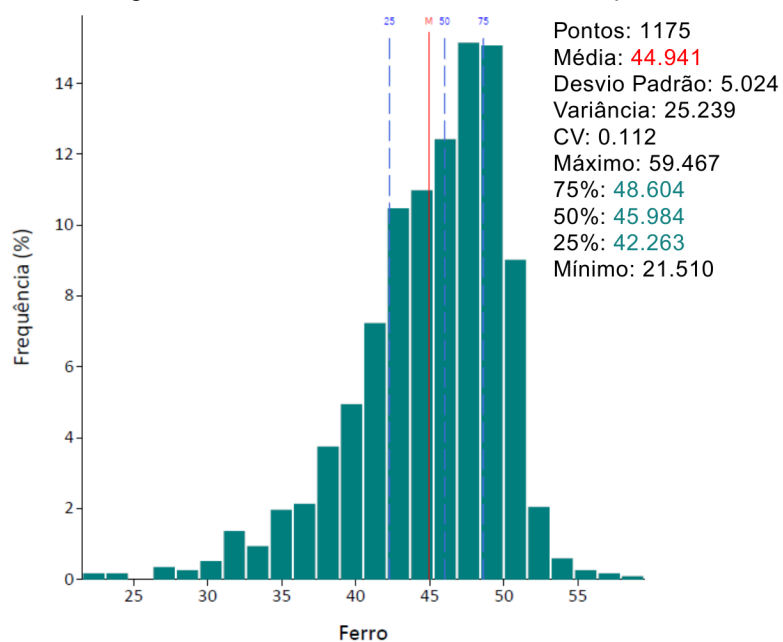
4.1 Análise Exploratória dos Dados

Essa etapa teve como objetivo: descrever o comportamento estatístico dos dados, identificar padrões e entender a variabilidade interna das variáveis químicas e litológicas. Foi escolhida a litologia de itabirito friável (IF) por representar o domínio litológico mais expressivo do depósito estudado e por possuírem um número significativo de *outliers*. As demais litologias encontram-se nos apêndices, para fins de registro e possível consulta

4.1.1 Estatística Univariada

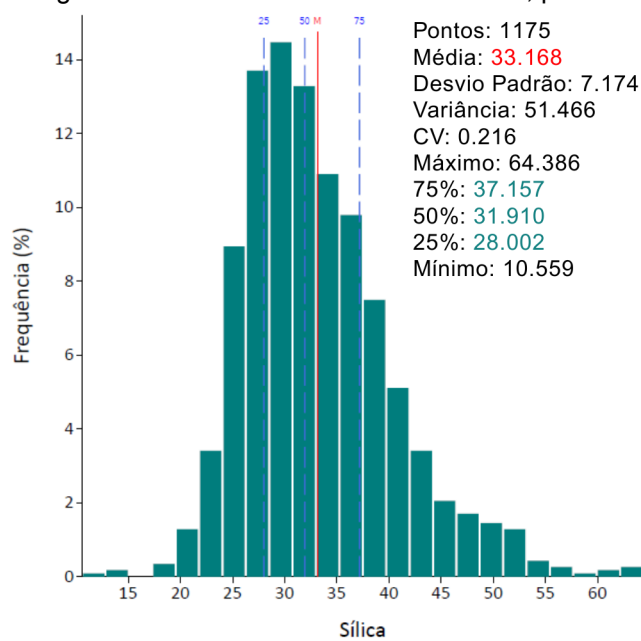
A análise univariada permitiu avaliar individualmente o comportamento de cada variável, considerando medidas como média, mediana, desvio padrão e valores de mínimo e máximo. Com base nisso, foram elaborados histogramas para as litologias itabirito friável (IF), com o objetivo de analisar tendências de distribuição, assimetria dos dados e possíveis desvios causados pela presença de valores extremos (Figuras 12 a 17). Essas representações gráficas possibilitaram identificar padrões de concentração dos teores e compreender a influência dos *outliers* na forma de distribuição e na dispersão estatística das variáveis estudadas.

Figura 12 - Histograma do Itabirito Friável com extremos, para a variável ferro.



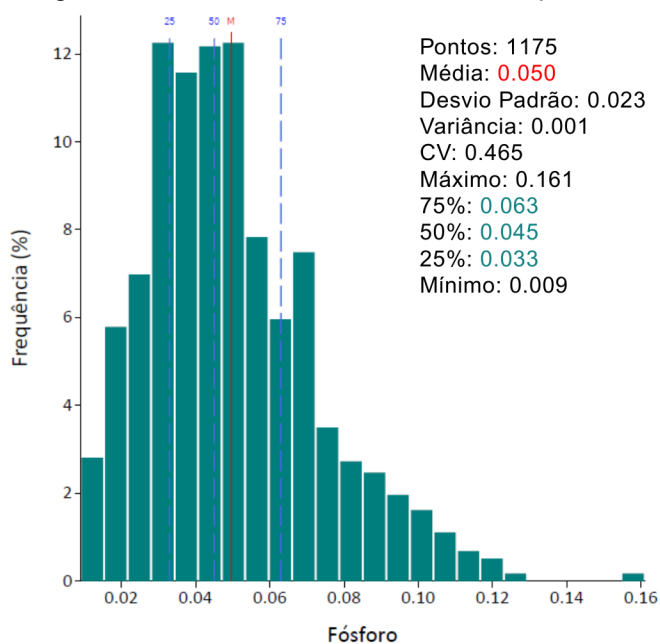
Fonte: autor.

Figura 13 - Histograma do Itabirito Friável com extremos, para a variável sílica.



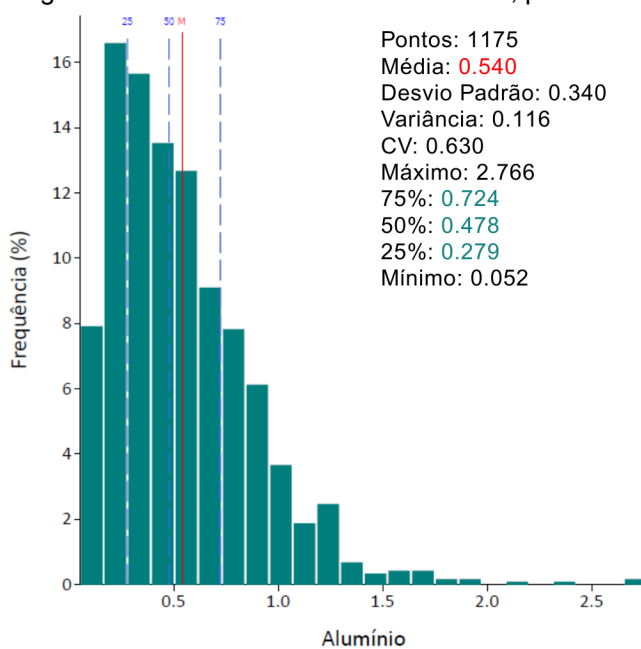
Fonte: autor.

Figura 14 - Histograma do Itabirito Friável com extremos, para a variável fósforo.



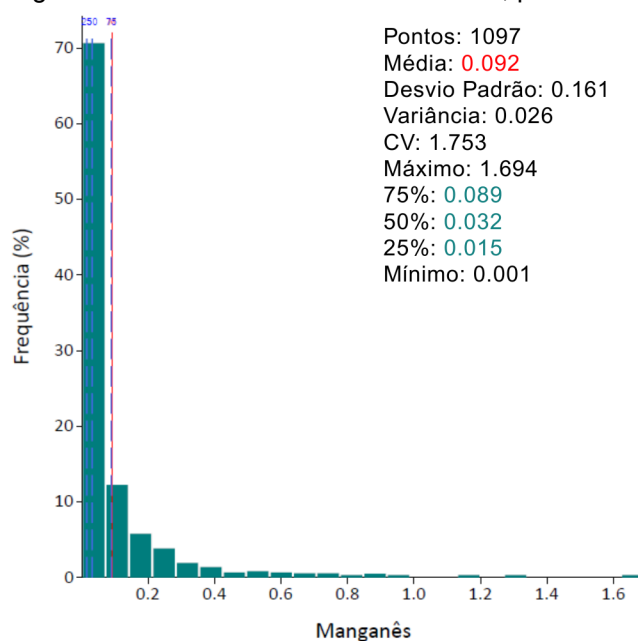
Fonte: autor.

Figura 15 - Histograma do Itabirito Friável com extremos, para a variável alumínio..



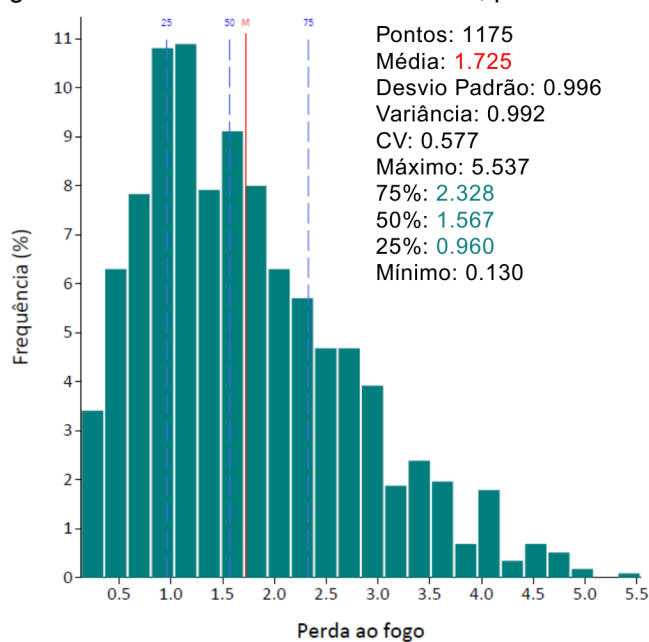
Fonte: autor.

Figura 16 - Histograma do Itabirito Friável com extremos, para a variável manganês.



Fonte: autor.

Figura 17 - Histograma do Itabirito Friável com extremos, para a variável perda ao fogo.



Fonte: autor.

De forma resumida, nota-se que as hematitas apresentam os maiores teores médios de ferro e menor variabilidade, quando comparadas com os itabiritos, com comportamento mais homogêneo, pois a média de ferro é em torno de 64.6% com desvio padrão de 1.6% para a hematita. Já os itabiritos (principalmente os friáveis e compactos), exibem médias menores de ferro e desvio padrão maiores, indicando maior heterogeneidade litológica e composicional. São associados os teores altos de alumínio e fósforo aos termos “goethítico” e “argiloso”, o que representa a presença de minerais hidratados ou argilosos nessas amostras.

Quanto a canga, com média de ferro elevada, também apresenta maior dispersão em elementos como alumínio e perda ao fogo, por sua natureza residual e intensa alteração química (resumo estatístico: Tabelas 1 a 9 nos apêndices). O itabirito manganífero possui teores altos de manganês, mas como há poucas amostras desse tipo, a análise ficou limitada.

Os histogramas revelam diferentes formas de distribuição entre variáveis e litologias, onde algumas combinações possuem distribuição simétrica (por exemplo certas populações de ferro em hematitas), enquanto outras apresentam assimetrias acentuadas e caudas longas (por exemplo sílica e alumínio nos itabiritos e perda ao fogo em materiais alterados), apontando ocorrência de valores extremos. Além disso, essas assimetrias e caudas longas são importantes pois podem indicar subpopulações litológicas, processos supergênicos (alterações que enriquecem certas frações) ou também possíveis erros de registro. Além disso, para manter a consistência entre as análises, todas as estatísticas apresentadas nas tabelas originam-se de dados brutos, sem *capping* ou exclusões.

Tabela 1 - Sumário estatístico da área de estudo para a litologia Hematita (HE)

	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Mínimo	53,41	0,53	0,01	0,16	0,001	0,26
Máximo	69,56	20,58	0,12	3,48	0,466	5,735
Média	64,57	3,65	0,07	0,85	0,05	2,83
σ	1,60	2,36	0,02	0,47	0,053	1,10
N° amostras	728	728	728	728	612	366

Fonte: autor.

Tabela 2 - Sumário estatístico da área de estudo para a litologia Itabirito Friável (IF)

	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Mínimo	21,51	10,55	0,009	0,052	0,001	0,13
Máximo	59,46	64,38	0,161	2,766	1,694	5,537
Média	44,94	33,16	0,049	0,540	0,091	1,72
σ	5,02	7,17	0,023	0,34	0,16	0,99
N° amostras	1175	1175	1175	1175	1097	1177

Fonte: autor.

Tabela 3 - Sumário estatístico da área de estudo para a litologia Itabirito Friável Rico (IFR)

	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Mínimo	48,40	1,83	0,008	0,071	0,001	0,043
Máximo	65,00	28,36	0,227	2,918	0,943	5,5
Média	56,78	15,72	0,057	0,573	0,059	2,21
σ	3,442	5,415	0,023	0,374	0,090	1,03
N° amostras	1217	1217	1217	1217	1030	1219

Fonte: autor.

Tabela 4 - Sumário estatístico da área de estudo para a litologia Itabirito Compacto (IC)

	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Mínimo	30,25	1,996	0,003	0,043	0,001	0,01
Máximo	65,57	55,26	0,132	1,21	1,631	5,685
Média	43,32	35,40	0,044	0,265	0,059	2,12
σ	5,513	8,058	0,023	0,179	0,123	1,16
N° amostras	823	823	823	823	798	825

Fonte: autor.

Tabela 5 - Sumário estatístico da área de estudo para a litologia Hematita Goethítica (HGO)

	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Mínimo	53,36	0,622	0,026	0,052	0,005	1,88
Máximo	66,76	15,52	0,459	5,952	1,03	12,42
Média	61,94	3,76	0,132	1,24	0,081	5,84
σ	2,030	2,879	0,050	0,755	0,113	1,88
N° amostras	318	318	318	318	291	320

Fonte: autor.

Tabela 6 - Sumário estatístico da área de estudo para a litologia Itabirito Goethítico (IGO).

	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Mínimo	27,60	1,47	0,015	0,014	0,004	0,681
Máximo	62,13	52,81	0,496	11,07	3,005	14,03
Média	49,75	20,50	0,118	1,101	0,210	6,51
σ	7,433	12,21	0,061	1,074	0,368	2,79
N° amostras	735	735	735	735	674	736

Fonte: autor.

Tabela 7 - Sumário estatístico da área de estudo para a litologia Itabirito Argiloso Rico (IAR)

	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Mínimo	49,95	0,71	0,042	0,296	0,011	1,191
Máximo	66,21	25,98	0,336	6,989	1,184	13,03
Média	59,15	7,226	0,138	2,147	0,091	5,36
σ	3,82	5,65	0,05	1,18	0,13	2,13
N° amostras	277	277	277	277	246	279

Fonte: autor.

Tabela 8 - Sumário estatístico da área de estudo para a litologia Itabirito Manganífero (IMN)

	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Mínimo	31,89	5,93	0,023	0,171	1,006	1,079
Máximo	61,51	47,54	0,112	4,965	10,14	9,762
Média	46,17	26,96	0,060	0,751	2,297	2,71
σ	9,109	12,20	0,025	0,975	1,864	1,80
N° amostras	23	23	23	23	23	25

Fonte: autor.

Tabela 9 - Sumário estatístico da área de estudo para a litologia Canga (CG)

	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Mínimo	43,74	0,75	0,036	0,264	0,013	2,041
Máximo	66,29	27,32	0,333	15,02	0,792	13,23
Média	61,57	3,483	0,146	1,830	0,067	5,90
σ	3,146	3,268	0,051	1,683	0,087	2,07
N° amostras	338	338	338	338	281	340

Fonte: autor.

4.1.2 Identificação de *outliers* e extremos pelo Método de Tukey

A identificação de valores discrepantes foi realizada através do método do Intervalo Interquartil, do qual é recomendado em análises estatísticas exploratórias para banco de dados de geociências. Conforme Tukey (1977), o método é calculado a partir da diferença entre o terceiro quartil (Q3) e o primeiro quartil (Q1), conforme ilustrado na Figura 18. De acordo com essa medida de dispersão, estabelecem-se os limites para classificação de valores como *outliers* e extremos, conforme as equações 1 a 4:

$$\text{Limite Inferior Outlier} = Q1 - 1.5 \times IQR$$

(1)

$$\text{Limite Superior Outlier} = Q3 + 1.5 \times IQR$$

(2)

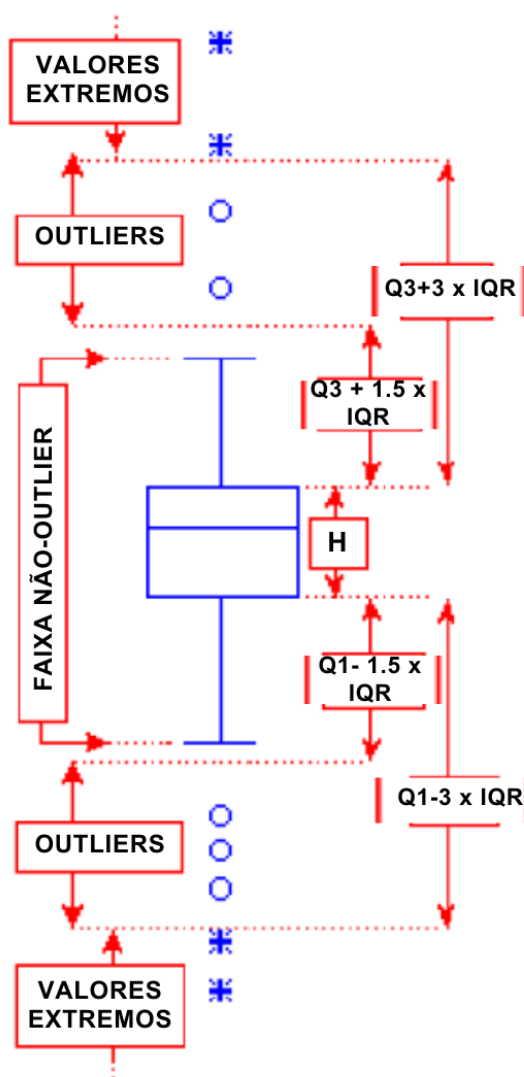
$$\text{Limite Inferior Extremos} = Q1 - 3 \times IQR$$

(3)

$$\text{Limite Superior Extremos} = Q3 + 3 \times IQR$$

(4)

Figura 18 - Esquema ilustrativo de boxplot indicando a classificação de *outliers* e extremos.



Fonte: adaptado de Tukey, 1977.

O banco de dados não é isotópico, apresentando diferentes quantidades de amostras para cada litologia. No entanto, como nem todas as litologias serão usadas neste trabalho, esse aspecto não compromete a análise. O critério adotado para a seleção das litologias foi a presença de maior quantidade de valores extremos. Embora exista um limite definido para a identificação de *outliers*, a análise será conduzida considerando especificamente os valores classificados como extremos.

Dentre as litologias analisadas, foi selecionado o itabirito friável (IF), com a variável manganês, por ter apresentado 122 valores extremos.

A distribuição de Mn apresentou cauda longa à direita, com forte assimetria e alta concentração de valores anômalos. Essa configuração demonstra que essa é a variável mais sensível à presença de extremos, destacando-se das outras variáveis químicas do banco de dados. Assim a escolha do manganês não se baseia apenas na contagem dos *outliers*, mas na sua influência estatística direta sobre a variabilidade global.

Além disso, o comportamento do Mn não é apenas estatístico, ele tem forte controle litológico e relação com os processos que formaram o depósito. Os valores elevados observados no IF podem indicar zonas mineralizadas e enriquecimento, o que justifica analisar estes dados. Reforçando que tratá-los como simples “erros” levaria a perda de informações geológicas importantes, enquanto mantê-los sem restrições, também poderia resultar em uma variabilidade inflacionada e distorções na continuidade espacial.

Portanto, o manganês foi escolhido como variável principal deste estudo justamente por representar o caso mais severo de comportamento extremo, sendo ideal para comparar a eficácia dos diferentes métodos de tratamento (manutenção dos valores brutos, remoção, *capping*, restrição da vizinhança de busca).

De acordo com Kosdauletov *et al.* (2025), minerais de manganês no minério de ferro (como MnO) acabam competindo quimicamente no processo de redução. E isso, dificulta a redução de ferro porque o Mn pode estar presente em óxidos que requerem energia para serem reduzidos e desta forma, acaba retirando parte do agente redutor que deveria reduzir o ferro. E assim, como seus óxidos são difíceis de serem reduzidos, estes acabam “competindo” com o ferro e reduzem a eficiência do processo.

Por esta razão, estudos de redução seletiva de minério de Fe-Mn mostram que separar ferro de Mn acaba sendo um desafio e pode exigir outras formas, como a redução com hidrogênio, da qual passa a minimizar perdas ou possíveis contaminações. Desta forma, se houver Mn “indesejado” no minério de ferro, pode haver uma penalidade energética no alto-forno para poder remover esse contaminante durante a redução, caso contrário, ele migra para o ferro.

Além disso, conforme Sjöqvist *et al.* (2000) os limites de manganês, que são considerados relevantes na siderurgia, dependem tanto do papel do Mn no aço,

quanto da maneira como ele entra no processo. Pois para a maioria dos aços considerados comuns, o Mn é tido como impureza ou elemento residual e os teores típicos desejados após o refino permanecem na faixa de 0.1 a 0.3%, evitando que o excesso de manganês, possa acabar alterando propriedades mecânicas.

Bem como, quando este atua como elemento de liga, porém, os teores aceitáveis são maiores, podendo chegar a níveis maiores do que 1%, dependendo da aplicação. Mas também, os autores discorrem sobre a questão do Mn ser avaliado quanto a sua influência na formação de inclusões (MnO e MnS). Pois a qualidade das ferro-ligas adicionadas ao aço, passam a afetar diretamente a quantidade e o tipo de inclusões que se formam, o que acaba reforçando a importância de ter definido limites apropriados para o Mn no processo. Contudo, os *thresholds* de Mn não possuem valores fixos, mas, podem variar de acordo com o tipo de aço e a origem do Mn na carga.

Mas também, Zhang *et al.* (2022), mostram que a qualidade e a utilização do minério com manganês dependem principalmente da razão Mn/Fe e não apenas do teor absoluto de Mn. Pois, os autores classificam como “Fe-Mn ore” os minérios que possuem entre 15% e 25% de manganês e desta forma, demonstram que essa variação altera significativamente o comportamento dos *pellets* durante o aquecimento. *Pellets* são pequenas esferas de minério de ferro, que são produzidas a partir de partículas pequenas que não podem ser usadas diretamente no alto-forno e são usadas como matéria prima na siderurgia.

E desta forma, *pellets* com diferentes razões Mn/Fe exigem temperaturas maiores do que 1.275°C para poder se consolidar de forma adequada. Além disso, apresentam mudanças marcantes em dureza, porosidade e microestrutura. Assim, esses resultados mostram que a aceitabilidade de um minério na siderurgia depende da relação entre Mn e Fe, pois essa proporção acaba definindo a resistência e o desempenho dos *pellets* no processo, podendo aumentar custos ou até mesmo precisar de tratamento adicional. Bem como a presença de inclusões de MnS, que degrada a propriedade mecânica (tenacidade). E Mn residual pode afetar a resistência à corrosão, a depender de como este está presente no aço.

Além disso, o manganês pode representar um problema para a lavra, tanto pela qualidade do minério quanto pelos impactos operacionais e ambientais. Sua presença em níveis elevados compromete processos de beneficiamento, aumenta custos de

purificação, gera impurezas indesejadas no produto final e representa riscos à saúde e ao meio ambiente.

Bem como seus impactos no processo metalúrgico, onde sua utilização em excesso, dificulta a separação entre ferro e manganês, aumentando o custo de beneficiamento. Pois minerais com alto conteúdo de manganês e ferro, quando misturados, podem exigir processos especiais ou adicionais para purificação ou remoção de impurezas. Segundo Tastanova *et al.* (2023), minérios com alto teor de manganês, apresentam desafios metalúrgicos, como o aumento do custo de beneficiamento e alterações nas propriedades do produto final.

A seguir será apresentado tabelas referente aos valores identificados para outliers e extremos (Tabela 10), para a litologia itabirito friável. As demais estão apresentadas nos apêndices, sendo elas: itabirito rico, hematita, hematita goethítica, itabirito compacto, itabirito goethítico, itabirito argiloso rico, itabirito manganésífero e canga (Tabela 11 a 18, nos apêndices) e suas respectivas variáveis (teor de ferro, sílica, fósforo, alumínio, manganês e perda ao fogo).

Tabela 10 - Sumário de *outliers* e extremos para a litologia Itabirito Friável (IF).

Sumário	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Média	44.99	33.16	0.049	0.534	0.046	1.725
Desvio Padrão	4.899	7.174	0.023	0.321	0.047	0.996
Q1	42.27	28.00	0.033	0.279	0.017	0.96
Q3	48.61	37.15	0.063	0.724	0.068	2.337
IQR	6.343	9.152	0.03	0.445	0.051	1.377
Limites Outlier Inferior	32.76	14.28	-0.01	-0.39	-0.06	-1.11
Limites Outlier Superior	58.13	50.89	0.11	1.39	0.15	4.40
Limites Extremos Inferiores	23.24	0.55	-0.06	-1.06	-0.14	-3.17
Limites Extremos Superiores	42.27	28.00	0.033	0.279	0.017	0.96

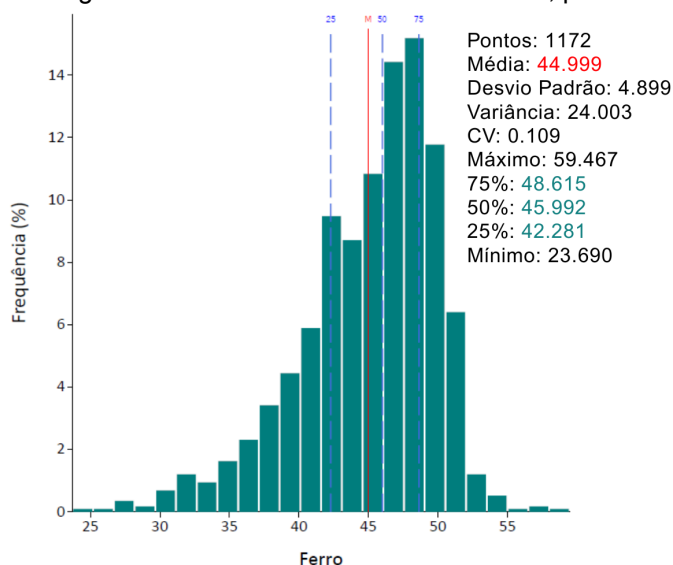
Fonte: autor.

Conforme apresentado na Tabela 10, foram identificados os limites de corte para a identificação de *outliers* e extremos do itabirito friável. A partir desses limites, foi possível verificar os seguintes valores no banco de dados:

- Fe (%): foram identificados 24 *outliers* (32.571; 32.538; 32.226; 32.151; 32.071; 31.823; 31.714; 31.657; 31.331; 31.26; 31.098; 31.019; 30.97; 30.824; 30.401; 29.807; 29.771; 29.254; 28.622; 27.883; 27.767; 27.555; 27.359; 26.536) e 3 valores extremos (23.23; 22.573; 21.51);
- Si (%): foram identificados 26 *outliers* (10.559; 50.957; 51.036; 51.213; 51.277; 51.354; 51.507; 51.855; 51.992; 52.066; 52.644; 52.846; 52.891; 53.084; 53.488; 54.2; 54.631; 55.044; 56.646; 57.365; 57.849; 60.209; 60.458; 62.92; 63.01; 64.386) e nenhum valor classificado como extremo;
- P (%): foram encontrados 11 *outliers* (0.111; 0.112; 0.113; 0.114; 0.115; 0.116; 0.118; 0.119; 0.12; 0.123; 0.129) e 2 valores identificados como extremos (0.161; 0.161);
- Al (%): foram observados 19 *outliers* (1.408; 1.411; 1.414; 1.459; 1.464; 1.529; 1.569; 1.574; 1.608; 1.632; 1.645; 1.717; 1.721; 1.723; 1.732; 1.768; 1.83; 1.862; 1.905) e 4 valores classificados como extremos (2.134; 2.389; 2.656; 2.766);
- Mn (%): foram identificados 8 *outliers* (0.152; 0.174; 0.177; 0,18; 0.187; 0.195; 0.198; 0.202), e 122 valores extremos (0.836; 0.404; 0.26; 0.346; 0.382; 0.469; 0.633; 0.659; 0.443; 0.443; 0.247; 0.26; 0.225; 0.225; 0.515; 1.315; 0.287; 0.571; 0.53; 0.239; 0.73; 0.265; 0.243; 0.25; 0.288; 0.279; 0.245; 0.244; 0.391; 0.931; 0.65; 0.459; 0.23; 0.532; 0.551; 0.361; 0.268; 0.668; 0.72; 0.287; 0.527; 0.644; 0.319; 0.255; 0.256; 0.314; 0.235; 0.228; 0.275; 0.43; 0.229; 0.346; 0.341; 0.246; 0.246; 0.364; 0.726; 0.256; 0.262; 0.352; 0.557; 0.254; 0.314; 0.248; 0.346; 0.332; 0.399; 0.311; 0.328; 0.268; 0.609; 0.268; 0.872; 0.368; 0.409; 0.581; 1.29; 0.266; 0.315; 0.251; 0.889; 0.858; 0.26; 0.419; 0.889; 0.248; 0.763; 0.42; 0.617; 0.4; 0.299; 0.244; 0.34; 0.255; 0.93; 0.406; 0.233; 0.651; 0.72; 0.571; 0.445; 0.347; 0.551; 0.565; 0.737; 0.285; 0.404; 0.34; 0.518; 0.372; 0.232; 0.268; 1.161; 0.685; 0.334; 0.887; 1.694; 0.242; 0.238; 0.404; 0.429).
- Pf (%): foram identificados 14 *outliers* (4.419; 4.426; 4.434; 4.444; 4.502; 4.572; 4.61; 4.65; 4.654; 4.665; 4.785; 4.849; 4.931; 5.537), não sendo observados valores extremos.

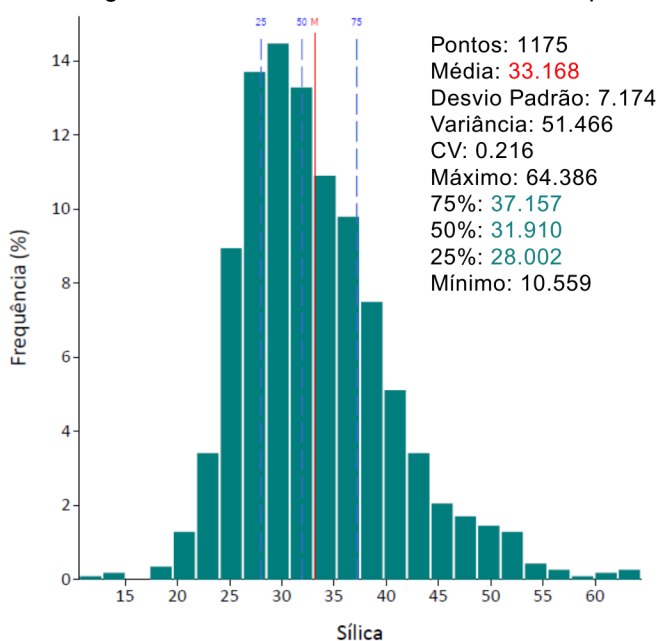
A remoção dos valores extremos (Figuras 19 a 24) resultou em distribuições mais simétricas para ambas as litologias, evidenciando o impacto desses dados sobre as medidas de dispersão e tendência central. No itabirito friável (IF), observou-se uma melhor concentração dos dados em torno da média, com comportamento próximo ao normal para Fe e Si, enquanto P, Al, Mn e PF mantiveram leve assimetria positiva.

Figura 19 - Histograma do Itabirito Friável sem extremos, para a variável ferro.



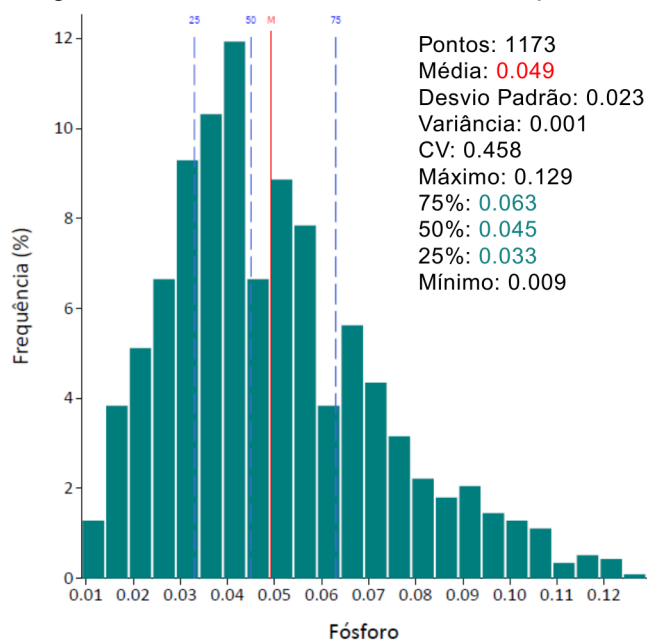
Fonte: autor.

Figura 20 - Histograma do Itabirito Friável sem extremos, para a variável sílica.



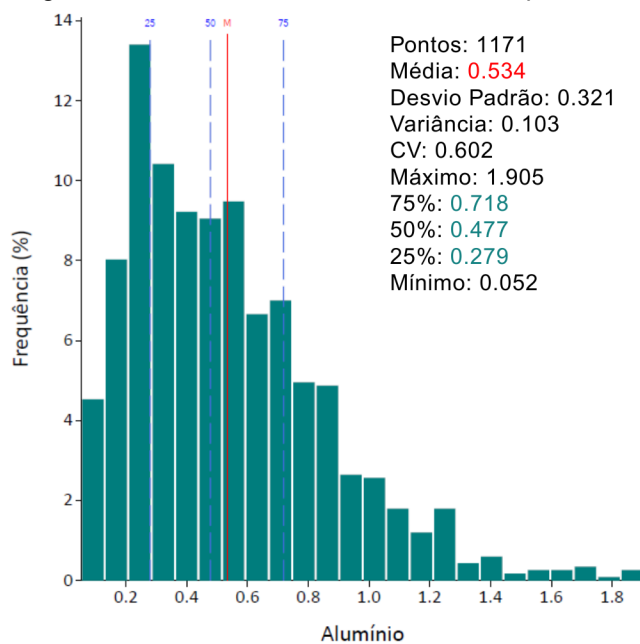
Fonte: autor.

Figura 21 - Histograma do Itabirito Friável sem extremos, para a variável fósforo.



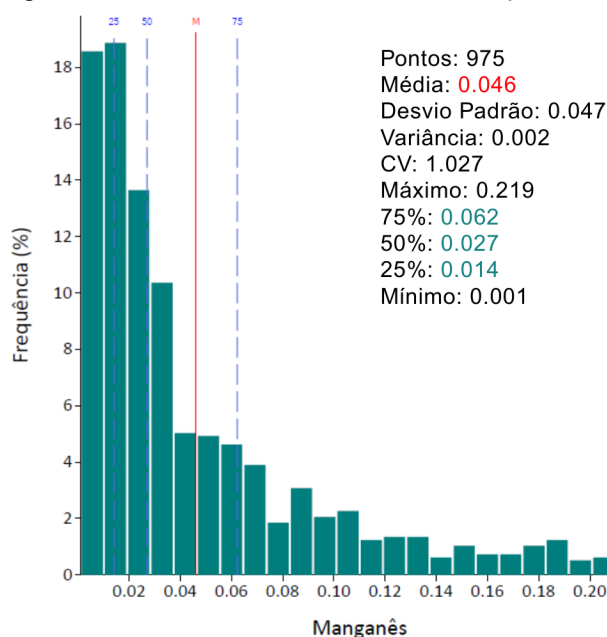
Fonte: autor.

Figura 22 - Histograma do Itabirito Friável sem extremos, para a variável alumínio.



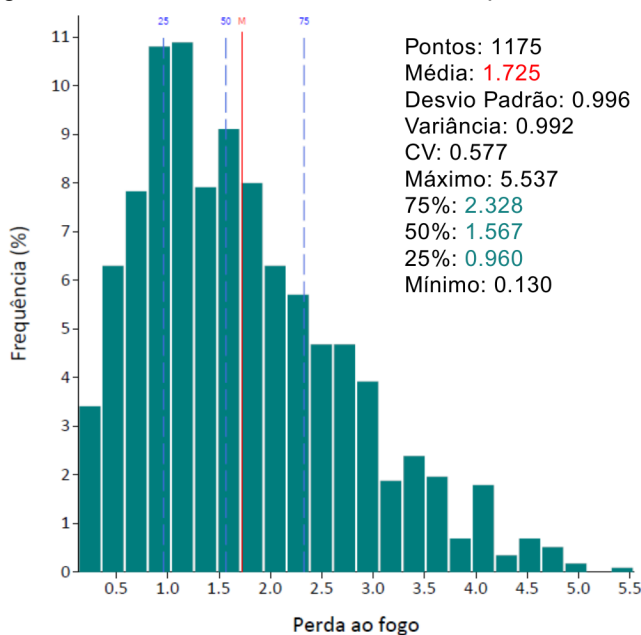
Fonte: autor.

Figura 23 - Histograma do Itabirito Friável sem extremos, para a variável manganês.



Fonte: autor.

Figura 24 - Histograma do Itabirito Friável sem extremos, para a variável perda ao fogo.



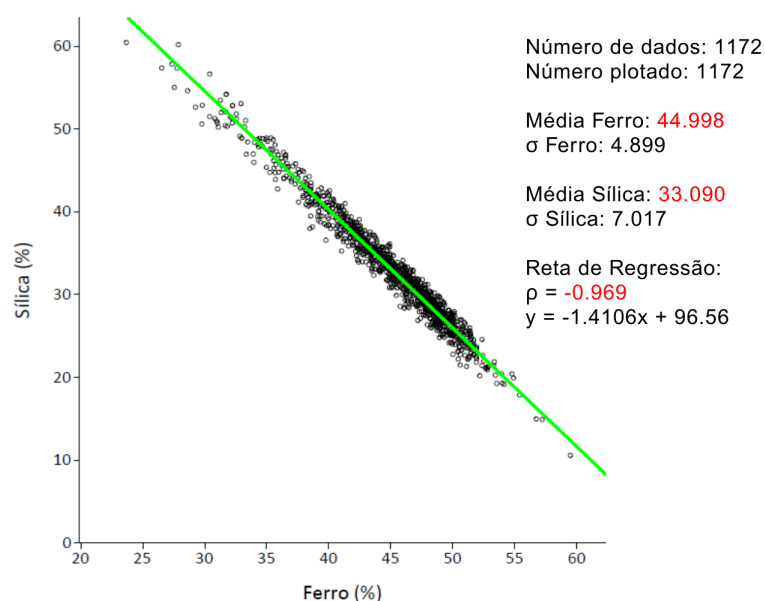
Fonte: autor.

4.2 Estatística Bivariada

Esta análise possuiu como objetivo: avaliar as relações entre pares de variáveis químicas, de modo a identificar correlações diretas ou inversas que possam indicar associações mineralógicas ou processos de enriquecimento e alteração. Foram construídos diagramas de dispersão, sendo apresentado na Figura 25 apenas o que

apresentou correlação significativa (os demais encontram-se nos apêndices, Figuras 26 a 39). Além disso, foram calculadas matrizes de correlação, para a litologia de IF (Tabela 19), permitindo avaliar o grau de dependência linear entre variáveis como Fe-Si, Fe-P, Fe-Al e Mn-Si. Desta forma, essas relações foram fundamentais para compreender o comportamento conjunto dos elementos e serem posteriormente, base para a modelagem variográfica e estimativa por krigagem ordinária.

Figura 25 - Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável ferro e sílica.



Fonte: autor.

Desta forma, a análise da matriz de correlação linear (Coeficiente de Pearson) mostrou que apenas o par ferro-sílica possui correlação significativa. Além disso, o valor de aproximadamente -0.99 indica uma relação forte e inversa (Tabela 19), ou seja, o aumento nos teores de ferro corresponde a uma redução nos teores de sílica e vice-versa. Sendo assim, essa tendência é confirmada pelo diagrama de dispersão, no qual a reta de regressão linear, mostra inclinação negativa bem definida, refletindo a associação quase perfeita entre essas variáveis. No entanto, para os outros pares de variáveis (fósforo, alumínio, manganês e perda ao fogo), os coeficientes obtidos são próximos de zero, indicando ausência de correlação linear relevante.

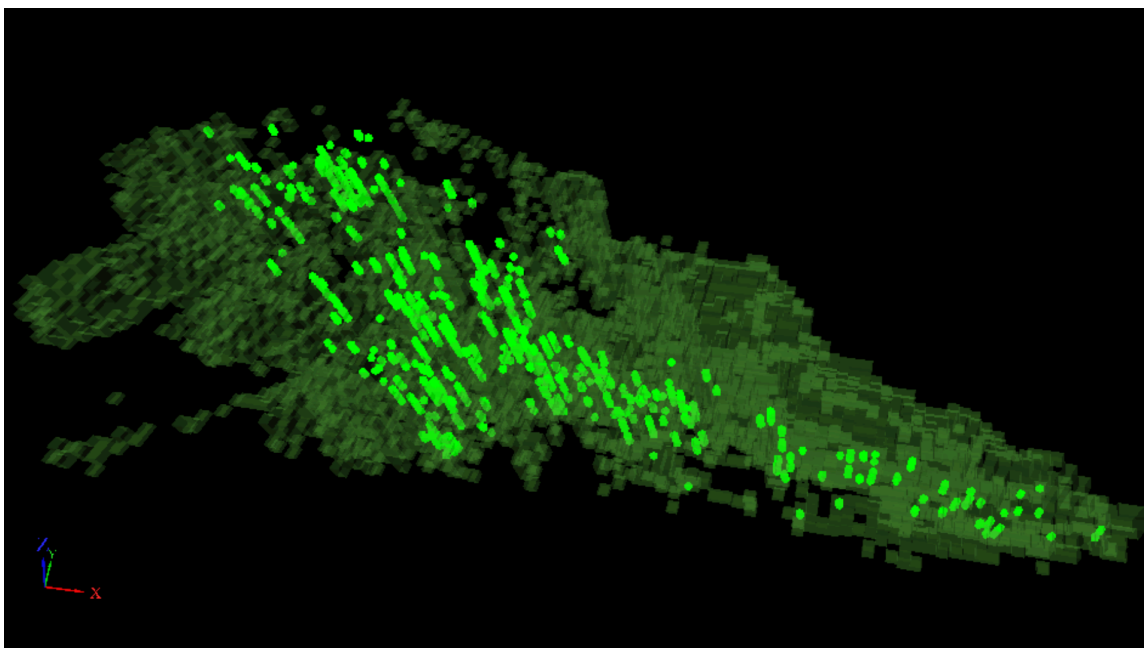
Tabela 19 - Matriz de Correlação Linear para a litologia do Itabirito Friável.

	Ferro	Sílica	Fósforo	Alumínio	Manganês	Perda ao fogo
Ferro	1.00	-0.96	-0.01	-0.017	-0.004	-0.0005
Sílica		1.00	-0.002	0.098	0.082	-0.111
Fósforo			1.00	0.316	0.202	0.591
Alumínio				1.00	0.306	0.184
Manganês					1.00	0.126
Perda ao fogo						1.00

Fonte: autor.

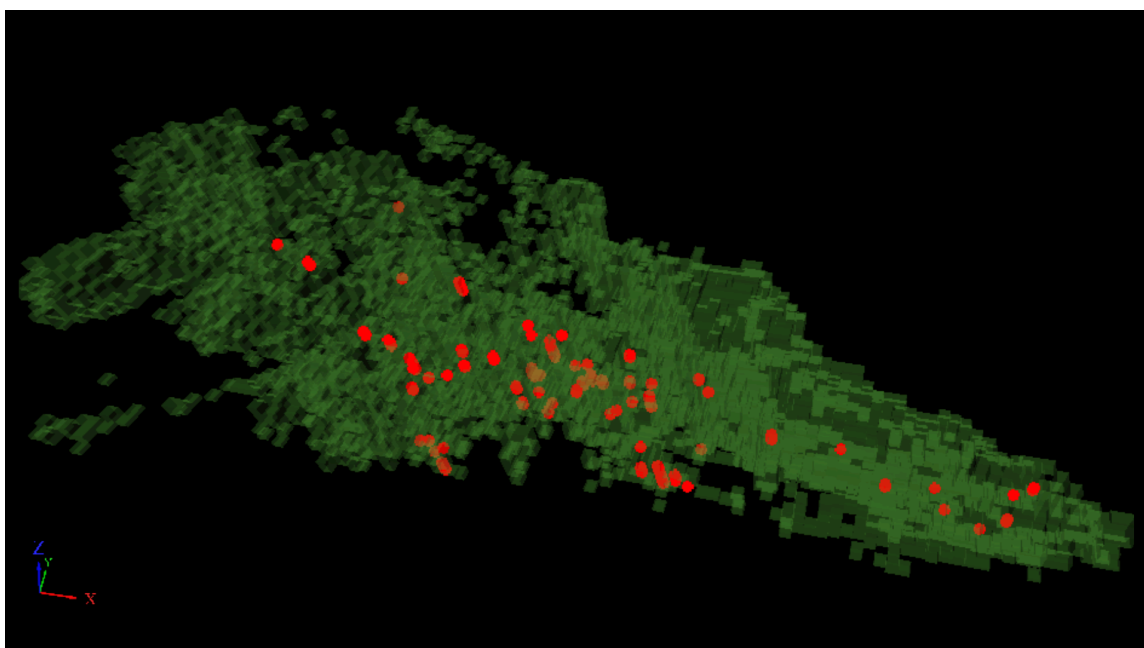
Desta forma, após as análises univariada e bivariada, foi observado que os valores extremos apresentaram comportamento estatístico distinto, mas ainda coerente com o contexto geológico do local. Desta forma, com base nessa identificação, esses valores foram classificados como valores extremos reais, representando teores elevados compatíveis com a litologia e o ambiente deposicional, associado aos processos supergênicos que se deu no local. Diante disso, optou-se por separar o conjunto de dados em dois domínios, de modo a avaliar o impacto desses valores de forma independente. Sendo o domínio 1 com 975 amostras sem valores extremos, representados em verde (Figura 40), o domínio 2 com 122 amostras contendo apenas valores extremos em vermelho (Figura 41), totalizando 1.097 amostras utilizadas nas etapas subsequentes. Onde é possível observar a distribuição destes dados ao longo do corpo de Itabirito Friável.

Figura 40 - Amostras sem os valores extremos, representada pela cor verde.



Fonte: autor

Figura 41 - Amostras com os valores extremos, representados pela cor vermelha.



Fonte: autor

4.3 Desagrupamento

Embora o foco da campanha de sondagem tenha sido a mineralização ferrífera, a variável de interesse deste estudo é o manganês. A distribuição espacial do Mn encontra-se condicionada à geometria amostral do ferro, uma vez que ambos ocorrem associados aos mesmos domínios litológicos da Formação Cauê e aos processos

supergênicos que enriquecem as zonas de itabirito friável. Onde a maior densidade de furos em zonas de alto teor de Fe implica diretamente, uma concentração espacial de amostras de Mn nessas mesmas regiões. Esse condicionamento amostral pode introduzir viés nas estatísticas, tornando necessário verificar a distribuição espacial das amostras de Mn.

Proposto originalmente por Journel (1983) e Deutsch (1989), o método das células móveis subdivide a área de estudo em pequenas regiões retangulares denominadas células. Assim, cada amostra recebe então um peso inversamente proporcional ao número de amostras existentes dentro da mesma célula. Desta forma, amostras agrupadas recebem pesos menores, reduzindo a influência do agrupamento na análise.

O método utiliza dois parâmetros principais: o tamanho das células e sua posição no grid (definida pela origem e orientação). Somam-se a isso os limites mínimo e máximo de distância, que controlam a influência espacial das amostras. De acordo com os autores, o valor mínimo permite identificar amostras redundantes (amostras muito próximas entre si recebem menor peso). Já o valor máximo, define o limite de influência espacial das células, garantindo que o método cubra toda a área sem misturar dados distantes.

No *software Isatis.neo Mining*, esse procedimento é adotado no módulo de desagrupamento, que aplica automaticamente o método das células móveis para calcular e atribuir os pesos ideais as amostras antes da análise estatística e variográfica. O cálculo do peso e da média desagrupada segue a fórmula proposta por Journel (1983) e Deutsch (1989), conforme as Equações (5) e (6):

$$\lambda_{\alpha} = \frac{1}{B \times n}$$

(5)

$$m = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} \times Z(u_{\alpha})$$

(6)

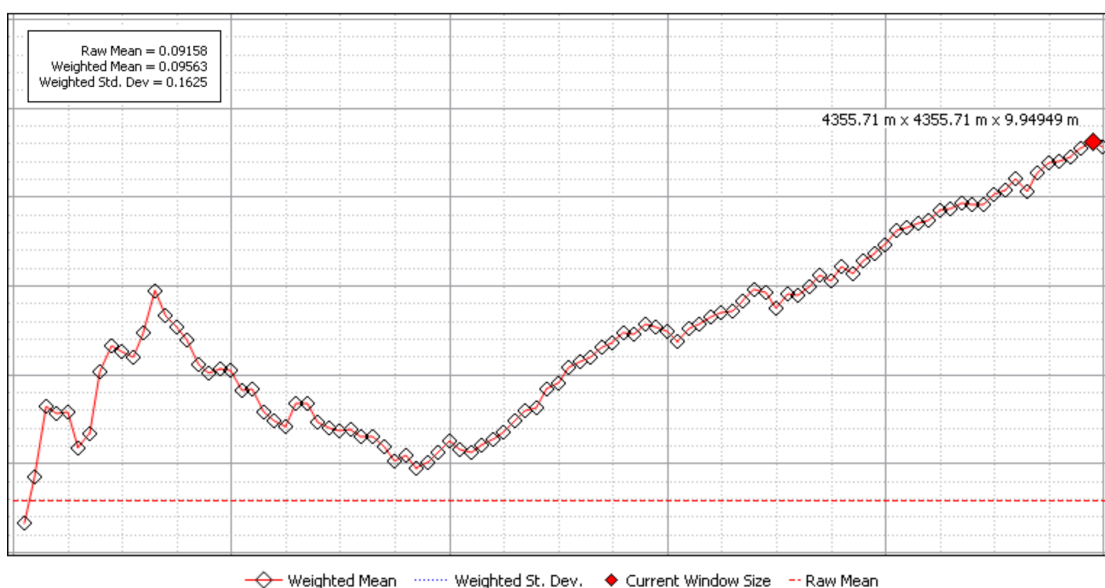
A etapa do desagrupamento foi aplicada utilizando a variável manganês global (mngl), pois entre todas as variáveis analisadas, ela foi a que apresentou a maior quantidade de valores extremos, especialmente na litologia de interesse (IF). Dessa

forma, o objetivo dessa etapa foi verificar se a concentração espacial de amostras poderia introduzir viés nas estatísticas descritivas, conforme ilustrado na Figura 42.

Para isso, foram definidos os limites mínimo e máximo de busca. O valor mínimo foi de 15m, distância próxima ao espaçamento entre os furos (aproximadamente 20m). Já o valor máximo foi fixado em 4400m, equivalente à distância máxima entre os furos (cerca de 4.4 km). Desta forma, após as análises, o software indicou que a janela de 4355 x 4355 x 9m era a mais adequada, pois apresentou uma média bruta de 0.09158 e uma média ponderada de 0.09563, resultando em uma diferença de apenas 0.00405 (4.4%). Essa variação está abaixo de 5% e é considerada aceitável de acordo com a literatura (Goovaerts, 1997).

Além disso, o gráfico também mostrou que todas as médias ponderadas ficaram acima da média bruta, indicando que as amostras foram coletadas preferencialmente em zonas de baixo teor. Ao aplicar os pesos do desagrupamento, a influência dessas regiões foi reduzida. Assim, pode-se concluir que não há evidência de agrupamento significativo, pois a correção aplicada não alterou a média dos dados de forma expressiva (variação <5%). Dessa forma, os dados podem ser considerados espacialmente representativos, não havendo necessidade de correção de pesos para as próximas etapas de estimativa.

Figura 42 - Curva do desagrupamento para a variável manganês.



Fonte: autor.

4.4 Variografia

Na etapa da definição da continuidade espacial da variável, foi feita a análise variográfica, que possibilitou quantificar a dependência espacial entre amostras separadas por uma distância h . O variograma experimental foi calculado segundo a fórmula clássica (Fórmula 7) apresentada por Matheron (1963). Onde $\gamma(h)$ é a semivariância para o passo h , $N(h)$ o número de pares de pontos e $Z(x_i + h)$ os teores nos pontos separados pela distância h .

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2$$

(7)

Para determinar o espaçamento médio entre os furos de sondagem, foi necessário calcular a distância entre eles utilizando a fórmula da distância euclidiana no espaço tridimensional (Fórmula 8), que considera as coordenadas em X, Y, e Z. Desta forma, esse cálculo permite obter a distância real entre dois pontos no espaço, levando em conta tanto o afastamento na horizontal quanto a diferença de altitude entre os furos. Em um dos exemplos analisados, a aplicação da fórmula resultou em aproximadamente 1.171 metros.

$$d = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$$

(8)

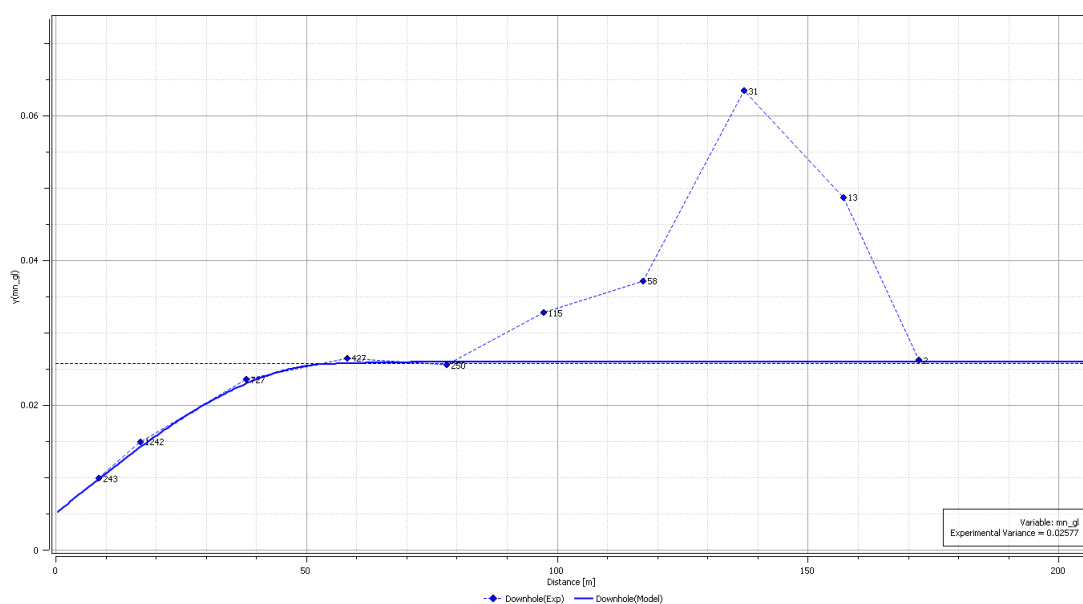
A definição dos alcances seguiu os critérios baseados nas características estatísticas e ao comportamento geológico do depósito. O primeiro critério foi o espaçamento médio entre os furos, onde através de cálculos realizados para todo o conjunto, observou-se o valor de 108 metros. Que foi utilizado para a definição do *lag* na análise variográfica. Adotando 50 metros, como tamanho do *lag*, que corresponde a aproximadamente metade do espaçamento médio. Prática recomendada por Isaaks & Srivastava (1989), pois melhora a representação da continuidade espacial dos dados no variograma.

Além disso, a análise dos variogramas direcionais indicou três padrões de continuidade: uma estrutura curta (70m), associada a heterogeneidade local, uma

intermediária (150m), coerente com a continuidade típica da Formação Cauê. E uma estrutura mais longa (200m), relacionada a anisotropia N-S observada para o manganês. Esses valores também são compatíveis com a estratigrafia da Formação Cauê (Figura 8), caracterizada por bandas ferríferas contínuas intercaladas com níveis enriquecidos.

O variograma *down-the-hole* foi elaborado com o objetivo de indicar o efeito pepita, que representa a variabilidade em curtas distâncias verticais, ao longo do furo do sondagem. Desta forma, conforme apresentado na Figura 43, observa-se que há uma descontinuidade inicial no variograma com valor de 0.0100, que representa o efeito pepita. Esse valor revela a presença de uma variabilidade significativa entre amostras muito próximas, associado a pequenas heterogeneidades litológicas.

Figura 43 - Variograma *down-the-hole* para a variável manganês.

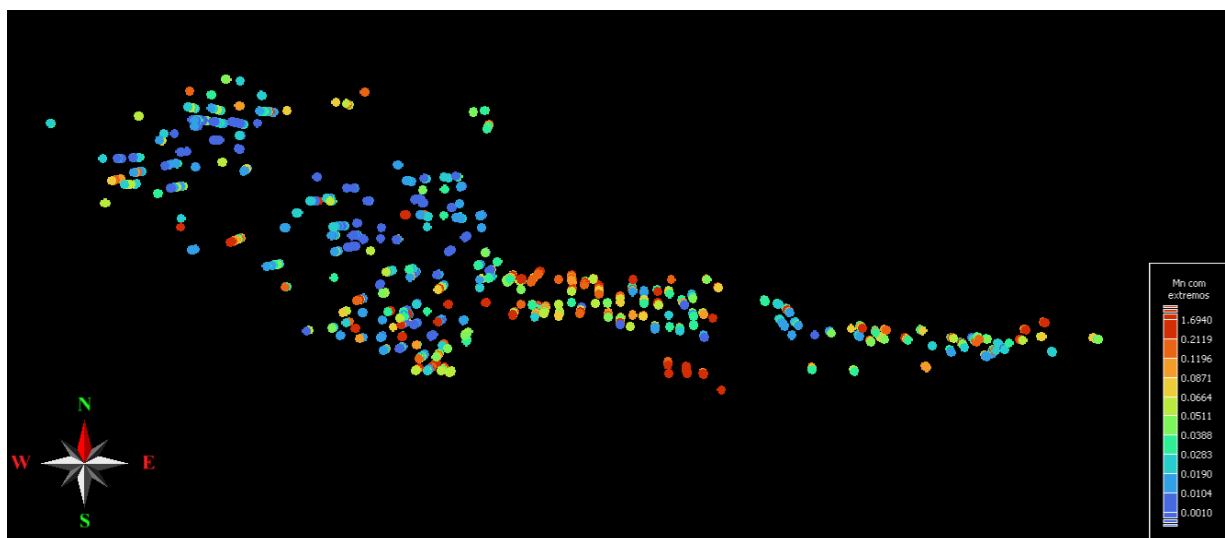


Fonte: autor

4.4.1 Variograma do modelo com os valores extremos

A visualização tridimensional dos furos de sondagem em planta (Figura 44), coloridos conforme o teor de manganês, reforça a complexidade do depósito. Pois os furos revelam uma estrutura alongada na direção leste-oeste (E-W), padrão comum em formações ferríferas bandadas. Bem como a distribuição dos teores, que é bastante heterogênea, variando de 0.0010 até 1.6940.

Figura 44 - Visualização em planta dos furos de sondagem com *outliers*, para os teores de Mn.

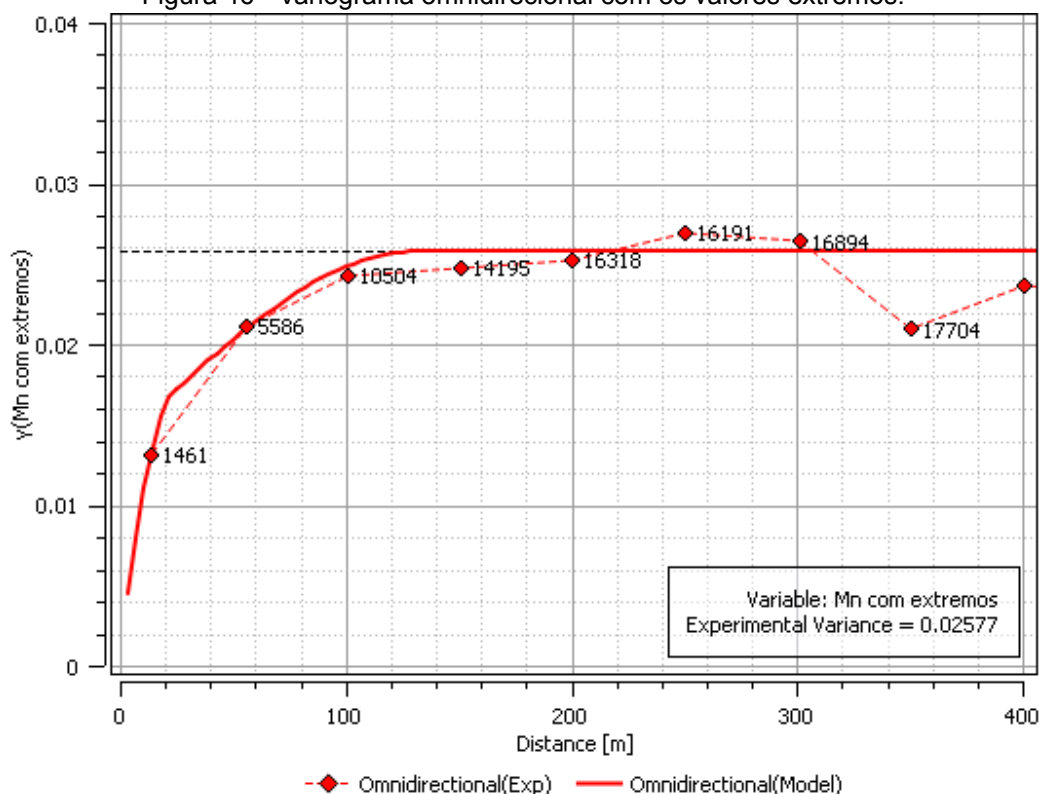


Fonte: autor.

O variograma omnidirecional da variável manganês, foi construído utilizando todas as amostras disponíveis (inclusive os extremos). Para definir o modelo mais adequado, foram realizados 8 testes variando o *lag* de 30 a 100 metros. Em todos os casos, o efeito pepita e o patamar foram ajustados (0.0008, 0.0130 e 0.0119 respectivamente), para que somados resultem na variância experimental (0.02577). Mantendo a distância máxima de 1500m. Além disso, o modelo ajustado, com *lag* de 50 metros, possui efeito pepita baixo, indicando boa continuidade dos dados em pequenas distâncias (Figura 45, nos apêndices).

Bem como a curva experimental, que cresce rapidamente até cerca de 100m, atingindo o patamar em aproximadamente 200m, sugerindo um alcance médio e uma estrutura espacial bem definida (Figura 46). Esse comportamento da semivariância, indica que amostras próximas tendem a ter teores semelhantes, mas essa relação se perde com o aumento da distância. Indicando a presença de anisotropia, embora sua orientação precise ser confirmada pelos variogramas direcionais.

Figura 46 - Variograma omnidirecional com os valores extremos.

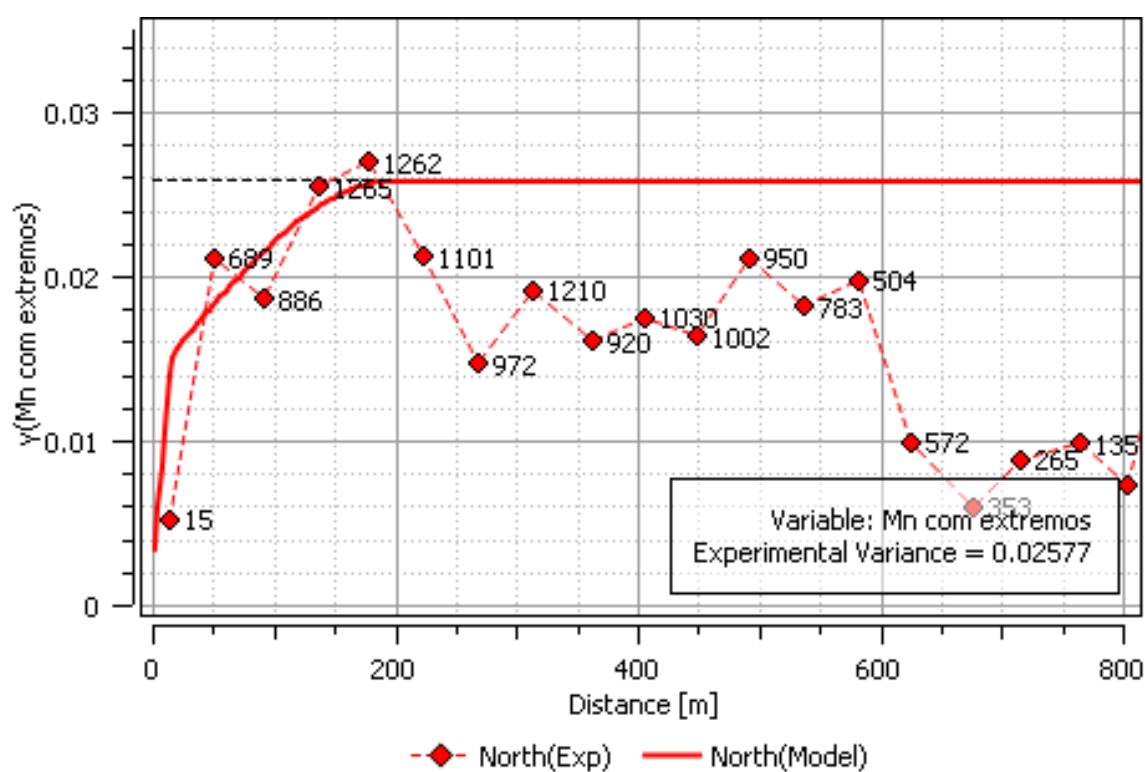


Fonte: autor

Os variogramas direcionais da variável Mn, para o Itabirito Friável (com os extremos), indicaram que o depósito não é igual em todas as direções, ou seja, é anisotrópico. A continuidade do minério muda conforme o sentido analisado, o que é comum em formações ferríferas bandadas (Tabela 20). A partir dos testes, observou-se que o eixo U (representado pela cor vermelha, Figura 47) e o eixo V (representado pela cor verde, Figura 48) possuem alcances de 150 metros e o eixo vertical W (representado pela cor azul, Figura 49) com 70 metros. Ambos foram modelados com a função do tipo esférica.

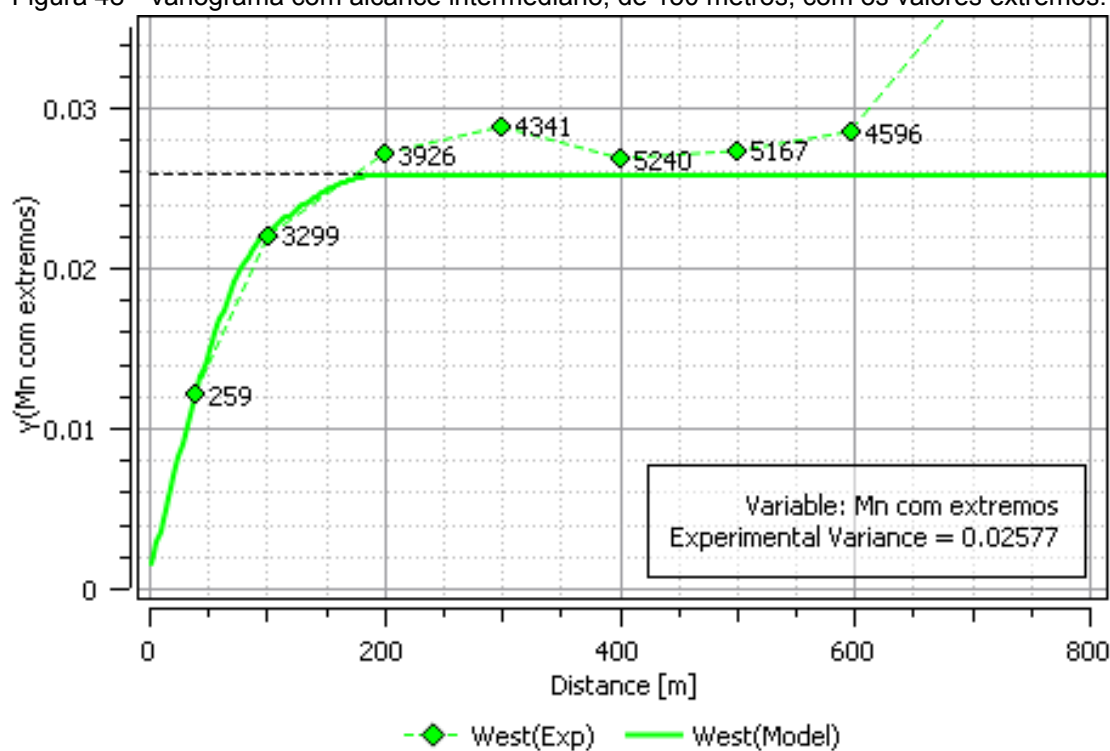
Essa diferença acaba revelando que o Mn tem maior continuidade horizontalmente do que em profundidade, o que faz sentido para esse tipo de depósito, que costuma ter camadas inclinadas e amostragem vertical espaçada (Figura 50). Bem como, o valor alto do efeito pepita, que revela a existência de variação em pequenas distâncias, o que é esperado de um contaminante.

Figura 47 - Variograma com maior alcance, de 150 metros, sem o tratamento dos valores extremos.



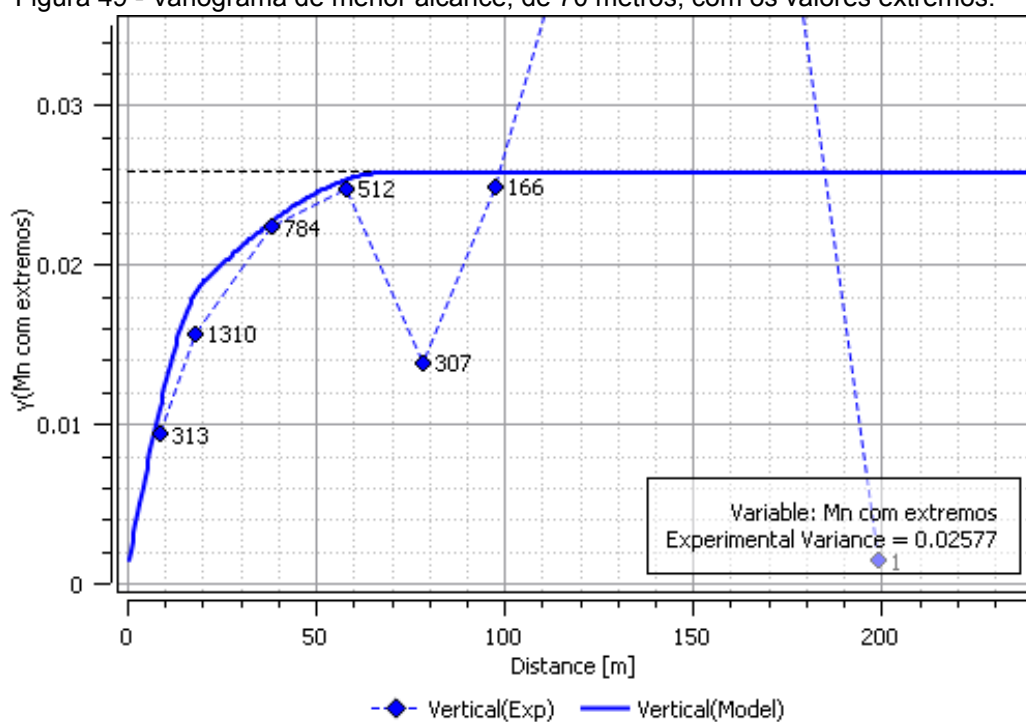
Fonte: autor

Figura 48 - Variograma com alcance intermediário, de 150 metros, com os valores extremos.



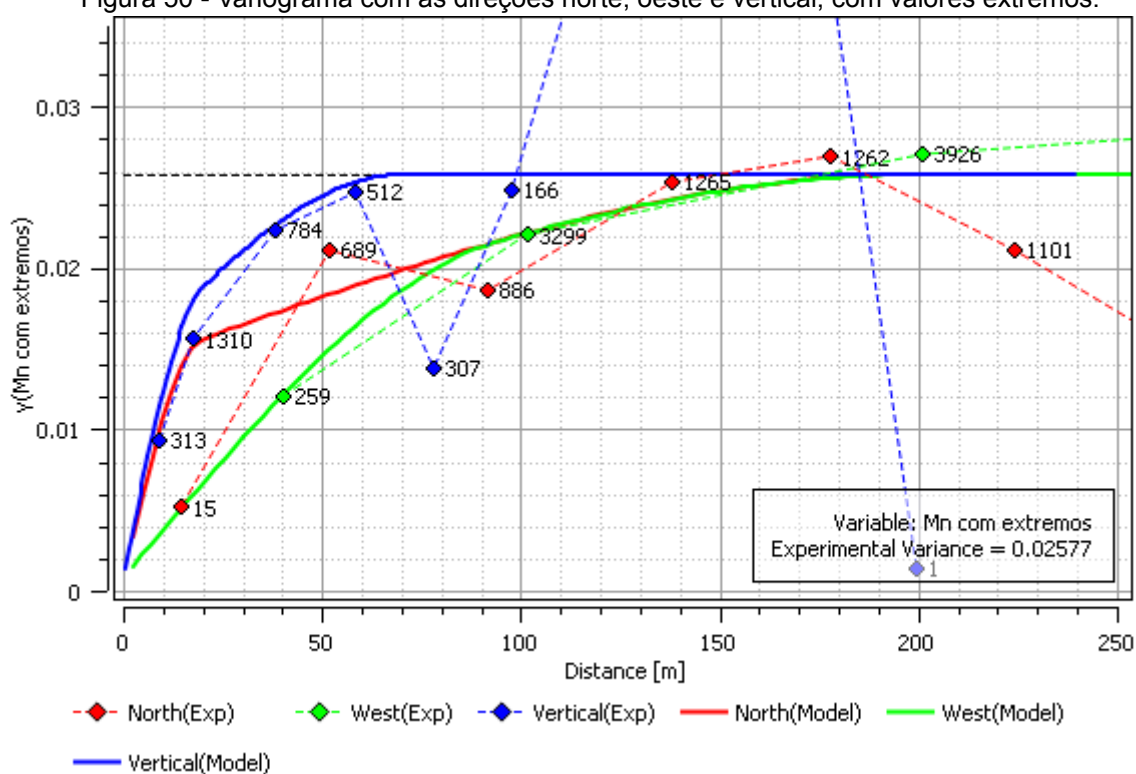
Fonte: autor

Figura 49 - Variograma de menor alcance, de 70 metros, com os valores extremos.



Fonte: autor

Figura 50 - Variograma com as direções norte, oeste e vertical, com valores extremos.

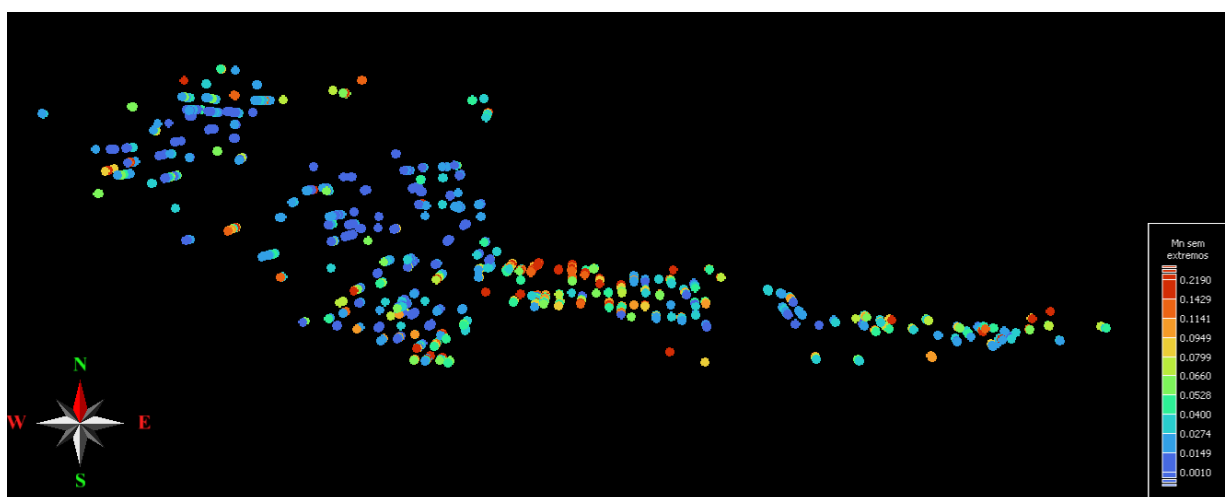


Fonte: autor

4.4.2 Variograma do modelo com remoção dos extremos

A visualização em planta dos furos de sondagem do Manganês (Figura 51), após a remoção dos 122 valores extremos, mostra predominância de tons azuis, que se deve a retirada dos teores muito altos, que antes chegavam a 1.6940 e agora estão limitados a cerca de 0.2190. Também mantém o formato alongado Leste-Oeste (E-W). No entanto, a exclusão completa dos *outliers*, reduziu a variabilidade real do minério, empobrecendo o conjunto de dados.

Figura 51 - Visualização em planta dos furos de sondagem sem *outliers*.



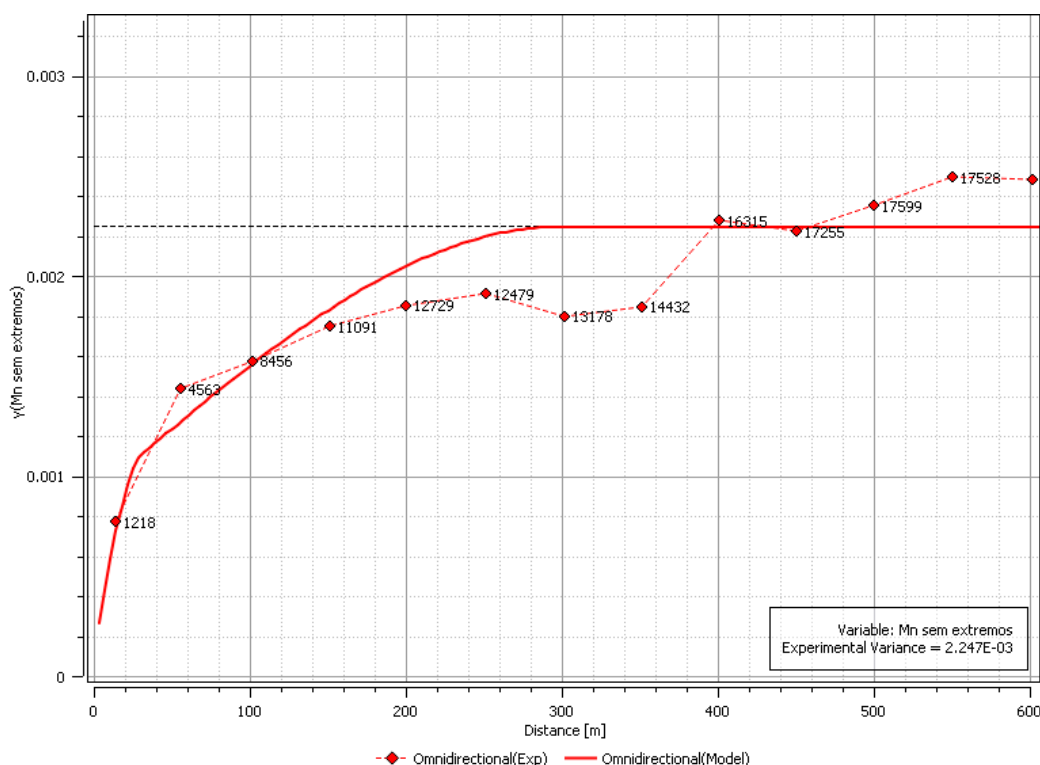
Fonte: autor

Foram realizados diferentes testes de lag, variando entre 30 a 100 metros (Figura 92 e Tabela 20, nos apêndices), com o objetivo de identificar o variograma mais apropriado para a modelagem do omnidirecional sem extremos. Em todos os cenários, manteve-se a distância máxima de 1500 metros, enquanto o patamar e o efeito pepita permaneceram constantes, com valores de 0.002100803 e 0.000148725 respectivamente.

Na figura 52 é possível observar o variograma omnidirecional (com lag 50), sem os valores extremos que antes distorciam a estrutura dos dados. A diferença é evidente: após a remoção dos *outliers*, a continuidade espacial ficou mais nítida e o modelo mais estável. Como consequência, houve uma redução no efeito pepita, ficando em 0.000148725. Indicando que o “ruído” diminuiu de forma significativa e agora os dados realmente refletem o comportamento natural do manganês.

Além disso, observa-se que a curva do variograma cresce até cerca de 200 metros e a partir desse ponto se estabiliza. Isso revela que o alcance do Mn se mantém até essa distância. Pois até este ponto os teores ainda possuem semelhança e depois disso, a relação se perde e as amostras deixam de estar correlacionadas. Outro ponto importante é que houve um ajuste adequado ao modelo, com o patamar teórico (aproximadamente 0.0021) igual à variância experimental (aproximadamente 0.0022).

Figura 52 - Variograma omnidirecional, com a remoção dos valores extremos.



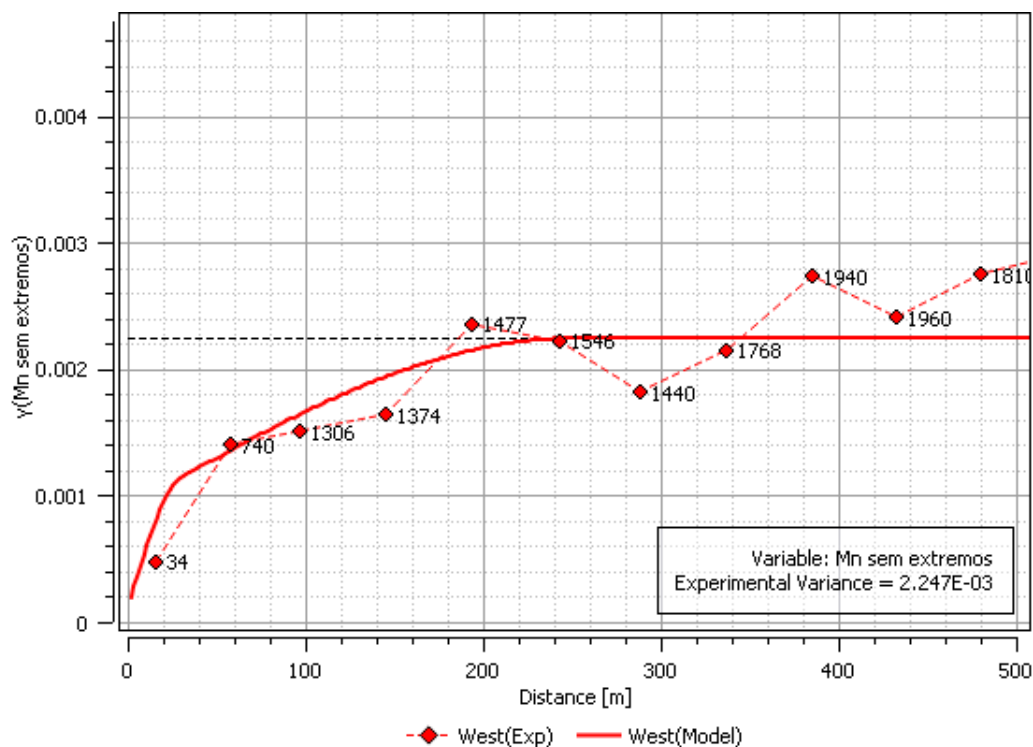
Fonte: autor

Através de análises, modificando as direções dos variogramas direcionais e após a remoção das 122 amostras classificadas como extremos foi possível identificar e a continuidade dos teores (Tabela 20, nos apêndices). Observou-se que a maior continuidade ocorre na direção intermediária, com alcance de 250 metros (representado pela cor verde, Figura 54), a direção U apresentou alcance de 200 metros (representado pela cor vermelha, Figura 53). Enquanto a vertical, apresentou um alcance menor, com 180 metros (representado pela cor azul, Figura 55).

Estas diferenças entre as direções, mostra uma forte anisotropia, indicando que esta variável se mantém parecida por longas distâncias na horizontal (Figura 56), mas

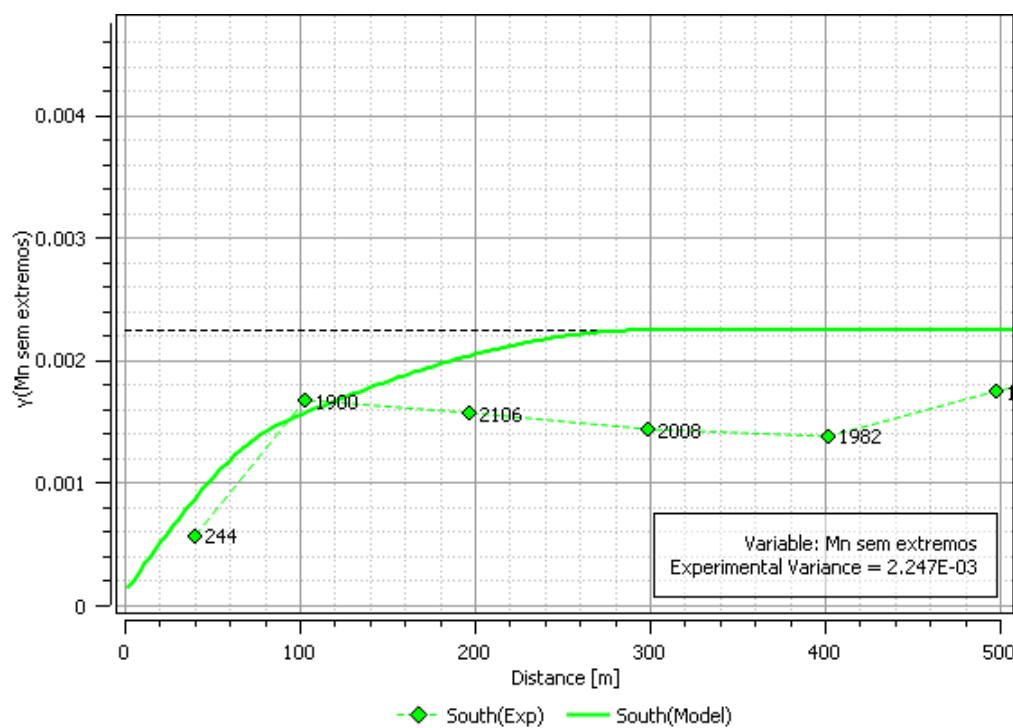
muda rapidamente em profundidade. Além disso, com o tratamento nota-se que o variograma ficou menos ruidoso, com um efeito pepita menor. Bem como o uso de duas estruturas (esféricas), das quais possibilitaram adequar melhor a curva teórica com a experimental, englobando de forma adequada a tendência geral de correlação em grandes distâncias.

Figura 53 - Variograma direcional: alcance de 200m para o Mn.



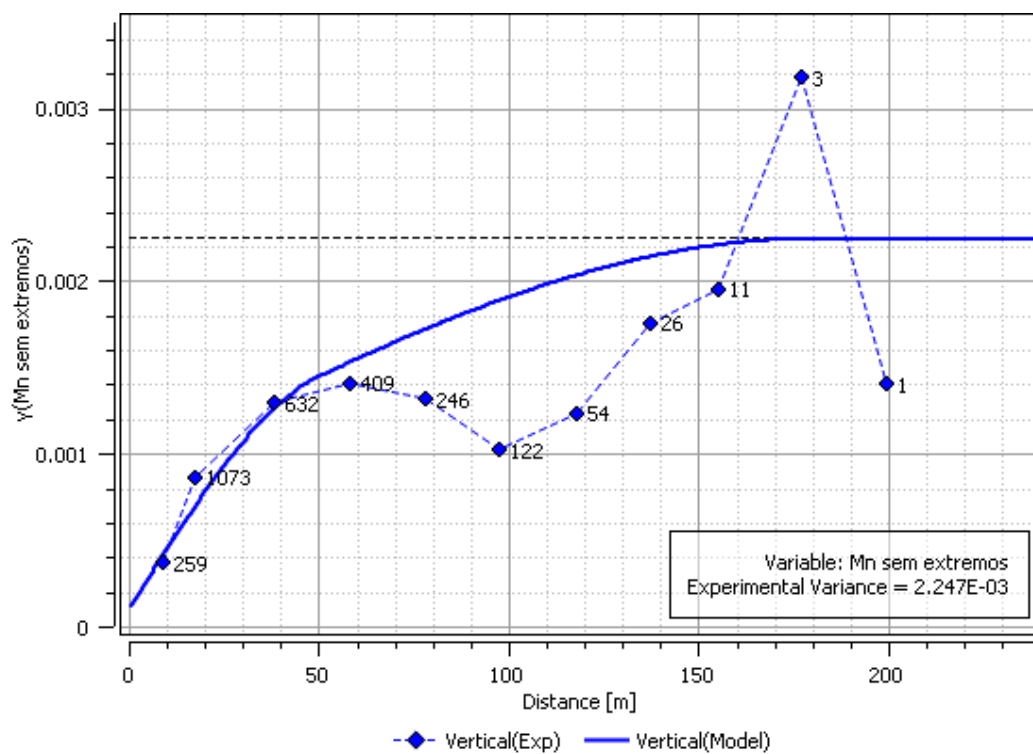
Fonte: autor

Figura 54 - Variograma direcional: alcance de 190m para o Mn.



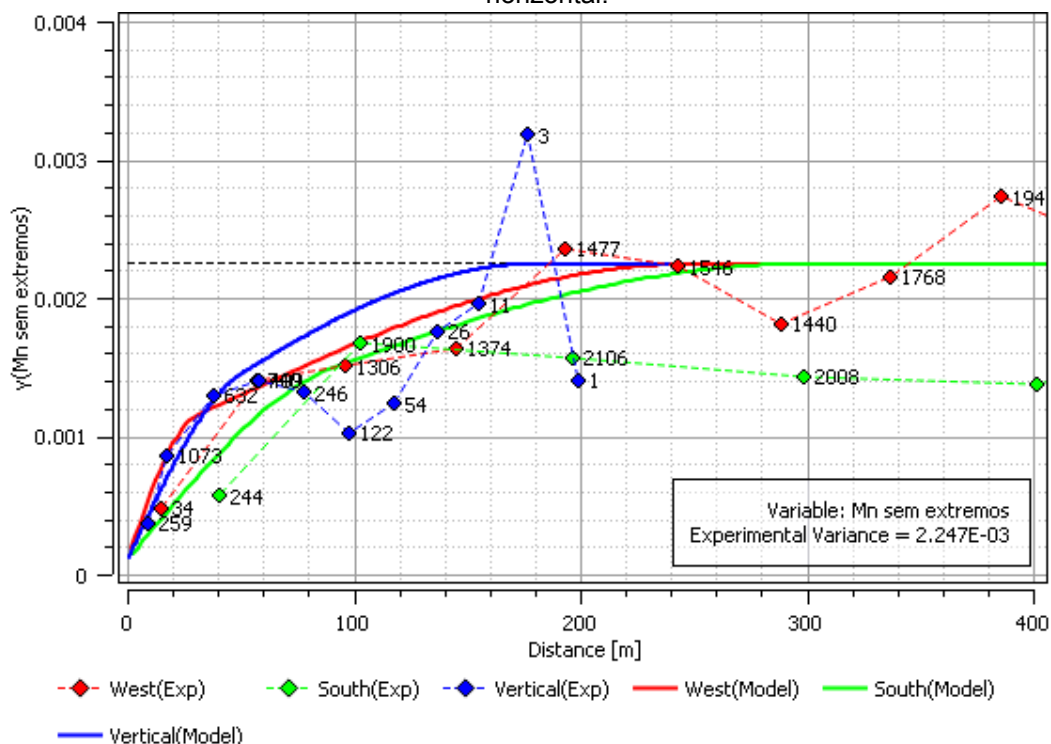
Fonte: autor

Figura 55 - Variograma direcional, com 180m de alcance.



Fonte: autor

Figura 56 - Variogramas com as 3 direções do Mn, indicando que a correlação se mantém na horizontal.



Fonte: autor

4.4.3 Variograma do modelo com capeamento

Antes da realização da variografia das amostras capeadas, foi necessário definir o limiar a ser adotado no método do capeamento. Entre os valores testados, o limite de 0.15 (Tabela 10) chegou a ser considerado inicialmente por ter sido definido pelo Método de Tukey (1977). Entretanto, sua aplicação resultaria em uma perda de metal de aproximadamente 38.5% (Tabela 24), valor elevado e operacionalmente inaceitável, além de comprometer a representatividade do teor real do depósito.

Diante disso, o *capping* foi adotado apenas no modelo 3, com critérios estabelecidos. Do ponto de vista estatístico, a variável Mn apresentou cauda longa e valores que ultrapassavam significativamente o limite sugerido pelo Método de Tukey (1977). Do ponto de vista geológico, reconheceu-se que parte desses valores altos representava enriquecimento supergênico real da Formação Cauê, de modo que um corte agressivo eliminaria assinaturas litogeoquímicas importantes.

Assim, optou-se por um limite intermediário, como 0.9, que reduz a influência dos extremos, sem causar perdas significativas de metal. A aplicação desse corte resultou em apenas 1.7% de perda, tornando este valor mais adequado ao estudo.

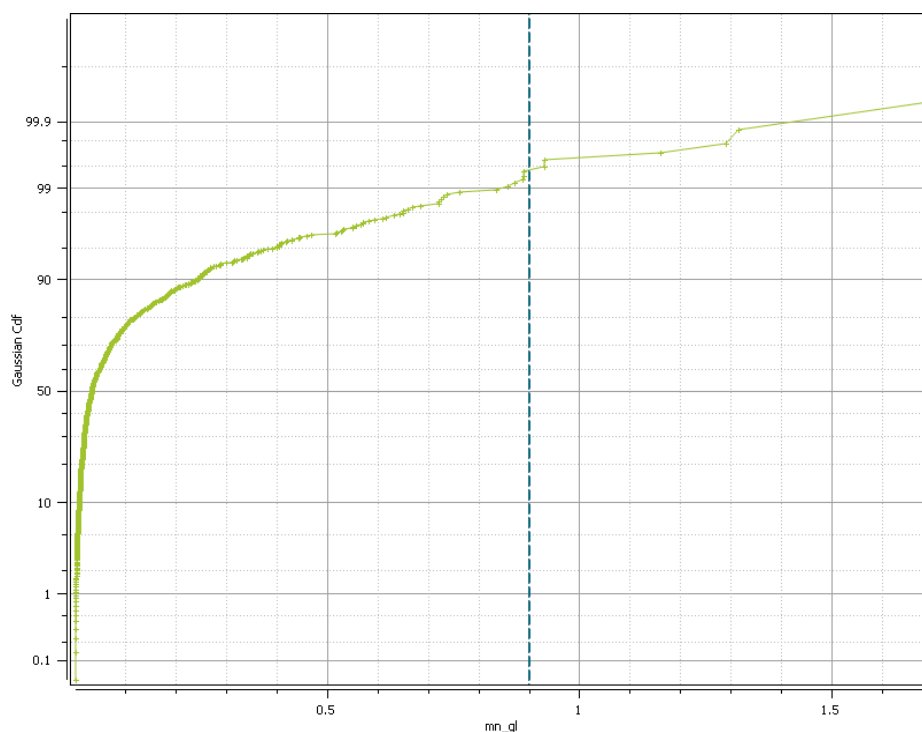
Esse valor corresponde ao início da zona de inflexão observada no histograma e no *NP-Plot* (Figura 57), preservando a porção geológica real da cauda e limitando apenas valores excepcionalmente elevados. O corte também reduziu a variabilidade artificial sem eliminar enriquecimentos plausíveis. Desta forma, o corte adotado foi definido a partir de uma análise integrada entre estatística e o comportamento espacial.

Tabela 24 - Estatísticas após o capeamento, com diferentes parâmetros, para a variável manganês.

Valor de corte	Percentil (%)	Média	Coefficiente de variação	Perda de metal (%)	Quantidade capeada	Proporção capeada (%)
0.15	83	0.0563	0.930	38.5	178	16.2
0.9	99	0.8998	1.661	1.7	4	0.4
0.7	98	0.0876	1.569	4.3	18	1.6

Fonte: autor.

Figura 57 - Gráfico de probabilidade normal, indicando a curva do capeamento para o valor de corte 0.9.

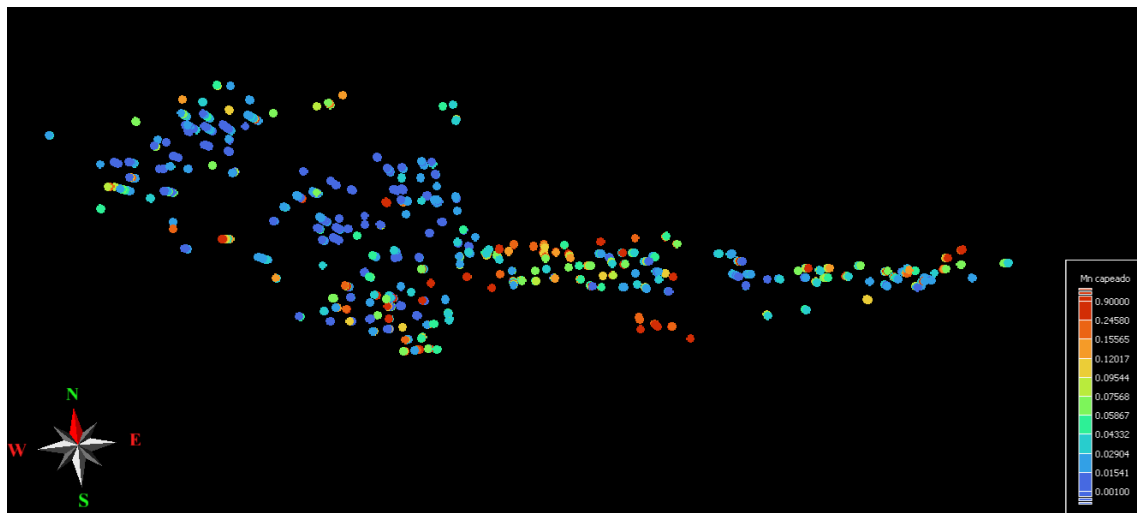


Fonte: autor.

A visualização em planta dos furos de sondagem do Mn (Figura 58), após o capeamento, mostra predominância de tons azuis, que se deve a retirada dos teores

muito altos, que antes chegavam a 1.6940 e agora estão limitados a cerca de 0.00009. Estes também mantêm o formato alongado leste-oeste (E-W).

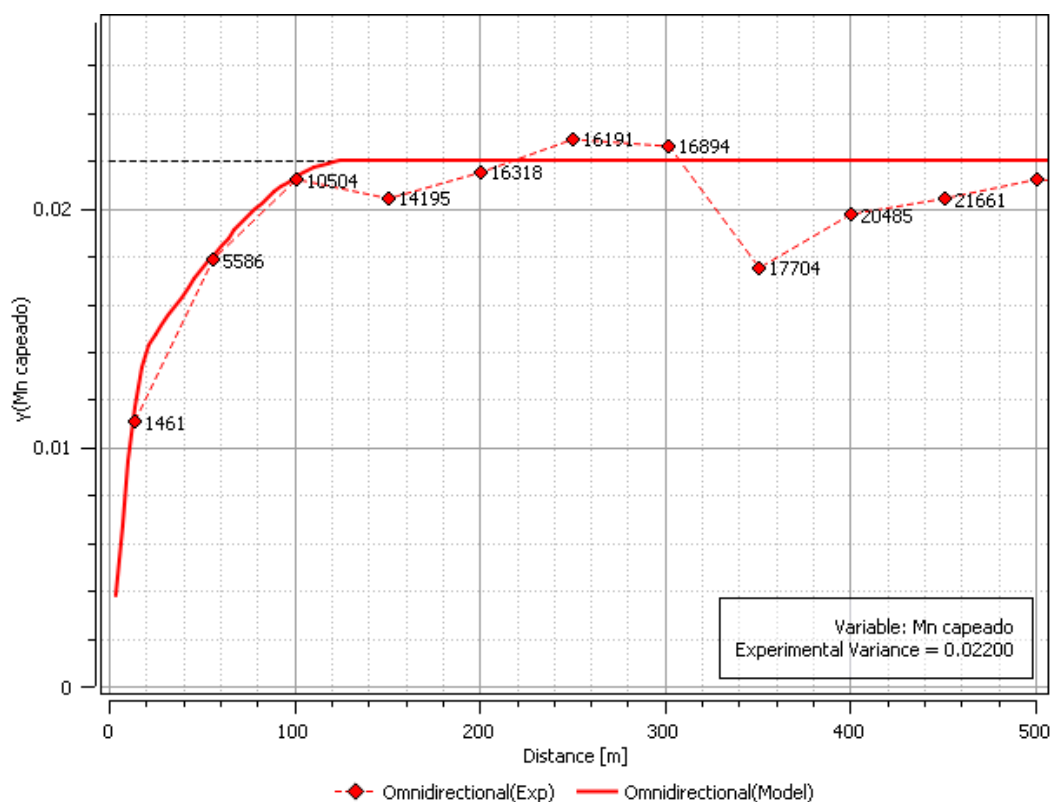
Figura 58 - Visualização em planta dos furos com *capping*, variando de 0.00100 até 90000.



Fonte: autor.

Foram realizados testes variando o *lag*, de 30 a 100 metros (Figura 59 e Tabela 20, nos apêndices), com o objetivo de identificar o variograma mais adequado para a modelagem do omnidirecional com capeamento. Em todos os cenários, manteve-se a distância máxima de 1500 metros. O patamar e o efeito pepita permaneceram constantes (0.000682999, 0.011098738 e 0.010244989 respectivamente), respeitando à variância experimental (0.02200).

Na figura 60 nota-se o variograma omnidirecional (com *lag* 50), com o *capping* aplicado. A curva do variograma também cresce até cerca de 200 metros e a partir desse ponto se estabiliza. Indicando que o alcance do Mn também se mantém correlacionado até essa distância e após este ponto, as amostras deixam de estar correlacionadas.

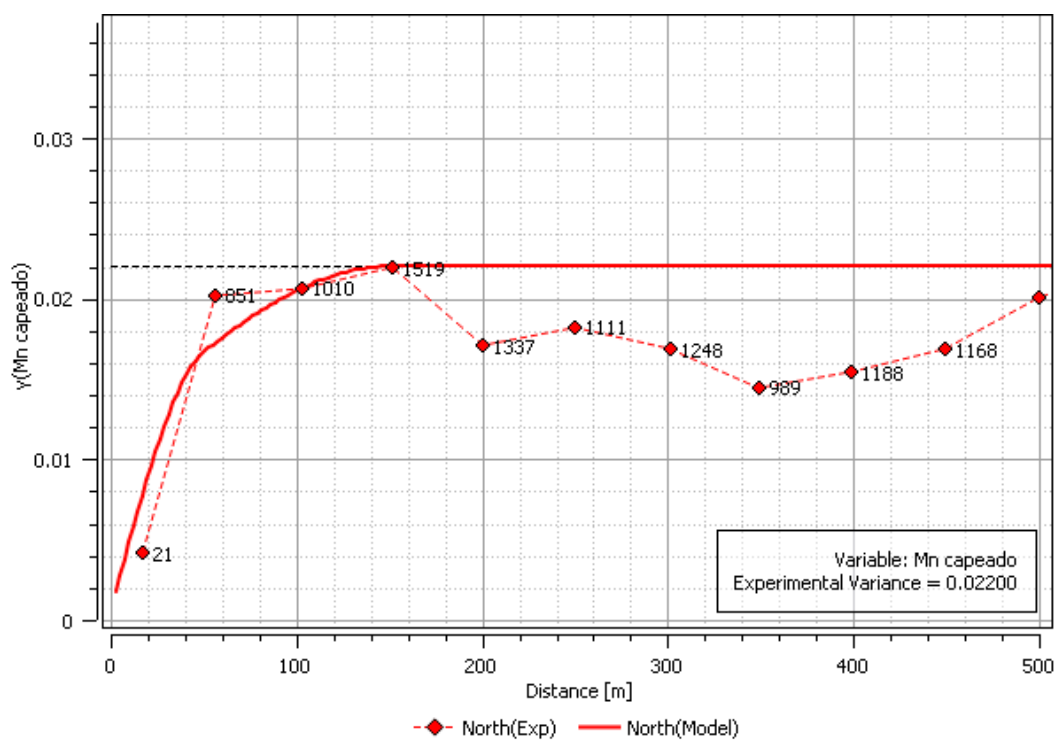
Figura 60 - Variograma omnidirecional, com *capping* aplicado.

Fonte: autor.

Os variogramas direcionais da variável Mn com capeamento, mostram através dos testes realizados (Tabela 20), uma melhoria na qualidade dos dados. O patamar que no modelo 01 possuía 0.025, no sem extremos 0.022, no modelo capeado, passou a ter cai de cerca de 0.021. Indicando que grande parte da variabilidade era gerada pelos valores extremos. Desta forma, ao limitar sua influência espacial, a estrutura real de continuidade do Mn fica mais evidente.

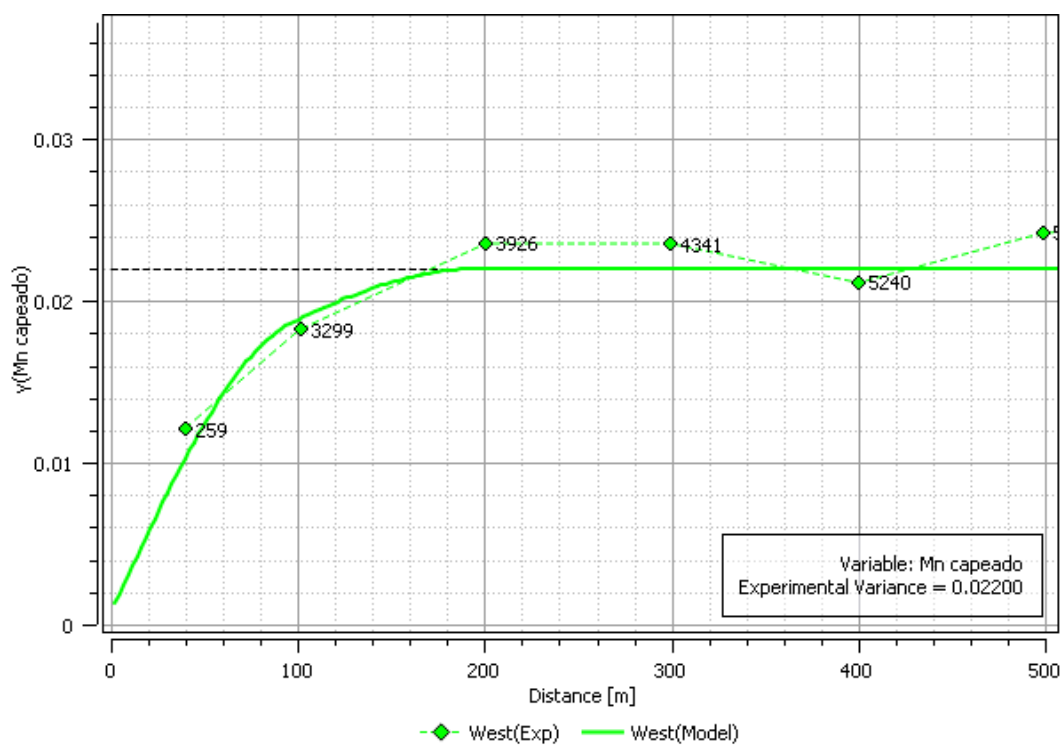
A anisotropia permanece preservada, com alcances de aproximadamente 150m na direção norte (Figura 61), 200m na direção oeste (Figura 62) e 70m na vertical (Figura 63). Revelando que o tratamento diminuiu o ruído que estes dados estavam gerando, sem alterar a geometria do depósito e sem remover dados. Bem como as curvas teóricas, que também passam a se ajustar melhor aos pontos experimentais (Figura 64).

Figura 61 - Variograma direcional: com alcance de 150 m para o Mn.



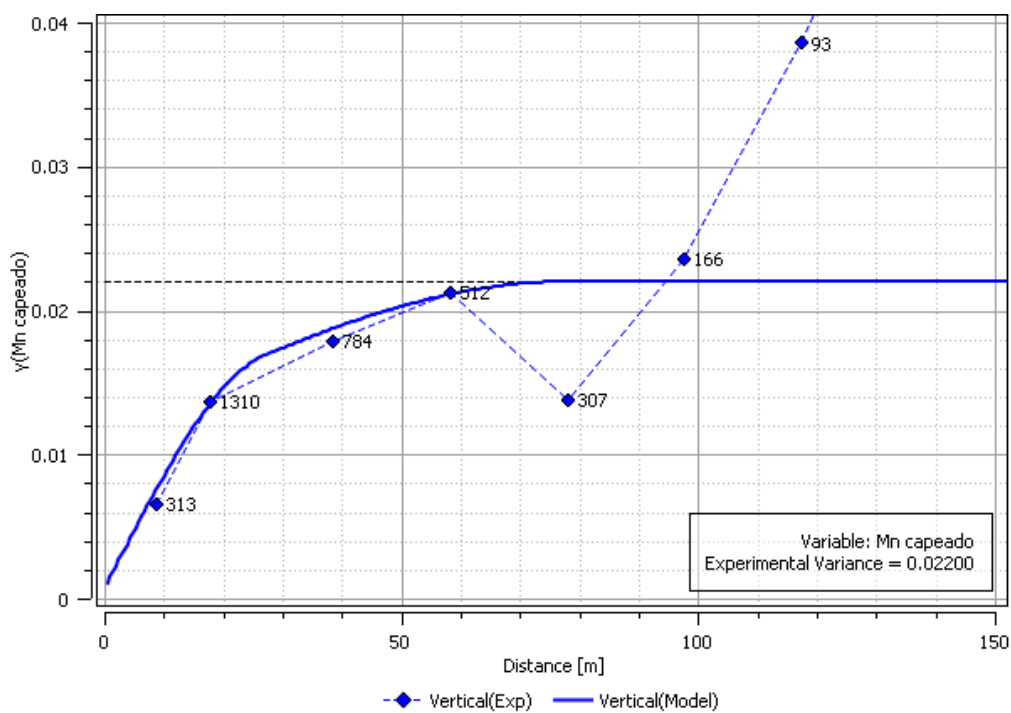
Fonte: autor.

Figura 62 - Variograma direcional: com alcance de 200m para o Mn.



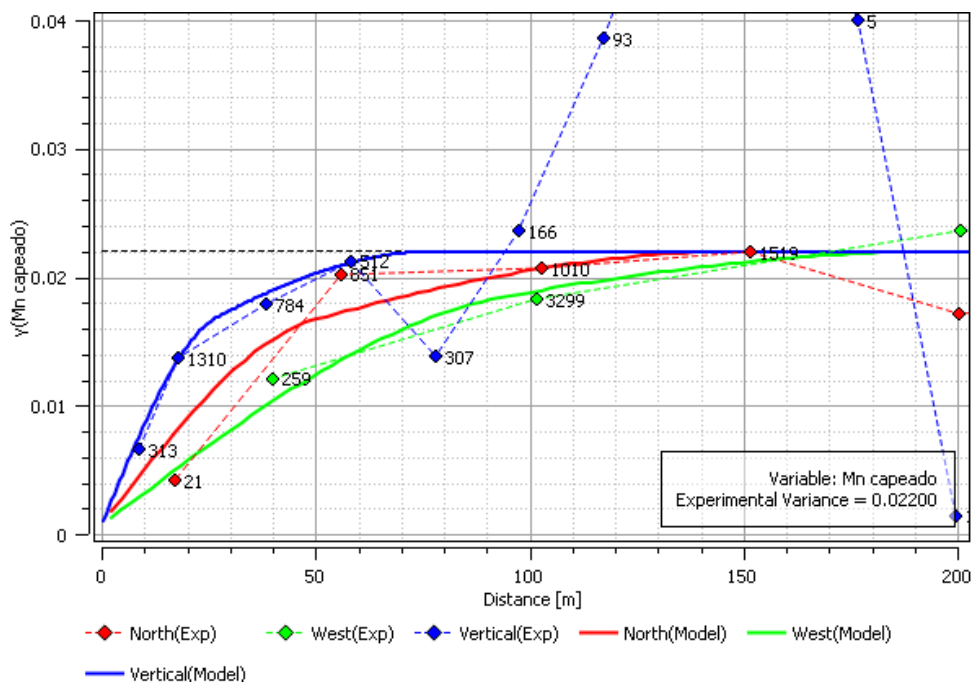
Fonte: autor.

Figura 63 - Variograma direcional: com alcance de 70m para o Mn.



Fonte: autor.

Figura 64 - Variogramas com as 3 direções do Mn, com capeamento.



Fonte: autor.

4.5 Modelo de blocos

As estimativas foram realizadas utilizando a krigagem ordinária, através da fórmula apresentada por Goovaerts (1997). Este método de interpolação, estima o teor de cada bloco com base nas amostras vizinhas (Fórmula 9). A qualidade da estimativa é avaliada pela diferença entre o valor observado e o valor estimado: quanto menor essa diferença, melhor o desempenho do modelo. Na krigagem, cada valor Z_{α} recebe um peso λ_{α} e esses devem somar 1, condição que garante que o estimador seja não enviesado (Isaaks & Srivastava, 1989).

$$Z_0^* = \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} Z_{\alpha}$$

(9)

Os parâmetros da vizinhança das estimativas seguiram as recomendações clássicas de Goovaerts (1997) e foram ajustados através da validação cruzada. Onde: o número mínimo de vizinhos (4), garante a estabilidade na solução do sistema de pesos, evitando estimativas baseadas em poucas amostras. Número máximo de vizinhos (16), reduz o risco de agrupamento, o que é importante para o manganês, que apresenta zonas de amostragem densa em algumas regiões.

A divisão em 4 setores, evita anisotropias artificiais decorrente do alinhamento dos furos de sondagem. E o elipsóide de busca, orientado segundo a direção de maior continuidade identificada nos variogramas ($0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}$), é coerente com a anisotropia típica das formações ferríferas bandadas da Formação Cauê. A escolha final desses parâmetros foi confirmada através dos critérios incluídos na validação cruzada, que apresentaram erro médio próximo de zero e correlação estável, indicando um conjunto de parâmetros coerente com a geologia do local.

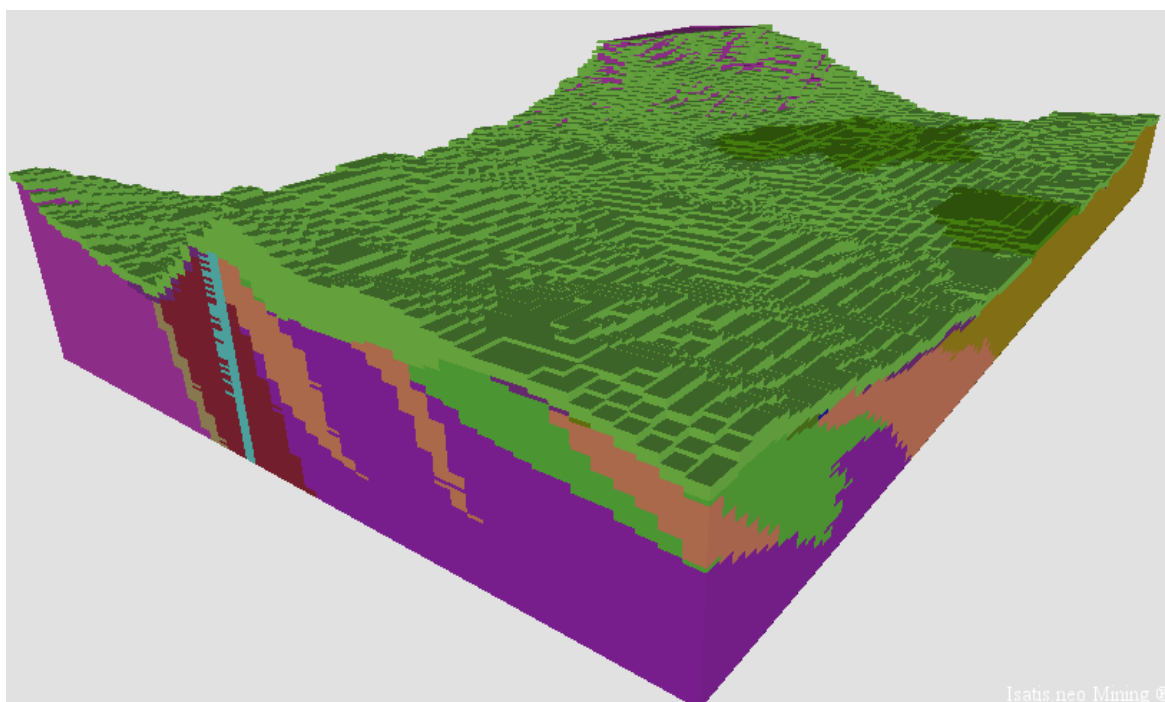
Quando a condição de não enviesamento não é atendida, ocorre o chamado viés condicional, situação em que a krigagem tende a subestimar os teores altos e superestimar os teores baixos, por conta de seu comportamento natural de suavizar os dados. Quando isso ocorre, o modelo deixa de representar a variabilidade real do depósito e passa a representar de forma distorcida a distribuição dos teores.

A krigagem foi realizada no *software Isatis.Neo Mining*, do qual a licença foi disponibilizada pela empresa *Datamine Software*, versão 2025.1 Para a estimativa, foi

criado um *grid* regular com dimensões de 50m x 50m x 10m. Os modelos de blocos produzidos (Figuras 65 a 85) e o fluxo de trabalho adotado seguem as etapas clássicas descritas por Sinclair & Blackwell (2004), incluindo as informações obtidas na análise variográfica, validação cruzada dos variogramas e da vizinhança de busca, krigagem ordinária, validação das estimativas e cubagem dos modelos. Onde permite avaliar de forma robusta o impacto das diferentes estratégias de tratamento de *outliers*.

A validação cruzada, foi uma etapa crucial para ajustar os parâmetros da vizinhança da krigagem e garantir a qualidade da estimativa dos teores de Mn. Foram verificadas diferentes combinações de alcances, orientação do elipsóide ($D0^\circ N90^\circ P0^\circ$), quatro setores angulares e limites de vizinhos (máximo de 8 por setor e 16 no total). Nos apêndices encontra-se uma tabela com todos os parâmetros e resultados obtidos para cada um dos 4 modelos (Tabela 21,22).

Figura 65 - Modelo de blocos com todas as litologias da área de estudo.



Fonte: autor

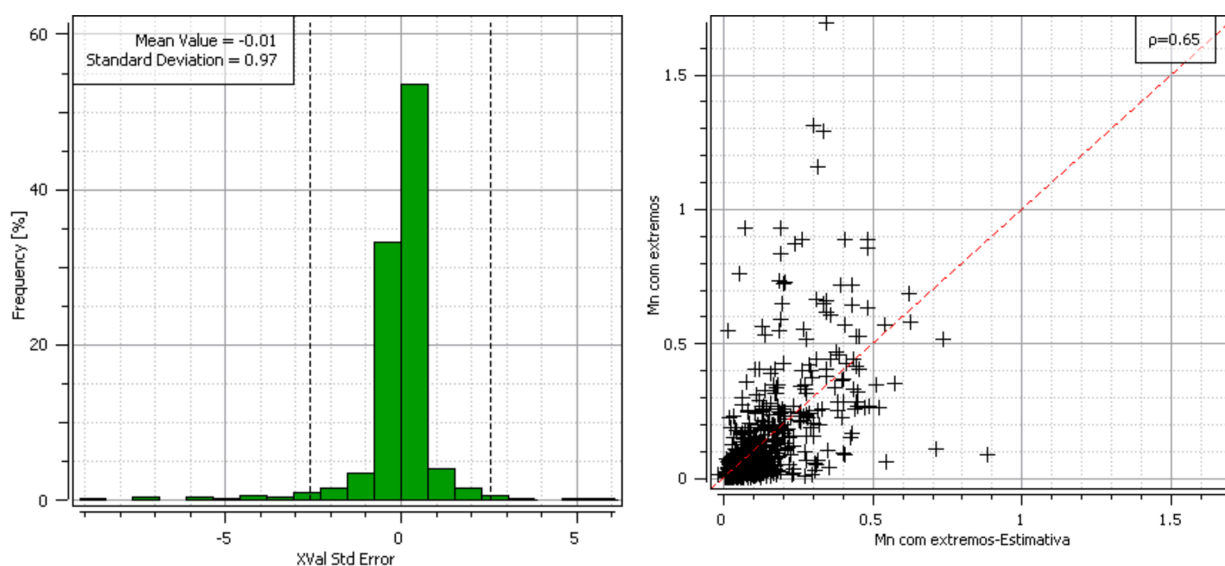
4.5.1 Modelo de blocos com os valores extremos

Os resultados da validação cruzada demonstraram que a krigagem ordinária é sensível aos parâmetros adotados para a vizinhança, em especial ao tamanho dos

alcances utilizados. Alcances muito curtos reduzem a qualidade da estimativa, com aumento da dispersão dos erros e redução da correlação entre valores observados e estimados. O melhor resultado foi obtido logo no primeiro teste, utilizando os alcances mais longos definidos no variograma (150, 150, 70m), de modo que as estimativas ficaram próximas aos valores reais.

Nesse cenário, os indicadores quantitativos da validação cruzada apresentaram erro médio próximo de zero (-0.01), ausência de viés, desvio padrão do erro de 0.97 que pode ser interpretado como uma medida equivalente ao Erro Quadrático Médio (RMSE) e, correlação de 0.65 entre valores estimados e observados. (Figura 66). Esses resultados indicam que a variância de krigagem, representa de forma adequada a incerteza real do modelo, visto que, se trata de um contaminante, naturalmente mais errático. Essa forma de ajustar os parâmetros com base na validação cruzada, segue as boas práticas recomendadas por Goovaerts (1997), nos quais os parâmetros devem ser definidos com base em critérios objetivos derivados da validação cruzada.

Figura 66 - Histograma e diagrama de correlação gerado na validação cruzada para o Modelo 01.



Fonte: autor

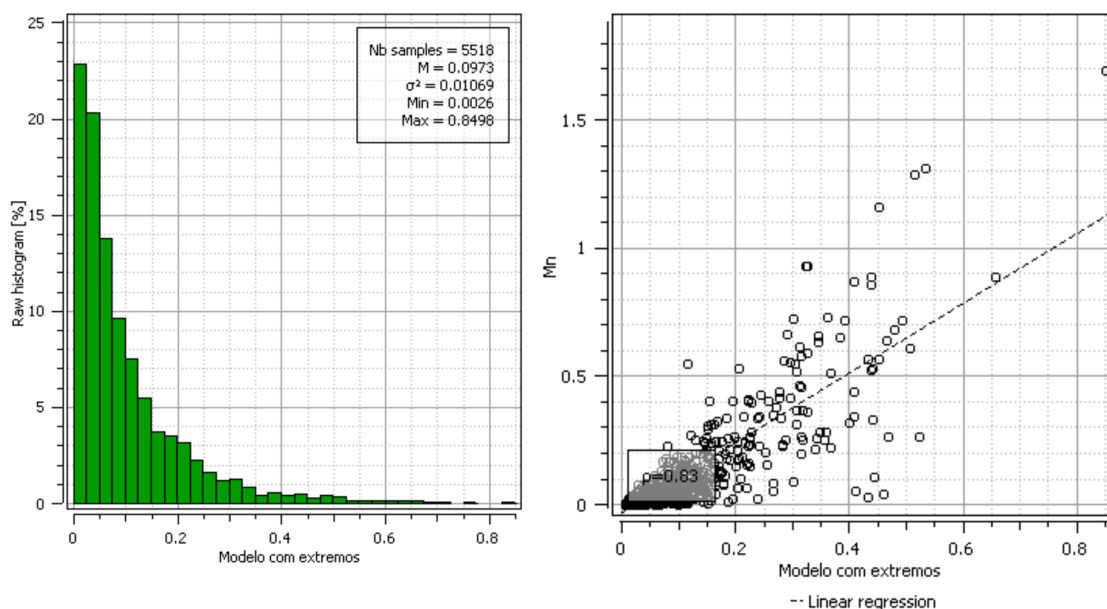
As Tabelas 22 e 23 (Apêndices) sintetizam os resultados obtidos para o modelo 1 (com extremos), que foi mantido sem qualquer tratamento, para servir como cenário de referência na comparação com os demais modelos. Ao comparar as estatísticas

dos dados originais de Mn com as do modelo estimado (*grid*), observa-se uma suavização natural dos valores.

A média dos dados (0.0915) foi levemente inferior à média dos blocos estimados (0.0973), enquanto os valores mínimos e máximos passaram de 0.0026 e 0.8498 nos dados para valores mais atenuados no modelo, comportamento típico do chamado “*smoothing effect*”, discutida por Isaaks & Srivastava (1989). A variância dos dados brutos foi reduzida de 0.0257 para 0.0106 no modelo estimado, refletindo a transformação de valores pontuais em médias volumétricas (Figura 67).

A presença de 122 valores extremos “inflou” a média global, a variabilidade e o patamar do variograma modelado. Pois, no depósito estudado, anomalias supergênicas localizadas são esperadas, mas a sua influência espacial no modelo sem tratamento indicou variabilidade excessiva. Esses extremos, apesar de geologicamente plausíveis, demonstram forte capacidade de propagação para blocos distantes na krigagem, introduzindo viés de superestimação. Além disso, decerto a pequena diferença observada é por conta da influência natural dos *outliers*, que é uma característica comum em depósitos de manganês.

Figura 67 - Histograma com a contagem de blocos estimados e o diagrama de correlação do modelo



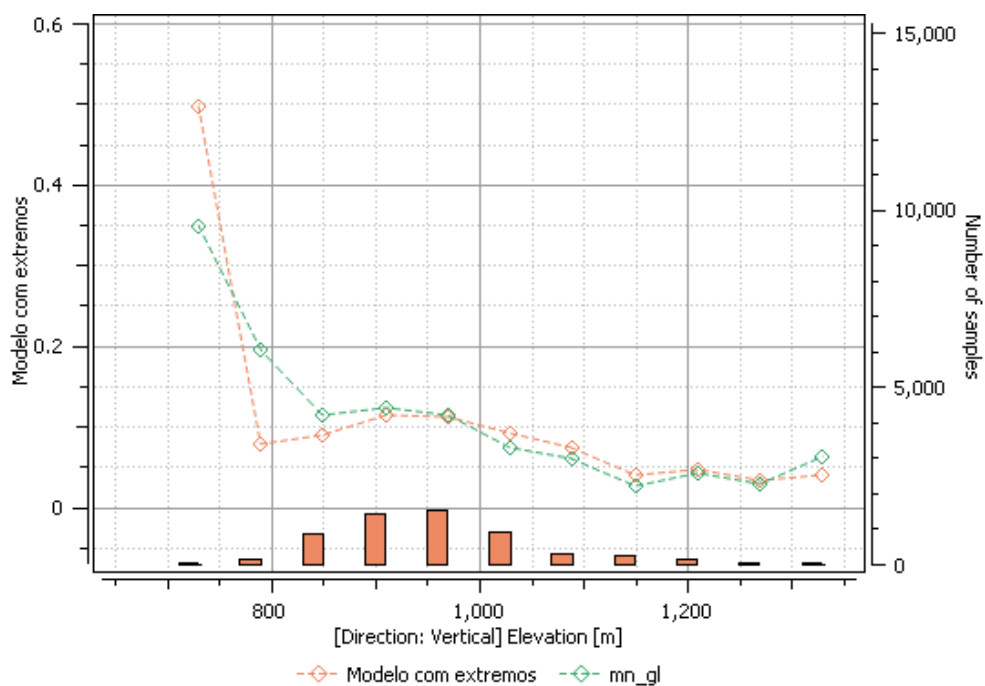
02.

Fonte: autor.

A análise do *swath plot* na direção vertical, reforça a qualidade local da estimativa uma vez que as curvas dos dados amostrais e dos valores estimados se mantêm próximas, sobretudo nas regiões com maior densidade amostral (Figura 68).

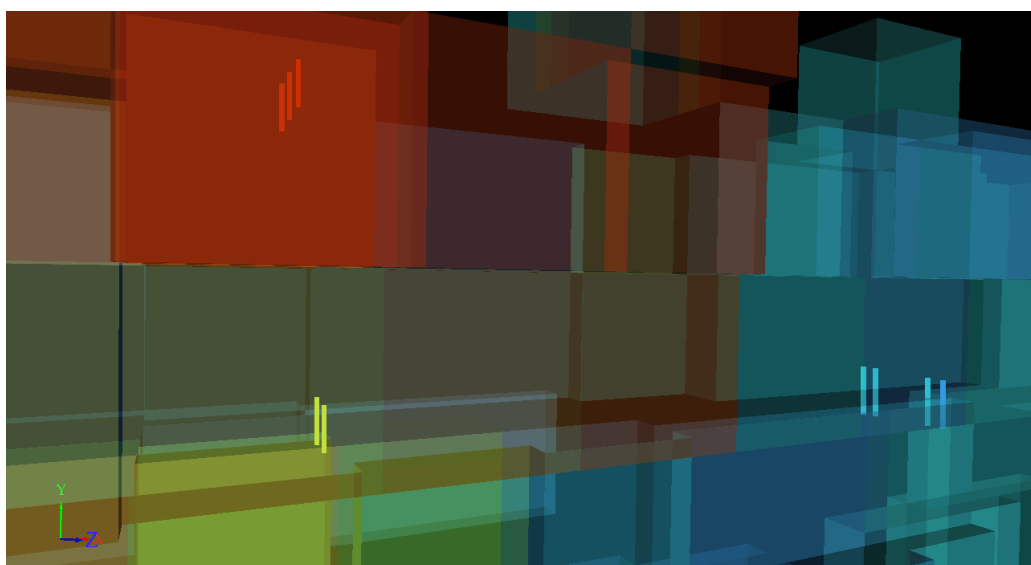
Esse resultado indica que a krigagem apresenta melhor desempenho em zonas bem amostradas, revelando a sensibilidade da validação cruzada e da distribuição espacial dos furos. Essa coerência também é confirmada pela análise visual dos furos de sondagem sobrepostos ao modelo de blocos, que acompanham adequadamente as cores dos blocos estimados.

Figura 68 - Validação por *swath plot* na direção vertical e sessão do modelo 01.



Fonte: autor.

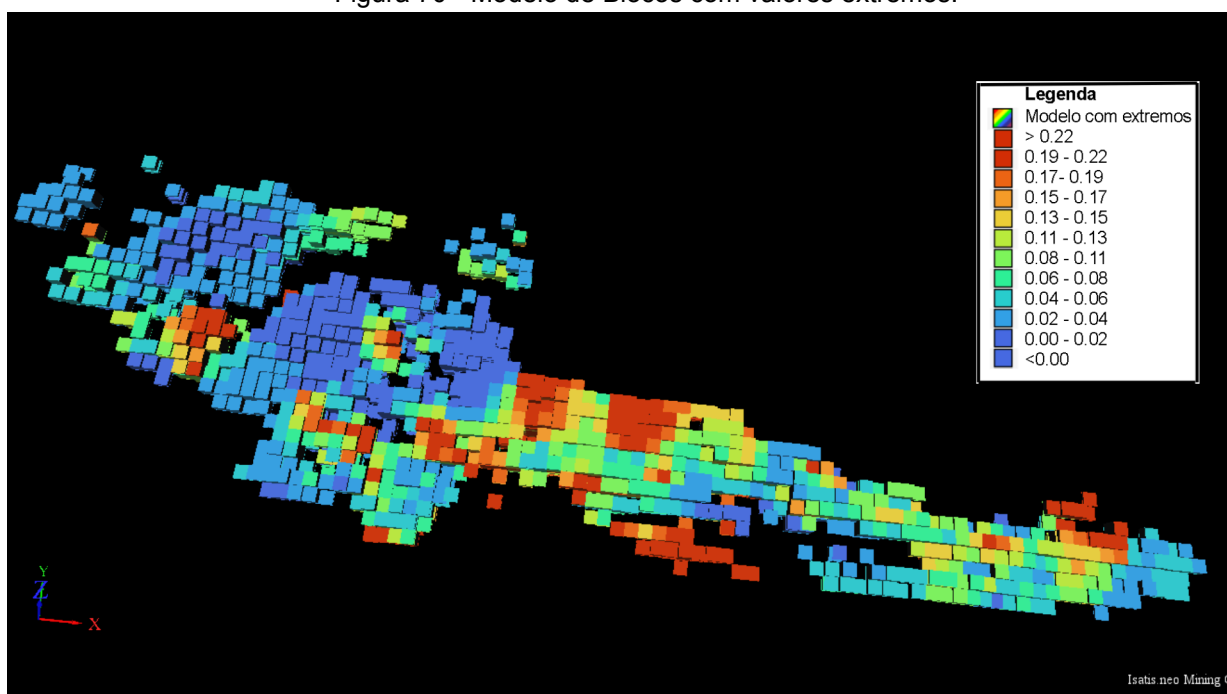
Figura 69 - Validação visual dos furos, em sessão, para o modelo de blocos 01.



Fonte: autor.

Contudo, a presença de 122 valores extremos no banco de dados inflou a média global e a variabilidade, ampliando de forma excessiva a influência espacial de anomalias supergênicas localizadas. Embora esses valores sejam coerentes no contexto do depósito estudado, sua propagação na krigagem sem tratamento introduz mudanças abruptas entre blocos vizinhos e aumenta o risco de superestimação. Esse comportamento evidencia um alto coeficiente de variação e justifica a realização dos cenários subsequentes de mitigação espacial, nos quais se buscou reduzir a propagação anômala dos extremos sem comprometer a heterogeneidade natural do depósito (Figura 70).

Figura 70 - Modelo de Blocos com valores extremos.



Fonte: autor.

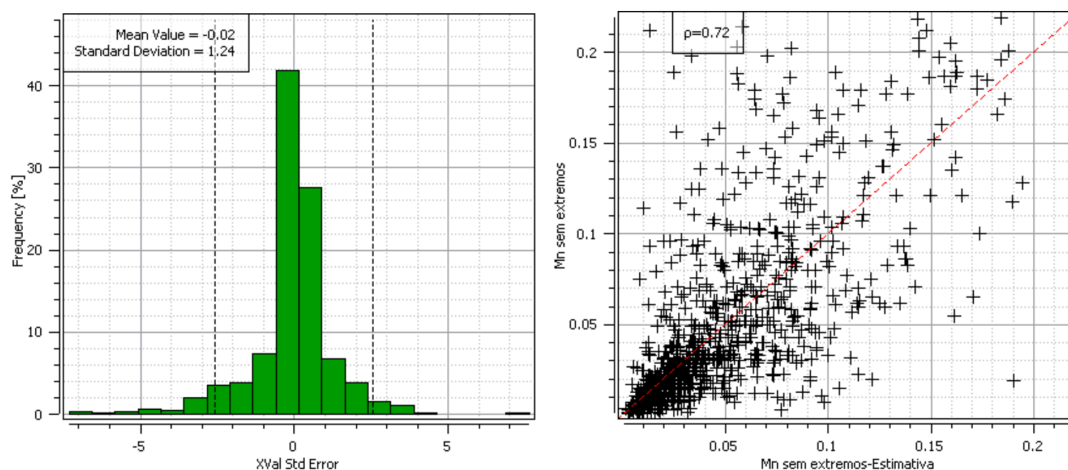
4.5.2 Modelo de blocos com remoção dos extremos

A validação cruzada no modelo 02 (sem extremos), foi realizada com o objetivo de analisar o desempenho da krigagem após a remoção dos 122 valores extremos identificados na análise exploratória (Tabela 21, nos apêndices). Para essa etapa, foram inicialmente utilizados os alcances do variograma sem os extremos (350,250,180m).

Os resultados da validação cruzada indicaram média do erro em torno de -0.02, desvio padrão de 1.24 e coeficiente de correlação de 0.72 (Figura 71). Assim,

observa-se um aumento do desvio padrão em relação ao modelo 1, indicando maior dispersão dos erros individuais.

Figura 71 - Histograma e diagrama de correlação gerado na validação cruzada para o modelo 02.



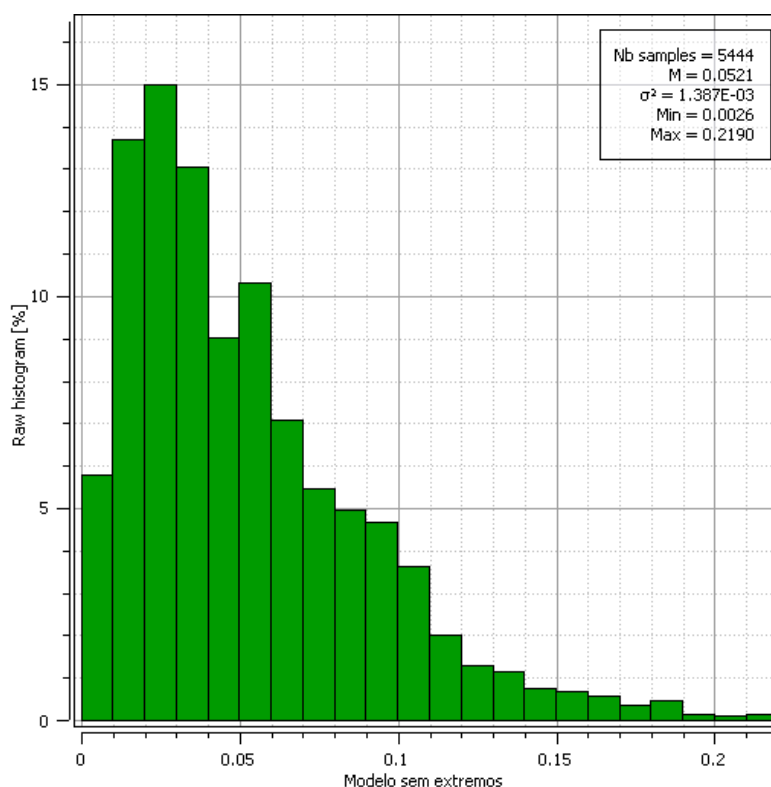
Fonte: autor.

A exclusão dos valores extremos reduziu significativamente a variância dos dados e modificou a distribuição original do manganês, resultando em um conjunto menos representativo da heterogeneidade natural do depósito. Como consequência, a krigagem passou a operar sobre uma população artificialmente homogênea, o que se reflete em estimativas mais suaves e com menor contraste espacial.

Para garantir a comparação entre os cenários e evitar que diferenças nos parâmetros de busca influenciassem os resultados, optou-se por manter no modelo 2, a mesma configuração de vizinhança adotada no modelo 1 (150, 150, 70 m). Essa escolha permitiu atribuir as diferenças observadas exclusivamente ao método de tratamento dos dados e não a variações nos parâmetros de krigagem.

A média estimada dos blocos no modelo 2 foi de 0.05%, valor significativamente inferior à média do conjunto original (0.09%), refletindo diretamente a remoção das amostras de alto teor (Figura 72). Conforme discutido por Isaaks e Srivastava (1989), a média e a variância são altamente sensíveis à presença ou ausência de valores extremos e a krigagem tende a reproduzir essa ação na estimativa. O que também é descrito por Goovaerts (1997), que explica esse desvio em relação à média bruta, como uma consequência da correção da base de dados.

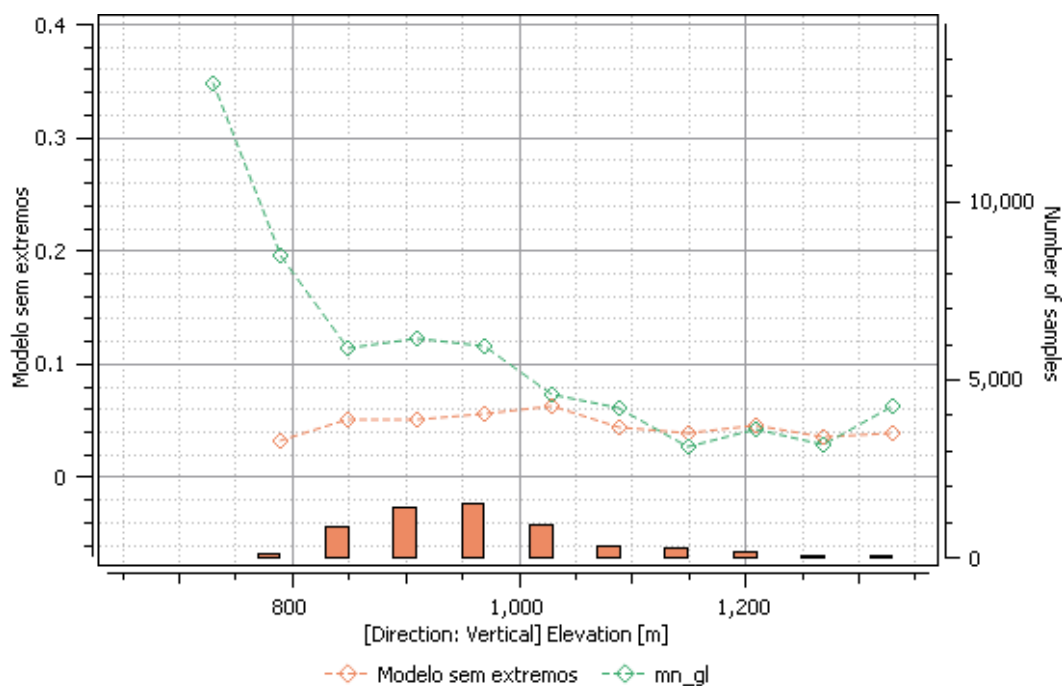
Figura 72 - Histograma com as estatísticas dos blocos estimados do modelo 02.



Fonte: autor.

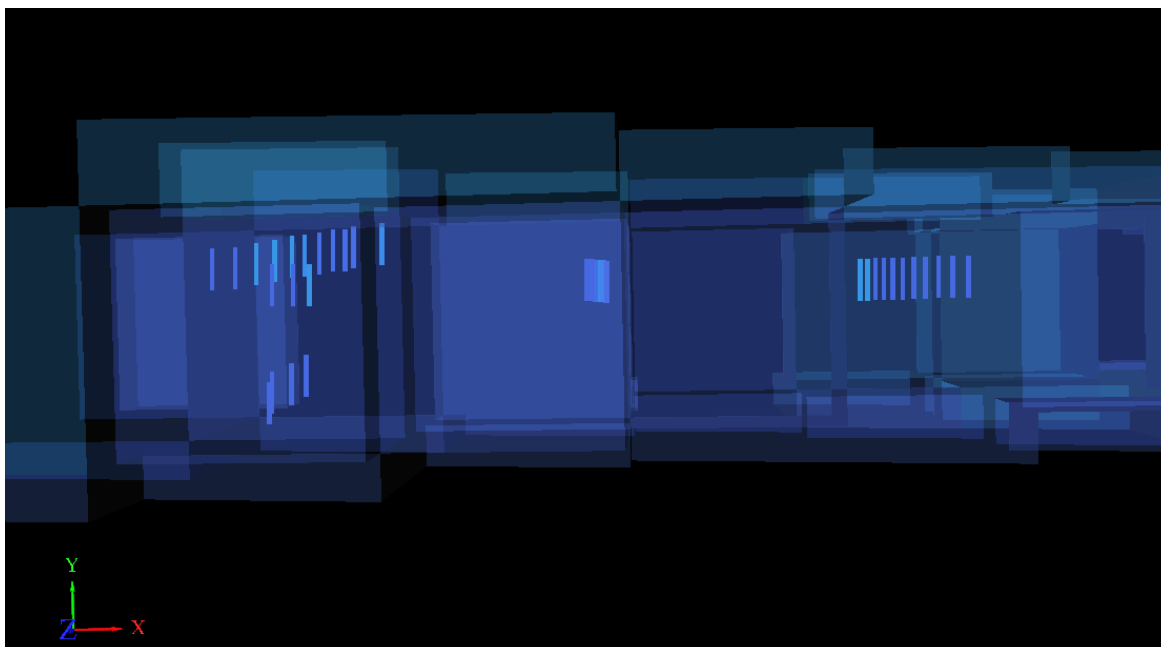
O *swath plot*, na direção vertical (Figura 73), ilustra esse comportamento. Mostrando um afastamento sistemático entre as curvas dos dados e do modelo, especialmente nas regiões associadas a zonas de enriquecimento. Esse padrão indica viés estrutural por subestimação, resultante da eliminação completa das anomalias supergênicas.

Embora o modelo apresente boa aderência visual (Figura 74), a remoção dos *outliers* comprometeu a representatividade geológica do depósito, suprimindo subpopulações associadas a enriquecimentos localizados. Esse efeito é discutido por Abzalov (2016), onde aponta que valores extremos, quando geologicamente plausíveis, não devem ser descartados, pois representam zonas de alta mineralização, como é o caso deste depósito.

Figura 73 - Validação por *swath plot* na direção vertical do modelo 02.

Fonte: autor.

Figura 74 - Validação visual dos furos, em sessão, ilustrando a perda da variabilidade no modelo de blocos 02.

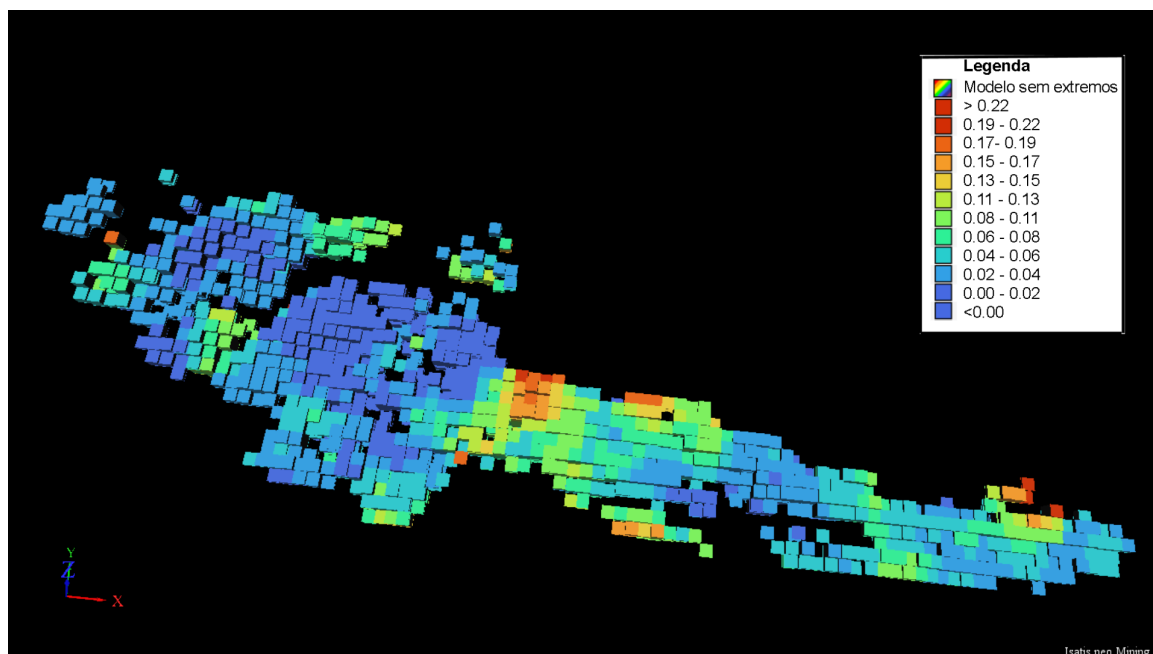


Fonte: autor.

Portanto, a exclusão dos 122 valores extremos, identificados pelo Método de Tukey (1977), reduziu a média do teor de Mn para 0.0521 e a variância. Apesar de apresentar bom desempenho na validação cruzada, o modelo demonstrou suavização

excessiva e perda de representatividade das zonas de enriquecimento supergênico. Indicando que a exclusão direta dos valores extremos não é uma abordagem adequada para este contexto.

Figura 75 - Modelo de blocos de Itabirito Friável com remoção dos extremos.



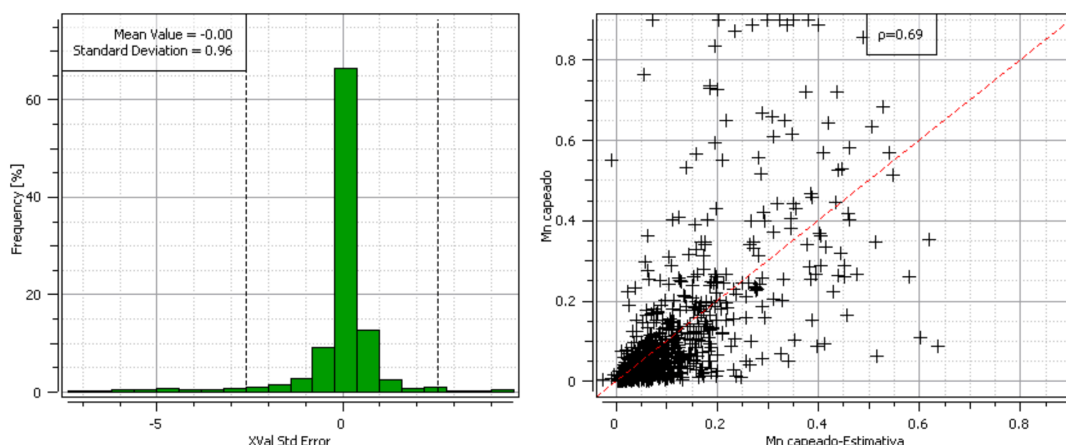
Fonte: autor.

4.5.3 Modelo de blocos com *Capping*

Neste modelo, foi aplicado a técnica do capeamento, com o objetivo de reduzir a influência dos valores extremos na variável manganês, que foram os principais responsáveis pelo viés observado no modelo 01. A validação cruzada foi realizada utilizando o variograma ajustado após o capeamento, utilizando a mesma configuração de vizinhança de busca adotada nos modelos anteriores (150,150,50).

Os resultados da validação cruzada indicaram média do erro igual a 0.00, desvio padrão de 0.96 e coeficiente de correlação de 0.69 (Figura 76). Esses indicadores evidenciam uma melhora no desempenho estatístico em relação ao Modelo 1, com redução da dispersão dos erros.

Figura 76 - Histograma e diagrama de correlação gerado na validação cruzada para o modelo 03.



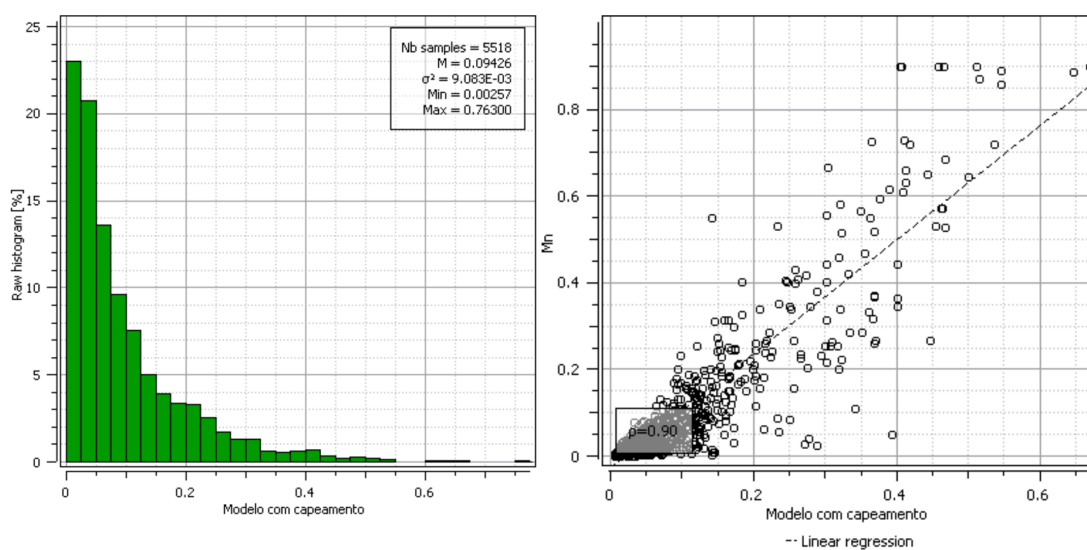
Fonte: autor

A aplicação do capeamento resultou em uma distribuição mais homogênea dos dados, com redução da assimetria e da variabilidade, conforme observado nos histogramas e diagramas de dispersão (Figura 77). A média dos dados capeados (0.0942) manteve-se próxima da média original, indicando que o corte selecionado não comprometeu a representatividade global do depósito. Os valores mínimos ficaram em torno de 0.0025 e o valor máximo de 0.7630 (valor abaixo do máximo capeado de 0.9000), refletindo a suavização da krigagem aos extremos.

A perda de metal associada ao capeamento foi de apenas 1.7%, significativamente inferior à perda de 38.5% que ocorreria com a aplicação direta do limite sugerido pelo Método de Tukey (1977). Esse resultado confirma que o valor de corte adotado representou um compromisso adequado entre controle estatístico e preservação da informação geológica.

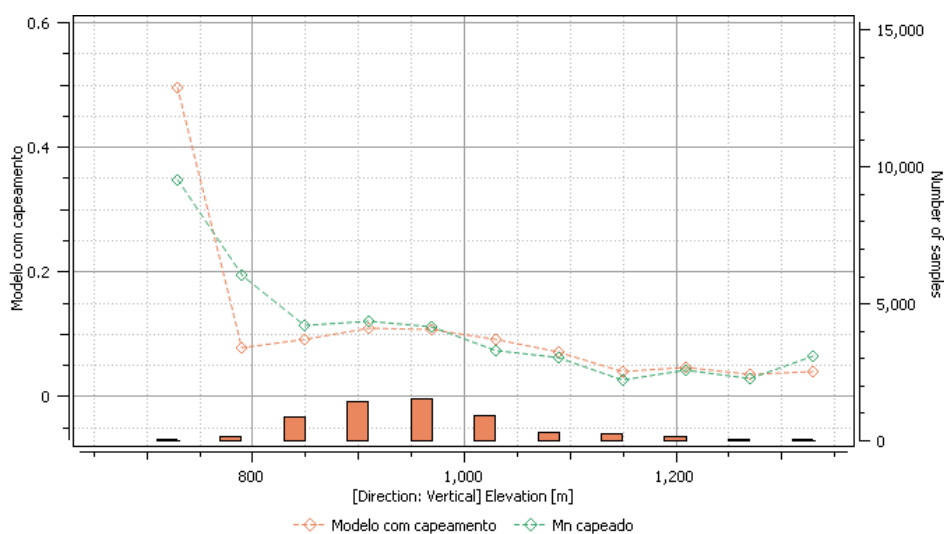
Figura 77 - Histograma com a contagem de blocos estimados e o diagrama de correlação do modelo

03.



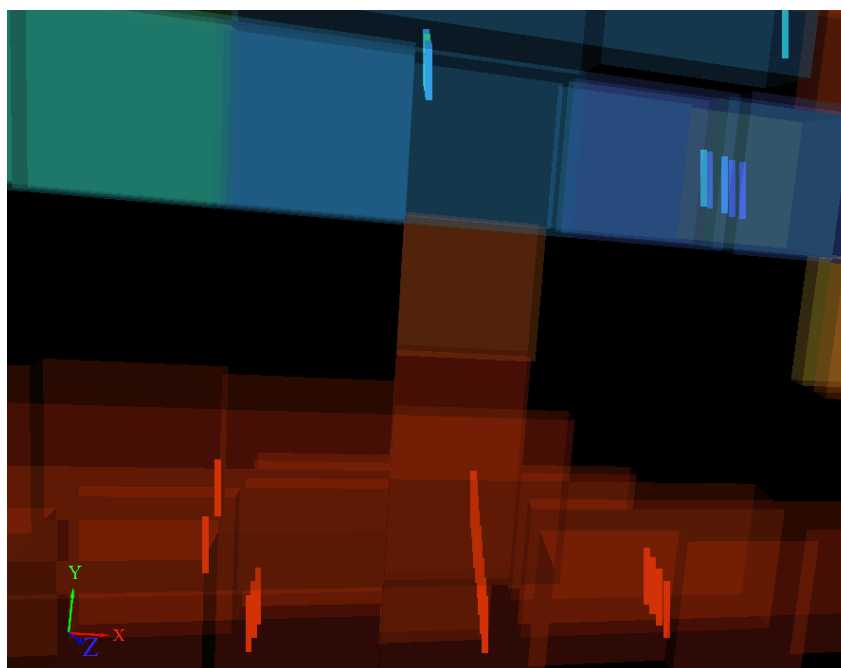
Fonte: autor

A validação da estimativa por *swath plot* na direção vertical (Figura 78), comprova a relevância da técnica do capeamento, pois as curvas dos dados e do modelo estimado permanecem sobrepostas, especialmente nas zonas com maior densidade amostral. Indicando ausência de viés local relevante e adequada reprodução da média dos teores ao longo do depósito (Tabela 22,23). A validação visual dos furos sobre o modelo de blocos, também confirma essa boa aderência, com correspondência entre os teores amostrados e os valores estimados (Figura 79).

Figura 78 - Validação por *swath plot* na direção vertical do modelo 03.

Fonte: autor

Figura 79 - Validação visual dos furos, em sessão, ilustrando a variabilidade no modelo de blocos 03.

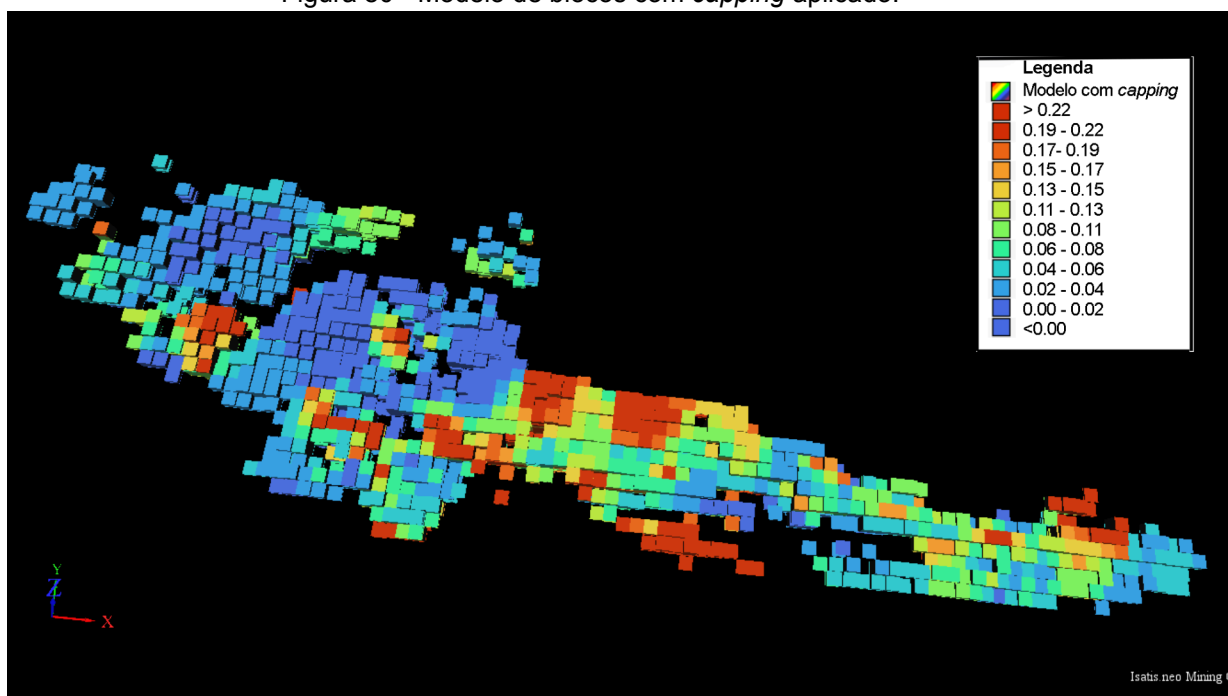


Fonte: autor

Além disso, após a aplicação do *capping* observa-se que há uma mudança na forma em que os teores se distribuem espacialmente. Onde as áreas de alto teor foram suavizadas, reduzindo a ocorrência de blocos isolados com teores elevados e resultando em transições mais graduais entre áreas de maior e menor concentração de manganês (Figura 80). Esse efeito contribuiu para a redução do patamar dos variogramas e para a melhoria da continuidade espacial.

Apesar dos ganhos estatísticos, o capeamento implica a modificação dos valores originais das amostras, introduzindo uma suavização artificial que reduz parcialmente a heterogeneidade natural do depósito. Conforme discutido por Sinclair & Blackwell (2002) e Abzalov (2016), essa é uma limitação inerente a métodos baseados em transformação de dados, especialmente em depósitos complexos, onde valores extremos podem representar feições geológicas reais.

Desta forma, o modelo 3 apresenta desempenho estatístico superior ao modelo 1 e maior representatividade geológica do que o modelo 2, configurando uma solução intermediária. Contudo, por alterar os valores originais, o capeamento deve ser interpretado com cautela e considerado como uma alternativa secundária, particularmente em contextos onde seja possível controlar a influência dos extremos (Figura 80).

Figura 80 - Modelo de blocos com *capping* aplicado.

Fonte: autor.

4.5.4 Modelo de blocos com vizinhança restrita

O método aplicado no modelo 4, baseia-se na ideia de preservar os dados originais, inclusive os extremos. Pois não modifica os dados e nem removê-los, mas mantém a integridade do banco de dados. Oferecendo uma alternativa metodológica eficiente para diminuir o risco, controlando o alcance da influência espacial dos teores elevados, restringindo a vizinhança de busca.

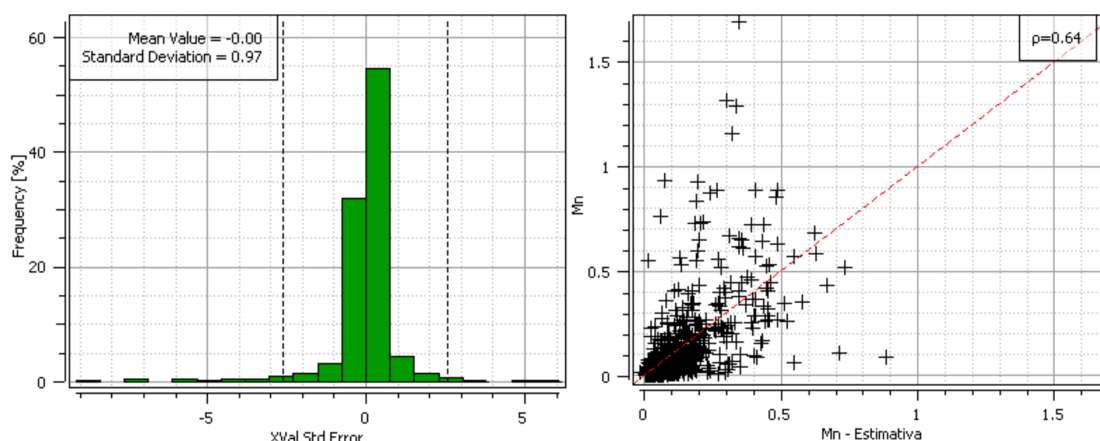
Do ponto de vista metodológico, o procedimento ideal envolveria a realização de testes sistemáticos com diferentes configurações de vizinhança de busca, avaliando a sensibilidade da estimativa a variações nos parâmetros e comparando seus resultados com a validação cruzada. Entretanto, neste estudo, optou-se por uma estratégia controlada e conservadora, na qual o raio de busca foi definido como uma redução proporcional dos alcances variográficos ajustados no modelo 1. Essa escolha teve como objetivo isolar o efeito do controle espacial dos *outliers*, mantendo constantes os demais parâmetros da estimativa, de modo a garantir a comparação entre os cenários avaliados.

Adotou-se um fator de redução de 0.9 sobre os alcances originais (150,150,70m), resultando em novos alcances de 135,135, 63 m. Essa abordagem preservou a geometria da anisotropia original e manteve a coerência estrutural do

variograma. A validação cruzada, mostrou que essa redução controlada foi eficaz para estabilizar a estimativa, mesmo com a manutenção de todos os dados brutos. O modelo apresentou média do erro igual a 0 (ausência de viés), desvio padrão de 0.97, valor equivalente a uma medida global do erro do tipo RMSE e coeficiente de correlação de 0.64 (Figura 81).

Assim, os novos alcances representam um ajuste conservador, adequado para avaliar a sensibilidade da estimativa nos locais com maior influência dos extremos, sem alterar de forma significativa a estrutura espacial do variograma. A restrição do raio de busca, foi escolhida com base em: preservar a anisotropia dos variogramas, limitar a influência de valores extremos somente às áreas onde de fato ocorrem e manter todos os dados originais, sem exclusão ou transformação. Desta forma, esses resultados demonstram que o ajuste espacial aplicado foi suficiente para diminuir o impacto dos extremos sem alterar o banco de dados.

Figura 81 - Histograma e diagrama de correlação gerado na validação cruzada para o modelo 04.

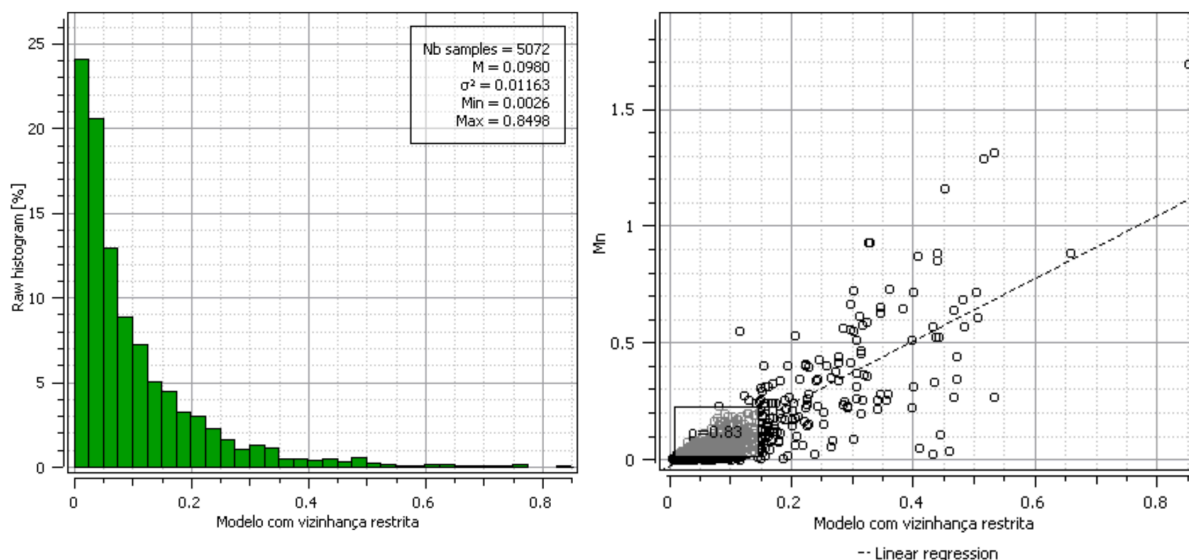


Fonte: autor.

A krigagem ordinária foi ajustada com os alcances de 135m, 135m e 63m (Tabela 22 e 23 nos apêndices). Formando uma elipse de busca menor, em que possuiu como objetivo diminuir a propagação dos teores muito altos, fazendo com que os valores extremos influenciam apenas blocos que estivessem realmente próximos. Ou seja, os teores elevados que antes poderiam prejudicar os blocos, neste novo cenário, passam a atuar dentro de um raio mais curto e isso garante maior controle da influência espacial desses dados. Desta forma, a distribuição dos dados ficou mais homogênea, com a média em torno de 0.0980, próxima da média original (0.0915),

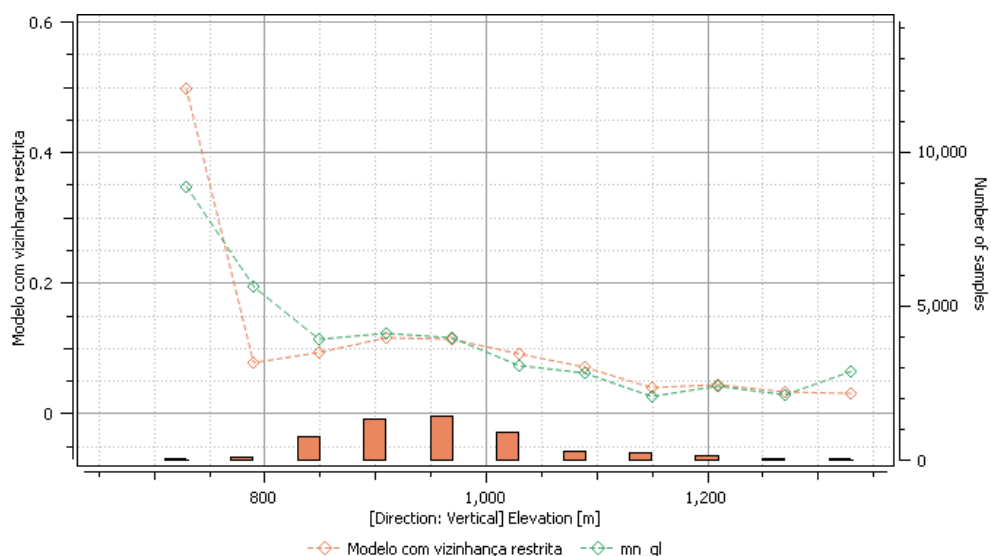
com correlação de 0.83, valores de mínimo de 0.0026 e máximo de 0.8498 (Figura 82).

Figura 82 - Histograma com a contagem de blocos estimados e diagrama de correlação do modelo 04.



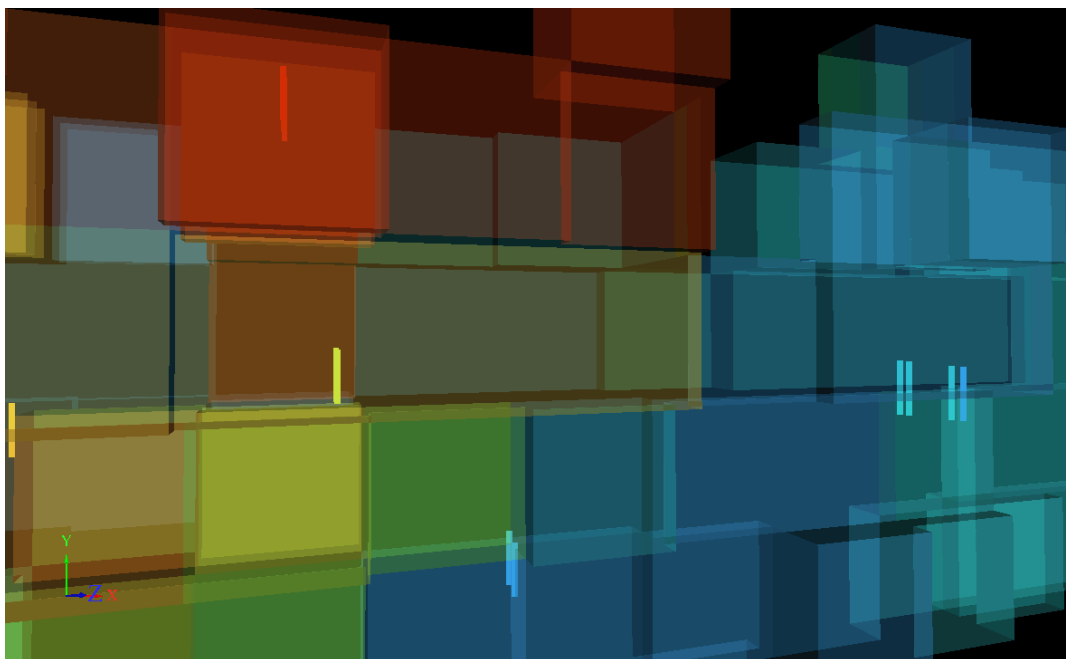
Fonte: autor.

Bem como a validação da estimativa, onde através da curva de análise de tendência, na direção vertical, mostrou a eficiência do método, pois as curvas dos dados e do modelo estimado permanecem sobrepostas, especialmente nas zonas com maior densidade amostral (Figura 83). Confirmando que o modelo é localmente não enviesado e conseguiu reproduzir adequadamente a média dos teores (Tabela 22,23). Além disso, a boa aderência que o modelo conseguiu representar através da validação visual dos furos sobre o modelo de blocos, confirma a adequação do método, pois as cores dos furos também acompanham de forma coerente os teores estimados (Figura 84).

Figura 83 - Validação por *swath plot* na direção vertical do modelo 04.

Fonte: autor.

Figura 84 - Validação visual dos furos, em sessão, ilustrando a eficiência do modelo de blocos 04.



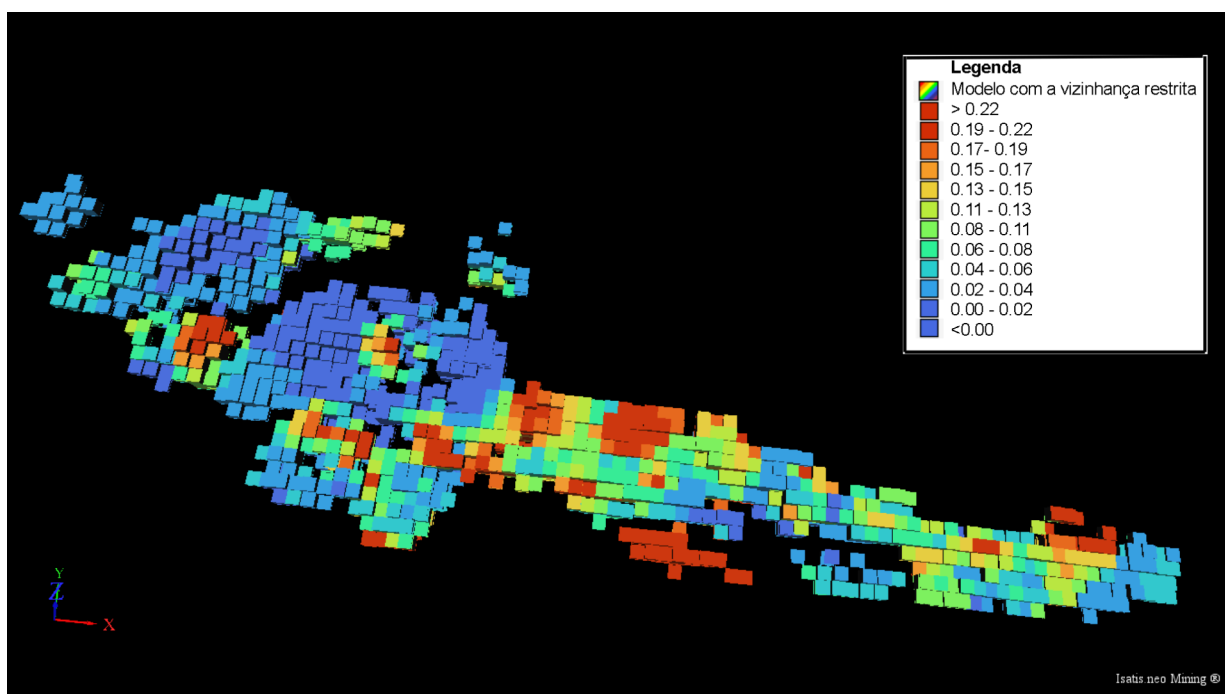
Fonte: autor.

O resultado do modelo 4 representa a abordagem mais sofisticada para o tratamento de *outliers* (Figura 85), pois foca no controle espacial, ao invés de alterar o valor do dado. O método reduz a variabilidade inflada, melhora a continuidade espacial e evita superestimações locais que poderiam impactar decisões econômicas, como a definição de cenários de lavra e estabilidade do inventário frente às variações de *cutoff*. Embora os parâmetros adotados tenham caráter acadêmico e

comparativo, os resultados indicam que estratégias baseadas no controle da vizinhança de busca são mais adequadas para depósitos com anomalias localizadas e múltiplas populações de teores.

Portanto, controlar a vizinhança de busca, em vez de excluir ou modificar amostras, mostrou-se a abordagem mais coerente e tecnicamente consistente para o tratamento de *outliers* neste depósito, preservando a realidade geológica associada aos processos supergênicos vinculados a evolução do Supergrupo Minas, sem comprometer a confiabilidade da estimativa.

Figura 85 - Modelo de Blocos com modificação da vizinhança de busca.



Fonte: autor

4.5.5 Cubagem

A cubagem do modelo 01 (com extremos) foi realizada com o objetivo de estabelecer um cenário de referência, baseado exclusivamente nos dados brutos, permitindo a comparação direta com os demais modelos avaliados neste estudo. Ressalta-se que essa etapa não possui caráter de classificação de recursos minerais, mas sim de avaliação comparativa do impacto dos valores extremos nas estimativas. O processo iniciou pelo cálculo do volume total do domínio mineralizado, que foi de

135.125.000 m³. A partir da adoção de uma densidade média de 2.5 t/m³, obteve-se uma tonelagem global de 337.812.500.00 t (Tabela 25).

Para fins de comparação entre os modelos, foi adotado um teor de corte de 0.0060% de Mn, de modo que apenas os blocos acima desse limite passaram a compor a cubagem. Desta forma, o teor médio resultante para o domínio mineralizado foi de 0.10%, resultando em um metal contido estimado de 33.53 t de Mn contido.

A diferença entre o teor médio e o metal contido reflete o comportamento típico de modelos influenciados por valores extremos. No qual, a variabilidade é elevada e os *outliers* exercem forte influência sobre a distribuição dos teores. Como consequência, o recurso estimado pode representar superestimações locais, reforçando a necessidade de etapas de tratamento.

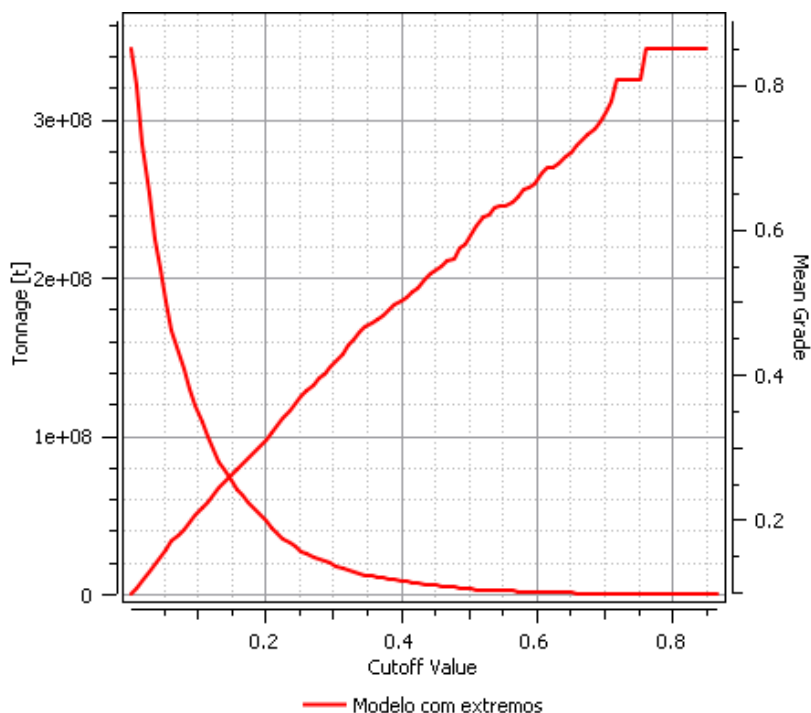
A análise das curvas de cubagem do modelo com extremos, revela a instabilidade causada pelos *outliers* do Mn. A queda abrupta da massa disponível ocorre próxima ao teor de corte de 0.20%, região em que as curvas de tonelagem e teor médio se cruzam e passam a divergir rapidamente, indicando forte sensibilidade do modelo ao aumento do *cutoff* (Figura 86).

Tabela 25 - Parâmetros utilizados na cubagem, para o modelo 1.

<i>Cutoff</i>	Tonelagem (t)	Metal (t)	Teor (%)	Volume (m ³)	Densidade média (t/m ³)
0.0060	337.812.500	33.53	0.10	135.125.000	2.5

Fonte: autor

Figura 86 - Curva de tonelagem total estimada vs. teor de corte para o modelo 1.



Fonte: autor

O processo de cubagem no modelo sem extremos (modelo 2), tornou nítido a inviabilidade do método. Ao multiplicar o volume pela densidade, a tonelagem global foi de 333.000.000.00 t. O teor médio resultante para o domínio mineralizado foi de 0.05%, produzindo uma tonelagem metalífera de 17.68 t de Mn contido (Tabela 26). Diferente do modelo 1, que inflou o inventário devido aos *outliers*, neste, mostrou comportamento instável, justamente por ter ficado “pobre” em termos de variação de teor. Não representando bem o potencial real do Mn no depósito.

A curva de tonelagem (Figura 87) ilustra esse efeito, onde praticamente toda a massa estimada está associada a teores baixos. Neste cenário, grande parte do recurso seria automaticamente descartada. Fazendo com que qualquer aumento no *cutoff* elimine rapidamente grande parte da tonelagem. Essa resposta sensível é um sinal de que ao remover os teores altos, o banco de dados perdeu parte importante da variabilidade natural do depósito.

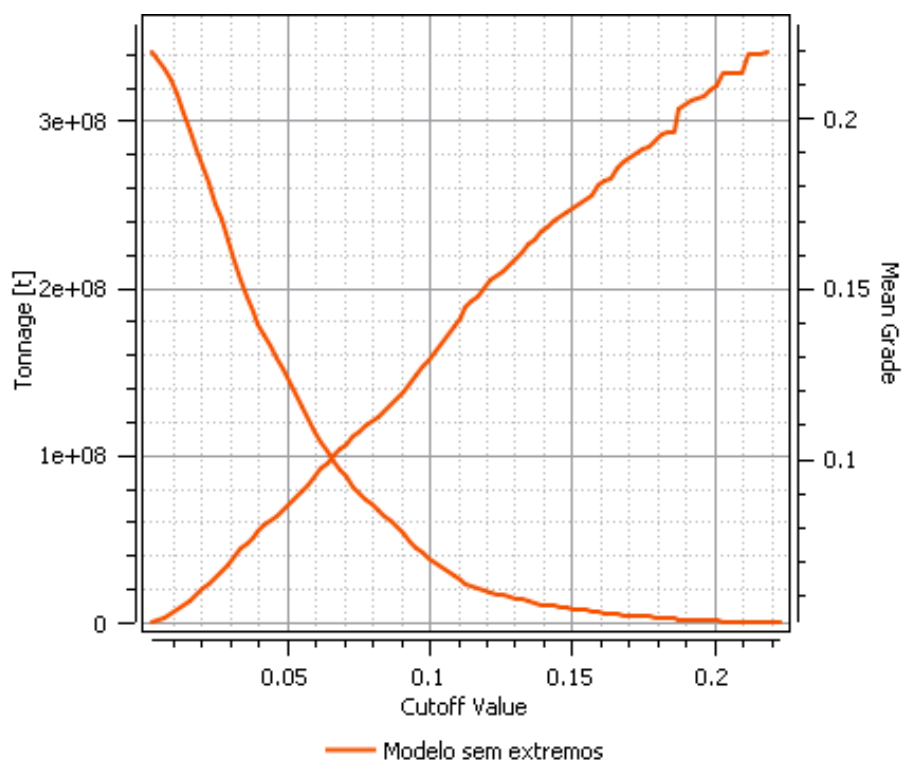
Logo, essa curva no caso do modelo 2, deixa claro que a simples remoção de *outliers* distorce o comportamento estatístico do depósito. Conseqüentemente, esse tipo de abordagem compromete a confiabilidade da estimativa.

Tabela 26 - Parâmetros utilizados na cubagem para o modelo 2.

<i>Cutoff</i>	Tonelagem (t)	Metal (t)	Teor (%)	Volume (m ³)	Densidade média (t/m ³)
0.0060	333.000.000	17.68	0.05	133.200.000	2.5

Fonte: autor

Figura 87 - Curva de tonelagem total estimada vs. teor de corte para o modelo 2.



Fonte: autor

Já a análise da cubagem do modelo com capeamento (modelo 3), mostra de forma direta, como essa estratégia conseguiu controlar o efeito dos valores extremos e produzir um inventário consistente para o Mn (Tabela 27). Iniciando pelo cálculo do volume total do domínio mineralizado, de 134.975.000 m³, ao multiplicar pela densidade média de 2.5 t/m³, é obtido tonelagem global de 337.437.500.00 t.

Na classificação do recurso, foi considerado teor de corte de 0.0060% de Mn e o teor médio resultante foi de 0.10%, do qual produziu uma tonelagem metálfera de 32.47 t de Mn contido. A curva de tonelagem (Figura 88) indica a quantidade total de minério disponível no modelo. Assim, como nos outros cenários, observa-se uma

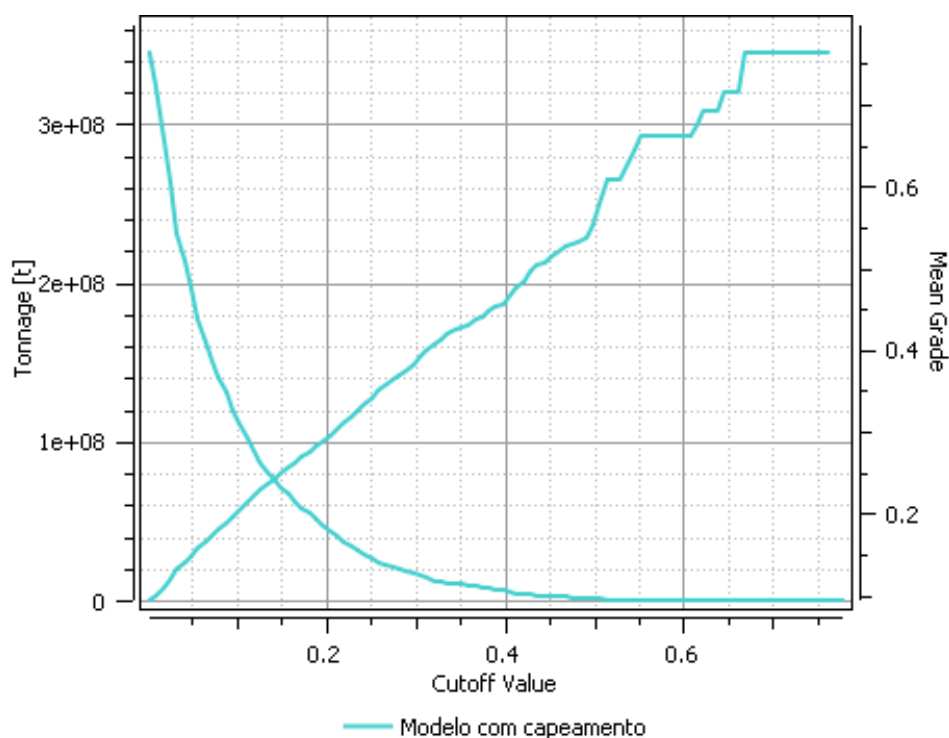
queda acentuada da massa de acordo com o teor de corte aumentando. No entanto, ao contrário do modelo 1 e 2, essa curva é mais estável e coerente com a distribuição esperada do Mn após o tratamento dos extremos. Resultado em um inventário estável e robusto.

Tabela 27 - Parâmetros utilizados na cubagem, para o modelo 3.

<i>Cutoff</i>	Tonelagem (t)	Metal (t)	Teor (%)	Volume (m ³)	Densidade média (t/m ³)
0.006 0	337.437.500	32.47	0.10	134.975.00 0	2.5

Fonte: Autor

Figura 88 - Curva de tonelagem total estimada vs. teor de corte para o modelo 3.



Fonte: autor

Por fim, o modelo com restrição da vizinhança de busca, ilustra a eficiência deste método, uma vez que a krigagem conseguiu controlar a influência espacial dos *outliers* sem alterar os valores originais do banco de dados. O volume total do domínio mineralizado foi de 123.375.000 m³ e, ao aplicar a densidade média de 2.5 t/m³, obteve-se uma tonelagem global de 308.437.500.00 t (Tabela 28).

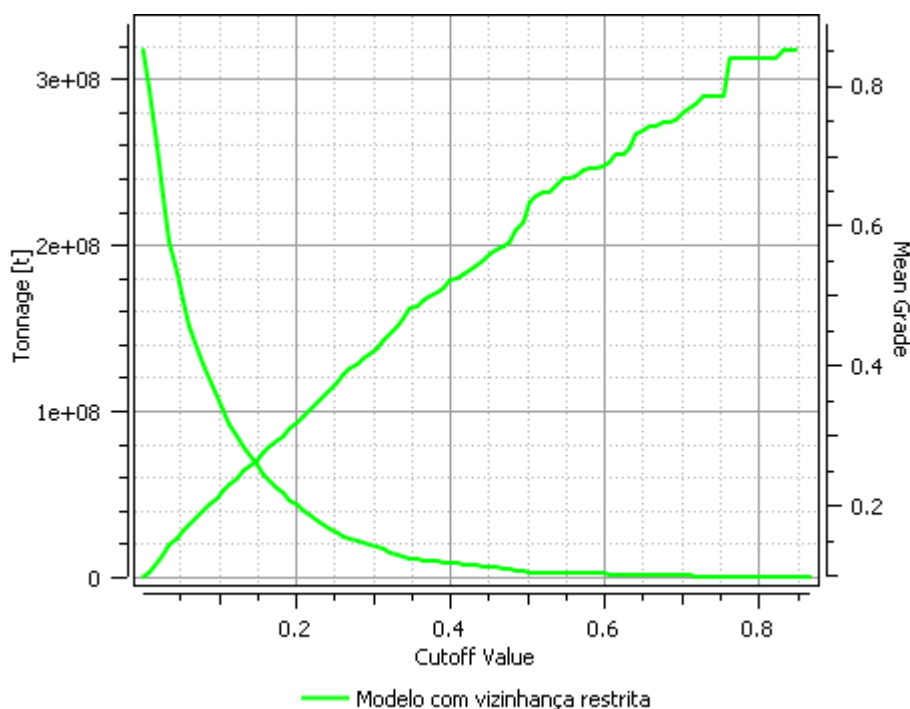
Para fins exclusivamente comparativos entre diferentes cenários de modelagem, foi adotado um teor de corte de 0.0060% de Mn, resultando em um teor médio de 0.10% para o domínio. A partir disso, foi calculada uma tonelagem metalífera de 31.03 t de Mn contido. A curva de tonelagem (Figura 99), evidencia uma queda acentuada da massa conforme o aumento do *cutoff*, mostrando que o corpo mineralizado é dominado por teores baixos. Além disso, mesmo com a restrição da vizinhança de busca, o modelo preservou o comportamento natural do corpo mineralizado, confirmando que o método aplicado foi eficaz em reduzir o impacto dos extremos sem distorcer a realidade geológica.

Tabela 28 - Parâmetros utilizados na cubagem para o modelo 4.

<i>Cutoff</i>	Tonelagem (t)	Metal (t)	Teor (%)	Volume (m ³)	Densidade média (t/m ³)
0.0060	308.437.500	31.03	0.10	123.375.000	2.5

Fonte: autor

Figura 89 - Curva de tonelagem total estimada vs. teor de corte para o modelo 4.



Fonte: autor

Desta forma, através da comparação entre os quatro cenários, observa-se que o modelo 1, apresenta uma curva sistemática acima das demais ao longo de toda a

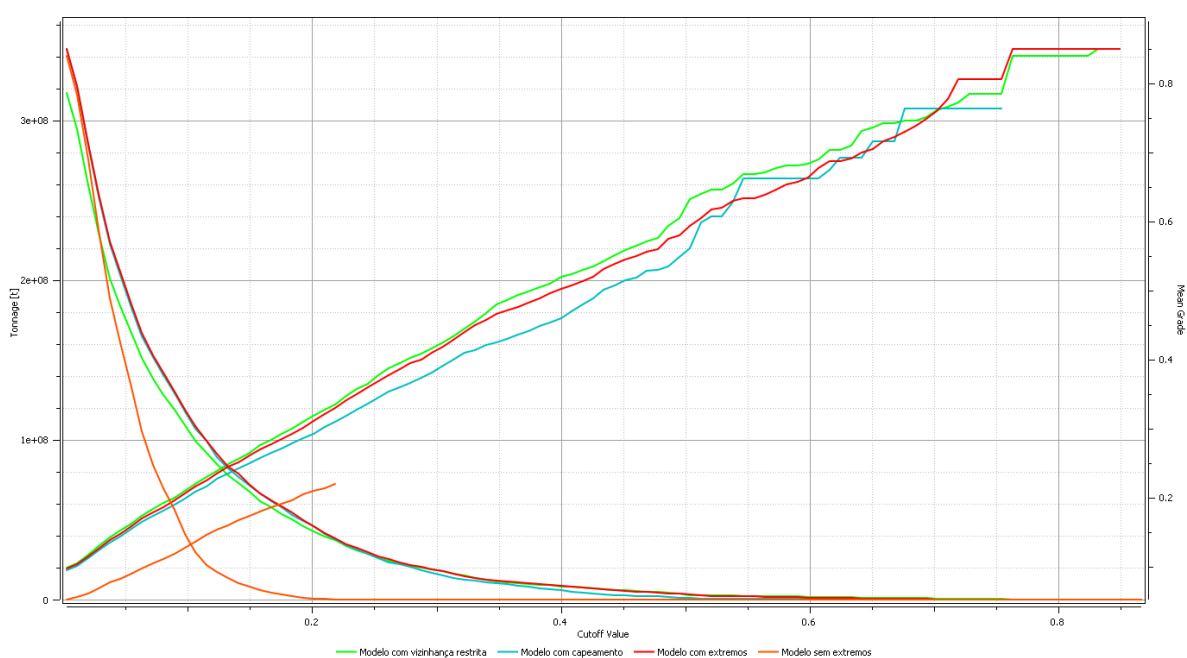
faixa de *cutoff*, refletindo a influência direta dos valores extremos na elevação da tonelagem e do metal contido. Esse comportamento indica um cenário potencialmente otimista, no qual os *outliers* inflacionam as estimativas e aumentam o risco de superestimação.

Em contraste, o modelo 2 gera uma curva com rápida perda de tonelagem à medida que o *cutoff* aumenta, evidenciando que a remoção dos valores extremos reduz significativamente o inventário estimado. Embora estatisticamente mais estável, esse cenário implica, do ponto de vista econômico, maior risco de subestimação.

Já os modelos 3 e 4 possuem curvas mais estáveis. O modelo 3 controla a influência dos extremos através da transformação dos valores, enquanto o modelo 4 limita a propagação espacial sem alterar os dados originais. No entanto, entre eles, o modelo 4 se destaca por manter a geometria e a continuidade espacial do corpo mineralizado, resultando em uma curva consistente, com menor risco de superestimação e sem perda significativa de informação geológica.

Ressalta-se que os parâmetros de corte adotados possuem caráter exclusivamente acadêmico e comparativo, não representando critérios econômicos ou industriais. Ainda assim, as diferenças percentuais entre as curvas, ilustram como escolhas metodológicas diferentes podem impactar decisões econômicas em um cenário aplicado (Figura 90).

Figura 90 - Curvas de tonelagem-teor comparativas dos quatro cenários de modelagem.



Fonte: autor

Quanto a comparação quantitativa entre os modelos de cubagem, observa-se que o modelo 1 apresentou superestimação de aproximadamente 3.3% no metal contido, por conta da propagação espacial indevida dos *outliers*. Em contraste, o modelo com remoção dos extremos, resultou em uma subestimação de cerca de 45.6%, refletindo a perda de informação geológica associada às zonas de enriquecimento supergênico.

Já o modelo 4, apresentou uma diferença de apenas -4.4%, em relação ao modelo de referência, indicando uma leve redução dos valores estimados, o que evidencia um equilíbrio entre controle estatístico e preservação da variabilidade natural do depósito. Do ponto de vista econômico, essas diferenças percentuais podem levar a decisões equivocadas de investimento caso não sejam adequadamente avaliadas. A superestimação do metal contido, pode inflar expectativas de retorno e comprometer a reconciliação futura, enquanto a subestimação pode resultar no descarte prematuro de projetos potencialmente viáveis.

Assim, embora os parâmetros adotados neste estudo tenham caráter comparativo e acadêmico, os resultados demonstram que estratégias de controle espacial dos *outliers* são fundamentais para reduzir riscos técnicos e econômicos, especialmente em depósitos com heterogeneidade elevada e múltiplas populações de teores, como os do Quadrilátero Ferrífero.

5 Discussão dos resultados

Os resultados obtidos ao longo deste trabalho demonstram, de forma clara o quanto a presença de valores extremos influencia todas as etapas da modelagem. Desde a estatística descritiva e variograma até a krigagem e, principalmente, a cubagem final do manganês. A comparação entre os quatro cenários permitiu quantificar esse impacto e avaliar quais métodos são mais eficazes para controlar o risco sem comprometer a representatividade geológica do depósito (Figura 91).

O modelo 1 (sem tratamento), manteve todos os dados brutos e evidenciou o efeito direto dos *outliers*: aumento artificial da variância, patamar elevado nos variogramas e transições abruptas entre blocos, produzindo estimativas inflacionadas. Implicando risco significativo de superestimação de recursos. Esse comportamento reflete a heterogeneidade da Formação Cauê, mas também a propagação descontrolada de valores extremos, situação amplamente discutida por Isaaks & Srivastava (1989).

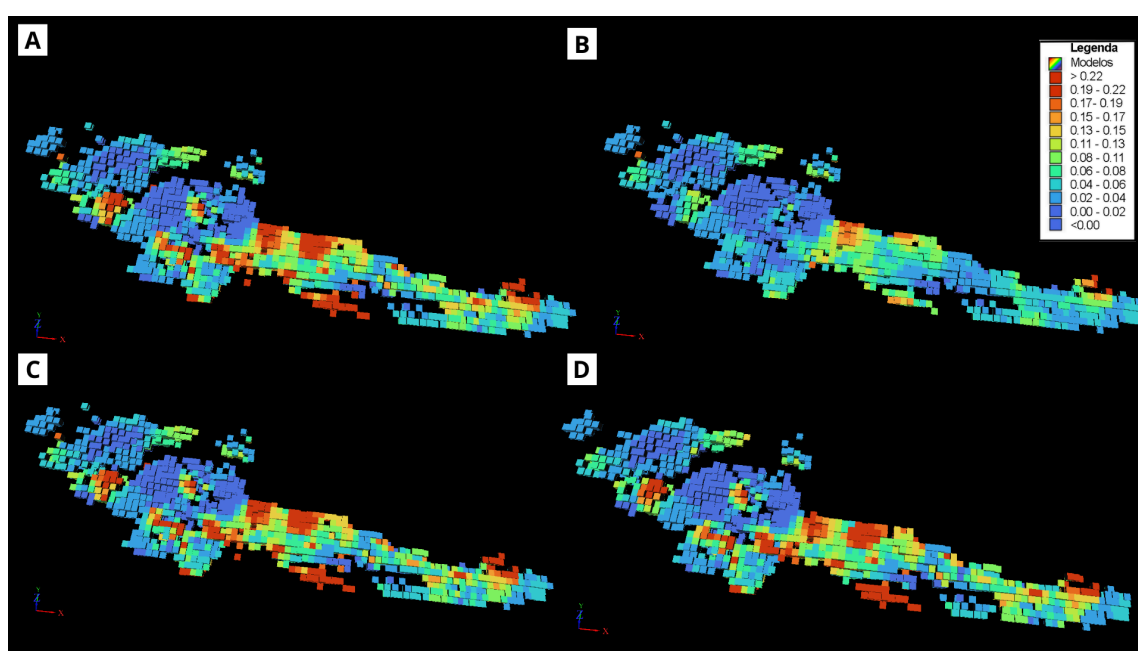
O modelo 2 (remoção de *outliers*), reduziu de forma expressiva a variância e gerou estimativas mais estáveis. No entanto, essa melhoria estatística ocorre com a perda da representatividade geológica. Ao eliminar os 122 valores que correspondem a enriquecimentos reais nos itabiritos friáveis, o modelo passou a representar apenas a população de baixo teor, resultando em subestimação significativa de metal (apenas 17.68 t), uma média artificialmente reduzida (0.052%) e perda da assinatura supergênica da Formação Cauê, situação amplamente defendida por Abzalov (2016). E discutida por Goovaerts (1997): remover extremos pode distorcer a variabilidade natural do depósito, tornando essa abordagem inadequada.

O modelo 3 estabelece um meio-termo ao aplicar o *capping*. Manteve todos os dados e limitou apenas os teores muito altos. O valor máximo do *capping* foi de 9, um corte menos agressivo do que o indicado pelo Método de Tukey (1977), que sugeria 15 como limite. Esse ajuste reduziu o patamar do variograma, mostrando a variabilidade exagerada, causada pelos extremos. Porém, por alterar numericamente os teores reais, o método induziu suavização excessiva, reduzindo parte da heterogeneidade litogeoquímica. Um efeito já apontado por Abzalov (2016), em depósitos complexos. Assim, ainda que estatisticamente estável, o modelo compromete parcialmente a fidelidade geológica.

O modelo 4 (restrição da vizinhança de busca), apresentou o melhor desempenho entre as abordagens testadas. Ao limitar espacialmente a influência dos valores extremos, preservou os dados originais, reduzindo proporcionalmente o raio de busca (135, 135, 63 m), conservando a anisotropia original do depósito e garantindo que os teores altos influenciasses somente blocos realmente próximos. A validação cruzada reforça sua qualidade: erro médio igual a zero, correlação estável de 0.64 e desvio padrão próximo de 1. Por não remover nem transformar as amostras e, por controlar a influência de zonas de enriquecimento típicas de BIFs do Quadrilátero Ferrífero, o método oferece o equilíbrio mais consistente entre fidelidade geológica e robustez estatística, conforme também sugerido por Rossi & Deutsch (2014) e pelas premissas de preservação geométrica discutidas por Sinclair & Blackwell.

Em síntese, os quatro cenários revelam um equilíbrio fundamental em depósitos ferríferos bandados: quanto maior a preservação da informação geológica, maior o desafio estatístico. Quanto maior o controle estatístico, maior o risco de descaracterizar processos supergênicos reais. O modelo 4 se destaca justamente por equilibrar esses dois pilares, apresentando-se como a abordagem mais adequada para modelagens futuras e aplicações operacionais em depósitos de alta heterogeneidade.

Figura 91 - Análise comparativa dos modelos gerados no estudo: A) modelo 01; B) modelo 02; C) modelo 3; D) modelo 4.



Fonte: autor

Tabela 29 - Comparação da cubagem dos modelos de blocos e o impacto do tratamento de extremos no manganês.

Critério	Modelo 01	Modelo 02	Modelo 03	Modelo 04
Método	Sem tratamento	Remoção	Capeamento	Redução do raio
Média Estimada	0.0973	0.0521	0.0942	0.0980
<i>Cutoff</i>	0.0060	0.0060	0.0060	0.0060
Tonelagem (t)	337.812.500	333.000.000	337.437.500	308.437.500
Metal (t)	33.53	17.68	32.47	31.03
Teor (%)	0.10	0.05	0.10	0.10
Volume (m ³)	135.125.000	133.200.000	134.975.000	123.375.000

Fonte: Autor

6 Conclusões

A análise realizada ao longo deste trabalho indicou que a geologia do depósito possui papel importante no comportamento dos dados e, conseqüentemente, na construção dos modelos. A Formação Cauê, marcada por forte heterogeneidade, processos supergênicos de enriquecimento e presença de subpopulações de alto teor, condiciona diretamente tanto a distribuição do manganês quanto às estruturas de continuidade espacial observadas nos variogramas.

Essas características geológicas foram essenciais para definir os parâmetros aplicados, como o *lag* (50 m), escolhido com base no espaçamento médio dos furos (108 m) e os alcances dos variogramas principais, que refletem a anisotropia típica dos itabiritos friáveis. Da mesma forma, a parametrização da krigagem considerou a geometria alongada do corpo mineralizado, o controle litológico e a necessidade de evitar propagação indevida dos teores elevados.

A comparação entre os quatro modelos permitiu quantificar o impacto dos valores extremos e avaliar a eficiência de diferentes estratégias de controle. O modelo sem tratamento preservou todos os dados, porém, apresentou superestimação e transições artificiais entre blocos (resultado da influência dos teores altos). Já o modelo com remoção dos extremos, reduziu a variabilidade, mas gerou forte subestimação de metal, além de eliminar justamente as zonas de enriquecimento conhecidas na Formação Cauê. O modelo com capeamento, mostrou maior estabilidade, suavizando picos e melhorando a continuidade espacial. Alterando valores reais das amostras, reduzindo artificialmente a heterogeneidade, o que não é ideal em depósitos naturalmente complexos.

Por outro lado, o modelo com restrição da vizinhança de busca, apresentou o melhor equilíbrio entre fidelidade geológica e consistência dos dados. Essa abordagem respeita a anisotropia do corpo, preserva valores originais e controla a influência dos extremos de forma espacialmente limitada, permitindo que teores elevados impactam somente os blocos próximos, onde são geologicamente plausíveis. Além disso, forneceu os melhores resultados de validação, com erro médio nulo, correlação estável, desvio padrão consistente e tonelagem compatível com a distribuição observada dos dados. Trata-se de uma abordagem que melhora a qualidade das estimativas sem distorcer o comportamento natural do depósito,

atendendo às recomendações da literatura e aos critérios de auditoria exigidos por códigos internacionais como JORC (2024).

Desta forma, conclui-se que o modelo 4 representa a solução mais robusta para depósitos ferríferos bandados com forte heterogeneidade e presença de valores extremos reais. Ele preserva a integridade do banco de dados, reduz riscos de superestimação ou subestimação e mantém a coerência espacial esperada para ambientes supergênicos. Assim, recomenda-se que estudos futuros adotem abordagens baseadas em controle espacial e não em alteração ou remoção dos valores. Reforçando a necessidade de integrar estatística e geologia de forma consistente para garantir estimativas confiáveis.

Referências

- ABZALOV, Marat. ***Applied Mining Geology***. V. 12. Switzerland: Springer International Publishing, 2016.
- ALKMIM, F. F; MARSHAK, S. 1998. *Transamazonian Orogeny in the Southern São Francisco Craton, Minas Gerais, Brazil: Evidence for Paleoproterozoic Collision and Collapse in the Quadrilátero Ferrífero*. **Precambrian Research**. 90: 29-58.
- ALMEIDA, Fernando F. M; BARTORELLI, Andrea; CARNEIRO, Celso D. R; HASUI, Yociteru. **Geologia do Brasil**. São Paulo: Beca, 2012
- BARBOSA, Danilo, P; BOTTEGA, Eduardo, L; VALENTE, Domingos, S. M; SANTOS, Nerilson, T; GUIMARÃES, Wellington, D. *Delineation of homogeneous zones based on geostatistical models robust to outliers*. **Revista Caatinga**, v. 32, p. 472-481, 2019.
- CHANDERMAN, L; DOHM, C. E; MINNITT, R. C. A. *3D geological modelling and resource estimation for a gold deposit in Mali*. **Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy**, v. 117, n. 2, p. 189-197, 2017.
- CHEMALE Jr, Farid; ROSIÈRE, Carlos A; ENDO, Issamu. *Evolução Tectônica do Quadrilátero Ferrífero, Minas Gerais - Um Modelo*. **Instituto de Geociências**. Porto Alegre, RS, 18 (2): 104-127, dezembro, 1991.
- COSTA, João F. *Reducing the Impact of Outliers in Ore Reserves Estimation*. **International Association for Mathematical Geology**. Porto Alegre, v. 35, No. 3, p. 323 - 345, 2003.
- DEUTSCH, C. V.; JOURNEL, A. G. *Geostatistical Software Library and User's Guide*. New York: Oxford University Press, 1989.
- DEUTSCH, C.V; JOURNEL, A. G. 1998. *GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide*. 2nd ed, New York (New York), Oxford University Press, 369p.
- DEY, Sudeshna et al. *Ecotoxicological consequences of manganese mining pollutants and their biological remediation*. **Environmental chemistry and ecotoxicology**, v. 5, p. 55-61, 2023.
- DORR, John V. N. *Nature and Origin of the High-Grade Hematite ores of Minas Gerais, Brazil*. V. 60, pp. 1-46. **Economic Geology**, February, 1965.
- GOMES, Hugo L. Á. *Aplicação de Métodos para tratamento de outliers na obtenção de modelos mais acurados - estudo de caso da Mina Santa Isabel, Acuruí/MG*. 2024. 83 pág. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Minas, Metalúrgica e dos Materiais) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2024.
- GOOVAERTS, Pierre. **Geostatistics for Natural Resources Evaluation**. V. 1. New York: Oxford University Press, 1997.

GY, P. M. 1979. ***Sampling of particulate materials: theory and practice***. Elsevier, Amsterdam, 431p.

JAPAN AEROSPACE EXPLORATION AGENCY. ALOS PALSAR: **Advanced Land Observing Satellite**. Tóquio: JAXA, 2011. Base cartográfica. Disponível em: https://www.eorc.jaxa.jp/ALOS/en/index_e.htm. Acesso em: 12 de maio de 2025.

JORC, 2024. ***Australasian Code for Reporting of Exploration Targets, Exploration Results, Mineral Resources, and Ore Reserves***. Joint Ore Reserves Committee of the Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Australasian Institute of Geoscientists and Minerals Council of Australia. 53p.

JOURNEL, A. G. *Geostatistics for conditional simulation of ore bodies*. **Economic Geology**, v. 78, n. 8, p. 1257–1276, 1983.

KOSDAULETOV, Nurlybai; NURUMGALIYEV, Assylbek; ZHAUTIKOV, Bakyt; SULEIMEN, Bakyt; ADILOV, Galymzhan; KELAMANOV Bauyrzhan; SMIRNOV Konstantin; ZHUNISKALIYEV Talgat; KUATBAY Yerbol; BULEKOVA Gulzat; ABDIRASHIT, Assylbek. Selective Reduction of Iron from Iron–Manganese Ore of the Keregetas Deposit Using Hydrogen. **Metals**, v. 15, n. 7, p. 691, 2025.

MACHADO, Rochana, S. Uma alternativa para a Estimativa de teores em depósitos de ouro: Geoestatística paramétrica de campo. 2012. 94p. Tecnologia Mineral e Metalurgia Extrativa - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

ORTIZ, Carlos, E. A. Uma utilização de simulação geoestatística no tratamento de incertezas no planejamento de mina. 2008. 149p. Engenharia mineral (Lavra de Minas) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, 2008.

PITARD, F. F. 1993. ***Pierre Gy's sampling theory and sampling practice: heterogeneity, sampling correctness and statistical process control***. 2. ed. Boca Raton: CRC Press, 488p.

ROSIÈRE, Carlos A; SIEMES, Heinrich; QUADE, Horst; BROKMEIER, Heinz-Günter; JANSEN, Eleonore M. J. *Microstructures, textures and deformation mechanisms in hematite*. **Journal of Structural Geology**, V.23. P. 1429-1440, 2001.

ROSSI, M; DEUTSCH, C. V. ***Mineral resource estimation***. New York: Springer, 2014.

SANTOS, Adriana, M. R. T. *Outliers em variáveis geoespaciais: proposições utilizando geoestatística*. 2016. 82p. Engenharia Civil (*Doctor Scientiae*) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2016.

SGB, SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL. **Mapa geológico do Quadrilátero Ferrífero**. Brasília: SGB, 2022. Mapa. Disponível em: <https://www.sgb.gov.br/>. Acesso em: 12 de maio de 2025.

SINCLAIR, Alastair J; BLACKWELL, Garston H. ***Applied Mineral Inventory Estimation***. United Kingdom: Cambridge, 2002.

SJÖQVIST, Tobias; JÖNSSON, Pär; BERG, Halvard. **The Effect of Ferromanganese Cleanness on Inclusions in Steel**. 2000.

TASTANOVA, A. et al. Processing of low-quality manganese-containing raw materials to obtain pellets for production ferromanganese alloys. Review. **Engineering Journal of Satbayev University**, v. 145, n. 4, p. 10-18, 2023.

TUKEY, John Wilder et al. **Exploratory data analysis**. Reading, MA: Addison-wesley, 1977.

ZHANG, Yuanbo; ZHANG, Bei; LIU Bingbing; HUANG, Junjie; YE Jing; LI Yuelong. Physicochemical Aspects of Oxidative Consolidation Behavior of Manganese Ore Powders with Various Mn/Fe Mass Ratios for Pellet Preparation. **Materials**, v. 15, n. 5, p. 1722, 2022.

Zhu, H; and A. G. Journal. *Mixture of populations*; **Mathematical Geology**, v. 23, p. 647–671, 1991.

Apêndice A - Sumário de *outliers* e extremos para as litologias do banco de dados.

Tabela 11 -Sumário de *outliers* e extremos: Hematita (HE).

	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Média	64.57	3.660	0.072	0.852	0.053	2.835
Desvio P.	1.606	2.368	0.023	0.475	0.053	1.108
Q1	63.66	1.874	0.055	0.501	0.026	2.047
Q3	65.50	4.875	0.086	1.119	0.059	3.678
IQR	1.840	3.000	0.031	0.617	0.033	1.631
Limites Outlier Inferior	60.91	-2.63	0.01	-0.42	-0.02	-0.40
Limites Outlier Superior	68.27	9.38	0.13	2.05	0.11	6.13
Limites Extremos Inferiores	58.15	-7.13	-0.04	-1.35	-0.07	-2.85
Limites Extremos Superiores	71.03	13.88	0.13	2.97	0.16	8.57

Fonte: autor.

Conforme apresentado na Tabela 11, foram identificados os limites de corte para a identificação de *outliers* e extremos da hematita. A partir desses limites, foi possível verificar os seguintes valores no banco de dados:

- Fe (%): foram identificados 6 *outliers* (60.73; 57.155; 56.632; 53.41; 68.941; 69.566), não sendo observados valores extremos;
- Sílica (%): foram identificados 3 *outliers* (9.4; 10.3; 11,4) e 3 valores classificados como extremos (14.5; 15.9; 20,5);
- P (%): não foram identificados *outliers* ou extremos;
- Al (%): foram identificados 4 *outliers* (2.2; 2.3; 2.4; 2.5) e 2 valores extremos (3.15; 3.48);
- Mn (%): apresentaram-se 12 valores de *outliers* (0.1; 0.125; 0.127; 0.128; 0.129; 0.131; 0.133; 0.135; 0.136; 0.141; 0.155; 0.158) e 12 valores extremos (0.166; 0.18; 0.194; 0.199; 0.2; 0.216; 0.261; 0.268; 0.27; 0.287; 0.328; 0.466);
- Pf (%): não foram identificados *outliers* e extremos;

Tabela 12 - Sumário de *outliers* e extremos: Hematita Goethítica

	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Média	61.94	3.761	0.132	1.243	0.081	0.081
Desvio P.	2.030	2.880	0.051	0.755	0.114	0.114
Q1	60.63	1.730	0.101	0.727	0.03	4.506
Q3	63.38	4.903	0.156	1.539	0.081	6.966
IQR	2.754	3.173	0.054	0.812	0.051	2.459
Limites Outlier Inferior	56.50	-3.03	0.02	-0.49	-0.05	0.82
Limites Outlier Superior	67.52	9.66	0.24	2.76	0.16	10.66
Limites Extremos Inferiores	52.37	-7.79	-0.06	-1.71	-0.12	-2.87
Limites Extremos Superiores	71.65	14.42	0.32	3.98	0.23	14.35

Fonte: autor.

Conforme apresentado no Tabela 12, foram identificados os limites de corte para a identificação de *outliers* e extremos da hematita goethítica. A partir desses limites, foi possível verificar os seguintes valores no banco de dados:

- Fe (%): foram identificados 4 *outliers* (55.65; 55.36; 55.08; 53.362), não sendo verificados valores extremos;
- Si (%): foram identificados 10 *outliers* (9.665; 9.856; 9.936; 10.5; 10.642; 11.156; 11.26; 11.956; 12.269; 13.79) e 1 valor classificado como extremo (15.51);
- P (%): foram encontrados 5 *outliers* (0.24; 0.242; 0.244; 0.248; 0.257) e 2 valores classificados como extremos (0.332; 0.459);
- Al (%): foram observados 6 *outliers* (2.8; 2.877; 3.029; 3.251; 3.41; 3.574) e 3 valores classificados como extremos (4.2; 4.534; 5.952);
- Mn (%): foram identificados 8 *outliers* (0.159; 0.161; 0.164; 0.173; 0.176; 0.197; 0.201; 0.212), e 18 valores extremos (0.24; 0.257; 0.265; 0.278; 0.285; 0.292; 0.3; 0.327; 0.351; 0.373; 0.381; 0.417; 0.529; 0.565; 0.57; 0.652; 0.804; 1.03);
- Pf (%): foram identificados 2 *outliers* (11.427; 12.42), não sendo observados valores extremos;

Tabela 13 - Sumário de *outliers* e extremos: Itabirito Friável Rico (IFR).

Sumário	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Média	59.15	7.227	0.139	2.147	0.092	5.381
Desvio Padrão	3.823	5.654	0.054	1.181	0.133	2.134
Q1	54.06	11.67	0.041	0.305	0.02	1.427
Q3	59.47	19.94	0.072	0.743	0.066	2.912
IQR	5.419	8.265	0.031	0.439	0.046	1.485
Limites Outlier Inferior	45.93	-0.72	-0.01	-0.352	-0.05	-0.80
Limites Outlier Superior	67.61	32.34	0.12	1.401	0.14	5.14
Limites Extremos Inferiores	37.80	-13.12	-0.05	-1.01	-0.12	-3.03
Limites Extremos Superiores	75.74	44.74	0.17	2.06	0.20	7.37

Fonte: autor.

Conforme apresentado na Tabela 13, foram identificados os limites de corte para a identificação de *outliers* e extremos do itabirito friável rico. A partir desses limites, foi possível verificar os seguintes valores no banco de dados:

- Fe (%): não foram identificados *outliers* e valores extremos;
- Si (%): não foram identificados *outliers* e extremos;
- P (%): foram identificados 8 *outliers* (0.119; 0.12; 0.123; 0.124; 0.128; 0.138; 0.144; 0.151) e 1 extremo (0.227);
- Al (%): foram identificados 42 *outliers* (1.407; 1.421; 1.427; 1.43; 1.438; 1.451; 1.458; 1.46; 1.466; 1.501; 1.503; 1.512; 1.517; 1.524; 1.542; 1.555; 1.561; 1.58; 1.582; 1.585; 1.587; 1.59; 1.594; 1.599; 1.614; 1.636; 1.647; 1.652; 1.665; 1.706; 1.735; 1.776; 1.798; 1.803; 1.847; 1.862; 1.884; 1.904; 1.924; 1.967; 1.97; 1.999) e quatro valores extremos (2.081; 2.363; 2.444; 2.918);
- Manganês (Mn%): apresentaram-se 61 valores de *outliers* (0.147; 0.148; 0.156; 0.157; 0.158; 0.159; 0.16; 0.162; 0.164; 0.17; 0.179; 0.186; 0.194; 0.195) e cinquenta e seis valores extremos (0.202, 0.203, 0.206, 0.207, 0.208, 0.211, 0.214, 0.215, 0.216, 0.22, 0.222, 0.223, 0.225, 0.228, 0.229, 0.239, 0.241, 0.243, 0.25, 0.251, 0.256, 0.258, 0.261, 0.263, 0.269, 0.277, 0.279, 0.285, 0.296, 0.315, 0.324, 0.348, 0.363, 0.37, 0.371, 0.374, 0.383, 0.393, 0.397, 0.399, 0.415, 0.424, 0.461, 0.464, 0.465, 0.47, 0.475, 0.544, 0.551, 0.559, 0.568, 0.583, 0.711, 0.738, 0.786, 0.943).
- Perda ao fogo (Pf%): identificados 2 *outliers* (5.48, 5.5) apenas.

Tabela 14 - Sumário de *outliers* e extremos: Itabirito Compacto (IC).

Sumário	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Média	43.32	35.40	0.045	0.265	0.060	2.125
Desvio Padrão	5.514	8.059	0.023	0.180	0.124	1.165
Q1	39.35	31.25	0.028	0.139	0.017	1.189
Q3	46.10	41.01	0.057	0.323	0.051	2.987
IQR	6.754	9.762	0.029	0.184	0.035	1.798
Limites Outlier Inferior	29.22	16.61	-0.02	-0.14	-0.04	-1.51
Limites Outlier Superior	56.24	55.66	0.10	0.60	0.10	5.68
Limites Extremos Inferiores	19.09	1.97	-0.06	-0.41	-0.09	-4.21
Limites Extremos Superiores	66.37	70.30	0.14	0.88	0.16	8.38

Fonte: autor.

Conforme apresentado no Tabela 14, foram identificados os limites de corte para a identificação de *outliers* e extremos do itabirito compacto. A partir desses limites, foi possível verificar os seguintes valores no banco de dados:

- Fe (%): foram identificados 22 *outliers* (56.281; 56.54; 56.739; 56.867; 56.92; 57.048; 57.114; 57.192; 57.294; 57.39; 57.75; 58.124; 58.36; 58.509; 58.75; 59.389; 60.203; 60.36; 61.811; 62.615; 64.155; 65.578), não sendo observados valores extremos;
- Si (%): foram identificados 3 *outliers* (16.301; 16.213; 16.1; 15.751; 15.609; 15.348; 15.004; 14.959; 14.25; 14.155; 14.04; 13.982; 13.95; 13.59; 13.45; 12.754; 12.009; 11.891; 11.284; 10.46; 8.95; 8.874; 7.056; 5.358; 4.176) e 1 valor classificado como extremo (1.996);
- P (%): foram encontrado 16 *outliers* (0.101; 0.102; 0.103; 0.104; 0.107; 0.108; 0.109; 0.11; 0.111; 0.113; 0.114; 0.115; 0.116; 0.117; 0.118; 0.132).
- Al (%): foram identificados 41 *outliers* (0.604; 0.606; 0.613; 0.616; 0.619; 0.626; 0.63; 0.632; 0.641; 0.642; 0.644; 0.649; 0.652; 0.653; 0.654; 0.656; 0.672; 0.674; 0.678; 0.688; 0.695; 0.711; 0.712; 0.715; 0.72; 0.724; 0.729; 0.734; 0.749; 0.752; 0.758; 0.765; 0.782; 0.79; 0.792; 0.794; 0.812; 0.818; 0.832; 0.859; 0.871) e 9 valores extremos (0.928; 0.974; 0.984; 0.987; 1.077; 1.142; 1.161; 1.164; 1.21);

- Mn (%): apresentaram-se 4 valores de *outliers* (0.113; 0.123; 0.129; 0.159) e 10 valores extremos (0.177; 0.216; 0.232; 0.282; 0.301; 0.326; 0.366; 0.429; 0.52; 0.641);
- Pf (%): foi encontrado 1 *outlier* (5.685) e nenhum valor extremo;

Tabela 15 - Sumário de *outliers* e extremos:Itabirito Goethítico (IGO).

Sumário	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Média	49.75	20.50	0.118	1.101	0.210	6.514
Desvio Padrão	7.434	12.21	0.061	1.075	0.368	2.795
Q1	44.08	10.38	10.38	0.466	0.045	4.461
Q3	56.19	30.01	30.01	1.416	0.283	8.598
IQR	12.11	19.62	19.62	0.950	0.283	4.137
Limites Outlier Inferior	25.92	-19.04	-19.04	-0.96	-0.31	-1.74
Limites Outlier Superior	74.36	59.44	59.44	2.84	0.64	14.80
Limites Extremos Inferiores	7.76	-48.48	-48.48	-2.38	-0.67	-7.95
Limites Extremos Superiores	92.53	88.88	88.88	4.27	1.00	21.01

Fonte: autor.

Conforme apresentado no Tabela 15, foram identificados os limites de corte para a identificação de *outliers* e extremos do itabirito goethítico. A partir desses limites, foi possível verificar os seguintes valores no banco de dados:

- Fe (%): não foram identificados *outliers* e extremos;
- Si (%): não foram identificados *outliers* e extremos;
- P (%): não foram identificados *outliers* ou extremos;
- Al (%): foram identificados 20 *outliers* (2.91; 2.918; 2.979; 3.116; 3.147; 3.235; 3.346; 3.356; 3.384; 3.425; 3.481; 3.526; 3.576; 3.702; 3.763; 3.842; 3.879; 3.928; 4.041; 4.143) e 12 valores extremos (4.362; 4.458; 4.598; 4.634; 4.689; 4.838; 5.404; 6.858; 7.123; 9.45; 10.932; 11.077);
- Mn (%): apresentaram-se 6 valores de *outliers* (0.719; 0.756; 0.773; 0.78; 0.815; 0.99) e 9 valores extremos (1.001; 1.047; 1.274; 1.332; 1.534; 1.538; 1.669; 2.124; 2.419);
- Pf (%): não foram identificados *outliers* e extremos.

Tabela 16 - Sumário de *outliers* e extremos: Itabirito Argiloso Rico (IAR).

Sumário	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Média	59.15	7.227	0.139	2.147	0.092	5.381
Desvio	3.823	5.654	0.054	1.181	0.133	2.134
Padrão						
Q1	56.27	2.409	0.099	1.215	0.032	3.737
Q3	52.16	9.985	0.17	2.747	0.101	6.608
IQR	-4.111	7.577	0.071	1.533	0.070	2.871
Limites	62.44	-8.96	-0.01	-1.08	-0.07	-0.57
Outlier						
Inferior						
Limites	46.00	21.35	0.28	5.05	0.21	10.92
Outlier						
Superior						
Limites	68.61	-20.32	-0.11	-3.38	-0.18	-4.88
Extremos						
Inferiores						
Limites	39.83	32.72	0.38	7.35	0.31	15.22
Extremos						
Superiores						

Fonte: autor.

Conforme apresentado no Tabela 16, foram identificados os limites de corte para a identificação de *outliers* e extremos do itabirito argiloso rico. A partir desses limites, foi possível verificar os seguintes valores no banco de dados:

- Fe (%): não foram identificados *outliers* e extremos;
- Si (%): foram encontrados 7 *outliers* (21.68; 21.762; 22.18; 22.64; 22.72; 23.83; 25.981) e não foram identificados extremos;
- P (%): apresentaram-se 6 valores de *outliers* (0.283; 0.287; 0.298; 0.305; 0.312; 0.336) e não foram identificados extremos;
- Al (%): foram identificados 5 *outliers* (5.355; 5.48; 5.662; 5.913; 6.989) e não houve valores extremos;
- Mn (%): apresentaram-se 8 valores de *outliers* (0.207; 0.208; 0.212; 0.215; 0.235; 0.246; 0.249; 0.293) e 9 valores extremos (0.322; 0.33; 0.341; 0.343; 0.359; 0.703; 0.81; 1.16; 1.184);
- Pf (%): foram encontrados 4 *outliers* (11.164; 11.264; 11.39; 13.03) e não foram identificados e extremos;

Tabela 17 - Sumário de *outliers* e extremos: Itabirito Manganêsífero (IMN).

Sumário	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Média	46.17	26.96	0.060	0.752	2.297	2.755
Desvio Padrão	9.109	12.20	0.025	0.975	1.865	1.805
Q1	38.87	14.16	0.033	0.33	1.471	1.61
Q3	51.88	36.44	0.075	0.641	2.257	3.219
IQR	13.01	22.28	0.042	0.311	0.786	1.609
Limites Outlier Inferior	19.35	-19.27	-0.03	-0.14	0.29	-0.80
Limites Outlier Superior	71.40	69.87	0.14	1.11	3.44	5.63
Limites Extremos Inferiores	-0.16	-52.70	-0.09	-0.60	-0.89	-3.22
Limites Extremos Superiores	90.92	103.3	0.20	1.57	4.62	8.05

Fonte: autor.

Conforme apresentado no Tabela 17, foram identificados os limites de corte para a identificação de *outliers* e extremos do itabirito manganêsífero. A partir desses limites, foi possível verificar os seguintes valores no banco de dados:

- Fe (%): não foram identificados *outliers* e extremos;
- Si (%): não foram identificados *outliers* e extremos;
- P (%): não foram identificados *outliers* ou extremos;
- Al (%): foi identificado 1 *outlier* (1.123) e 2 valores extremos (2.04; 4.965);
- Mn (%): não foram identificados *outliers*, mas foi identificado 2 valores extremos (4.849; 10.147);
- Pf (%): não foram identificados *outliers*, mas foi identificado 1 valor extremo (9.762).

Tabela 18 - Sumário de *outliers* e extremos: Canga (CG).

Sumário	Fe (%)	Si (%)	P (%)	Al (%)	Mn (%)	Pf (%)
Média	61.57	3.484	0.174	1.830	0.067	5.913
Desvio	3.146	3.268	0.052	1.683	0.088	2.073
Padrão						
Q1	60.44	1.438	0.11	0.832	0.025	4.46
Q3	63.68	4.457	0.178	2.158	0.056	7.151
IQR	3.236	3.019	0.068	1.326	0.030	2.692
Limites	55.59	-3.09	0.01	-1.16	-0.02	0.42
Outlier						
Inferior						
Limites	68.54	8.99	0.28	4.16	0.10	11.19
Outlier						
Superior						
Limites	50.74	-7.62	-0.09	-3.14	-0.07	-3.62
Extremos						
Inferiores						
Limites	73.39	13.515	0.38	6.14	0.15	15.23
Extremos						
Superiores						

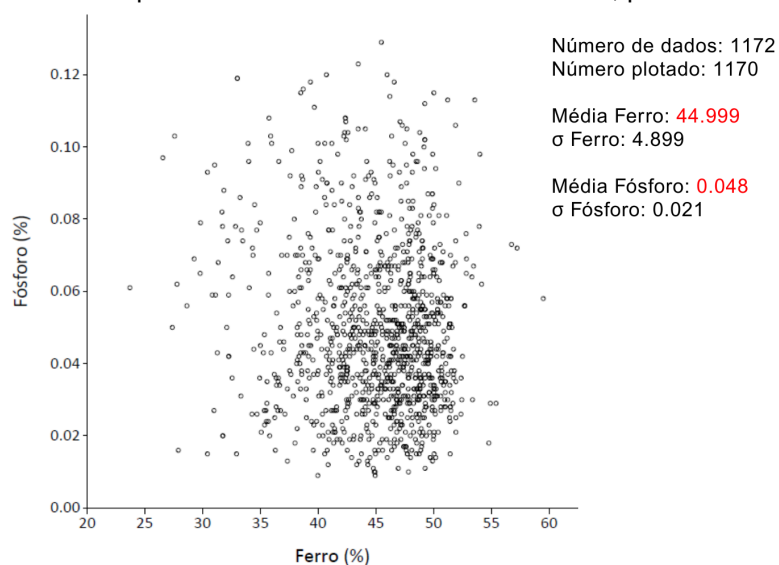
Fonte: autor.

Conforme apresentado no Quadro 18, foram identificados os limites de corte para a identificação de *outliers* e extremos da canga:

- Fe (%): foram identificados 12 *outliers* (55.13; 54.92; 54.56; 54.502; 54.151; 54.055; 53.613; 52.967; 52.809; 52.539; 50.565; 50.52) e foram observados 3 valores extremos (48.204; 45.98; 43.748);
- Si (%): foram identificados 11 *outliers* (9.337; 10.286; 10.44; 10.857; 10.982; 11.167; 11.382; 11.834; 11.98; 12.02; 12.777) e 7 valores classificados como extremos (14.53; 14.648; 15.973; 17.823; 17.952; 20.07; 27.322);
- P (%): foram encontrados 3 *outliers* (0.288; 0.292; 0.333);
- Al (%): foram identificados 11 *outliers* (4.148; 4.157; 4.29; 4.488; 4.551; 4.586; 4.629; 4.815; 5.16; 5.315; 5.565) e 12 valores extremos (6.33; 6.374; 6.512; 6.916; 7.145; 7.204; 7.461; 7.62; 8.367; 9.452; 10.16; 15.023);
- Mn (%): apresentaram-se 10 valores de *outliers* (0.115; 0.122; 0.124; 0.126; 0.13; 0.135; 0.136; 0.137; 0.139; 0.145) e 14 valores extremos (0.154; 0.163; 0.182; 0.187; 0.199; 0.204; 0.208; 0.224; 0.256; 0.368; 0.395; 0.425; 0.494; 0.614);
- Pf (%): foram identificados 5 *outliers* (11.341; 11.77; 12.158; 12.24; 13.231) e nenhum valor extremo.

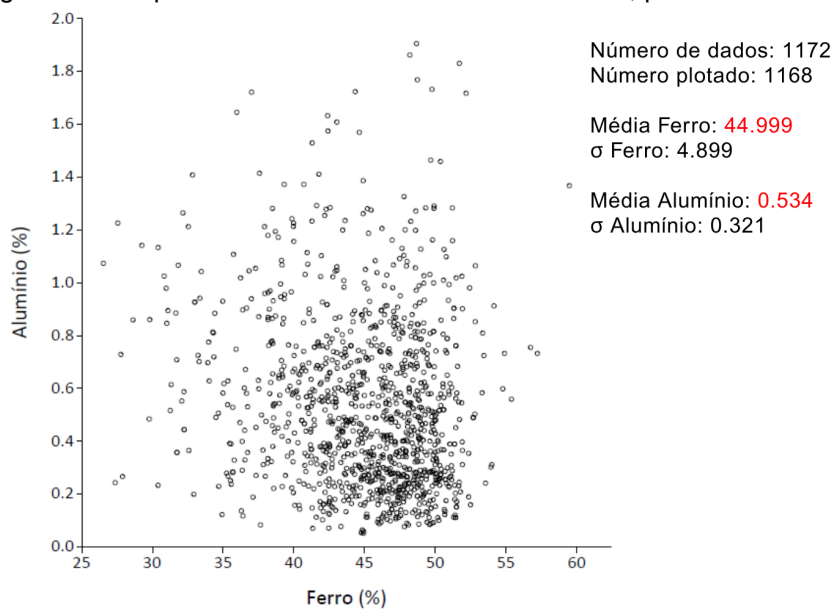
Apêndice B - Diagramas de dispersão.

Figura 26 - Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável ferro e fósforo.



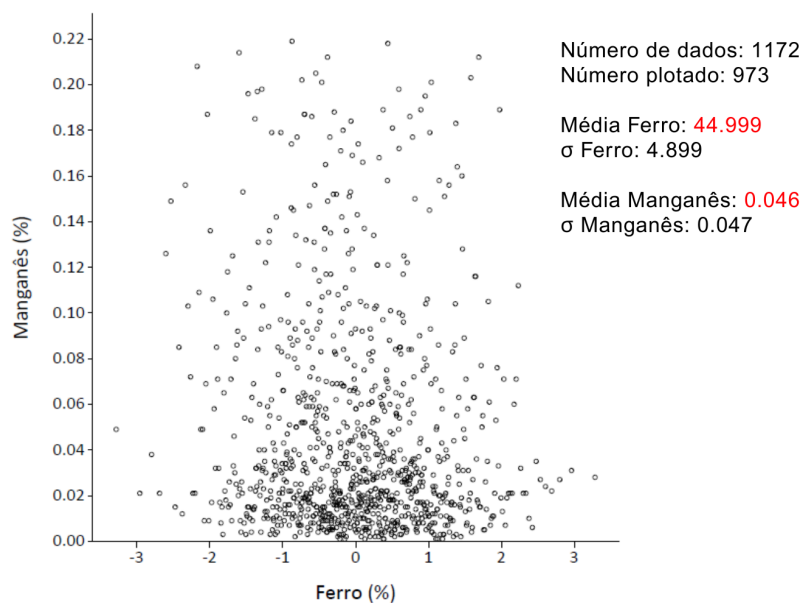
Fonte: autor.

Figura 27 - Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável ferro e alumínio.



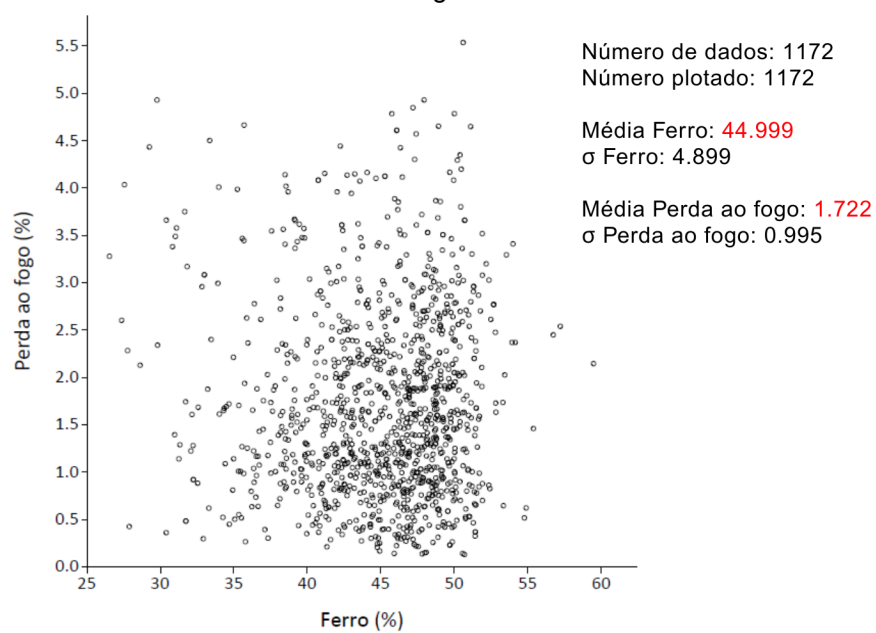
Fonte: autor.

Figura 28 - Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável ferro e manganês.



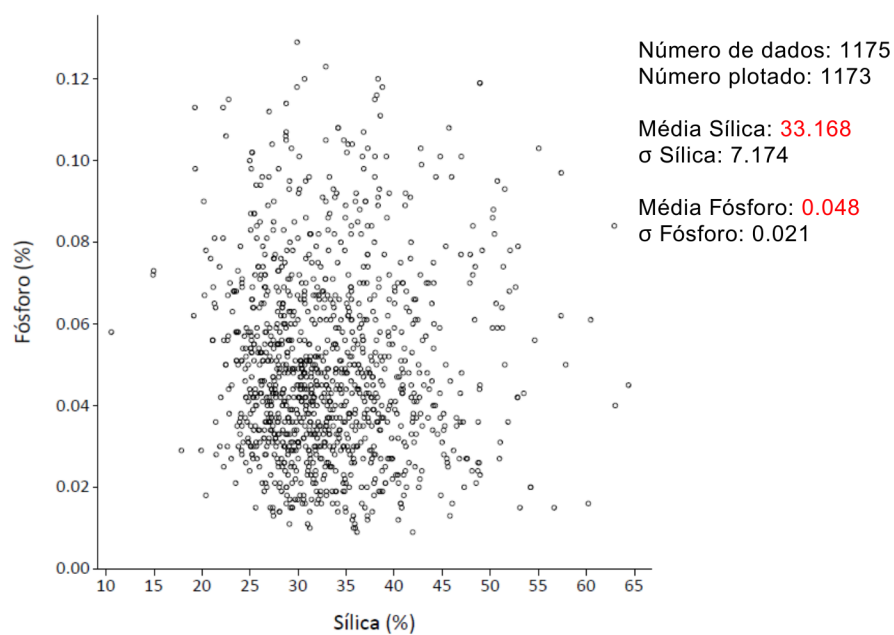
Fonte: autor.

Figura 29 - Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável ferro e perda ao fogo.



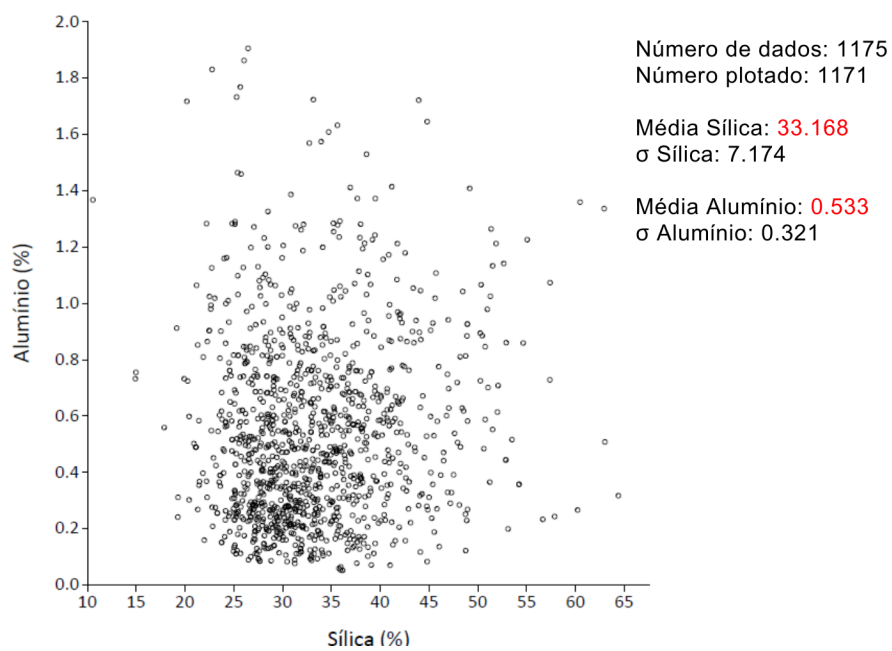
Fonte:autor.

Figura 30 - Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável sílica e fósforo.



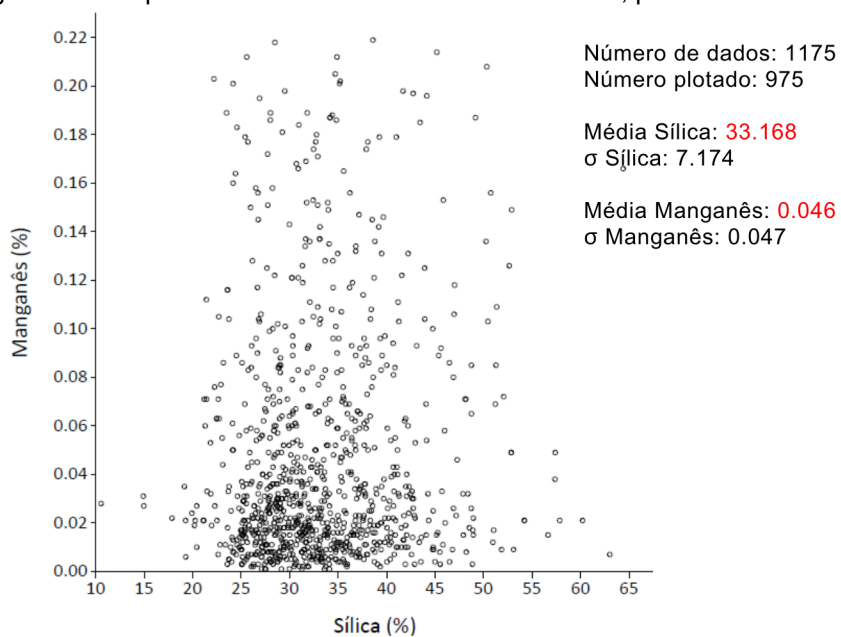
Fonte: autor.

Figura 31 - Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável sílica e alumínio.



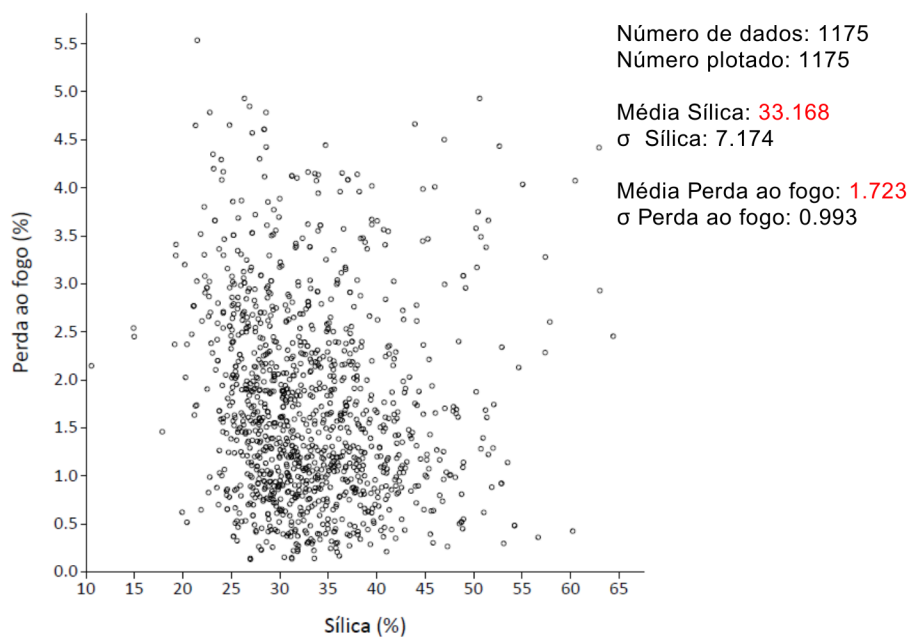
Fonte: autor.

Figura 32 - Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável sílica e manganês.



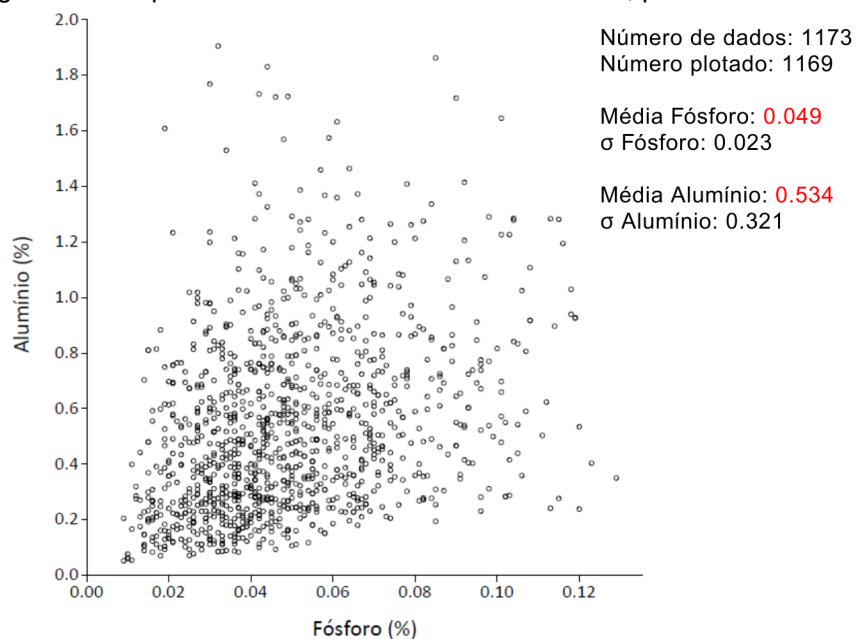
Fonte: autor.

Figura 33 - Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável sílica e perda ao fogo.



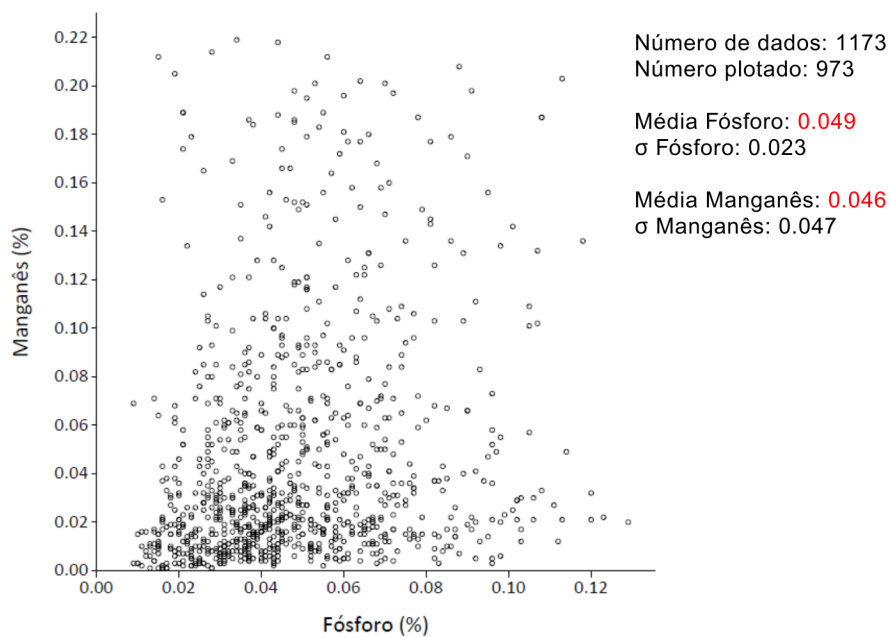
Fonte: autor.

Figura 34 - Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável fósforo e alumínio.



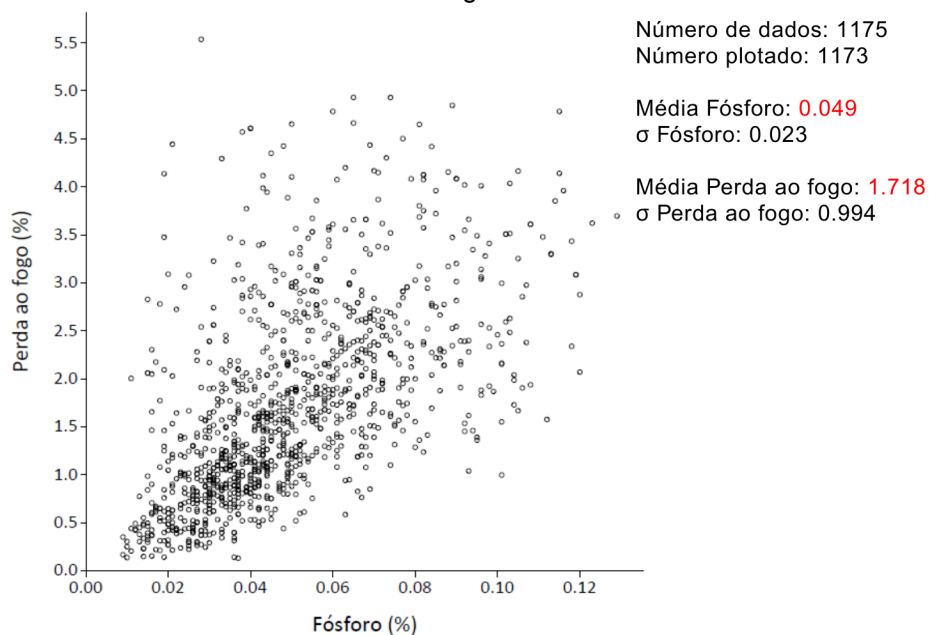
Fonte: autor.

Figura 35 - Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável fósforo e manganês.



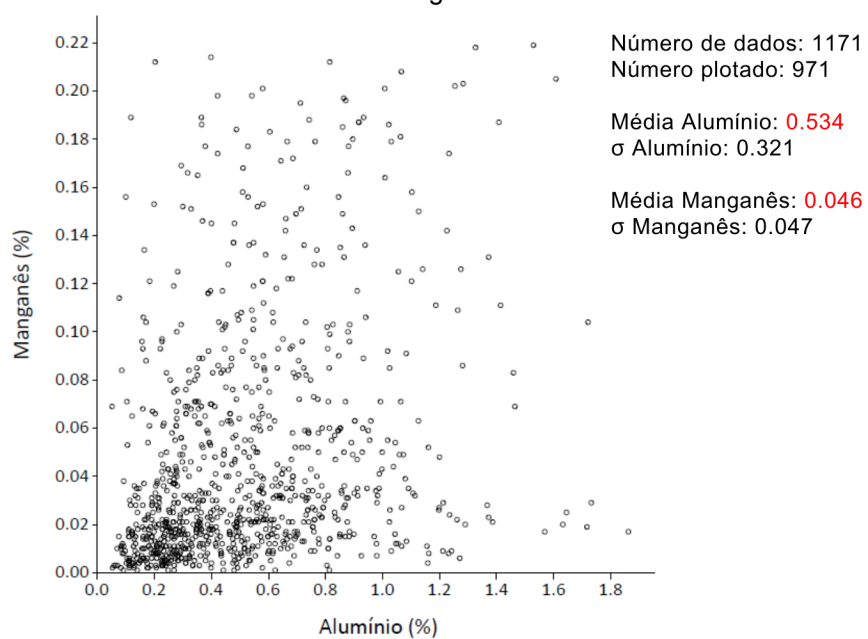
Fonte: autor.

Figura 36 - Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável fósforo e perda ao fogo.



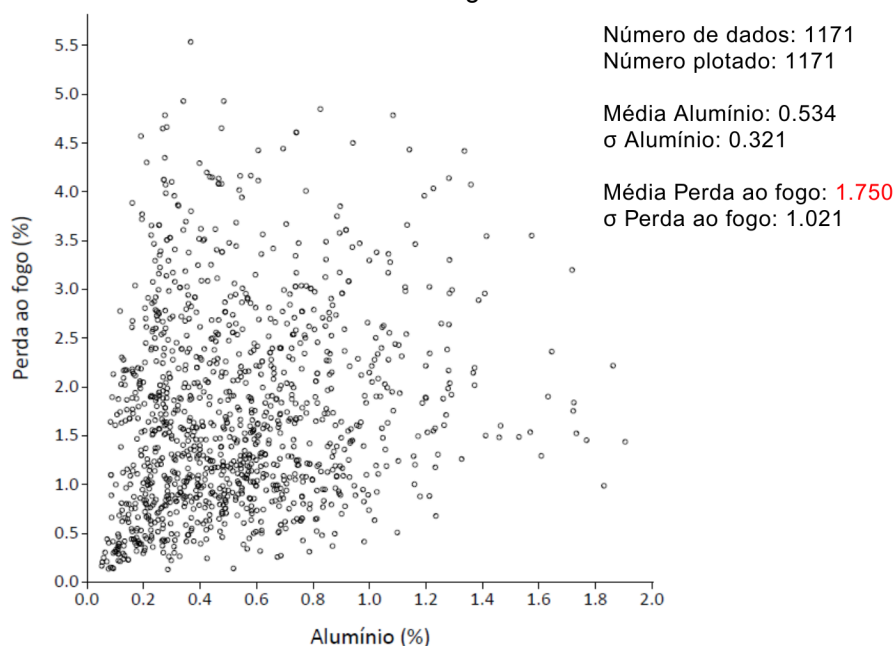
Fonte: autor.

Figura 37 - Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável alumínio e manganês.



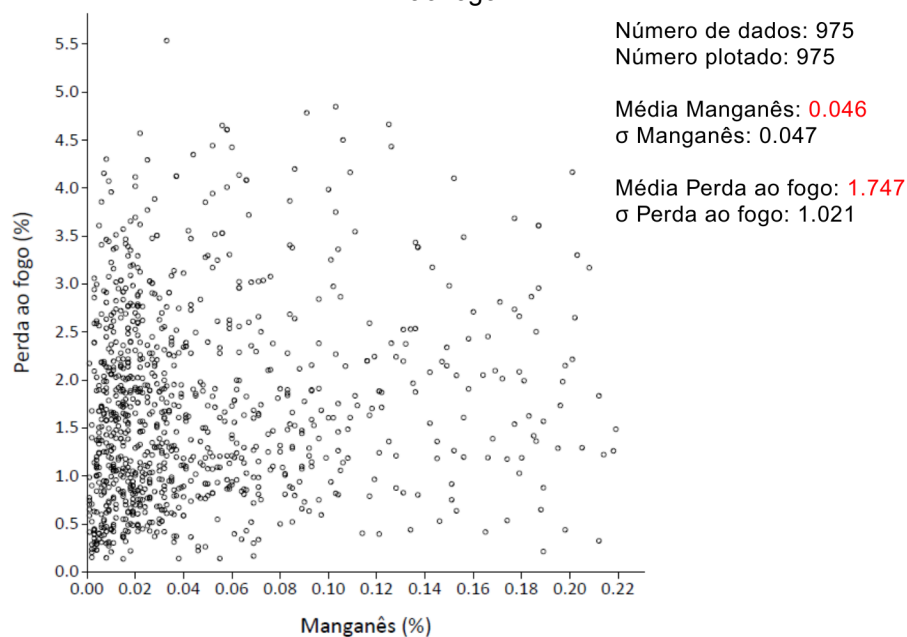
Fonte: autor.

Figura 38 - Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável alumínio e perda ao fogo.



Fonte: autor.

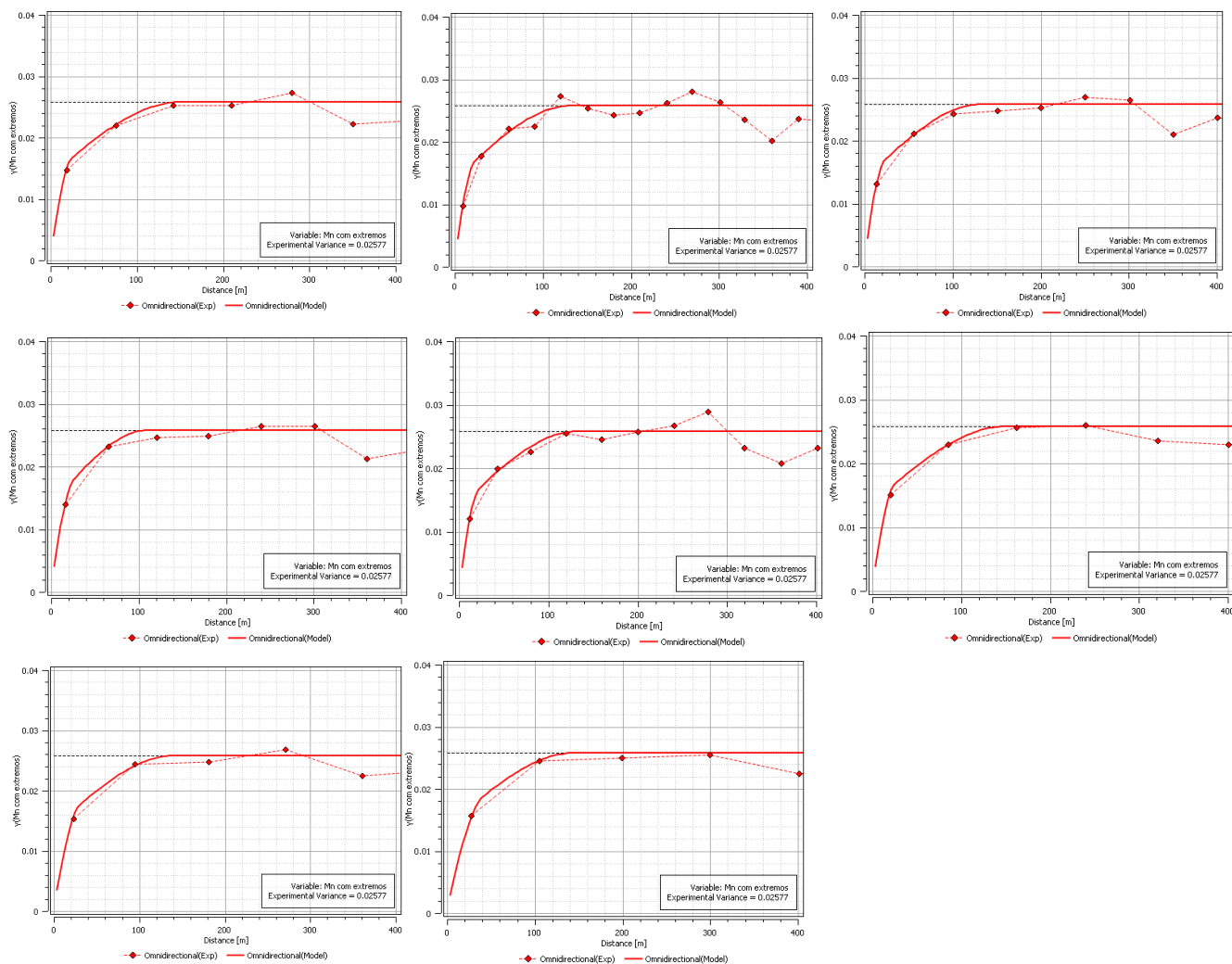
Figura 39 - Diagrama de dispersão do Itabirito Friável sem extremos, para a variável manganês e perda ao fogo.



Fonte: autor.

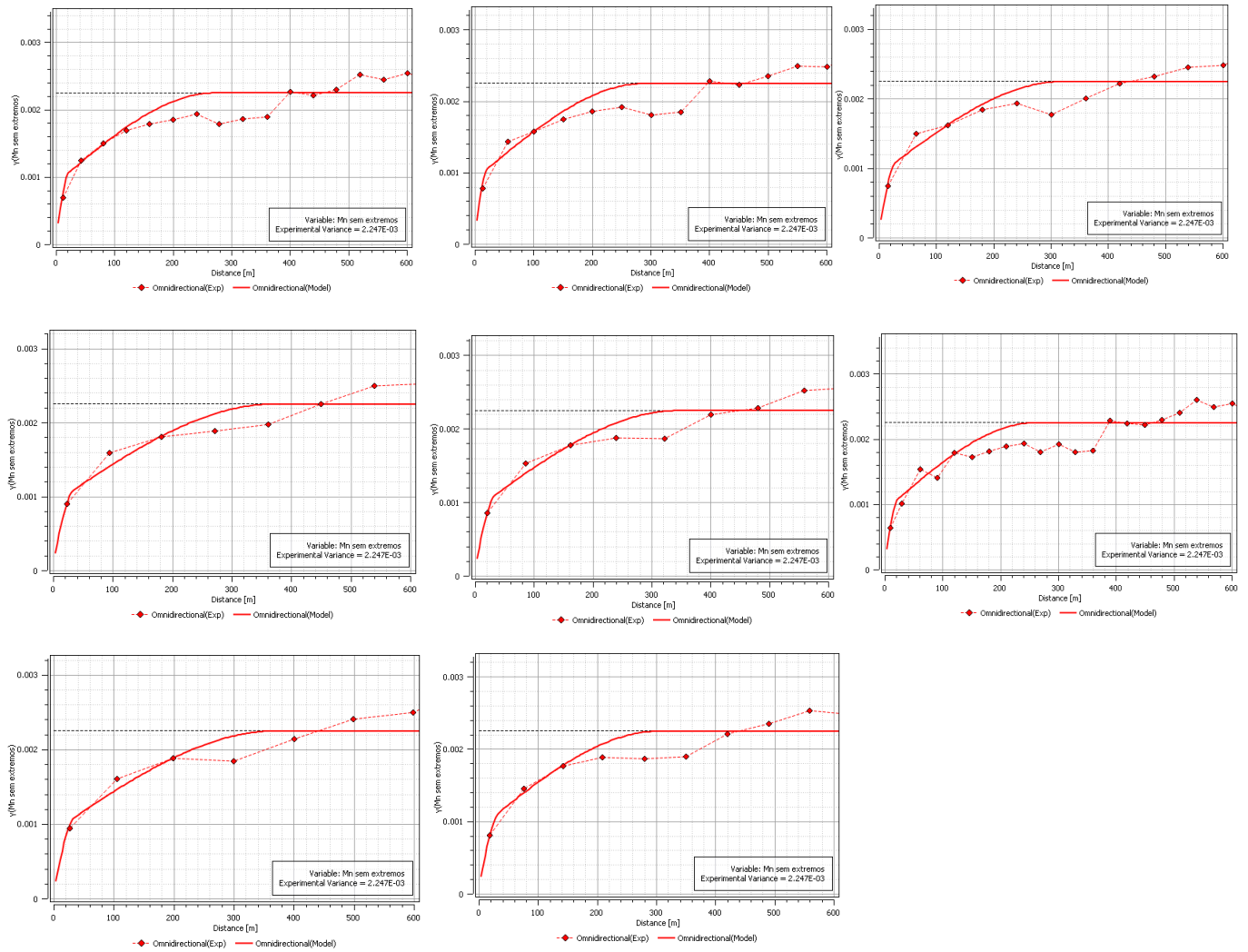
Apêndice C - Testes com diferentes lag para as direções do variograma omnidirecional.

Figura 45 - Modelo 01: Testes com diferentes lag para o variograma omnidirecional com extremos.



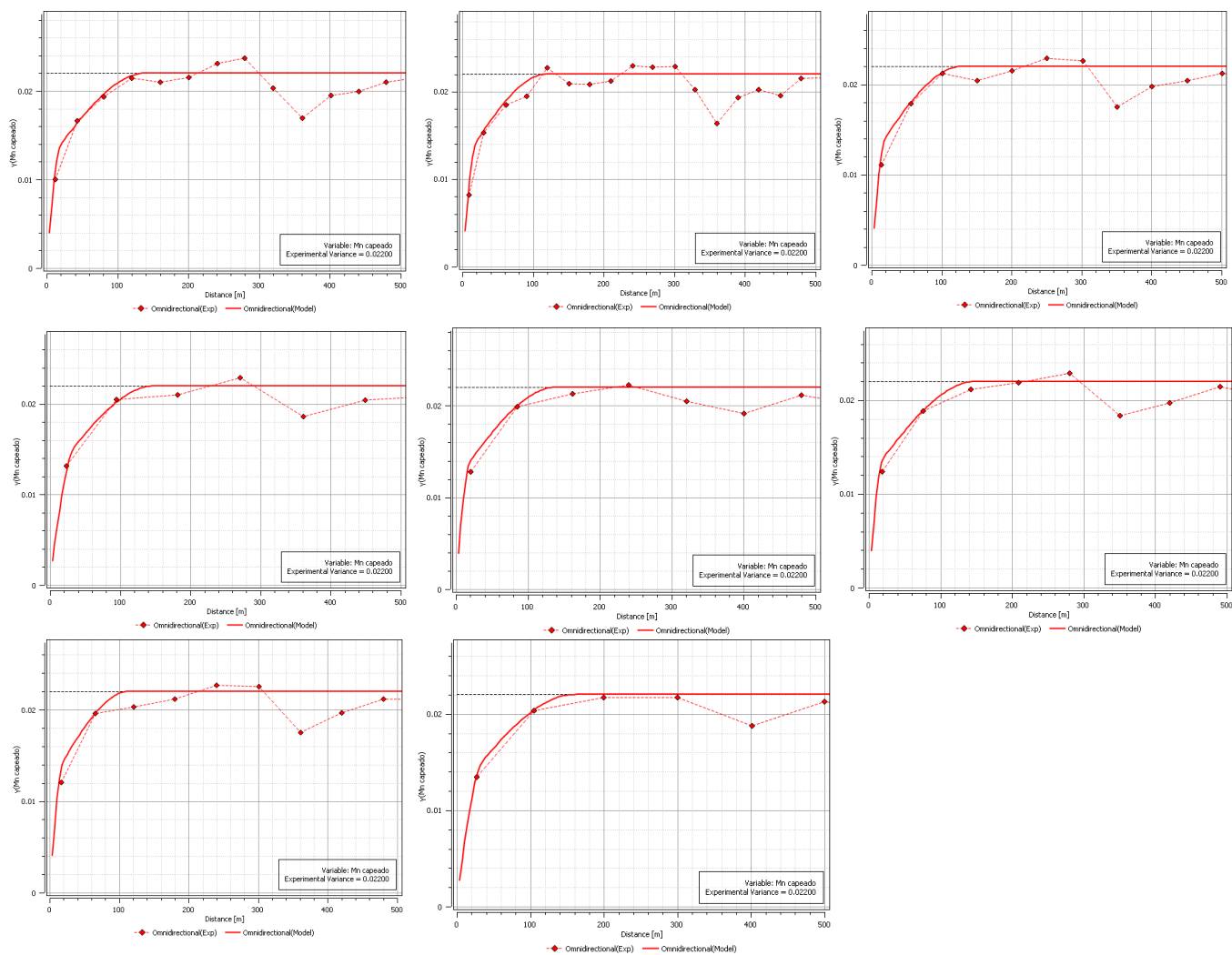
Fonte: autor

Figura 92 - Modelo 02: Testes com diferentes *lag* para o variograma omnidirecional com a remoção dos valores extremos.



Fonte: autor.

Figura 59 - Modelo 03: Testes com diferentes \log para o variograma omnidirecional com capeamento aplicado.



Fonte: autor.

Apêndice D - Testes realizados para os variogramas direcionais.

Tabela 20 - Testes realizados para os variogramas direcionais do modelo 1,2,3,4.

Dip (°)	Dip Azimuth (°)	Pitch (°)	U	V	W	U	V	W	U	V	W
			Com extremos			Sem extremos			Capeamento		
0	0	0	150	150	70	250	300	180	200	150	70
0	23	0	100	130	70	230	240	180	150	140	70
0	45	0	100	130	70	250	230	180	100	140	70
0	70	0	100	130	70	250	240	180	130	180	70
0	90	0	150	150	70	300	250	180	150	200	70
0	290	0	100	130	70	250	240	180	130	180	70
0	315	0	100	130	70	250	230	180	100	140	70
0	337	0	100	130	70	230	240	180	150	140	70

Fonte: autor

APÊNDICE E - Parâmetros utilizados na validação cruzada

Tabela 21 - Testes de validação cruzada com diferentes alcances, para os modelos 1,2,3,4.

	Alcances U,V,W (m)	Correlação	Média do erro	Desvio Padrão
Com extremos	150,150,70	0.65	-0.01	0.97
	120,120,56	0.65	-0.01	0.97
	90,90,42	0.65	-0.01	0.96
	60,60,28	0.65	0.00	0.95
Sem extremos	350,250,180	0.72	-0.02	1.24
	280,200,144	0.72	-0.02	1.24
	210,150,108	0.72	-0.02	1.24
	140,100,72	0.73	-0.01	1.24
Com capeamento	150,200,70	0.69	0.00	0.96
	120,160,56	0.69	0.00	0.95
	90,120,42	0.69	-0.01	0.95
	60,80,28	0.68	0.00	0.95
Restrição da vizinhança	135,135,63	0.64	0.00	0.97
	121.5, 121.5, 56.7	0.65	-0.01	0.97
	114.8,114.8,53.6	0.65	-0.01	0.97
	108,108,50.4	0.65	-0.01	0.97

Fonte: Autor

Apêndice F - Parâmetros utilizados na krigagem.

Tabela 22 - Parâmetros utilizados na krigagem, para os modelos 01,02,03,04.

Orientação Elipsóide	Modelo	Raio (m)	Setores angulare s	Máx. de amostras por setor	Mín. de amostra s	Máx. de amostra s
	Modelo 01	150, 150,70				
DO°N90°P0	Modelo 02	150, 150,70	4	8	1	16
	Modelo 03	150, 150,70				
	Modelo 04	135, 135,63				

Fonte: Autor

Apêndice G - Estatísticas da validação da estimativa por krigagem.

Tabela 23 - Estatísticas após a validação da estimativa por krigagem para os modelos 01,02,03,04.

Conjunto de dados	Variável	Contagem total	Contagem definida	Proporção estimada	Média	Variância	σ
GRID	Modelo 01	18804	5518	29.3%	0.0973	0.0106	0.1034
Dados	Mn	1175	1097	93.4%	0.0915	0.0257	0.1605
GRID	Modelo 02	18804	5444	29.0%	0.0521	1.387E-03	0.0372
Dados	Mn	1175	1097	93.4%	0.0915	0.0257	0.1605
GRID	Modelo 03	18804	5518	29.3%	0.9426	9.083E-03	0.0953
Dados	Mn capeado	1175	1097	93.4%	0.0898	0.0220	0.1483
GRID	Modelo 04	18804	5072	27.0%	0.0980	0.0116	0.1079
Dados	Mn	1175	1097	93.4%	0.0915	0.0257	0.1605

Fonte: Autor