RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UMA METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO ALIADA AO USO DE *SOFTWARES*: POTENCIALIDADES PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA

Ingrid Pereira da Silva

Dra. Maria Arlita da Silveira Soares (Orientadora)

Trabalho de Conclusão de Curso no formato de artigo apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Ciências Exatas - Matemática.

Caçapava do Sul, dezembro de 2018.

ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO ALIADA AO USO DE SOFTWARES: POTENCIALIDADES PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA

Ingrid Pereira da Silva[1]
Maria Arlita da Silveira Soares[2]

Resumo: Este trabalho tem por objetivo analisar potencialidades e limites de uma sequência de atividades, desenvolvida em ambiente informatizado e dinâmico na perspectiva da Resolução de Problemas para ensinar conceitos relacionados ao ciclo trigonométrico. Para tanto, fundamentou-se nos pressupostos da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação. A escolha metodológica é de uma pesquisa qualitativa na forma de estudo de caso. A produção de dados deu-se por meio da elaboração e desenvolvimento de uma sequência de atividades com quatorze estudantes do 2º Ano de uma escola da rede estadual de Caçapava do Sul/RS. A análise dos dados permitiu concluir que desenvolveram-se aulas em que os estudantes participaram ativamente na construção de seus conhecimentos, elaborando e testando conjecturas, discutindo relações e buscando generalizar os conteúdos/conceitos de Trigonometria, bem como apresentaram uma evolução significativa ao longo das atividades em relação a metodologia utilizada.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Estágio Curricular Supervisionado; Ciclo Trigonométrico.

Resumen: Este trabajo tiene por objetivo analizar potencialidades y límites de una secuencia de actividades, desarrollada en ambiente informático y dinámico en la perspectiva de la Resolución de Problemas para enseñar conceptos relacionados al ciclo trigonométrico. Para ello, se basó en los supuestos de la Resolución de Problemas como una metodología de enseñanza-aprendizaje-evaluación. La elección metodológica es de una investigación cualitativa en la forma de estudio de caso. La producción de datos se dio a través de la elaboración y desarrollo de una secuencia de actividades con catorce estudiantes del 2º año de una escuela de la red estatal de Caçapava do Sul / RS. El análisis de los datos permitió concluir que se desarrollaron clases en que los estudiantes participaron activamente en la construcción de sus conocimientos, elaborando y probando conjeturas, discutiendo relaciones y buscando generalizar los contenidos / conceptos de Trigonometría, así como presentaron una evolución significativa a lo largo de las actividades en relación con la metodología utilizada.

Palabras Clave: Solución de problemas; Trabajo Curico Supervisado; Ciclo Trigonométrico.

1 PROBLEMÁTICA

O interesse por pesquisar a própria prática pedagógica não manifestou-se repentinamente, mas a partir do trabalho realizado no Subprojeto – Matemática, vinculado ao Programa Institucional de Bolsas Iniciação à Docência (PIBID) e no componente curricular denominado “Cotidiano da Escola: Grupo de Estudos Orientados”, do curso de Ciências Exatas Licenciatura, da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), *campus* Caçapava do Sul.

O Subprojeto Matemática do PIBID foi desenvolvido no período de 2011 a 2018, em uma escola da rede estadual de ensino do município de Caçapava do Sul, com aproximadamente setecentos estudantes. Na escola os bolsistas realizaram diversas atividades, entre elas: aulas de revisão de conteúdo; peças teatrais; jogos educacionais. Destaca-se as intervenções com jogos

[1] Acadêmica do Curso de Ciências Exatas – Licenciatura.
[2] Orientadora do Trabalho de Conclusão de Curso.

nas turmas de Ensino Fundamental (do 5º ao 9º ano) e Médio, pois estas atividades buscavam minimizar dificuldades apresentadas pelos estudantes durante as aulas de Matemática.

Optou-se por utilizar jogos porque, além de retomar os conteúdos que já haviam sido trabalhados anteriormente, uma vez que estes eram realizados após a introdução de conteúdos, é possível construir um ambiente investigativo, em que conjecturas podem ser elaboradas, testadas, argumentadas e demonstradas. A confecção desses jogos foi realizada pelos bolsistas do subprojeto. Foram desenvolvidos jogos de lógica, tabuleiro, cartas, entre outros, todos envolvendo conceitos matemáticos, por exemplo, frações, trigonometria e equações. Diante da aceitação dessas atividades pelos professores regentes e, principalmente, pelos estudantes, foram elaborados mais jogos para atender as turmas supracitadas e os diferentes conceitos trabalhados no ensino de Matemática. Devido a quantidade de jogos confeccionados foi possível criar um laboratório de Matemática na escola. Espaço este, em que professores e estudantes podem buscar recursos para ensinar e aprender Matemática, sempre que preciso.

O componente curricular intitulado "Cotidiano da Escola: Grupo de Estudos Orientados" visa a "construção de uma proposta didático-pedagógica que articule o conhecimento cotidiano e o conhecimento científico, buscando diversas estratégias para a significação do conteúdo escolar" (UNIPAMPA, 2013, p. 89). Durante o desenvolvimento deste componente foram realizadas leituras e discussões sobre possibilidades de realizar o estágio docente e estratégias metodológicas diversificadas. No decorrer das aulas foi elaborada uma proposta didático-pedagógica com base nas sugestões da regente da turma em que as intervenções foram realizadas. Diante da possibilidade de trabalhar com metodologias de ensino diversificadas e da ampla gama de estratégias metodológicas que podem ser utilizadas para dar sentido ao ensino, tais como experimentação, Resolução de Problemas, três momentos pedagógicos, jogos, entre outros, optou-se por trabalhar com jogos.

Durante esse estágio foram (re)elaborados e desenvolvidos jogos para ensinar o conceito de ângulo. Conceito selecionado por sugestão da professora da turma escolhida, sendo esta uma turma de 8ºAno do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual de ensino de Caçapava do Sul. A turma era composta por vinte e três estudantes que foram organizados em grupos, porque acredita-se que quando se trabalha com jogos no ensino a interação entre os jogadores é relevante para o desenvolvimento do senso crítico, do raciocínio, da capacidade de reflexão, da elaboração de novas hipóteses, e do coleguismo.

Ao refletir/analisar os planejamentos e as aulas desenvolvidas, pode-se afirmar que os estudantes participaram ativamente das atividades, trocaram ideias, sanaram dúvidas entre eles e com o professor e, aprenderam alguns conceitos. Para tanto, algumas vezes, tornou-se necessário reelaborar o planejamento das aulas, pois os estudantes não entenderam o objetivo dos jogos propostos. Observou-se, a partir deste componente curricular, que para trabalhar com jogos nas aulas de Matemática é necessário dar sentido a eles, ou seja, necessita-se de uma atividade que mostre os conceitos que o jogo pretende desenvolver, pois se isso não está explícito os estudantes não compreendem o que estão fazendo e o jogo torna-se uma tarefa meramente mecânica. Além disso, constatou-se que a maioria das atividades com jogos como recurso didático envolveram conteúdos já abordados, ou seja, geralmente para introdução de conteúdos matemáticos não são utilizados jogos, mas sim outros recursos e metodologias. Desta forma torna-se necessário pesquisar sobre estas outras formas de trabalhar conteúdos/conceitos matemáticos que mobilizem os estudantes a participar ativamente das aulas, refletindo sobre as atividades desenvolvidas e construindo conhecimentos a partir delas.

Um dos aspectos discutidos nos componentes de estágio[3] é realiza-lo com pesquisa. De acordo com Pimenta e Lima (2006, p.14), “A pesquisa no estágio é uma estratégia, um método, uma possibilidade de formação do estagiário como futuro professor”. Neste sentido, Galiazzi (2011) sinaliza que é uma ideia inovadora capaz de transformações epistemológicas do conhecimento na sala de aula, bem como, uma possibilidade de superação da dicotomia entre teoria e prática.

Assim, optou-se por produzir os dados do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) no componente de estágio denominado “Cotidiano da Escola: Regência II”. Este componente curricular visa o “planejamento da atividade prática docente, registros reflexivos, reuniões pedagógicas, orientações individuais e coletivas, avaliação e reflexão da ação na vivência do processo” (UNIPAMPA, 2013, p. 78). Para a realização deste estágio, também, apresenta-se como desafio a utilização de outros recursos didáticos, além dos jogos matemáticos, já utilizados em estágios anteriores, bem como outras metodologias de ensino e aprendizagem.

Em relação as metodologias de ensino, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) mencionam que,

> [...] o saber matemático não se tem apresentado ao aluno como um conjunto de conceitos inter-relacionados, que lhes permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível. Nesse caso, a concepção de ensino e aprendizagem subjacente é a de que o aluno aprende por reprodução/imitação. (BRASIL, 1998, p. 40)

Na busca por reverter a concepção de ensino e aprendizagem exposta na citação acima, destaca-se a Resolução de Problemas. Conforme Van de Walle (2009), a Resolução de

[3] Os componentes de estágio eram intitulados: Cotidiano da Escola: Observação; Cotidiano da Escola: Observação e intervenção; Cotidiano da Escola: Aulas de monitoria; Cotidiano da Escola: Grupo de estudos orientados; Cotidiano da Escola: Regência I; Cotidiano da Escola: Regência II.

Problemas permite que os estudantes aprendam matemática "fazendo matemática", ou seja, como resultado da busca por respostas para um determinado problema. Este autor, também, sinaliza que resolver problemas exige dos estudantes dar sentido e refletir sobre suas ideias, bem como torna explícita a capacidade que têm em fazer matemática[4] e de que essa faz sentido. Além disso, fornece dados para avaliação contínua e diminui problemas de disciplina, uma vez que os estudantes estão envolvidos em resolver as tarefas.

Allevato e Onuchic (2014, p. 48), consideram a Resolução de Problemas como "[...] um contexto bastante propício a construção de conhecimento, colocando o aluno no centro das atividades de sala de aula de Matemática, sem prescindir do fundamental papel desempenhado pelo professor como organizador e mediador no decurso dessas atividades". O problema é considerado, por estas pesquisadoras e pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), como ponto de partida para a aprendizagem matemática, pois acreditam que desta forma o conhecimento matemático ganha significado por sua capacidade desafiadora de fazer com que os estudantes busquem estratégias de resolução.

Sublinha-se, também, as investigações matemáticas, as quais podem ter relevante papel no Ensino de Matemática, uma vez que assemelham-se a Resolução de Problemas, porém nas investigações o estudante participa da formulação da questão a resolver. (PONTE, 2017)

Diante da possibilidade de realizar o trabalho de pesquisa concomitante as atividades de estágio, ou seja, pesquisar a própria prática pedagógica, foi necessário (re)pensar estratégias metodológicas e recursos para que pudessem ser desenvolvidos conteúdos/conceitos de Trigonometria com uma turma de 2º Ano. O desafio, neste momento, foi elaborar uma proposta de ensino que mobilizasse os estudantes a investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos, sem que as fórmulas fossem apresentadas de imediato ao estudarem conteúdos/conceitos de Trigonometria. Para tal, buscou-se inspirações na metodologia de Resolução de Problemas[5], aliada ao uso de tecnologias, de modo que conseguisse abranger as recomendações dos documentos oficiais, pesquisas na área da Educação Matemática e necessidades da turma escolhida. Além disso, almejando a participação ativa dos estudantes, com aulas dinâmicas[6], capazes de fazer com que reflitam e relacionem o que estão aprendendo

[4] Conforme sinalizado por Pires (2008), fazer matemática em sala de aula não significa que os estudantes vão reinventá-la, mas que podem construí-la e produzi-la a sua maneira, assim podem levantar conjecturas, testá-las, argumentar e em muitas situações até demonstrar.
[5] Ao utilizar a expressão Resolução de Problemas com as iniciais maiúsculas está fazendo-se referência a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação proposta por Allevato e Onuchic (2014).
[6] Entende-se por aulas dinâmicas aquelas em que existe um trabalho coletivo entre professor e estudantes, no qual prioriza-se a troca de ideias, os questionamentos e a discussão dos conteúdos/conceitos que estão sendo trabalhados.

com conteúdos/conceitos já abordados, possibilitando a construção de seus próprios conhecimentos, que optou-se pelo uso de tecnologias, a saber: *software* Geogebra; simulador *online*, para desenvolver conteúdos/conceitos de Trigonometria.

Em conformidade com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), o uso de tecnologias permite aos estudantes aprofundar os conhecimentos, a participação nos processos de resolução de problemas, bem como comunicar-se de forma crítica, significativa e reflexiva. Nesta perspectiva, entende-se que estas podem auxiliar os estudantes a visualizar padrões, formular, analisar e testar conjecturas e, ainda, que sejam autores do processo de apropriação do conhecimento. Em virtude de serem importantes ferramentas para a resolução de problemas, foi considerado o uso do *software* Geogebra como recurso para aprendizagem de Trigonometria através da Resolução de Problemas.

Diante desse contexto, esta pesquisa tem por questão norteadora: *De que forma uma sequência de atividades, desenvolvida em ambiente informatizado e dinâmico, contribui na aprendizagem de conceitos relacionados ao ciclo trigonométrico?* Para responder esta questão tem-se por objetivo: analisar potencialidades e limites de uma sequência de atividades, desenvolvida em ambiente informatizado e dinâmico na perspectiva da Resolução de Problemas, para ensinar conceitos relacionados ao ciclo trigonométrico.

2 Resolução de Problemas: uma metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação

Diante da necessidade de superação de práticas pedagógicas e métodos de ensino que não promovem o envolvimento dos estudantes na realização das atividades, sugere-se que sejam propostas situações em que estes tornem-se sujeitos ativos na construção de conhecimentos, sendo responsáveis por sua própria aprendizagem. Nesta perspectiva, o professor busca estratégias para mobilizar os estudantes a resolverem problemas, bem como disponibiliza recursos adequados para que possam solucioná-los, por exemplo, *softwares* de Matemática Dinâmica[7]. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014).

Conforme mencionado na Problemática deste trabalho, a Resolução de Problemas é uma das perspectivas metodológicas sugeridas por diferentes documentos curriculares (BRASIL, 1998; BRASIL, 2006; NCTM, 2008[8]; PORTUGAL, 2007) e pesquisadores (ALLEVATO,

[7] Conforme Almiro (2004), softwares de Matemática Dinâmica, são aqueles que permitem aos estudantes, em um ambiente computacional, realizar construções e manipulá-las.

[8] O documento do NCTM utilizado foi o “Princípios e Normas para a Matemática Escolar”, traduzido pela Associação de Professores de Matemática de Portugal, em sua 2ª edição de 2008.

2005; ONUCHIC; ALLEVATO, 2014; ONUCHIC, 2012; VAN DE WALLE, 2009). Esta metodologia traz implícita a ideia de que os conceitos matemáticos são significados pelos estudantes quando estes são desafiados a resolver problemas e trabalham para desenvolver estratégias de resolução (BRASIL, 1998). Ao tratar de Trigonometria os documentos curriculares enfatizam que, o ensino dos conteúdos/conceitos referentes a este campo envolve a utilização e interpretação de modelos para resolução de situações-problema que tratam, por exemplo, da medição de distâncias inacessíveis. E, ainda, sinalizam que os estudantes devem reconhecer que o uso de relações trigonométricas, em diferentes épocas, contribuiu para a construção do conhecimento tecnológico e científico. (BRASIL, 2002).

Conforme Van de Walle (2009, p. 57),

> Os estudantes devem resolver problemas não para aplicar matemática, mas para aprender nova matemática. Quando os alunos se ocupam de tarefas bem escolhidas baseadas na resolução de problemas e se concentram nos métodos de resolução, o que resulta são novas compreensões da matemática embutida na tarefa. Enquanto os estudantes estão ativamente procurando relações, analisando padrões, descobrindo que métodos funcionam e quais não funcionam e justificando resultados ou avaliando e desafiando os raciocínios dos outros, eles estão necessária e favoravelmente se engajando em um pensamento reflexivo sobre as ideias envolvidas.

Nesta perspectiva, a Resolução de Problemas permite apresentar conceitos matemáticos, sem que estes tenham sido explorados, possibilitando aos estudantes explorar relações, analisar padrões, investigar as potencialidades dos métodos e “fazer matemática”.

Allevato (2005) considera que, o objetivo da Resolução de Problemas é conduzido pela função que o professor emprega a ela. A pesquisadora destaca três objetivos da Resolução de Problemas, a saber: ensinar *sobre* resolução de problemas; ensinar *para* resolver problemas e ensinar *através* da resolução de problemas. Quando refere-se a ensinar *sobre* resolução de problemas, a pesquisadora considera como um novo conteúdo, em que os estudantes aprendem a resolver problemas repetindo uma estratégia ou técnica operatória. Nesta perspectiva, acredita-se que de nada adianta dominar o conteúdo se não sabe resolver problemas, portanto o professor deve, primeiramente, ensinar como fazê-lo. Neste modelo, percebe-se fortes sinais de que repetir leva ao sucesso e considera-se que os problemas tem uma única estratégia de resolução. Porém, entende-se que ensinar pela repetição não garante a compreensão do conceito matemático envolvido e, desta forma, o estudante não aprende por si próprio. (ALLEVATO, 2005; ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

No ensinar *para* a Resolução de Problemas, o eixo de sustentação está na Matemática e não na resolução de problemas. Há preocupação, por parte do professor, em mostrar aos estudantes a utilidade dos conceitos matemáticos e como mobilizá-los em novos contextos. Desta forma, o professor emprega um papel utilitário a esses conceitos e o foco está na aplicação. Assim, preocupa-se apenas com a habilidade de transferir problemas de um contexto para outro. Por considerar que problemas só servem para dar significado prático a teoria, essa concepção pode fazer com que os estudantes acreditem que a resolução de problemas só pode ser realizada após a introdução de novos conceitos e não como uma metodologia capaz de construir novos conhecimentos. (ALLEVATO, 2005; ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

E por fim, quando o objetivo é ensinar *através* da Resolução de Problemas, o problema é ponto de partida para a construção e ampliação de conceitos. Ou seja, prioriza-se um ambiente investigativo, no qual o processo de ensino começa pela resolução de um problema. Esta concepção entende os estudantes como protagonistas no processo de construção de seu próprio conhecimento, prioriza a atribuição de sentido ao que é realizado em sala de aula e possibilita o uso das outras duas concepções. Para dar início a esse processo, que começa pela proposição de um problema, é preciso que o professor proponha questões que levem em consideração os conhecimentos anteriores dos estudantes, para que não sejam afetados por lacunas de seu conhecimento. (ALLEVATO, 2005; ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

Nesta perspectiva, Allevato e Onuchic (2014) entendem que, para ser um problema o professor não pode apresentar aos estudantes as regras e métodos específicos que conduzam à solução. Para estas pesquisadoras, “[...] um problema se configura na relação com o resolvedor, de tal modo que, se ele já conhece ou tem memorizados tais métodos de resolução ou não está interessado na atividade, não será para ele um problema” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 44).

Para Ponte (2017), o que define se uma tarefa vai ser um problema não é seu contexto extra matemático, mas se existe um processo imediato para resolvê-la. As tarefas podem ser organizadas de acordo com o grau de desafio matemático (se apresentam desafio reduzido ou elevado) e com o grau de estrutura (dimensão que varia entre os polos aberto ou fechado). Assim, tarefas abertas são aquelas que comportam um grau de indeterminação significativo, podendo ter mais de uma solução, já nas tarefas fechadas fica claramente explícito o que é pedido e tem apenas uma solução.

A organização das tarefas quanto ao grau de desafio matemático e estrutura pode ser classificada em: exercício; problema; atividade exploratória; e atividade investigativa. Desta forma, um exercício é uma tarefa fechada e de desafio reduzido; um problema é fechado, porém tem grau de desafio elevado; uma atividade exploratória é relativamente aberta e fácil; já uma atividade de investigação é aberta e de desafio elevado. (PONTE, 2017).

Conforme Ponte (2017), os exercícios servem para colocar em prática o que já se sabe dos conhecimentos construídos e têm o propósito de consolidação do conhecimento. Porém, como o ensino de Matemática não pode ser reduzido à resolução de exercícios, pois assim os desafios propostos são empobrecidos e os estudantes podem perder o envolvimento, considerou-se utilizar estes em alguns momentos da prática pedagógica, a fim de retomar e ampliar as ideias construídas pelos estudantes em outras situações.

Quanto aos problemas, estes têm o papel de desafiar os estudantes nas suas capacidades matemáticas, de modo a contribuir na aprendizagem dos conteúdos/conceitos desta área de ensino e no desenvolvimento de competências como: observar, explorar, investigar, estabelecer relações, conjecturar, provar e generalizar. Geralmente, os problemas tem grau de dificuldade maior e percorrem um caminho que os leva a uma resposta já predeterminada. (PONTE, 2017).

As atividades exploratórias configuram-se como aquelas que são relativamente fáceis e abertas, os estudantes podem começar a resolvê-las sem muito planejamento. Em relação aos exercícios, a diferença está nos conhecimentos prévios dos estudantes, se já estudaram sobre o assunto configura-se como um exercício, mas se precisam consultar seus conhecimentos prévios e não aprenderam formalmente nenhuma relação que possa resolvê-la, esta é uma tarefa de natureza exploratória. (PONTE, 2017).

As atividades de investigação matemática têm suas raízes na perspectiva da Resolução de Problemas, pois envolvem os estudantes ativamente desde o início do processo e configuram-se como aquelas que têm uma indefinição/abertura quanto ao seu grau de estrutura, requerem sempre atenção na interpretação das situações que proporcionam e promovem o desenvolvimento de novos conceitos, bem como novas representações matemáticas. (PONTE, 2017).

Nas atividades de investigação matemática os problemas envolvidos são mais abertos e permitem investigações em diversas direções. Contudo, para este trabalho, buscou-se utilizar problemas fechados, ou seja, que tinham respostas pré-determinadas, então neste aspecto seguiu-se a perspectiva de Resolução de Problemas. Pois, como concebido por Allevato e Onuchic (2014), esta apresenta um objetivo bem definido. Apesar de o processo de resolução de problemas também estar sujeito a imprevistos, as atividades caracterizam-se por focalizar um conceito ou procedimento matemático específico, para o qual um problema específico foi proposto. A formalização da teoria matemática pertinente ao tópico matemático abordado é feita pelo professor ao final da atividade.

Pesquisadores da Resolução de Problemas (ALLEVATO, 2005; VAN DE WALLE, 2009; ALLEVATO; ONUCHIC, 2014) recomendam que, o encaminhamento do trabalho em sala de aula, nesta perspectiva metodológica, deve priorizar algumas etapas, a saber: organização do problema, leitura individual, leitura em conjunto, resolução do problema, registro das resoluções na lousa, plenária, busca de consenso e formalização. É importante ressaltar que, dado o problema o professor deve deixar um tempo para que os estudantes leiam, tentem entendê-lo individualmente, e depois realizem a discussão em grupo, sem que o professor interfira. Depois desta etapa, é necessário averiguar se os objetivos do problema estão claros. A partir de então, os estudantes trabalham na busca por soluções. O professor é apenas observador e orientador e só depois que todos chegarem a resultados, sejam eles corretos ou não, inicia-se uma discussão. Nesta discussão, a turma é incentivada a expor suas ideias, destacando como obtiveram suas soluções. Esta etapa deve ser a mais valorizada, pois é nela que a aprendizagem se manifesta, visto que os estudantes discutem e avaliam suas respostas e decidem juntos qual o procedimento ou resposta correto. (ALLEVATO, 2005; VAN DE WALLE, 2009; ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

É importante destacar que, a atuação do professor durante todo o processo deve ser apenas de observador e orientador, pois uma vez que todas as decisões são tomadas por ele, os estudantes irão aceitar sem questionar e talvez até sem entender. Assim, perder-se-ia o sentido em *ensinar através da resolução de problemas*, uma vez que os estudantes não mais seriam os sujeitos principais do processo. (ALLEVATO, 2005; VAN DE WALLE, 2009; ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

A relevância de aprender através da Resolução de Problemas vai além de colocar o aluno no papel de construtor do conhecimento, ela possibilita aos professores avaliar conhecimentos, pois “as indicações de que um estudante entende, interpreta mal ou não entende ideias matemáticas específicas surgem com frequência, quando ele resolve um problema” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 47).

Neste sentido, pode-se atribuir à Resolução de Problemas a função de instrumento avaliador do ensino, capaz de identificar concepções errôneas, possíveis lacunas no conhecimento, necessidades específicas, além de possibilitar o redirecionamento da conduta de ensino, se necessário. Desta forma, entende-se que tem um papel auxiliador para estudantes e professores, pois é capaz de avaliar estudantes individualmente e tornar explícito ao professor se esse precisa redirecionar a aula. (ALLEVATO, 2005).

Allevato e Onuchic (2014), fundamentadas em pesquisadores que defendem o ensino *através* da Resolução de Problemas (WALLE, 2001; CAI; LESTER, 2012), entendem que esta metodologia possibilita que ocorram de forma simultânea ensino, aprendizagem e avaliação. As pesquisadoras compreendem a Resolução de Problemas como uma metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação. Nesta metodologia, não é ignorado o que os estudantes trazem consigo para as aulas, pois o ensino começa onde os estudantes estão e não onde o professor está. Além disso, “a avaliação se realiza integrada ao ensino e à aprendizagem, pois nessa metodologia o professor tem a oportunidade de perceber constantemente as condições e conhecimentos que os alunos possuem [...]” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 47). Desta forma, o professor pode avaliar o crescimento dos estudantes continuamente durante a resolução de um problema.

Allevato e Onuchic (2014, p. 38) afirmam que, ensinando através da Resolução de Problemas “Matemática e resolução de problemas, são consideradas simultaneamente e são construídas mútua e continuamente”. Além disso, mencionam que essa alternativa metodológica é adequada para trabalhar no atual cenário escolar, pois tem na compreensão dos conceitos matemáticos seu objetivo e foco central.

Para que o trabalho com problemas torne-se viável é necessário, conforme Smole *et al.* (2007, p.13), “ampliar as estratégias e os materiais de ensino e diversificar as formas e organizações didáticas para que, junto com os alunos, seja possível criar um ambiente de produção ou de reprodução do saber”. Assim, neste trabalho, as tecnologias foram utilizadas como recurso, tendo em vista que favorecem a simulação de situações matemáticas, o estudo de problemas, a elaboração de conjecturas, além de propiciar a investigação e dar lugar ativo aos estudantes nos processos de Ensino de Matemática (ALMIRO, 2004).

3 METODOLOGIA

Esta pesquisa foi realizada durante as atividades do componente curricular intitulado “Cotidiano da Escola: Regência II”, do curso de Ciências Exatas Licenciatura, da UNIPAMPA, *campus* Caçapava do Sul, em uma escola da rede estadual de ensino deste município.

Associado a este componente que visa elaborar e desenvolver planejamentos para vinte e quatro horas-aula, buscou-se trabalhar atividades fundamentadas na Resolução de Problemas, mais especificamente na metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, tendo como recurso o uso das tecnologias a saber: *software* Geogebra e simulador *online*.

Para responder a questão de pesquisa proposta (Problemática) é necessária a compreensão detalhada e descritiva do trabalho realizado por um grupo de estudantes do 2º Ano do Ensino Médio ao desenvolverem atividades de Resolução de Problemas, para trabalhar com conteúdos/conceitos de Trigonometria, com auxílio das tecnologias supracitadas. Para tanto requer uma análise mais qualitativa do que quantitativa, pois os objetos de estudo são construções humanas (LÜDKE, ANDRÉ, 1986; ANDRÉ, 2008). Assim, esta investigação caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa. Além disso, caracteriza-se como um estudo de caso, pois segundo Ponte (2006, p. 3), na Educação Matemática estes "têm sido usados para investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores, programas de formação inicial e contínua de professores, projetos de inovação curricular, novos currículos, etc".

Nesta perspectiva, o conhecimento gerado pelo estudo de caso, segundo Merrian (apud ANDRÉ, 2008), é diferente de outros tipos de pesquisas. Esta pesquisadora entende que o estudo de caso é: "mais concreto"; "mais contextualizado"; "mais voltado para interpretação do leitor"; e baseado em populações de referência determinadas pelo leitor. Para definir esta pesquisa como um estudo de caso, os aspectos citados acima serão detalhados, conforme as explicações de Merrian (apud ANDRÉ, 2008) e relacionados com o contexto deste trabalho.

- *"Mais concreto"*: é um conhecimento refletido nas vivências/experiências, pois é mais vivo, concreto e sensório do que abstrato.

Nesta pesquisa, as fontes de produção de dados configuram-se como objetos concretos, visto que foram analisados os protocolos dos estudantes e suas falas que foram registradas em Diário de Bordo ao desenvolverem as atividades, sendo que os conhecimentos expressos nestes materiais são frutos da vivência/experiência destes estudantes, produzidos ao longo da Educação Básica e, principalmente, das atividades propiciadas pelo desenvolvimento do componente curricular Cotidiano da Escola: Regência II.

- *"Mais contextualizado":* distinto do conhecimento abstrato e formal, oriundo de outras pesquisas, o conhecimento dos estudos de caso está enraizado num contexto.

Para desenvolver as atividades foi importante levar em consideração as características específicas do contexto no qual estão inseridos os estudantes, neste caso, em uma escola da rede estadual de ensino, localizada na região central do município de Caçapava do Sul, em uma turma de 2ºAno do Ensino Médio, com estudantes de faixa etária entre dezessete e dezoito anos de idade. Para isto, foram observadas quatro horas-aula da turma antes de realizar o planejamento para, posteriormente, atuar 24 horas-aula frente aos alunos.

- *"Mais voltado para a interpretação do leitor":* as experiências e entendimentos dos leitores são relacionadas ao estudo de caso, levando-os a generalizações no momento em que novos dados são acrescentados aos velhos.

Nesta investigação, não foram elaboradas generalizações a respeito do uso do *software* Geogebra e do simulador *online* na perspectiva da Resolução de Problemas, pois conforme Ponte (2006), quando trata-se da complexidade das demandas educativas e os atores da pesquisa são seres humanos com diferentes concepções, é necessário compreender a especificidade das questões envolvidas, para que possam ser formuladas hipóteses de trabalho sobre a situação em causa, bem como estudar as dinâmicas da prática com vistas a melhorá-la.

Ressalta-se que este estudo não pretende ser meramente descritivo, mas ter um alcance analítico, problematizando o objetivo, interrogando a situação, confrontando-a com outras pesquisas já realizadas sobre o tema e com os referenciais curriculares, produzindo novas questões de investigação. (PONTE, 2006).

- *Baseado em populações de referência determinadas pelo leitor:* possibilita aos leitores que estendam a generalização da população que têm em mente para populações de referência.

Assim, no estudo de caso "o conhecimento não é algo acabado, mas uma construção que se faz e refaz constantemente" (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 18). Neste sentido, foi realizado um estudo e uma análise criteriosa das atividades desenvolvidas no âmbito do componente curricular Cotidiano da Escola: Regência II, na turma já citada, ao abordar conteúdos/conceitos de Trigonometria através da Resolução de Problemas, aliada ao uso do *software* Geogebra e do simulador *online*. Para tanto, buscou-se analisar o comportamento[9] dos estudantes frente as atividades propostas, as resoluções escritas e a troca de ideias entre eles.

Uma das características principais do estudo de caso é a variedade de fontes de informação (ANDRÉ, 2008; PONTE, 2006). Nesta pesquisa, para a elaboração das análises, foram utilizados o currículo da escola (planos de estudos), os protocolos dos estudantes e as falas dos estudantes durante a realização das tarefas. O Quadro 1 apresenta a organização das tarefas desenvolvidas quanto a data, carga horária, conteúdos/conceitos e recursos.

[9] Ao utilizar o termo comportamento, está se referindo ao interesse dos estudantes para resolver as atividades propostas.

Quadro 1: Organização da Prática Pedagógica

Data	Carga horária	Atividades	Ações
26/09	90 min	Atividades Iniciais - Noções elementares com materiais manipuláveis	Apresentação de conceitos elementares de arcos e ângulos com auxílio de materiais manipuláveis e resolução de atividades.
28/09	45 min		
02/10	45 min		
03/10	90 min	Atividade I – Ciclo trigonométrico com simulador *online Tour Trigonométrico*	Apresentação do ciclo trigonométrico.
05/10	45 min		Resolução de atividades sobre arcos côngruos através do simulador *online*.
09/10	45 min		Formalização da atividade sobre arcos côngruos.
10/10	45 min		
16/10	45 min		Resolução de atividades sobre arcos côngruos sem o auxílio do simulador *online*.
17/10	90 min	Atividade II – Ciclo trigonométrico com o GeoGebra	Resolução de atividades sobre seno e cosseno no ciclo trigonométrico através do *software* GeoGebra.
19/10	45 min		
24/10	90 min		Formalização das atividades sobre seno e cosseno no ciclo trigonométrico; Resolução de atividades sobre seno e cosseno no ciclo trigonométrico sem auxílio do GeoGebra.
30/10	45 min	Atividade III - Ciclo trigonométrico com o GeoGebra	Revisão dos conceitos abordados.
31/10	90 min		Redução ao primeiro quadrante através do *software* Geogebra.
06/11	90 min		Formalização das atividades de redução ao primeiro quadrante
07/11	90 min		Avaliação

Sublinha-se que, para a elaboração e análise das atividades, não foram elaboradas hipóteses *a priori*. Contudo, há um referencial teórico pré-determinado, que foi ampliado e aprofundado durante a concretização da pesquisa.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esta seção apresenta o planejamento, desenvolvimento e análise de três atividades (Atividades I, II e III – Quadro 1) desenvolvidas no componente de estágio - Regência II. Para tanto, os dados serão apresentados e analisados a partir das etapas da Resolução de Problemas, a saber: organização do problema, leitura individual, leitura em conjunto, resolução do problema, registro das resoluções na lousa, plenária, busca de consenso e formalização. Vale destacar que as atividades II e III, foram adaptadas do estudo de Pedroso (2012), que trabalhou com conteúdos/conceitos de Trigonometria, utilizando o *software* Geogebra, porém como não utilizou a Resolução de Problemas na perspectiva de ensino-aprendizagem-avaliação as atividades precisaram ser adaptadas para esta perspectiva.

4.1 Atividade I

Neste momento, será analisada e discutida a Atividade I, bem como suas contribuições para a aprendizagem dos estudantes.

Figura 1: Atividade 1

Tarefa 1- Com o auxílio do simulador "tour trigonométrico", preencha a tabela de acordo com os ângulos correspondentes aos graus e radianos pedidos.

Correspondente ao arco de	Correspondente a voltas na circunferência (1, 2, 3,...)	Graus	Radianos
180°	2 voltas		
$\frac{\pi}{2}$ rad			$4\pi + \frac{\pi}{2}$ rad
$\frac{\pi}{6}$ rad		390°	
60°	1		
	3 voltas		$4\pi + \frac{\pi}{4}$ rad
135°	1 volta		
120°	2 voltas		
			$\frac{3\pi}{2}$
270°	2 voltas		
			$\frac{7\pi}{4}$

Tarefa 2- Agora sem o auxílio do simulador "tour trigonométrico", preencha a tabela de acordo com os ângulos correspondentes aos graus e radianos solicitados.

Correspondente ao arco de	Correspondente a voltas na circunferência (1, 2, 3,...)	Graus	Radianos
360°	1 volta		
45°	2 voltas		
$\frac{3\pi}{2}$	2 voltas		

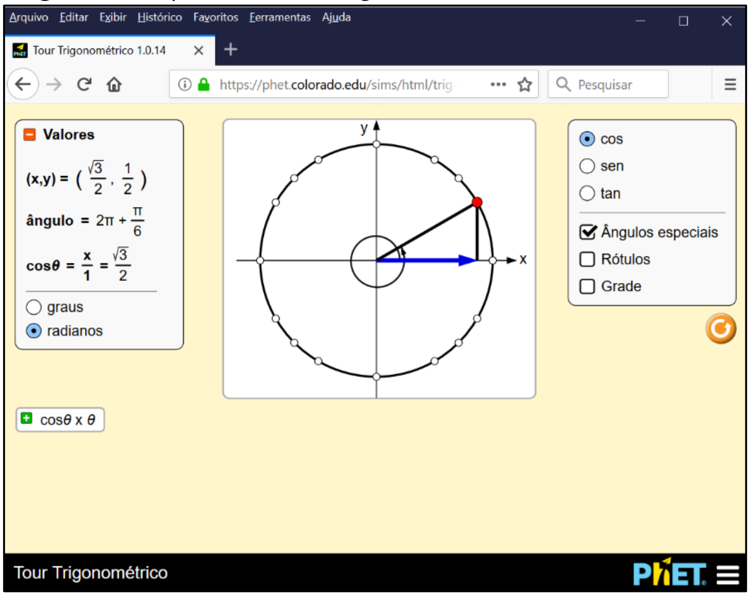
a) Você fez alguma relação para completar o quadro acima, qual?
b) Usando essa relação defina os arcos correspondentes, em graus e radianos, dos arcos a seguir:

- 90° $\left(\frac{\pi}{2}\right)$
- 180° (π)

Fonte: A Autora

A Atividade I (Figura 1) foi organizada para ser desenvolvida com o auxílio do simulador *online* denominado "Tour Trigonométrico" (Figura 2), pois este possibilita deslocar um ponto na circunferência trigonométrica, evidenciando o número de voltas dadas e as medidas dos ângulos em graus e radianos. Assim, por meio de manipulações, os estudantes podem formular e testar conjecturas, argumentar e determinar a forma geral dos arcos côngruos. Para tanto, a tarefa 1 requer que os estudantes desloquem o ponto sobre a circunferência, destacando os ângulos notáveis, e determinem a medida destes para uma volta, duas voltas, três voltas, entre outras. Após, procurem padrões nos resultados, o que pode possibilitar a generalização.

Figura 2: *Interface* do "Tour Trigonométrico"



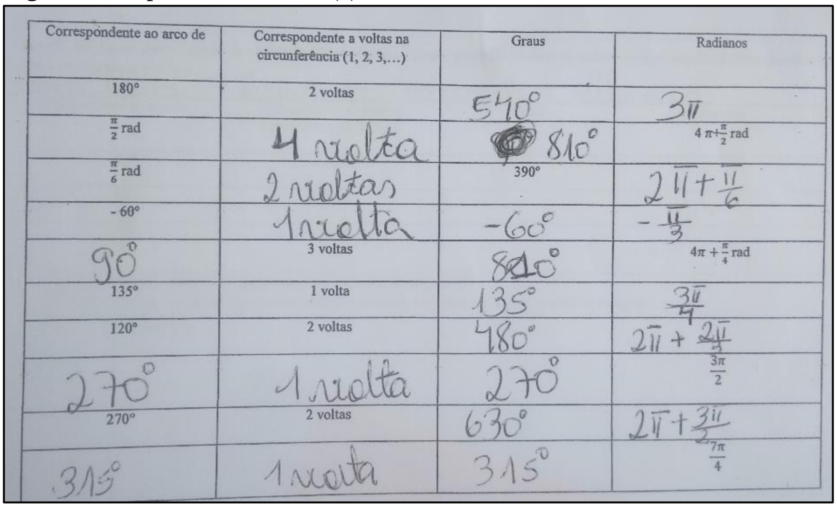
Fonte: https://phet.colorado.edu/sims/html/trig-tour/latest/trig-tour_pt_BR.html

Na tarefa 2, os estudantes precisavam determinar a medida dos arcos solicitados, sem o auxílio do simulador. Esta tarefa foi proposta com o intuito de que mobilizassem a relação elaborada na tarefa 1 e, após utilizassem no cálculo dos arcos côngruos a 90°.

Para a realização da tarefa 1, primeiramente, os estudantes realizaram a leitura individualmente, após formaram duplas. Verificou-se que após a primeira leitura, ainda, existiam dúvidas em relação a forma como completariam o quadro. Assim, foi preciso ler a tarefa para a turma. Conforme Onuchic (2012), o professor pode auxiliar os estudantes, por meio de questionamentos, na interpretação do problema, sempre que tiverem dificuldades na leitura.

Na etapa de resolução da tarefa 1, as duplas solicitaram auxílio diversas vezes, duas não conseguiram finalizá-la no tempo disponível e outras confundiram-se em algumas respostas (Figura 3), porém todas chegaram a respostas coerentes com o que havia sido proposto.

Figura 3: Resposta da tarefa 1 (a)

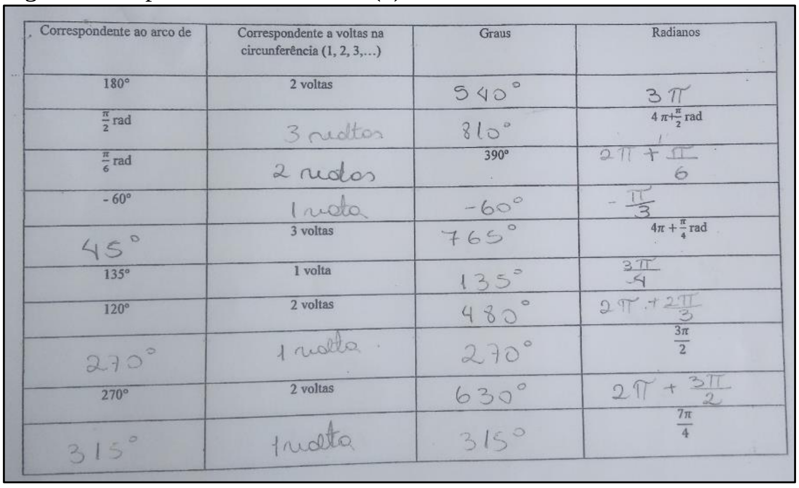


Correspondente ao arco de	Correspondente a voltas na circunferência (1, 2, 3,...)	Graus	Radianos
180°	2 voltas	540°	3π
$\frac{\pi}{2}$ rad	4 volta	810°	$4\pi+\frac{\pi}{2}$ rad
$\frac{\pi}{6}$ rad	2 voltas	390°	$2\pi+\frac{\pi}{6}$
- 60°	1 volta	-60°	$-\frac{\pi}{3}$
90°	3 voltas	810°	$4\pi+\frac{\pi}{4}$ rad
135°	1 volta	135°	$\frac{3\pi}{4}$
120°	2 voltas	480°	$2\pi+\frac{2\pi}{3}$
270°	1 volta	270°	$\frac{3\pi}{2}$
270°	2 voltas	630°	$2\pi+\frac{3\pi}{2}$
315°	1 volta	315°	$\frac{7\pi}{4}$

Fonte: A autora

Na Figura 3, pode-se observar que os estudantes confundiram-se quanto ao número de voltas do arco de 810° e quanto ao valor do arco de $4\pi + \frac{\pi}{4}$ em graus. Porém, tiverem três duplas que concluíram a tarefa no tempo disponível e preencheram o quadro corretamente, como na Figura 4.

Figura 4: Resposta dada a tarefa 1 (b)



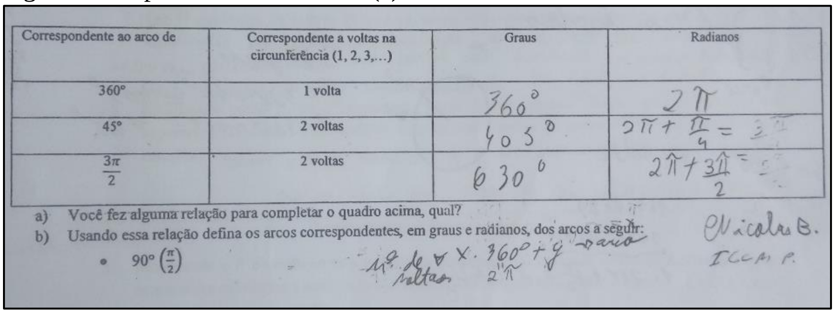
Correspondente ao arco de	Correspondente a voltas na circunferência (1, 2, 3,...)	Graus	Radianos
180°	2 voltas	540°	3π
$\frac{\pi}{2}$ rad	3 voltas	810°	$4\pi+\frac{\pi}{2}$ rad
$\frac{\pi}{6}$ rad	2 voltas	390°	$2\pi+\frac{\pi}{6}$
- 60°	1 volta	-60°	$-\frac{\pi}{3}$
45°	3 voltas	765°	$4\pi+\frac{\pi}{4}$ rad
135°	1 volta	135°	$\frac{3\pi}{4}$
120°	2 voltas	480°	$2\pi+\frac{2\pi}{3}$
270°	1 volta	270°	$\frac{3\pi}{2}$
270°	2 voltas	630°	$2\pi+\frac{3\pi}{2}$
315°	1 volta	315°	$\frac{7\pi}{4}$

Fonte: A autora

Mesmo completando corretamente os dados do quadro, os estudantes não chegaram a nenhuma generalização, ou seja, na forma geral dos arcos côngruos, ao contrário do que se almejava com esta tarefa. Assim, esperava-se que a tarefa 2 contribuísse para que os estudantes percebessem as regularidades e elaborassem uma generalização mesmo não utilizando a linguagem matemática adequada.

Quanto a tarefa 2, as duplas apresentaram maior dificuldade em determinar as medidas dos arcos correspondentes em graus e radianos, sem utilizar o simulador. As questões que compõem a tarefa 2 contribuíram para que percebessem a necessidade de possuir uma relação que permita determinar a medida de qualquer arco. Embora, algumas duplas tenham completado o quadro incorretamente, no primeiro momento, conseguiram entender a relação, após concluir todas as tarefas da atividade, como fica explícito nas Figuras 5, 6 e 7.

Figura 5: Resposta dada a tarefa 2 (a)

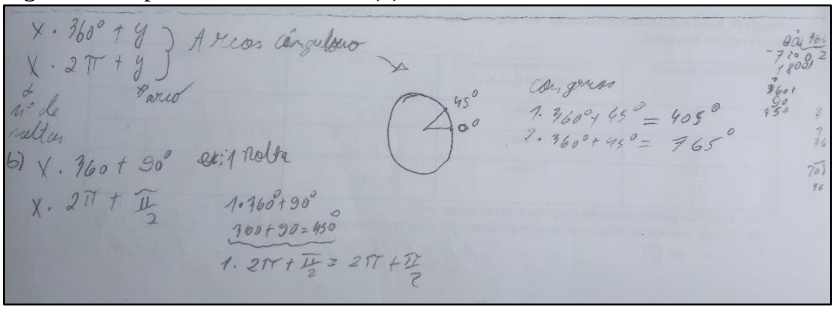


Correspondente ao arco de	Correspondente a voltas na circunferência (1, 2, 3,...)	Graus	Radianos
360°	1 volta	360°	2π
45°	2 voltas	405°	$2\pi + \frac{\pi}{4} =$
$\frac{3\pi}{2}$	2 voltas	630°	$2\pi + \frac{3\pi}{2} =$

a) Você fez alguma relação para completar o quadro acima, qual?
b) Usando essa relação defina os arcos correspondentes, em graus e radianos, dos arcos a seguir:
• 90° $\left(\frac{\pi}{2}\right)$

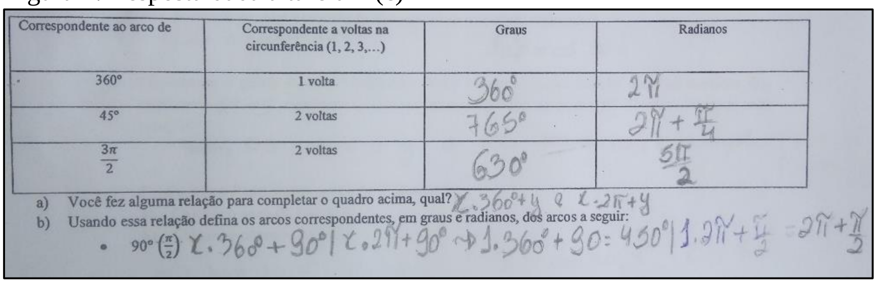
Fonte: A autora

Figura 6: Resposta dada a tarefa 2 (b)



Fonte: A autora

Figura 7: Resposta dada a tarefa 2 (c)



Correspondente ao arco de	Correspondente a voltas na circunferência (1, 2, 3,...)	Graus	Radianos
360°	1 volta	360°	2π
45°	2 voltas	765°	$2\pi + \frac{\pi}{4}$
$\frac{3\pi}{2}$	2 voltas	630°	$\frac{5\pi}{2}$

a) Você fez alguma relação para completar o quadro acima, qual? $x . 360° + y$ e $x . 2\pi + y$
b) Usando essa relação defina os arcos correspondentes, em graus e radianos, dos arcos a seguir:
• 90° $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ $x . 360° + 90°$ | $x . 2\pi + 90°$ → $1 . 360° + 90 = 450°$ | $1 . 2\pi + \frac{\pi}{2} = 2\pi + \frac{\pi}{2}$

Fonte: A autora

Na tarefa 2, ao longo da discussão, alguns estudantes foram explicando como haviam chegado a seus resultados, diferentemente da tarefa 1 em que basearam-se, principalmente, nas movimentações que o simulador lhes permitia fazer, sem se ater ao porquê daquelas respostas.

A fim de auxiliar as duplas para que determinassem a forma geral dos arcos côngruos, uma vez que, é papel do professor intervir e auxiliar os estudantes, colocando-se como questionador (ONUCHIC, 2012), foi organizada uma tabela na lousa com o arco correspondente ao ângulo de 180° e seus correspondentes na 2ª, 3ª e 10ª voltas e foram feitos alguns questionamentos, por exemplo: "Porque vocês disseram que o ângulo correspondente ao arco de 180° na segunda volta é o de 540°?", "Como vocês fazem para transformar graus em radianos?" Diante disto, os estudantes explicaram que somavam 180° a 360°, pois andavam uma volta e mais 180°, como fica explicito nas seguintes falas registradas em Diário de Bordo: "Na segunda volta é 360° mais 180°", "Toda uma volta, mais o arco", "Em radianos é 2π mais π, que é 180°". Referente ao último questionamento, a maioria dos estudantes já havia entendido a relação entre 360° e 2π radianos.

Outras provocações foram levantadas com o intuito de auxiliar na determinação da forma geral dos arcos côngruos, a saber: "Se vocês precisassem calcular a medida do arco correspondente ao ângulo de 180° na décima volta, como fariam?", "Perceberam alguma relação entre os valores determinados?", "Existe algum invariante no cálculo de um arco correspondente a 180°?". Após estas questões, os estudantes afirmaram que sempre iriam utilizar o 360°. Ainda, quanto a variação do número de voltas, responderam que variava dependendo da volta que precisavam saber, então atribuíram a letra *x* para identificar a variável número de voltas.

Em relação a etapa de registro das tarefas na lousa e discussão pelos estudantes, sinaliza-se que não aconteceu, pois os estudantes, ainda, estavam habituando-se a esta metodologia e, embora incentivados, não tiveram iniciativa para tanto. Nesta etapa da Resolução de Problemas foi possível constatar a dificuldade em utilizar a linguagem matemática para expressar a forma geral dos arcos côngruos. Porém, os alunos perceberam que para calcular o arco correspondente ao ângulo de 180° na segunda volta era necessário somar a 180° mais 360° e, para calcular o arco correspondente ao ângulo de 180° na terceira volta era necessário somar a 180° mais 2 vezes 360°. Ao calcular o arco correspondente ao ângulo de 180° na 10ª volta, o fizeram multiplicando o número de voltas por 360° e somando 180°. O que acabou resultando no arco correspondente ao ângulo de 180° na 11ª volta. Logo, percebendo que deveriam multiplicar pelo número de voltas menos 1, para então determinar o arco correspondente ao ângulo de 180º em qualquer volta ($360°(x-1)+180°$).

Ainda, em relação à tarefa 2, percebeu-se que os estudantes demonstraram maior autonomia para resolvê-la, respondendo aos questionamentos da professora/pesquisadora e discutindo com os colegas de forma ativa, como já sinalizado por Onuchic e Allevato (2011), sempre que o professor escolhe/prepara problemas apropriados para chegar a seus objetivos e deixa de ser o centro das atividades, passando a reponsabilidade da aprendizagem para os estudantes, a atividade de resolução de problemas proporciona uma mudança de postura dos estudantes em aula.

Na etapa da formalização, os estudantes foram orientados a atribuir uma letra para indicar o arco do qual queriam determinar o correspondente, escolheram o y, assim a relação de arcos côngruos construída ficou da forma $360°(x-1)+y$.

O simulador "Tour Trigonométrico", por possibilitar aos estudantes movimentar os arcos no ciclo trigonométrico, foi importante para que conseguissem entender como se comportam os arcos após a primeira volta na circunferência e qual o sentido do termo arcos côngruos, porém ao manipulá-lo os estudantes não precisaram de muito esforço para encontrar todas as respostas, uma vez que este mostrava exatamente a medida dos arcos correspondentes a qualquer arco e para qualquer volta que escolhessem. Constatou-se que, em um primeiro momento, os estudantes podem não ter refletido sobre tarefa que estavam fazendo e só conseguiram identificar o objetivo da atividade após a realização da tarefa 2. Deste modo, compreende-se que as atividades planejadas para trabalhar com o simulador devem ser organizadas para que os estudantes percebam o quanto ele contribui na análise das regularidades e facilite a generalização.

Ao refletir sobre a Atividade I percebeu-se que cada estudante tem seu tempo de aprendizagem, pois enquanto algumas duplas resolveram a tarefa 1 no período de uma aula, outras não conseguiram completá-la. Confirma-se assim, a ideia de Allevato e Onuchic (2014), que na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação o professor consegue avaliar cada estudante de acordo com suas condições, e a evolução de sua aprendizagem em determinada atividade.

4.2 Atividade II

Neste momento, será analisada e discutida a Atividade II (Figura 8), bem como suas contribuições para a aprendizagem dos estudantes.

Figura 8: Atividade II

Atividade II

1. Movimente o P e verifique se a medida da hipotenusa do triângulo retângulo é alterada? Após, esta analise determine a medida da hipotenusa do triângulo retângulo?
2. Movimente o ponto P, no 1° quadrante. Você observa alguma relação entre as medidas dos segmentos OS e OC comparando-as com as coordenadas do ponto P? Se sim, descreva esta relação?
3. Fixe o ponto P em algum ponto do 1° quadrante.

a) Calcule o seno do ângulo Ô.
b) Calcule o cosseno do ângulo Ô.

4. Com base nas informações das atividade acima (1, 2 e 3), responda: ao movimentarmos o ponto P no 1° quadrante, os valores de seno e cosseno estão variando de quanto a quanto?
5. Movimente ponto P, no 2° quadrante. Você observa alguma relação entre as medidas dos segmentos OS e OC comparando-as com as coordenadas do ponto P? Se sim, descreva esta relação.

Agora vamos considerar que estamos ampliando a ideia de seno e cosseno para ângulos maiores que 90° passamos a olhar o seno e o cosseno não somente como as medidas dos segmentos OS e OC, mas como sendo as coordenadas do ponto P: o cosseno é a primeira coordenada e o seno, a segunda.

6. Com base nessas informações, responda: ao movimentarmos o ponto P no 2° quadrante, os valores de seno e cosseno estão variando de quanto a quanto?
7. No terceiro quadrante, o ângulo $A\hat{O}P$ varia de quanto a quanto? E os valores de seno e cosseno, variam de quanto a quanto?
8. No quarto quadrante, o ângulo $A\hat{O}P$ varia de quanto a quanto? E os valores de seno e cosseno?
9. Movimente o ponto P e complete o quadro:

Arco	Seno	Cosseno
0°		
30°		
45°		
60°		
90°		
120°		
2π		
135°		
150°		
180°		
210°		
225°		
240°		
270°		
300°		
315°		
330°		
360°		

Arco	Seno	Cosseno
$\frac{\pi}{6}$		
$\frac{\pi}{4}$		
$\frac{\pi}{3}$		
$\frac{\pi}{2}$		
$\frac{2\pi}{3}$		
$\frac{3\pi}{4}$		
$\frac{5\pi}{6}$		
π		
$\frac{7\pi}{6}$		
$\frac{5\pi}{4}$		
$\frac{4\pi}{3}$		
$\frac{3\pi}{2}$		
$\frac{5\pi}{3}$		
$\frac{7\pi}{4}$		
$\frac{11\pi}{6}$		
2π		

Sinais seno e cosseno

10. Classifique a afirmação em verdadeira ou falsa, justificando a sua resposta:
$sen\ 30° = 0{,}5$ e $sen\ 210° = -0{,}5$. (lembre-se dos arcos côngruos)
11. Em quais quadrantes os valores de seno são positivos? E em quais são negativos?
12. Em quais quadrantes os valores de cosseno são positivos? E em quais são negativos?

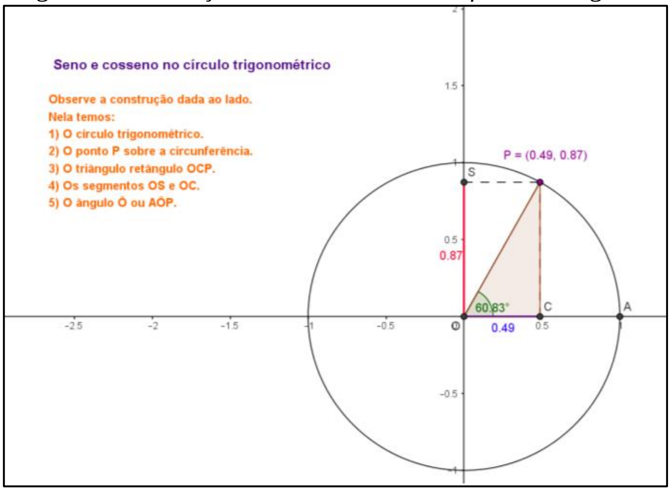
Fonte: Adaptado de Pedroso (2012)

A Atividade II (Figura 8) foi organizada para ser desenvolvida com o auxílio do *software* Geogebra, pelo dinamismo e interatividade proporcionados. Vale destacar que, os estudantes não precisaram construir, no *software*, o ciclo trigonométrico e o triângulo retângulo (Figura 9), pois esta construção foi feita pela professora/estagiária e entregue pronta, uma vez que um dos objetivos da Atividade II era a análise das regularidades. Além disso, o tempo de estágio não permitiria abordar todos os assuntos pretendidos se estas construções fossem feitas.

Assim, esperava-se que os estudantes, por meio de manipulações, formulassem e testassem conjecturas, argumentassem e determinassem relações sobre seno e cosseno no ciclo trigonométrico, bem como ampliassem o significado destas como a razão entre as medidas dos catetos e da hipotenusa do triângulo retângulo para seno e cosseno como coordenadas do ponto

P, ponto este que pertence a circunferência de raio 1 (ciclo trigonométrico). Almejava-se, ainda, que analisassem a variação dos valores e sinais de seno e cosseno no ciclo trigonométrico.

Figura 9: Construção da Atividade II no *software* Geogebra



Fonte: Adaptado de Pedroso (2012)

Para tanto, as tarefas 1 e 2 solicitavam que os estudantes deslocassem o ponto P no primeiro quadrante e observassem se a medida da hipotenusa variava e se existia alguma relação entre os segmentos OC e OS e o ponto P. Na tarefa 3, precisavam fixar o ponto P em algum ponto do primeiro quadrante, e por meio de observações e relações determinadas nas tarefas 1 e 2, deveriam determinar a medida do seno e do cosseno do ângulo Ô.

As tarefas 4, 5, 6, 7 e 8 ampliavam a ideia de seno e cosseno para todos os quadrantes do ciclo trigonométrico e solicitavam que passassem a considerá-los não só como a medida dos segmentos OC e OS, mas como as coordenadas do ponto P e por meio das relações observadas nas tarefas anteriores, verificassem a variação do ângulo $A\hat{O}P$, do seno e do cosseno nos diferentes quadrantes.

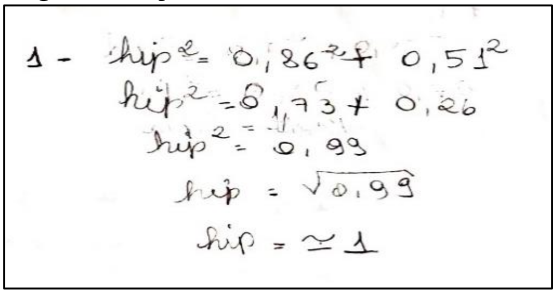
A tarefa 9, pretendia que os estudantes observassem a relação entre a variação dos valores de seno e cosseno dos arcos notáveis e verificassem que esses valores, de certa forma, se repetiam entre os arcos, porém o que alterava entre os quadrantes eram os sinais. Assim, as tarefas seguintes, 10, 11 e 12, pretendiam que os estudantes investigassem o que influenciava nesta variação de sinais nos diferentes quadrantes.

Para que os estudantes pudessem trabalhar com o *software* Geogebra, a aula foi desenvolvida na biblioteca da escola, que dispõe de *netbook's* com o *software* instalado. Para a realização da tarefa 1, primeiramente, os estudantes realizaram a leitura individualmente, após formaram duplas. Porém, ao começarem a busca de soluções para o problema, verificou-se que, apresentavam algumas dificuldades para analisar o que estava sendo solicitado sobre a medida da hipotenusa, pois não haviam a identificado no triângulo retângulo. Então, foram questionados pela professora/pesquisadora: “Como verificamos qual dos lados de um triângulo retângulo é a hipotenusa?”; “Podemos dizer que a hipotenusa está do lado oposto ao ângulo reto?”; “Qual dos catetos é oposto ao ângulo $A\hat{O}P$? Qual é adjacente ao ângulo $A\hat{O}P$?”. Assim, perceberam que a hipotenusa, nesta construção (Figura 9), estava representada pelo segmento OP.

Apenas uma das duplas conseguiu verificar corretamente a medida da hipotenusa (ou seja, a mesma medida do raio – 1 unidade de comprimento). As demais duplas, quando questionadas, responderam que a medida da hipotenusa variava e tentaram fazer alguns cálculos, usando as razões trigonométricas $\left[sen = \frac{(cateto\ oposto)}{hipotenusa}\ e\ cos = \frac{(cateto\ adjacente)}{hipotenusa}\right]$, ou o Teorema de Pitágoras (Figura 10).

Ao realizarem os cálculos acima chegaram a valores aproximados de 1, mas não conseguiam explicar os resultados obtidos. Diante disto, foram instigados: “Se vocês fixarem o ponto P em outro ângulo e calcularem o valor do seno ou cosseno, encontrarão que valor?”, então as duplas calcularam e continuaram a chegar em valores diferentes de 1, assim, novas perguntas foram elaboradas pela professora/pesquisadora: “Esses valores estão próximos de que número? Esse número é sempre o mesmo?”, depois disto as duplas identificaram o valor da hipotenusa como 1, para qualquer ângulo que escolhessem no primeiro quadrante.

Figura 9: Resposta dada a tarefa 1

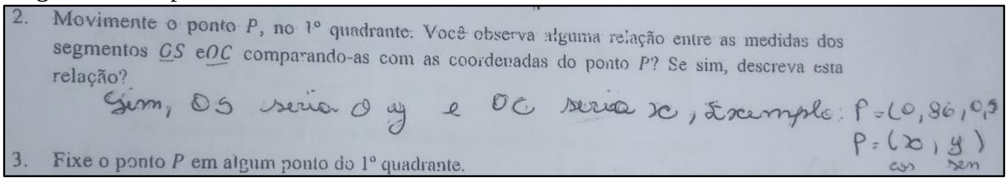


Fonte: A autora

Pedroso (2012) constatou que, os estudantes participantes de sua pesquisa também realizaram cálculos para responder a medida da hipotenusa (Figura 9). Segundo ela, os estudantes sentem a necessidade de realizar cálculos, mesmo nas tarefas em que não são necessários, pois estão habituados a realizá-los nas tarefas do tipo exercício. Este fato remete a ideia de que os estudantes sempre precisam identificar, no enunciado da tarefa, dados numéricos que os levem ao desenvolvimento de um cálculo.

Já na tarefa 2, os estudantes verificaram que a medida do segmento OC representa o valor da primeira coordenada do ponto e a medida de OS representa o valor da segunda coordenada (Figura 10). Entretanto, para que identificassem essas coordenadas como x e y foram retomadas algumas ideias relacionadas ao plano cartesiano, constatando que as coordenadas do ponto P podiam ser escritas como $P\ (x, y)$.

Figura 10: Resposta dada a tarefa 2


2. Movimente o ponto P, no 1º quadrante. Você observa alguma relação entre as medidas dos segmentos $\underline{OS}$ e $\underline{OC}$ comparando-as com as coordenadas do ponto P? Se sim, descreva esta relação?

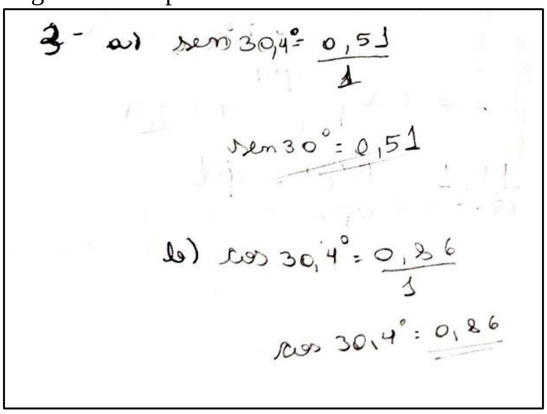
Sim, OS seria o y e OC seria x, Exemplo: P=(0,86;0,5
P=(x, y)
cos sen

3. Fixe o ponto P em algum ponto do 1º quadrante.

Fonte: A autora

Na tarefa 3, todas as duplas obtiveram êxito em suas respostas. Contudo, novamente, foi possível observar (Figura 11) a necessidade, apontada por Pedroso (2012), de realização de cálculos para tarefas que podem ser respondidas por meio de observações e manipulações no *software*.

Figura 11: Resposta dada a tarefa 3


3 - a) sen 30,4° = $\frac{0,51}{1}$

sen 30° = 0,51

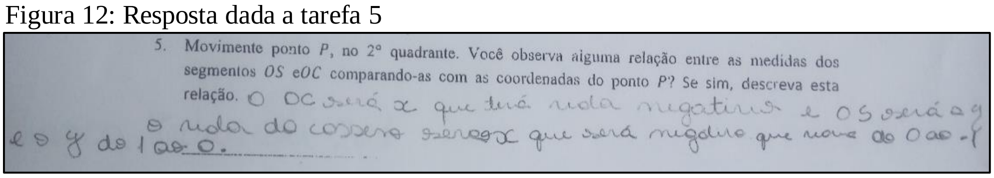
b) cos 30,4° = $\frac{0,86}{1}$

cos 30,4° = 0,86

Fonte: A autora

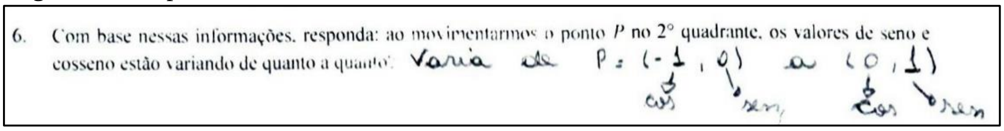
Em relação as tarefas 4, 5, 6, 7 e 8, constatou-se que a maioria das duplas respondeu corretamente, como observa-se nas Figuras 12, 13, 14 e 15. E uma das duplas observou, ainda, que quando $med(A\hat{O}P) = 45°$ os valores de seno e cosseno são iguais (Figura 12).

Figura 12: Resposta dada a tarefa 5


5. Movimente ponto P, no 2º quadrante. Você observa alguma relação entre as medidas dos segmentos OS e OC comparando-as com as coordenadas do ponto P? Se sim, descreva esta relação. O OC será x que terá valor negativo e OS será o y e o valor do cosseno será x que será negativo que vai do 0 ao -1 e o y do 1 ao 0.

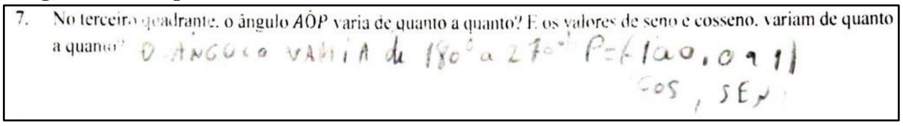
Fonte: A autora

Figura 13: Resposta dada a tarefa 6


6. Com base nessas informações, responda: ao movimentarmos o ponto P no 2° quadrante, os valores de seno e cosseno estão variando de quanto a quanto? Varia de P: (-1, 0) a (0, 1)
cos sen cos sen

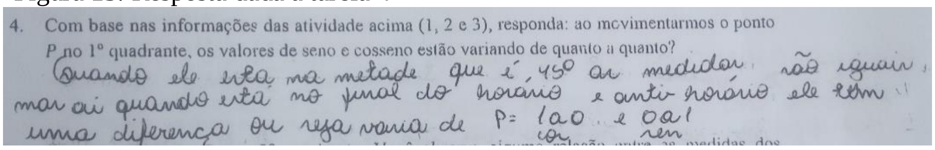
Fonte: A autora

Figura 14: Resposta dada a tarefa 7


7. No terceiro quadrante, o ângulo $A\hat{O}P$ varia de quanto a quanto? E os valores de seno e cosseno, variam de quanto a quanto? O ANGULO VARIA de 180° a 270° P=(1a0,0a1)
cos, sen

Fonte: A autora

Figura 15: Resposta dada a tarefa 4

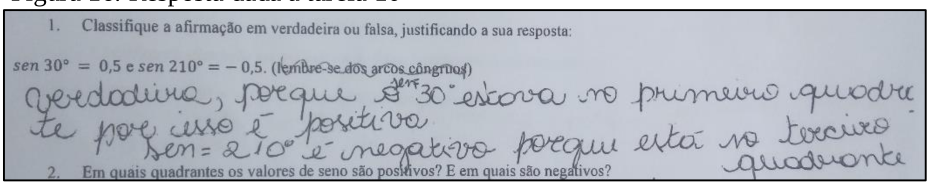

4. Com base nas informações das atividade acima (1, 2 e 3), responda: ao movimentarmos o ponto P no 1° quadrante, os valores de seno e cosseno estão variando de quanto a quanto?
Quando ele esta na metade que é, 45° as medidas são iguais, mas ai quando esta no final do horario e anti horario ele tem uma diferença ou seja varia de P= 1a0 e 0a1
cos sen

Fonte: A autora

Na tarefa 9, as duplas utilizaram variadas formas para determinar os valores de seno e cosseno para arcos notáveis. Assim, algumas buscaram chegar bem próximo ao ângulo, manipulando o ponto *P* no ciclo trigonométrico; uma das duplas buscou alguma ferramenta no *software* que pudesse ajudá-los a calcular um valor exato, então foram auxiliados a encontrar e manipular a ferramenta “ângulo com amplitude fixa”; e apenas uma dupla fez alguns cálculos. Percebeu-se que esta dupla, sempre, procurou resolver as tarefas por meio de cálculos, apresentando dificuldades, por exemplo, na tarefa 1, em que tentaram realizar cálculos sem a observação, através de movimentações no *software*, das relações existentes.

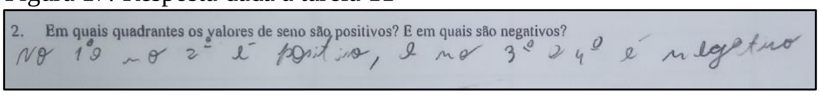
Nas tarefas 10, 11 e 12, os estudantes não apresentaram dificuldades para resolvê-las, pois, ao movimentarem o ponto *P* no ciclo trigonométrico, perceberam o que variava e o que permanecia constante, em particular, quanto aos sinais de seno e cosseno (Figuras 16, 17 e 18).

Figura 16: Resposta dada a tarefa 10


1. Classifique a afirmação em verdadeira ou falsa, justificando a sua resposta:
$sen\ 30° = 0{,}5$ e $sen\ 210° = -0{,}5$. (lembre-se dos arcos côngruos)
Verdadeira, porque o sen 30° estava no primeiro quadrante por isso é positivo sen= 210° é negativo porque esta no terceiro quadrante
2. Em quais quadrantes os valores de seno são positivos? E em quais são negativos?

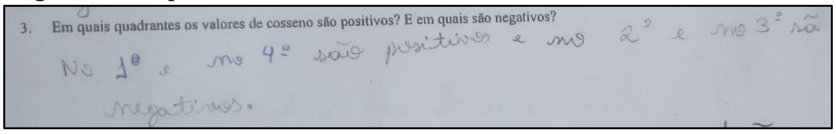
Fonte: A autora

Figura 17: Resposta dada a tarefa 11


2. Em quais quadrantes os valores de seno são positivos? E em quais são negativos?
No 1° no 2° é positivo, e no 3° 4° é negativo

Fonte: A autora

Figura 18: Resposta dada a tarefa 12


3. Em quais quadrantes os valores de cosseno são positivos? E em quais são negativos?

No 1º e no 4º são positivos e no 2º e no 3º são negativos.

Fonte: A Autora

Na Figura 16, observa-se que sinalizaram, apenas, a mudança de sinais entre os quadrantes, não apresentando o cálculo que realizaram para verificar se $sen\,30°$ e $sen\,210°$ possuem o mesmo valor. No entanto, por meio dos registros do Diário de Bordo, pode-se afirmar que a maioria das duplas determinou este valor com o auxílio da calculadora ou manipulações no *software*.

A fim de provocar uma discussão, envolvendo todos os estudantes, foi organizado um quadro na lousa com os valores que cada dupla obteve para seno e cosseno e as coordenadas do ponto P, obtidas na tarefa 3. Após, foram questionados se os valores das coordenadas do ponto P eram os mesmos que obtiveram para seno e cosseno. Desta forma, entenderam que o cosseno corresponde a coordenada x e o seno a coordenada y do ponto $P\,(x, y)$. Portanto, ressaltou-se que estes valores se comportavam de tal forma porque, nesta construção (Figura 9), a medida da hipotenusa corresponde ao raio da circunferência de raio 1.

Como não foram identificadas representações simbólicas nos protocolos dos estudantes nas resoluções das tarefas 4, 5, 6, 7 e 8, a professora/pesquisadora, durante a discussão, buscou definir a variação entre os valores de seno e cosseno simbolicamente. Para tanto, a turma foi questionada: “Como as coordenadas do ponto P podem ser representadas?”; Esta representação pode ser usada para representar o intervalo dos valores de seno e cosseno?”; “Existe outra forma que permita representar este intervalo?”, neste último questionamento esperava-se que os estudantes lembrassem que podiam representar, por exemplo, da seguinte forma: $0 \leq sen\,\hat{O} \leq 1$. Mesmo assim, algumas duplas escreveram por extenso o que haviam entendido sobre a variação destes valores. A representação simbólica só foi utilizada pelos estudantes após a formalização destas tarefas.

A plenária desta atividade foi produtiva e pela primeira vez os estudantes, embora inseguros, discutiram quais respostas melhor atendiam aos objetivos das tarefas. Numa das discussões um dos estudantes foi a lousa e registrou sua construção para a tarefa 1 e explicou aos colegas porque havia realizado aquele cálculo e como este representava a medida da hipotenusa, esta construção pode ser observada na Figura 9. Para Onuchic e Allevato (2011), este é um momento bastante rico para a aprendizagem, pois os estudantes defendem seu ponto de vista diante dos colegas, desenvolvendo assim as habilidades de comunicação e argumentação e esclarecem dúvidas que podem não ter sido sanadas até então.

Entende-se que o momento de formalização deu-se junto a plenária, uma vez que através dos questionamentos e discussões, as duplas utilizaram as novas informações para aprimorar suas respostas, utilizando a linguagem formal. Faz-se essa afirmação, pois conforme Onuchic (2012), as etapas de resolução de um problema, não necessariamente constituem-se de um roteiro único para trabalhar na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, mas um caminho para orientar o professor a trabalhar nesta perspectiva.

Diante disso, nota-se que os estudantes concluíram com facilidade a atividade durante a prática e utilização do *software* Geogebra, bem como mostraram-se participativos e interessados em resolver as tarefas. Constatou-se, também, que os estudantes já não estavam mais tão apegados aos cálculos, mas buscavam analisar padrões, descrevê-los na língua natural e por meio das intervenções da professora/pesquisadora tentavam generalizá-los.

Considera-se que, nesta atividade, pode-se fazer uma avaliação mais precisa do que os estudantes estavam aprendendo em comparação a Atividade I, uma vez que já percebia-se a evolução deles em relação a atividade anterior, pois conseguiam expressar-se em linguagem matemática. Além disso, pode-se observar uma nova postura dos estudantes quando estes tinham dúvidas e discutiam sobre as tarefas. Desta forma, entende-se que a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação contribuiu para perceber quais as maiores dificuldades dos estudantes e o que precisaria ser elaborado de outra forma em uma próxima atividade. Reafirmando as considerações de Onuchic e Allevato (2011) de que, o professor não só avalia os estudantes, mas, também, a prática em sala de aula, com vistas a reorganizá-la.

4.3 Atividade III

Neste momento, será analisada e discutida a Atividade III, bem como suas contribuições para a aprendizagem dos estudantes.

Figura 19: Atividade III

Atividade III

Inicialmente, apenas movimente o ponto P sobre o círculo trigonométrico e observe as relações entre os pontos P's.

Tarefa 1- O que podemos afirmar sobre a posição e os valores da coordenadas (x, y) dos pontos P e P_1? E aos pontos P e P_3? E a P e P_2?

Fixe o ponto P no primeiro quadrante e para resolver a atividade 2 não o movimente mais.

Tarefa 2- Calcule e complete com as medidas (positivas) dos ângulos tomados no sentido anti-horário:
a) med(AÔP) =
b) med ($A\hat{O}P_1$) =
c) med ($A\hat{O}P_2$) =
d) med ($A\hat{O}P_3$) =
e) Explique as estratégias utilizadas para calcular.

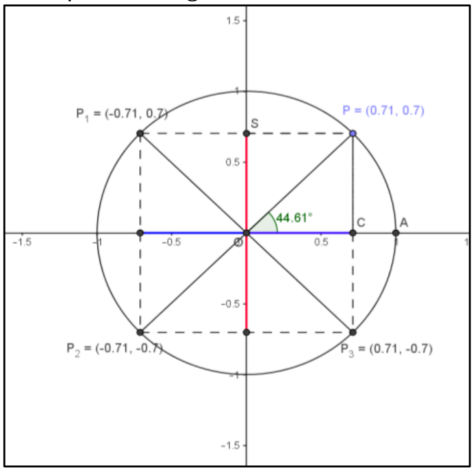
Tarefa 3- Classifique em verdadeira ou falas as seguintes afirmações:
a) O seno dos ângulos $A\hat{O}P$ e $A\hat{O}P_1$ têm o mesmo valor absoluto e o mesmo sinal.
b) O seno dos ângulos $A\hat{O}P$ e $A\hat{O}P_2$ têm o mesmo valor absoluto e o mesmo sinal.
c) O cosseno dos ângulos AÔP e $A\hat{O}P_3$ têm o mesmo valor absoluto e sinais opostos.
d) O cosseno dos ângulos AÔP e $A\hat{O}P_2$ têm o mesmo valor absoluto e sinais opostos.
e) O seno dos ângulos AÔP e $A\hat{O}P_3$ têm mesmo valor absoluto e sinais opostos.
f) O cosseno dos ângulos AÔP e $A\hat{O}P_1$ têm o mesmo valor absoluto e sinais iguais.
g) sen 246,5 ° = - sen 66,5°
h) cos 317,49° = cos 42,51°
i) sen 148,12° = - sen 31,88°
j) cos 100,88° = - cos 79,12°

Fonte: A Autora

Com esta atividade, esperava-se que os estudantes por meio de manipulações, formulassem e testassem conjecturas, argumentassem, determinassem relações e buscassem generalizações que explicassem os conteúdos/conceitos de redução ao primeiro quadrante.

Assim como a Atividade II, a Atividade III, também, foi organizada para ser desenvolvida com o auxílio do *software* Geogebra. A construção utilizada para o desenvolvimento desta atividade é reproduzida na Figura 20. Na construção os pontos P, P_1, P_2, P_3 foram marcados no ciclo trigonométrico, assim como, os segmentos OS e OC; e os ângulos $A\hat{O}P, A\hat{O}P_1, A\hat{O}P_2 e\ A\hat{O}P_3$, destacados. Apenas o ponto P, podia ser movimentado livremente e os outros movimentavam-se a partir deste, pois para atender aos objetivos da atividade foram construídos como simétricos ao ponto P.

Figura 20: Construção da Atividade III, no *software* Geogebra



Fonte: A autora

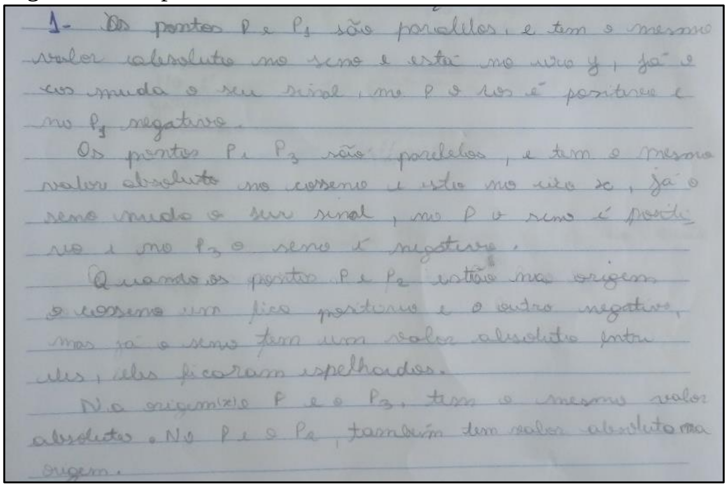
Para tanto, com a tarefa 1 esperava-se que movimentassem o ponto P no primeiro quadrante e verificassem a sua posição e os valores das suas coordenadas em relação a cada um dos pontos $P_1, P_2\ e\ P_3$. Com o objetivo de que compreendessem a relação de simetria entre os pontos em relação aos eixos e a origem.

Com a tarefa 2, pretendia-se que as duplas chegassem nas relações de redução de cada um dos quadrantes ao primeiro. Para isso, os estudantes teriam que fixar o ponto P no primeiro quadrante e apresentar uma forma de calcular a medida do arco solicitado. A tarefa 3 era constituída de 10 itens, ordenados de a a j, que precisavam ser classificados como verdadeiros ou falsos. Nos seis primeiros itens, o valor considerado de seno e cosseno era o absoluto, pois pretendia-se reforçar a ideia de simetria entre os pontos. Os outros quatro itens tinham por objetivo testar as relações verificadas na tarefa 2.

Assim como na Atividade II, os estudantes trabalharam em duplas e na biblioteca da escola. Para a realização da tarefa 1, primeiramente, os estudantes realizaram, individualmente, a leitura e depois nas duplas, após verificar se os objetivos da atividade estavam claros, iniciou-se a busca por soluções.

Para que verificassem corretamente as relações entre os pontos foram necessárias algumas intervenções e explorações no *software*, além das seguintes provocações da professora/pesquisadora: “Os valores de seno e cosseno referentes aos pontos $P\ e\ P_1$ são os mesmos? E de $P\ e\ P_2$? E de $P\ e\ P_3$?”; “O que vocês podem afirmar sobre estes valores, sabendo que devem considerar seu valor absoluto?”. Os estudantes afirmaram que os valores de seno e cosseno, referentes aos pontos, eram os mesmos, variando apenas o sinal para os diferentes quadrantes, como observa-se na Figura 21. Assim, fez-se necessário explicar que quando fala-se em valores absolutos, considera-se os valores em módulo.

Figura 21: Resposta dada a tarefa 1


1- Os pontos P e P1 são paralelos, e tem o mesmo valor absoluto no seno e está no eixo y, já o cos muda o seu sinal, no P o cos é positivo e no P1 negativo.
Os pontos P e P3 são paralelos, e tem o mesmo valor absoluto no cosseno e está no eixo x, já o seno muda o seu sinal, no P o seno é positivo e no P3 o seno é negativo.
Quando os pontos P e P2 estão na origem o cosseno um fica positivo e o outro negativo, mas já o seno tem um valor absoluto entre eles, eles ficaram espelhados.
Na origem(x) o P e o P3, tem o mesmo valor absoluto. No P e o P2, também tem valor absoluto na origem.

Fonte: A autora

Para que os estudantes utilizassem o termo “simetria”, a professora/pesquisadora fez questionamentos, por exemplo: “Considerando P *e* P_1, se fosse necessário colocar um espelho para refletir P em P_1, em qual dos eixos colocariam?”, alguns responderam corretamente que era no eixo y, outros que seria no *x*. Então, foram indagados, novamente: “Se o espelho estiver no eixo *x*, o ponto P, será refletido em P_1 ou em P_3?”, a partir deste questionamento responderam que no ponto P_3, concluindo que colocariam o “espelho” no eixo *y* para refletir *P* em P_1; e no eixo *x* para refletir *P* em P_3. Após, perguntou-se sobre: “Que lugar do ciclo trigonométrico, colocaríamos este “espelho” para refletir P em P_2? Em algum eixo ou em outro lugar?”, “Será que poderíamos colocar na origem? Observem a construção e verifiquem se isto é possível!”. Em um primeiro momento, os estudantes não souberam responder, mas a segunda pergunta pensaram e responderam que sim, poderiam colocar o “espelho” na origem e teriam o reflexo de P em P_2.

A fim de formalizar esta primeira tarefa, pediu-se para que refletissem ou então pesquisassem sobre que termo poderiam utilizar para dizer que o ponto P estava refletido nos outros pontos. Após algum tempo, através de algumas pesquisas na internet, uma das duplas respondeu que podiam dizer que os pontos eram simétricos, compartilhando esta informação com os colegas. Onuchic e Allevato (2011) sinalizam que este tipo de atitude cooperativa e colaborativa é proporcionada pelas atividades de Resolução de Problemas.

Após este momento, os estudantes reorganizaram suas respostas para a tarefa 1. Depois, a professora/pesquisadora formalizou: O ponto P é simétrico a P_1 em relação ao eixo *y;* O ponto P é simétrico a P_3 em relação ao eixo *x;* O ponto P é simétrico a P_2 em relação a origem.

Na tarefa 2, esperava-se que os estudantes apresentassem maiores dificuldades para determinar as relações de redução ao primeiro quadrante. Entretanto, estas foram obtidas pelos estudantes, com relativa facilidade, como reproduzido no Quadro 2.

Quadro 2: Respostas dadas a tarefa 2

Redução ao primeiro quadrante	**Relação utilizada**
2° quadrante para o 1° quadrante	$180° - \alpha, \alpha = \hat{a}ngulo\ que\ fixaram\ no\ IQ$
2° quadrante para o 1° quadrante	$90° - \alpha$, para que descobrissem o ângulo que não sabiam o valor no segundo quadrante e após somavam este a 90°
3° quadrante para o 1° quadrante	$180° + \alpha$
4° quadrante para o 1° quadrante	$360° - \alpha$
4° quadrante para o 1° quadrante	$90° - \alpha$, para que descobrissem o Ângulo que não sabiam no quarto quadrante e após somavam este a 270°

Fonte: A autora

Embora os estudantes tivessem conseguido responder as tarefas 2 e 3 desta atividade, durante a resolução da tarefa 3, ainda, apresentaram dificuldades para compreender como utilizar as relações identificadas, como na fala registrada em Diário de Bordo: *"Professora, como vou saber se uso a fórmula do segundo, terceiro ou quarto quadrante?"*. A professora/pesquisadora respondeu: "Você precisará verificar em que quadrante está o ângulo do qual precisa determinar a medida. Por exemplo, na letra g da tarefa 3, é preciso, primeiramente, verificar em qual quadrante está o ângulo de 246,5° para reduzi-lo ao primeiro quadrante". Após, estas discussões percebeu-se que as dúvidas foram sendo sanadas.

Assim como na Atividade II, a formalização deu-se juntamente com as discussões e a plenária, pois ao sanar as dúvidas dos estudantes surgiram ideias bastante proveitosas que possibilitaram aos estudantes aprimorar suas respostas e generalizar os conteúdos/conceitos necessários para resolver os problemas. Quanto ao uso do *software*, percebeu-se uma familiarização ainda maior dos estudantes, pois em diversas situações, como na tarefa 3, já não utilizavam mais a calculadora para determinar a medida dos ângulos, identificavam na janela da álgebra ou na de visualização do Geogebra, confirmando as observações de Pedroso (2012). Para ela, ao utilizar *softwares* dinâmicos, os estudantes de certa forma desligam-se da ideia de que precisam realizar cálculos para entender e resolver as situações matemáticas.

Constatou-se que a metodologia de ensino adotada permitiu uma avaliação ampla da prática em sala de aula e da evolução da aprendizagem dos estudantes, bem como da forma como estes se comportam diante da atividade, demostrando uma visão crítica em relação a esta e elaborando justificativas sobre suas respostas aos problemas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Constatou-se que a sequência de atividades, elaborada na perspectiva de Resolução de Problemas, permitiu desenvolver aulas em que os estudantes participaram ativamente na construção de seus conhecimentos, expondo suas dúvidas, respondendo a questionamentos da professora/pesquisadora, elaborando e testando conjecturas, discutindo as relações trigonométricas e buscando generalizar os conteúdos/conceitos de Trigonometria, aprimorando o uso da linguagem matemática.

Contudo, é possível afirmar que esta sequência de atividades demonstrou-se eficaz na aprendizagem de conceitos de Trigonometria por ter sido aplicada em um ambiente informatizado e dinâmico, proporcionado pelo uso do simulador *online* e do *software* Geogebra. O uso destes permitiu que os estudantes tivessem autonomia para trocar ideias e discutir com os colegas durante a resolução dos problemas.

Além disso, o uso do *software*, aliado a tarefas do tipo problema, contribuiu para que o ensino-aprendizagem-avaliação acontecesse. Ao utilizar o *software* respeitava-se as etapas da Resolução de Problemas, pois os estudantes podiam manipulá-lo quantas vezes fosse necessário até que encontrassem relações no ciclo trigonométrico, que logo eram justificadas e formalizadas, também, com o auxílio dele. Nestes momentos foi possível avaliar cada estudante individualmente em relação a evolução da sua aprendizagem, pois neste meio dinâmico, durante as discussões, conseguiam expor suas dúvidas e o que sabiam.

A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação permitiu a professora/pesquisadora um olhar mais detalhado e cuidadoso diante das dúvidas e questionamentos dos estudantes, bem como sobre a forma como eles comportavam-se diante das tarefas propostas, para que na intervenção não fossem dadas as respostas, e sim provocados novos questionamentos, estimulando-os na busca por relações. Porém, o trabalho em sala de aula, nesta perspectiva, apresentou-se como um desafio tanto para a professora/pesquisadora como para os estudantes, pois no momento em que o papel de construção do conhecimento é dos próprios estudantes, estes sentem-se desafiados e o professor precisa pensar na aprendizagem de seus estudantes e não no quantitativo de conteúdos/conceitos que precisam ser ensinados.

Constatou-se a importância de aliar mais de um tipo de tarefa para abordar os conceitos tratados, uma vez que fez-se necessário o uso tarefas do tipo exercício ao final das atividades, a fim ampliar as ideias construídas no contexto da Resolução de Problemas e verificar se os estudantes conseguiam transpor estas para um novo contexto.

Após a análise das atividades, percebeu-se que a construção da Atividade II poderia ser modificada, para explorar de forma conjunta seno, cosseno e tangente. Assim, os estudantes teriam a oportunidade de relacionar mais conceitos, ganhando um tempo maior, pois não seria necessário elaborar uma nova atividade envolvendo apenas conceitos de tangente.

Por fim, foi possível perceber, também, que este é um processo que vai sendo construído lentamente em cada aula. Nesta pesquisa, os estudantes apresentaram uma evolução significativa ao longo das atividades em relação a metodologia utilizada, porém sente-se a necessidade de realizar um trabalho contínuo com a turma, para verificar se seu desempenho é o mesmo quando a metodologia é aplicada em outras temáticas.

6 REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Associando o computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência.** Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2005.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: porque Através da Resolução de Problemas? p. 35-49. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; JUSTULIN, Andresa Maria (Orgs). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Paco Editorial, Judiaí, 2014.

ALMIRO, João. **Materiais manipuláveis e tecnologia na aula de Matemática**. 2004.

ANDRÉ, Marli E. D. A. **Estudo de caso em pesquisa e avaliação educacional.** Brasília: Líber Livro Editora, 2008. (Série Pesquisa)

ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar.** Tradução Magda Melo. Ed. Lisboa: APM, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: SEB, 2006.

________ Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática 5ª a 8ª série**. Brasília: SEF, 1998.

CAI, Jinfa; LESTER, Frank. Por que o ensino com resolução de problemas é importante para a aprendizagem do aluno? In: **Boletim GEPEM**, nº 60, p. 147-162, 2012. Tradução por: ALLEVATO, Norma Suely Gomes.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo, Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

ME-DEB. **Currículo nacional do ensino básico. Competências essenciais**. Lisboa: Ministério da Educação/Departamento de Educação Básica. 2007.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**.** In: **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, vol. 25, nº 41, p. 73-98, 2011.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. A Resolução de Problemas na Educação Matemática: Onde estamos e para onde iremos? In: **IV Jornada Nacional de Educação Matemática. XVII Jornada Regional da Educação Matemática**. Universidade de Passo Fundo. Passo Fundo, 2012.

PEDROSO, Leonor Wierzynski. **Umas proposta de ensino da Trigonometria com uso do *software* Geogebra**. Porto Alegre, 2012.

PIRES, Célia Maria Carolino. Educação Matemática e sua Influência no Processo de Organização e Desenvolvimento Curricular no Brasil. In: **Bolema**, Rio Claro, Ano 21, nº 29, p. 13-42, 2008.

PONTE, João Pedro da. Estudos de Caso em Educação Matemática. In: **Bolema**, Ano 19, nº 25, p. 105-132, 2006.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria. Ignez; MILANI, Estela. **Cadernos do Mathema:** Jogos de matemática de 6º a 9º ano. Artmed, Porto Alegre, 2007.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA. **Projeto Político Pedagógico do curso de Ciências Exatas – Licenciatura**. 2013.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6 ed., Porto Alegre: Artmed, 2009.