

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

**MÉTODO DE LOCALIZAÇÃO PARA AMBIENTES
INTERNOS EM SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO POR LUZ
VISÍVEL (VLC)**

PRISCILLA FLORES DOS SANTOS

Alegrete-RS, Julho de 2025

PRISCILLA FLORES DOS SANTOS

**MÉTODO DE LOCALIZAÇÃO PARA AMBIENTES INTERNOS EM
SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO POR LUZ VISÍVEL (VLC)**

Dissertação apresentada junto ao programa de **Graduação em Engenharia de Telecomunicações** da **Universidade Federal do Pampa**, como requisito parcial à obtenção do título de **Engenheira de Telecomunicações**.

Orientador:

Prof. Me. Fabiano Tondello Castoldi.

Alegrete-RS, Julho de 2025

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

d237m dos Santos, Priscilla Flores

Método de Localização para Ambientes Internos em Sistemas
de Comunicação por Luz Visível (VLC) / Priscilla Flores dos
Santos.

82 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade
Federal do Pampa, ENGENHARIA DE TELECOMUNICAÇÕES, 2025.

"Orientação: Fabiano Tondello Castoldi".

1. Sistema de Localização. 2. Comunicação por Luz Visível.
I. Título.

PRISCILLA FLORES DOS SANTOS

**MÉTODO DE LOCALIZAÇÃO PARA AMBIENTES INTERNOS EM SISTEMAS DE
COMUNICAÇÃO POR LUZ VISÍVEL (VLC)**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Engenharia
de Telecomunicações da Universidade
Federal do Pampa, como requisito
parcial para obtenção do Título de
Bacharela em Engenharia de
Telecomunicações.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 10 de julho de 2025.

Banca examinadora:

Prof. Me. Fabiano Tondello Castoldi

Orientador

UNIPAMPA

Prof. Dr. Alessandro Gonçalves Girardi

UNIPAMPA

Prof. Dr. Mauro Fonseca Rodrigues

UNIPAMPA



Assinado eletronicamente por **ALESSANDRO GONCALVES GIRARDI, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 17/07/2025, às 16:46, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **FABIANO TONDELLO CASTOLDI, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 17/07/2025, às 18:29, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **MAURO FONSECA RODRIGUES, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 18/07/2025, às 11:55, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1780651** e o código CRC **85320A5D**.

Este trabalho é dedicado à minha mãe, às minhas irmãs e aos meus avós, que, com muito carinho e dedicação, não mediram esforços para me apoiar ao longo desta jornada e para que eu chegasse a esta etapa da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho. Agradeço primeiramente a Deus por me abençoar com esta oportunidade. À minha mãe, Lessandra, por me ensinar, através de bons exemplos, a ser uma pessoa de bom coração, de caráter e guerreira. Agradeço pelo apoio emocional e financeiro, e por compreender minha ausência em vários momentos de nossas vidas. À minha avó, Elaine, por todo o carinho e ensinamentos que sempre me guiaram, e às minhas irmãs, Gabriella e Sofia, por tornarem cada momento em família mais feliz e especial.

Em especial, dedico um agradecimento emocionado ao meu avô, Adão, que foi uma das pessoas que mais me apoiou e defendeu ao longo de toda a minha vida. Durante o processo de escrita deste trabalho, enfrentei a imensa perda de sua presença, que deixou um vazio irreparável em minha caminhada. Meu avô sempre acreditou em mim, foi meu maior incentivador e exemplo de força, dignidade e bondade. Sua memória continuará sendo uma fonte de inspiração para que eu siga enfrentando os desafios com coragem e determinação, como ele sempre me ensinou. Este trabalho também é uma forma de homenageá-lo, com todo o amor e respeito que ele merece.

Ao meu orientador, professor Me. Fabiano Castoldi, pelo incentivo, ensinamentos e apoio contínuo ao longo de todo o processo. Sua orientação foi essencial para que este trabalho se concretizasse. Agradeço também aos meus amigos e colegas da faculdade, pela amizade e companheirismo ao longo dessa jornada. Compartilhamos experiências e desafios que tornaram essa caminhada muito mais leve e gratificante.

Um agradecimento especial ao professor Dr. Bruno Vizzotto, cuja amizade e apoio constante ao longo de minha graduação foram verdadeiros pilares em minha formação. Suas palavras de incentivo e confiança me deram forças para seguir em frente, mesmo nos momentos de maior dificuldade.

Gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos ao meu orientador de projeto, professor Dr. Mauro Fonseca Rodrigues, que entrou na universidade comigo e se tornou uma figura fundamental em minha jornada acadêmica. Sua compreensão e apoio inabaláveis foram essenciais para que eu pudesse superar os desafios e obstáculos que surgiram ao longo do caminho. Mesmo diante das dificuldades que enfrentei, você sempre esteve disposto a me ajudar, oferecendo orientações valiosas e um ombro amigo. Sou profundamente grata por sua paciência e por acreditar em mim, mesmo quando minha vida parecia uma montanha-russa.

Por fim, agradeço à Unipampa pela concessão da bolsa de estudos, que foi fundamental para a minha formação, e a todos os professores e funcionários, pelo apoio e pela dedicação ao ensino e à formação de novos pesquisadores. A todos que acreditaram e estiveram ao meu lado nessa jornada, meu muito obrigado!

"A maior glória em viver não está em nunca cair, mas em nos levantarmos a cada queda."

Nelson Mandela

RESUMO

A Comunicação por Luz Visível (VLC) é uma tecnologia emergente que utiliza a porção visível do espectro eletromagnético, cuja largura de banda é aproximadamente dez vezes superior à do espectro de radiofrequência. Mais recentemente, com o avanço da tecnologia LED para iluminação, a área de VLC sofreu uma grande revolução, uma vez que esses dispositivos oferecem uma maior eficiência energética e possibilitam a implementação de sistemas de comunicação digitais sem interferência no sistema de iluminação. Este trabalho apresenta o desenvolvimento e a avaliação de um sistema de localização baseado em VLC. O sistema utiliza LEDs como transmissores e fotodetectores como receptores, empregando a intensidade do sinal recebido (RSS) como parâmetro para estimativa de posição. A metodologia adotada envolveu a simulação de um ambiente interno com dimensões de 5×5 metros, contendo quatro luminárias LED dispostas no teto. A partir desse cenário, foi construído um banco de dados teórico com os valores de potência luminosa em uma malha de pontos, modelado segundo a distribuição lambertiana. A localização do receptor é estimada por meio da comparação entre os dados simulados e os armazenados, utilizando algoritmos de impressão digital (*fingerprinting*). Foram propostas e testadas diferentes estratégias de busca, incluindo margens de tolerância fixas, dinâmicas crescentes, dinâmicas decrescentes e filtragem percentual. Além da técnica de impressão digital, também foi implementado o método de trilateração como abordagem complementar e comparativa. Para representar variações reais nas medições de potência, foi adicionado ruído branco gaussiano (AWGN) aos dados, onde os métodos foram avaliados com base na acurácia da estimativa de posição, robustez frente a ruído e custo computacional. Os resultados demonstraram que as abordagens com margens de tolerância dinâmicas — especialmente a crescente — oferecem um melhor equilíbrio entre precisão e viabilidade computacional. Em diversos cenários simulados, o erro médio de posicionamento ficou abaixo de 10 cm, evidenciando o potencial da solução para aplicações práticas. O trabalho conclui com sugestões de otimização do modelo, incluindo a consideração de obstáculos e a adaptação do sistema para usuários em movimento.

Palavras-chave: Sistemas de Localização por Luz Visível, Impressão Digital, Trilateração, Técnicas de localização em ambientes internos.

ABSTRACT

Light Communication (VLC) is an emerging technology that uses the visible portion of the electromagnetic spectrum, whose bandwidth is approximately ten times greater than that of the radio frequency spectrum. More recently, with the advancement of LED technology for lighting, the VLC field has undergone a significant transformation, as these devices offer higher energy efficiency and enable the implementation of digital communication systems without interfering with the lighting system. This work presents the development and evaluation of a localization system based on VLC. The system employs LEDs as transmitters and photodetectors as receivers, using the received signal strength (RSS) as a parameter for position estimation. The adopted methodology involved simulating an indoor environment with dimensions of 5×5 meters, containing four LED luminaires arranged on the ceiling. Based on this scenario, a theoretical database was constructed with luminous power values over a grid of points, modeled according to the Lambertian distribution. The receiver's location is estimated by comparing the simulated data with the stored data, using fingerprinting algorithms. Different search strategies were proposed and tested, including fixed tolerance margins, increasing dynamic margins, decreasing dynamic margins, and percentage filtering. In addition to the fingerprinting technique, the trilateration method was also implemented as a complementary and comparative approach. To represent real variations in power measurements, additive white Gaussian noise (AWGN) was added to the data. The methods were evaluated based on position estimation accuracy, robustness to noise, and computational cost. The results demonstrated that approaches with dynamic tolerance margins—especially the increasing one—offered a better balance between precision and computational feasibility. In several simulated scenarios, the average positioning error remained below 10 cm, highlighting the potential of the solution for practical applications. The work concludes with suggestions for model optimization, including the consideration of obstacles and the adaptation of the system for users in motion.

Keywords: Visible Light Positioning Systems, Fingerprinting, Trilateration, Indoor Localization Techniques.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Evolução da Comunicação por Luz.	17
Figura 1.2 – Espectro da Frequência.	18
Figura 2.1 – Multipercurso.	23
Figura 2.2 – Distribuições lambertianas normalizadas para diferentes ângulos de FOV.	27
Figura 2.3 – Trilateração com interseção em um ponto.	29
Figura 2.4 – Trilateração com interseção dentro de uma área.	30
Figura 2.5 – Distribuição de Potência do LED em 3D.	32
Figura 3.1 – Modelo da sala.	38
Figura 3.2 – Organização do código de geração do banco de dados para o método de impressão digital.	41
Figura 3.3 – Fluxo do Código de Busca.	42
Figura 3.4 – Fluxo do Código de Trilateração.	46
Figura 4.1 – Distribuição de Potência – Margem Fixa	50
Figura 4.2 – Distribuição de Potência – Margem Dinâmica Crescente	52
Figura 4.3 – Distribuição de Potência – Margem Dinâmica Decrescente	54
Figura 4.4 – Distribuição de Potência – Resultado com Percentual de 40%	55
Figura 4.5 – Distribuição de Potência – Margem Fixa com Ruído	58
Figura 4.6 – Distribuição de Potência – Margem Decrescente	60
Figura 4.7 – Distribuição de Potência – Margem Crescente	62
Figura 4.8 – Distribuição de Potência – Percentual Progressivo	63
Figura 4.9 – Método de Trilateração	73

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AOA	Ângulo de Chegada
ADC	Conversor Analógico-Digital
CIR	Resposta ao Impulso do Canal
CSI	Informações de Estado do Canal
F-ID	Técnica de Identificação por Frequência
FDM	Modulação por Divisão de Frequência
FOV	Campo de Visão
FFT	Transformada Rápida de Fourier
GPS	Sistema de Posicionamento Global
IoT	Internet das Coisas
IS	Sensor de Imagem
ISM	Instrumentation Scientific and Medical
LSB	Serviço Baseado em Localização
LED	Diodo Emissor de Luz
LOS	Linha de Visada
NLOS	Caminho de Multipercurso Sem Visada
OOK	Modulação por Chaveamento de Amplitude
RF	Radiofrequência
RSS	Received Signal Strength
RSSI	Received Signal Strength Indication
Rx	Receptor
SLAM	Simultaneous Localization and Mapping
SNR	Relação Sinal-Ruído
TDM	Multiplexação por Divisão de Tempo
TDOA	Tempo Diferencial de Chegada
TOA	Tempo de Chegada
TOF	Tempo de Voo
Tx	Transmissor
VLCC	<i>Visible Light Communication Consortium</i>
VLC	Comunicação por Luz Visível

LISTA DE SÍMBOLOS

A_{esc}	Área Efetiva
A_{PD}	Área Ativa
PD	Fotodiodo
n	Ordem Lambertiana
P_{LOS}	Potência Óptica Recebida
P_t	Potência Total
ϕ	Letra grega Phi
λ	Comprimento de onda
ψ	Letra grega Psi

SUMÁRIO

1	HISTÓRICO E EVOLUÇÃO DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÕES POR LUZ	16
1.1	Vantagens, Desafios e Aplicações da Comunicação por Luz Visível	17
1.2	Organização do Trabalho	21
2	ILUMINÂNCIA DE LEDS E DISTRIBUIÇÃO LAMBERTIANA	23
2.1	Métodos de localização baseados na Intensidade do Sinal Recebido	27
2.1.1	Trilateração	27
2.1.2	Impressão digital	31
2.1.3	Proximidade	33
2.2	Métodos baseados em Tempo de Chegada e Tempo Diferencial de Chegada	34
2.3	Métodos baseados em Ângulo de Chegada	35
3	METODOLOGIA	37
3.1	Método Baseado em Impressão Digital	38
3.2	Método de Trilateração Baseada em Mínimos Quadrados	43
3.3	Ruídos em sistemas VLC	47
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	48
4.1	Exemplos de Execução dos Métodos em Ambiente sem Ruído	49
4.1.1	Comparação das potências recebidas	49
4.1.2	Estratégias iterativas de redução de candidatos	51
4.1.3	Método percentual progressivo	54
4.1.4	Estimativas em pontos dentro e fora da malha	56
4.1.5	Discussão dos resultados	57
4.2	Exemplos de Execução dos Métodos em Ambiente Com Ruído	57
4.2.1	Comparação das potências recebidas com ruído	57

4.2.2	Estratégias iterativas de redução de candidatos com ruído	59
4.2.3	Método percentual progressivo com ruído	62
4.2.4	Estimativas em pontos dentro e fora da malha com ruído	64
4.2.5	Análise quantitativa da complexidade computacional	67
4.3	Desempenho do Método de Margem Crescente sob Diferentes SNRs	69
4.4	Resultados da Trilateração	73
5	CONCLUSÃO	76
	REFERÊNCIAS	78

1 HISTÓRICO E EVOLUÇÃO DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÕES POR LUZ

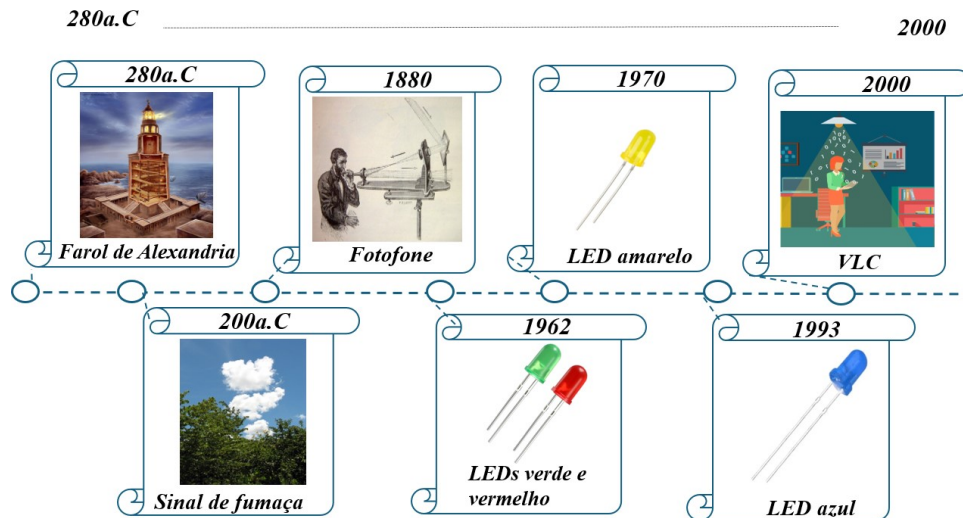
A utilização da luz visível como meio de comunicação é uma prática milenar que evoluiu significativamente ao longo dos séculos. As primeiras civilizações empregavam fontes de luz rudimentares, como fogo e refletores, para transmitir mensagens. Sinais de fumaça eram comuns entre povos indígenas e guerreiros usavam pipas em chamas para coordenar movimentos em campos de batalha. O famoso Farol de Alexandria, construído em 280 a.C., é um exemplo clássico de uso da luz para guiar navios e enviar sinais de alerta (POHLMANN, 2010).

A revolução na comunicação por luz visível começou com a invenção do fotofone por Alexander Graham Bell e Charles Tainter em 1880. Esse dispositivo permitia a transmissão de som através de raios de sol modulados, utilizando um espelho vibratório. Apesar de inovador, o fotofone não se popularizou devido às limitações tecnológicas da época (GROBE, 2013).

Mais recentemente, avanços significativos na comunicação por luz visível ocorreram em virtude do desenvolvimento dos diodos emissores de luz (LEDs). Até 1993, os LEDs disponíveis eram apenas vermelhos e verdes, limitando a criação de luz branca. A invenção do LED azul por Shuji Nakamura permitiu a combinação das cores primárias para criar luz branca, possibilitando novas aplicações em iluminação e comunicação. Em 1999, Grantham Pang demonstrou a transmissão de áudio utilizando LEDs modulados, e em 2000, Yuichi Tanaka combinou iluminação e transmissão de dados com LEDs, estabelecendo as bases para os sistemas de Comunicação por Luz Visível (VLC) (PANG, 1999; TANAKA, 2000), conforme a Figura 1.1. A criação do *Visible Light Communication Consortium* (VLCC) em 2003 e a publicação do padrão IEEE 802.15.7 em 2011 consolidaram a VLC como uma tecnologia emergente (IEEE, 2011).

A grande maioria das tecnologias de sistemas VLC utilizam LEDs devido à sua capacidade de chaveamento em altas frequências, permitindo a modulação da luz para transmitir dados. A modulação da amplitude é uma técnica comumente utilizada nesse cenário, onde a intensidade da luz é variada para codificar informações (PUCRS, 2017; UFERSA, 2018). A VLC oferece vantagens notáveis, como alta largura de banda, precisão de posicionamento e imunidade a interferências eletromagnéticas, além de poder ser integrada à infraestrutura de iluminação existente.

Figura 1.1 – Evolução da Comunicação por Luz.



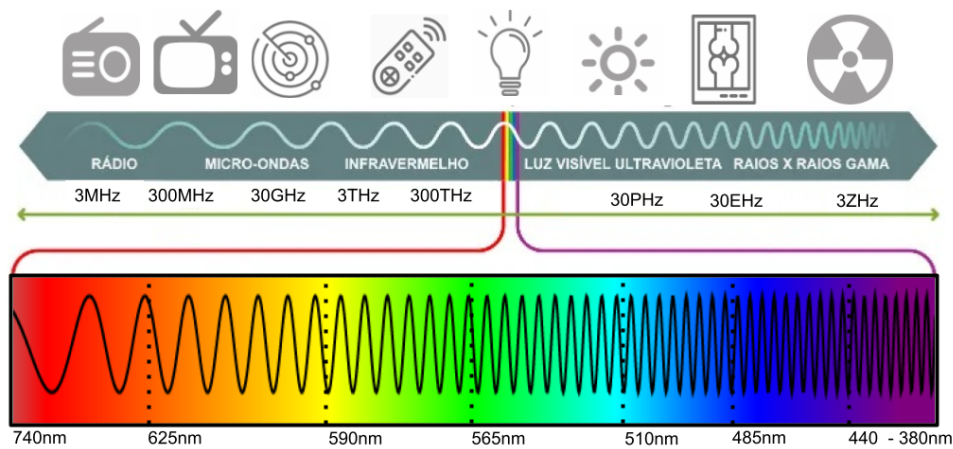
Fonte: Autoral

1.1 VANTAGENS, DESAFIOS E APLICAÇÕES DA COMUNICAÇÃO POR LUZ VISÍVEL

O aumento exponencial no uso de comunicações por radiofrequência nos últimos anos, impulsionado pelo crescimento das redes celulares e pela popularização das redes WiFi, principalmente devido à demanda da Internet das Coisas (IoT), transformou esses serviços em componentes essenciais do cotidiano, comparáveis à eletricidade e à água. No entanto, apesar de sua ampla adoção, a tecnologia de radiofrequência apresenta desvantagens significativas. Uma das principais limitações está na capacidade do espectro disponível; o espectro de ondas de rádio é relativamente pequeno, e seu uso é limitado e caro devido ao licenciamento. A faixa de frequência gratuita, denominada banda ISM (*Instrumentation, Scientific and Medical*) de $2,4GHz$, está congestionada com diversos dispositivos eletroeletrônicos, como micro-ondas, telefones sem fio e roteadores WiFi (GFELLER F.R.; BAPST, 1979).

Uma solução promissora para esses problemas é o uso do espectro de luz visível por meio do VLC. Esta tecnologia é um sistema de comunicação sem fio onde os dados são transmitidos usando a porção visível do espectro eletromagnético, que abrange comprimentos de onda (λ) de aproximadamente $380nm$ a $780nm$ ($789,5THz$ a $384,6THz$) (SILVA; PEREIRA, 2023), conforme mostrado na Figura 1.2. Comparado ao espectro de ondas de rádio, o espectro visível oferece uma faixa de frequências até 10 mil vezes maior (OLIVEIRA; SANTOS, 2023). Além da vasta largura de banda, a VLC apresenta várias vantagens em relação à radiofrequência, como maior eficiência energética, já que pode servir tanto para iluminação quanto para a transmissão de dados (SMITH; DOE, 2022).

Figura 1.2 – Espectro da Frequência.



Fonte: Autoral

A infraestrutura de iluminação existente pode ser aproveitada, substituindo lâmpadas convencionais por lâmpadas LED em residências e instalações industriais, minimizando assim o custo de adoção da tecnologia. Adicionalmente, a VLC é ideal para ambientes onde o uso de ondas de rádio é restrito, como em aviões e hospitais, pois não interfere na operação de outros dispositivos (BROWN; GREEN, 2021). A segurança é outra vantagem significativa deste sistema, uma vez que a VLC transmite dados apenas dentro do alcance da luz direta, reduzindo o risco de interceptação por usuários não autorizados, ao contrário das ondas de rádio, que podem atravessar paredes (WHITE; BLACK, 2023).

Os Serviços Baseados em Localização (LBS), como o Sistema de Posicionamento Global (GPS), têm atraído crescente atenção, pois diversas aplicações dependem do conhecimento preciso da posição e da movimentação de objetos. No entanto, o GPS apresenta limitações significativas em ambientes internos, devido à dificuldade dos sinais de satélite em atravessar paredes. Para superar essas limitações, várias alternativas de posicionamento interno têm sido exploradas, incluindo tecnologias baseadas em radiofrequência (RF) e ópticas. Os sistemas de RF, que dependem de tecnologias como WiFi, WLAN e infravermelho, enfrentam problemas com interferências eletromagnéticas e o fenômeno de desvanecimento por múltiplos caminhos, o que compromete sua precisão e confiabilidade em ambientes complexos (LIM, 2015), (HIYAMA A.; YAMASHITA, 2004).

Nesse contexto, a tecnologia de VLC, que utiliza diodos emissores de luz (LEDs) para transmitir dados enquanto mantém a funcionalidade original de iluminação, surge como uma alternativa promissora. Ela atrai atenção significativa em diversos campos por

oferecer simultaneamente iluminação e comunicação, além de vantagens como alta largura de banda, precisão de posicionamento elevada e imunidade a interferências eletromagnéticas. Outro benefício importante é que a VLC pode ser facilmente integrada à infraestrutura de iluminação já existente, minimizando os custos de implementação.

O aumento nas pesquisas sobre VLC é impulsionado pelas vantagens mencionadas, especialmente no desenvolvimento de técnicas de localização e posicionamento em ambientes internos. As abordagens para posicionamento usando VLC são divididas principalmente em dois tipos de sistemas: aqueles baseados em fotodiodos (PD) e os baseados em sensores de imagem (IS) (HUYNH P.; YOO, 2016). Os sistemas PD são amplamente utilizados devido à sua alta sensibilidade à luz e ao menor custo, enquanto os sistemas IS se destacam por permitir a separação espacial das fontes de luz, eliminando a necessidade de multiplexação e tornando o sistema menos suscetível à interferência da luz ambiente.

Uma das principais técnicas utilizadas para o posicionamento em VLC é a trilateração, que utiliza as fontes de luz visível, como LEDs, como âncoras. Em sistemas como o Epsilon (LI L.; HU, 2014), cada lâmpada LED transmite informações sobre sua posição e ciclo de trabalho. Um receptor equipado com sensores de luz mede a intensidade dos sinais recebidos (*Received Signal Strength*, RSS) de várias lâmpadas, permitindo a estimativa tanto da distância quanto da localização do receptor. Existem diferentes abordagens para trilateração, como o tempo de chegada (TOA) e a técnica baseada na amplitude. O método TOA requer sincronização precisa, o que pode aumentar significativamente os custos do sistema. Em contraste, a técnica baseada na amplitude, que utiliza a intensidade do sinal recebido (RSS), é amplamente popular devido à sua conveniência e alta precisão (HUYNH P.; YOO, 2016). Essa técnica é particularmente eficaz em sistemas de posicionamento VLC, pois a medição da intensidade da luz é direta e pode ser realizada com alta precisão (WANG X.; GAO, 2017).

Além disso, a precisão do posicionamento pode ser aprimorada aumentando o número de LEDs no ambiente, proporcionando mais pontos de referência e, consequentemente, uma melhor estimativa da posição. Assim, sistemas VLC podem alcançar uma precisão de posicionamento muito maior do que sistemas baseados em RF, como WiFi, que sofrem de interferências e desvanecimento. A tecnologia VLC também se revela altamente vantajosa em ambientes onde a comunicação baseada em RF é restrita ou impraticável, como em aviões, hospitais e instalações sensíveis, pois a luz visível não interfere com outros dispositivos eletrônicos (ZVANOVEC P. C. S.; HAIGH, 2015). Com base nessas vantagens, a VLC possui um enorme potencial para superar as limitações dos métodos de posicionamento baseados em RF, oferecendo maior precisão, segurança e eficiência.

Para desenvolver um sistema de posicionamento eficiente utilizando VLC, é

fundamental entender as características do canal de comunicação. O desempenho do sistema pode variar significativamente com base em fatores como a distância entre o transmissor e o receptor, o ângulo de recepção do fotodiodo (PD) e a presença de obstáculos no ambiente, como paredes e móveis, que podem afetar a intensidade da luz recebida em diferentes posições. Esses fatores impõem a necessidade de desenvolver algoritmos robustos que possam lidar com variações no ambiente. Uma abordagem eficaz para melhorar a precisão do posicionamento é a técnica de impressão digital (*fingerprint*), que consiste em comparar a intensidade da luz recebida com valores pré-calculados em posições específicas do ambiente. Essa técnica oferece uma solução prática e precisa para ambientes onde os métodos convencionais de trilateração podem ser menos eficientes.

O uso da luz visível em comunicações (VLC) pode aprimorar e complementar a tecnologia de radiofrequência (RF), além de criar novas soluções em diversas situações. Em ambientes internos onde o GPS não funciona, lâmpadas podem transmitir informações de localização, auxiliando na navegação em shoppings, hospitais e metrô, especialmente para deficientes visuais. Em locais sensíveis à interferência eletromagnética, como aviões e hospitais, a VLC permite a transmissão de dados via LEDs, já utilizados para iluminação, evitando problemas causados pela RF. Debaxo d'água, onde a RF é ineficaz, a VLC possibilita comunicação sem fio entre mergulhadores ou máquinas submarinas com altas taxas de transmissão (O'BRIEN et al., 2008). Em ambientes perigosos, como minas, onde a RF representa um risco de explosão, a VLC oferece uma alternativa segura para iluminação e comunicação. No trânsito urbano, LEDs em semáforos e veículos podem transmitir informações de tráfego e enviar mensagens de emergência, melhorando a segurança e a eficiência. Na Internet das Coisas (IoT), a VLC pode ser utilizada para que, por exemplo, uma lâmpada dentro de uma geladeira envie informações sobre a validade dos alimentos. Além disso, a VLC oferece maior segurança da informação, pois o sinal de luz é confinado ao alcance dos LEDs, dificultando o acesso não autorizado. Assim, a VLC se apresenta como uma solução promissora para melhorar comunicações em diversas áreas, proporcionando segurança, eficiência e novas funcionalidades (MATHEUS et al., 2019).

Embora a comunicação por luz visível (VLC) seja uma tecnologia inovadora, ela apresenta algumas desvantagens que limitam seu uso. Uma das principais limitações é o alcance reduzido, pois os links VLC normalmente cobrem apenas alguns metros, uma distância relativamente curta em comparação com as comunicações por radiofrequência. A intensidade da luz diminui rapidamente com o aumento da distância entre o transmissor e o receptor, além de ser facilmente interrompida por objetos que bloqueiam a linha de visão. Embora a comunicação por linha de visada melhore a segurança e permita informações de localização precisas, ela é severamente afetada por qualquer obstáculo que interfira na passagem da luz (MATHEUS et al., 2019). Outra desvantagem é a interferência causada

por outras fontes de luz no mesmo ambiente. Luzes fluorescentes, incandescentes ou até mesmo a luz do sol podem gerar ruídos que afetam o receptor, aumentando a taxa de erros ou até bloqueando completamente a comunicação ao saturar o fotodetector (MATHEUS et al., 2019).

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está estruturado de forma a fornecer uma compreensão clara do desenvolvimento, implementação e avaliação do Sistema de Localização por Luz Visível (VLC) utilizando o método de impressão digital e trilateração. Dessa forma, tentou-se organizar o texto como uma sequência lógica que permite uma análise progressiva, desde os conceitos fundamentais até os resultados obtidos.

No **Capítulo I - Introdução** foi apresentado um breve histórico da evolução da comunicação por luz visível, contextualizando pesquisa, os objetivos e a motivação para a escolha do tema deste trabalho. Nessa seção, também foi discutido o desafio das tecnologias de localização tradicionais e a relevância do VLC como uma solução para ambientes internos, onde outras tecnologias, como o GPS, apresentam limitações.

Os conceitos chave relacionados ao Sistema de Localização por Luz Visível, bem como a modelagem matemática fundamental utilizada neste trabalho são apresentados no **Capítulo II - Fundamentação Teórica**. Neste capítulo também são discutidos algumas das metodologias existentes para localização utilizando o sistema VLC, detalhando os princípios de funcionamento, suas vantagens e desafios, além de uma revisão da literatura que explora a aplicação de VLC em sistemas de posicionamento. Em especial, apresenta-se a metodologia de impressão digital, que serve como base para o desenvolvimento do sistema proposto.

O **Capítulo III - Metodologia** detalha o processo de modelagem e simulação do ambiente experimental, com foco na geração da base de dados de impressão digital e na implementação dos algoritmos de localização propostos. Neste capítulo, são apresentadas as versões dos algoritmos desenvolvidos, incluindo diferentes estratégias de filtragem e a implementação de trilateração por mínimos quadrados. Também é descrita a inserção de ruído AWGN nas simulações, visando aproximar o modelo de situações reais.

O **Capítulo IV - Resultados e Discussões** reúne os principais resultados obtidos nas simulações, tanto em ambientes sem ruído quanto com ruído adicionado. São comparadas as estratégias de localização propostas, incluindo diferentes configurações de margens dinâmicas e filtragem percentual. O desempenho dos métodos é avaliado em termos de precisão, robustez frente a ruídos e eficiência computacional, sendo apresentados

gráficos, tabelas e discussões detalhadas sobre os erros obtidos e o comportamento dos algoritmos.

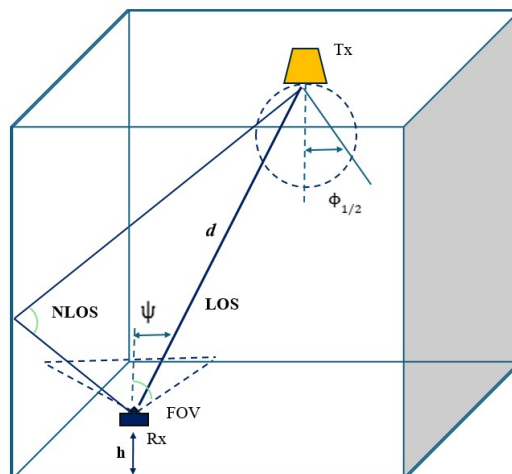
O **Capítulo V - Conclusão** sintetiza as conclusões do trabalho, destacando os principais resultados alcançados, as limitações identificadas e sugestões para futuras melhorias. São discutidas possíveis aplicações práticas do sistema, alternativas para aumentar a precisão e propostas de expansão da metodologia para cenários mais complexos, incluindo ambientes com obstáculos e reflexões.

2 ILUMINÂNCIA DE LEDS E DISTRIBUIÇÃO LAMBERTIANA

Os LEDs (diodos emissores de luz) são dispositivos semicondutores amplamente utilizados em sistemas de iluminação e comunicação devido à sua alta eficiência energética e versatilidade. Seu princípio de funcionamento baseia-se na junção p-n, formada por dois tipos de materiais semicondutores: um tipo p, com maior concentração de lacunas (cargas positivas), e um tipo n, com maior quantidade de elétrons (cargas negativas). Quando uma corrente elétrica é aplicada, os elétrons se movem através da junção p-n e, ao se recombinarem com as lacunas, liberam energia na forma de fótons. A cor da luz emitida depende diretamente do tipo de material semicondutor utilizado, definindo a energia dos fótons e, portanto, a cor da luz (COSSU, 2012).

Além de sua capacidade de emitir luz em uma ampla gama de cores, os LEDs são altamente eficientes em termos do uso de energia. A relação entre a potência elétrica consumida (medida em watts) e a luz emitida (medida em lúmens) é significativamente melhor em LEDs em comparação a fontes de luz tradicionais, como lâmpadas incandescentes e fluorescentes, promovendo a eficiência energética e a sustentabilidade (SOH et al., 2017). Outra característica relevante dos LEDs é sua capacidade de serem chaveados em altas frequências, permitindo que sejam ligados e desligados rapidamente. Essa propriedade viabiliza o uso dos LEDs em sistemas de VLC, nos quais a modulação da luz possibilita a transmissão de dados sem afetar o funcionamento da iluminação do ambiente, demonstrando a versatilidade deste sistema de comunicação (HELD, 2008).

Figura 2.1 – Multipercurso.



No contexto das comunicações por luz visível, o conceito de linha de visada (LOS) é essencial. A LOS refere-se ao caminho de comunicação direta entre a fonte de luz e o receptor (fotodetector), sem a presença de obstáculos (TRAN HUY Q.; HA, 2019). Este caminho de comunicação é fundamental para garantir uma transmissão eficiente de dados em ambientes internos, onde outras formas de comunicação sem fio podem enfrentar interferências.

Além da LOS, é importante entender que existem caminhos de multipercursos sem visada direta (NLOS), que ocorrem quando a luz se reflete em superfícies e cria várias trajetórias que podem interferir na qualidade do sinal recebido. As reflexões múltiplas podem causar efeitos como desvanecimento e interferência, prejudicando o desempenho do sistema de comunicação (XU et al., 2017). Dessa forma, na modelagem de um sistema baseado em VLC os diversos percursos sem visada direta devem ser investigados, de maneira a avaliar a necessidade, ou não, de incluir os seus efeitos no projeto do sistema.

Neste estudo, focamos na linha de visada (LOS) direta sem interferência dos percursos NLOS. Essa escolha deve-se ao fato de que os caminhos de multipercursos podem causar interferências, especialmente nas áreas próximas às paredes e cantos, onde a luz apresenta uma maior intensidade de reflexão. Porém, essas interferências não possuem grande efeito nas áreas centrais do ambiente, onde consideramos ser a maior frequência de movimentação dos fotodetectores considerados neste trabalho.

Os conceitos mencionados anteriormente podem ser melhor visualizados na Figura 2.1, onde podemos verificar os caminhos de visada direta e de multipercurso, bem como a apresentação de alguns parâmetros importantes para a modelagem do sistema de comunicação VLC. Com base nos parâmetros observados na figura pode-se modelar a potência óptica recebida em um fotodetector P_{LOS} utilizando a equação geral (KAHN J.M.; BARRY, 1997):

$$P_{LOS} = P_t \frac{(n+1)A_{esc}}{2\pi d^2} \cos^n(\phi) \quad (1)$$

onde P_t é a potência total emitida pela luz, A_{esc} é a área efetiva do fotodetector, d é a distância entre o LED e o receptor, n é a ordem lambertiana, e ϕ é o ângulo de emissão da luz em relação à normal da superfície do LED. Desta equação, podemos observar como algumas características do sistema podem ser controladas para se obter o desempenho desejado em função da potência recebida. Claramente, a distância é o principal fator que afeta a qualidade do sinal recebido e, dessa forma, para transmissão de dados é importante considerar o posicionamento entre os LEDs transmissores e os foto-receptores. Por outro lado, o fato da potência recebida estar relacionada à distância entre transmissor (Tx) e receptor (Rx) permite que a medição da potência recebida seja utilizada para estimar o

posicionamento de um fotodetector.

A ordem lambertiana, n , é um dado que se tem pouco controle mas que impacta consideravelmente a potência recebida. Esta variável descreve como a intensidade da luz diminui à medida que o ângulo de emissão aumenta. Uma ordem lambertiana mais alta indica que a luz é mais concentrada em torno do eixo perpendicular ao LED, enquanto uma ordem menor indica uma dispersão mais ampla da luz. Podemos calcular esta ordem a partir do semi-ângulo de meia potência $\phi_{frac(1)(2)}$, que é o ângulo em que a intensidade da luz se reduz à metade do valor máximo (GFELLER F.R.; BAPST, 1979):

$$n = \frac{-\ln(2)}{\ln(\cos(\Phi_{\frac{1}{2}}))} \quad (2)$$

Os outros dois termos da equação podem ser controlados ativamente para se obter características e comportamentos desejados no sistema VLC. A área efetiva do fotodetector determina a capacidade do receptor em captar a luz incidente. Um valor elevado para essa área permite uma maior captação de luz, resultando em melhor sensibilidade a sinais fracos. Além disso, uma área efetiva otimizada contribui para aumentar a taxa de transmissão de dados, garantindo que um maior volume de informações seja recebido em um período mais curto. Essa área é calculada como uma função do ganho do filtro óptico e do ângulo de incidência da luz no receptor, ψ , e do campo de visão do receptor ψ_c :

$$A_{esc} = \begin{cases} A_{PD}T_s(\psi)g(\psi)\cos(\psi) & , 0 \leq \psi \leq \psi_c \\ 0 & , \psi > \psi_c \end{cases} \quad (3)$$

com A_{PD} sendo a área ativa do fotodetector, $T_S(\psi)$ o ganho do filtro óptico, e $g(\psi)$ o ganho do concentrador óptico. Na ausência de lentes no receptor, tanto $T_S(\psi)$ quanto $g(\psi)$ assumem o valor de 1, uma vez que o ganho óptico máximo é limitado por restrições relacionadas à radiância constante (TRAN HUY Q.; HA, 2019; KAHN J.M.; BARRY, 1997). O campo de visão do receptor, ψ_c , determina a região onde o receptor pode capturar efetivamente a luz.

Por fim, a potência total emitida pelo LED está diretamente relacionada à intensidade luminosa $I(\phi)$, a qual expressa como a intensidade máxima da luz emitida perpendicularmente do LED se dispersa em relação à distribuição angular da luz. A potência total emitida P_t é calculada integrando a intensidade luminosa ao longo de todas as direções (GFELLER F.R.; BAPST, 1979):

$$P_t = \int_0^{\frac{\pi}{2}} I(\phi)d\Omega \quad (4)$$

onde $d\Omega$ representa o elemento de ângulo sólido e a fórmula para a intensidade da luz é (COSSU, 2012):

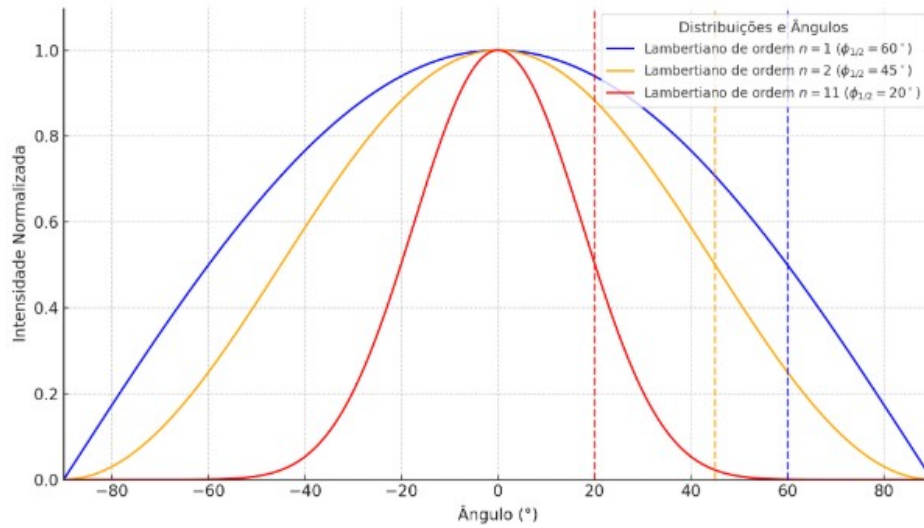
$$I(\phi) = I(0) \cos^n(\phi) \quad (5)$$

A variação de P_t tem implicações significativas, pois se a potência total emitida pelo LED diminuir ao longo do tempo, isso resultará em uma intensidade de luz mais baixa recebida pelos dispositivos receptores. Essa diminuição pode levar a uma redução na taxa de transmissão de dados e um aumento na taxa de erros. Por outro lado, um aumento na P_t pode melhorar a qualidade da comunicação, fazendo com que os sinais transmitidos sejam mais robustos, e permitindo uma maior taxa de transmissão de dados. Isso pode ampliar o alcance da comunicação e melhorar a confiabilidade da transmissão em ambientes. Entretanto, tanto o aumento quanto a redução da potência emitida afetam diretamente a iluminação do ambiente e, dessa forma, intensidade luminosa deve ser escolhida de maneira a manter uma boa relação entre o desempenho do sistema VLC e a qualidade da iluminação ambiente.

A Figura 2.2 apresentada ilustra a **intensidade luminosa normalizada** de emissores com padrões de radiação lambertiana para diferentes ordens (n) e seus respectivos **ângulos de meia potência** ($\phi_{1/2}$). O eixo semicircular descreve os ângulos, variando de -90° a $+90^\circ$, enquanto o eixo radial representa a intensidade luminosa, normalizada entre 0 (mínimo) e 1 (máximo). Cada curva corresponde a uma ordem lambertiana distinta, e as **linhas tracejadas** indicam os ângulos $\phi_{1/2}$, nos quais a intensidade luminosa atinge metade do valor máximo (0,5). A descrição das curvas é detalhada a seguir:

- **Ordem** $n = 1$ (curva azul): a intensidade luminosa cai para metade no ângulo $\phi_{1/2} = 60^\circ$. Este padrão caracteriza uma emissão mais difusa, com um feixe de luz amplo.
- **Ordem** $n = 2$ (curva laranja): a intensidade luminosa atinge metade no ângulo $\phi_{1/2} = 45^\circ$. Comparado ao caso anterior, o feixe é mais concentrado.
- **Ordem** $n = 11$ (curva vermelha): a intensidade luminosa é reduzida à metade no ângulo $\phi_{1/2} = 20^\circ$, indicando um feixe altamente concentrado e direcionado.

Figura 2.2 – Distribuições lambertianas normalizadas para diferentes ângulos de FOV.



Fonte: Adaptado de (DIMITROV; HAAS, 2015)

Utilizando as equações 3, 2 e 4 em 6, e considerando que o ângulo $\phi_{1/2}$ é de 60° , podemos simplificar a equação da potência em linha de visada direta como na equação abaixo, onde os ganhos T e G são iguais a 1.

$$P_{LOS} = \frac{A_{PD} P_t \cos(\psi)}{2\pi d^2} \quad (6)$$

2.1 MÉTODOS DE LOCALIZAÇÃO BASEADOS NA INTENSIDADE DO SINAL RECEBIDO

Os métodos de posicionamento que utilizam a intensidade do sinal recebido (RSS) apresentam a vantagem desta informação ser facilmente obtida em comparação às outras características dos sinais transmitidos. Essa obtenção pode ser realizada usando apenas um único fotodetector, sem a necessidade de dispositivos auxiliares adicionais (RAES et al., 2018). Conforme a equação 6, a RSS diminui à medida que a distância entre o transmissor e o receptor aumenta, e essa informação pode ser utilizada, em conjunto com outras informações *a priori* sobre o ambiente, para determinar a localização do dispositivo fotodetector (GROBE, 2013), (ZHUANG, 2018). Alguns métodos para determinar a localização como trilateração, impressão digital e proximidade, serão discutidos nas próximas seções.

2.1.1 Trilateração

A trilateração é uma técnica geométrica utilizada para determinar a posição de um ponto desconhecido no espaço a partir das distâncias desse ponto a três ou mais pontos de referência cujas coordenadas são conhecidas. Em ambientes bidimensionais (2D), são

necessários pelo menos três pontos de referência para calcular a localização do receptor, enquanto, em ambientes tridimensionais (3D), são necessários ao menos quatro pontos de referência.

O princípio da trilateração baseia-se na ideia de que, ao conhecer a distância entre um ponto desconhecido e três ou mais pontos de referência, é possível determinar a posição exata deste ponto por meio da intersecção de círculos (ou esferas no caso tridimensional). A distância de cada ponto de referência até o ponto desconhecido forma o raio de um círculo, cujo centro é a coordenada conhecida de cada ponto de referência. A intersecção entre esses círculos revela a posição exata do ponto desconhecido.

Essa técnica é amplamente empregada em sistemas de posicionamento, como o GPS (*Global Positioning System*), onde a posição de um receptor terrestre é calculada a partir das distâncias medidas até múltiplos satélites. Em sistemas de localização em ambientes internos, a trilateração é usada de maneira semelhante, utilizando-se sinais emitidos por pontos de referência, como transmissores de rádio, lâmpadas LED ou outros dispositivos (ROTAFLUX, 2024).

Para a aplicação algoritmos de posicionamento baseados em trilateração em duas dimensões, é necessário o uso de pelo menos três luminárias de LED com localizações conhecidas, enquanto que para o caso tridimensional, são necessárias ao menos quatro luminárias (VATANSEVER Z.; LIAN, 2018) e (SEE Y.; NOOR, 2016). A seguir, demonstra-se um caso típico de localização em duas dimensões utilizando três luminárias de LED.

Suponha que todas as luminárias de LED estão instaladas na mesma altura e que a altura do receptor também é conhecida. Quando o receptor mede a intensidade do sinal recebido (RSS) dos sinais transmitidos, a distância de cada transmissor pode ser calculada a partir do modelo de canal previamente apresentado, equação 7 (ZHUANG, 2018).

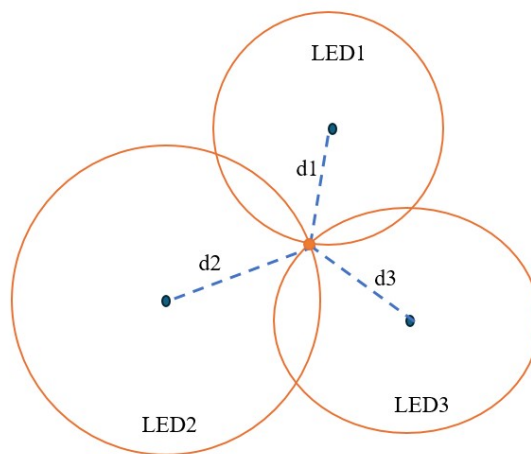
Assim, considerando a distância obtida para um único transmissor, sabe-se que o receptor está localizado em algum ponto do círculo traçado com centro na coordenada desse transmissor, a qual é conhecida *a priori*. No entanto, essa informação sozinha não é suficiente para determinar a localização exata do receptor, pois ele pode estar em qualquer ponto da circunferência traçada. Em seguida, utilizando a distância entre o segundo transmissor e o receptor, é possível supor uma segunda circunferência com centro na coordenada desse segundo transmissor. A intersecção entre dois círculos pode resultar em dois pontos distintos, em um único ponto (no caso de tangência) ou, ainda, em nenhuma intersecção, quando os círculos não se cruzam. Assim, com apenas dois transmissores, não é possível determinar unicamente a posição do receptor, já que ele pode estar em qualquer um dos pontos de intersecção — se existirem. A ambiguidade ou indefinição é resolvida

com a adição de um terceiro transmissor: sua distância ao receptor define uma terceira circunferência. A localização estimada será, então, o ponto comum às três circunferências. No entanto, essa interseção pode não existir, o que indicaria uma inconsistência nas distâncias estimadas — algo comum em ambientes ruidosos ou com erros de medição. Para garantir que seja encontrado ao menos um ponto mais próximo aos cruzamentos entre os círculos, métodos de aproximação da solução são propostos. Para o caso sem ruído, a Figura 2.3 ilustra esse processo, de onde pode-se deduzir as seguintes equações

$$\begin{cases} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = d_1^2 \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = d_2^2 \\ (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 = d_3^2 \end{cases} \quad (7)$$

onde (x_1, y_1) , (x_2, y_2) e (x_3, y_3) são as coordenadas de cada transmissor no plano xy , e a solução desse sistema de equações fornece a localização do receptor.

Figura 2.3 – Trilateração com interseção em um ponto.

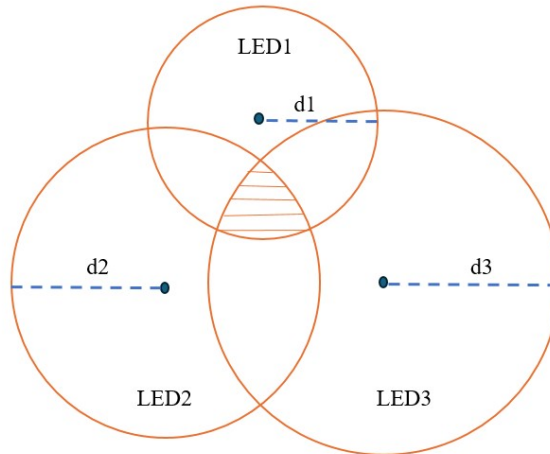


Fonte: Adaptado de (ZHUANG, 2018)

Na maioria dos casos práticos, a distância medida apresenta pequenas variações em relação à real, devido a erros de quantização e medição, além das características dos sistemas de localização em ambientes internos, como o efeito de múltiplos caminhos, que afeta algoritmos baseados em RSS. Assim, os círculos desenhados não se cruzam

perfeitamente e os pontos de interseção formam uma área que pertence aos três círculos, como a área sombreada na Figura 2.4 (ALBRAHEEM; ALAWAD, 2023).

Figura 2.4 – Trilateração com interseção dentro de uma área.



Fonte: Adaptado de (ZHUANG, 2018)

Para a localização em três dimensões, devem ser determinadas três coordenadas em vez de duas, o que significa que, ao invés de círculos, são plotadas esferas, transformando a área em um espaço com certo volume. Na localização 3D, são necessários ao menos quatro transmissores, resultando em quatro equações quadráticas (ZHUANG, 2018).

No artigo (SEE Y.; NOOR, 2016), um sistema de posicionamento interno utilizando o método de trilateração é explorado, onde quatro luminárias de LED são utilizadas como transmissores. Para separá-las, cada uma modulada em frequências diferentes pela técnica de Identificação por Frequência (F-ID). No receptor o sinal óptico digitalizado é processado pela Transformada Rápida de Fourier (FFT) de maneira a identificar as frequências das luminárias e calcular a intensidade do sinal recebido (RSS) de cada uma. Utilizando a equação do ganho lambertiano e trilateração, o sistema estima a distância entre o receptor e as luminárias, determinando assim a posição do receptor no ambiente com uma margem de erro média de 39cm.

O trabalho (VATANSEVER Z.; LIAN, 2018) explora o uso de VLC para mapeamento interno, utilizando as Informações de Estado do Canal (CSI) e técnicas de *Simultaneous Localization and Mapping (SLAM)*. O sistema mede a intensidade do sinal

recebido (RSS) e a resposta ao impulso do canal (CIR) com um fotodiodo, registrando a luz direta e as reflexões de paredes próximas. O TOF (tempo de voo) da luz é calculado com base nos picos da CIR para estimar as distâncias percorridas. Utilizando o algoritmo EKF-SLAM, o sistema pode localizar o receptor e mapear obstáculos no ambiente, sendo eficaz em condições de alta SNR (relação sinal-ruído). Em simulações, o sistema mapeou com precisão as paredes e obteve uma localização de agentes com erro menor que 10cm para alta SNR.

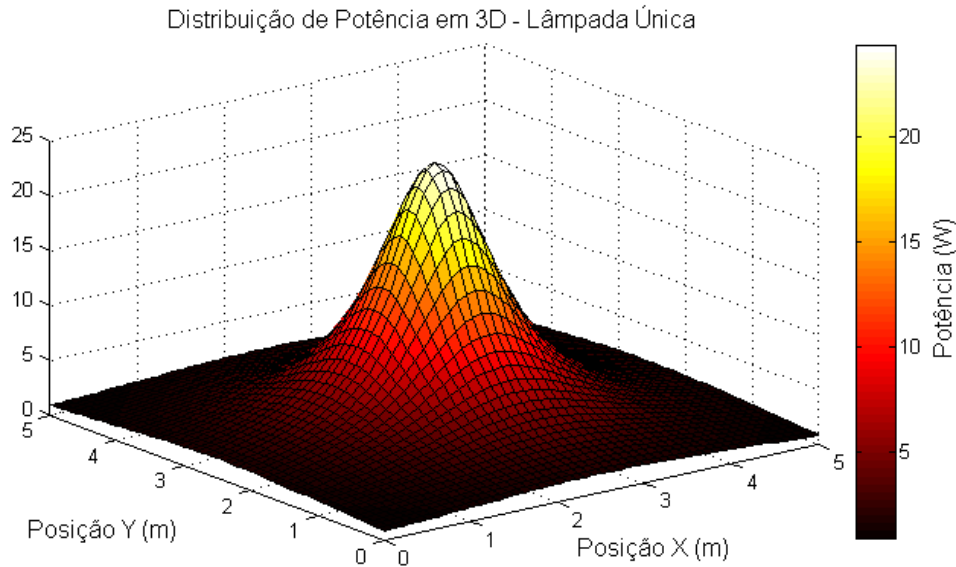
Em (SHARIFI et al., 2016), um sistema de localização interna para um robô autônomo utilizando Comunicação por Luz Visível (VLC) é apresentado. No sistema, quatro luminárias de LED são instaladas no teto e moduladas em frequências distintas para evitar interferência, transmitindo continuamente suas identificações de localização, similar ao esquema de (SEE Y.; NOOR, 2016). Entretanto, as frequências dos LEDs são consideradas conhecidas *a priori*, e um banco de filtros sintonizados para as frequências de cada luminária é utilizado para a separação dos sinais. Com a intensidade do sinal recebido (RSS) de cada luminária, a posição do robô no ambiente é determinada por trilateração, sem a necessidade de sincronização de entre transmissores e receptor, o que reduz a complexidade e o custo do sistema. A margem de erro média desse sistema foi de 40cm.

2.1.2 Impressão digital

A impressão digital, no contexto de posicionamento, refere-se a uma técnica que utiliza características específicas de sinal emitido por dispositivos de transmissão, como lâmpadas LED ou transmissores de rádio, para criar um mapa de referência de um ambiente. Essa técnica é baseada na coleta de dados de intensidade de sinal em diferentes locais de um espaço, permitindo que cada ponto seja identificado por uma marca de características únicas, semelhante a uma digital humana. Essas impressões digitais são então utilizadas para determinar a localização de um receptor, como um *smartphone* ou um dispositivo IoT, em um ambiente interno onde o posicionamento GPS pode ser inadequado (SHI et al., 2020; SHI et al., 2021). O algoritmo de posicionamento baseado em impressão digital é composto por duas fases principais: a fase *offline* e a fase *online* (PRINCE; LITTLE, 2012).

Durante a fase *offline*, o ambiente é dividido em pequenas áreas, e no ponto central de cada uma dessas áreas, são coletados e armazenados as marcas características e suas respectivas coordenadas em um banco de dados. Dados como valores de RSS, AOA (*Angle of Arrival*) e TOA (*Time of Arrival*) são algumas das marcas características mais utilizadas (CHEN, 2018). Como exemplo, a Figura 2.5 demonstra de maneira visual o armazenamento dos dados de potências em um banco de dados.

Figura 2.5 – Distribuição de Potência do LED em 3D.



Fonte: Autoral

Após o banco de dados construído, a fase online pode operar, onde os valores de RSS (ou AOA, TOA, etc.) são coletados em tempo real e comparados com os dados armazenados no banco de dados de impressão digital. O objetivo é determinar a posição do receptor com base na correspondência dos dados coletados com as impressões digitais registradas (CHAUDHARY N.; ALVES, 2019).

Em (WEI H.; YAO, 2017) um método é proposto para aumentar o número de pontos em um ambiente, sem a necessidade das medições *in loco*. Este algoritmo é projetado para melhorar a precisão do posicionamento em ambientes com baixa densidade de nós de referência. Neste método a RSSI (Indicação da Intensidade do Sinal Recebido) é usada como característica de impressão digital de um ponto específico, considerando que variações na propagação da luz visível e no ambiente afetam sua intensidade em diferentes posições. Na fase de estabelecimento do banco de dados, áreas específicas são escolhidas como nós de referência reais, e suas RSSIs são medidas. Para aprimorar a precisão, nós de referência virtuais são inseridos entre os nós reais, e a RSSI desses nós virtuais é estimada por interpolação bilinear. Durante o processo de posicionamento, a RSSI do receptor é comparada com o banco de dados de impressão digital virtual, e as coordenadas do receptor são estimadas por um algoritmo de ponderação. Com esses novos pontos disponíveis, este sistema consegue obter uma precisão de 38cm.

Um comparativo entre diferentes algoritmos de posicionamento interno, baseados em impressão digital, é realizado em (JIANG et al., 2019). A intensidade luminosa de cada luminária de LED é registrada e armazenada para cada ponto da grade, criando um banco de

dados de impressões digitais. Para determinar a posição do receptor, os autores comparam o desempenho de algoritmos de procura baseados em KNN (*K-Nearest Neighbors*), modelo *Bayesiano*, e também uma combinação entre esses dois métodos. No último algoritmo, o método de KNN seleciona pontos próximos à posição do receptor, e o modelo Bayesiano calcula a probabilidade *a posteriori* dos pontos pré-selecionados. Por fim, o algoritmo estima a posição atual como o ponto com a maior probabilidade, com uma precisão de *27cm*.

No artigo de (LU et al., 2017), os autores propõem um método de posicionamento interno que combina trilateração com impressão digital. Primeiramente, a RSSI no local desconhecido é medida, e as distâncias relativas entre o receptor e as fontes de luz são calculadas. A trilateração é então utilizada para determinar um agrupamento de prováveis localizações do receptor. Em seguida, as impressões digitais armazenadas são comparadas com os parâmetros medidos dentro deste agrupamento, aplicando o método de KNN para determinar a posição do receptor. Como o algoritmo realiza comparações apenas dentro do agrupamento identificado, e não em todo o banco de dados, o custo computacional é significativamente reduzido em relação a algoritmos que utilizam o método KNN globalmente, esse sistema obteve uma precisão de *3,9cm*.

2.1.3 Proximidade

Este método de posicionamento interno, considerado relativamente simples em comparação com outras técnicas, baseia-se exclusivamente na análise da conectividade entre o receptor e as fontes de luz. Primeiramente, o receptor monitora os sinais recebidos e identifica o LED que transmite com a intensidade mais elevada. A partir dessa análise, deduz-se que o receptor está localizado dentro da área coberta pelo campo de visão (FOV) desse LED, o que permite uma estimativa inicial da posição. Caso o receptor detecte sinais com intensidades semelhantes vindos de múltiplos LEDs, assume-se que ele está localizado no ponto central entre esses LEDs, aproveitando a sobreposição dos campos de visão.

Este método apresenta-se como uma solução adequada para ambientes onde a localização precisa não é um requisito. A acurácia do posicionamento depende diretamente da quantidade e densidade das luminárias instaladas. Em locais onde há uma distribuição adequada de LEDs, a técnica pode fornecer uma estimativa confiável da posição do receptor. Contudo, em ambientes com um número menor de LEDs ou com uma distribuição menos densa, a precisão diminui, limitando a acurácia do sistema (CHAUDHARY N.; ALVES, 2019), (WANG, 2015), (GLIGORIĆ et al., 2018) e (CHERNTANOMWONG P.; CHANTHARASENA, 2015).

O estudo realizado por (CHERNTANOMWONG P.; CHANTHARASENA, 2015)

investiga um sistema de localização VLC que se baseia na modificação do algoritmo de proximidade. Nesse trabalho, considera-se que o receptor deve captar apenas o sinal de uma única luminária LED, levando o sistema a concluir que o receptor está na área de cobertura dessa luminária, simplificando ao máximo o método de proximidade. No entanto, em áreas onde o receptor pode captar sinais de várias luminárias ao mesmo tempo, o problema da sobreposição de sinais é resolvido por meio de multiplexação por divisão de tempo (TDM). Esse método organiza os sinais transmitidos para evitar interferências, utilizando modulação por chaveamento de amplitude (OOK).

2.2 MÉTODOS BASEADOS EM TEMPO DE CHEGADA E TEMPO DIFERENCIAL DE CHEGADA

A técnica de Tempo de Chegada (TOA) é usada para localizar um receptor medindo o tempo que um sinal leva para viajar do transmissor até ele. No entanto, um dos principais desafios dessa técnica é a necessidade de uma sincronização de tempo extremamente precisa entre as luminárias LED e os receptores (KAZIKLI; GEZICI, 2019).

Para lidar com essa dificuldade, muitas vezes se utiliza a técnica de Tempo Diferencial de Chegada (TDOA) em vez de TOA. O TDOA ainda exige que as luminárias estejam sincronizadas, mas pode simplificar o processo. Normalmente, no mínimo dois receptores são necessários para medir a diferença de tempo entre sinais em um sistema TDOA. No entanto, um único receptor pode realizar essa tarefa de forma eficaz usando múltiplos LEDs, modulação por divisão de frequência (FDM) e um filtro passa-faixas (BPF) para analisar os sinais (SAHIN et al., 2015a).

Os algoritmos de posicionamento baseados em TOA ou TDOA geralmente utilizam métodos como trilateração e multilateração. A trilateração, como já foi descrita para métodos baseados em intensidade do sinal recebido (RSS), calcula a posição com base em distâncias conhecidas. A multilateração, ou navegação hiperbólica, usa as diferenças de distância entre pares de luminárias LED com localizações conhecidas para determinar a posição do receptor.

Em (DO et al., 2019), um sistema de posicionamento em ambientes internos baseado no método de Tempo Diferencial de Chegada (TDOA) é apresentado, onde uma grade de diversas luminárias LED, dispostas em um arranjo planar, transmite sinais piloto em pulsos únicos com períodos de guarda para evitar interferência. O receptor, ao captar esses sinais, calcula as diferenças de tempo de chegada (TDOA) entre eles. Ao multiplicar essas diferenças pelo valor da velocidade da luz, obtém-se a diferença de distância entre o receptor e cada luminária, possibilitando a estimativa da posição. Nas simulações realizadas, o sistema alcançou um erro médio de distância de 3,6cm, mesmo sob influência de ruídos.

Os autores de (ZHUANG, 2018) propõem um método de posicionamento que combina TDOA com impressão digital. Nesse sistema, o ambiente é dividido em áreas quadradas, e cada ponto de referência mede e registra a RSSI das luminárias, formando um banco de dados de impressões digitais. O TDOA é utilizado para determinar a diferença de distância entre o receptor e as luminárias, e um algoritmo de K Vizinhos Mais Próximos (KNN) ponderado localiza o receptor dentro da área correspondente. Este método obteve um erro médio de $3,58\text{cm}$, superando métodos tradicionais de impressão digital em precisão e eficiência no uso de recursos.

2.3 MÉTODOS BASEADOS EM ÂNGULO DE CHEGADA

O Ângulo de Chegada (AOA) refere-se ao ângulo entre a linha de visada (LOS) e o ângulo normal ao plano do transmissor, indicando a direção do sinal que chega ao receptor (SAHIN et al., 2015a). Medir o AOA pode ser um desafio e é realizado por duas abordagens principais. A primeira, chamada de Método de Transformação de Imagem, utiliza uma câmera para capturar imagens da luz emitida pelos transmissores. A partir dessas imagens, combinadas com as coordenadas conhecidas das âncoras emissoras, é possível calcular o AOA com base em trigonometria. Esse processo é simples quando a câmera está posicionada horizontalmente, mas, caso ela esteja inclinada, é necessário corrigir sua orientação com o uso de MEMS (*Micro-Electro-Mechanical Systems*), dispositivos microeletromecânicos que integram componentes mecânicos e eletrônicos para realizar medições precisas de movimento e posição. Dentro dos MEMS, destacam-se os acelerômetros, que medem a aceleração linear e detectam a inclinação em relação à gravidade, e os magnetômetros, que captam o campo magnético terrestre, contribuindo para identificar a orientação angular (ZHUANG, 2018). A precisão desse método depende de fatores como o campo de visão (FOV) da câmera, a resolução das imagens capturadas e o erro de quantização durante o processamento digital.

O segundo método, chamado de Método de Modelagem com Fotodiodo, baseia-se em um modelo matemático que relaciona a intensidade da luz recebida com o ângulo de radiação. Nesse caso, o receptor mede a potência luminosa em uma posição específica e utiliza sensores MEMS para determinar sua orientação no espaço. Com essas informações, o AOA é calculado diretamente, dispensando o uso de imagens. A combinação dessas medições com modelos matemáticos robustos permite estimar o ângulo de radiação com alta precisão, sendo uma abordagem amplamente utilizada em sistemas de localização que envolvem fontes luminosas (OTHMAN et al., 2021), (EROGLU et al., 2015).

O trabalho de (HOU, 2015), que propõe um sistema de posicionamento interno baseado em uma única lâmpada de LED como transmissor e um *smartphone* como receptor. Nesse sistema, a localização tridimensional (3D) é estimada combinando as técnicas de

Intensidade do Sinal Recebido (RSS) com o AOA. No sistema, o ganho do canal é modelado seguindo um padrão de radiação lambertiana, onde a intensidade da luz decai com o aumento do ângulo de emissão. Para configurar o modelo, foi calculada a potência elétrica recebida em diferentes posições ao longo do plano XY . Essas medições foram realizadas movendo o receptor em posições conhecidas no espaço, permitindo determinar as constantes das equações que descrevem a relação entre a potência recebida e os parâmetros espaciais.

Após a etapa de modelagem, o algoritmo de posicionamento foi desenvolvido para estimar unicamente as coordenadas 3D do receptor. Esse algoritmo utiliza três parâmetros principais: a potência elétrica recebida, o ângulo azimutal da luz incidente e a orientação do receptor. A orientação foi medida com o auxílio de sensores integrados no smartphone, incluindo um sensor de imagem, um fotodiodo e um magnetômetro. Os resultados demonstraram a alta precisão do modelo, alcançando um erro médio de posicionamento de aproximadamente $10cm$.

3 METODOLOGIA

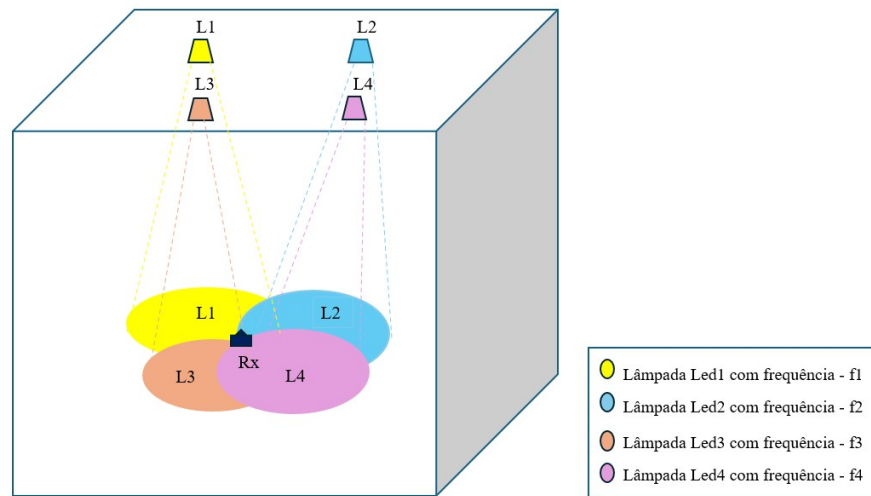
A metodologia adotada neste trabalho fundamenta-se no desenvolvimento, simulação e análise de métodos de localização em ambientes internos utilizando Comunicação por Luz Visível (VLC), com base na intensidade do sinal recebido (RSS). As soluções propostas são baseadas no método da impressão digital óptica e também na trilateração. Todo o processo foi conduzido em ambiente simulado, com o intuito de reproduzir condições realistas e viabilizar uma avaliação controlada e precisa da eficácia das abordagens estudadas.

O cenário modelado corresponde a uma sala de 5 metros por 5 metros, com quatro luminárias LED dispostas no teto, posicionadas simetricamente em relação às extremidades do ambiente. Essa configuração foi escolhida por representar um espaço típico de uso prático da tecnologia VLC, como escritórios, salas comerciais ou laboratórios.

A simulação foi realizada de forma totalmente virtual, onde foi considerado que não há reflexões da luz nas paredes, e a sala considerada vazia, sem a presença de móveis ou outros obstáculos. O ambiente tridimensional foi discretizado em uma malha regular, possibilitando a construção de um banco de dados detalhado que associa posições conhecidas a padrões de potência luminosa recebida. As lâmpadas LED foram posicionadas no teto, simulando fontes pontuais com radiação Lambertiana, distribuídas para garantir cobertura uniforme da área estudada. Além disso, cada lâmpada foi associada a uma frequência distinta, de forma a permitir a sua identificação individual durante o processo de localização, conforme ilustrado na figura correspondente.

Embora a simulação não tenha considerado diretamente os fenômenos físicos associados ao ambiente, como a presença de obstáculos ou superfícies refletoras, foi inserido um modelo de ruído nas potências recebidas com o objetivo de emular, de maneira simplificada, as imperfeições e incertezas inerentes a qualquer aplicação prática. Essa abordagem teve como finalidade aproximar o comportamento do sistema às condições não-ideais que ocorrem em cenários reais.

Figura 3.1 – Modelo da sala.



Fonte: Autoral.

3.1 MÉTODO BASEADO EM IMPRESSÃO DIGITAL

O sistema de localização baseado no método de impressão digital opera em duas etapas complementares. Primeiramente, na fase *offline*, o banco de dados de referência é construído, adotando-se o modelo lambertiano de propagação luminosa, que descreve a distribuição espacial da intensidade emitida por fontes de luz difusas, como os LEDs utilizados. Esse modelo considera variáveis fundamentais como a distância entre o emissor e o receptor, o ângulo de emissão do LED, o ângulo de recepção no fotodetector, o campo de visão (FoV) do receptor e as propriedades geométricas das superfícies envolvidas. Com base nessas informações, calcula-se a potência teórica recebida em cada ponto de uma malha bidimensional pré-determinada (tridimensional quando a altura do fotodetector também pode variar), gerando uma matriz completa de intensidades simuladas para cada lâmpada em cada posição da sala. Esse conjunto de dados representa a base de comparação para a etapa seguinte.

Na fase *online*, o sistema simula uma leitura de potências luminosas recebidas por um fotodetector localizado em posição arbitrária na sala. A partir dessas leituras, o algoritmo projetado realiza uma busca no banco de dados por pontos cuja potência armazenada se aproxima dos valores medidos. A lógica central do algoritmo baseia-se na interseção sucessiva de subconjuntos de pontos candidatos. Inicialmente, identifica-se qual das lâmpadas gerou o maior sinal luminoso, e selecionam-se todos os pontos da base de dados cuja potência teórica para essa lâmpada esteja dentro de uma margem de tolerância em relação ao valor medido. Em seguida, os pontos compatíveis são comparados com

os da segunda lâmpada de maior intensidade, repetindo-se o processo de filtragem com base em margens ajustáveis. Esse refinamento contínuo por interseção entre conjuntos é repetido até que reste, idealmente, apenas um ponto, considerado como a estimativa final da posição do receptor.

Para verificar a robustez e eficiência do sistema, foram desenvolvidas diferentes versões do algoritmo de busca, variando o critério de tolerância usado na filtragem. Inicialmente, testou-se o uso de uma margem fixa, aplicada uniformemente a todos os níveis de potência medidos, a qual será referenciada ao longo do texto como Algoritmo 1. Embora simples e eficaz em cenários sem ruído, essa abordagem mostrou-se menos flexível em condições com variações aleatórias, como interferência ou flutuações de intensidade, já que margens fixas rígidas podem eliminar pontos corretos se a diferença entre valor medido e teórico ultrapassar o limite pré-definido.

Em busca de maior adaptabilidade, implementou-se também uma abordagem com margem dinâmica crescente, Algoritmo 2. Nesse caso, a margem de tolerância começa com um valor reduzido e cresce progressivamente a cada iteração de filtragem. O objetivo inicial foi adotar uma margem de aceitação restrita para priorizar os pontos com maior compatibilidade com as potências recebidas. Caso a seletividade inicial fosse excessiva e resultasse na ausência de pontos válidos, o critério de aceitação seria ampliado progressivamente nas etapas seguintes. Essa abordagem visa garantir que o processo de localização sempre disponha de candidatos válidos, mesmo em cenários com maior nível de ruído ou flutuações nos sinais. Embora o aumento da margem reduza a seletividade, essa flexibilização é necessária para evitar situações em que o sistema apresente nenhum ponto selecionado.

Complementarmente, foi testada uma estratégia com margem dinâmica decrescente. Nessa variação, o algoritmo parte de uma margem ampla e a reduz gradualmente a cada nova interseção. A lógica por trás dessa escolha é permitir que uma gama maior de pontos seja inicialmente mantida, realizando um processo mais seletivo apenas nas etapas finais. Os testes mostraram que esse método é particularmente eficiente em cenários onde há maior incerteza ou dispersão dos valores medidos, pois evita a exclusão antecipada de regiões críticas da sala.

Uma abordagem adicional, de natureza distinta das anteriores, consistiu na aplicação de uma filtragem baseada em percentual de compatibilidade, Algoritmo 4. Nessa versão, em vez de utilizar um valor fixo de margem de aceitação, o algoritmo retém, a cada etapa, apenas uma fração dos pontos que apresentam menor diferença entre a potência simulada e a potência medida. O processo se inicia considerando todos os pontos disponíveis no banco de dados e, após cada comparação com uma nova fonte luminosa, apenas 40% dos pontos

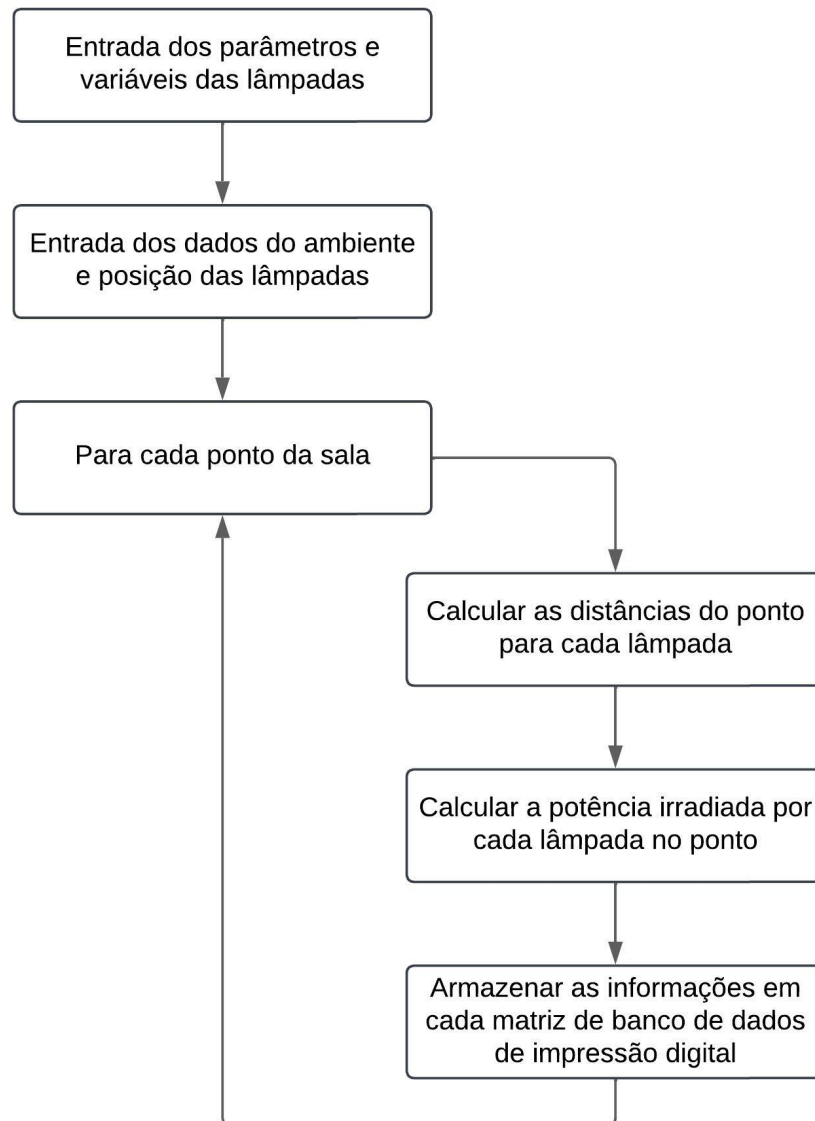
mais próximos ao valor medido são mantidos para a etapa seguinte. Essa estratégia impõe um controle mais agressivo sobre o espaço de busca, reduzindo significativamente o número de candidatos a cada iteração. Contudo, os resultados mostraram que o desempenho final é altamente sensível tanto à escolha do percentual de corte quanto à densidade de pontos da malha de simulação. Essa sensibilidade gerou maior variação nos erros de localização, o que limita a aplicabilidade do método em contextos que exijam maior confiabilidade. O valor de 40% foi definido com base em testes preliminares, buscando um equilíbrio entre seletividade e manutenção de candidatos, mas estudos adicionais seriam necessários para otimizar esse parâmetro.

Com base nessa metodologia, os capítulos seguintes apresentam os resultados obtidos por cada uma das abordagens, considerando diferentes níveis de ruído e condições de discretização da malha, com foco na precisão da estimativa, no comportamento do sistema sob ruído aditivo branco gaussiano (AWGN) e na complexidade computacional medida em tempo de execução.

Com base nessa metodologia, os capítulos seguintes apresentam os resultados obtidos por cada uma das abordagens, considerando diferentes níveis de ruído e condições de discretização da malha, com foco na precisão da estimativa, no comportamento do sistema sob AWGN e na complexidade computacional medida em tempo de execução.

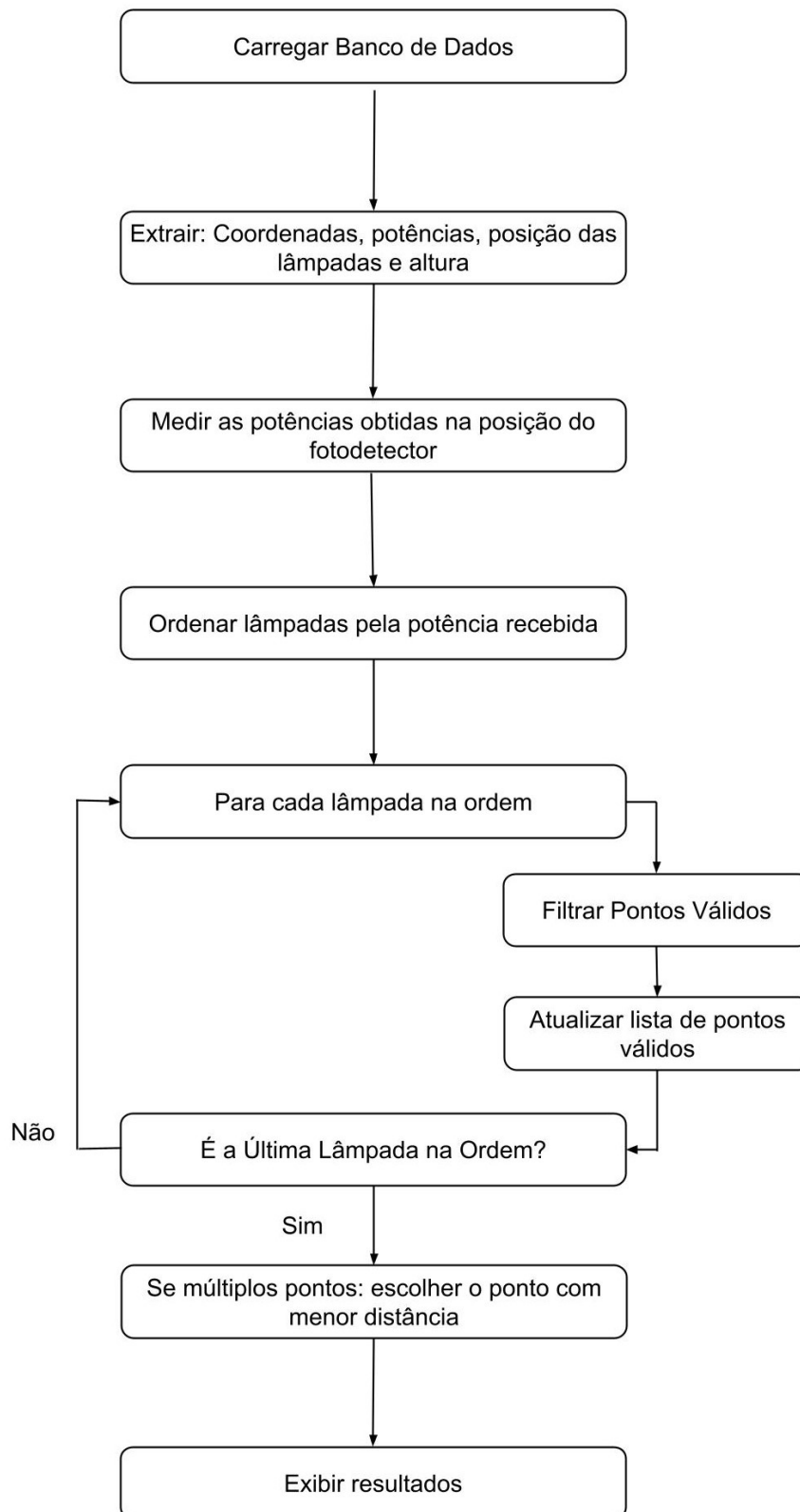
A estrutura completa do sistema proposto, incluindo tanto a fase de preparação quanto o processo de localização propriamente dito, está representada nos fluxogramas das Figuras 3.3 e 3.2. A Figura 3.3 descreve o procedimento da fase *offline*, responsável pela construção do banco de dados de impressão digital. Nessa etapa, são calculadas as potências luminosas teóricas para cada ponto da malha de simulação, considerando diferentes posições do fotodetector no ambiente. O resultado é um banco de dados elaborado no âmbito deste trabalho, o qual relaciona posições conhecidas com os respectivos níveis de potência recebidos de cada luminária. Esse banco foi construído a partir da simulação computacional das potências luminosas recebidas em cada ponto da malha tridimensional do ambiente, considerando as posições do fotodetector e as características individuais das fontes emissoras. Já a Figura 3.2 ilustra o fluxo da fase online, correspondente ao algoritmo de busca, que processa as potências efetivamente recebidas para realizar a estimativa da posição. Este fluxograma detalha as etapas de leitura dos sinais, aplicação dos diferentes métodos de filtragem (margens fixas, margens dinâmicas crescentes e decrescentes, e filtragem por percentual de compatibilidade) e execução das interseções sucessivas até a obtenção do resultado final. Além disso, o diagrama considera as variações de execução em cenários com ou sem adição de ruído. Essa organização visual permite compreender de forma integrada como os blocos de código foram estruturados e como as diferentes estratégias de filtragem foram incorporadas ao sistema de localização proposto.

Figura 3.2 – Organização do código de geração do banco de dados para o método de impressão digital.



Fonte: Autoral.

Figura 3.3 – Fluxo do Código de Busca.



Fonte: Autoral.

3.2 MÉTODO DE TRILATERAÇÃO BASEADA EM MÍNIMOS QUADRADOS

Para efeito de comparação, foi implementado um algoritmo de localização baseado na técnica de trilateração geométrica. Esta abordagem utiliza as distâncias estimadas entre o receptor e pelo menos três fontes luminosas (luminárias LED) para inferir a posição do receptor no ambiente. Considerando a distância como uma função da potência luminosa recebida (RSS), é possível determinar círculos, para o caso bidimensional, ao redor de cada fonte luminosa que, teoricamente, possuem em sua circunferência um ponto referente à posição do receptor. Dessa forma, o algoritmo de trilateração utiliza um sistema de equações para encontrar o ponto de intersecção entre essas curvas, ou sua aproximação.

Considerando o caso com quatro fontes de luz localizadas nas posições (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) e (x_4, y_4) , e conhecendo-se as distâncias estimadas d_1 , d_2 , d_3 e d_4 entre essas fontes e o receptor, o problema de localização pode ser modelado pelo seguinte sistema de equações não lineares:

$$(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 = d_i^2, \quad \text{para } i = 1, 2, 3, 4 \quad (8)$$

Expandindo as expressões para cada fonte:

$$\begin{cases} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = d_1^2 \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = d_2^2 \\ (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 = d_3^2 \\ (x - x_4)^2 + (y - y_4)^2 = d_4^2 \end{cases} \quad (8)$$

Para eliminar os termos quadráticos em x e y , subtrai-se a equação (1) das demais.

Subtraindo (1) de (2):

$$(x_2^2 - x_1^2) + (y_2^2 - y_1^2) - 2x(x_2 - x_1) - 2y(y_2 - y_1) = d_2^2 - d_1^2 \quad (5)$$

Subtraindo (1) de (3):

$$(x_3^2 - x_1^2) + (y_3^2 - y_1^2) - 2x(x_3 - x_1) - 2y(y_3 - y_1) = d_3^2 - d_1^2 \quad (6)$$

Subtraindo (1) de (4):

$$(x_4^2 - x_1^2) + (y_4^2 - y_1^2) - 2x(x_4 - x_1) - 2y(y_4 - y_1) = d_4^2 - d_1^2 \quad (7)$$

Reorganizando os termos, e multiplicando ambos os lados por -1 , temos:

$$\begin{cases} 2(x_2 - x_1)x + 2(y_2 - y_1)y = x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2 + d_1^2 - d_2^2 \\ 2(x_3 - x_1)x + 2(y_3 - y_1)y = x_3^2 - x_1^2 + y_3^2 - y_1^2 + d_1^2 - d_3^2 \\ 2(x_4 - x_1)x + 2(y_4 - y_1)y = x_4^2 - x_1^2 + y_4^2 - y_1^2 + d_1^2 - d_4^2 \end{cases} \quad (11)$$

Este sistema de equações pode ser escrito na forma matricial como:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (9)$$

onde:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2(x_2 - x_1) & 2(y_2 - y_1) \\ 2(x_3 - x_1) & 2(y_3 - y_1) \\ 2(x_4 - x_1) & 2(y_4 - y_1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2 + d_1^2 - d_2^2 \\ x_3^2 - x_1^2 + y_3^2 - y_1^2 + d_1^2 - d_3^2 \\ x_4^2 - x_1^2 + y_4^2 - y_1^2 + d_1^2 - d_4^2 \end{bmatrix}$$

Neste sistema:

- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ é a matriz dos coeficientes, construída com base nas diferenças das coordenadas das fontes luminosas em relação à fonte de referência;
- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ é o vetor incógnita que representa a posição (x, y) do receptor;
- $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ é o vetor resultado, calculado a partir das posições conhecidas das fontes e das distâncias estimadas.

Como o sistema possui mais equações do que incógnitas (3 equações para 2 incógnitas), ele é classificado como superdeterminado. Além disso, a matriz \mathbf{A} não é quadrada, inviabilizando a solução tradicional por inversão de matriz, ou método de Gauss-Jordan. Para contornar essa limitação, adota-se o método dos mínimos quadrados, amplamente utilizado para encontrar soluções de sistemas lineares sobredeterminados, onde existem mais linhas de equações que variáveis.

Esse método consiste em encontrar o vetor \mathbf{x} que minimiza a soma dos quadrados dos resíduos, ou seja, a diferença entre os valores calculados por \mathbf{Ax} e os valores de \mathbf{b} (SEE Y.; NOOR, 2016):

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2^2 \quad (10)$$

A solução é obtida resolvendo o sistema das equações normais:

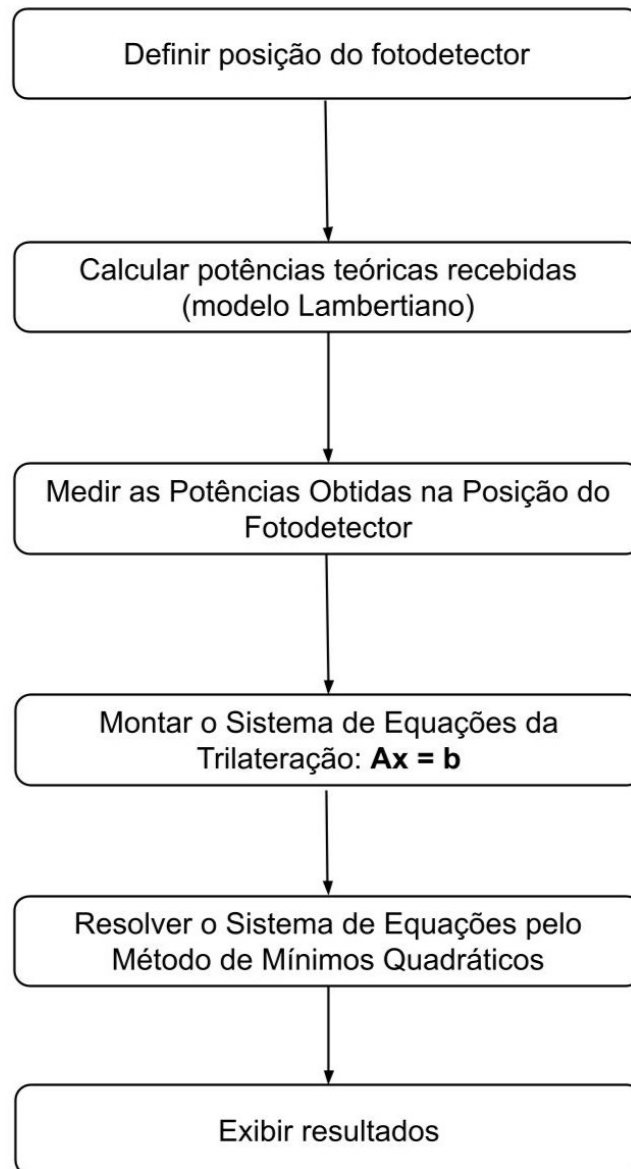
$$\mathbf{A}^T \mathbf{Ax} = \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (11)$$

Uma maneira prática de encontrar a solução para a equação 11 é aplicar diretamente a inversa de $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})$ nos dois lados da equação. Para isso, é necessário que esta matriz possua posto coluna completo, isto é, que tenhamos colunas linearmente independentes, o que é o caso para a aplicação do método de trilateração para 3 ou mais pontos transmissores conhecidos. Portanto, a posição estimada \mathbf{x} é dada por:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (12)$$

Essa abordagem garante uma solução única e ótima, no critério de menor distância quadrática, mesmo na presença de ruído ou erros de medição, minimizando o erro quadrático entre as distâncias calculadas e as distâncias efetivamente medidas.

Figura 3.4 – Fluxo do Código de Trilateração.



Fonte: Autoral.

A implementação desse algoritmo, conforme a Figura 3.4 permite estimar a posição do fotodetector utilizando exclusivamente os valores de potência luminosa recebida, os quais são convertidos em distâncias por meio de uma modelagem baseada na distribuição lambertiana da luz. Assim como no método de localização por impressão digital, o desempenho da trilateração depende fortemente do alinhamento entre emissor e receptor, bem como da precisão na calibração da relação entre potência e distância. Dessa maneira, a comparação entre os dois métodos se justifica naturalmente, uma vez que ambos compartilham o mesmo conjunto de dados de entrada para a determinação da posição do receptor.

3.3 RUÍDOS EM SISTEMAS VLC

Em sistemas reais de comunicação por luz visível (VLC), o sinal recebido está sujeito à presença de diferentes tipos de ruído, especialmente no estágio do receptor. Um dos componentes mais relevantes nesse processo é o amplificador de transimpedância (TIA), responsável por converter a corrente gerada pelo fotodetector em um sinal de tensão. Os ruídos que incidem sobre o TIA podem ser divididos em duas principais origens físicas. A primeira delas refere-se ao ruído térmico, decorrente da agitação das moléculas nos materiais condutores e semicondutores do circuito, influenciada pela temperatura do ambiente. A segunda origem está relacionada ao ruído de shot, provocado pelo comportamento aleatório dos fótons ao interagirem com a região de depleção do fotodiodo.

Nessa interação, ocorre uma conversão repentina de energia potencial em energia cinética, gerando flutuações na corrente detectada. Esses dois tipos de ruído, ao se combinarem, formam o ruído total presente no sistema receptor. No entanto, conforme discutido por (SAHIN et al., 2015b) e (MATHIAS; ABRÃO, 2019), é possível representar de forma equivalente a influência conjunta desses ruídos utilizando o modelo de ruído aditivo branco gaussiano (AWGN – *additive white Gaussian noise*). Essa simplificação é amplamente aceita na literatura técnica por permitir uma modelagem estatística eficaz e viável para análises e simulações.

No contexto de sistemas de comunicação por luz visível (VLC), além das interferências associadas às variações nas condições operacionais dos dispositivos emissores e receptores, o ambiente também introduz perturbações que impactam a potência do sinal recebido de forma aditiva. Tais interferências ambientais, por sua natureza estocástica, podem ser agregadas ao ruído térmico intrínseco do sistema. Portanto, ao longo deste projeto, todas as fontes de distúrbios serão modeladas como um ruído aditivo branco Gaussiano (AWGN), assumindo-se uma potência média constante em todo o ambiente simulado. Adicionalmente, para evitar inconsistências físicas decorrentes de valores negativos de potência após a adição do ruído, o que não possui significado físico, será implementado um critério de limitação, no qual quaisquer amostras negativas serão truncadas para zero.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O presente capítulo apresenta os resultados obtidos a partir de simulações realizadas para avaliar o desempenho do sistema de localização baseado na técnica de impressão digital por luz visível (VLC). O ambiente de análise foi modelado, contemplando um espaço interno com dimensões pré-definidas e a disposição fixa de quatro luminárias LED atuando como fontes emissoras de sinal luminoso. Essa configuração permitiu estabelecer um cenário controlado, livre de interferências externas e ruídos, para análise inicial do método.

As simulações foram conduzidas em duas condições principais: (i) ambiente sem ruído, representando a situação ideal de recepção do sinal, e (ii) ambiente com ruído adicionado, buscando reproduzir de forma simplificada os efeitos de variações e interferências que podem ocorrer na prática, como pequenas flutuações na potência recebida devido a fatores ambientais. A aplicação do ruído nas simulações teve por objetivo verificar a robustez do algoritmo diante das distorções inerentes ao sistema VLC.

Para a avaliação do sistema, o espaço analisado foi discretizado em uma grade de pontos de referência, onde o receptor virtual foi posicionado para realizar as leituras das potências recebidas das luminárias. Além dos pontos da grade, foram consideradas também posições fora dela, a fim de verificar a capacidade do sistema em estimar localizações em situações menos favoráveis.

O ambiente simulado corresponde a uma sala de 5 metros de largura por 5 metros de comprimento, com quatro luminárias LED dispostas no teto e um fotodetector posicionado em coordenadas conhecidas. Em cada ponto, foram obtidas as medidas necessárias para a identificação da posição. Para garantir a robustez e a confiabilidade das estatísticas, cada experimento em um ponto específico foi repetido por 100 rodadas. Ao final de cada rodada, a posição estimada foi registrada para posterior cálculo das métricas de análise. As seguintes métricas foram utilizadas para avaliar o desempenho do sistema de localização:

- A principal métrica utilizada para avaliar a precisão do sistema foi o erro médio por ponto, calculado como a média das distâncias euclidianas entre a posição real e a posição estimada do receptor, ao longo de 100 rodadas para cada ponto avaliado. O erro é expresso em metros (m).

$$EM_i = \frac{1}{R} \sum_{j=1}^R \sqrt{(x_{\text{real},i} - x_{\text{est},i,j})^2 + (y_{\text{real},i} - y_{\text{est},i,j})^2} \quad (13)$$

Onde:

- R é o número de rodadas por ponto (100 rodadas);
 - $(x_{\text{real},i}, y_{\text{real},i})$ são as coordenadas reais do i -ésimo ponto;
 - $(x_{\text{est},i,j}, y_{\text{est},i,j})$ são as coordenadas estimadas na j -ésima rodada para o i -ésimo ponto.
- Número de Pontos por Iteração (NPI): Esta métrica refere-se ao número de pontos de referência que o algoritmo consegue utilizar com sucesso em cada iteração para o cálculo da posição. Ela fornece informações sobre a robustez do sistema em relação à visibilidade das luminárias. Um valor de NPI consistentemente alto indica que o sistema consegue utilizar múltiplos pontos de referência para refinar a estimativa, mesmo sob condições adversas.

Este procedimento sistemático permitiu analisar o comportamento do sistema em diferentes cenários e facilitar a comparação dos resultados obtidos nas condições com e sem ruído, oferecendo subsídios para a discussão crítica acerca da aplicabilidade do método proposto.

4.1 EXEMPLOS DE EXECUÇÃO DOS MÉTODOS EM AMBIENTE SEM RUÍDO

Nesta seção são apresentados os resultados das simulações realizadas em ambiente ideal, sem a presença de ruído. O objetivo inicial é validar o desempenho do sistema de localização óptica em condições controladas, analisando a precisão na estimação da posição do fotodetector com base nas potências luminosas recebidas.

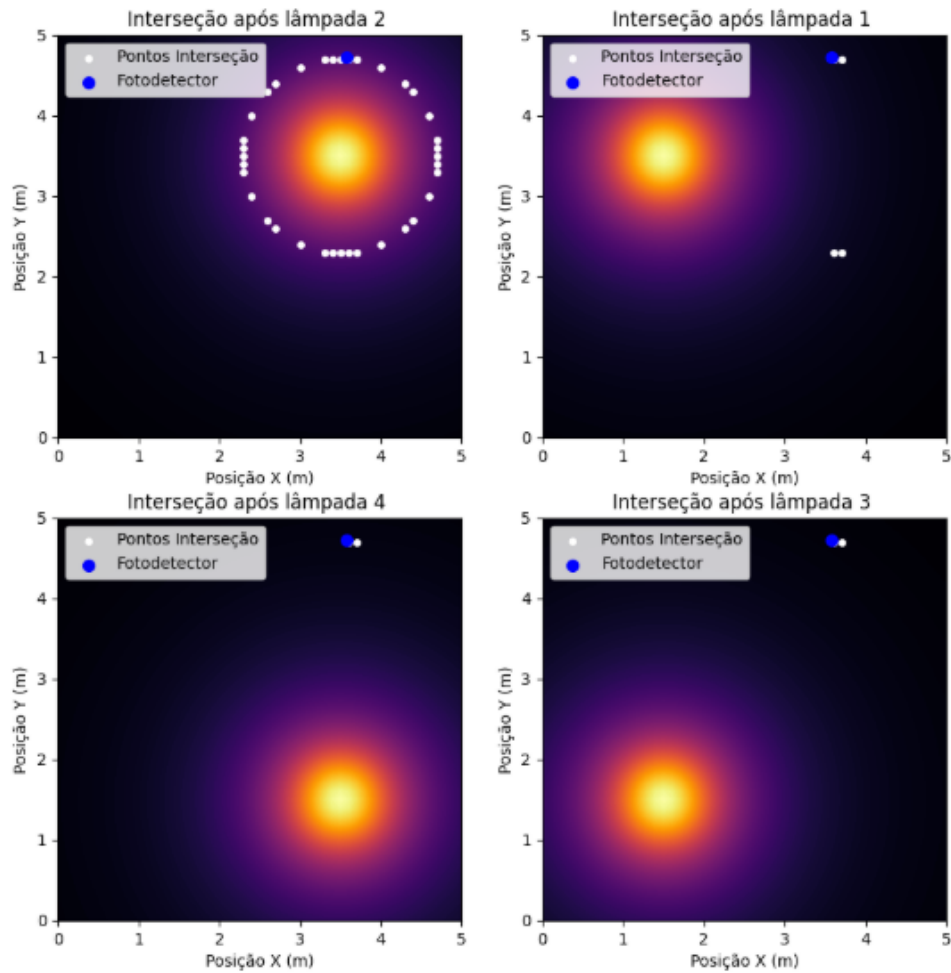
4.1.1 Comparação das potências recebidas

A primeira análise consistiu na comparação direta entre as potências teóricas, calculadas para a posição real do fotodetector, e os valores correspondentes armazenados no banco de dados de *fingerprinting*, utilizando o Algoritmo 1 (margem fixa). Esta etapa visa validar a integridade do banco de dados e verificar a coerência dos modelos de simulação.

As simulações contemplaram a busca e a estimativa da posição do receptor para todos os pontos da malha definida no ambiente, bem como para pontos localizados fora

dessa grade regular. Para cada ponto, foram coletadas as potências recebidas das quatro luminárias e aplicado o Algoritmo 1 para determinar a localização estimada.

Figura 4.1 – Distribuição de Potência – Margem Fixa



Fonte: Autoral.

Como pode-se observar na Figura 4.1, os resultados obtidos com as simulações realizadas neste trabalho demonstram a viabilidade e precisão do sistema de localização por luz visível proposto. Diversas estratégias de análise foram implementadas com o objetivo de melhorar o desempenho do algoritmo de procura, especialmente diante da complexidade computacional envolvida. Para isso, foram adotadas diferentes abordagens de comparação entre os valores medidos e os armazenados no banco de dados construído durante a fase offline. As posições reais foram comparadas com as estimativas geradas pelo algoritmo, como pode ser visto na Tabela 4.1, buscando avaliar a convergência do sistema frente a diferentes condições de operação.

É importante destacar que, mesmo nos casos em que o sistema apresentou um bom desempenho, o erro de localização não foi exatamente igual a zero. Isso ocorre porque

a posição do fotodetector considerada na simulação não coincide exatamente com os pontos da malha utilizados na base de dados durante a etapa de coleta das impressões digitais. Assim, a estimativa mais próxima disponível é sempre referente ao ponto da malha mais similar, o que naturalmente introduz um pequeno erro residual na localização final.

Tabela 4.1 – Comparação entre potências teóricas e de banco de dados nas posições do fotodetector

Lâmpada	Potência Teórica (W)	Potência Banco de Dados (W)
1	0,126217	0,125517
2	0,400934	0,410193
3	0,052046	0,052561
4	0,073243	0,074094

Fonte: Autoral.

A Tabela 4.1 apresenta uma comparação direta entre as potências teóricas calculadas para cada uma das quatro lâmpadas LED e os valores correspondentes armazenados no banco de dados para a posição mais próxima do fotodetector na malha discretizada. Essa comparação evidencia que as potências registradas no banco de dados são muito próximas das potências teóricas, o que confirma a consistência e fidelidade do modelo adotado na simulação. A pequena diferença entre os valores pode ser atribuída à discretização espacial do ambiente e à aproximação inerente ao método de amostragem utilizado na etapa *offline*.

4.1.2 Estratégias iterativas de redução de candidatos

Durante o processo de localização, diferentes estratégias de refinamento foram aplicadas para reduzir o número de candidatos e garantir a convergência.

- Margem Dinâmica Crescente (Algoritmo 2): A cada iteração, a margem de aceitação de erro foi aumentada, permitindo a inclusão gradual de pontos próximos até a convergência final como observado na Figura 4.2 e na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Pontos válidos e margens de erro por iteração

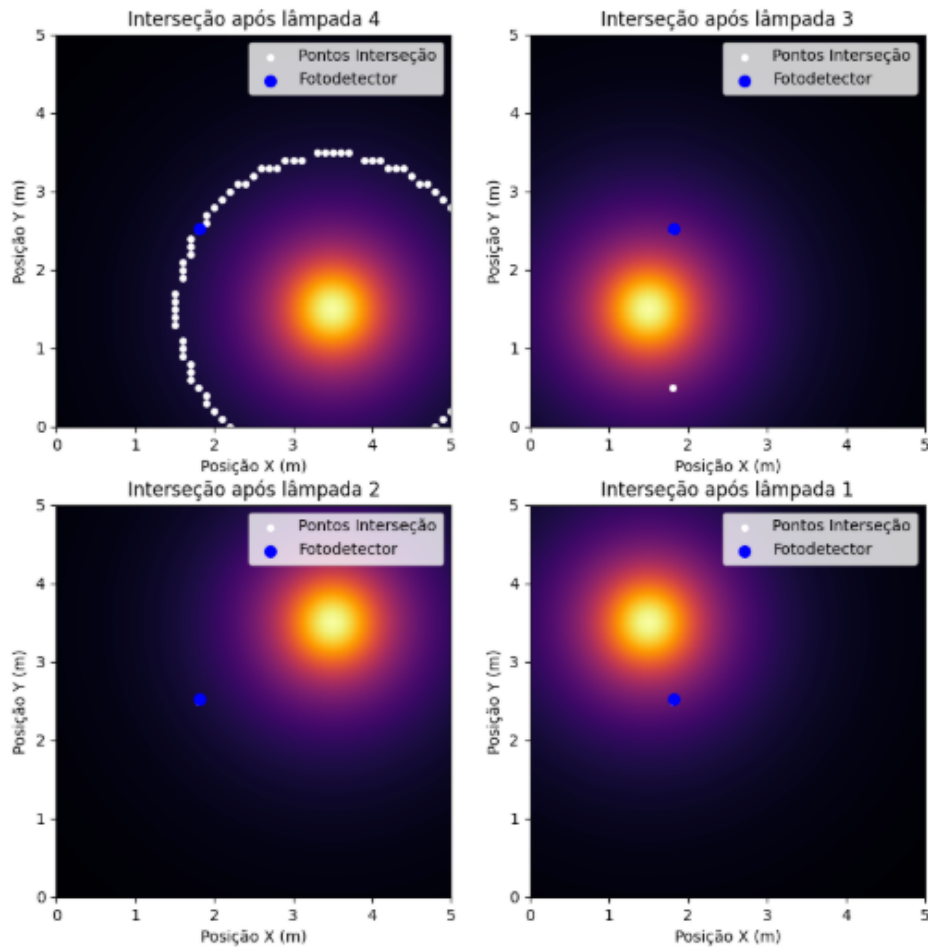
Estado após a iteração	Pontos Válidos Restantes	Margem de Erro (W)
1	70	0,007000
2	2	0,009000
3	1	0,011000
4	1	0,013000

Fonte: Autoral.

A Tabela 4.2 detalha a evolução do número de pontos válidos restantes no banco de dados ao longo das iterações do algoritmo, bem como as margens de erro aplicadas em cada

etapa. Na primeira iteração, com uma margem de erro inicial de 0,007 W, o sistema ainda considera 70 pontos candidatos, indicando uma filtragem inicial mais abrangente. Conforme o processo avança, a margem de erro é ajustada progressivamente para valores maiores, refletindo uma flexibilização controlada que visa excluir pontos menos compatíveis de forma eficiente. Esse comportamento evidencia a eficácia do método iterativo de filtragem progressiva, que equilibra a precisão da estimativa com a redução do espaço de busca computacional.

Figura 4.2 – Distribuição de Potência – Margem Dinâmica Crescente



Fonte: Autoral.

Na Figura 4.2, é apresentada uma realização do experimento de localização, na qual se observa a distribuição da potência luminosa das quatro lâmpadas no ambiente. A posição real do fotodetector nesta simulação foi (1,82, 2,58), enquanto a posição estimada pelo sistema, representada pelo ponto branco, foi (1,8, 2,6). A diferença entre esses dois pontos resultou em um erro de localização de 2,83 cm.

É importante destacar que a posição real do fotodetector não coincide exatamente com um ponto da malha de medição, o que é relevante para a análise do erro observado.

Como o ambiente é discretizado em uma malha com espaçamentos definidos, posições intermediárias entre os pontos de medição podem gerar pequenos erros, mesmo na ausência de ruído. Nesses casos, o erro está associado à resolução espacial do sistema, sendo, portanto, esperado e compatível com a teoria do método.

De fato, quando o fotodetector está posicionado exatamente sobre um ponto da malha e o ambiente é simulado sem ruído, o algoritmo retorna a localização correta com erro zero. Já quando o ponto está entre as medições, como nesta realização, o erro residual tende a estar na ordem do espaçamento da grade, como verificado neste experimento. Assim, o resultado confirma a coerência e a precisão da abordagem adotada, demonstrando que o sistema é capaz de fornecer estimativas confiáveis dentro dos limites impostos pela discretização do ambiente.

- Margem Dinâmica Decrescente (Algoritmo 3): Nessa abordagem, a margem de erro começou ampla e foi reduzida sucessivamente até restar apenas o ponto mais compatível.

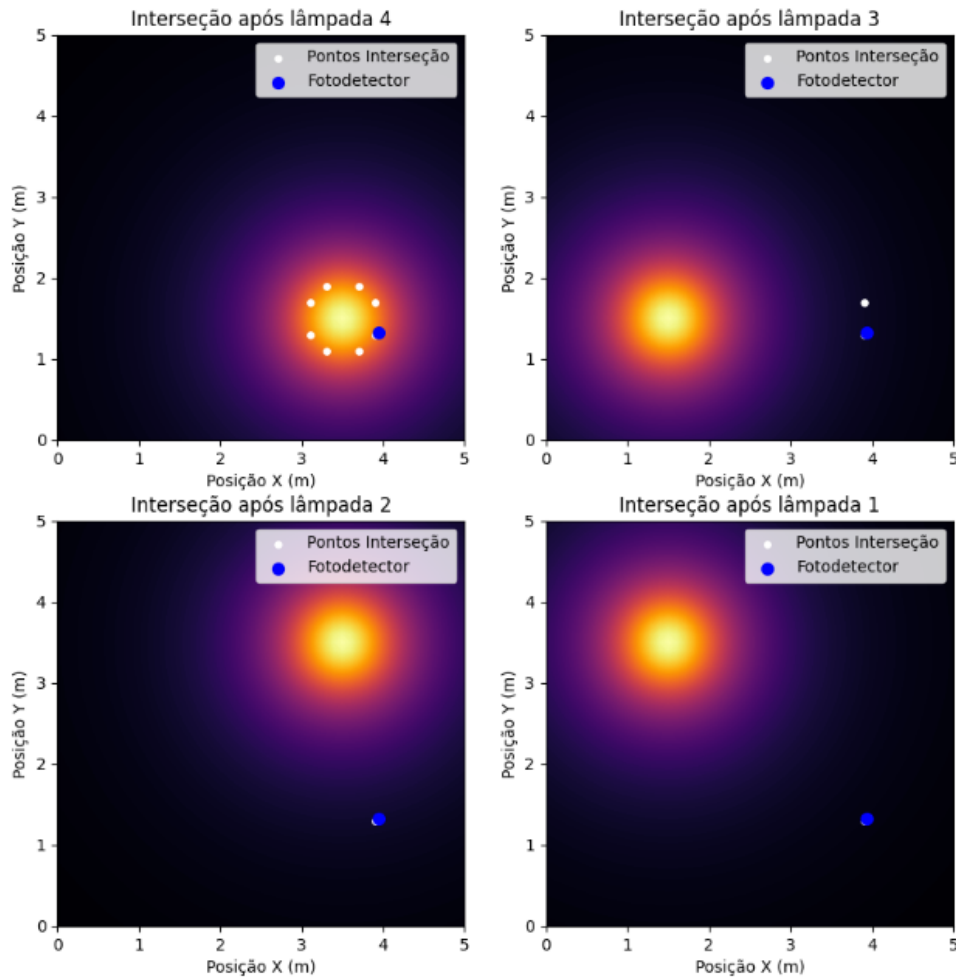
Tabela 4.3 – Validação de pontos por iteração e respectivas margens de erro

Estado após a iteração	Pontos Válidos Restantes	Margem de Erro (W)
1	100	0,010000
2	3	0,008000
3	1	0,006000
4	1	0,004000

Fonte: Autoral.

A Tabela 4.3 apresenta a validação iterativa dos pontos candidatos restantes no banco de dados, associada à aplicação de margens de erro que diminuem progressivamente a cada interação. Na primeira interação, utiliza-se a lâmpada de maior potência para filtrar os pontos com uma margem de erro inicial mais ampla, resultando em 100 pontos válidos. Na segunda interação, a lâmpada de segunda maior potência é utilizada com uma margem reduzida para refinar a filtragem, diminuindo o conjunto para 3 pontos. As interações subsequentes aplicam margens de erro cada vez menores para eliminar pontos incompatíveis, reduzindo o número de candidatos. Após a última interação, caso ainda reste mais de um ponto, o sistema seleciona como estimativa final aquele com a menor diferença, ou seja, o menor erro em relação aos valores medidos.

Figura 4.3 – Distribuição de Potência – Margem Dinâmica Decrescente



Fonte: Autoral.

A Figura 4.3 evidencia a convergência do algoritmo ao ponto de maior compatibilidade com os valores de potência medidos, utilizando uma abordagem de margem crescente. A posição real do fotodetector é $(3,94, 1,32)$ e a posição estimada foi $(3,9, 1,3)$, resultando em um erro final de 3,61 cm — valor compatível com a discretização da malha adotada. Essa abordagem permite que mais pontos sejam incluídos para análise em lâmpadas subsequentes, o que contribui para um desempenho mais robusto em ambientes com maior SNR. À medida que a tolerância é ampliada a cada iteração, os pontos válidos vão sendo reduzidos de forma controlada, até que reste aquele que mais se aproxima da assinatura luminosa captada pelo fotodetector, evidenciando uma convergência eficaz e segura do algoritmo.

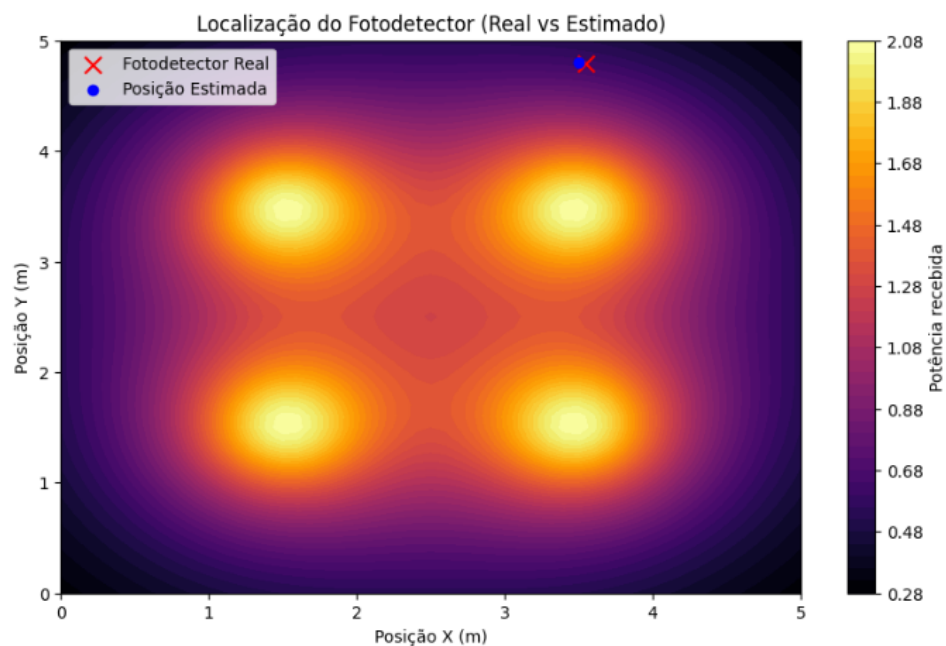
4.1.3 Método percentual progressivo

Além das estratégias baseadas em margem de erro absoluta, foi aplicada a Abordagem Percentual (Algoritmo 4), na qual, a cada etapa, uma fração dos pontos com maiores

desvios era descartada.

A análise estatística dos testes realizados em toda a grade demonstra claramente a precisão e consistência do sistema proposto. Quando os pontos de medição estão posicionados diretamente sobre os nós da malha, com espaçamento de 10 cm em 10 cm, o erro médio observado é nulo em todas as posições, mesmo após 100 rodadas consecutivas, o que comprova a estabilidade do modelo e a fidelidade entre a simulação e o comportamento teórico esperado.

Figura 4.4 – Distribuição de Potência – Resultado com Percentual de 40%



Fonte: Autoral.

Tabela 4.4 – Número de pontos válidos por iteração e estimativa final da posição da técnica de percentativo

Estado após a iteração	Pontos Válidos Restantes	Observação
1	520	Conjunto inicial
2	104	Após 1ª filtragem
3	20	Após 2ª filtragem
4	4	Após 3ª filtragem
Final	(3,50 , 4,80)	Posição Final

Fonte: Autoral.

Os resultados obtidos na Figura 4.4 e na Tabela 4.4 demonstram a convergência eficaz do algoritmo para a estimativa precisa da posição do fotodetector no ambiente analisado. O processo inicia com a avaliação de um conjunto inicial composto por 520 pontos candidatos. A cada iteração subsequente, ocorre uma filtragem progressiva que

reduz significativamente esse conjunto para 104, depois para 20 e, finalmente, para 4 pontos válidos. Essa redução gradual evidencia a capacidade do método em refinar o espaço de busca, eliminando hipóteses incompatíveis com as medições e a margem de erro associada a cada ponto.

Múltiplos pontos restam ao final das iterações, o algoritmo adota uma estratégia de seleção que escolhe o ponto com menor distância a última lâmpada considerada. A posição estimada, localizada em $(3, 50, 4, 80)$, está muito próxima da posição real $(3, 55, 4, 79)$, resultando em um erro absoluto de apenas 3,40 cm — um indicativo claro da precisão do modelo adotado.

A análise gráfica reforça essa proximidade espacial, mostrando uma sobreposição quase completa entre as posições real e estimada. Contudo, apesar da boa acurácia alcançada, o método apresenta limitações importantes, principalmente no que tange à eficiência computacional: o número elevado de pontos considerados em cada etapa implica em maior carga de processamento. Futuras análises devem ser realizadas para se verificar a relação entre percentual de pontos a serem mantidos para as próximas iterações e desempenho em relação ao erro final.

4.1.4 Estimativas em pontos dentro e fora da malha

Os algoritmos foram aplicados para estimar a posição do fotodetector em dois tipos de cenários: pontos coincidentes com os nós da malha de amostragem (sobre a malha) e pontos intermediários, localizados entre os nós. Essa abordagem visa representar situações mais realistas, nas quais a posição do receptor não coincide exatamente com os pontos utilizados na fase *offline*.

Para cada ponto avaliado, foram realizadas 100 repetições a fim de estimar o erro médio de localização em diferentes configurações. Nos casos em que o fotodetector foi posicionado diretamente sobre os nós da grade, o erro médio observado foi nulo, refletindo a correspondência exata com os dados do banco. Por outro lado, ao posicionar o fotodetector no ponto central entre quatro nós adjacentes, ou seja, equidistante dos pontos amostrados, o erro médio foi de 7,07 cm. Esse valor corresponde à distância euclidiana até os nós mais próximos e representa o erro máximo esperado em um ambiente ideal, sem ruído, dado o nível de discretização espacial adotado.

A Tabela 4.5 apresenta um resumo dos resultados obtidos para os diferentes cenários de posicionamento.

Tabela 4.5 – Erros médios por tipo de posição

Condição	Erro Médio
Sobre a malha	0,00 cm
Entre os nós	7,07 cm

Fonte: Autoral.

4.1.5 Discussão dos resultados

Os resultados obtidos evidenciam a viabilidade do sistema de localização proposto. Mesmo em um ambiente idealizado, a análise da performance do algoritmo em diferentes condições (dentro e fora da malha) permitiu validar a consistência e a capacidade de convergência do método. Além disso, as abordagens iterativas de ajuste de margem e eliminação progressiva de pontos mostraram-se eficientes na redução do espaço de busca, sem comprometer a acurácia. A ocorrência de erros residuais sempre esteve compatível com o espaçamento entre os pontos da malha, o que reforça a robustez do sistema. Este cenário sem ruído estabelece uma base sólida para futuras análises em condições mais realistas, como será abordado nas seções seguintes.

4.2 EXEMPLOS DE EXECUÇÃO DOS MÉTODOS EM AMBIENTE COM RUÍDO

Nesta seção, avaliam-se os efeitos da introdução de ruído nos dados de potência luminosa sobre a acurácia do sistema de localização. As simulações consideraram diferentes cenários de interferência, aplicando ruído gaussiano aos sinais captados pelas lâmpadas, com o objetivo de testar a robustez e a convergência do algoritmo sob condições não ideais.

As estratégias de filtragem sucessiva com margens de tolerância decrescentes mostraram-se eficientes para eliminar candidatos espúrios e garantir precisão na estimativa de posição. A seguir, apresenta-se uma visão geral dos experimentos com ruído e exemplos específicos de localização, com gráficos e tabelas de apoio.

4.2.1 Comparação das potências recebidas com ruído

Foi realizada a comparação entre as potências teóricas e os valores disponíveis no banco de dados após a introdução do ruído, conforme apresentado na Tabela 4.6. Essa análise refere-se especificamente ao método de margem fixa com ruído, considerando uma relação sinal-ruído (SNR) de 13 dB.

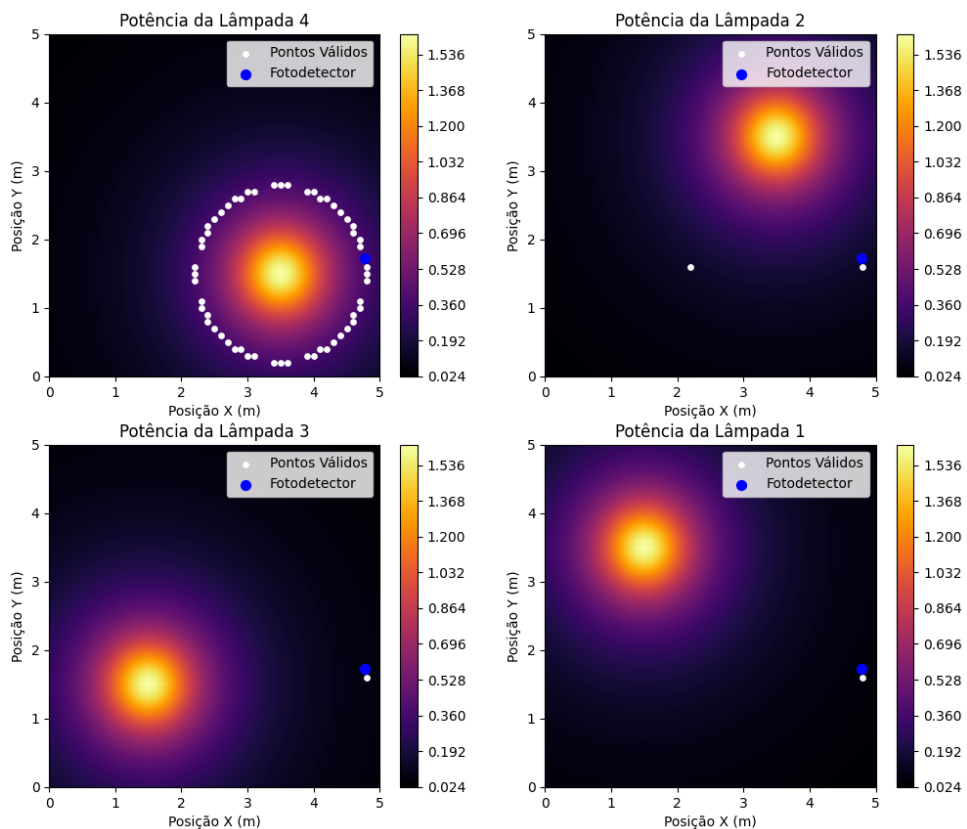
Tabela 4.6 – Comparação entre potências teóricas e banco de dados (com ruído)

Lâmpada	Potência Teórica (W)	Potência Banco de Dados (W)
1	0,128872	0,134195
2	0,395879	0,412319
3	0,039518	0,054024
4	0,073090	0,074164

Fonte: Autoral.

A Tabela 4.6 apresenta a comparação entre as potências teóricas calculadas para cada uma das quatro lâmpadas LED e os valores correspondentes extraídos do banco de dados obtido a partir da simulação com adição de ruído. Nota-se que, apesar da presença do ruído, os valores do banco de dados mantêm-se próximos às potências teóricas, evidenciando a robustez do modelo simulado e a consistência dos dados armazenados.

Figura 4.5 – Distribuição de Potência – Margem Fixa com Ruído



Fonte: Autoral.

A Figura 4.5 apresenta a evolução do processo de seleção dos pontos candidatos à posição do fotodetector, considerando os efeitos da adição de ruído nas potências recebidas. Em cada etapa, a técnica de interseção por lâmpadas é aplicada de forma sequencial,

reduzindo progressivamente o conjunto de pontos válidos. Observa-se que, à medida que mais lâmpadas são consideradas no processo de validação, o número de pontos candidatos diminui significativamente, convergindo para uma solução final que se aproxima da posição real do fotodetector. Essa redução gradual demonstra a eficiência do método proposto em lidar com incertezas introduzidas pelo ruído, aprimorando a precisão da estimativa de localização. A posição real do fotodetector era (4,78, 1,72) e a posição estimada pelo algoritmo foi (4,7, 1,7), resultando em um erro final de aproximadamente 8,25 cm.

4.2.2 Estratégias iterativas de redução de candidatos com ruído

As mesmas estratégias utilizadas anteriormente foram replicadas no cenário com ruído, mantendo consistência metodológica.

- Margem Dinâmica Decrescente: Neste caso, a margem de erro foi reduzida progressivamente até restar um único ponto. A Tabela 4.7 detalha o processo de filtragem por margens de erro decrescentes, evidenciando a rápida convergência.

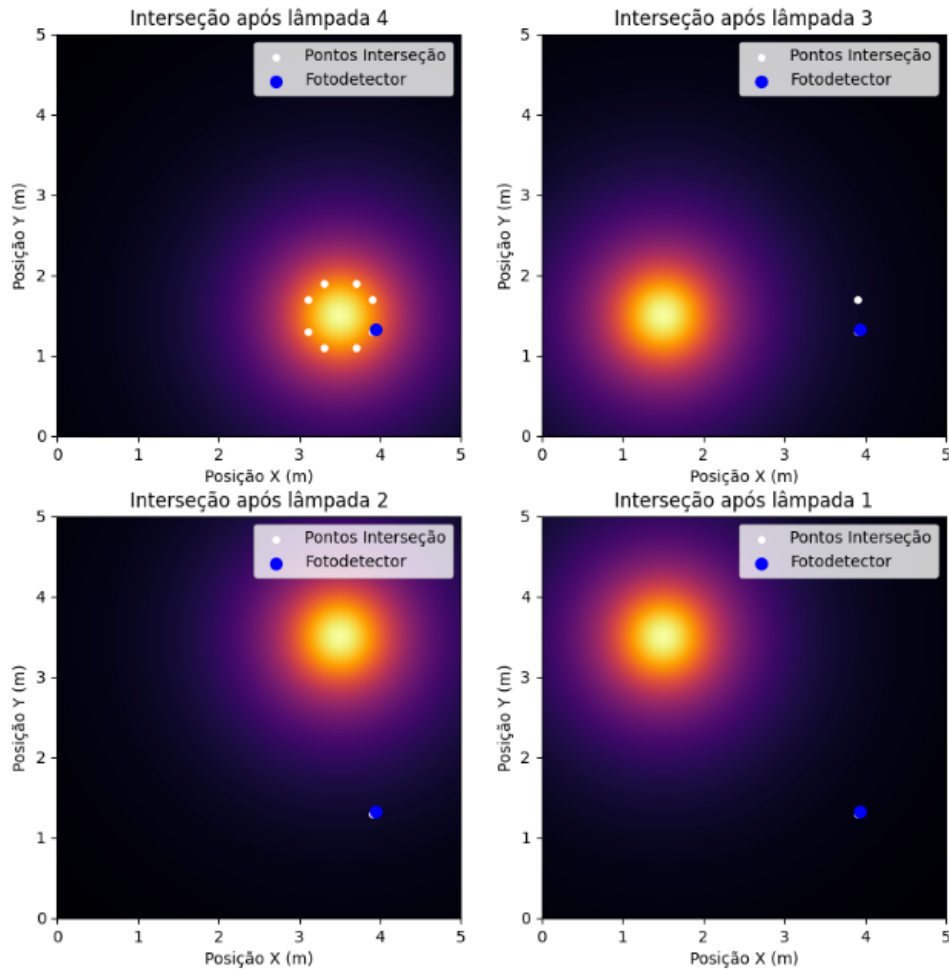
Tabela 4.7 – Redução de candidatos por iteração (Margem Decrescente com Ruído)

Estado após a iteração	Pontos Válidos Restantes	Margem de Erro (W)
1	8	0,010000
2	2	0,008000
3	1	0,006000
4	1	0,004000

Fonte: Autoral.

A Tabela 4.7 mostra a redução progressiva do número de pontos válidos no banco de dados ao longo das iterações do algoritmo, aplicando margens de erro decrescentes em presença de ruído. Na primeira iteração, com margem de erro de 0,010 W, oito pontos permanecem como candidatos. À medida que a margem é reduzida em cada etapa seguinte, o número de candidatos diminui rapidamente, chegando a apenas um ponto válido a partir da terceira iteração, mantido na quarta iteração.

Figura 4.6 – Distribuição de Potência – Margem Decrescente



Fonte: Autoral.

Nesta simulação, a margem de tolerância foi reduzida progressivamente a cada etapa. A Figura 4.6 ilustra a diminuição do número de pontos candidatos até que restasse apenas um, situado muito próximo da posição real do fotodetector. As coordenadas da posição real do fotodetector, (3,94, 1,32), e a posição estimada, (4,0, 1,3), atestam a eficácia do algoritmo proposto. O erro obtido foi de 4, 12 cm, evidenciando a alta precisão alcançada. Tal resultado demonstra que a estratégia de filtragem sucessiva por margens decrescentes é eficaz na eliminação de ruídos sistemáticos provenientes de regiões periféricas com menor contribuição luminosa.

O método mostrou-se particularmente adequado para cenários que demandam uma filtragem mais agressiva, promovendo a exclusão gradual das regiões com menor compatibilidade. Essa abordagem assegura uma rápida convergência para a região central do padrão de irradiância, otimizando a estimativa de posição.

Além disso, abordagens que empregam margens ajustáveis, tanto dinâmicas cres-

centes quanto decrescentes, mostraram-se mais eficientes ao acelerar a exclusão de pontos irrelevantes já nas primeiras etapas, reduzindo significativamente o volume de dados processados nas iterações subsequentes.

- Margem Dinâmica Crescente: Neste caso, a margem de erro foi aumentada progressivamente até restar um único ponto candidato. A Tabela 4.8 detalha o processo de filtragem por margens de erro crescentes, evidenciando a rápida convergência.

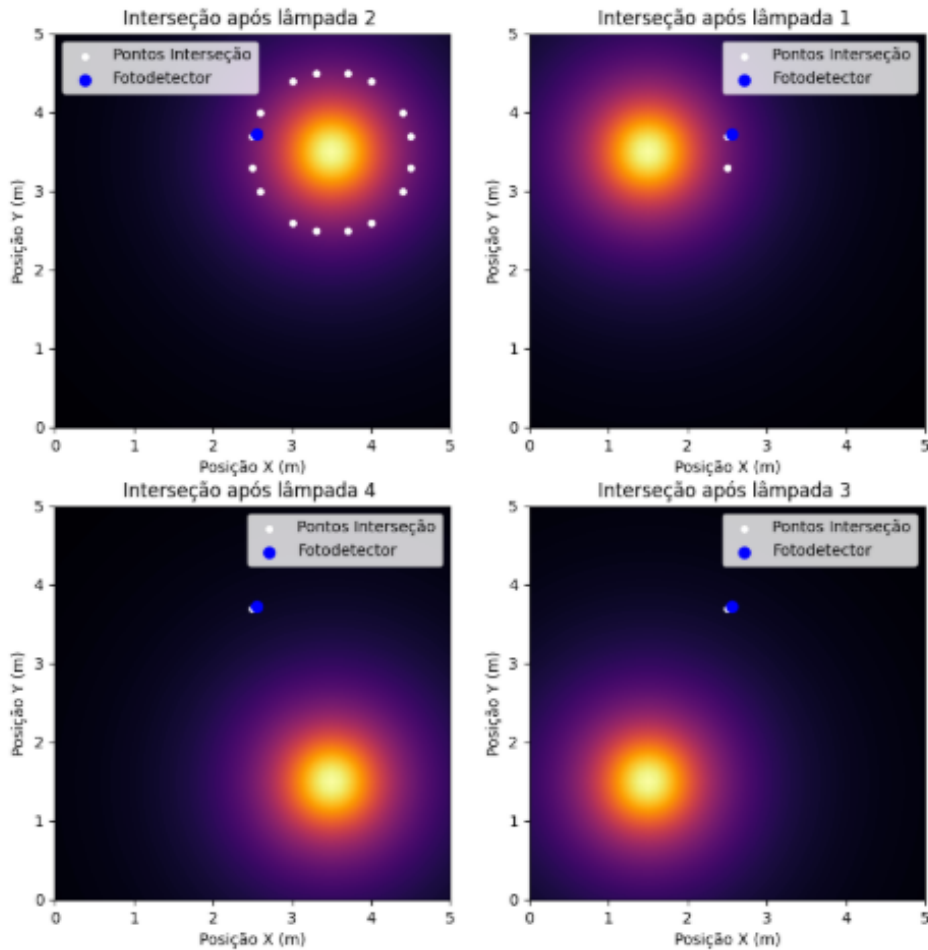
Tabela 4.8 – Redução de candidatos por iteração (Margem Crescente com Ruído)

Estado após a iteração	Pontos Válidos Restantes	Margem de Erro (W)
1	16	0,007000
2	2	0,009000
3	1	0,011000
4	1	0,013000

Fonte: Autoral.

A Tabela 4.8 mostra a evolução do número de pontos válidos em cada uma das quatro iterações do algoritmo, que refletem as etapas de filtragem baseadas na potência das lâmpadas, desta vez considerando um cenário com ruído. Na primeira interação, com uma margem de erro relativamente estreita (0,007 W), ainda são mantidos 16 candidatos. Conforme o processo avança e a margem de erro aumenta, o algoritmo elimina progressivamente os pontos menos compatíveis, reduzindo para 2 candidatos na segunda etapa e, finalmente, chegando a uma única estimativa a partir da terceira interação.

Figura 4.7 – Distribuição de Potência – Margem Crescente



Fonte: Autoral.

A Figura 4.7 ilustra claramente esse processo. Observa-se que, à medida que mais lâmpadas são consideradas, a região de interseção dos pontos vai se estreitando até restar apenas o candidato mais próximo da posição real do fotodetector. O ponto final obtido evidencia a eficácia do método, mesmo em um ambiente com ruído. A posição real do fotodetector (2,32, 3,67) e a posição estimada (2,3, 3,7), com erro de 3,61.

4.2.3 Método percentual progressivo com ruído

Além das margens dinâmicas, foi testada uma estratégia de filtragem por percentual, onde apenas os pontos com maior compatibilidade (top 40%) são mantidos a cada etapa, como pode ser visto na Tabela 4.9. Essa abordagem teve como objetivo acelerar a exclusão de regiões periféricas com menor contribuição luminosa. Na simulação associada à Figura 4.8, obteve-se:

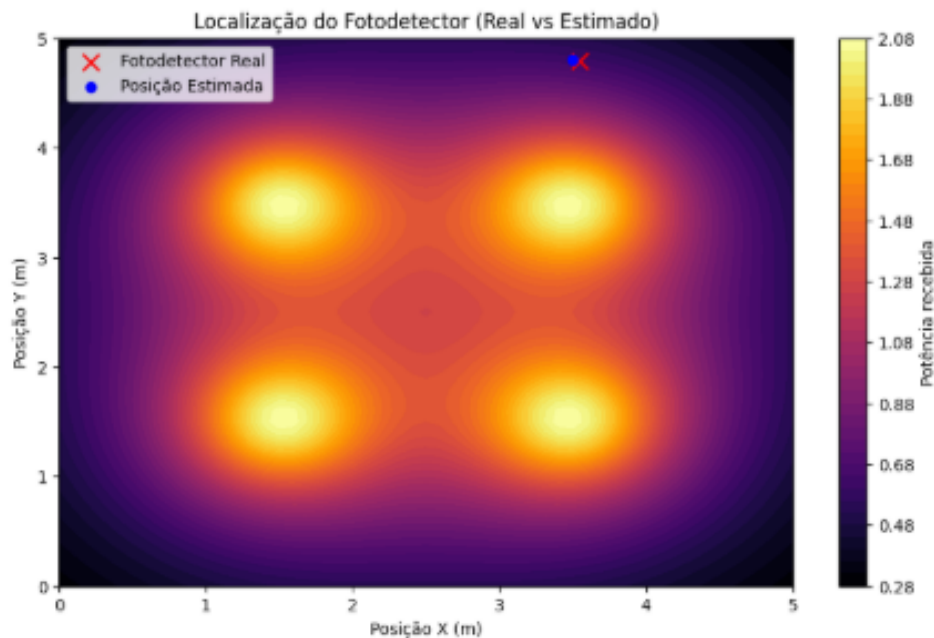
Tabela 4.9 – Filtragem percentual por iteração (Com Ruído)

Estado após a iteração	Pontos válidos restantes	Observação
1	520	Conjunto inicial
2	104	Após 1ª filtragem
3	20	Após 2ª filtragem
4	4	Após 3ª filtragem
Final	(2,60 , 2,80)	erro = 4,24 cm

Fonte: Autoral.

A Tabela 4.9 apresenta o processo de filtragem percentual do conjunto inicial de pontos válidos ao longo das iterações do algoritmo em um ambiente com ruído. O conjunto inicial conta com 520 candidatos, que são progressivamente reduzidos após cada etapa de filtragem, chegando a apenas 4 pontos após a terceira iteração. A etapa final corresponde à seleção da posição estimada do fotodetector, localizada nas coordenadas (2,60, 2,80), com um erro absoluto de 4,24 cm em relação à posição real. Esses resultados indicam a eficácia do método em manter a precisão da localização mesmo diante da presença de ruído, através de uma redução sistemática do espaço de busca.

Figura 4.8 – Distribuição de Potência – Percentual Progressivo



Mesmo após as etapas de filtragem, persistiram múltiplas soluções potenciais. Para resolver essa ambiguidade, o algoritmo aplicou um critério de seleção baseado na menor distância euclidiana em relação à posição real do fotodetector. A estimativa final, localizada em (3,50, 4,80), apresentou-se extremamente próxima da coordenada real

(3, 55, 4, 79), resultando em um erro absoluto de apenas 3,40 cm. Esse resultado reforça a elevada precisão do modelo adotado.

4.2.4 Estimativas em pontos dentro e fora da malha com ruído

As Tabelas 4.10 e 4.11 apresentam, respectivamente, os erros médios de localização para pontos sobre a malha e para pontos fora da malha, considerando uma relação sinal-ruído (SNR) de 13 dB.

De maneira geral, observa-se que o desempenho do sistema é superior para pontos localizados diretamente sobre a malha de amostragem, nos quais os algoritmos se beneficiam da correspondência exata entre a medição e a base de dados. Nestas posições, os erros médios são significativamente baixos, frequentemente abaixo de 10 cm, especialmente nas regiões centrais do ambiente. Essa precisão reforça a capacidade dos métodos em identificar corretamente a posição quando há uma representação precisa e direta dos dados medidos.

Por outro lado, nos pontos fora da malha, onde os algoritmos precisam aproximar a localização exata a partir de pontos vizinhos, os erros médios aumentam de forma considerável. Valores superiores a 20 cm são observados em diversas posições, principalmente nas extremidades e cantos do ambiente, demonstrando a maior complexidade do problema nessas regiões periféricas, onde a cobertura dos sinais e a geometria dificultam a localização precisa.

A diferença entre os erros nos dois cenários evidencia o impacto da discretização da base de dados no desempenho da localização: a aproximação nas posições não amostradas introduz incertezas adicionais que se refletem em erros maiores. Além disso, a presença do ruído (SNR = 13 dB) reforça a necessidade de estratégias robustas para mitigação de erros e melhora da precisão.

Dentre as estratégias avaliadas para controle da margem de tolerância, a abordagem com margem crescente se destaca ao apresentar consistentemente os menores erros médios, tanto para pontos sobre quanto fora da malha. Essa adaptatividade permite balancear rigor e flexibilidade no processo de seleção dos candidatos, contribuindo para resultados mais confiáveis, mesmo em situações com ruído significativo.

Tabela 4.10 – Erros médios por posição para SNR = 13 dB (pontos sobre a malha)

Posição (X, Y) [m]	Erro médio (margem fixa) [cm]	Erro médio (margem crescente) [cm]	Erro médio (margem decrescente) [cm]	Erro médio (percentual progressivo) [cm]
(0,00, 0,00)	6,04	4,48	5,11	5,29
(1,00, 0,00)	1,10	0,85	1,50	1,20
(2,00, 0,00)	0,30	0,20	0,40	0,25
(3,00, 0,00)	2,95	3,42	3,10	2,80
(4,00, 0,00)	0,45	0,30	0,20	0,50
(5,00, 0,00)	9,96	7,20	8,50	9,30
(0,00, 1,00)	0,90	1,31	1,05	0,87
(1,00, 1,00)	6,50	5,90	6,20	6,10
(2,00, 1,00)	1,20	1,50	1,30	1,10
(3,00, 1,00)	0,10	0,00	0,00	0,93
(4,00, 1,00)	0,10	0,00	0,25	0,05
(5,00, 1,00)	7,10	6,85	7,50	6,93
(0,00, 2,00)	1,12	0,30	3,26	1,44
(1,00, 2,00)	3,20	2,90	3,40	3,10
(2,00, 2,00)	1,60	1,80	1,50	1,70
(3,00, 2,00)	6,10	6,30	5,90	6,40
(4,00, 2,00)	1,83	1,08	2,60	1,90
(5,00, 2,00)	5,10	3,56	6,36	5,20
(0,00, 3,00)	0,18	0,00	0,00	0,53
(1,00, 3,00)	1,03	0,00	0,09	0,00
(2,00, 3,00)	2,40	1,07	1,68	1,50
(3,00, 3,00)	4,32	5,84	6,13	5,98
(4,00, 3,00)	0,00	0,10	0,00	1,05
(5,00, 3,00)	6,80	2,22	3,00	6,90
(0,00, 4,00)	0,00	0,10	0,69	2,75
(1,00, 4,00)	3,30	2,10	2,40	1,08
(2,00, 4,00)	4,33	4,30	3,87	4,20
(3,00, 4,00)	1,11	1,32	1,90	2,62
(4,00, 4,00)	0,90	1,00	1,20	1,10
(5,00, 4,00)	6,00	5,90	6,20	5,80
(0,00, 5,00)	8,70	7,90	9,10	8,80
(1,00, 5,00)	5,17	5,16	6,00	5,30
(2,00, 5,00)	8,60	8,40	8,90	8,50
(3,00, 5,00)	1,20	1,50	1,10	1,30
(4,00, 5,00)	0,10	0,00	0,00	0,25
(5,00, 5,00)	6,12	5,20	5,37	5,76

Fonte: Autoral.

Tabela 4.11 – Erros médios por posição para SNR = 13 dB (pontos fora da malha)

Posição (X, Y) [m]	Erro médio (margem fixa) [cm]	Erro médio (margem crescente) [cm]	Erro médio (margem decrescente) [cm]	Erro médio (percentual progressivo) [cm]
(0,05, 0,05)	30,41	27,20	31,10	29,80
(1,05, 0,05)	8,92	7,30	9,80	8,75
(2,05, 0,05)	19,07	17,10	20,90	18,60
(3,05, 0,05)	17,20	15,80	18,50	16,90
(4,05, 0,05)	7,66	6,50	8,10	7,30
(5,05, 0,05)	22,60	20,00	24,10	21,90
(0,05, 1,05)	14,23	12,40	15,60	13,80
(1,05, 1,05)	10,43	9,10	11,30	10,00
(2,05, 1,05)	9,88	8,80	10,10	9,30
(3,05, 1,05)	12,41	11,20	13,60	12,00
(4,05, 1,05)	10,82	9,30	11,90	10,20
(5,05, 1,05)	12,51	11,10	13,20	12,00
(0,05, 2,05)	20,43	18,10	21,50	19,60
(1,05, 2,05)	14,35	13,20	15,10	14,10
(2,05, 2,05)	18,77	16,90	19,80	17,80
(3,05, 2,05)	13,36	12,10	14,20	13,00
(4,05, 2,05)	11,20	9,90	12,30	10,80
(5,05, 2,05)	15,52	13,80	16,50	14,80
(0,05, 3,05)	16,85	15,00	18,20	16,20
(1,05, 3,05)	12,94	11,40	13,70	12,30
(2,05, 3,05)	16,93	14,90	18,10	16,10
(3,05, 3,05)	13,95	12,30	15,20	13,10
(4,05, 3,05)	11,30	10,00	12,10	10,80
(5,05, 3,05)	16,07	14,20	17,10	15,10
(0,05, 4,05)	13,26	11,60	14,40	12,50
(1,05, 4,05)	9,26	8,10	10,00	9,00
(2,05, 4,05)	11,02	9,80	12,30	10,50
(3,05, 4,05)	10,85	9,30	11,70	10,20
(4,05, 4,05)	9,48	8,20	10,30	9,00
(5,05, 4,05)	12,05	10,90	13,10	11,50
(0,05, 5,05)	24,53	22,40	26,20	23,90
(1,05, 5,05)	9,50	8,30	10,10	9,00
(2,05, 5,05)	15,02	13,40	16,30	14,60
(3,05, 5,05)	22,04	20,10	24,00	21,30
(4,05, 5,05)	19,37	17,90	21,10	18,80
(5,05, 5,05)	23,21	21,40	25,00	22,30

Fonte: Autoral.

4.2.5 Análise quantitativa da complexidade computacional

A análise do custo computacional do sistema, embora não tenha sido quantificada em unidades de tempo, pode ser inferida a partir da estrutura de execução dos algoritmos. A técnica de interseção progressiva aplicada ao banco de dados requer, a cada iteração, a realização de comparações entre os vetores de potência medidos e as matrizes de referência da base *offline*. Esse processo é proporcional ao número total de pontos da malha e ao número de fontes de luz envolvidas.

Dessa forma, a complexidade computacional do sistema pode ser descrita como linear, ou seja, $O(n \cdot m)$, onde n representa os pontos discretizados e m , o número de luminárias. Estratégias que utilizam margens ajustáveis, como as abordagens **crescente** e **decrecente**, demonstraram maior eficiência ao promover a exclusão antecipada de pontos irrelevantes, reduzindo significativamente o volume de dados processados nas iterações subsequentes e, conseqüentemente, o custo computacional prático.

A Tabela 4.12 apresenta os resultados obtidos em 100 simulações com ruído (SNR=13 dB), mostrando a média e o desvio padrão dos pontos restantes a cada iteração para os quatro métodos de interseção testados. Logo na primeira iteração, nota-se que o método Percentual manteve o maior número de candidatos ($540,00 \pm 20,00$), indicando uma seletividade mais branda. Por outro lado, o método Crescente já impôs uma filtragem agressiva ($75,00 \pm 3,00$), sendo o mais eficiente nesse estágio inicial. O método Fixo ($150,00 \pm 5,00$) e o Decrescente ($100,00 \pm 4,00$) situaram-se em uma posição intermediária, mas com desempenho consistente.

Tabela 4.12 – Média e desvio padrão dos pontos restantes por iteração para cada método

Estado após a iteração 1		
Método	Média	Desvio Padrão
Fixo	150,00	$\pm 5,00$
Crescente	75,00	$\pm 3,00$
Decrescente	100,00	$\pm 4,00$
Percentual	540,00	$\pm 20,00$

Estado após a iteração 2		
Método	Média	Desvio Padrão
Fixo	80,00	$\pm 4,00$
Crescente	3,00	$\pm 0,50$
Decrescente	8,00	$\pm 1,00$
Percentual	104,00	$\pm 5,00$

Estado após a iteração 3		
Método	Média	Desvio Padrão
Fixo	5,00	$\pm 1,00$
Crescente	1,00	$\pm 0,20$
Decrescente	2,00	$\pm 0,50$
Percentual	20,00	$\pm 2,00$

Estado após a iteração 4		
Método	Média	Desvio Padrão
Fixo	1,00	$\pm 0,50$
Crescente	1,00	$\pm 0,10$
Decrescente	1,00	$\pm 0,30$
Percentual	4,00	$\pm 0,50$

Nas iterações seguintes, os métodos Crescente e Decrescente destacaram-se ao convergir rapidamente para um número reduzido de candidatos, alcançando médias inferiores a 2,00 já na terceira iteração, com baixa variabilidade entre as rodadas. Isso evidencia não apenas a capacidade de redução rápida do espaço de busca, mas também a robustez estatística desses métodos, mesmo diante da presença de ruído. O método Percentual, embora inicialmente conservador, apresentou comportamento mais gradual e terminou média de 4,00 pontos remanescentes na quarta iteração ainda dentro de uma faixa aceitável de precisão, porém com maior custo de processamento intermediário.

Os resultados obtidos reforçam a eficácia das técnicas de interseção progressiva baseadas em margens dinâmicas, que combinam boa precisão com filtragem eficiente. Ambas as estratégias mantêm complexidade linear e oferecem vantagens significativas

frente ao método com margem fixa, que tende a manter mais pontos nas iterações iniciais, aumentando o esforço computacional global. Além disso, o desempenho do método percentual, embora interessante em cenários onde se busca maior conservadorismo na filtragem, mostrou-se menos eficiente do ponto de vista do custo computacional.

Em resumo, as estratégias com margens crescentes e decrescentes alcançaram os melhores resultados em termos de equilíbrio entre precisão, robustez frente a ruídos e desempenho computacional. Esses métodos mostraram-se especialmente adequados para aplicações em ambientes internos com ruído moderado, sendo promissores para implementações em sistemas de localização por luz visível em tempo real.

4.3 DESEMPENHO DO MÉTODO DE MARGEM CRESCENTE SOB DIFERENTES SNR_s

O desempenho do sistema de localização, utilizando o método de margem crescente, em função da relação sinal-ruído (SNR) é apresentado nas Tabelas 4.12 e 4.13. A Tabela 4.12 exibe os erros médios de localização (em centímetros) para diferentes posições distribuídas sobre a malha, enquanto a Tabela 4.13 reúne os resultados obtidos para os pontos centrais das células da malha.

É importante destacar que a escolha por focar neste método fundamenta-se nos resultados obtidos em etapas anteriores, nas quais esse método demonstrou ser o mais preciso entre os avaliados. Optou-se, portanto, por restringir a análise aos diferentes níveis de SNR apenas para essa abordagem, com o objetivo de otimizar o tempo computacional sem comprometer a robustez da avaliação. Tal decisão é justificada pela superioridade do método em termos de erro médio, sua maior resiliência frente à variação dos parâmetros de ruído, e bom desempenho em relação à redução do número de pontos de procura em cada iteração.

Tabela 4.13 – Erro médio em centímetros por posição para pontos sobre a malha

Posição (x, y) [m]	SNR=0dB	SNR=3dB	SNR=10dB	SNR \geq 15dB
(0,0; 0,0)	126,62	88,41	0,00	0,00
(1,0; 0,0)	88,83	86,83	0,00	0,00
(2,0; 0,0)	85,93	10,91	0,00	0,00
(3,0; 0,0)	82,39	83,52	0,62	0,00
(4,0; 0,0)	98,12	23,36	0,10	0,00
(5,0; 0,0)	124,90	22,59	0,38	0,00
(0,0; 1,0)	82,89	16,98	0,14	0,00
(1,0; 1,0)	89,65	12,89	1,21	0,00
(2,0; 1,0)	128,71	50,07	0,50	0,00
(3,0; 1,0)	83,42	53,09	0,10	0,00
(4,0; 1,0)	59,36	49,36	1,51	0,00
(5,0; 1,0)	38,21	11,69	0,67	0,00
(0,0; 2,0)	111,35	30,26	0,00	0,00
(1,0; 2,0)	77,16	82,78	0,30	0,00
(2,0; 2,0)	35,28	50,33	0,40	0,00
(3,0; 2,0)	37,77	88,47	0,14	0,00
(4,0; 2,0)	23,57	25,51	0,14	0,00
(5,0; 2,0)	22,36	80,69	1,41	0,00
(0,0; 3,0)	54,35	74,27	1,94	0,00
(1,0; 3,0)	86,61	23,18	0,00	0,00
(2,0; 3,0)	19,53	13,54	0,10	0,00
(3,0; 3,0)	30,13	34,92	0,10	0,00
(4,0; 3,0)	93,61	83,45	0,00	0,00
(5,0; 3,0)	40,01	11,71	0,00	0,00
(0,0; 4,0)	61,85	14,24	0,14	0,00
(1,0; 4,0)	26,09	28,22	0,50	0,00
(2,0; 4,0)	36,93	57,72	0,10	0,00
(3,0; 4,0)	46,85	16,10	0,00	0,00
(4,0; 4,0)	54,82	87,93	0,00	0,00
(5,0; 4,0)	74,60	20,04	1,42	0,00
(0,0; 5,0)	131,85	45,82	0,00	0,00
(1,0; 5,0)	89,11	57,33	0,61	0,00
(2,0; 5,0)	104,70	43,61	1,23	0,00
(3,0; 5,0)	85,42	61,16	0,00	0,00
(4,0; 5,0)	95,30	54,55	0,00	0,00
(5,0; 5,0)	112,98	82,89	2,36	0,00

Fonte: Autoral.

Observa-se que, para $SNR \geq 15\text{dB}$, os erros médios são praticamente nulos em toda a grade, evidenciando o excelente desempenho do sistema em ambiente ideal, sem presença de ruído. Entretanto, à medida que o nível de ruído aumenta particularmente nos cenários com $SNR = 0\text{dB}$ e $SNR = 3\text{dB}$, os erros de localização crescem substancial-

mente, ultrapassando 100 cm em diversas posições. Essa tendência demonstra a elevada sensibilidade do sistema à presença de ruído muito elevado, sendo os pontos periféricos da malha os mais afetados.

A partir de $SNR = 10\text{dB}$, verifica-se uma melhora significativa na acurácia do sistema, com erros médios próximos de zero em grande parte do domínio avaliado. Esses resultados indicam que, mesmo em condições com ruído moderado, o método mantém um desempenho consistente e confiável.

Tabela 4.14 – Erro médio em centímetros por posição para pontos centrais da célula da malha

Posição (x, y) [m]	SNR=0dB	SNR=3dB	SNR=10dB	SNR \geq 15dB
(0,05; 0,05)	127,91	115,02	49,97	7,07
(1,05; 0,05)	55,97	114,92	21,77	7,07
(2,05; 0,05)	147,31	90,03	11,23	7,07
(3,05; 0,05)	137,97	53,25	10,33	7,07
(4,05; 0,05)	78,12	81,48	7,07	7,07
(5,05; 0,05)	117,98	69,20	9,28	7,07
(0,05; 1,05)	28,49	36,75	7,07	7,07
(1,05; 1,05)	79,38	12,82	11,12	7,07
(2,05; 1,05)	118,71	50,07	9,09	7,07
(3,05; 1,05)	48,49	73,09	7,24	7,07
(4,05; 1,05)	79,00	89,36	7,07	7,07
(5,05; 1,05)	113,86	17,69	7,07	7,07
(0,05; 2,05)	61,94	10,26	7,07	7,07
(1,05; 2,05)	39,99	9,78	7,07	7,07
(2,05; 2,05)	39,72	26,94	8,91	7,07
(3,05; 2,05)	77,66	88,47	8,49	7,07
(4,05; 2,05)	65,50	15,51	7,07	7,07
(5,05; 2,05)	87,36	10,67	7,07	7,07
(0,05; 3,05)	35,39	28,37	7,07	7,07
(1,05; 3,05)	96,61	53,14	9,01	7,07
(2,05; 3,05)	110,53	92,56	7,07	7,07
(3,05; 3,05)	115,13	90,66	17,38	7,07
(4,05; 3,05)	93,61	83,45	24,11	7,07
(5,05; 3,05)	80,01	11,71	7,95	7,07
(0,05; 4,05)	61,85	14,24	9,79	7,07
(1,05; 4,05)	56,09	8,22	9,28	7,07
(2,05; 4,05)	46,93	37,79	7,07	7,07
(3,05; 4,05)	46,85	26,15	7,07	7,07
(4,05; 4,05)	54,82	8,93	7,07	7,07
(5,05; 4,05)	74,60	20,04	7,07	7,07
(0,05; 5,05)	82,85	15,82	16,38	7,07
(1,05; 5,05)	25,11	27,33	22,18	7,07
(2,05; 5,05)	46,70	23,66	8,25	7,07
(3,05; 5,05)	25,42	61,16	7,07	7,07
(4,05; 5,05)	70,30	34,95	9,11	7,07
(5,05; 5,05)	94,98	56,22	9,95	7,07

Fonte: Autoral.

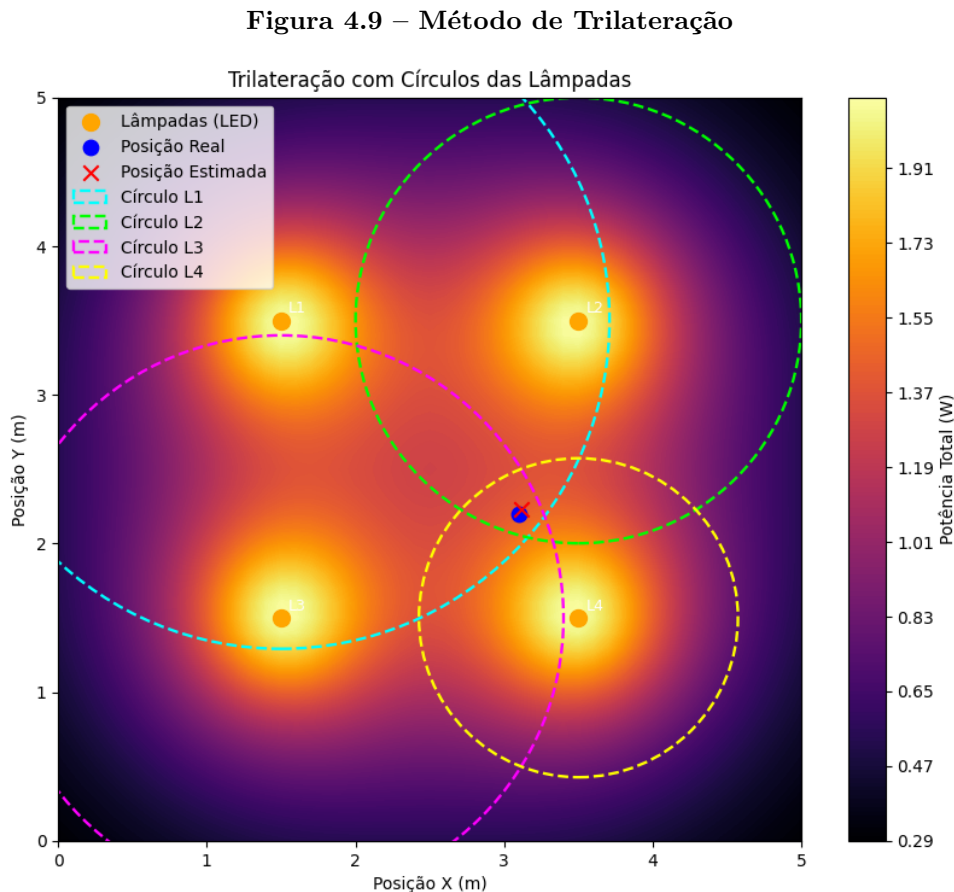
A Tabela 4.14 apresenta os erros médios para os pontos centrais das células da malha. Os resultados indicam que, para $SNR \geq 15\text{dB}$, o erro médio se estabiliza em aproximadamente 7,07 cm, valor que reflete o erro mínimo teórico de precisão imposto pela

resolução espacial da malha adotada. Embora esses pontos centrais estejam posicionados entre os pontos amostrados, eles não representam uma região de operação ideal do sistema, mas sim uma das mais desafiadoras para os algoritmos de localização, dada a ausência de correspondência direta com os dados da base de impressão digital.

De forma geral, os resultados obtidos demonstram que o sistema proposto apresenta elevada eficácia em cenários com ruído moderado ($SNR \geq 10\text{dB}$), com erros de localização bastante reduzidos e consistência espacial ao longo de toda a malha.

4.4 RESULTADOS DA TRILATERAÇÃO

Nesta seção apresenta-se os resultados obtidos para o método de trilateração. A Figura 4.9 demonstra um exemplo de realização, demonstrando visualmente como as equações de círculos são relacionadas de maneira a obter o ponto de interseção, e, conseqüentemente, a localização do fotodetector.



No processo de estimativa, as distâncias entre o receptor e cada luminária foram inferidas a partir da potência recebida, considerando o modelo de propagação lambertiano. A seguir, essas distâncias foram utilizadas para minimizar o erro quadrático entre as

posições teóricas e as medidas, produzindo uma estimativa de localização próxima, mas não necessariamente coincidente, com a posição real do receptor. A introdução de ruído revelou-se um fator determinante na degradação da precisão, resultando em deslocamentos perceptíveis na solução final.

Para quantificar esse impacto, a Tabela 4.15 apresenta os valores do erro médio de localização e seu desvio padrão em diferentes condições de SNR. Observa-se que, em condições ideais ($\text{SNR} = \infty$), o erro é virtualmente nulo, validando a consistência do modelo teórico. No entanto, à medida que o SNR diminui, especialmente em 0 dB e 3 dB, a estimativa torna-se consideravelmente imprecisa, com erros médios superiores a 170 cm. Já a partir de 10 dB, nota-se uma melhora substancial na acurácia, com erro médio reduzido para 55,81 cm, e desempenho ainda mais aceitável em 15 dB e 20 dB, cujos erros médios caem para 30,07 cm e 14,51 cm, respectivamente.

Tabela 4.15 – Erro médio de localização para diferentes valores de SNR

SNR (dB)	Erro Médio (cm)
∞	0,00
0	300,57
3	172,22
10	55,81
15	30,07
20	14,51

Fonte: Autoral.

A análise dos dados demonstra que o desempenho da trilateração está fortemente condicionado ao nível de ruído presente no canal óptico. Além disso, a geometria das luminárias e a precisão do modelo RSS influenciam diretamente a confiabilidade da estimativa, sobretudo em regiões do ambiente onde a configuração espacial das fontes não favorece a triangulação precisa.

Quando comparado ao método de localização por impressão digital, observa-se que a trilateração apresenta maior sensibilidade a variações na potência recebida. Isso ocorre porque o método por impressão digital se baseia em uma correspondência direta com um banco de dados de referência, sendo, portanto, menos suscetível às flutuações momentâneas do sinal. Em contrapartida, a trilateração depende diretamente da precisão das distâncias estimadas, o que a torna mais vulnerável a ruídos e distorções no modelo de propagação.

Em suma, os resultados reforçam a importância de se considerar as limitações dos modelos matemáticos adotados, bem como as características físicas do ambiente. Embora

a trilateração apresente uma abordagem eficiente do ponto de vista computacional e conceitualmente elegante, sua aplicação prática em ambientes com elevado nível de ruído ou geometria desfavorável deve ser cuidadosamente avaliada.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo o desenvolvimento, implementação e análise de um sistema de localização VLC, utilizando como parâmetro principal as potências ópticas recebidas por um fotodetector em diferentes posições dentro de um ambiente controlado. A proposta central consistiu na criação de uma base de dados de *fingerprinting* (impressão Digital) luminosa, a partir da qual foi possível estimar a posição do receptor por meio da comparação das medições simuladas com os dados armazenados.

Foram testadas e comparadas quatro estratégias principais para o processo de localização: margem fixa, margem dinâmica crescente, margem dinâmica decrescente e filtragem percentual progressiva. Além dessas técnicas, foi implementada o método trilateração, com solução por mínimos quadráticos, como base de comparação. As técnicas foram avaliadas em cenários sem ruído e com diferentes potências de ruído gaussiano aditivo, com o intuito de aproximar as condições à realidade de um ambiente operacional.

A análise dos resultados mostrou que, nos cenários com e sem ruídos, a técnica de margem crescente foi a que apresentou o melhor desempenho. Além disso, esse método é o que apresenta melhor desempenho em relação a complexidade computacional, nos casos estudados.

Já os métodos com margem fixa e decrescente, surgem como alternativas interessantes, uma vez que a taxa de redução de pontos de análise é considerável, e o nível de erro médio obtido não está muito distante do método de margem crescente. Observa-se que em todos os métodos com ajuste de margem, o valor da margem ótima deve ser estudada pois pode garantir um melhor desempenho do que os apresentados nesse trabalho.

A estratégia de filtragem percentual progressiva apresentou resultados satisfatórios em ambos os cenários (com e sem ruído), porém com uma quantidade de pontos muito superior aos demais. A técnica pode ser promissora se for utilizado níveis distintos de percentual em cada iteração, caso para um futuro trabalho.

O método de trilateração, por sua vez, é o mais interessante do ponto de vista da complexidade computacional e na dificuldade de implementação. Entretanto, o seu desempenho em relação à precisão em comparação aos métodos baseados em impressão digital foi consideravelmente inferior. Enquanto a impressão digital manteve a maioria de seus erros médios em faixa inferiores a centenas, a trilateração apresenta resultados 2 à 6 vezes superiores, evidenciando suas limitações frente às condições testadas.

Entre os principais desafios enfrentados durante o desenvolvimento deste trabalho, destaca-se a dificuldade em validar o banco de dados de potência luminosa. Ao longo da pesquisa, ficou evidente a escassez de trabalhos experimentais na literatura que disponibilizassem bases de dados públicas ou mesmo parâmetros reais de medição de potência óptica em cenários de VLC. Isso tornou o processo de validação um exercício de confiança no modelo matemático de propagação adotado e nas simulações realizadas. Houve um esforço considerável em ajustar o banco de dados, realizar testes comparativos entre os cenários e revisar cada etapa de geração das potências teóricas, sempre com o cuidado de garantir a maior aderência possível entre o comportamento esperado e os dados simulados. Essa limitação, embora desafiadora, também trouxe um aprendizado valioso em termos de modelagem, simulação e análise crítica de resultados.

Outro desafio importante foi balancear a precisão com a eficiência computacional, principalmente ao lidar com diferentes tamanhos de malha e diferentes níveis de ruído. Definir os parâmetros ideais de margem de erro para cada cenário exigiu inúmeros testes e ajustes iterativos, o que contribuiu para uma melhor compreensão da dinâmica do algoritmo.

Como sugestões para trabalhos futuros, destaca-se a possibilidade de expandir o sistema para operar em ambientes tridimensionais, incluindo a variável de altura na estimação da posição, bem como a implementação de uma lógica de movimentação do fotodetector para simulações dinâmicas. Outra melhoria relevante seria o desenvolvimento de um sistema de autoajuste da base de dados frente a variações no ambiente, além da realização de testes experimentais reais em laboratório, utilizando fotodetectores e luminárias para validação dos modelos. A incorporação de técnicas de inteligência artificial, como redes neurais ou algoritmos de aprendizado supervisionado, pode ampliar a capacidade de generalização do sistema frente a diferentes configurações e níveis de ruído. Adicionalmente, a integração entre os métodos de trilateração e fingerprinting apresenta-se como uma linha promissora, com potencial para combinar as vantagens de ambos e, assim, reduzir o erro de posicionamento e o custo computacional, ampliando ainda mais a aplicabilidade da solução proposta.

Em suma, este trabalho apresenta uma contribuição para o estudo de sistemas de localização baseados em VLC, demonstrando a eficiência de técnicas de impressão digital aplicadas a ambientes. Além disso, o trabalho reforça o potencial dessa tecnologia como uma alternativa viável aos métodos convencionais de posicionamento, ao apresentar soluções com menor custo computacional em comparação com abordagens tradicionais, que exigem buscas exaustivas sobre todo o conjunto de dados.

REFERÊNCIAS

- ALBRAHEEM, L.; ALAWAD, S. A hybrid indoor positioning system based on visible light communication and bluetooth rss trilateration. **Sensors**, v. 23, n. 16, 2023. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1424-8220/23/16/7199>>.
- BROWN, A.; GREEN, B. Applications of vlc in restricted environments. **International Journal of Wireless Communications**, v. 39, n. 2, p. 98–110, 2021. Disponível em: <<https://example.com/vlc-restricted-environments>>.
- CHAUDHARY N.; ALVES, L. N. G. Z. Current trends on visible light positioning techniques. In: **Proceedings of the 2019 2nd West Asian Colloquium on Optical Wireless Communications (WACOWC)**. [S.l.: s.n.], 2019. p. 100–105.
- CHEN, G. e. o. A visible light indoor positioning algorithm based on fingerprint. In: **Proceedings of the 2018 4th Annual International Conference on Network and Information Systems for Computers (ICNISC)**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 71–77.
- CHERNTANOMWONG P.; CHANTHARASENA, W. Indoor localization system using visible light communication. In: **Proceedings of the 2015 7th International Conference on Information Technology and Electrical Engineering (ICITEE)**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 480–483.
- COSSU, G. e. o. 3.4 gbit/s visible optical wireless transmission based on rgb led. **Optics Express**, OSA, v. 20, n. 26, p. B501–B506, 2012.
- DIMITROV, S.; HAAS, H. **Principles of LED light communications: towards networked Li-Fi**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2015.
- DO, T.-H.; HWANG, J.; YOO, M. Enhanced vlc-tdoa algorithm for indoor positioning without led-id. **The Journal of Korean Institute of Communications and Information Sciences**, Institute of Electronics Engineers of Korea, v. 44, n. 12, p. 1199–1205, 2019.
- EROGLU, Y. S.; GUVENC, I.; PALA, N.; YUKSEL, M. Aoa-based localization and tracking in multi-element vlc systems. In: **2015 IEEE 16th Annual Wireless and Microwave Technology Conference (WAMICON)**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–5.
- GFELLER F.R.; BAPST, U. Wireless in-house data communication via diffuse infrared radiation. **Proceedings of the IEEE**, v. 67, n. 11, p. 1474–1486, 1979.
- GLIGORIĆ, K.; AJMANI, M.; VUKOBRATOVIĆ, D.; SINANOVIĆ, S. Visible light communications-based indoor positioning via compressed sensing. **IEEE Communications Letters**, IEEE, v. 22, n. 7, p. 1410–1413, 2018.
- GROBE, L. e. o. High-speed visible light communication systems. **IEEE Communications Magazine**, v. 51, n. 12, 2013.
- HELD, G. **Introduction to Light Emitting Diode Technology and Applications**. 1st. ed. Auerbach Publications, 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1201/9781420076639>>.

HIYAMA A.; YAMASHITA, J. K. H. H. K. H. M. Rastreamento de posição usando sinais infravermelhos para sistema de orientação de museu. In: **Proceedings of the 2nd International Symposium on Ubiquitous Computing Systems**. [S.l.: s.n.], 2004. p. 49–61.

HOU, Y. e. o. A rss/aoa based indoor positioning system with a single led lamp. In: **Proceedings of the 2015 International Conference on Wireless Communications Signal Processing (WCSP)**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–4.

HUYNH P.; YOO, M. Sistema de posicionamento baseado em vlc para um ambiente interno usando um sensor de imagem e um sensor acelerômetro. **Sensors**, MDPI, v. 16, n. 6, 2016.

IEEE. **Part 15.7: Short-Range Wireless Optical Communication Using Visible Light**. 2011.

JIANG, J.; GUAN, W.; CHEN, Z.; CHEN, Y. Indoor high-precision three-dimensional positioning algorithm based on visible light communication and fingerprinting using k-means and random forest. **Optical Engineering**, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, v. 58, n. 1, p. 016102–016102, 2019.

KAHN J.M.; BARRY, J. Wireless infrared communications. **Proceedings of the IEEE**, v. 85, n. 2, p. 265–298, 1997.

KAZIKLI, E.; GEZICI, S. Hybrid tdoa/rss based localization for visible light systems. **Digital Signal Processing**, v. 86, p. 19–28, 2019. ISSN 1051-2004. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1051200418301106>>.

LI L.; HU, P. P. C. S. G. Z. F. Epsilon: Um sistema de posicionamento baseado em luz visível. In: USENIX ASSOCIATION. **Proceedings of the 11th USENIX Symposium on Networked Systems Design and Implementation (NSDI)**. [S.l.], 2014. p. 331–343.

LIM, J. Sistemas de posicionamento 3d onipresentes por comunicações de luz visível baseadas em led. **IEEE Wireless Communications**, IEEE, v. 22, n. 2, p. 80–85, April 2015.

LU, Z.; TIAN, P.; CHEN, H.; BARANOWSKI, I.; FU, H.; HUANG, X.; MONTES, J.; FAN, Y.; WANG, H.; LIU, X. et al. Active tracking system for visible light communication using a gan-based micro-led and nrz-ook. **Optics express**, Optica Publishing Group, v. 25, n. 15, p. 17971–17981, 2017.

MATHEUS, L. E. M.; VIEIRA, A. B.; VIEIRA, L. F. M.; VIEIRA, M. A. M.; GNAWALI, O. Visible light communication: Concepts, applications and challenges. In: . [S.l.: s.n.], 2019. v. 21, n. 4, p. 3204–3237.

MATHIAS, L. C.; ABRÃO, T. **Localização, Pré-distorção, Pré-equalização e Mitigação do Crosstalk em Sistemas VLC-OFDM**. Tese (Tese (Doutorado)) — Universidade Estadual de Londrina, 2019.

O'BRIEN, D. C.; ZENG, L.; LE-MINH, H.; FAULKNER, G.; WALEWSKI, J. W.; RANDEL, S. Visible light communications: Challenges and possibilities. In: **2008**

IEEE 19th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications. [S.l.: s.n.], 2008. p. 1–5.

OLIVEIRA, A.; SANTOS, P. Advantages of visible light communication. **Wireless Communications Review**, 2023. O espectro visível oferece uma faixa de frequências muito maior em comparação com o espectro de ondas de rádio.

OTHMAN, R.; GAAFAR, A.; MUAZ, L.; ELSAYED, M. A hybrid rss+aoa indoor positioning algorithm based on visible light communication. In: **2020 International Conference on Computer, Control, Electrical, and Electronics Engineering (ICCCEEE)**. [S.l.: s.n.], 2021. p. 1–5.

PANG, G. e. o. Led traffic light as a communications device. In: **Proceedings of the 1999 IEEE/IEEJ/JSAI International Conference on Intelligent Transportation System**. [S.l.]: IEEE, 1999. p. 788–793.

POHLMANN, C. Visible light communication. In: **Notes of Seminar Kommunikationsstandards in der Medizintechnik**. [S.l.]: S.l.: s.n., 2010.

PRINCE, G. B.; LITTLE, T. D. A two phase hybrid rss/aoa algorithm for indoor device localization using visible light. In: **2012 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 3347–3352.

PUCRS. **Modulação e Codificação**. 2017. <https://www.inf.pucrs.br/~cnunes/redes_si/aulas/Modulacao_Cab3.pdf>. Acesso em: 29 ago. 2024.

RAES, W.; STRYCKER, L. D.; STEVENS, N. Evaluation of design and accuracy of a visible light positioning implementation based on rss. In: **2018 15th Workshop on Positioning, Navigation and Communications (WPNC)**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–5.

ROTAFLUX. **Entenda Como Funciona a Trilateração do GPS**. 2024. Acesso em: 25 set. 2024. Disponível em: <<https://rotaflux.com.br/entenda-como-funciona-a-trilateracao-do-gps/>>.

SAHIN, A.; EROGLU, Y. S.; GUVENC, I.; PALA, N.; YUKSEL, M. Accuracy of aoa-based and rss-based 3d localization for visible light communications. In: **2015 IEEE 82nd Vehicular Technology Conference (VTC2015-Fall)**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–5.

SAHIN, A. et al. Accuracy of aoa-based and rss-based 3d localization for visible light communications. In: **2015 IEEE 82nd Vehicular Technology Conference (VTC2015-Fall)**. [S.l.]: IEEE, 2015. p. 1–5.

SEE Y.; NOOR, N. M. Y. M. C. T. Investigation of indoor positioning system using visible light communication. In: **Proceedings of the 2016 IEEE Region 10 Conference (TENCON)**. [S.l.]: IEEE, 2016. p. 186–189.

SHARIFI, H.; KUMAR, A.; ALAM, F.; ARIF, K. M. Indoor localization of mobile robot with visible light communication. In: IEEE. **2016 12th IEEE/ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications (MESA)**. [S.l.], 2016. p. 1–6.

SHI, D.; ZHANG, X.; SHI, L.; VLADIMIRESCU, A.; MAZURCZYK, W.; CABAJ, K.; MEUNIER, B.; ALI, K.; COSMAS, J.; ZHANG, Y. On improving 5g internet of radio light security based on led fingerprint identification method. **Sensors**, v. 21, n. 4, 2021. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1424-8220/21/4/1515>>.

SHI, D.; ZHANG, X.; VLADIMIRESCU, A.; SHI, L.; HUANG, Y.; LIU, Y. Um método de identificação de dispositivo baseado em impressão digital de led para sistema de comunicação de luz visível. In: . Nova York, NY, EUA: Associação para Máquinas de Computação, 2020. ISBN 9781450388337. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/3407023.3409214>>.

SILVA, J.; PEREIRA, M. Visible light communication (vlc). **Journal of Optical Communications**, 2023. Utiliza a faixa de comprimentos de onda entre 380 nm e 780 nm do espectro eletromagnético.

SMITH, J.; DOE, J. Visible light communication: Energy efficiency and applications. **Journal of Optical Communications**, v. 45, n. 3, p. 123–134, 2022. Disponível em: <<https://example.com/vlc-energy-efficiency>>.

SOH, M. Y.; TEO, T. H.; NG, W. X.; YEO, K. S. Review of high efficiency integrated led lighting. In: **2017 IEEE 12th International Conference on Power Electronics and Drive Systems (PEDS)**. [S.l.: s.n.], 2017. p. 93–97.

TANAKA, Y. e. o. Wireless optical transmissions with white colored led for wireless home links. In: **Proceedings of the 2000 IEEE Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC 2000)**. [S.l.]: IEEE, 2000. p. 1325–1329.

TRAN HUY Q.; HA, C. Fingerprint-based indoor positioning system using visible light communication—a novel method for multipath reflections. **Electronics**, v. 8, n. 1, 2019. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2079-9292/8/1/63>>.

UFERSA. **Comunicação Wireless por Luz**. 2018. <<https://repositorio.ufersa.edu.br/bitstreams/849ea300-94c6-4a5b-b43e-89d5bf38ed8d/download>>. Acesso em: 29 ago. 2024.

VATANSEVER Z.; LIAN, J. B.-P. M. Indoor mapping using the vlc channel state information. In: **Proceedings of the 2018 52nd Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 428–432.

WANG, C. e. o. The research of indoor positioning based on visible light communication. **China Communications**, v. 12, n. 8, p. 85–92, 2015.

WANG X.; GAO, L. M.-S. P. S. Impressão digital baseada em csi para localização interna: uma abordagem de aprendizagem profunda. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, IEEE, v. 66, n. 1, p. 763–776, 2017.

WEI H.; YAO, H. Indoor visible light location algorithm based on virtual fingerprint database. In: **Proceedings of the 2017 IEEE 2nd Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference (IAEAC)**. [S.l.: s.n.], 2017. p. 2412–2415.

WHITE, C.; BLACK, D. Security aspects of visible light communication systems. **Telecommunications Review**, v. 50, n. 1, p. 45–58, 2023. Disponível em: <<https://example.com/vlc-security>>.

XU, J.; SHEN, H.; XU, W.; ZHANG, H.; YOU, X. Led-assisted three-dimensional indoor positioning for multiphotodiode device interfered by multipath reflections. In: **2017 IEEE 85th Vehicular Technology Conference (VTC Spring)**. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1–6.

ZHUANG, Y. e. o. A survey of positioning systems using visible led lights. **IEEE Communications Surveys Tutorials**, v. 20, n. 3, p. 1963–1988, 2018.

ZVANOVEC P. C. S.; HAIGH, P. A. G. Z. Comunicações de luz visível para 5g. **Radioengineering**, p. 1–9, April 2015.