

PADRÕES: UMA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL

Cleber Massirer Borba*

Maria Arlita da Silveira Soares**

RESUMO

Este trabalho teve por objetivo analisar como duas coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental abordam os padrões geométricos e figurais. Para tanto, buscou-se referências em pesquisas sobre desenvolvimento do pensamento algébrico e documentos curriculares (Base Nacional Comum Curricular, Parâmetros Curriculares Nacionais, Referencial Curricular do Estado do Rio Grande do Sul). A opção metodológica foi de uma pesquisa qualitativa na forma de análise documental. A análise dos dados permitiu concluir que, os padrões geométricos e figurais são abordados em raras situações nas duas coleções de livros didáticos analisadas. Assim, os professores que visam propor atividades para o desenvolvimento do pensamento algébrico não devem limitar-se as situações propostas nas coleções analisadas.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico. Dimensões da Álgebra. Padrões Geométricos e Figurais. Anos Finais do Ensino Fundamental.

1 INTRODUÇÃO

O estudo de conceitos algébricos na Educação Básica, em particular, no Ensino Fundamental é defendido por pesquisadores e propostas curriculares, por potencializar um espaço significativo para que o estudante desenvolva as capacidades de abstração e generalização, fundamentais à aprendizagem da Matemática. Além disso, a aprendizagem de conceitos algébricos proporciona ao estudante adquirir uma importante ferramenta na resolução de problemas, sejam eles da própria Matemática, de outra área do conhecimento ou das práticas diárias.

No entanto, os resultados de avaliações de larga escala (por exemplo, Prova Brasil) indicam que são poucos os estudantes que atingem índices satisfatórios quanto a aprendizagem de conceitos algébricos. Diante destes resultados,

* Acadêmico do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Unipampa – Campus Caçapava do Sul. E-mail: cleber2471@gmail.com

**Professora da Universidade Federal do Pampa – Campus Caçapava do Sul. E-mail: arlitasoares@gmail.com

pesquisas internacionais (PONTE et al., 2009; VALE et al., 2008; VALE; PIMENTEL, 2013; VAN DE WALLE, 2009) e nacionais (BRASIL, 1998; BRASIL, 2007; FIORENTINI et al., 2005) sobre o ensino e aprendizagem da Álgebra, vem sendo desenvolvidas para entender as especificidades deste processo, bem como buscando alternativas para melhorá-lo. Estas pesquisas têm apontando que o principal objetivo do ensino da Álgebra é o desenvolvimento do pensamento algébrico. Conforme Blanton e Kaput (2005 apud FERREIRA et al., 2017, p. 174), pensamento algébrico é um processo no qual estudantes “generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados a sua idade”.

Segundo Vale e Pimentel (2013), as atividades envolvendo padrões (numéricos, geométricos, figurais) apresentam uma alternativa importante para que os estudantes possam conjecturar, generalizar e provar, processos complexos relacionados ao desenvolvimento do pensamento matemático, em particular, o algébrico.

Dada a importância das atividades envolvendo padrões no desenvolvimento do pensamento algébrico, bem como o uso frequente de livros didáticos, por professores na elaboração de seus planejamentos, esta pesquisa tem por objetivo analisar como duas coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental abordam os padrões geométricos e figurais.

2 PADRÕES NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA

A importância da aprendizagem de conceitos algébricos se dá pela necessidade de mobilizar estes conceitos na resolução de problemas dentro da própria matemática, de outras áreas do conhecimento e de práticas diárias. Além disso, a apropriação de conceitos algébricos possibilita aos estudantes continuarem seus estudos, pois a Álgebra está presente nos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Geometria, Estatística, Probabilidade) e é utilizada por diversas áreas do conhecimento.

A Álgebra é considerada a linguagem das ciências por ser uma linguagem simbólica que possibilita expressar relações e generalizações, sem recorrer a cálculos numéricos. Contudo, pesquisas (VALE et al, 2008. VAN DE WALLE, 2009)

e documentos curriculares (BRASIL, 1998; BRASIL, 2007) afirmam que, o ensino da Álgebra tem priorizado a manipulação algébrica e a resolução de equações em detrimento da construção de conceitos pela observação de padrões e regularidades, por exemplo, função, essencial ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Para Kaput (1999 apud VAN DE WALLE, 2009), o pensamento algébrico é manifestado quando são elaboradas generalizações de dados e relações matemáticas por meio de conjecturas e argumentos. Estas generalizações são expressas por meio de uma linguagem cada vez mais formal e podem ser exploradas no trabalho com qualquer conceito matemático desde os anos iniciais de escolaridade. Por exemplo, quando são propostas atividades nas quais o estudante:

[...] estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou **padrões geométricos**; percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, reciprocamente, produz vários significados para uma mesma expressão numérica; interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; transforma uma expressão aritmética em outra mais simples; desenvolve algum tipo de **processo de generalização**; **percebe e tenta expressar regularidades ou invariâncias**; desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente. (FIORENTINI, et al., 2005, p. 5, grifos nossos).

Para o desenvolvimento do pensamento algébrico, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), é necessário um trabalho articulado com as diferentes concepções/ dimensões da Álgebra. Segundo este documento, “existe um razoável consenso de que para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra” (BRASIL, 1998, p. 116).

Na Figura 1 é apresentada uma síntese das diferentes concepções/ dimensões da Álgebra e das diferentes funções das letras, mencionadas pelos PCN (BRASIL, 1998).

Figura1: Dimensões da Álgebra

Álgebra no ensino fundamental				
Dimensões da Álgebra	Aritmética Generalizada	Funcional	Equações	Estrutural
Uso das letras	Letras como generalizações do modelo aritmético	Letras como variáveis para expressar relações e funções	Letras como incógnitas	Letras como símbolo abstrato
Conteúdos (conceitos e procedimentos)	Propriedades das operações generalizações de padrões aritméticos	Variação de grandezas	Resolução de equações	Cálculo algébrico Obtenção de expressões equivalentes

Fonte: Brasil, 1998, p. 116.

Na dimensão da Álgebra *aritmética generalizada* (Figura 1) verifica-se a menção a análise de padrões. Contudo, a análise de padrões não deve limitar a esta dimensão, visto que:

É interessante também propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece a que o aluno construa a idéia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades. (BRASIL, 1998, p. 117)

Ainda, em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico, o referencial curricular do Rio Grande do Sul menciona que, este

[...] se expressa por abstrações e generalizações, especialmente as provenientes do **estudo de regularidades e padrões**, expressos e representados por uma linguagem simbólica cujo domínio proporciona a substituição, quando necessária, da linguagem usual pela linguagem matemática. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 38, grifos nossos)

Segundo Van de Walle (2009, p. 287), o pensamento algébrico refere-se a formulação de generalizações “a partir da experiência com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativo e explorar os conceitos de padrão e de função”.

Nas citações acima percebe-se o destaque ao estudo de regularidades e padrões no desenvolvimento do pensamento algébrico. Um grupo de pesquisadores portugueses afirma que, “os padrões são a essência da matemática e a linguagem na qual é expressa”. Isso “porque os padrões se encontram em várias formas na vida de todos os dias e ao longo da matemática escolar, mas porque também podem

constituir um tema unificador” (BORRALHO et al., 2007, p. 5).

Para Borralho et al. (2007, p. 7), quando o professor utiliza padrões no ensino de matemática é, geralmente, porque busca auxiliar os estudantes na identificação de relações, determinação de conexões, elaboração de generalizações. Em outras palavras, “padrão é uma poderosa estratégia de resolução de problemas”. Nesta perspectiva, no documento intitulado “Princípios e Normas para a Matemática Escolar”, o NCTM¹ (2008, p. 39) menciona que, “a experiência sistemática com padrões [desde os anos iniciais de escolarização] poderá vir a desenvolver a compreensão do conceito de função”.

Dada a importância dos padrões no ensino da matemática, em particular, da Álgebra, cabe um questionamento: ao utilizarem o termo padrão os pesquisadores e documentos curriculares estão se referindo a quê? Para Borralho et al. (2007, p. 1), o termo “padrão é usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades”. Cabe destacar que, para estes pesquisadores não há uma definição para padrão que o caracterize como um conceito matemático. Contudo, alguns termos utilizados na proposição de atividades oferecem indícios de que elas envolvem a construção e/ou análise de padrões: “regularidade, sequência, sucessão, repetição, lei de formação, regra, ordem, generalização, fórmula, variável, invariante, configuração, disposição, ritmo, motivo, friso, pavimentação” (VALE et al., 2008, p. 3).

Para Silva e Pires (2013, p. 33) é plausível denominar de conteúdos/conceitos matemáticos “apenas e tão somente os objetos matemáticos passíveis de definição, ou seja, conceitos matemáticos. Padrão não é um conceito matemático, mas pode ser uma característica estrutural de vários conceitos. Assim, os pesquisadores defendem que vários conteúdos/conceitos matemáticos podem ser abordados a partir da construção e/ou análise de padrões.

O Quadro 1 apresenta alguns tipos de padrões.

¹ National Council of Teachers of Mathematics. Ao citar o documento intitulado Princípios e Normas para a Matemática Escolar elaborado pelo NCTM utilizaremos a versão traduzida pela Associação de professores de Matemática de Portugal.

Quadro 1: Exemplos de padrões

Tipo de padrão	Exemplo	
Repetitivos	<p style="text-align: center;">A A B B</p> 	
Numéricos	<p>2, 4, 6, 8, 10,... (números pares; adicione 2 a cada vez)</p> <p>1, 4, 7, 10, 13,... (comece com 1; adicione 3 a cada vez)</p> <p>1, 4, 9, 16,... (números quadrados: 1^2, 2^2, 3^2, etc.)</p> <p>0, 1, 5, 14, 30,... (adicione o próximo número quadrado)</p> <p>2, 5, 11, 23,... (dobre o número anterior e adicione 1)</p> <p>2, 6, 12, 20, 30,... (multiplique pares de números consecutivos)</p> <p>3, 3, 6, 9, 15, 24,... (adicione os dois números anteriores, exemplo de uma sequência de Fibonacci)</p>	
Crescentes		

Fonte: Adaptado de Van de Walle (2009).

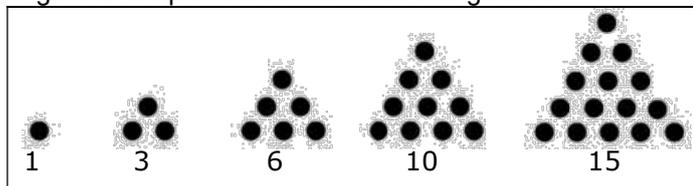
Conforme o NCTM (2008, p. 106), saber que o padrão repetido (Quadro 1) pode ser representado pela forma *AABB* constitui para os estudantes “uma primeira abordagem ao poder da Álgebra”. Ao explorar padrões repetitivos, os professores podem ajudar os estudantes a desenvolver a capacidade de generalizar, propondo questões como: “de que forma este padrão pode ser descrito?”, ou “de que forma pode ser repetido ou ampliado?”, ou ainda “em que os padrões se assemelham?”

Nos padrões numéricos o desafio vai além de identificar uma forma de expandi-lo, ou seja, busca-se uma forma de generalizá-los ou uma relação algébrica que determina o elemento do padrão que ocupará qualquer lugar na sequência. Os padrões crescentes (podem envolver números, figuras, objetos geométricos) também são denominados de sequências. Eles envolvem uma progressão a cada passo, sendo que cada novo passo está relacionado ao anterior segundo uma regra, assim como, nos padrões numéricos, o objetivo é determinar uma generalização ou uma relação algébrica. (VAN DE WALLE, 2009).

O foco deste trabalho é análise de padrões geométricos e figurais. Entende-se por padrões geométricos aqueles padrões que apresentam alguma regularidade

geométrica, por exemplo, a sequência que envolve os chamados números triangulares (Figura 2).

Figura 2: Sequência de Números triangulares

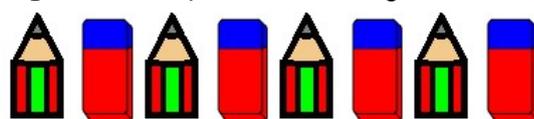


Fonte: Silva; Pires, 2013, p. 35

Para determinar o termo geral da sequência o estudante pode reorganizar e dobrar os círculos que compõem cada figura, formando retângulos de lados iguais a n e $(n+1)$. Assim, o número de círculos de cada triângulo é numericamente igual a metade do número de círculos de cada retângulo, ou seja, $n.(n+1)/2$, que é a fórmula do termo geral do número de círculos da sequência apresentada. (SILVA;PIRES, 2013).

Considera-se como padrões figurais aqueles padrões que envolvem figuras, sendo que estas não são figuras geométricas. Mas, permitem a compreensão de propriedades numéricas. Um exemplo de padrão figurar é exposto na Figura 3.

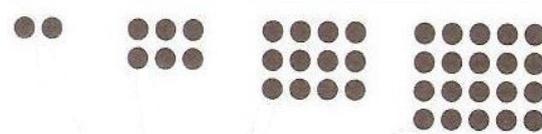
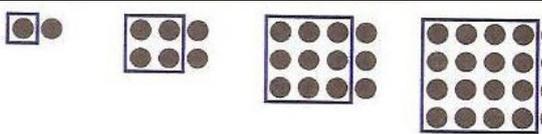
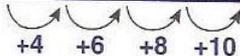
Figura 3: Exemplo de Padrão Figurar



Fonte: Adaptado de Ponte, Branco, Matos, 2009.

Segundo Herbert e Brown (1997), a resolução de um problema que apresenta um padrão envolve três fases: (1) Procura de padrões — extrair a informação relevante; (2) Reconhecimento do padrão, descrevendo-o através de métodos diferentes — a análise dos aspectos matemáticos; e (3) Generalização do padrão — a interpretação e aplicação do que se aprendeu. Estas fases são exemplificadas no Quadro 2.

Quadro 2: Fases de um padrão

Fases	Exemplo																				
Procura de padrões	 <p>Quantidade anterior mais alguma coisa</p>																				
Reconhecimento do padrão	 <p>Um quadrado mais uma coluna</p> <table border="1" data-bbox="670 649 1340 806"> <tr> <td>Passo</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>?</td> <td>—</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>Quantidade de pontos</td> <td>2</td> <td>6</td> <td>12</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>?</td> <td>?</td> <td>—</td> <td>?</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">  $n^2 + n$ </p>	Passo	1	2	3	4	5	6	?	—	20	Quantidade de pontos	2	6	12	20	30	?	?	—	?
Passo	1	2	3	4	5	6	?	—	20												
Quantidade de pontos	2	6	12	20	30	?	?	—	?												
Generalização do padrão	$n^2 + n$																				

Fonte: Adaptado de Van de Walle (2009).

Conforme Vale e Pimentel (2013), “há estudos² que mostram que os alunos de vários níveis são capazes de observar, formular conjecturas e explicar se começarem a trabalhar a partir de casos particulares, ações que fazem parte do processo de raciocínio indutivo”.

Sendo assim, o estudo da Álgebra deve começar desde os anos iniciais de forma intuitiva com o estudo dos padrões presentes no mundo em que vivemos, buscando analisá-los e descrevê-los e, posteriormente trabalhar e aprofundar linguagem formal.

3 METODOLOGIA

Para esta pesquisa adotou-se pressupostos da pesquisa qualitativa na forma de análise documental. Para isso, foram analisadas detalhadamente duas coleções

² Seguem as referências dos estudos citados pelas autoras: Barbosa, A. (2011). Patterning problems: sixth graders' ability to generalize. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.), Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, pp. 420-428. Rzeszow: ERME.

Cañadas, M. C. & Castro, E. (2005). Inductive reasoning in the justification of the result of adding two even numbers. Paper presented at the CERME 5, acedido em 20 de Janeiro <http://funes.uniandes.edu.co/1605/1/CERME5.pdf>

Vale, I. & Pimentel, T. (2010). From figural growing patterns to generalization: a path to algebraic thinking. In M.F. Pinto, & T. F. Kawasaki (Eds.), Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, pp. 241-248. Belo Horizonte, Brasil: PME.

de Livros Didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático – 2017 (PNLD/2017), quanto ao trabalho com padrões geométricos e figurais. Entende-se que as pesquisas que buscam analisar livros didáticos são importantes, pois estes materiais, geralmente, são um dos principais recursos didáticos utilizados pelos professores da Educação Básica.

O desenvolvimento da pesquisa seguiu os procedimentos mencionados na sequência:

1- Seleção de duas coleções de Livros Didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovadas pelo PNLD/2017. A escolha destas coleções levou em consideração a posição no *ranking* de distribuição destes materiais nas escolas públicas brasileiras e a avaliação no guia de livros didáticos (BRASIL, 2016). Assim, as coleções selecionadas foram: a) Praticando a Matemática, elaborada por Álvaro Andrini e Maria José Vasconcelos; b) Matemática Bianchini, elaborada por Edwaldo Bianchini.

2- Realização de análise parcial dos volumes com o objetivo de identificar a presença de padrões geométricos e/ou figurais. Destaca-se que foram analisados os livros didáticos na versão organizada para o professor. Esta versão contém o livro do aluno e o manual do professor.

3- Definição das categorias de análise com base no referencial teórico foram definidas categorias de análise, a saber: tipos de padrões (geométricos e figurais); representações matemáticas (geométrica, figural, numérica, algébrica); fases de um padrão (1- busca de padrão; 2- reconhecimento do padrão; 3- generalização); conteúdos/conceitos matemáticos; nível de abrangência.

Para organizar os dados foi elaborado um quadro no Microsoft Excel for Windows®, que expõe a localização dos conteúdos desenvolvidos e das atividades (unidade/capítulo, número da atividade, página) e as categorias de análise (tipos de padrões; representações matemáticas; fases de um padrão; conteúdos/conceitos matemáticos).

A seguir, é apresentada a análise dos dados desta pesquisa.

4 ANÁLISE DOS DADOS

Para apresentar a análise dos dados, primeiramente, optou-se por expor a organização e algumas características das obras analisadas, conforme a avaliação do PNLD/2017 (BRASIL, 2016).

A coleção intitulada “Praticando a Matemática (Edição Renovada)”³ é composta por quatro livros didáticos (volumes), elaborados para os Anos Finais do Ensino Fundamental (6º, 7º, 8º e 9º). Os conteúdos/conceitos matemáticos são apresentados, em cada livro didático, em unidades, subdivididas em itens. Após a apresentação dos conteúdos/conceitos são expostos exemplos e exercícios. No final de cada unidade há seções: *Revisando* e *Autoavaliação*, com atividades sobre o conteúdo abordado.

Percebe-se que nas unidades, também, são propostas outras seções, por exemplo, “*Desafios*; *Vale a pena ler*, que apresentam textos referentes à história da Matemática ou de ampliação do conteúdo, e *Seção Livre*, com curiosidades, situações do cotidiano ou questões interdisciplinares” (BRASIL, 2016, p. 58, grifos nossos). No final de cada volume são expostas sugestões de livros para o estudante, referências bibliográficas, materiais para o desenvolvimento de algumas atividades (malhas quadriculadas, moldes de figuras geométricas), bem como as respostas de atividades propostas nas unidades.

Segundo o guia do PNLD/2017, os conteúdos/conceitos matemáticos são abordados a partir de exemplos que possibilitam uma sistematização adequada das temáticas propostas. “No entanto, muitas vezes, essas sistematizações são seguidas de uma quantidade excessiva de atividades que visam, prioritariamente, a **verificação ou a aplicação imediata dos conceitos trabalhados**” (BRASIL, 2016, p. 57, grifos nossos). Esta escolha didática pode limitar o desenvolvimento do pensamento algébrico, visto que este requer que sejam propostas situações nas quais o estudante precisa investigar relações e generalizá-las e não apenas utilizar procedimentos e técnicas.

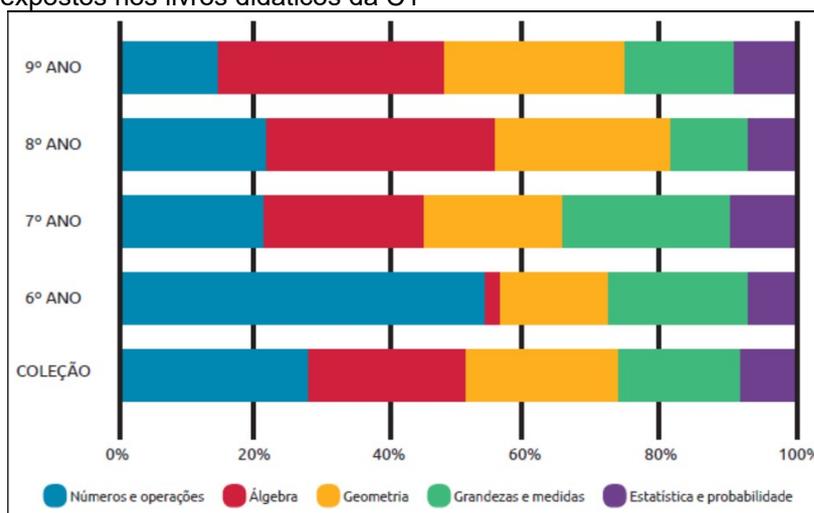
Ainda, conforme o guia do PNLD/2017, a coleção, destaca a importância da Matemática como ferramenta para resolver situações do dia a dia. Além disso, “há muitas conexões da Matemática com diferentes áreas do conhecimento. Mas, tais conexões são pouco aprofundadas” (BRASIL, 2016, p. 57). Neste trabalho, busca-se

³ Na sequência do texto ao mencionar esta coleção será utilizado o código C1.

ênfatizar a importância da relação entre a Álgebra e a Geometria a partir da análise de padrões geométricos e figurais.

A Figura 4 apresenta a distribuição dos conteúdos/conceitos matemáticos expostos nos livros didáticos da C1 a partir dos blocos de conteúdo, propostos nos PCN (BRASIL, 1998).

Figura 4: Distribuição dos conteúdos/conceitos matemáticos expostos nos livros didáticos da C1



Fonte: Brasil, 2016, p. 60.

Ao analisar o gráfico (Figura 4) constata-se que os conteúdos/conceitos relacionados ao campo da Álgebra são abordados em todos os anos (6º, 7º, 8º e 9º) com ênfase ao 8º ano. Neste ano, os conteúdos relacionados a Álgebra abordados, conforme a unidades propostas para o volume, são: **cálculo algébrico**: equação, variáveis, expressões; **monômios e polinômios**: operações, expressões; **produtos notáveis**; **frações algébricas**: simplificação, adição, subtração; equações algébricas; **sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas**: método da adição, sistema indeterminado. A partir dos conteúdos propostos no 8º ano verifica-se que as dimensões da Álgebra enfatizadas são: *equações* (letras como incógnitas) e *estrutural* (letras como símbolo abstrato).

No 9º ano os conteúdos abordados, conforme as unidades apresentadas para o volume, são: **equações do 2º grau**: resolução, problemas, raízes; equações fracionárias, biquadradas e irracionais; **função**: notação, domínio, imagem, lei de formação, gráficos; gráficos de funções polinomiais do 1º e do 2º graus; funções do 1º grau e sistemas de equações. Assim, as dimensões da Álgebra exploradas são: *equação* e *funcional* (letras como variáveis para expressar relações e funções).

No que tange as unidades do volume referente ao 7º ano, identifica-se como conteúdos relacionados a Álgebra: **equações**: definição, solução, operações. Portanto, a dimensão da Álgebra enfatizada é *equação*.

Ao verificar as unidades propostas para o livro do 6º ano, não foram identificados conteúdos específicos da Álgebra. Dessa forma, os conteúdos relacionados a Álgebra identificados pelo guia do PNLD/2017 (Figura 4) devem estar inseridos na discussão de outros blocos, por exemplo, no bloco denominado “Números e Operações”, visto que uma das dimensões da Álgebra é a *aritmética generalizada* (letras como generalizações do modelo aritmético).

Com base na análise do gráfico (Figura 4) e nas unidades propostas em cada volume da coleção quanto aos conteúdos/conceitos algébricos pode-se afirmar que a dimensão mais enfatizada é a *equação*. No entanto, “para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções [dimensões] da Álgebra” (BRASIL, 1998, p. 116).

Quanto a análise de padrões, foco deste trabalho, o guia do PNLD/2017 menciona que os autores da coleção iniciam o estudo da Álgebra a partir da “observação de padrões e regularidades antes mesmo da sua inserção em unidades específicas” (BRASIL, 2016, p. 61), o que segundo os avaliadores é interessante. Os avaliadores verificaram que algumas situações propostas buscam a articulação entre Álgebra e a Geometria, bem como a Álgebra e o bloco grandezas e medidas. Entende-se que a análise de padrões proporciona a relação entre a Álgebra e outros campos da matemática, em particular, a Geometria. Outro conteúdo matemático que pode ser abordado desde os anos iniciais a partir do estudo de padrões é Funções. Contudo, segundo o guia do PNLD/2017, o estudo de funções na coleção limita-se ao livro do 9º ano.

Assim como a C1, a coleção “Matemática Bianchini⁴” é composta por quatro livros didáticos (volumes), elaborados para o 6º, 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. Os volumes são organizados em capítulos, cada um abordando um dos blocos de conteúdo. Em todos os capítulos a apresentação da teoria é apoiada em alguns exemplos, em seguida, são propostas as seções: *exercícios propostos e complementares*, contendo uma lista de exercícios sobre o conteúdo trabalhado em

⁴ Na sequência do texto ao mencionar esta coleção será utilizado o código C2.

sala de aula. Além disso, cada capítulo é finalizado com a seção denominada *exercícios complementares*.

Alguns capítulos apresentam as seguintes seções: *Pense mais um pouco...*, cujo objetivo é propor atividades desafiadoras; *Para saber mais*, que inclui textos complementares referentes aos conteúdos estudados; *Agora é com você!*, nas quais há exercícios para os alunos resolverem; *Trabalhando a informação*, voltadas ao estudo de estatística e probabilidade; e *Diversificando*, na qual há jogos, aplicações de alguns conceitos trabalhados e desafios. Ao final de cada volume, encontram-se respostas das atividades propostas; uma lista de siglas, além de sugestões de leituras para o estudante e a bibliografia da coleção.

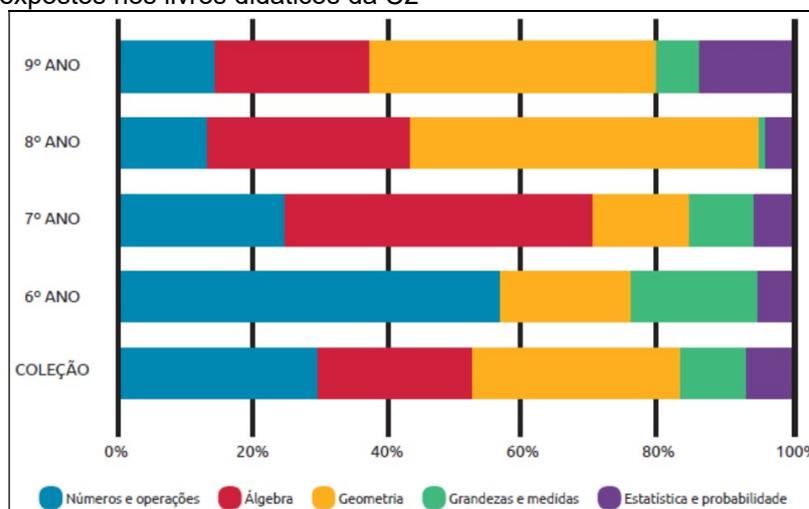
Ao analisar a C2 os avaliadores do PNLD/2017 mencionam que:

A coleção caracteriza-se por discutir os conceitos com base em um ou em poucos exemplos, seguidos de alguma sistematização e de atividades de aplicação. Quase sempre, as definições e os resultados das questões abordadas são apresentados prontos, sem incentivo à participação ativa do estudante na construção do conhecimento. Essas escolhas **pouco contribuem para o desenvolvimento de habilidades cognitivas, como observar, buscar padrões e regularidades, generalizar e elaborar hipóteses**. (BRASIL, 2016, p. 107, grifos nossos)

A avaliação apresentada no guia do PNLD/2017 dá indícios de que ao analisar a coleção quanto aos padrões estes podem ser abordados em poucas atividades.

A Figura 5 apresenta a distribuição dos campos da matemática por volume da C2.

Figura 5: Distribuição dos conteúdos/conceitos matemáticos expostos nos livros didáticos da C2



Fonte: Brasil, 2016, p. 110.

A análise da Figura 5 permite afirmar que o trabalho com os conteúdos/conceitos algébricos é iniciado no livro do 7º ano e é dado sequência nos livros do 8º e 9º ano. Observa-se, também, que a ênfase no estudo de conteúdos/conceitos algébricos está no 7º ano. Neste ano, são abordados os seguintes conteúdos/conceitos algébricos: **equações**; **expressões algébricas**; **valor numérico**; **equações do 1º grau com uma incógnita**: resoluções – médias e estimativas; **inequações**: gráficos de colunas, tabelas; **equações com duas incógnitas**: par ordenado, representação geométrica – possibilidades e probabilidades; **sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas**: tabelas, gráficos de colunas e linhas. Os conteúdos/conceitos escolhidos para o 7º ano enfatizam a dimensão *equação* da Álgebra.

No livro didático do 8º ano são abordados os seguintes conteúdos/conceitos algébricos: **incógnita**, **variável**, **expressões algébricas**, **valor numérico**; **monômios**: adição, multiplicação, divisão, potenciação; **polinômios**: definição, operações – gráficos: colunas e linhas duplas; **produtos notáveis**; **fatoração**; **frações algébricas**: simplificação, equações – gráficos de barras; **equações literais** - plano cartesiano – gráficos de colunas; **sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas**. Em termos de dimensão da Álgebra abordadas percebe-se um destaque para *equação* e *estrutural*.

Os conteúdos/conceitos abordados no livro do 9º ano em relação a Álgebra são: **equações do 2º grau**: raízes, resoluções, relações de Girard – mapas; **função polinomial do 1º grau**: definição, gráfico – juros – **função polinomial do 2º grau**: gráfico, vértices da parábola, valor máximo e mínimo, estudo do sinal. Estes conteúdos/conceitos constituem as dimensões da Álgebra *equação* e *funcional*.

Ao analisar os capítulos dedicados a conteúdos/conceitos algébricos verifica-se, assim como na C1 que a dimensão da Álgebra mais enfatizada é a *equação*. Conforme os PCN (BRASIL, 1998, p. 117),

É fato conhecido que os professores não desenvolvem todos esses aspectos da Álgebra [aritmética generalizada, funcional, equação e estrutural] no ensino fundamental, pois privilegiam fundamentalmente o estudo do cálculo algébrico e das equações - muitas vezes descoladas dos problemas. Apesar de esses aspectos serem necessários, eles não são, absolutamente, suficientes para a aprendizagem desses conteúdos. Para a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos é necessário um trabalho articulado com essas quatro dimensões ao longo dos terceiro e quarto ciclos⁵.

⁵ Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental correspondem atualmente aos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Talvez os professores não desenvolvam atividades que relacionam as diferentes dimensões da Álgebra devido aos livros didáticos escolhidos também darem ênfase ao cálculo algébrico e equações em detrimento do estudo deste campo como aritmética generalizada e funcional, dimensões estas que podem ser exploradas desde os anos iniciais a partir da análise de padrões (FERREIRA et al., 2017).

Ao tratar especificamente dos conteúdos/conceitos algébricos expostos na C2 os avaliadores do PNLD/2017 mencionam que, “predominam situações já resolvidas, o que pode limitar a apreensão dos conteúdos. Além disso, na maioria das atividades, valorizam-se os procedimentos e técnicas” (BRASIL, 2016, p. 111). Estas escolhas podem limitar o desenvolvimento do pensamento algébrico que requer a aquisição de habilidades cognitivas, como observar, buscar padrões e regularidades, generalizar e elaborar hipóteses (FERREIRA et al., 2017; VALE; PIMENTEL, 2013).

A análise das unidades/capítulos dedicadas(os) ao estudo de conteúdos de Álgebra indicam algumas concepções dos autores das coleções sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, em particular, o destaque para a dimensão *equação*. Contudo, torna-se importante uma análise detalhada de cada volume na busca por identificar como padrões geométricos e figurais são propostos, visto que propostas curriculares (BRASIL, 1998; BRASIL, 2017) e pesquisadores (SILVA; PIRES, 2013; VALE; PIMENTEL, 2013; VAN DE WALLE, 2009) defendem que o estudo de padrões permite articular vários campos da matemática, em especial, Álgebra e Geometria. Nesta perspectiva, a seguir apresenta-se os resultados da análise das coleções quanto aos padrões geométricos e figurais propostos.

Na C1 foram verificados vinte e dois padrões (geométricos e figurais). Destes três padrões estão na introdução dos conteúdos; três no “manual do professor”. Assim, a maioria (dezesseis) foi observada nas atividades propostas e complementares. Cabe destacar que, nesta coleção, há 4398 atividades (propostas e complementares), o que indica que os padrões geométricos e figurais foram pouco utilizados na abordagem dos conteúdos/conceitos matemáticos.

Na C2 foram identificados dezoito padrões (geométricos e figurais), destes seis estão na introdução ou na retomada de algum conteúdo; dois no “Suplemento com orientações para o professor” (manual do professor); e dez nas atividades

propostas. Destaca-se que nesta coleção há 2951 atividades propostas. Assim como na C1, pode-se afirmar que os padrões foram pouco utilizados no estudo de conteúdos/matemáticos.

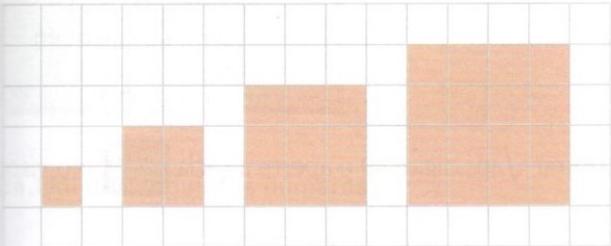
Estes dados indicam que, em ambas as coleções, a maioria dos padrões foi identificada nas atividades (propostas e complementares). Assim, pode-se afirmar que poucos conteúdos/conceitos foram abordados a partir da análise de padrões geométricos ou figurais (apenas três na C1 e seis na C2). Esperava-se que os padrões fossem mais explorados na introdução de conceitos algébricos no 6º ano (C1) e no 7º ano (C2) e no estudo de funções (9º ano – C1 e C2). Isto porque o estudo de padrões está nos próprios objetivos para o ensino de conceitos algébricos: compreender padrões, relações e funções (BRASIL, 1998; NCTM, 2008; SILVA; PIRES, 2013).

Como exposto no Quadro 1 há diferentes tipos de padrões, nesta pesquisa, optou-se por analisar os padrões geométricos e figurais, pois na análise das coleções a partir do guia do PNLD/2017 constatou-se que dimensão da Álgebra como *aritmética generalizada* é pouco explorada, logo, os padrões numéricos foram abordados no estudo de conceitos da aritmética. Neste sentido, buscou-se investigar nas coleções qual o tipo de padrão, dentre os dois selecionados, é mais explorado. Verificou-se que, nas duas coleções o padrão mais explorado foi o geométrico (C1 – 19⁶; C2 - 10), sendo que a maioria das situações apresenta padrões envolvendo a figura geométrica quadrado (C1 – 8; C1 – 5), conforme exemplificado na Figura 6.

⁶ Ao utilizar o código C1 ou C2 e um traço (-) seguido de uma quantidade estamos indicando o número de padrões observados na categoria que está sendo analisada.

Figura 6: Exemplo de Padrão Geométrico

13. Veja as figuras da sequência:



a) Desenhe as duas figuras seguintes da sequência. Quadrado de lado 5 quadradinhos (total 25 quadradinhos) e quadrado de lado 6 quadradinhos (total 36 quadradinhos).

b) Escreva o número de quadradinhos de cada figura usando a forma de potência. $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2$

c) Construa um quadrado que tenha entre 80 e 90 quadradinhos. Quadrado de lado 9 quadradinhos (total 81 quadradinhos).

d) Lê-se 3^2 , habitualmente *três ao quadrado*. Por que será? A quantidade de quadradinhos no quadrado 3×3 é igual a 3^2 .

Fonte: C1

Ao analisar a distribuição dos padrões nos volumes das coleções constatou-se que, na C1 os padrões foram mais abordados no 9º ano (8 padrões) no estudo dos seguintes conteúdos: potenciação e radiciação; funções (Figura 7), seguido do 6º ano (6 padrões) ao explorar a operação de potenciação. O menor número de padrões foi identificado no 7º ano (4 padrões) no estudo de potenciação e equações e no 8º ano (4 padrões) ao tratar da operação de potenciação e cálculo algébrico. Estes dados indicam que os padrões geométricos e figurais apresentados na C1 foram utilizados na maioria das vezes para retomar questões relacionadas a operação de potenciação. Os outros conteúdos identificados foram cálculo algébrico e funções.

Figura 7: Padrão utilizado no estudo de funções

25. Esta sucessão de p palitos vai formando t triângulos.

t	p
1	3
2	5
3	7
\vdots	\vdots

Qual é a fórmula que relaciona p com t ? $p = 2t + 1$

Fonte: C1

Na C2 os padrões foram mais explorados no 6º ano ao tratar da operação de potenciação com números naturais (9 padrões), seguido do 7º ano (6 padrões) no estudo da operação de potenciação com números racionais e equações. O menor número de padrões identificados foi no livro do 8º ano (3 padrões) ao tratar do cálculo algébrico e no estudo de triângulos (Figura 8). Ressalta-se que, nesta coleção, não foram verificados padrões no 9º ano, mesmo sendo abordados conteúdos envolvendo conceitos algébricos, em especial, funções (funções afins e quadráticas). Estes dados mostram que, assim como na C1, os padrões são utilizados com maior ênfase para discutir questões relacionadas a potenciação.

Figura 8: Padrões no estudo de propriedades do triângulo equilátero

Descubra qual é a quarta figura do triângulo de Sierpinski. *alternativa c*

Fonte: C2

Uma possível interpretação para esses resultados está no fato de que ambas as coleções priorizam a dimensão da Álgebra *equação* em detrimento a construção de conceitos pela observação de padrões e regularidades, por exemplo, função, fundamental ao desenvolvimento do pensamento algébrico (BRASIL, 1998; BRASIL, 2007; VALE; PIMENTEL, 2013; VAN DE WALLE, 2009).

Conforme já mencionado Herbert e Brown (1997) afirmam que, toda a atividade que envolve padrões pode possibilitar a realização de três fases: procura de padrões; reconhecimento do padrão e generalização, sendo esta última fase a mais importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Neste sentido, buscou-se verificar quais as fases de um padrão foram exploradas nas coleções. Na C1 foram exploradas a 1º e a 2º fase em todos os padrões identificados (22). Quanto a 2º fase, que trata a mudança de representação, constatou-se que as atividades exigiam uma transformação da representação geométrica ou figural para a representação numérica. A 3º fase foi explorada em atividades do 7º, 8º e 9º anos nas unidades específicas da Álgebra (12 padrões). Este resultado indica que a generalização de padrões está vinculada ao uso de letras como variáveis (dimensão funcional). Um exemplo de atividades propostas na coleção que envolvem as três fases de um padrão é reproduzida na Figura 9.

Figura 9: Atividade envolvendo as três fases de um padrão

26. O número de círculos b em cada figura é função da posição n que a figura ocupa na sequência. Escreva a lei de formação dessa função e calcule o número de círculos da figura 20.

fig. 1 fig. 2 fig. 3 fig. 4

A figura 20 terá 59 bolinhas $b = 3n - 1$

Fonte: C1

É importante enfatizar que, a generalização de um padrão pode ser elaborada no registro da língua natural (sem uso de símbolos matemáticos), o que permite que seja explorada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Assim como na C1, verificou-se que na C2 a 1ª e 2ª fase de um padrão são exploradas em todos os padrões identificados (18). A 3ª fase de um padrão é explorada em apenas 3 atividades, o que pode indicar que os padrões não foram

considerados pelos autores como essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Uma possível interpretação para pouca ênfase da 3ª fase de um padrão foi em ambas as coleções pode estar no fato de que os padrões foram mais utilizados para explorar a operação de potenciação. Sendo assim, a transformação exigida em termos de representações matemáticas foi das representações geométricas ou figurais para a numérica.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise dos dados permite afirmar que, os padrões geométricos e figurais são abordados em raras situações nas duas coleções de livros didáticos analisadas. Sendo que a maioria das situações em que os padrões foram identificados é do tipo atividades propostas ou complementares, o que indica que os padrões não foram tomados como ponto de partida para a aprendizagem de conceitos matemáticos, em particular, conceitos algébricos. Sublinha-se que, muitos dos padrões verificados em ambas as coleções foram utilizados para retomar e/ou ampliar o estudo da operação de potenciação.

Confirma-se as avaliações apresentadas no guia do PNLD/2017 quanto as atividades propostas pelas duas coleções, ou seja, que são poucas as atividades que possibilitam ao estudante o “desenvolvimento de habilidades cognitivas, como observar, buscar padrões e regularidades, generalizar e elaborar hipóteses” (BRASIL, 2016, p. 107). Assim, entende-se que os professores que visam propor atividades para o desenvolvimento do pensamento algébrico não devem limitar-se as situações propostas nas coleções analisadas.

Espera-se que os resultados e análises expostos aqui possam ser utilizados de alguma forma para melhoria do processo ensino e aprendizagem da Álgebra e na elaboração de outras pesquisas que discutam este processo a partir da elaboração e análise de sequências de ensino nas quais os padrões são tomados como ponto de partida para aprendizagem de conceitos algébricos.

Abstract

This work had as objective to analyze how two collections of didactic books of Mathematics of Basic Education approach the geometric and figurative patterns. Therefore, reference was made to research on the development of algebraic thinking and curricular documents (National Curricular Common Base, National Curricular Parameters, Rio Grande do Sul State Curricular Framework). The methodological option was a qualitative research in the form of documentary analysis. The analysis of the data allowed to conclude that the geometric and figurative patterns are approached in rare situations in the two collections of didactic books analyzed. Thus, teachers who aim to propose activities for the development of algebraic thinking should not be limited to the situations proposed in the analyzed collections.

Keywords: Algebraic Thinking. Dimensions of Algebra. Geometric and Figurative Patterns. Final Years of Elementary Education.

REFERÊNCIAS

Associação de Professores de Matemática. Princípios e Normas para a Matemática Escolar. Tradução Magda Melo. 2. ed. Lisboa: APM, 2008.

Borrvalho, A., Cabrita, I., Palhares, P. e Vale, I. Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarró (Orgs), *Números e Álgebra* (pp. 193-211). Lisboa: SEM-SPCE, 2007.

Brasil. Ministério da Educação e do Desporto. Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática 5ª a 8ª série. Brasília: SEF, 1998.

Brasil. Ministério da Educação. Guia de livros didáticos: PNLD 2017: Matemática – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2016.

Brasil. Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>> Acessado em: 10/11/2018.

Ferreira, M. C. N.; Ribeiro, M.; Silva, T. H. I. Matemática nos Anos Iniciais e o desenvolvimento do pensamento algébrico. In: Ribeiro, A. J.; Bezerra, F. J. B.; Gomes, v. M. S. (org.). Formação dos professores que ensinam Matemática e Álgebra da Educação Básica: um projeto desenvolvido na Universidade Federal do ABC no âmbito do Observatório da Educação. Campinas, SP: Edições Leitura crítica, 2017.

Fiorentini, D; Fernandes, F.L.; Cristóvão, E.M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. Unicamp/ Brasil, 2005. Disponível em:

<<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/temporario/SEM-LB/Fiorentini-Fernandes-Cristovao2.doc>>. Acesso em: 12/01/19.

HERBERT, K.; BROWN, R. H., *Patterns as tools for Algebraic Reasoning*, 1997.

Ponte, J. P. D; Branco, N; Matos, A. *Álgebra no ensino básico*. Ministério da Educação, 2009. Disponível em <http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf> Acessado em: 02/03/19.

Rio Grande do Sul, Secretaria de Educação e Cultura Referencial Curricular do Rio Grande do Sul, 2009. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000011651.pdf>>. Acessado em: 15/01/19.

SILVA, M. A.; PIRES, C. M. C. A Riqueza nos Currículos de Matemática do Ensino Médio: em Busca de Critérios para Seleção e Organização de Conteúdos. In: *Zetetiké*. Campinas, v. 21, n. 39, p. 19-52, jan-jun 2013.

Vale, I., Barbosa, A., Fonseca, L., Pimentel, T., Borralho, A., & Cabrita, I. Padrões no currículo de Matemática: presente e futuro. In R. González, B. Alfonso, M. Machín, L. Nieto (Org.), *Investigación en Educación* (pp.477-493). Badajoz: SEIEM, SPCE, APM, 2008.

Vale, I. Pimentel, T. Raciocinar com padrões figurativos. 2013. Disponível em: <<http://www.spiem.pt/eiem2013/wp-content/uploads/2013/05/GD1C7ValePimentel.pdf>>. Acessado em: 02/02/2019.

Van de Walle, J. A. *Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.