

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**

**MIRIAN PORTO AZAMBUJA**

**UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DOS ESTUDOS INICIAIS  
DA FUNÇÃO AFIM**

**Bagé/RS**

**2023**

**MIRIAN PORTO AZAMBUJA**

**UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DOS ESTUDOS INICIAIS  
DA FUNÇÃO AFIM**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Especialização para Professores do Ensino Médio de Matemática na Prática da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.

Orientador: Prof. Dr. Cristiano Peres Oliveira

Coorientador: Prof. Dr. Everson Jonatha Gomes da Silva

**Bagé/RS**

**2023**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais).

A991p Azambuja, Mirian Porto

UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DOS ESTUDOS  
INICIAIS DA FUNÇÃO AFIM / Mirian Porto Azambuja.  
42 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização) --  
Universidade Federal do Pampa, ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA NO  
ENSINO MÉDIO (MATEMÁTICA NA PRÁTICA), 2023.  
"Orientação: Cristiano Peres Oliveira".

1. Função Afim. 2. Ensino Fundamental - 9º ano. 3.  
Criptografia. 4. Dinâmica conta de luz. 5. Dinâmica máquina  
que cria números. I. Título.

**MIRIAN PORTO AZAMBUJA**

**UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DOS ESTUDOS INICIAIS DA FUNÇÃO AFIM**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio: Matemática na Prática da Universidade Federal do Pampa, na modalidade EaD - Pólo Arroio dos Ratos como requisito parcial para obtenção do certificado de Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 11/01/23.

Banca examinadora:

---

Prof. Dr. Cristiano Peres Oliveira

Orientador

UNIPAMPA

---

Prof. Anderson Luís Jeske Bihain

UNIPAMPA

---

Prof. Dra. Francieli Aparecida Vaz

UNIPAMPA

---



Assinado eletronicamente por **CRISTIANO PERES OLIVEIRA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 06/02/2023, às 18:12, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **ANDERSON LUIS JESKE BIHAIN, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 06/02/2023, às 18:15, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **FRANCIELI APARECIDA VAZ, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 07/02/2023, às 08:22, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **1047948** e o código CRC **4F749C7E**.

---

Dedico este trabalho a todo o curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio — Matemática na Prática da Universidade Federal do Pampa, corpo docente e discente, a quem fico lisonjeada por fazer parte.

## **AGRADECIMENTO**

À minha filha, Laura Azambuja Teixeira, por todo o apoio incondicional que muito contribuiu para a realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Cristiano Peres Oliveira, pelos ensinamentos, cordialidade admirável, assistência e atenção durante todo o período de orientação.

Aos demais professores do curso que ministraram as disciplinas e muito auxiliaram na construção de novos conhecimentos.

Ao tutor José Eduardo Ramalho Dantas pela paciência, pelo incentivo e por toda a aprendizagem em suas orientações.

A todos os colegas de curso pelos momentos de estudo, discussões e ajuda.

Aos professores Anderson Luis Jeske Bihain e Francieli Aparecida Vaz, pela participação na banca examinadora.

A todos da Universidade Federal do Pampa, pelo fornecimento de dados e de materiais que foram fundamentais para o desenvolvimento da pesquisa que possibilitou a realização deste trabalho.

*“Educar verdadeiramente não é ensinar fatos novos ou enumerar fórmulas prontas, mas sim preparar a mente para pensar”.*

Albert Einstein

## RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo apresentar propostas de intervenções em sala de aula referente ao estudo de funções por meio da modelagem matemática que é uma área do conhecimento a qual alia a realidade de nossos estudantes a conceitos matemáticos. Nesse sentido, a inserção da criptografia foi motivada pelo desejo de despertar o interesse dos alunos por um tema atual que faz parte do seu cotidiano. Para a construção da proposta, foram realizados estudos sobre criptografia e seu movimento histórico e lógico, bem como suas relações com os conceitos matemáticos de função afim. A pesquisa teve caráter qualitativo de cunho exploratório com delineamento e técnica de produção de dados baseada na observação participante. A proposta foi adaptada para os alunos do nono ano do Ensino Fundamental, iniciando-se com uma discussão sobre os conceitos de relação e de função, assim como suas existências em situações naturais do cotidiano do docente; passando por uma dinâmica de compreensão da relação entre duas grandezas em que para cada valor da primeira existe um único valor da segunda; finalizando com atividades que abordam o tema principal — criptografia e estudo da função afim. Espera-se que este trabalho de conclusão possa contribuir para futuros planejamentos de professores engajados em proporcionar aulas com novas aprendizagens e buscas constantes por aperfeiçoamento e novas práticas pedagógicas. Destaca-se entre os resultados, uma aceitação muito positiva por parte dos alunos para as tarefas da pesquisa, as quais trazem uma proposta diferenciada de intervenção e que elas propiciam uma proximidade significativa do estudo da função afim contextualizado com a aprendizagem dos alunos.

Palavras-chave: Criptografia. Funções. Modelagem Matemática.

## ABSTRACT

The present study aims to submit proposals for interventions in the classroom regarding the study of functions through mathematical modeling, which is a knowledge area that combines reality with our students with mathematical concepts. In this meaning, the cryptography inclusion was motivated by the desire to awaken students' interest in a current topic that is part of their daily lives. For the proposal construction, cryptography studies were carried out and its historical and logical movement, as well as its relations with the mathematical concepts of related function. The research was qualitative and exploratory hallmark in nature, with a design and data production technique based on participant observation. The proposal was adapted for ninth-grade students of elementary school, beginning on the concepts of relationship and function discussion, as well as their existence in natural situations of the teacher's daily life; going through an understanding dynamic of the relationship between two quantities in which for each value of the first there is a single value of the second; ending with activities that approach the main theme — cryptography and study of the related function. It is expected that this final work can contribute to the future planning of teachers engaged in providing classes with new learning and constant search for improvement and new pedagogical practices. It is important to note that among the results, there was a very positive acceptance by the students for the research tasks, which bring a differentiated intervention proposal, and that they provide a significant proximity of the study of the affine function contextualized with the students' learning.

Keywords: Cryptography. Functions. Mathematical Modeling.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquema da máquina que cria números .....	23
Figura 2 – Esquema de transmissão de mensagens .....	25
Figura 3 – Disco da Cifra de César .....	25
Figura 4 – Montagem do Disco da Cifra de César .....	26
Figura 5 – Participação de aluno na pesquisa de opinião inicial .....	28
Figura 6 – Apresentação dos slides sobre conhecimentos iniciais de função .....	29
Figura 7 – Alunos atentos à exibição dos slides .....	30
Figura 8 – Cópia da tabela usada na dinâmica da conta da luz .....	31
Figura 9 – Apresentação dos slides sobre criptografia .....	33
Figura 10 – Alunos recortando o Disco de César .....	34
Figura 11 – Construção das tarefas em grupos .....	35

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
<b>2 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DE LITERATURA .....</b>	<b>16</b>
<b>3 METODOLOGIA .....</b>	<b>20</b>
<b>3.1 Delineamento e procedimento da pesquisa.....</b>	<b>20</b>
<b>3.2 Contexto da pesquisa .....</b>	<b>21</b>
<b>4 PLANOS DE AULA .....</b>	<b>22</b>
<b>4.1 Aula 1.....</b>	<b>22</b>
<b>4.2 Aula 2.....</b>	<b>23</b>
<b>4.3 Aula 3.....</b>	<b>24</b>
<b>5 ANÁLISE DOS RESULTADOS .....</b>	<b>27</b>
<b>5.1 Resultados da aula 1.....</b>	<b>29</b>
<b>5.2 Resultados da aula 2.....</b>	<b>32</b>
<b>5.3 Resultados da aula 3.....</b>	<b>33</b>
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>36</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>37</b>
<b>APÊNDICE A - PESQUISA DE OPINIÃO.....</b>	<b>40</b>
<b>APÊNDICE B - DINÂMICA DA CONTA DA LUZ .....</b>	<b>41</b>
<b>APÊNDICE C - ATIVIDADES COM A CIFRA DE CÉSAR .....</b>	<b>42</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A matemática é vista por muitos como uma ciência de difícil compreensão, pois é tida como abstrata, não cabendo a ela uma correlação a outra ciência, muito menos com a vida fora da escola, sendo qualificada como uma matéria de aplicação de fórmulas e regras de cálculos. Constantemente nos deparamos com pesquisas de que os índices de aprendizagem matemática dos nossos alunos têm sido baixos, no entanto, isso se agravou após o período do ensino remoto. Conforme dados divulgados pela Secretaria Estadual da Educação (Seduc)<sup>1</sup>, após aplicar uma prova presencial no início do ano letivo do ano de 2022, verificaram que mais de 90% dos estudantes matriculados no último ano do Ensino Médio em escolas estaduais do Rio Grande do Sul apresentam desempenho abaixo do básico em matemática. Além de tudo isso, a falta de interesse ou motivação apresentada pela maior parte dos alunos para com essa área de estudos voltada para a lógica encaminha os resultados para um baixo nível de proficiência dentro dela.

Enquanto professora da educação básica, preocupada com meu papel mediador de aprendizagens matemáticas significativas, senti-me desafiada a encontrar metodologias que façam com que os alunos não só aprendam os conteúdos, mas se interessem pela disciplina. Buscar meios que interrompam o ciclo de os discentes só aprenderem para o momento, ou seja, para uma prova ou para uma explicação, acabando por esquecerem o conteúdo logo em seguida. Diante de tais objetivos, reconhece-se na modelagem matemática uma alternativa metodológica eficaz que relaciona situações do dia a dia do estudante a conteúdos matemáticos, retirando o aluno de sua rotina do imediatismo, alocando-o no papel de investigador e estrategista.

Diante desta expectativa em torno da modelagem matemática, como ferramenta para que as ações do professor resultem em uma formação mais significativa do aluno, sem aplicabilidade de regras e resoluções prontas a serem memorizadas, este trabalho tem uma proposta metodológica de abordar conteúdos de funções com a criptografia por ser um assunto muito presente na tecnologia e na

---

<sup>1</sup> Fonte: Avaliar é Tri 2022 - Secretaria Estadual da Educação (Seduc)  
<https://educacao.rs.gov.br/seduc-divulga-os-resultados-da-1-edicao-de-2022-da-avaliacao-diagnostics-avaliar-e-tri-rs>

segurança da informação, em transações bancárias, nas redes sociais e, fundamentalmente, pela relevância da matemática no avanço da comunicação segura de dados. Tal escolha vai ao encontro da concepção de Burak sobre as etapas da modelagem matemática necessariamente partirem do interesse ou da curiosidade dos alunos e de que Moran destaca:

Aprendemos mais, quando conseguimos juntar todos os fatores: temos interesse, motivação clara; desenvolvemos hábitos que facilitam o processo de aprendizagem; e sentimos prazer no que estudamos e na forma de fazê-lo. (MORAN, p.24, 2006).

É com essa perspectiva de propiciar aulas mais atraentes e motivadoras, integrando a matemática escolar com a existente no cotidiano, nas necessidades do educando que se aplica às atividades de Modelagem Matemática. Durante este trabalho apresentam-se algumas considerações a respeito dessa metodologia de ensino e aprendizagem; além de trazer algumas definições e um pouco da história da criptografia. Destaca-se que para o levantamento de dados os quais construíram este trabalho, a pesquisa necessária foi elaborada por meio da fundamentação teórica qualitativa de cunho exploratória com delineamento de observação de participantes na perspectiva de Gil (2002).

O presente trabalho tem como objetivo geral apresentar propostas de intervenções em sala de aula por meio da modelagem matemática para a inserção dos estudos da função afim. Como objetivos específicos inclui-se realização de uma revisão bibliográfica sobre falta de interesse escolar, modelagem matemática e criptografia, buscas por metodologias para uma aprendizagem significativa, aproximação da linguagem matemática com a nossa realidade, investigação da opinião dos alunos sobre o ensino da matemática através de um questionário.

Esta monografia está organizada em seis capítulos. O primeiro deles relata a introdução da pesquisa, na qual é apresentado o tema e outros conceitos alusivos que fazem parte da mesma, assim como os objetivos pretendidos. No segundo capítulo acontece a revisão de literatura e conceitos gerais que deram base para esta pesquisa. O terceiro capítulo traz o contexto que o trabalho foi desenvolvido e os pressupostos metodológicos da pesquisa, desde o tipo escolhido até os instrumentos utilizados para obtenção de dados e resultados. Os planos de aulas são apresentados no capítulo quatro. O Capítulo cinco exhibe a análise dos

resultados obtidos. E, finalmente, as considerações finais são descritas no capítulo seis.

## 2 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DE LITERATURA

A educação busca constantemente superar desafios, para isso muitos estudos apontam a falta de motivação como um dos maiores problemas a ser solucionado. Recorrentes pesquisas investigam a motivação e a influência dela no desempenho escolar dos estudantes, constatando que a postura apática dos alunos vem se ampliando frente às propostas de atividades escolares, preocupantemente agravada durante o recente período pandêmico que vivenciamos. Adentrando na questão da motivação como um conjunto de ações que direcionam o interesse para aquilo que vai ser aprendido, Fita (2015) interliga-a com a aprendizagem por meio da definição a seguir: “Toda a mobilização cognitiva que a aprendizagem requer deve nascer de um interesse, de uma necessidade de saber, de um querer alcançar determinadas metas.” (FITA, p.68, 2015). Esses estudos tornam-se significativos ao enunciar a importância da motivação para o aprendiz ressignificar o sentido de sua vivência escolar; eles apontam que a transmissão de informações deve possuir um prévio preparo para a recepção, do contrário, não concluirá em um eficaz processo de ensino-aprendizado.

A falta de interesse pelo lado do estudante pode favorecer o baixo rendimento e a gerar lacunas no aprendizado, cabe, então, ao professor compreender a importância de transmitir as mensagens atraentemente, desconfigurando o papel de educador que impõe o conteúdo e buscar como metodologia uma abordagem criativa para cada objeto de conhecimento a ser estudado, ou ao menos para a maioria deles, considerando a singularidade de cada turma. No estudo de Goulart (2022) encontram-se apontamentos sobre as causas do desinteresse na comunidade escolar e formas para combatê-lo, sendo uma delas a inserção de atividades diversificadas por meio de uma linguagem jovial, apresentando os conteúdos e sua importância por meio de sedução; trazer o aluno para uma prática pedagógica o fará encontrar formas de aplicar o conhecimento adquirido em sua história de vida individual e social.

Partindo da compreensão do exposto no parágrafo anterior, uma renovação nas metodologias tradicionais do professor, narrando o conteúdo de matemática e o aluno sendo apenas um ouvinte, ambos envolvidos em regras, memorizações, seguido de uma sequência de resolução de problemas conduzida pelo professor

como modelo de aplicabilidade dos conceitos para que depois o aluno finalize resolvendo uma lista de exercícios pode ser alcançada explorando, entre outras alternativas, a Modelagem Matemática como uma proposta de reformulação no planejamento pedagógico das aulas, partindo da compreensão da necessidade de retirar o aluno do atual papel passivo de memorização e de reprodução dos procedimentos exposto pelo professor, oportunizando-o a ser sujeito do processo ensino aprendizagem, interessados pelo estudo da ciência exata.

A Modelagem Matemática, com sua estratégia de conectar situações do dia a dia do estudante a conteúdos matemáticos, desenvolve-se seguindo algumas etapas, como escolha do tema, pesquisa e resolução de problemas. Conforme a referência de autor adotada para utilizar essa alternativa de ensino, o percurso necessário para o planejamento da aula possui diferenciações, todavia todos eles colocam o interesse ou a curiosidade dos alunos como ponto de partida do planejamento, tal prioridade torna a socialização do conhecimento mais instigante e interessante ao público que se deseja motivar.

Sendo assim, nesta seção de fundamentação teórica, buscou-se uma teorização por meio de levantamento bibliográfico, baseando-se em uma pesquisa exploratória na perspectiva de Gil (2002), em que foram selecionados autores, livros, artigos e pesquisas a respeito dos temas Modelagem Matemática e Criptografia no estudo de Função Afim. Dentre vários trabalhos apreciados para tratar da primeira matéria, o autor Dionísio Burak foi tomado como referência principal. De acordo com esta escolha o matemático Burak define Modelagem:

A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos, cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões. (BURAK, p.62, 1992).

Sob essa concepção, entende-se que a Modelagem Matemática para o autor utiliza dois princípios fundamentais: o primeiro é a escolha do tema ser do interesse da turma, com proximidade do contexto do aluno, dando assim um significado a ele; o outro coloca o quanto é significativo a coleta das informações estarem inseridas em espaço também do interesse dos envolvidos. Tais conjecturas são colocadas com embasamento em teorias construtivista, sociointeracionista, em aprendizagem significativa, além dos conceitos das Ciências Sociais e Humanas. Tudo isso pode

ajudar a levar ao caminho da motivação necessária para movimentar o aluno intrinsecamente, gerando um movimento de construção do conhecimento baseado em um contexto prático, o que pode colaborar a que conteúdos que antes eram descontextualizados abandonem essa percepção e façam sentido para os estudantes.

A decisão de ter os princípios de Burak na concepção inovadora do ensino da matemática por meio da Modelagem foi determinada pela preocupação do autor citado com o processo num todo, assim como o de colocar o aluno no papel de sujeito, elegendo o seu interesse como princípio da proposta. Essa percepção é percebida no trecho abaixo escrito pelo matemático em sua tese Modelagem Matemática: ações e interações no processo ensino-aprendizagem:

No método da Modelagem Matemática, a compreensão e o significado de cada conteúdo, necessário à solução do problema proposto, adquire uma dimensão mais profunda, através da própria construção desse conhecimento. Esse método de trabalho torna o ensino da Matemática mais vivo, mais dinâmico e extremamente significativo para o aluno. (BURAK, p. 93-94, 1992).

Essa tamanha importância dada ao processo de construção originou etapas a serem seguidas para que a Modelagem se efetive na prática, todavia o professor não deve trazê-las como uma construção fixa; ao contrário, havendo necessidades, adaptações devem ser adotadas. Diante dessa possibilidade, em um momento inicial para o professor que está inserindo a Modelagem Matemática em sua prática pedagógica, tal apontamento contribui para uma maior segurança por parte desse educador em atingir os objetivos colocados no decorrer desse trabalho. Por todo o exposto, percebe-se na Criptografia uma boa opção para a introdução do estudo da Função Afim.

Etimologicamente a palavra Criptografia deriva das palavras gregas *kryptós* que significa escondido/oculto e *graphein*, que significa escrever. Bezerra, Malagutti e Rodrigues (2010) definem criptografia sendo:

“[...] a arte ou a ciência de escrever em cifra, ou em código; em outras palavras, ela abarca o conjunto de técnicas que permitem tornar incompreensível uma mensagem originalmente escrita com clareza, de forma a permitir normalmente que apenas o destinatário a decifre e a compreenda.” (BEZERRA, MALAGUTTI, RODRIGUES, p.1, 2010).

Partindo desse conceito, depreendem-se as razões da criptografia ser um assunto de destaque, com uso recorrente tanto nos dias atuais, quanto no passado, em inúmeras linhas de pesquisas para trabalhos científicos. A aplicabilidade dessa ciência da escrita em cifras é ampla, o que permite ser facilmente conectada no cotidiano do aluno, por meio do seu uso em aplicativos de mensagens instantâneas, em senhas, em códigos bancários, em *e-mails*, em assinatura digital de documentos. Isso torna o tema para a modelagem matemática relevante e com significados, contribuindo para a construção de novos conhecimentos matemáticos.

Antes de construir um plano de aula, analisar diferentes trabalhos científicos torna-se significativo diante da diversidade de atividades, de metodologias, de experiências e assim se conseguir estruturar de uma maneira mais adequada todas as etapas que poderão contribuir para que se estimule a aprendizagem da turma e consequentemente gere o entendimento e a importância da criptografia, evidenciando de uma maneira simples a sua importância e trazendo os conceitos teóricos pretendidos, como o da função afim.

Fazendo essa pesquisa bibliográfica, as dissertações selecionadas têm sempre um ponto em comum de apresentação que é contextualizar a criptografia por meio de sua história. Nessa percepção, podemos destacar os trabalhos de Cintia Kohori Rosseto (ROSSETO, 2018), de Ana Paula Ferreira dos Santos (SANTOS, 2016), de Moisés de Oliveira Moura (MOURA, 2019), Bruna de Cássia Soares Camargo (CAMARGO, 2019) por elucidarem o desenvolvimento e a importância da escrita cifrada ao longo da narrativa, levando o aluno notar a prática de codificar e decodificar códigos como uma construção humana e essencial para o desenvolvimento mundial, tornando-se imprescindível para a transmissão de informações pela internet, além de adquirir conhecimento sobre os fatos matemáticos presentes ao longo dos acontecimentos elencados.

Os trabalhos listados no parágrafo anterior trazem diferentes aplicações da criptografia no estudo da função tanto para o ensino fundamental, quanto para o ensino médio. Analisando todas elas, a Cifra de César demonstrou maior ajuste à proposta para o nono ano, por ser uma técnica de cifragem simples de substituição, na qual cada letra da mensagem original é trocada pela letra que se situa três posições à sua frente, favorecendo o desenvolvimento de atividades atraentes sem a utilização de um conteúdo matemático específico.

### 3 METODOLOGIA

Este capítulo está estruturado em duas seções, na primeira apresenta-se as escolhas metodológicas e os aspectos técnicos da pesquisa; na segunda seção é apresentada a operacionalização da pesquisa.

#### 3.1 Delineamento e procedimento da pesquisa

Para a elaboração deste trabalho, a pesquisa utilizada foi desenvolvida na modalidade exploratória pela necessidade de buscar ideias e informações sobre a inserção da criptografia no estudo da função afim. As pesquisas exploratórias são definidas por Gil como um delineamento de procedimento que visa proporcionar maior familiaridade com o problema, elencando hipóteses e referências sobre o tema. Segundo Gil, “Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições.” (GIL, p.41, 2002). O autor Severino em sua obra “Metodologia do Trabalho Científico” contribui com a seguinte definição: “A pesquisa exploratória busca apenas levantar informações sobre um determinado objeto, delimitando assim um campo de trabalho, mapeando as condições de manifestação desse objeto.” (SEVERINO, p.94, 2017)

Do ponto de vista da forma de abordagem do problema, a de cunho qualitativo foi tomada como escolha metodológica, por compreender que a partir dela se é capaz de aprofundar a análise do conhecimento com base na interpretação do pesquisador, sem a preocupação de quantificar os resultados em números. Tais definições tiveram embasamentos no artigo de Godoy (1995) intitulado por “Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades” ao colocar que “a pesquisa qualitativa não procura enumerar e/ou medir os eventos estudados, nem emprega instrumental estatístico na análise dos dados.” (GODOY, p.58, 1995) e que “tem o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental.” (GODOY, p.58, 1995).

O procedimento utilizado para a produção de dados foi o de observação de participante, por trazer a interação entre pesquisadores e membros das situações investigadas como característica principal de desenvolvimento. Com a explicação de Gil (2002) que nos diz que: “a pesquisa participante mostra-se bastante

comprometida com a minimização da relação entre dirigentes e dirigidos” (GIL, p.56, 2002). Neste sentido, se pode inferir que a técnica de produção de dados fortalece o entendimento que se tratar de uma técnica com a inserção do pesquisador no grupo observado em busca de informação ocorrida em curso espontâneo dos fatos por meio das reações dos envolvidos.

Fundamentando-se nisso, para o levantamento de obras publicadas sobressalentes, a coleta de fontes bibliográficas ocorreu via internet e bibliotecas virtuais por meio de buscas de títulos utilizando combinações com as seguintes palavras-chave: criptografia, Cifra de César, função afim, nono ano. Esse instrumento colabora desde o início por proporcionar a análise de diferentes trabalhos científicos publicados sobre o assunto da pesquisa a ser realizada e, assim, dá liberdade ao pesquisador para escolher os mais adequados à realidade da turma em que será posto em prática o estudo.

### **3.2 Contexto da pesquisa**

A aplicação da pesquisa foi realizada com uma turma de nono ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de ensino no município de Triunfo/RS, composta por vinte e três alunos com idades entre 14 e 16 anos, onze do sexo masculino e doze do feminino. Dentre esses alunos, três possuem distúrbios do tipo déficit de atenção com hiperatividade (TDAH), esquizofrenia, transtorno global do desenvolvimento (TGD) e ansiedade. As atividades foram desenvolvidas nas aulas de matemática ao longo de três encontros espaçados, totalizando oito períodos de aulas com duração de quarenta e cinco minutos cada.

## 4 PLANOS DE AULA

Neste capítulo será apresentado os três planos de ação utilizados. Importante ressaltar que primeiramente houve o convite à turma com breve explanação do projeto e uma pesquisa de opinião sobre o estudo da disciplina matemática conforme Apêndice A.

### 4.1 Aula 1

I. Tempo estimado: 3 horas/aula.

II. Habilidade segundo a BNCC: (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. (BRASIL, p. 317, 2017).

III. Desenvolvimento da atividade: realizar em duas etapas.

A primeira parte iniciar propondo uma discussão sobre os conceitos de relação e de função, assim como suas existências em situações naturais em nosso cotidiano. Colocar que a prática pelos nossos ancestrais de associar pedras e ovelhas é uma relação espontânea, assim como fazemos com os dedos durante uma contagem. Neste momento, apresentar algumas situações que envolvam o significado de função e relação entre duas variáveis, tais como:

- a) o preço pago por uma conta de luz é dado em função do consumo de energia em kwh;
- b) a comissão de um vendedor é dada em função do quanto ele vende em determinado período;
- c) o preço pago por uma corrida de táxi depende da medida da distância a ser percorrida no trajeto.

Na sequência, trazer o assunto da árvore genealógica como um exemplo simples de uma representação gráfica das relações ancestrais entre as pessoas e propor a construção da relação de ser mãe, ou ser pai, dividindo a turma em dois grupos: um de genitores e um outro maior de filhos. No primeiro momento, o conjunto de partida será o dos genitores e o conjunto de chegada o dos filhos; na sequência, propor a inversão da situação, ou seja, o conjunto que era de partida

passa a ser o de chegada e o que era de chegada fica como de partida. Importante nessa prática é criar diferentes ligações em que ocorram fatos particulares em cada uma, por exemplo: na relação de ser genitor sobrar um que não tenha filho, um genitor ligado apenas a um filho, algum genitor com mais de um filho. Organizar todas as relações por meio de setas e explorar as características de cada conjunto obtido.

A segunda parte do desenvolvimento, com a frase “Função é uma regra que relaciona cada elemento do conjunto A a um único elemento do conjunto B e não pode sobrar elemento do conjunto A sem ligação com B”, é esclarecer que função nada mais é que uma relação, contudo um tipo especial de relação conhecida por unívoca. Proporcionar essa discussão com os resultados das relações obtidas na dinâmica de ser mãe, ou ser pai, e de ser filho. Encerrar o encontro com a dinâmica da conta de luz descrita no Apêndice B com o objetivo de o aluno compreender a relação de dependência entre duas grandezas onde para cada valor da primeira existe um único valor da segunda, e identificar as variáveis dependente e independente, manipulando as potências de alguns aparelhos e os consumos.

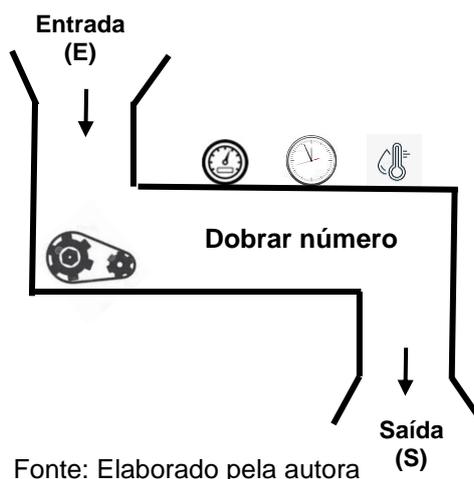
## 4.2 Aula 2

I. Tempo estimado: 2 horas/aula.

II. Habilidade segundo a BNCC: (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. (BRASIL, p. 317, 2017).

III. Desenvolvimento da atividade: contar a história da máquina que cria números. Exemplo: Joãozinho usou de sua criatividade para construir uma máquina que gera cálculos e está muito ansioso para mostrar aos amigos sua invenção que é a máquina de dobrar os números. Observe o esquema da máquina:

Figura 1 - Esquema da máquina que cria números



Mariazinha gostou da ideia e resolveu aperfeiçoar a máquina, agora ela está programada para dobrar o número que entra e adicionar três ao resultado. Escolher cinco números para entrar na máquina de Joãozinho e da Mariazinha. Organize os resultados em uma tabela.

### 4.3 Aula 3

I. Tempo estimado: 3 horas/aula.

II. Habilidade segundo a BNCC: (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. (BRASIL, p. 317, 2017).

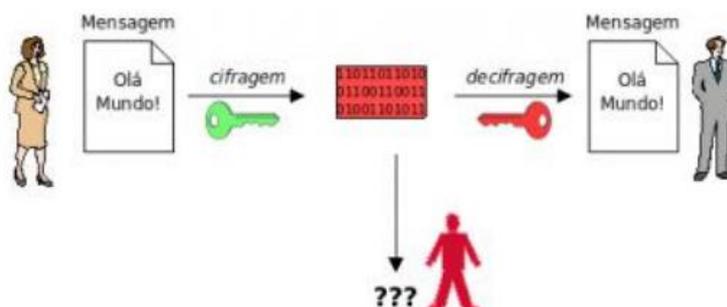
III. Desenvolvimento da atividade: realizar em duas etapas.

No primeiro período do encontro, explicar que a criptografia é denominada de arte ou ciência de se ocultar uma mensagem escrita. Com isso, apenas o emissor e o receptor da mensagem serão capazes de compreendê-la, impedindo que outras pessoas descubram o seu conteúdo. Por milhares de anos, durante os períodos de batalha entre os povos, as informações trocadas entre os generais eram feitas por meio de mensageiros. Mas era grande o risco de eles serem capturados e torturados até que entregassem o conteúdo da mensagem, colocando em risco a estratégia adotada.

Foi a ameaça da interceptação pelo inimigo que motivou o desenvolvimento de códigos e cifras. Desse modo, foram sendo criadas várias técnicas para ocultar o conteúdo das mensagens. Mesmo que o inimigo conseguisse interceptar a

mensagem, não conseguiria saber o seu conteúdo, teria em mãos apenas letras e códigos que não faziam nenhum sentido. Somente o emissor e o receptor sabiam a chave correta para decifrá-la.

Figura 2 - Esquema de transmissão de mensagens

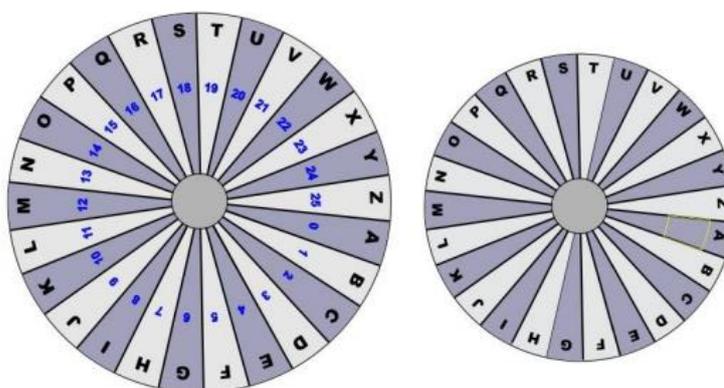


Fonte: Camargo, 2019

A segunda etapa dessa dinâmica busca envolver os alunos na história da Cifra de César como sendo um dos primeiros sistemas de criptografia conhecido, elaborado pelo general romano Júlio César. O sistema de substituição monoalfabético, conhecido como Cifra de César, consistia em substituir cada letra do alfabeto seguindo um padrão bem determinado. Acredita-se que Júlio César deslocava o alfabeto três posições à frente, desse modo a letra A era trocada pela letra D, B trocada por E e assim por diante. A simplicidade da codificação dessa criptografia permitiu que os Árabes quebrassem a cifra sem a chave de codificação por dedução e raciocínio lógico.

Sequencialmente, propor a montagem do Disco da Cifra de César.

Figura 3 - Disco da Cifra de César



Fonte: Camargo, 2019

O disco maior será colado em uma rolha e o menor ficará por cima, preso pela tachinha e não pode ser colado, pois ele girará. Para codificar devemos trocar as letras do menor para maior e a decodificação é no sentido inverso, ou seja, do maior para o menor.

Figura 4 - Montagem do Disco da Cifra de César



Fonte: Camargo, 2019

O fechamento da aula se dá com aplicação de atividades utilizando o Disco da Cifra de César para codificar e decodificar as palavras com chaves predeterminadas. Enigmas envolvendo conceitos matemáticos, como números primos e múltiplos, são ótimos para despertar o interesse do aluno em descobrir a chave que será utilizada na cifragem das mensagens escritas. No Apêndice C, há algumas sugestões de exercícios.

## 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para área de matemática no Ensino Fundamental, consta em seus princípios sobre todo o aluno ter acesso adequado ao estudo do componente, que “a garantia de sua aprendizagem deve ser meta prioritária do trabalho docente;” (BRASIL, p. 56, 1997), além da importância de apresentar os conteúdos como algo construído com a história da humanidade e a necessidade de estar constantemente em avanço. Ainda de acordo com os PCNs, “o ensino de Matemática precisa incorporar essa perspectiva, possibilitando ao aluno reconhecer as contribuições que ela oferece para compreender as informações e posicionar-se criticamente diante delas;” (BRASIL, p. 57, 1997).

A partir de tais ideias escritas anteriormente, aproximar a linguagem matemática da realidade foi o foco do planejamento prático da pesquisa, para envolver os alunos e colaborar na tentativa de torná-los cidadãos conscientes, apropriando-se de conhecimentos matemáticos fundamentais para uma formação crítica de nossa sociedade. Tendo isso como meta inicial, a turma ao ser convidada a participar da pesquisa reagiu animadamente e se puseram à disposição, nenhum aluno se absteve.

Na oportunidade ofertada à turma, foi perceptível a necessidade de oferecer atividades que trabalhem nos alunos habilidades de formarem suas próprias opiniões com pensamento crítico reflexivo. Digo isso, com base no instrumento de pesquisa de opinião sobre o gosto pelo ensino da matemática e como acontece a aprendizagem. Com exceção de duas respostas, os alunos responderam que gostam da matemática; teve um que colocou: *“gosto, porque é legal, mesmo eu não sabendo muito. No futuro, vou precisar.”*. Nenhum aluno sinalizou possuir muita dificuldade, fato que observei no decorrer das aplicações em seus três encontros. A turma denota como principal causa de complexidade para aprender os conteúdos apresentados no decorrer do ano letivo o excesso de fórmulas e regras a ser decorado. Depois, indicaram a interpretação dos enunciados e a forma que a matéria é explicada. Alguns acusaram a realização dos cálculos em ser a maior dificuldade e só um aluno entende que a matéria é de difícil entendimento num todo.

Apesar de todo o esforço em proporcionar um momento de reflexão quanto aos métodos tradicionais recorrentes nas escolas, poucos participaram



Depois da apresentação feita à turma, observando os conhecimentos matemáticos prévios dos alunos e com a análise das devolutivas referentes à pesquisa de opinião finalizada, foi o momento de verificar a dispensabilidade de reformulação nos planos de ação, da mesma forma percebe-se não precisar de adaptação nos planos de aula para os três alunos inclusos. Caso contrário, a necessidade de replanejamento acontecerá pela experiência prática profissional.

### 5.1 Resultados da aula 1

Foi apresentada uma curta epistemologia sobre a Modelagem Matemática, a fim de produzir na turma maior interesse pela metodologia. Dando seguimento a esse primeiro encontro de aplicação da pesquisa com auxílio de uma apresentação de slides abordando conceitos de relação e de função em situações naturais em nosso cotidiano, a turma esteve concentrada como ouvinte, por meio das expressões faciais percebia o quão curioso e interessante estava o assunto. Ao serem questionados sobre o significado da palavra relação, todos se mantiveram em silêncio, após listar alguns exemplos de nossa rotina, teve contribuição por parte de alguns alunos, adicionando outros modelos de relações.

Figura 6 - Apresentação dos slides sobre conhecimentos iniciais de função



Fonte: Elaborado pela autora

Ao expor a árvore genealógica como um exemplo simples de uma representação gráfica das relações ancestrais entre as pessoas, a turma num todo adotou uma posição mais descontraída e um aluno quis contar quem morava na casa dele.

Figura 7 - Alunos atentos à exibição dos slides



Fonte: Elaborado pela autora

Para aplicar a dinâmica, a turma optou em se dividir pela classificação de gênero, ficando as meninas no grupo A e os meninos no grupo B. O início das construções das ligações ocorreu com muita timidez, devido ao fato que cada integrante do grupo chamado de genitor deveria escolher um colega do outro grupo pelo critério da relação de ser filho. Para as formações, eles realizaram as escolhas sentados e alguns realizaram anotações dos resultados.

Gradualmente, a timidez deu lugar à brincadeira e consegui montar quatro exemplos diferentes. Teve a ligação de um genitor com apenas um filho, outra de algum genitor com mais de um filho, uma terceira que sobrou filho sem genitor e teve uma ligação com genitor sem filho. Nessa última ligação, um aluno participou com a indagação de não fazer sentido. Ele colocou assim: “Como pode sobrar 1 mãe sem filho e ser mãe? Não faz sentido.” Isso aconteceu na relação que o grupo de partida

era das genitoras, logo, foi excelente a contribuição desse aluno para as conclusões finais sobre função ser uma relação específica, na qual não pode sobrar elemento no grupo de partida sem relação com elemento do grupo de chegada e que essa relação deve ser unívoca.

O fechamento desse encontro ocorreu com a dinâmica da conta da luz em que se exigiu primeiro uma investigação a cerca do conceito de potência, a qual foi recomendada no dia da apresentação da pesquisa. A partir desse momento a turma ficou dividida em trios. Solicitei a cada grupo uma seleção com quatro aparelhos eletrônicos e suas potências. Depois, deveriam definir o tempo de uso mensal para cada um, assim como o consumo em quilowatt-hora (kWh), a fim de montarmos uma tabela com as informações.

A proposta dessa tabela fundamentou-se na busca de uma aprendizagem significativa dos conceitos de função afim, da relação entre as duas variáveis e da formação representativa  $y = a \cdot x + b$ . Para isso, a variável dependente foi representada pelo valor da conta de luz e a independente pelo consumo mensal de kWh. A tarefa procedeu-se de forma desconcertante a todos pela necessidade de cálculos, assim como a tomada de decisões nas escolhas do tempo de uso dos aparelhos definidos. Ações simples como dividir a potência do aparelho por 1000 e depois multiplicar o resultado pelo tempo definido foi algo bem complexo para todos os grupos. A solução rápida que consegui tomar foi de compor a tabela no quadro.

Figura 8 - Cópia da tabela usada na dinâmica da conta da luz

APARELHO	POTENCIA	TEMPO DE USO MENSAL	CONSUMO	VALOR A PAGAR
GELADEIRA	0,25 KW	220H	180	270,00
SECADOR DE CABELO	2 KW	15H	30	45,00
ABRISOR	0,025 KW	30H	0,75	1,12
VENTILADOR	0,13 KW	240H	31,2	46,80

P - POTENCIA DO APARELHO EM KW  
 I - TAXA DE COBRANCA DO KW - R\$ 1,50  
 T - TEMPO DE USO MENSAL EM HORAS  
 C - CONSUMO MENSAL DE KWH DO APARELHO -  $C = P \cdot T$   
 V - VALOR A PAGAR PELO CONSUMO -  $V = C \cdot I$

Fonte: Elaborado pela autora

Embora tenha construído a tabela explicando pausadamente os cálculos, a aula encerrou sem ter alcançado um dos objetivos: compreender a relação de dependência entre duas grandezas em que cada valor da primeira se conecta a um único valor da segunda.

## 5.2 Resultados da aula 2

Os resultados finais na aula anterior a respeito da modelagem matemática com a conta de luz corroboraram o desenvolvimento desse encontro com outra dinâmica para haver entendimento sobre a ideia de um número ser inserido na função e ter um único valor como resultado, além de assimilar que esse resultado não pode associar-se a outros números de entrada. Então, foi com essa relação de inserir que criei uma história usando o nome do aluno com TDAH na tentativa de envolvê-lo na proposta, uma vez que ele agitou a aula anterior com sua inquietude por consequência de seu alto nível de ansiedade diante das incompreensões com a dinâmica da conta de luz e dificuldades com os cálculos solicitados.

O plano da aula 2 tinha como objetivo aplicar a dinâmica da Máquina que cria números e retomar alguns conceitos da aula anterior. A ideia de colocar no personagem da dinâmica o nome do aluno com TDAH fez com que ele interagisse de forma incisiva; por iniciativa dele, enquanto eu contava a história, ele desenhava a máquina. A primeira programação da máquina foi dobrar o número. Depois, dobrar o número e adicionar três. A turma participou bastante elaborando os cálculos sem calculadora e teve quem solicitou criar uma programação. Para cada situação, montamos uma tabela com os dados de entrada e saída.

O propósito colocado nas atividades foi alcançado, ou seja, a turma assimilou a relação de dependência entre duas grandezas, assim como todas as informações básicas da aula anterior. As tabelas com os resultados das duas dinâmicas foram compreendidas, conseguindo explorar tanto os conceitos de variável dependente e independente, quanto o de unicidade presente nas funções por meio de questionamentos que eram respondidos quase instantaneamente.

O sucesso da dinâmica da Máquina que cria números foi tão motivador a ponto de explorar e de identificar os termos “a” e “b” da fórmula  $y = a \cdot x + b$ . Conforme as programações eram elaboradas e os cálculos desenvolvidos, os alunos

conseguiram relacionar as representações dos coeficientes “a” e “b” dentro de uma função afim. Para o fechamento do encontro, trouxe o tema da outra modelagem matemática: criptografia. Solicitei a exploração do tema, tentando relacionar o conceito com a matemática e encontrar pelo menos uma aplicação de uso.

### 5.3 Resultados da aula 3

Na última aula, colocou-se em prática a pesquisa com a modelagem matemática sobre a ciência criptográfica. De início, os alunos foram questionados sobre o que é criptografia e como seria nossa vida sem ela. Pelo fato de ninguém ter investigado as solicitações finais da aula anterior, por meio de *slides*, expliquei o significado da palavra criptografia e origem, sua função e sua importância para a sociedade ao longo da história.

Figura 9 - Apresentação dos slides sobre criptografia



Fonte: Elaborado pela autora

Fatos importantes para o desenvolvimento da ciência criptográfica foram destacados, como os ocorridos durante a Segunda Guerra Mundial, em que se buscava a decodificação das mensagens alemãs. Falamos um pouco sobre o filme “O jogo da imitação”, alguns já tinham assistido e fizeram comentários de partes do filme. Juntos concluímos o quão é indispensável a técnica criptográfica na área da

tecnologia. Como as atividades finais foram elaboradas com base na Cifra de César, a apresentação dos *slides* trouxe informações dessa parte da história, chamando muito atenção dos alunos por despertar a curiosidade deles em descobrirem o segredo das mensagens secretas. Nessa etapa de expor exemplos, foi possível observar os participantes com grande interesse em compreender a técnica de codificar e decodificar apenas com deslocamento alfabético. Todos queriam dominar a metodologia, colegas ajudaram explicar aos que tiveram maior dificuldade. Esse momento foi especial, pois os dois alunos de grandes limitações cognitivas, são aqueles casos de receberem atividades adaptadas, estavam acompanhando a aula e construindo conhecimentos.

Com a turma organizada em duplas, o material concreto com os discos foi distribuído e rapidamente montados por estarem ansiosos pela abertura dos exercícios.

Figura 10 - Alunos recortando o Disco de César

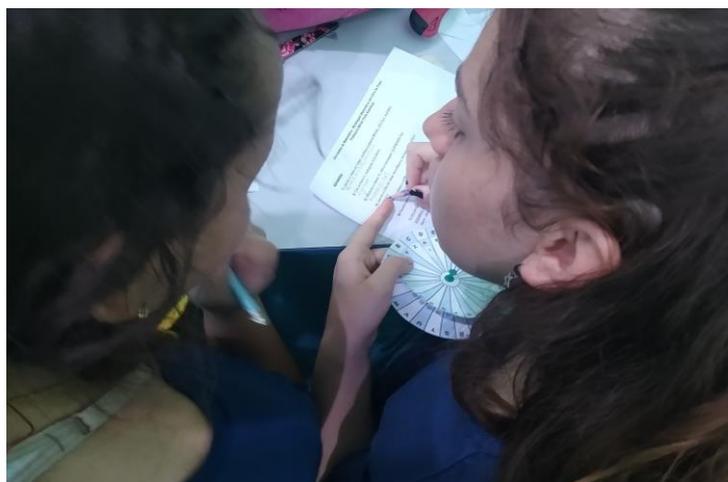


Fonte: Elaborado pela autora

De posse dos Discos de César, com as orientações dadas sobre o funcionamento do material concreto, as duplas deram início às tarefas propostas. De forma geral, os alunos não tiveram dificuldade em realizar os exercícios, a maioria girou o disco até achar a solução sem a necessidade de novas orientações. Foi muito contagiante esse processo pelo nível elevado de participação e concentração.

Teve uma disputa de quem encontraria primeiro a mensagem decodificada e quem codificaria mais rápido. As únicas dificuldades aconteceram nas atividades nomeadas de desafios, em que exigia conhecimentos sobre antecessor, número primo, múltiplo e compreender que foi dado um intervalo numérico. Contudo, o desejo de encontrar o enigma para desvendar o segredo da chave secreta era tão envolvente que a turma tinha pressa pelas explicações.

Figura 11 - Construção das tarefas em grupos



Fonte: Elaborado pela autora

Durante a realização das atividades de encerramento, os alunos foram super participativos no sentido de tentarem desvendar os segredos das mensagens utilizando os discos. Mesmo que de início não conseguissem solucionar rapidamente algum desafio, percebi estarem bastante curiosos em obter as respostas. Isso mostrou que o desenvolvimento da proposta didática com a Cifra de César foi válido devido a despertar neles o interesse em solucionar problemas matemáticos de maneira lúdica. Pude perceber que os estudantes conseguiram visualizar a Matemática com um olhar mais afetivo, acreditando que o professor possa desenvolver planos de aula com uma aprendizagem prazerosa, que eles podem trazer significado ao estudo dos conteúdos matemáticos.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao compreender que o ensino da matemática ultrapassa a mera transmissão de cálculos e regras, que ele pode, em simultâneo, desenvolver a capacidade de argumentar, de investigar, de ser crítico e reflexivo, o professor contribui para que o aluno desempenhe um papel ativo na construção do seu conhecimento. Para tal alcance, recorrer à Modelagem Matemática como uma ligação entre os conceitos teóricos da ciência exata com a realidade do nosso aluno é uma maneira eficiente de envolvê-los à busca do conhecimento e de torná-los cidadãos conscientes.

Com a aplicação da pesquisa apresentada nesta monografia, conclui-se que o uso da Criptografia favorece os alunos a relacionarem os conteúdos estudados em sala de aula com situações práticas do cotidiano, extraindo deles muito interesse e, naturalmente, reflexões do quanto é importante estudar conceitos como Função Afim. Certamente, apresentar a teoria das relações e das funções com os cálculos, sem uma análise adequada, estaremos apenas preparando a turma para realizar exercícios modelos em busca de nota para aprovação do ano letivo, sendo assim, tais conteúdos poderão tornar-se facilmente descartáveis por julgamento de serem algo irrelevante e sem utilidade.

Levar a história da criptografia foi um recurso didático com grande contribuição para instigar a curiosidade e motivar a participação dos alunos, além de mostrar que a Cifra de César, uma técnica de cifragem simples de substituição, foi uma criação humana, que em seu desenvolvimento histórico há inúmeros fatos matemáticos. Esse momento oportunizou os alunos a manifestarem suas opiniões a respeito da evolução do mundo digital e do quanto a ciência criptográfica é fundamental à proteção de dados compartilhados na internet.

Por fim, a proposta com atividades de codificação e decodificação demonstrou uma forma de planejar aulas mais prazerosas. Conceitos matemáticos estudados em anos anteriores, como números primos, foram inseridos sem aquela prática exaustiva teórica de revisão. Ao contrário, o entusiasmo pelas respostas dos desafios deu espaço ao desejo de solicitar explicação sobre o conteúdo de número primo e assim seguir construindo os exercícios. Ademais, a Modelagem Matemática auxilia na desconstrução de que tal matéria é complexa e sem sentido, promovendo o letramento matemático ao fato de ser um tema contínuo, aplicável na tecnologia.

## REFERÊNCIAS

ABIB, Gustavo; HAYASHI JUNIOR, Paulo; HOPPEN, Norberto. Observação Participante em Estudos de Administração da Informação no Brasil. **RAE - Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 53, n. 6, p. 604-616, nov./dez. 2013. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rae/a/GjkPPmCGpcZQ77CSRQ6s7vQ/?lang=pt>. Acesso em: 04 jun. 2022.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino - aprendizagem com Modelagem matemática**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BEZERRA, Débora de Jesus; MALAGUTTI, Pedro Luiz; RODRIGUES, Vânia Cristina da Silva. **Aprendendo Criptologia de Forma Divertida**. 1. ed. Rio de Janeiro, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática: Terceiro e Quarto ciclos do Ensino Fundamental**. Brasília: SEF/MEC, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a Base. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2017.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Tese de conclusão de curso na área de concentração: psicologia educacional. (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992. Disponível em: [https://www.psiem.fe.unicamp.br/pf-psiem/burak\\_dionisio\\_d.pdf](https://www.psiem.fe.unicamp.br/pf-psiem/burak_dionisio_d.pdf). Acesso em: 11 jul. 2022.

BURAK, Dionísio. Uma perspectiva de Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática. *In*: BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. (orgs.). **Uma perspectiva de Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática**. 2. ed. Ponta Grossa: UEPG, 2016. p. 17-40. Disponível em: <https://static.scielo.org/scielobooks/b4zpq/pdf/brandt-9788577982325.pdf>. Acesso em: 11 jul. 2022.

BURAK, Dionísio; HUF, Samuel Francisco; PINHEIRO, Nilcéia Aparecida Maciel. Modelagem Matemática na Educação Básica: um olhar para o currículo. **Revista EMD - Educação da Matemática em Debate**. Montes Claros, v. 4, n. 10, p. 1-20, jan./dez. 2020. Disponível em: <https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/1724>. Acesso em: 11 jul. 2022.

BURAK, Dionísio; KACZMAREK, Derli. Modelagem matemática na educação básica: a primeira experiência vivenciada. **Revista ACTIO - Docência em Ciências**. Curitiba, v. 3, n. 3, p. 253-270, set./dez. 2018. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/7693>. Acesso em: 15 jul. 2022.

BURAK, Dionísio. A Modelagem Matemática na Perspectiva da Educação Matemática: Olhares Múltiplos e Complexos. **Revista Educação Matemática Sem Fronteiras**. Chapecó, v. 1, n.1, p. 96-111, jan./jun. 2019. Disponível em: <https://periodicos.uufs.edu.br/index.php/EMSF/article/view/10740>. Acesso em: 15 jul. 2022.

BURAK, Dionísio; PONTES, Helaine Maria de Souza. Modelagem Matemática na Educação Básica: uma experiência vivida. *In*: BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. (orgs.). **Uma perspectiva de Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática**. 2. ed. Ponta Grossa: UEPG, 2016. p. 183-200. Disponível em: <https://static.scielo.org/scielobooks/b4zpq/pdf/brandt-9788577982325.pdf>. Acesso em: 15 jul. 2022.

CAMARGO, Bruna de Cássia Soares. **Uma Proposta de Material de Apoio para o Ensino da Função Afim**. Tese de conclusão de curso na área de matemática. (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2019. Disponível em: [https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2020/02/160461728\\_BRUNA\\_DE\\_CASSIA\\_SOARES\\_CAMARGO.pdf](https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2020/02/160461728_BRUNA_DE_CASSIA_SOARES_CAMARGO.pdf). Acesso em: 12 maio. 2022.

GARCIA, Sandra. **A motivação em sala de aula o que é, como se faz**. *In*: FITA, Enrique Caturla; TAPIA, Jesus Alonso. 11. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2015.

GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas S.A., 2002.

GODOY, Arilda Schmidt. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **RAE - Revista de Administração de Empresas**. São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, mar./abr.1995. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rae/a/wf9CgwXVjpLFVgpwNkCgnnC/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 17 set. 2022.

GOULART, Joender Luiz. Desinteresse escolar: em busca de uma compreensão. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**. São Paulo, v. 04, n. 7, p. 89-110, jan. 2022. Disponível em: <https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/desinteresse-escolar>. Acesso em: 23 maio. 2022

KNÜPPE, Luciane. Motivação e desmotivação: desafio para as professoras do Ensino Fundamental. **Revista Educar**. Curitiba, v. 22, n. 27, p.227-290, jun. 2006.

MORAN, José Manuel. Ensino e aprendizagem inovadores com apoio de tecnologias audiovisuais e telemáticas. *In*: BEHRENS, Marilda Aparecida; MASETTO, Marcos Tarciso; MORAN, José Manuel. (orgs.). **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 10. ed. Campinas: Papirus, 2006. p.11-66.

MORAN, José Manuel. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In: BACICH, Lilian; MORAN, José Manoel. (orgs.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018.

MOURA, Moisés de Oliveira. **A criptografia motivando o estudo das funções no 9º ano do ensino fundamental**. Tese de conclusão do programa de Mestrado Profissional em Matemática – ProfMat. (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Tocantins, Arraias, 2019. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11612/1373>. Acesso em: 12 maio. 2022.

ROSSETO, Cintia Kohori. **Criptografia como recurso didático: uma proposta metodológica aos professores de matemática**. Tese de conclusão do programa de Mestrado Profissional em Matemática - ProfMat. (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2018. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/152825>. Acesso em: 12 maio. 2022.

SANTOS, Ana Paula Ferreira dos. **A criptografia no ensino fundamental II: contexto histórico, cifras simétricas, aplicações de conteúdos matemáticos e muitas outras curiosidades**. Tese de conclusão de curso na área de matemática. (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2016. Disponível em: <https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/25102016Ana-Paula-Ferreira-dos-Santos.pdf>. Acesso em: 12 maio. 2022.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do Trabalho Científico**. 24. ed. São Paulo: Cortez Editora, 2017.

SOUZA, Adriana Bueno. **Desmotivação Escolar**. Monografia de conclusão de curso na área de ciências. (Especialização) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2015. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/21855>. Acesso em: 11 ago. 2022.

## APÊNDICE A - PESQUISA DE OPINIÃO

**O questionário abaixo tem o objetivo de conhecer sua opinião sobre o estudo da matemática.**

**1)** Você gosta de matemática? Justifique sua resposta.

**2)** Em relação ao ensino de matemática como você avalia sua aprendizagem:

(escolha uma opção)

- ) tenho muita dificuldade
- ) tenho um pouco de dificuldade
- ) indiferente
- ) tenho alguma facilidade
- ) tenho muita facilidade

**3)** Na sua opinião quais as principais dificuldades para aprendizagem dos conteúdos trabalhados na disciplina de Matemática? (pode marcar quantas quiser)

- ) a matéria é de difícil entendimento
- ) fazer cálculos e operações
- ) tem que decorar muitas fórmulas e regras
- ) o jeito como é explicada
- ) interpretar os enunciados dos problemas

**4)** Considera a disciplina de matemática importante? Justifique sua resposta.

**5)** Dê algumas sugestões para a melhoria do ensino na sua escola.

## APÊNDICE B - DINÂMICA DA CONTA DA LUZ

### Como y depende de x?

A ideia é estabelecer relação entre as variáveis, identificar a dependente e a independente manipulando as potências de alguns aparelhos e o tempo de uso.

Com os dados em mãos, organizá-los em uma tabela considerando:

“**P**” - potência do aparelho. {Dividir por 1000}

“**i**” - taxa de cobrança de kw por hora. { $kWh$ }

“**t**” - tempo de uso mensal do aparelho. {Precisa ser em horas}

“**C**” - consumo de kWh do aparelho. { $C = (P \cdot t)$ }

“**V**” - valor a ser pago pelo consumo de energia elétrica. { $V = C \cdot i$ }

**Atividade 1:** pesquisar o que significa potência e o seu valor em 4 aparelhos.

**Atividade 2:** compreender por meio de uma tabela que o consumo de um aparelho é determinado pelo produto entre sua potência e o tempo de uso, ao mesmo tempo, será trabalhado os conceitos de variáveis dependente (Q) e independente (t).

Aparelho	Potência	Tempo de uso	Consumo	Valor a pagar

DICA! Aqui temos uma boa oportunidade para explorar a questão da **unicidade** presente nas funções. Em outras palavras, para cada quantidade de consumo existe um único valor a ser pago.

**Atividade 3:** Considerando a quantidade de kW consumida (C) e o tempo de uso (t) sendo as duas variáveis envolvidas nesta situação, responda:

- Qual a variável independente e qual a dependente?
- A relação dessas duas variáveis é uma função? Justifique sua resposta.
- Se esta relação é uma função, qual é o domínio e a imagem dela?

## APÊNDICE C - ATIVIDADES COM A CIFRA DE CÉSAR

### Atividades

- 1) Usando a chave de César, codifique a palavra BRASIL, ESCOLA, ALEGRIA.
- 2) Com a chave 5, criptografe SOCORRO.
- 3) Utilizando a chave 10, cifre a mensagem: QUEREMOS PAZ.
- 4) Usando a Cifra de César decodifique a mensagem DPLCDGH.
- 5) Escolha uma chave e codifique a mensagem MATEMÁTICA.
- 6) Escolha uma chave, codifique uma mensagem e troque com outra dupla.
- 7) DESAFIO: Descubra a chave resolvendo os seguintes enigmas:
  - a) ENIGMA A: Sou um múltiplo de 4, antecessor de um número primo e estou entre 14 e 25. Quem sou?  
Agora, utilizando a chave encontrada, cifre a mensagem: SALVE O PLANETA!
  - b) ENIGMA B: Sou um número primo, antecessor de um múltiplo de 5 e compreendido entre 20 e 30.  
Chave numérica:  
Mensagem: A MINHA ESCOLA É A MELHOR!