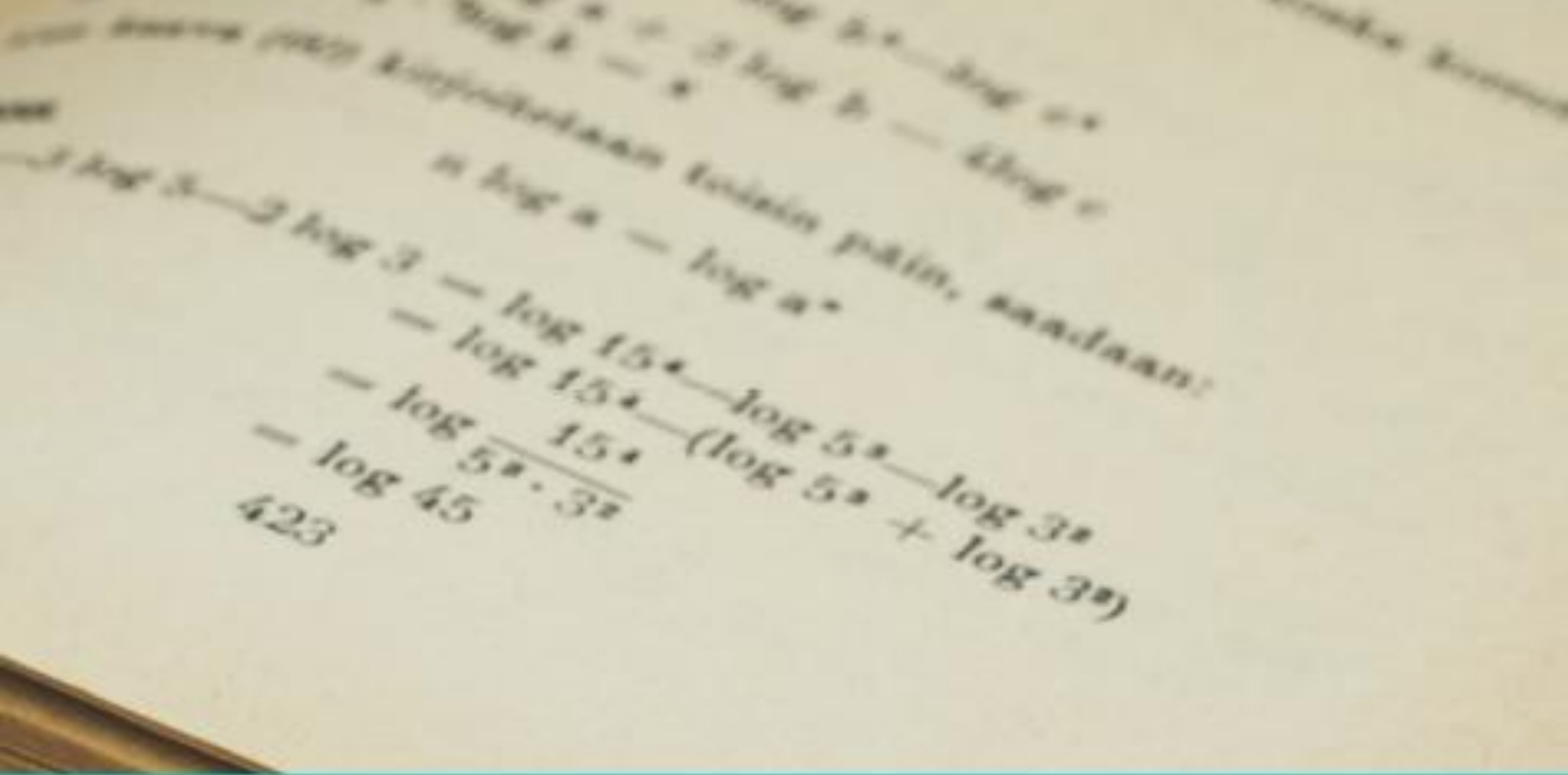
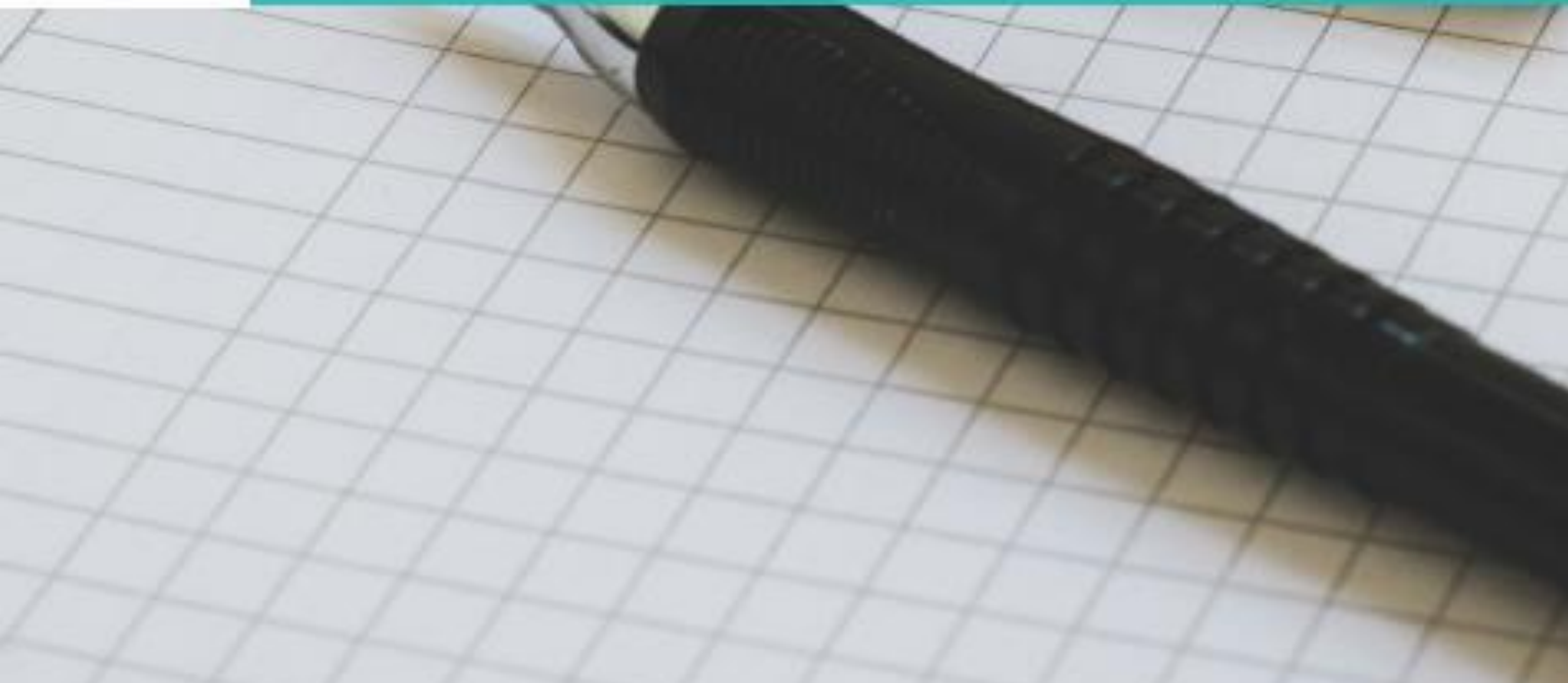


# CADERNO DE MATEMÁTICA

ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NO ÂMBITO DO PIBID



Organizadora: Patrícia Pujol Goulart Carpes

EDITORA ILLUMINARE
Caixa Postal 49 — Torres — RS — 95560-000
www.editorailluminare.com.br

Edição
Laura Salles

Capa
Da organização

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**
**(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

CARPES, Patrícia Pujol Goulart. Org.
C297. Caderno de Matemática: atividades desenvolvidas no âmbito do PIBID. Organização Patrícia Pujol Goulart Carpes Torres: Editora Illuminare, 2017.
105 pags.

1. Matemática. 2. Educação I. Título.

978-85-68904-82-4

CDD: 510
CDU: 512

**SUMÁRIO**

# PREFÁCIO

Em março de 2014, iniciaram-se as atividades do Subprojeto Matemática Campus Itaqui do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA). Atualmente o mesmo é composto por dezessete bolsistas de iniciação à docência (ID), duas supervisoras/professoras da Escola, uma coordenadora de área (docente da UNIPAMPA) e uma escola estadual parceira ao Programa.

O subprojeto Matemática prevê, entre suas ações, a elaboração de módulos didáticos empregando recursos diferenciados, oficinas, assim como auxílio de novas tecnologias para as aulas de matemática para as séries finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Deste modo, é um dos objetivos desse E-book divulgar as ações/atividades desenvolvidas no âmbito do PIBID oportunizando apoio a professores, aos licenciandos e aos pesquisadores no ensinar e aprender matemática e, consequentemente, visa incentivar a leitura/escrita de material bibliográfico científico pelos bolsistas ID.

A composição deste E-book, a seguir, é dada pela contribuição de um relato de uma ex-pibidiana quanto suas percepções ao Programa, assim como um relato do diretor e ex-supervisor do Programa da escola parceira. Na sequência são apresentadas e brevemente discutidas os alcances das atividades de ensino desenvolvidas em 2017 no subprojeto. A primeira é o Curso de Verão 2017 e, após, as atividades elaboradas para o ensino e aprendizagem de matemática na educação básica.

Registra-se o agradecimento à CAPES pelo fomento às Instituições de Ensino Superior em prol deste Programa até o momento e enaltece-se a continuidade e expansão do mesmo; aos coordenadores de gestão e institucional do PIBID UNIPAMPA assim como os professores colaboradores envolvidos; e aos profissionais do Colégio Estadual São Patrício, escola parceira, pelo acompanhamento e aperfeiçoamento do Programa.

Boa leitura a todos!

Profª Patrícia Pujol Goulart Carpes
Coordenadora de área do Subprojeto Matemática Campus Itaqui

## CAPÍTULO 1

## VIVÊNCIAS NO PIBID MATEMÁTICA

Jéssica Goulart da Silva[1]

Nesse escrito relatarei as vivências durante minha participação como bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) - subprojeto Matemática, no município de Itaqui – RS, além de trazer as principais contribuições dessa participação na minha vida acadêmica e profissional, ou seja, em termos de formação inicial, possibilidades de continuação dos estudos e mercado de trabalho.

Inicialmente trago os motivos que me levaram a querer participar da seleção de bolsistas do programa que foram: possibilidade de estar inserido na escola, possibilidades de desenvolver atividades diferenciadas com estudantes da Educação Básica (EB), além de discutir com um grande grupo de colegas questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de Matemática. Assim, com essas intencionalidades em mente realizei a seleção de bolsistas e em pouco tempo já fui chamada para participar do PIBID.

Minha participação no programa durou apenas dez meses (de outubro/2015 a agosto/2016), tendo em vista a proximidade da minha colação de grau. E durante esse tempo realizei muitas atividades significativas para minha formação como docente, as quais trarei neste relato de forma sucinta.

De outubro/2015 a fevereiro/2016 no PIBID, realizei atividades relacionadas a mapeamentos de pesquisas, tendo em vista que, uma das ações do subprojeto era desenvolver mapeamentos de pesquisas que problematizassem o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. E estes mapeamentos foram realizados com o intuito de buscar subsídios teórico-metodológicos para a elaboração das sequências de ensino a serem desenvolvidas com as turmas da escola de atuação do subprojeto.

Assim, uma colega e eu desenvolvemos um mapeamento de pesquisas brasileiras em periódicos e anais de eventos de Educação Matemática que tratam do conceito de função exponencial e logarítmica, no qual constatamos que a função exponencial é mais enfatizada que a função logarítmica e apenas duas pesquisas, dentre as identificadas, abordam os dois tipos de

[1] Ex-bolsista PIBID, Matemática, Itaqui. Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Pampa. Mestranda em Educação Matemática e Ensino de Física na Universidade Federal de Santa Maria.

função, simultaneamente, nas atividades, visando à articulação entre as mesmas. Cabe destacar, que esse conceito foi escolhido em virtude de estarmos realizando nesse mesmo período um dos estágios da nossa graduação no 1° ano do Ensino Médio onde estávamos lecionando e abordando nas nossas aulas esse conceito. Desta forma, esse mapeamento também contribuiu para as nossas aulas no estágio, principalmente no que se refere a organização das aulas (escolha das atividades e escolha de metodologias pertinentes).

De março/2016 a agosto/2016 no PIBID, desenvolvi com uma turma do 9° ano do Ensino Fundamental as seguintes atividades: monitoria dessa turma nos períodos de Matemática e Interaulas no contra turno de aula dessa turma. Cabe destacar, que estas foram minhas últimas atividades realizadas no programa.

No que se refere ao vivenciado na monitoria pude entender um pouco mais sobre o dia-a-dia do professor de Matemática, além de poder presenciar aulas com atividades diferenciadas tendo em vista que a professora regente da turma estava vinculada ao PIBID, e vez ou outra trazia atividades diferenciadas para trabalhar com esses estudantes.

Dentre as atividades trazidas por ela das quais participei, me chamou atenção a atividade feita na primeira aula na qual ela trabalhou potenciação a partir das dobraduras com os estudantes. Essa professora entrega uma folha branca para cada estudante; e pediu para os estudantes dobrarem repetidas vezes a folha ao meio, abrirem a folha e contarem com quantas partes ela ficava ao efetuar cada dobra. A cada dobra a professora anotava no quadro o número partes divididos até que não foi mais possível efetuar mais dobras na folha. Com os valores no quadro ela explicou que ao dobrar uma folha ao meio repetidas vezes, obtemos potências de 2, onde o número de dobras será representado pelo expoente do dois e o número de partes que a folha ficará dividida é o resultado, ou seja, a potência. Então, $2^0$ significava dobrar a folha zero "vezes", ou seja, não dobrar a folha e a resposta é obter a folha inteira. Logo, $2^0= 1$. Ao realizar a primeira dobra, a folha ficou dividida em duas partes. Então: $2^1= 2$. Ao efetuar duas dobras, a folha ficou dividida em quatro partes. Logo: $2^2= 4$. E assim sucessivamente até não conseguirem mais dobrar.

Essa atividade me impressionou por dois motivos, o primeiro foi a reação dos estudantes dos estudantes, que pareciam estar surpresos com aquela forma de pensar sobre a potenciação, e estavam concentrados durante todo desenvolvimento da atividade, o que era um fato raro pelo que vivenciei em sala de aula com aqueles mesmos estudantes. O segundo motivo, foi a simplicidade da atividade, pois eu já tinha escutado comentários e até eu mesma pensava em atividade diferenciada como algo mirabolante e muito demorado talvez até impossível de realizar em sala de aula tendo em vista o calendário apertado e o pouco tempo concedido aos professores da EB para planejar e desenvolver as aulas.

No que se refere as Interaulas estas eram organizadas e desenvolvidas por mim no contra turno das aulas dos estudantes. Cada Interaula era pensada de forma integrada com o que a professora de Matemática da turma estava trabalhando, que naquela época eram os conceitos de Potenciação e Radiciação. Para minhas aulas optei por abordar atividades diferentes das usuais em sala de aula, trabalhei com resolução de problemas, além do uso de jogos como recurso didático. Cabe destacar, que na semana de prova de Matemática a Interaula era dedicada a amenizar dúvidas dos estudantes com relação as atividades que a professora regente tinha abordado em suas aulas.

Diante do vivenciado nas Interaulas destaco como relevante ter podido pensar, planejar e desenvolver atividades com estudantes durante tempo razoável, sendo possível a cada Interaula desenvolvida aprender um pouco mais sobre a docência e perceber as dificuldades de manifestadas pelos estudantes.

Além das atividades envolvendo mapeamento, monitoria e Interaulas que foram mencionadas acima, destaco uma outra atividade recorrente durante o período como pibidiana que foram as participações em eventos da área de Educação e Educação Matemática. Essas participações em eventos permitiram o estabelecimento de conversas e trocas de ideias acerca da docência entre estudantes de outras instituições de ensino de outros estados. Principalmente, na Jornada de Educação Matemática em Passo Fundo que o grupo participou em 2016, onde além de palestras e apresentações de pesquisas também tiveram amostras do PIBID em que materiais e recursos didáticos criados por bolsistas do programa eram socializados.

Assim, considero que as atividades desenvolvidas no PIBID foram de suma importância em termos de formação inicial, pois permitiu a minha inserção na escola durante a graduação, o que só corroborou com a minha decisão de ser professora de Matemática. Em termos de continuação dos meus estudos o fato de ter sido pibidiana contribuiu para minha escrita do projeto de pesquisa e construção do currículo que foram submetidos a seleção de dois programas de pós-graduação a nível de mestrado nos quais fui aprovada que são: Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (Unijuí) e Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Por fim, em termos de mercado de trabalho já participei de uma seleção de professores de Matemática da Educação Básica do município de Itaqui no qual fiquei em 3° lugar, graças também ao peso de ter sido bolsista PIBID em termos de currículo.

Atualmente sou mestranda em Educação Matemática e Ensino de Física na UFSM, minhas aulas começaram em agosto deste ano e concluo em agosto de 2019. E após o término dessa pós-graduação pretendo começar a lecionar. Tenho muito interesse em lecionar na EB, principalmente nas escolas do meu município de origem que é Itaqui. Seria uma oportunidade muito significativa contribuir para a melhoria da Educação do meu município, município no qual estudei toda EB e fiz minha graduação

## CAPITULO 2

## PIBID: IMPORTÂNCIA PARA ESCOLA E NA IMPORTÂNCIA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

José Darci Benites Goulart[2]

Na implantação do PIBID em 2014 no Colégio Estadual São Patrício fiz parte do primeiro grupo como professor supervisor da escola, no decorrer deste ano inicial fui me apropriando do projeto e já consegui tirar algumas conclusões significavas, comparando com minha formação inicial e a bagagem acumulada no decorrer da atuação profissional. Na graduação não tive a oportunidade desta interação tão profunda entre formação superior x interação educando x educação básica, isto dificultou muito minha atuação inicial como professor, algo que foi sanado através de muito estudo e cursos de formação. Holanda (2013), pode ratificar minhas palavras.

> O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência PIBID, executado no âmbito da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior CAPES, tem por finalidade fomentar a iniciação à docência, contribuindo para o aperfeiçoamento da formação de docentes em nível superior e para a melhoria de qualidade da educação básica pública brasileira. (HOLANDA et al. 2013, p.14).

Atualmente como diretor deste educandário vejo que para a escola, o programa vem qualificar a educação, visto que os pibidianos estão em sala de aula, auxiliando o professor e também desenvolvendo atividades extraclasse, de apoio, com estratégias aplicadas as tecnologias, algo que os estudantes ainda não utilizam muito na rotina escolar. Atividades estas que muitas vezes o professor tinha interesse de oferecer a seus alunos, porém sabe-se que, com o excesso de carga horária, faltava tempo para a elaboração de materiais extraclasse, também pela dificuldade de coordenar um trabalho diferenciado com uma turma de mais de 20 alunos. Hoje percebe-se uma aproximação grande entre os professores e os pibidianos, trabalhando em parceria, construindo materiais, os utilizando em sala de aula e nos laboratórios.

Todos crescemos com este com este programa, tanto os professores, quanto os acadêmicos e também a Universidade que consegue fazer algo almejado, que é trabalhar a teoria com a prática e desenvolver de forma significativa um projeto de extensão com significado, assim como Nóvoa (1995, p. 25) explica que:

---

[2] Diretor do Colégio Estadual São Patrício, escola conveniada ao Programa.

> A formação não se constrói por acumulação (de cursos, de conhecimentos ou de técnicas), mas sim através do trabalho da reflexividade crítica sobre as práticas de (re) construção permanente de uma identidade pessoal. Por isso é tão importante investir a pessoa e dar um estatuto ao saber da experiência.

## REFERÊNCIAS


HOLANDA, D.S. et al. A contribuição do PIBID na formação docente: um relato de experiência. **Encontro Nacional de Educação Matemática**. Sociedade Brasileira de Matemática. 2013.

NÓVOA, A. (Coord.). **Os professores e a sua formação**. 2 ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

APRESENTAÇÃO

Curso de Verão 2017

O Curso de Verão foi promovido pelo Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID aos acadêmicos da UNIPAMPA - Campus Itaqui com o intuito de promover a retomada e ampliação de conteúdos/conceitos básicos de matemática. O mesmo ocorreu no período de férias dos discentes, no mês de fevereiro de 2017, perfazendo uma carga horária de vinte horas.

A ação proposta pelo PIBID através deste curso também tem como objetivos proporcionar aos bolsistas de iniciação à docência o planejamento e execução de atividades no contexto que o curso foi proposto; criar uma maior familiaridade entre o Programa e a Instituição e, por fim, publicar este trabalho como forma de estender os conhecimentos e experiências potencializados neste curso.

As sucessivas retenções e as muitas evasões, que podem ser consequência das reprovações, nos cursos de graduação do Campus deixa em evidência as expectativas que o Ensino Superior almeja de seus acadêmicos em relação ao conhecimentos matemáticos básicos oriundos da educação básica e que não estão presentes nesta etapa. A tabela 1 apresenta alguns componentes curriculares que tomam como conhecimento necessário a matemática desenvolvida no Ensino Fundamental e Médio.

Tabela 1 – Percentual de retenções por componente curricular

| **Ano** | **Curso** | **Componente curricular** | **Retenção**[3] |
|---|---|---|---|
| **2016/1** | Agronomia | Matemática | 81,44% |
| **2016/2** | Agronomia | Matemática | 78,05% |
| **2016/1** | BICT[4] | Bases Matemática | 9344% |
| **2015/1** | Matemática | Teoria Elementar das Funções | 82,08% |
| **2015/1** | Matemática | Teoria Elementar dos Números | 50% |
| **2016/2** | Matemática | Cálculo I | 30% |
| **2016/2** | BICT | Bases Matemáticas | 79,17% |
| **2016/2** | Eng. Agrimensura | Cálculo I | 50% |

Fonte: Núcleo de Desenvolvimento Educacional – Campus Itaqui

Os componentes curriculares acima listados versam sobre os conteúdos de funções elementares de uma variável real, conjuntos numéricos, sistema de equações, matrizes e

---

[3] As retenções são compostas por reprovação por nota, reprovação por frequência e trancamento de matrícula.
[4] Bacharelado Interdisciplinar de Ciências e Tecnologia.

trigonometria ou, então, tomam como pré-requisitos esses conhecimentos para outros mais complexos. Diante do exposto, foi organizado o Curso de Verão de forma a retomar esses temas em cinco aulas, com duração de quatros horas cada uma, nas dependências do Campus.

A primeira aula discorreu sobre o conteúdo números racionais, retomando as operações elementares, interpretação de situações-problemas e as representações dos racionais. Dando sequência, na aula seguinte, foi proposto atividades com os números reais, compreendendo a existência de infinitos números na reta numérica e a densidade do conjunto dos números racionais no conjunto dos números reais. Após a abordagem numérica se avançou para as expressões algébricas, na terceira aula, destacando a interpretação geométrica do trinômio quadrado perfeito. As próximas duas aulas foram destinadas para a formalização de funções reais e interpretação e análise gráfica da função do primeiro grau e do segundo grau na quarta e quinta aula respectivamente.

As aulas do Curso foram ministradas pelos bolsistas e coordenadora de área do Programa. As atividades foram elaboradas/selecionadas durante nas reuniões/encontros do PIBID e tinham como intuito retomar os principais conteúdos abordados nos componentes curriculares que envolvessem a matemática básica.

Por fim, foi gerado aos participantes do Curso de Verão um atestado de participação de vinte horas (com 100% de frequência). O comprovante pode ser usado como atividades complementares de graduação - ACG nos seus cursos de graduação. Além disso, o Curso foi totalmente gratuito e disponível para todos os acadêmicos do Campus Itaqui interessados em sanar dúvidas ou diminuir as lacunas de aprendizagem nos conhecimentos de matemática básica. A seguir a primeira aula.

Profª Patricia Pujol Goulart Carpes

Coordenadora de Área do Subprojeto Matemática – Campus Itaqui

## CAPÍTULO 3

## RETOMANDO OS NÚMEROS RACIONAIS

Karen Camargo de Alderete[5]
Mauricio de Moura Talhaferro[6]
Patricia Pujol Goulart Carpes[7]

Este trabalho se dará enfoque para a primeira aula com o tema números racionais e com duração de quatro horas, no qual tem por objetivo apresentar a sequência de atividades e discutir os principais dificuldades encontradas pelos acadêmicos. Estavam presentes 42 alunos entre os cursos Matemática – Licenciatura, Engenharia de Agrimensura, Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia - BICT, Ciência e Tecnologia de Alimentos - CTA e Agronomia.

Com base nos estudos de Santos e Buriasco (2008), eles explicam que no Brasil seguidamente os críticos são habituados a elaborar avaliações de múltiplas escolhas, ou seja, contentam-se apenas em saber sobre o conhecimento das pessoas de forma abstrata, não levando em consideração o conhecimento prévio antes de fazer a mesma, e sim somente o que faltou para obter um bom resultado.

Quando se é avaliado uma resolução de problemas, o importante não é somente ver o resultado final, e sim o desenvolvimento com que foi feita a tarefa, observando atentamente aos seus procedimentos, e seus artifícios para chegar na resposta final, assim conseguindo perceber as dúvidas e impasses que os mesmos sofreram para que pudessem realizar o fechamento correto da atividade.

Na ideia de Pinto (2000) o erro pode ser visto como um meio para que o aluno perceba onde está sua dificuldade, e junto com o professor consiga acabar com tal complexidade. Desta forma o aluno pode entender que trabalhando em cima do seu erro ele poderá ter uma aprendizagem significativa.

A partir de uma abordagem qualitativa, a presente discussão teve como produção de dados o registro escrito pelos participantes organizados em uma folha de registro elaborado pelos autores.

---

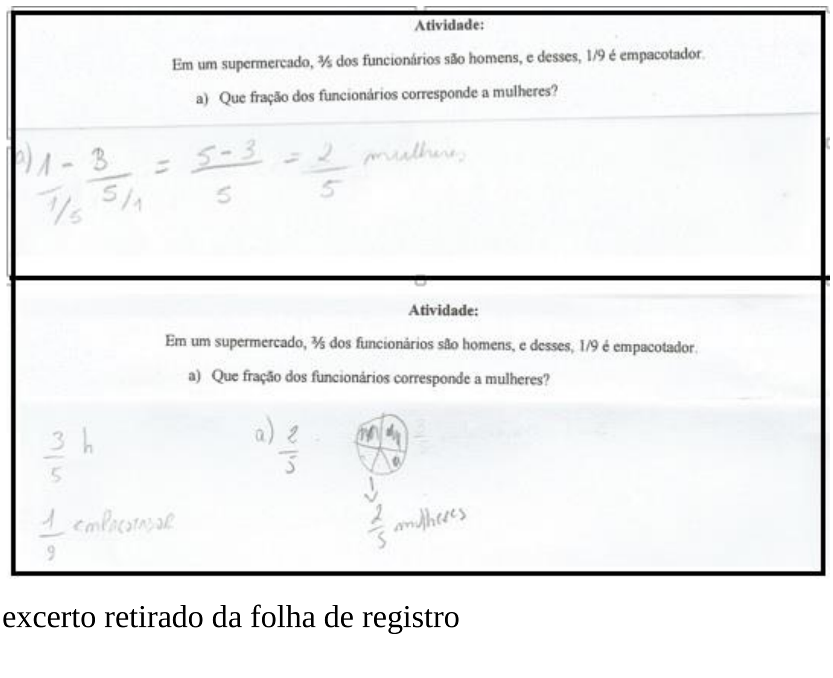
[5] Acadêmica do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, camargokarende@gmail.com
[6] Acadêmico do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, mtalhaferro@gmail.com
[7] Professora/orientadora do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa 0 UNIPAMPA/Itaqui, patriciacarpes@unipampa.edu.br

Inicialmente, nesta aula, foi proposto uma retomada e ampliação dos conceitos de números racionais. Assim como, sua representação (na forma de número fracionário, decimal e porcentagem) e operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão). Ressalta-se que durante as atividades propostas, os alunos mantiveram-se atentos e apresentando suas dúvidas aos autores.

Na sequência, no intuito de verificar exatamente quais conceitos e operações os acadêmicos conseguem reconhecer e desenvolver foi entregue uma atividade produzida pelos autores com três questões a partir do seguinte enunciado: *em um supermercado,* $\frac{3}{5}$ *dos funcionários são homens, e desses,* $\frac{1}{9}$ *é empacotador*.

A primeira questão foi apresentada com a finalidade de trabalhar a relação parte-todo dos números racionais, geralmente a vinculação parte-todo é exibida aos alunos em formato de fração. A partir do enunciado acima, questionava quanto a fração correspondente de mulheres funcionárias do supermercado. Das 40 folhas de registro entregues, 23 responderam corretamente a essa pergunta, ou seja, 57,5% dos alunos, 4 identificaram a fração $\frac{2}{5}$ ou 40% são mulheres funcionárias. A figura 1 apresenta-se dois desenvolvimentos mais obtidos para essa resposta.

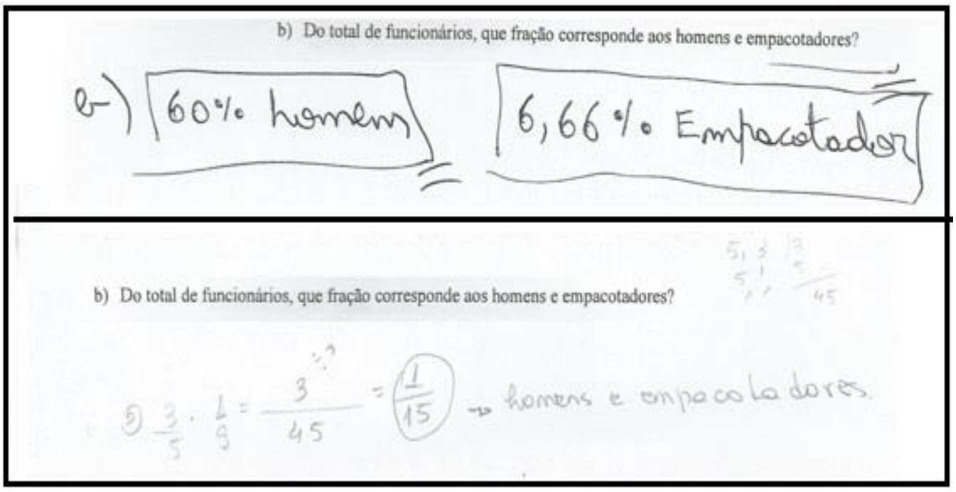
Figura 1 – Respostas dos acadêmicos




Fonte: excerto retirado da folha de registro

A segunda questão, com o objetivo de construir o significado de operador dos números racionais, questionava, do total de funcionários, a fração correspondente aos homens empacotadores. Das respostas obtidas, apenas 3 alunos responderam corretamente realizando o produto entre as quantidades ($\frac{3}{5}.\frac{1}{9}$). Duas respostas partiram do conceito de número racional como operador e uma resposta a partir da proporcionalidade de um número racional e sua representação na forma de porcentagem. Cabe destacar que esses 3 alunos responderam corretamente a todas as perguntas da atividade proposta. A seguir apresenta-se dois exemplos de respostas.

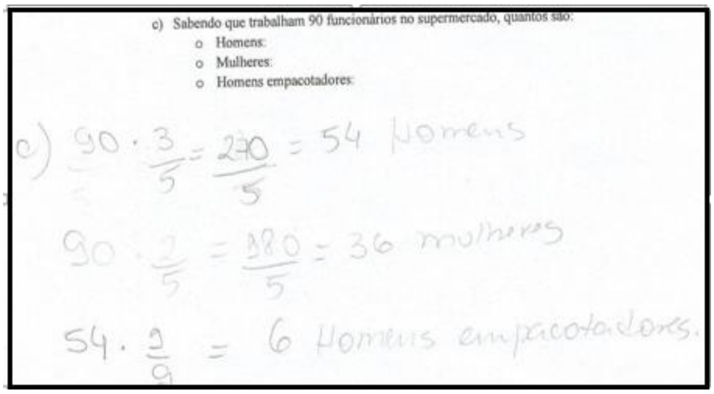
Figura 3 – Resposta dos acadêmicos




Fonte: excerto retirado da folha de registro

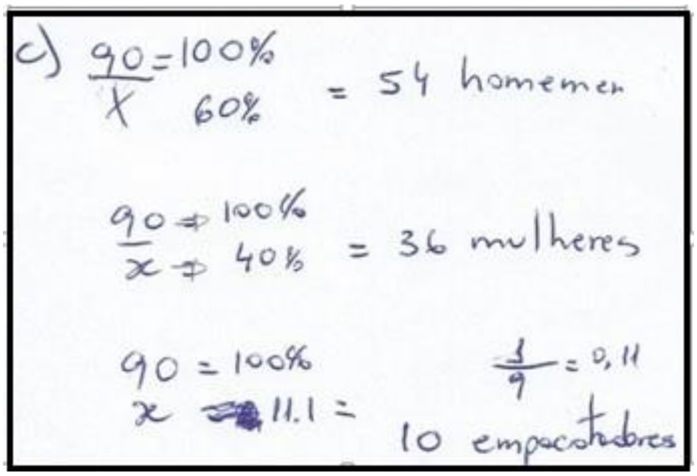
A terceira questão, apresenta a coesão entre os conceitos de operador e parte-todo, para usar estes conceitos os alunos deveriam ter noção de partição, e também raciocínio multiplicativo respectivamente. A atividade questionava o número de homens, mulheres e homens empacotadores do supermercado sabendo que há 90 funcionários no total. Das respostas obtidas, 15 alunos souberam responder corretamente o número de homens, mulheres e homens empacotadores. O procedimento mais empregado foi o cálculo do produto das quantidades como por exemplo $90.\frac{3}{5}$, uma resposta apenas com uso da regra de três e uma resposta apenas com uso do conceito de parte/todo. Abaixo apresenta-se essas três situações.

Figura 4 – Resposta do acadêmico:



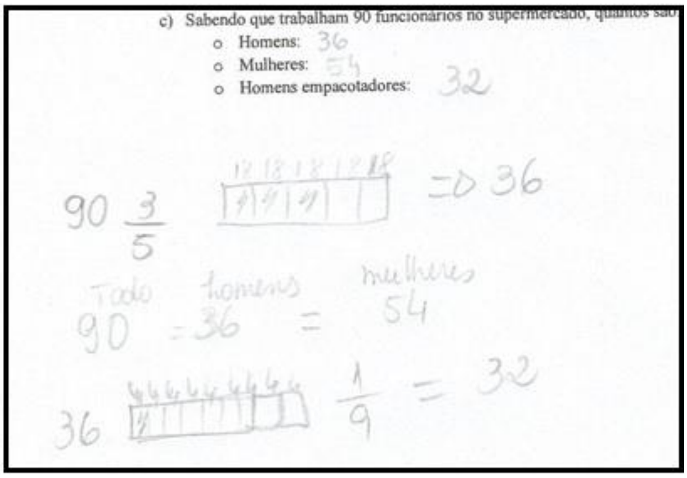

Fonte: excerto retirado da folha de registro

Figura 5 – Resposta do acadêmico:




Fonte: excerto retirado da folha de registro.

Figura 6 - Resposta do acadêmico:




Fonte: excerto retirado da folha de registro.

Concluímos que a maioria dos alunos conseguiu com pouca dificuldade calcular a parte de um número inteiro (como por exemplo, 90. 3/5 = 54 funcionários homens), em compensação apenas 3 dos 38 alunos realizaram sem objeções o cálculo parte de uma parte (1/9 de 3/5 homens empacotadores). Observou-se também que o conceito de parte/todo é o mais reconhecido e empregado pelos alunos. Sabe-se que esse conceito é o mais abordado em sala de aula da educação básica. Nota-se que a maior dificuldade dos alunos é abstrair o que o enunciado solicitava. Por fim, foi possível notar que o PIBID por meio deste Curso possibilitou um momento de aprendizado recíproco, trocas de experiências e relatos gerando ganho ao processo de ensino e aprendizagem de todos os envolvidos.

## REFERÊNCIAS

SANTOS, J. R. V.; BURIASCO, R. L. C. Da ideia de erro para as maneiras de lidar: caracterizando nossos alunos pelo que eles têm e não pelo que lhes falta. p. 87-108. In: BURIASCO, R. L. C. (Org.). **Avaliação e Educação matemática**. Recife: SBEM: 2008.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática**: estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas: Papirus, 2000.

## CAPÍTULO 4

## NÚMERO REAL: CONCEITOS E REPRESENTAÇÕES

Daiane de Almeida Brazeiro de Matos[8]
Dionatan Gomes Peres[9]
Patricia Pujol Goulart Carpes[10]

As dificuldades de ensino e aprendizagem do conceito dos números reais têm sido alvo de várias pesquisas, sob diferentes enfoques, tais como o estudo de diferentes teorias cognitivas e novas metodologias. Citaremos, a seguir, algumas pesquisas analisadas na perspectiva de delimitar nosso foco de estudo.

Moreira (2007) em seus estudos teórico e metodológico sobre a relevância dentro do processo de escolarização e acadêmica aponta a riqueza conceitual que envolve o conjunto numérico, destacando os números reais. Nestes estudos buscou, na fundamentação teórica, as ideias dos autores Behr et al, Figueredo, Lima, Soares, Fischbein entre outros, onde o conceito do número real é visto de maneira análoga, sendo que o aspecto fundamental na construção formal de $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$**,** a partir de $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$, nas sucessivas extensões do conjunto numérico desenvolvido na escola básica é o fato de que essas construções da matemática científica visam produzir uma abstração que expresse formalmente as características essenciais de um objeto, já conhecido. Porém, para se ter um número real como **número**, há uma grande diferença.

Penteado e Silva (2009), em seu artigo, apresentam os saberes mobilizados por professores do ensino médio, ao desenvolverem atividades sobre os números reais e, posteriormente, aborda a viabilidade de se introduzir o estudo da propriedade da densidade na educação básica. Desta maneira, analisaram pesquisas nacionais e internacionais para o entendimento da noção de densidade dos números reais, referenciando os teóricos, Robinet, Fischbein, Jehiam e Cohen, Tirosh, Igliori e Silva, entre outros. Eles demonstraram que a densidade pode ser trabalhada a partir da representação gráfica localizando os pontos na reta real e a partir da representação numérica com a utilização da média aritmética. Segundo Caraça

[8] Acadêmica do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, crislenysantana@gmail.com
[9] Acadêmica do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, marianeminhos@gmail.com
[10] Professora/orientadora do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa 0 UNIPAMPA/Itaqui, patriciacarpes@unipampa.edu.br

(2003, p.15) “um conjunto é denso se entre dois dos seus elementos quaisquer existir uma infinidade de elementos do mesmo conjunto”.

Diante do exposto, a seguir apresentamos uma sequência de atividades propostas aos acadêmicos abordando o conjunto dos números reais com foco na identificação de seus elementos e sua densidade. Nesta aula tinham 39 alunos que realizaram essas atividades. O objetivo deste trabalho é apresentar a sequência desenvolvida e verificar as lacunas prévias do conceito de números reais.

A primeira atividade (quadro 1) foi elaborada com o objetivo de verificar como os alunos definem o conjunto dos números reais, bem como refletir os critérios de decisão em definir este conjunto.

Quadro 1: Atividade 1 - Protocolo

| |
|---|
| 1- Como você define o conjunto dos números reais?<br>---------------------------------------------------------- |

A partir da análise dos protocolos dos alunos podemos observar que a grande maioria não soube expressar o que compreende neste conjunto numérico, sendo os que não definiram corretamente responderam assim, “todos os números”, “são os números que pertencem aos naturais e aos inteiros”. Os alunos que responderam de forma correta disseram que “como um conjunto que surge através da união dos números racionais e irracionais”.

A segunda atividade buscou verificar se os alunos conseguem identificar elementos de cada conjunto numérico. A questão, também, tinha por intuito verificação na concordância entre as respostas 1 e 2 do questionário conforme quadro 2.

Quadro 2: Atividade 2 - Protocolo

2- No quadro abaixo há alguns números. Identifique a que conjunto numérico pertence.

$$\frac{3}{8} \qquad 1 \qquad -5 \quad 0 \qquad \sqrt{5} \quad -0{,}222 \qquad 7{,}2 \qquad \pi$$

Conjunto dos números naturais: ________________________

Conjunto dos números inteiros: ________________________

Conjunto dos números racionais: _______________________

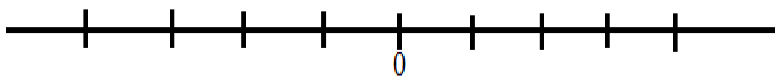
Conjunto dos números irracionais: ______________________

Em relação à questão 2, a partir da análise dos protocolos dos discentes podemos observar os acertos seguintes: 14 discentes acertaram na identificação dos números que pertencem ao conjunto dos números naturais, 13 discentes acertaram na identificação dos números que pertencem ao conjunto dos números inteiros, 3 discentes acertaram na identificação dos números que pertencem ao conjunto dos números racionais, 9 discentes acertaram na identificação dos números que pertencem ao conjunto dos números irracionais. Evidenciando a dificuldade dos acadêmicos na identificação dos elementos (números) dos conjuntos numéricos.

A terceira atividade proposta buscou verificar se os alunos conseguiram registrar a localização dos pontos na reta numérica conforme quadro 3. De maneira que o aluno perceba a ordenação e, ainda, que existem infinitos números racionais entre dois números inteiros consecutivos por exemplo.

Quadro 3: Atividade 3 - Protocolo

3- Marque na reta numérica os pontos $A = \frac{3}{2}$, $B = \frac{9}{3}$, $C = \frac{10}{3}$, $D = \sqrt{5}$, $E = 0{,}5499$.




Com base nos protocolos, observamos que nesta atividade 7 alunos localizaram corretamente todos os pontos na reta numérica. Novamente, evidenciando a não compreensão dos conjuntos numéricos e a ordenação dos números.

A quarta atividade proposta buscou verificar se os alunos compreendem a propriedade de densidade dos números reais, ou seja, se entre dois números reais quaisquer é possível obter outro número real conforme quadro 4.

Quadro 4: Atividade 4 - Protocolo

4- Dado o intervalo aberto (3,4), diga um número racional e um número irracional que pertençam a esse intervalo. __________

Com base nos protocolos, observamos que nesta atividade 12 alunos acertaram o número que pertencem ao conjunto dos números racionais no intervalo dado e 9 alunos acertaram o número que pertence ao conjunto dos números irracionais no intervalo dado. Mas, principalmente, conseguiram determinar corretamente o número irracional esperado, o $\pi$.

Durante a aula apresentamos o exemplo abaixo com o objetivo de verificar se os alunos determinam o valor aproximado de $\sqrt{7}$ utilizando o número quadrado perfeito do antecessor e sucessor de 7 e determinando os intervalos a partir de estimativas das casas decimais.

Quadro 5: Exemplo 1 - Apresentado durante a proposta da aula.

| |
|---|
| **Exemplo 1:** Como calcular aproximadamente o valor de $\sqrt{7}$? |
| ------------------------------------------------------------------------ |

Surgiram formas diferentes de resolver o valor aproximado de $\sqrt{7}$. Observamos que os alunos não tiveram dificuldades em fazer o exemplo, após a apresentação do conceito de números reais, bem como os alunos perceberam que tinham que definir o número quadrado perfeito, ou seja, utilizaram a reta numérica para calcular o valor aproximado.

Por fim, retomamos nosso problema de pesquisa que era de investigar quais as dificuldades apresentadas pelos alunos do Ensino Superior ao trabalhar com o conceito dos números reais? Notamos que o conceito atribuído aos números reais na educação básica pelos alunos apresenta lacunas na sua compreensão e propriedades dos números reais, ou seja, percebemos nas pesquisa internacionais e nacionais as mesmas dificuldades analisadas dos protocolos dos 39 alunos participantes do curso. Dos dados aqui obtidos notamos as dificuldades na resolução das atividades envolvendo a definição, a identificação do conjunto numérico, a localização dos pontos na reta numérica e a compreensão da propriedade da densidade dos número reais.

## REFERÊNCIAS


PENTEADO, C. B.; SILVA B. A. **Fundamentos dos números reais: concepções de professores e viabilidade de inicío do estudo da densidade no ensino médio**. Educação Matemática Pesquisa. São Paulo. V. 11. N. 2. 2009.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. A **formação matemática do professor licenciatura e prática docente escolar**. Belo Horizonte – MG. Editora: Autêntica, 2007.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Edição revisada por Paulo Almeida. 5ª ed. Gradiva, 2003.

**CAPÍTULO 5**

# FATORAÇÃO E PRODUTO NOTÁVEIS COMPREENDIDOS ATRAVÉS DA REPRESENTAÇÃO GEOMETRICA

Crisleny Santana Marques[11]
Mariane da Rosa Minhos[12]
Patricia Pujol Goulart Carpes[13]

## Introdução

O presente trabalho tem por objetivo relatar atividades propostas na terceira aula do Curso de Verão sobre os temas fatoração e simplificação de frações algébricas tomando como foco a possibilidade de compreensão dos produtos notáveis (soma, diferença e produto) através da representação geométrica.

Revisando a literatura que aborda este assunto, é importante destacar que, segundo Brasil (1998, p.60), "o tratamento da Álgebra deve ter um novo enfoque, sendo incorporada aos demais conteúdos, a qual o pensamento algébrico seja privilegiado e não o exercício mecânico do cálculo". As atividades aqui relatadas corroboram com esta iniciativa de ligar os objetos matemáticos área e fatoração algébrica para potencializar o pensamento algébrico.

A proposta de retomar e ampliar o conhecimento de produtos notáveis através da geometria, cálculo de áreas, se deu pelo fato de que esta abordagem pouco é trabalhada na Educação Básica e, ainda, pelas dificuldades dos acadêmicos que foram observadas em componentes curriculares do Ensino Superior. Além disso, como enfatiza os PCN

> Convém também salientar que a "visualização" de expressões algébricas, por meio do cálculo de áreas e perímetros de retângulos, é um recurso que facilita a aprendizagem de noções algébricas [...]. A utilização desses recursos possibilita ao aluno conferir um tipo de significado às expressões. (BRASIL, 1998, p. 121)

Assim sendo, o cálculo de áreas para produtos notáveis é uma opção como recurso didático, isto é, uma possível significação do trinômio quadrado perfeito aos estudantes.

## Geometria e Álgebra

[11] Acadêmica do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Bolsista PIBID- Subprojeto Matemática, crislenysantana@gmail.com
[12] Acadêmica do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Bolsista PIBID- Subprojeto Matemática, marianeminhos@gmail.com
[13] Orientadora. Professora do curso de Matemática - Licenciatura na Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA/Itaqui, patriciacarpes@unipampa.edu.br

A geometria é abordada nas propostas curriculares nacionais, regionais e nas grades curriculares das escolas brasileiras. Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) tem o conceito geométrico organizado em dois blocos: Espaço e Forma e Grandezas e Medidas. No entanto, iremos destacar as recomendações do bloco Grandezas e Medidas por termos utilizado a Geometria Plana para abordar os conceitos de produtos notáveis.

No bloco Grandezas e Medidas, recomenda-se que seja trabalhado o

> [...]Cálculo da área de superfícies planas por meio da composição e decomposição de figuras e por aproximações; Construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência). Análise das variações do perímetro e da área de um quadrado em relação à variação da medida do lado[...]. (BRASIL, 1998, p.89)

A álgebra no ensino superior é abordada em componentes curriculares específicos para álgebra e em cálculo diferencial e integral por exemplo. Já na educação básica, o ensino da álgebra faz parte da educação matemática desde as séries iniciais, de uma maneira informal, visto que a partir dos primeiros anos do Ensino Fundamental os estudantes já calculam valores desconhecidos em problemas matemáticos. Assim, utiliza-se a álgebra nas demais séries do Ensino Fundamental e Médio no momento em que representam os valores desconhecidos através de símbolos e fórmulas para a solução de equações.

Uma das lacunas observadas no conhecimento dos acadêmicos é a manipulação algébrica e a interpretação geométrica. Por este motivo buscou-se potencializar a articulação entre a geometria e a álgebra.

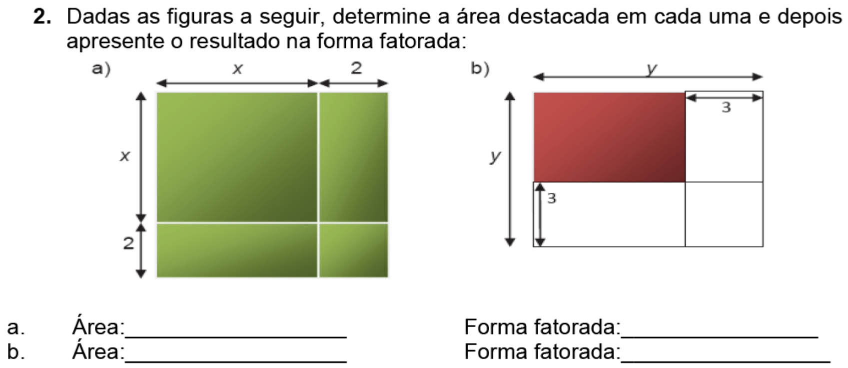
A seguir abordaremos a análise dos dados, explicitando de que forma a atividade foi desenvolvida, as dificuldades dos estudantes e de que forma os mesmo desenvolveram as atividades propostas no questionário.

**Análise dos Dados**

No decorrer da aula, desenvolvemos com os acadêmicos seis atividades envolvendo os conceitos de fatoração, simplificação de frações, frações algébricas e produtos notáveis (soma, diferença e produto da soma pela diferença). Ao término, entregamos para os acadêmicos três atividades para que fossem respondidas e devolvidas. Com base neste material fizemos a análise das respostas verificando a possibilidade de emprego do cálculo de áreas como significado para o trinômio quadrado perfeito.

De forma a ilustrar as atividades propostas, iremos analisar neste trabalho somente uma das atividades, ilustrada pela Figura 1, que solicitava a interpretação e transposição do conceito geométrico para o algébrico identificando a forma fatorada e a área destacada nos retângulos da atividade. No item (a) precisa-se desenvolver o produto da soma e no item (b) o produto da diferença.

Figura 1: Atividade proposta aos acadêmicos

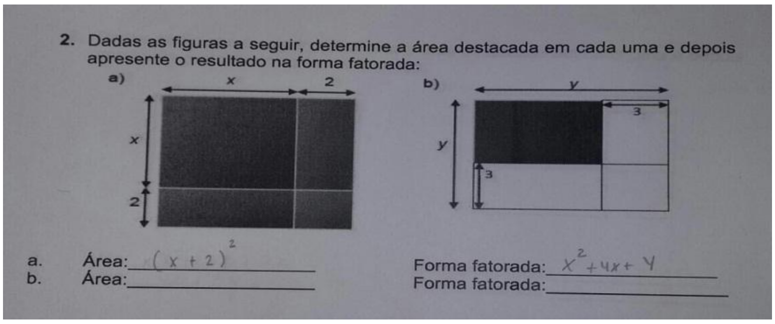



Fonte: BORGATO (2013, p. 87)

Analisando as atividades, observamos que dezenove, dos trinta e cinco alunos presentes, conseguiram relacionar a figura geométrica com a parte algébrica, desenvolvendo corretamente a atividade proposta.

Em contrapartida, podemos verificar nas figuras abaixo (figura 3 e 4) que os erros mais comuns cometidos pelos acadêmicos foi a não capacidade de relacionar a figura com a representação algébrica, apresentando dificuldades no quadrado da soma e no quadrado da diferença. No entanto, a figura 2 ilustra que alguns acadêmicos conseguiram desenvolver a alternativa a), a qual solicitava o produto da soma e no momento que foi solicitado o produto da diferença na alternativa b) não foi obtido êxito na visualização necessária para atingir a resposta solicitada.

Figura 2: atividade desenvolvida pelo acadêmico

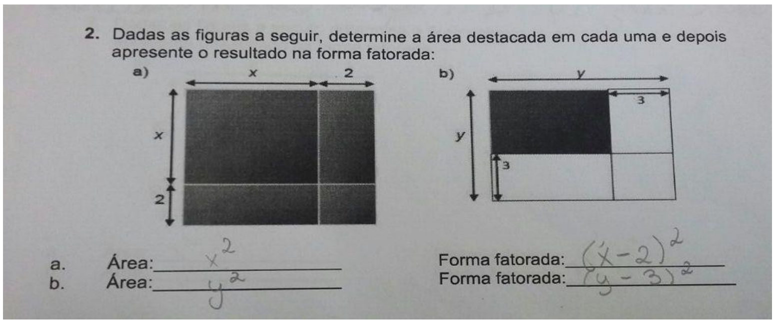



Fonte: atividade feita pelo acadêmico

Na figura 3, especificamente no item a, percebemos que o acadêmico não conseguiu visualizar a área dos retângulos (que seriam $2x + 2x$) e do quadrado "menor" (que seria 4) identificando somente o quadrado "maior" (com área $x^2$) e no momento de responder a forma fatorada o mesmo apresentou o produto da diferença e não da soma como a figura representa.

No item seguinte (b), o acadêmico deveria apresentar a área do quadrado hachurado como sendo $(y - 3)^2 = y^2 - 6y + 9$ , no entanto o mesmo respondeu que a área era igual a $y^2$, o que está equivocado, pois $y^2$ seria a área de toda a figura e não somente a do hachurado, como foi solicitado na atividade, porém na forma fatorada o mesmo respondeu corretamente.

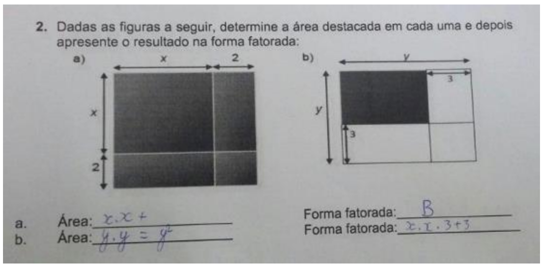
Figura 3: atividade desenvolvida pelo acadêmico




Fonte: atividade feita pelo acadêmico

Na figura 4, percebemos que a dificuldade foi a mesma da figura anterior em que o acadêmico na alternativa a) não conseguiu visualizar a área dos retângulos (que seriam $2x + 2x$) e do quadrado "menor" (que seria 4) identificando somente o quadrado "maior" (com área $x^2$), na forma fatorada este acadêmico não teve êxito, pois o mesmo colocou que a forma fatorada é igual a "B" algo que não compreendemos. Na alternativa b) o acadêmico desenvolveu o mesmo equívoco do anterior, pois deveria apresentar a área do quadrado hachurado como sendo $(y - 3)^2 = y^2 - 6y + 9$, o que não aconteceu, porque o mesmo respondeu que a área era igual a $y^2$, uma vez que $y^2$ seria a área de toda a figura e não somente a do hachurado, como foi solicitado na atividade, contudo na forma fatorada o mesmo não conseguiu alcançar o objetivo assim como na alternativa "a".

Figura 4: atividade desenvolvida pelo acadêmico




Fonte: atividade feita pelo acadêmico

Diante da análise apresentada verificamos a pouca compreensão do quadrado da diferença, diferentemente, do quadrado da soma, que foi melhor compreendido pelos estudantes, a partir do exposto acima faremos algumas considerações que pensamos ser necessárias para o término deste trabalho.

**Considerações Finais**

Ressaltamos que os estudantes presentes pertenciam aos cursos de Agronomia, Engenharia de Agrimensura, Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia (BICT), Ciência e Tecnologia dos Alimentos (CTA) e Matemática Licenciatura sendo que identificamos as mesmas dificuldades indiferente dos cursos.

Um dos objetivos citado anteriormente tratava do uso da geometria como um facilitador, porém, para alguns acadêmicos não facilitou na compreensão da atividade, em contrapartida para outros houve uma melhor visualização o que contribuiu no desenvolvimento da mesma.

Em relação ao desenvolvimento da aula, ocorreu como o planejado, buscamos suprir as dificuldades de cada um, no que se referiam às operações básicas, como por exemplo, potenciação e multiplicação.

Por fim, destacamos que as atividades deste trabalho podem ser aplicadas em turmas do 8º ano do Ensino Fundamental, pelo fato de que as mesmas foram um recorte de uma dissertação, nas quais a autora desenvolveu em turmas da Educação Básica.

REFERÊNCIAS

BECHER, E. L., GROENWALD, C. L. O.; Característica do Pensamento Algébrico de estudantes do Ensino Médio com equações do 1º grau. **Acta Scientiae**, v.12, n.01, jan./jun. 2010.

BORGATO, K. C.; **O Ensino de Produtos Notáveis e Fatoração de Polinômios:** Uma articulação entre a álgebra e a geometria..Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática. Londrina, 2013, 159 p.

BRASIL. *Ministério da Educação e do Desporto*. **Parâmetros Curriculares Nacionais-** Matemática 5ª a 8ª série. Brasília: SEF, 1998.

RIO GRANDE DO SUL. *Secretaria de Estado da Educação.* Departamento Pedagógico. **Lições do Rio Grande:** Referencial Curricular / Ensino Fundamental. Porto Alegre: SE/DP, 2009.

**CAPÍTULO 6**

# O ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM A PARTIR DO GEOGEBRA

Renata Alves Rodrigues[14]
Johann Silveira Reuse[15]
Patricia Pujol Goulart Carpes[16]

Os bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) - Subprojeto Matemática, propuseram um Curso de Verão, na Universidade Federal do Pampa aos acadêmicos do Campus Itaqui, no qual seriam abordados conceitos e conteúdos necessários para a compreensão dos componentes curriculares de "cálculo", mais precisamente acerca da definição de função, em especial funções de primeiro grau, analisando o comportamento e a construção de seu gráfico. O curso de verão realizou-se no período de fevereiro de 2017, com duração de vinte horas. Sendo este aberto a todo público da Universidade que possuísse dificuldades em componentes curriculares de cálculo diferencial e integral ou adjacentes.

No curso foram abordados os conteúdos de números racionais, números reais, fatoração e simplificação algébrica, funções de 1º grau e do 2º grau. O presente trabalho é um recorte deste curso e apresenta, numa abordagem qualitativa, as atividades potencializadas no quarto dia do curso, com duração de quatro horas, sobre o tema funções de 1º grau.

Esse trabalho teve como ponto de partida a abordagem de uma situação-problema, sendo esta: "Em certa cidade, os taxistas cobram R$2,50 a bandeirada, mais R$1,50 por quilômetro rodado. Como é possível para um passageiro determinar o valor da corrida?"

Tratava-se da relação do preço a pagar em uma viagem de táxi com os quilômetros percorridos e, na sequência, realizando encaminhamentos junto aos participantes do curso para a resolução do problema dado. Um dos encaminhamentos foi a utilização de uma tabela de valores para auxiliar os participantes na compreensão dos acontecimentos no problema, como visto na tabela 1.

---

[14] Acadêmica do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, alves25renata@gmail.com
[15] Acadêmico do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, johannreuse9@gmail.com
[16] Professora/orientadora do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa 0 UNIPAMPA/Itaqui, patriciacarpes@unipampa.edu.br

Tabela 1: Tabela de Valores.

| X | P |
|---|---|
| 0 | 2,5 |
| 1 | 4 |
| 2 | |
| 3,5 | |
| 4 | 8,5 |
| N | |

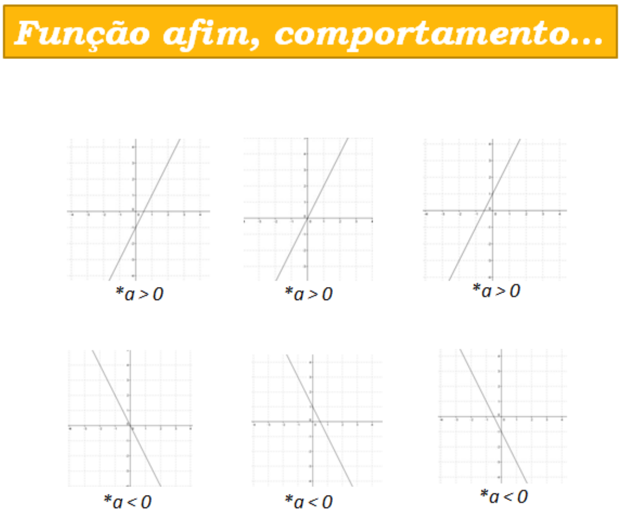
Fonte: da pesquisa.

Sendo assim, para completar a tabela, calculou-se o valor P para alguns valores particulares de x e, consecutivamente, questionou-se sobre a relação entre o preço da corrida (P) com qualquer que seja o número de quilômetros rodados (x). Posteriormente, foi explanada a definição de função e suas particularidades, realizando uma retomada de conceitos fundamentais, como a relação entre domínio, contradomínio e imagem de uma função de 1º grau.

Após, discutiu-se sobre função afim e sua lei de formação $f(x) = ax + b$, analisando a influência de cada parâmetro que $a$ compõe, como por exemplo, o crescimento ou decrescimento da função através do coeficiente $a$ (coeficiente angular), pois, quando o mesmo for maior que zero, a função cresce e quando for menor que zero, a função é decrescente; a intersecção da função com o eixo das ordenadas através do coeficiente $b$; a raiz da equação determinada pela intersecção da reta com o eixo das abscissas; entre outros.

Para isso, explorou-se o comportamento gráfico da função de primeiro grau e, além disso, foram abordadas algumas funções particulares, como por exemplo, a função constante onde o coeficiente a é nulo.

Figura 1: Comportamento da função afim.

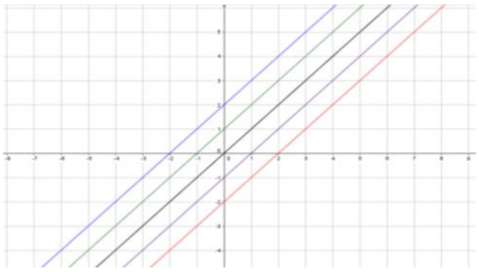



Fonte:  da pesquisa.

Em seguida, utilizando o auxílio do GeoGebra, que é um *software* livre desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática, reunindo geometria, álgebra, gráficos, probabilidade, estatística, entre outros, em um único ambiente virtual, para auxiliar na visualização e compreensão do comportamento gráfico das funções de primeiro grau, através da manipulação do programa computacional pelos bolsistas ministrantes, juntamente com as atividades propostas no decorrer do curso.

Essas atividades abordaram uma investigação referente à translação da função de primeiro grau com relação aos eixos cartesianos e a variação do coeficiente angular que determina a inclinação da função. Para tanto, na primeira atividade gerou-se através do *software*, o gráfico da função $f(x) = x$ e, logo após, variou-se para $f(x) = x + 1$ e consecutivamente para $f(x) = x + 2$, $f(x) = x - 1$ e $f(x) = x - 2$ a fim de analisar o comportamento da função de primeiro grau através de translações conforme figura 2.

Figura 2: Representação das translações através do GeoGebra.

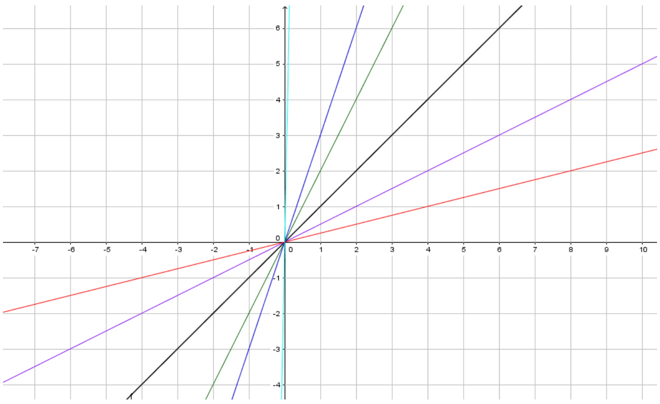


Fonte: da pesquisa.

Para conduzir a investigação, foram realizados os seguintes questionamentos aos estudantes: a) Em que ponto do eixo $y$ ocorre a intersecção da reta, ou seja, qual o valor correspondente à $x = 0$? b) O que acontece com os valores de $y$ quando acréscimos iguais são dados aos seus valores correspondentes $x$? c) Para quais valores de $x$, cada uma das funções assume valores positivos, negativos ou zero? d) Em que ponto do eixo $x$ ocorre a intersecção de cada reta com esse eixo? Assim como determinar o domínio, o contradomínio e a imagem de cada uma das funções.

Em seguida, como na atividade posterior, realizou-se a alteração da função sendo esta definida como $f(x) = x$, e então modificada para $f(x) = 2x$, e sucessivamente para $f(x) = 3x$, $f(x) = \frac{1}{2}x$ e $f(x) = \frac{1}{4}x$, verificando assim a variação comportamental associada à inclinação da função com relação aos eixos do plano cartesiano conforme figura 3.

Figura 3: Representação das inclinações através do GeoGebra.



Fonte: da pesquisa

Na sequência, questionou-se se esses gráficos têm algum ponto em comum? O que acontece com os valores de $y$ quando acréscimos iguais são dados aos seus valores correspondentes $x$? Em que ponto do eixo $y$ ocorre a interseção de cada uma das retas esboçadas? Para quais valores de $x$, cada uma das funções assume valores positivos, negativos ou zero? Em que ponto do eixo $x$ ocorre a intersecção de cada reta com esse eixo, isto é, para cada uma das funções, qual o valor correspondente a coordenadora $y = 0$? O que acontece com o gráfico, quando o valor do coeficiente de $x$ aumenta? O que acontece com o gráfico, quando o valor do coeficiente $x$, embora positivo, diminui? E, ainda, determinar o domínio, o contradomínio e a imagem de cada uma das funções.

A proposta desta aula do curso de verão teve o intuito de amenizar as lacunas de aprendizagem relativa a conceitos básicos, tais como: conceito de função, variação dos coeficientes da função, construção do gráfico a partir de pontos notáveis da função e análise do comportamento da função no seu domínio.

Durante o curso, foi possibilitado aos acadêmicos um espaço para apresentar e amenizar suas dúvidas. Deste modo, gera-se a expectativa de que no andamento dos próximos semestres haja uma maior facilidade na compreensão dos conteúdos, tornando a aprendizagem significativa e satisfatório o aproveitamento nos componentes curriculares de cálculo diferencial e integral ou adjacentes.

Ressalta-se que este curso foi promovido pelo PIBID, desenvolvendo um dos objetivos do programa que é a interação entre o mesmo e a própria Instituição de Ensino. Agregando, ainda aos participantes, além de um apoio a suas dificuldades básicas de matemática um certificado de 20 horas de atividades complementares de graduação (ACG).

**CAPÍTULO 7**

# ANALISANDO O COMPORTAMENTO DOS PARÂMETROS DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Mayara Marques Lunardi[17]
Verônica Pereira Stivanin[18]

O presente trabalho desenvolveu-se a partir da quinta aula do Curso de Verão promovido pelo PIBID, no qual tem por objetivo desenvolver atividades que potencializem a compreensão do conceito de função quadrática, para a partir deste evidenciar as principais dificuldades e as possíveis lacunas que acompanham os estudantes ao ingressar no ensino superior.

Diante do exposto salientamos que o conceito de Função Quadrática é abordado no 1° ano do Ensino Médio, como consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 1998), sendo algumas de suas propriedades desenvolvidas ainda nos anos finais do Ensino Fundamental.

A partir de nossas vivências/ experiências como bolsistas do PIBID e em estágios desenvolvidos, observamos a resistência que há com relação a atividades que envolvam construção gráfica, interpretação gráfica e transformação do gráfico para o algébrico. Assim como, observamos como o tempo predisposto para o desenvolvimento deste conceito dentro das escolas é curto, para desenvolver e construir alguns conceitos, especialmente o conceito de função.

Considerando o conceito de função Lenartovicz (2013, p.4) salienta que "é algo de difícil compreensão para estudantes nos mais variados níveis de escolarização. Isso ocorre porque, para compreender este conceito, é necessário que o estudante domine várias estruturas representacionais matemáticas."

Sendo assim, procuramos reconhecer os conhecimentos já adquiridos de função quadrática dos acadêmicos que ingressam no Ensino Superior. Para isso desenvolvemos um estudo a cerca do conceito de função objetivando fundamentar a escrita.

---

[17] Acadêmica do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Bolsista PIBID- Subprojeto Matemática, mayaralunardi@gmail.com
[18] Acadêmica do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, veronicastivanin.pibid@gmail.com

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio destaca a importância do conceito de função, pois está presente no nosso cotidiano, como por exemplo, na conta de luz paga todos mês, com isso salienta:

> [...] ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 1988, p.44)

Destacamos também que para Viseu e Nogueira (2014, p.50) o estudo de funções "potencializa o desenvolvimento da capacidade, tanto para compreender enunciado escritos quanto para traduzir informações contidas em gráficos".

Considerando que uma das principais dificuldades dos estudantes são as conversões, em especial, do gráfico para o algébrico e vice versa, considerando também que os estudantes muitas vezes estão presos a "padrões", ou ainda a memorização de regras e a mecanização de procedimento, salientamos como Duval (2003) entende e evidencia que as representações dos objetos matemáticos são semióticos e a importâncias das representações semióticas para as atividades de matemática, no qual evidencia que as representações de um mesmo objeto matemático potencializa a construção do conhecimento.

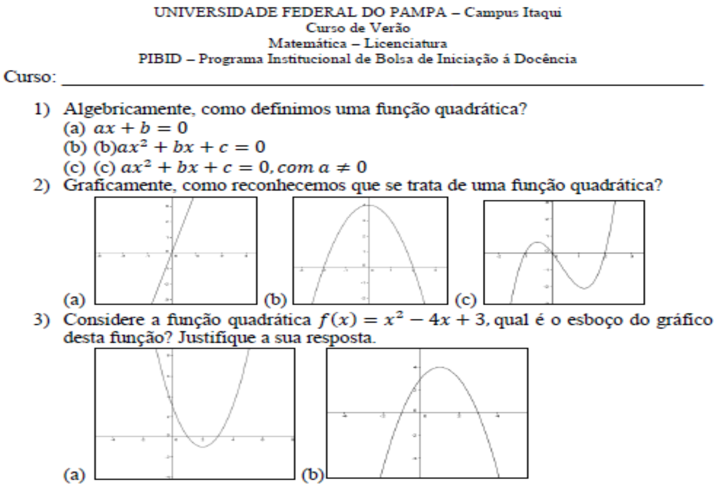
> A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação. (DUVAL, 2003, p.14)

Duval (2003) afirma que as atividades de matemática deveriam ser investigadas por meio das transformações de representações semióticas, salientando que "o desenvolvimento das representações semióticas foi a condição essencial para a evolução do pensamento matemático" (DUVAL, 2003, p.13). E evidencia estas transformações com tratamento e conversão. No qual se entende que as transformações de representações são as que ocorrem em um mesmo registro, e as conversões são transformações de representações que consistem na mudança de registro conservando o mesmo objeto matemático.

Diante do exposto desenvolvemos neste curso uma aula com sete atividades e dois questionários com estudantes dos cursos de Agronomia, Engenharia em Agrimensura, Matemática-Licenciatura, Ciências e Tecnologias em Alimentos e Bacharelado Interdisciplinar em Ciências e Tecnologias, totalizando 30 estudantes.

Para tal num primeiro momento, elaboramos o questionário I (Figura 1), no intuito de compreender se os mesmos tinham a noção básica de função quadrática, ou seja, a definição e o reconhecimento gráfico da mesma.

Figura1: Questionário I



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA – Campus Itaqui
Curso de Verão
Matemática – Licenciatura
PIBID – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência

Curso: ________________________________

1) Algebricamente, como definimos uma função quadrática?
(a) $ax + b = 0$
(b) (b)$ax^2 + bx + c = 0$
(c) (c) $ax^2 + bx + c = 0, com\ a \neq 0$
2) Graficamente, como reconhecemos que se trata de uma função quadrática?
(a) (b) (c)
3) Considere a função quadrática $f(x) = x^2 - 4x + 3$, qual é o esboço do gráfico desta função? Justifique a sua resposta.
(a) (b)

Fonte: Arquivo pessoal

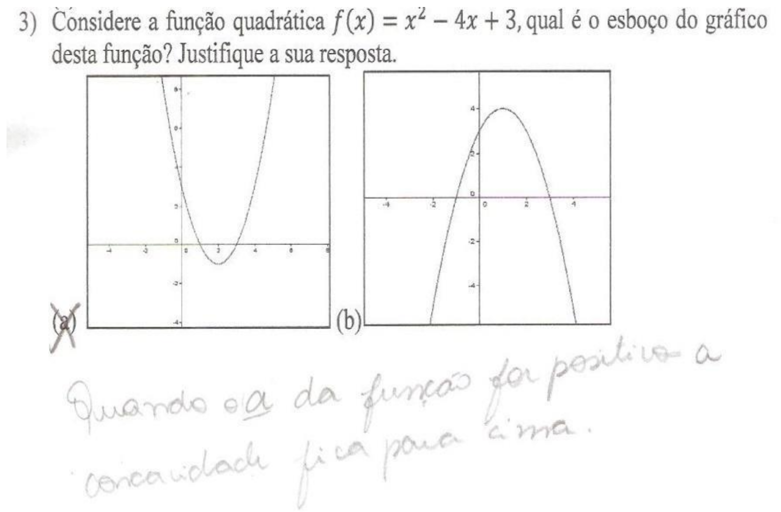
Podemos observar na figura acima que a atividade 1 era relacionada a definição, na alternativa (a) a definição era de uma função afim, na alternativa (b) não salientava que o $\boldsymbol{a} \neq \mathbf{0}$, sendo assim não garantia que se tratava de uma função quadrática. Logo a alternativa correta era a (c). Na qual 60% dos estudantes responderam corretamente.

Na atividade 2, pedia para reconhecer graficamente uma função quadrática, ou seja, observar quantas vezes o eixo x é interceptado. Com isso, apenas visualmente notamos que a alternativa (a) é uma função afim, a alternativa (b) é uma quadrática e a alternativa (c) é uma cúbica. Logo a alternativa correta era a (b), e 73,33 % dos estudantes responderam corretamente.

A atividade 3, necessitava de uma justificativa, esta com intuito de compreender o significado que os estudante atribuem para os dados presentes na construção gráfica. Porém observou-se que poucos compreendem e atribuem significado para os coeficientes de uma função quadrática, ou seja, não reconhecem que o coeficiente $\boldsymbol{a}$ indica se a parábola é voltada para cima ou para baixo, o coeficiente $\boldsymbol{b}$ indica se o eixo $\boldsymbol{y}$ intercepta a parábola no ramo crescente ou decrescente e o coeficiente c indica o valor que a parábola intercepta o eixo $\boldsymbol{y}$. Com isso, observou-se que muitas resoluções foram de forma errônea e poucas com justificativas.

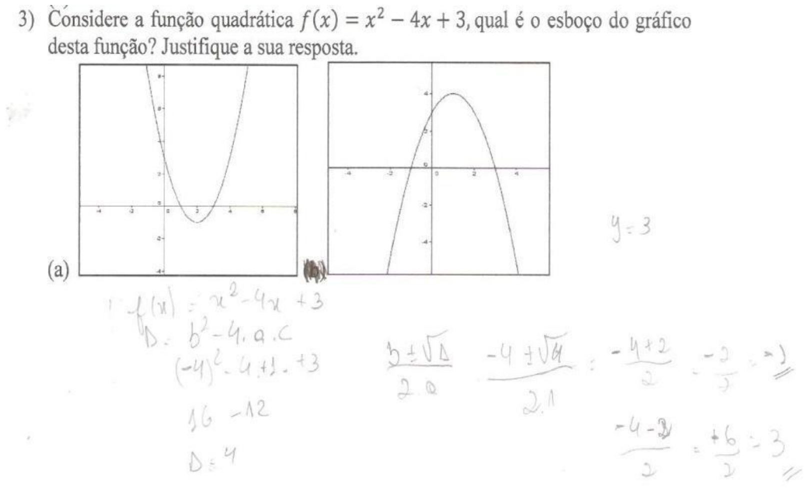
Dos 30 questionários respondidos, 54,8% responderam de forma correta (Figura 2) a atividade 3, porém algumas sem justificativas. Com relação aos que foram respondidos de forma errônea, e para reafirmar o que havíamos salientado, ou seja, a incompreensão dos dados obtidos, ressaltamos a resolução de um dos estudantes com relação a atividade 3, pois o mesmo desenvolveu a fórmula de Baskara, tendo dificuldades com regras de sinal, não encontrou as raízes corretamente, mas também não atribuiu significado a construção gráfica, marcando assim a alternativa incorreta (Figura 3).

Figura 2: Atividade 3 desenvolvida corretamente




Fonte: Arquivo pessoal

Figura 3: Atividade 3 desenvolvida de forma errônea

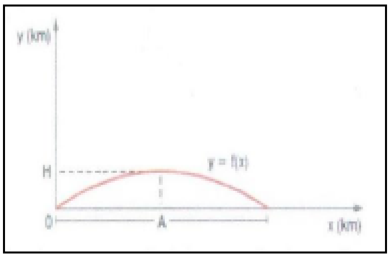



Fonte: Arquivo pessoal

Após o desenvolvimento deste questionário, em um segundo momento, foram propostas 7 (sete) atividades para serem trabalhadas, tendo ênfase na conversão do registro gráfico para o algébrico, destacamos a figura 4, sendo a mesma contextualizada com um fenômeno físico, seguindo a orientação do PCN por se tratar de um documento importante que norteia/sugere a organização dos conteúdos a serem desenvolvidos na escola. Vale ressaltar que não obtemos os registros das resoluções destas atividades, considerando que este momento teve por objetivo retomar propriedades e amenizar dúvidas com relação ao conceito de função quadrática, especialmente o estudo do gráfico.

Figura 4: Atividade proposta

(7) O gráfico da função $y = f(x) = -\frac{1}{200}x^2 + \frac{1}{5}x$, representado na figura abaixo, descreve a trajetória de um projétil, lançado a partir da origem.



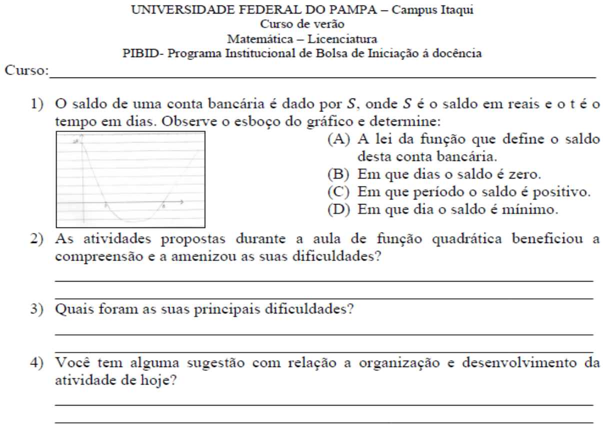

Sabendo-se que x e y são dados em quilômetros, a altura máxima H e o alcance A do projetil são, respectivamente:

(A) 2 km e 40 km
(B) 40km e 2 km
(C) 10 km e 2 km
(D) 2 km e 20 km

Fonte:<**https://docente.ifrn.edu.br/igornundisciplinas/1oano_ensino_medio/funcao_do_2o_grau/exercicios_funcao_do_2o_grau**>
Acesso em 02 de fevereiro de 2017.

Para um terceiro momento, elaboramos outro questionário (Figura 5), no qual teve por objetivo observar se o desenvolvimento das atividades propiciou a compreensão do conceito de função quadrática, especialmente a construção gráfica, assim como evidenciar e avaliar o planejamento elaborado.

Figura 5: Questionário II


UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA – Campus Itaqui
Curso de verão
Matemática – Licenciatura
PIBID- Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à docência

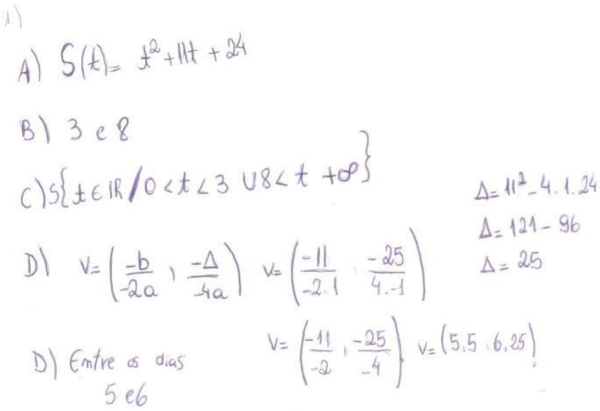
Curso:________________________________________

1) O saldo de uma conta bancária é dado por $S$, onde $S$ é o saldo em reais e o t é o tempo em dias. Observe o esboço do gráfico e determine:
   (A) A lei da função que define o saldo desta conta bancária.
   (B) Em que dias o saldo é zero.
   (C) Em que período o saldo é positivo.
   (D) Em que dia o saldo é mínimo.
2) As atividades propostas durante a aula de função quadrática beneficiou a compreensão e a amenizou as suas dificuldades?
3) Quais foram as suas principais dificuldades?
4) Você tem alguma sugestão com relação a organização e desenvolvimento da atividade de hoje?

Fonte: arquivo pessoal.

Deste questionário foram categorizadas apenas a atividade 1, pois as demais atividades necessitavam de respostas pessoais. Sendo assim, observou-se a resistência que os estudantes têm em responder questões que envolvem a conversão do registro gráfico para o algébrico, contudo a alternativa (a) que pedia a lei da função foi resolvida apenas por 3 estudantes, e nenhuma destas foram resolvidas corretamente, ocorrendo equívocos com relação a sinais (Figura 6) e a não compreensão dos dados propostos no gráfico (Figura 7).

Figura 6: Atividade 1 do questionário II com alguns erros


1)

A) $S(t) = t^2 + 11t + 24$

B) 3 e 8

C) $S\{t \in \mathbb{R} / 0 < t < 3 \cup 8 < t + \infty\}$

$\Delta = 11^2 - 4.1.24$

$\Delta = 121 - 96$

$\Delta = 25$

D) $V = \left(\frac{-b}{-2a}, \frac{-\Delta}{-4a}\right)$ $V = \left(\frac{-11}{-2.1}, \frac{-25}{4.-1}\right)$

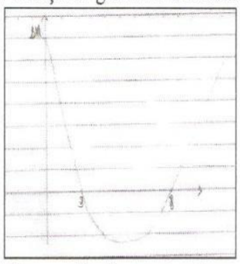
$V = \left(\frac{-11}{-2}, \frac{-25}{-4}\right)$ $V = (5.5, 6.25)$

D) Entre os dias 5 e 6

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 7: Resolução das atividades 1do questionário II

1) O saldo de uma conta bancária é dado por $S$, onde $S$ é o saldo em reais e o t é o tempo em dias. Observe o esboço do gráfico e determine:




(A) A lei da função que define o saldo desta conta bancaria. $S(t) = t^2 + 3t + 24$

(B) Em que dias o saldo é zero. 3 e 8

(C) Em que período o saldo é positivo. $S\{t \in \mathbb{R} / 0 < t < 3 \cup 8 < t < +\infty\}$

(D) Em que dia o saldo é mínimo.

Fonte: Arquivo pessoal

As atividades que necessitavam de uma resposta pessoal e que tinham por objetivo observar quais as dúvidas e se as atividades propiciaram a compreensão do conceito, evidenciamos uma ênfase em dúvidas relacionadas a interpretação gráfica e regras de sinais. As demais atividades tinham ênfase na “avaliação” do planejamento e na postura apresentada, na qual contribuiu para o nosso crescimento pessoal e profissional.

Diante do exposto salientamos as dificuldades e as lacunas que os estudantes apresentam quando ingressam no ensino superior, especialmente no conceito de função quadrática, na qual a incompreensão da definição do conceito é observada frequentemente. Nota-se que os estudantes sabem desenvolver a conversão do registro algébrico para o gráfico, porém não compreendem a necessidade de desenvolver a transformação do registro gráfico para o algébrico, assim ressalta-se a resistência que os estudantes tiveram em desenvolver as atividades. Por fim, destacamos que as atividades que envolvem as transformações de registros, para Duval potencializam a compreensão do conceito, assim como possibilita análise de padrões e evita resoluções a partir de procedimentos mecânicos.

## REFERENCIAS

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: ensino médio. Brasília: MEC, 2000.

DUVAL, Raymond**. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica. Campinas, SP: Papirus, p. 11-33, 2011.

LENARTOVICZ, I. G. **Aplicação da teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval no estudo de funções polinomiais do 1º grau no curso de Administração.** 2013. VII CIBEM, Montevideo (Uruguay), 2013.

NUNES, I. B.D. **Lista de exercícios**: Disciplina de Matemática I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia. Disponível em <**https://docente.ifrn.edu.br/igornunes/disciplinas/1oano_ensino_medio/funcao_do_2o_grau/exercicios_funcao_do_2o_grau**>. Acesso em 02 de fevereiro de 2017.

VISEU, F.A.V. NOGUEIRA, D. Desenvolvimento do pensamento algébrico de uma alunado 10° ano. **REVEMAT**, Florianópolis (SC), v.9, n.2, p.23-56, 2014.

## CAPÍTULO 8

## O JOGO DOS DOIS DADOS HONESTOS

Anderson Braga Lopes[19]
Patrícia Pujol Goulart Carpes[20]
Denise Cardoso Bortolotto[21]

### 1. Contextualização da proposta

Este trabalho tem por objetivo relatar a proposta realizada com uma turma de terceiro ano do Ensino Médio da Escola conveniado ao PIBID sobre o tema probabilidade. Especificamente sobre eventos, experimentos aleatórios, algoritmos e fórmulas. A proposta é de que através da ferramenta lúdica pedagógica, que é o jogo, os alunos tenham a percepção na prática desses conceitos acerca de probabilidade. Além de perceber a presença da probabilidade no dia a dia as suas aplicabilidades. A aula deu-se através do jogo de dados oportunizando aos alunos entenderem e refletirem mais conscientemente sobre eventos, espaço amostral e probabilidades.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais + do Ensino Médio Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias – PCNEM (BRASIL, 2002) propõe que os conteúdos envolvendo possibilidades e cálculos de probabilidade e habilidades em:

> • Reconhecer o caráter aleatório de fenômenos e eventos naturais, científico tecnológicos ou sociais, compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de prever resultados.
> • Quantificar e fazer previsões em situações aplicadas a diferentes áreas do conhecimento e da vida cotidiana que envolvam o pensamento probabilístico. Possibilidades; cálculo de probabilidades.
> • Reconhecer o caráter aleatório de fenômenos e eventos naturais, científico tecnológicos ou sociais, compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de prever resultados.
> • Quantificar e fazer previsões em situações aplicadas a diferentes áreas do conhecimento e da vida cotidiana que envolvam o pensamento probabilístico.
> • Identificar em diferentes áreas científicas e outras atividades práticas modelos e problemas que fazem uso de estatísticas e probabilidades. (p. 124- 125)

[19] Acadêmico do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Bolsista PIBID- Subprojeto Matemática, email: abl.net.com.br@gmail.com
[20] Professora/orientadora do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, patriciacarpes@unipampa.edu.br
[21] Supervisora do PIBID, professora do CESP/ Itaqui, email uabdenise@gmail.com

A aplicação desse jogo teve o objetivo de ampliar as linhas de raciocínio por parte dos alunos e despertar o interesse no conhecimento matemático de uma forma diferenciada e, assim, passarem a ter uma visão com mais afinidade a respeito da matemática e reconhecer a presença dela em nosso cotidiano. E, ainda, como Grando aponta:

> Ao analisarmos os atributos e/ou características do jogo que pudessem justificar sua inserção em situações de ensino, evidenciasse que este representa uma atividade lúdica, que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, e envolve a competição e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites e suas possibilidades de superação de tais limites, na busca da vitória, adquirindo confiança e coragem para se arriscar. Quando são propostas atividades com jogos para alunos, a reação mais comum é de alegria e prazer pela atividade a ser desenvolvida. O interesse pelo material do jogo, pelas regras ou pelo desafio proposto envolvem o aluno, estimulando-o à ação. (GRANDO, 2001, p.3)

Diante do exposto, a seguir é apresentado a atividade que explora conceitos da probabilidade via um jogo de dados.

## 2. A proposta pedagógica: o jogo de dados

O presente jogo é adaptado do canal (site) estude matemática. Os materiais necessários são 6 dados numerados de 1 a 6 e 3 folhas brancas. O jogo consiste em 4 rodadas e cada jogador escolhe um número entre 2 e 12, onde cada participante lança dois dados e a maior frequência da soma obtida é o vencedor.

A atividade foi desenvolvida em dois períodos de aula e a turma foi disposta em 3 grupos. Para iniciar o jogo, o aluno de cada grupo deve escolher um número entre 2 a 12, números distintos no mesmo grupos. Os números são de 2 a 12 pois são as possíveis soma de dois números de um dado numerado de 1 a 6. Após, cada grupo, deve anotar em uma folha o nome e o número escolhido por cada aluno e sortear a ordem de jogada de cada participante. São 4 rodadas. Em cada rodada, cada jogador lança os dois dados simultaneamente e a soma obtida é dado a pontuação a quem escolheu aquele número.

A seguir, a critério de simulação, será apresentado uma rodada desse jogo. Para iniciar o jogo o participante **A** escolhe o número *7*, o **B** escolhe o *5*, o **C** escolhe 9, o **D** escolhe *11*, o **E** escolhe *8*,o **F** escolhe *10, o* ***G*** escolheu 6, o **H** escolheu o 4. O participante A joga os dados e o somatório resulta 4, logo marca-se um ponto para o participante *H,* este participante que jogou passa a vez para o da sua direita no caso o B, que joga os dados e o somatório resulta 6, marca-se ponto para o participante G, o Participante C joga os dados e o somatório da 9, logo ele marca um ponto pra si mesmo pois este escolheu o número 9, o D tira 12 e não marca ponto pra ninguém pois ninguém escolheu este número, o E tira um somatório 3 não marca ponto para ninguém porque ninguém escolheu esse número, o F tira o somatório 7 e marca-se ponto para o A, o G tira 6 e marca ponto para si mesmo, o H tira o somatório 7 e marca-se ponto para o participante A. Após 4 rodadas compare-se as anotações e o número que mais saiu.

Após os 3 grupos realizarem as 4 rodadas será registrado no quadro os resultados obtidos e verificado quem mais pontuou. A moral do jogo são os alunos perceberem que não se ganha na sorte, existe uma probabilidade maior em ganhar com a soma 7 e após com as somas 6 ou 8. A partir do registro no quadro, as seguintes perguntas cabem ser feitas aos alunos/jogadores:

a) Foi perguntado aos alunos se há sorte neste jogo? Ou se há uma tendência de soma ocorrer mais vezes? A maioria dos alunos nesse momento falou que havia sorte.
*b)* Alguma soma se repetiu mais? Sim, provavelmente a soma 7, 6 ou 8 foi o evento que mais ocorreu.
*c)* Quais possibilidades desse sequenciamento ocorrer? Quando os dados dispuserem no sequenciamento 5+2, 3+4, 4+3, 1+6, 2+5, 6+1.
*d)* Qual a 2°soma que mais ocorreu? Foi sequenciamento de *soma 6 e soma 8.*
*e)* Quais as somas que ocorreram nesse jogo? As somas apresentadas nas jogadas nesse jogo foram igual ao espaço amostral, ou seja *2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12.*

Diante do exposto, foi elaborado o quadro 1 onde identifica-se todas as possibilidades (eventos) e o número de vezes que ela ocorre.

Quadro 1: Possibilidades do experimento

| B<br>V | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** |
| **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
| **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** |
| **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |

Fonte: da pesquisa.

Ainda havendo os questionamento aos alunos, tais como:

a) Qual o total de eventos ocorridos? Trinta e seis logo, o espaço amostral desse experimento são de 36 possibilidades.

Logo, é possível determinar quantas vezes um evento ocorre em relação ao total de eventos. Por exemplo, pode ocorrer a soma dois ao lançar dois dados apenas com um duplo dois e isso representa $\frac{1}{36}$, ou seja, a probabilidade que a cada 36 arremessos existe 1 possibilidade dissso ocorrer (1+1).

b) O evento que mais ocorreu foi a soma 7, qual a probabilidade desse evento ocorrer? Este evento tem um sexto de chance de ocorrer 6/36 logo 1/6 ou seja 16,6%. em percentagem
c) Probabilidade da soma 6 ou 8 ocorrerem? A possibilidade desse evento ocorrer cinco vezes para cada 36 possibilidade, 5/36 logo ou seja 13,9%. Em percentagem
d) Qual a probabilidade da soma 5 ou 9 ocorrerem? A possibilidade disso ocorrer é de uma vez a cada nove tentativas, 4/36 logo 1/9, ou seja, 11,1.% sua percentagem.

## 3. Alcances da proposta pedagógica

O jogo contou com a participação de vinte alunos divididos em três grupos, dois desses grupos formado por oito alunos e um por sete alunos. Na percepção dos autores, o jogo foi muito importante para que eles pudessem ter uma visão prática do estudo que estava sendo realizado. Houve um vencedor dos três grupos participantes. No final houve três perguntas a respeito do jogo, a primeira foi se os dados eram honestos? Alguns responderam que sim outros não. A segunda se foi sorte por parte do vencedor a escolha do número? A maioria dos alunos responderam que não, que o número 7 tinha mais chance de ocorrer. A terceira pergunta foi o porquê o sequenciamento somatório 7 tinha mais chance de se formar? Então alguns alunos responderam que era pela probabilidade sim, era um número mais propenso a sair, os alunos realizaram cálculos sobre a probabilidade de cada somatória relacionando os percentuais de cada soma ocorrer. Sendo assim, conclui-se que o jogo teve a participação de todos e pode trazer até eles na prática um entendimento melhor sobre probabilidade, sendo assim concluiu-se que o jogadores não tiveram nenhum controle estratégico sobre os resultados obtidos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria da educação Básica**. Orientações Curriculares para o Ensino Médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**.** Brasília, MEC, 2006.

GRANDO, Regina Célia. **O jogo na educação: aspectos didático metodológicos do jogo na educação matemática**. Unicamp, 2001.

**CAPÍTULO 9**

# MÁQUINA DAS FUNÇÕES: UMA RELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS

Crisleny Santana Marques[22]
Tayná Melo Patias[23]
Patricia Pujol Goulart Carpes[24]
Cristina Cunha Couto[25]

O presente trabalho foi desenvolvido em duas turmas de 1º ano do Ensino Médio durante as aulas de monitoria do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), que tem como parceiro o Colégio Estadual São Patrício localizado no município de Itaqui/RS.

Nesta aula de monitoria reunimos as duas turmas, onde aplicou-se uma sequência de atividades abordando o conceito de funções intitulada de "Máquina das Funções", adaptada pelas autoras do trabalho Borba (2008), com o objetivo de potencializar o estudo deste tema desenvolvido pela professora regente da turma e, desta forma, buscando suprir as dificuldades dos estudantes.

De modo geral, a matemática é vista como um "bicho de sete cabeças" pelos estudantes do Ensino Médio e do Ensino Fundamental, já que eles apresentam grandes dificuldades em seus cálculos e interpretações. Assim, é importante que o professor desta disciplina procure métodos que auxiliem, por exemplo, na compreensão de definições ou situações problemas e que façam parte da realidade desses alunos. Como destaca os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p. 40)

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e

---

[22] Acadêmica do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Bolsista PIBID- Subprojeto Matemática, crislenysantana@gmail.com
[23] Acadêmica do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Bolsista PIBID- Subprojeto Matemática, taynamelopatias@gmail.com
[24] Professora/orientadora do Curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Coordenadora de área do PIBID- Subprojeto Matemática - patriciacarpes@unipampa.edu.br
[25] Professora/supervisora - Professora/regente do colégio parceiro.

enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais.

Desta forma, a disciplina de matemática irá contribuir para o desenvolvimento social, cultural e cognitivo dos indivíduos. Assim como a Língua Portuguesa, História, Geografia, Biologia, Línguas Estrangeiras, e etc.

Com o auxílio de outras metodologias podemos estimular os estudantes, proporcionando uma aprendizagem mais proveitosa, visto que, é possível atraí-los quando é apresentado algo diferente. Assim, propomos aos estudantes atividades que os instiguem a resolvê-las, tornando-os independentes e participativos durante a aula.

Tratando-se do ensino de funções as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2006, p.121) destaca que "o estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática".

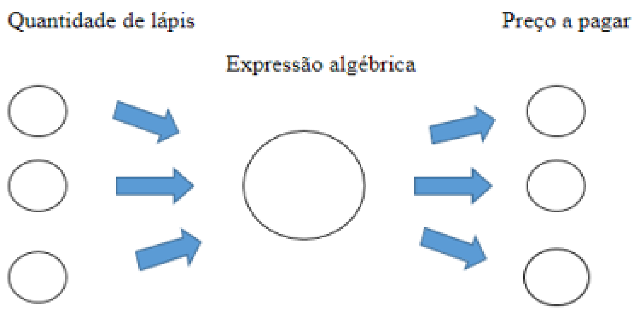
Na passagem da aritmética para a álgebra acontecem equívocos, ao passo que, em um primeiro momento os alunos manipulam apenas números e, posteriormente, as letras tornam-se parte dos cálculos. Assim, por ser um conteúdo abstrato, seu estudo é complexo e traz grandes desafios ao(s) professor(s).

Diante do exposto, elaborou-se uma sequência de atividades consiste em exercícios de aplicação alcançando o conceito de funções. No dia da realização da atividade, havia 40 alunos, onde organizamos a turma em duplas e foram entregues uma folha A4 com frente e verso possuindo exercícios, onde cada dupla deveria ter calculadora, lápis, borracha e caneta para a resolução da atividade em dois períodos (totalizando 90 minutos).

A primeira e a segunda atividade, propunha estudar os primeiros conceitos do objeto matemático funções, sendo a definição de função, as variáveis envolvidas, o seu domínio e o conjunto imagem. As atividades foram entregues impressas conforme quadro 1 e quadro 2.

Quadro 1 – Atividade 1 proposta aos alunos

João quer comprar alguns lápis e pagará R$ 3,00 por cada. Para facilitar seus cálculos criou o seguinte esquema abaixo.




Considerando o esquema acima, reflita e represente no esquema.

a) Se João comprar 2 lápis, quanto pagará?
b) Se ele comprar 5 lápis?
c) E se, comprar 23 lápis?
d) Com base nos cálculos realizados anteriormente, escreva no círculo central qual a expressão algébrica que representa o valor pago por x lápis.

Fonte: das autoras

Ainda sobre a atividade 1, propondo uma reflexão sobre os resultados apresentados, foram abordadas as questões abaixo.

Quadro 2 – Questões que propunham uma melhor compreensão da Atividade 1

1) João pode comprar uma quantidade qualquer de lápis, ou seja, 1, 2, 3, 4, ...? Dessa forma, a quantidade de lápis é uma variável independente ou dependente? Por que chamamos a quantidade de lápis de uma variável?

2) Qual conjunto numérico representa as quantidades possíveis de lápis?

3) É possível João gastar R$ 16,00 comprando apenas lápis? Justifique.

4) O preço a pagar está diretamente relacionado com o que?

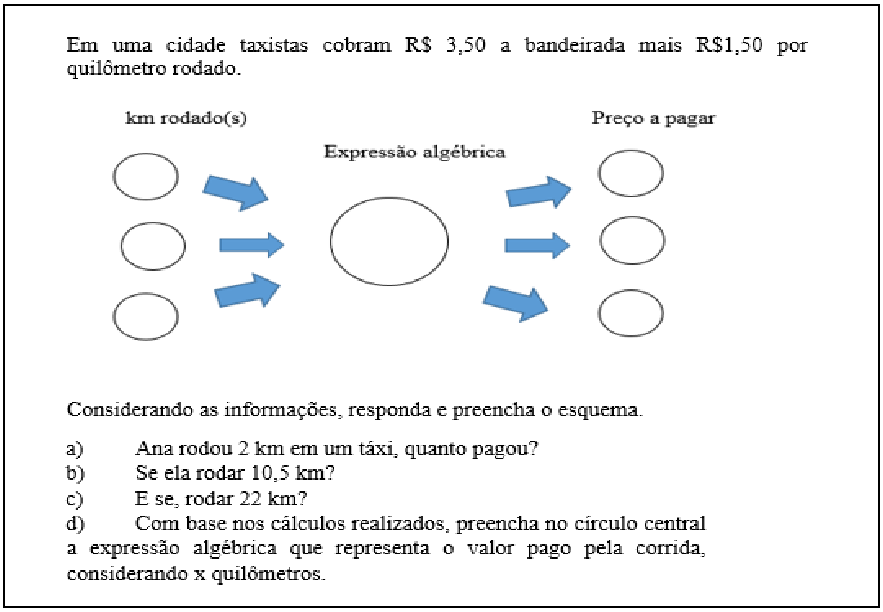
5) Sendo P o preço e x a quantidade de lápis, a expressão $P(x) = 3x$, significa o quê? E $P(9) = 27$?

6) Por que os valores $P(x)$ não assumem valores negativos? Além disso, podem assumir valores fracionários?

Fonte: das autoras

Após foi proposto a atividade 2 nos mesmos moldes da atividade anterior no intuito de retomar e ampliar a compreensão do objeto matemático função.

Quadro 3 – Atividade 2 proposta aos alunos


Em uma cidade taxistas cobram R$ 3,50 a bandeirada mais R$1,50 por quilômetro rodado.



Considerando as informações, responda e preencha o esquema.

a) Ana rodou 2 km em um táxi, quanto pagou?
b) Se ela rodar 10,5 km?
c) E se, rodar 22 km?
d) Com base nos cálculos realizados, preencha no círculo central a expressão algébrica que representa o valor pago pela corrida, considerando x quilômetros.

Fonte: das autoras

Ainda sobre a atividade 2, propondo uma reflexão sobre os resultados apresentados, foram abordadas as questões abaixo.

Quadro 4 – Questões que propunham uma melhor compreensão da Atividade 2

Agora responda:

1) Qual grandeza varia? Quem depende de quem?
2) Se Ana pagar R$42, então o táxi percorreu quantos km?
3) Qual conjunto numérico representa as possibilidades de quilômetro rodado?
4) A relação entre as grandezas é um exemplo de função? Por quê?

Fonte: das autoras

Durante a resolução das atividades, os alunos demonstraram dificuldades em relação a questões que envolviam variáveis, pois não sabiam identificar de maneira clara o que era variável independente e variável dependente. Também expressaram dificuldades em vínculo a conjuntos numéricos, pois o conteúdo não era evidente para os estudantes.

A aula foi organizada em dois momentos sendo no primeiro momento os exercícios foram lidos e explicados para a turma, em seguida os alunos começaram as resoluções dos mesmos. Durante a resolução da atividade, boa parte dos alunos apresentaram dificuldades no conhecimento dos conjuntos numéricos e identificar os dados e a expressão algébrica que o exercício solicitava.

No segundo momento foi realizada a correção da atividade no quadro branco, onde procuramos minimizar as dúvidas dos alunos e enfatizar o conceito inicial de funções.

Na aplicação da atividade foi observado que a metodologia do professor influencia, de certa forma, na aprendizagem do aluno, pois uma mera atividade impressa com alguns exercícios despertou interesse e curiosidade nos alunos da turma, uma boa parte da turma se dedicou ao máximo à atividade.

## Considerações finais

Buscamos com a presente atividade, potencializar os conceitos iniciais de função, onde já havia sido desenvolvido pela professora regente da turma, desta forma, buscando suprir as dificuldades dos estudantes.

Percebemos que a forma como professores abordam determinados conceitos matemáticos, e neles está incluso o de função, torna-se dificultoso e abstrato compreender/aprender estes conceitos, por este motivo, propomos a atividade intitulada “Máquina das Funções”.

De certa forma, vivenciamos constantes mudanças no sistema educacional, consequentemente, no processo de ensino e aprendizagem, devido a essas mudanças, professores buscam por novas metodologias de ensino, que auxiliem no aprendizado dos estudantes.

Portanto, tratando-se da aplicação da atividade, destacamos que os alunos surpreenderam-nos na realização da mesma, pois, não era esperado que realizassem com tamanho empenho e dedicação. Esse fato contribuiu com a ideia de que novas metodologias e maneiras de ensinar precisam ser, mais vezes, utilizadas em sala de aula.

## REFERÊNCIAS

BORBA, F. M. **Jogos Matemáticos para o Ensino de Função.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil – Canoas, 2008.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio. Ministério da Educação, 1997.

BRASIL, Secretaria da educação Básica**. Orientações Curriculares para o Ensino Médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**.** Brasília, MEC, 2006.

## CAPÍTULO 10

## RETOMANDO OS NÚMEROS INTEIROS A PARTIR DE JOGOS

Daiane Almeida Brazeiro de Matos[26]
Juliana Silveira Veppo[27]
Patricia Pujol Goulart Carpes[28]

### 1. Contextualização da proposta

As atividades de ensino e aprendizagem envolvendo as operações com números inteiros foram realizadas por meio de dois jogos, sendo o de Dama dos Números Inteiro e a Corrida Divertida da Matemática com os alunos do 7° ano do ensino fundamental em um colégio estadual do município de Itaqui/RS durante as aulas de monitoria do Subprojeto Matemática – PIBID – Universidade Federal do Pampa.

Neste trabalho aborda-se o jogo Damas dos Números Inteiro adaptado do jogo de damas dos sinais realizados com uma turma do 7° ano com o objetivo de explorar as operações de soma de subtração de números inteiros, mais especificamente trabalhar as expressões numéricas, bem como, ainda, explorar o conceito de números inteiro como: os sinais de devo e tenho nas operações de soma de subtração e envolvendo o sinais na multiplicação (SANTOS; SILVA, 2015).

O jogo Corrida Divertida da Matemática, adaptado do jogo Corrida Algébrica que tinha como objetivo de trabalhar as operações com números inteiros e tornar o aprendizado da álgebra mais simplificado a partir da familiarização de variáveis e valor numérico utilizado com uma turma do 8° ano disponível no site: www.mat.ufmg.br/~lem/jogos1.html. A Corrida Divertida da Matemática pode envolver outros conteúdos, mas neste tem como objetivo de explorar as operações com números inteiros como adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação e os sinais com o intuito de resolver as expressões numéricas.

As atividades desenvolvidas visam a aplicação de jogos como recurso metodológico para o ensino da matemática.

---

[26] Acadêmica do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Bolsista PIBID- Subprojeto Matemática, daianebrazeiromatos@gmail.com
[27] Professora da escola conveniada ao PIBID. julianasilveirav@gmail.com
[28] Professora/orientadora do Curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Coordenadora de área do PIBID- Subprojeto Matemática - patriciacarpes@unipampa.edu.br

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções (BRASIL, 1998).

Ainda conforme o PCN (BRASIL, 1998), as atividades de jogos permitem ao professor analisar e avaliar os seguintes aspectos **compreensão:** facilidade para entender o processo do jogo assim como o autocontrole e o respeito a si próprio; **facilidade:** possibilidade de construir uma estratégia vencedora; **possibilidade de descrição:** capacidade de comunicar o procedimento seguido e da maneira de atuar; **estratégia utilizada:** capacidade de comparar com as previsões ou hipóteses.

Ao jogar os alunos têm a oportunidade de resolver problemas, investigar e descobrir a melhor jogada, refletir e analisar as regras, estabelecendo relações entre os elementos do jogo e os conceitos matemáticos. Pode-se dizer que o jogo possibilita uma situação de prazer e aprendizagem significativa nas aulas de matemática (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007).

Conforme Smole, Diniz e Milani (2007), o trabalho com jogos é um dos recursos que favorece o desenvolvimento da linguagem, diferentes processos de raciocínio e de interação entre os alunos, uma vez que durante um jogo cada jogador tem a possibilidade de acompanhar o trabalho de todos os outros, defender pontos de vista e aprender a ser crítico e confiante em si mesmo.

Os números inteiros podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela análise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. Eles podem representar diferença, falta, orientação e posições relativas. As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas ideias intuitivas que os alunos já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações (BRASIL, 1998).

Segundo o PCN (BRASIL,1998), também na escola o estudo dos números inteiros costuma ser cercado de dificuldades, e os resultados, no que se refere à sua aprendizagem ao longo do ensino fundamental, têm sido bastante insatisfatórios.

Segundo Teixeira (1992), a construção do conceito de números inteiros, do ponto de vista da matemática, é uma ampliação dos naturais. Os obstáculos aparecem quando a subtração (a - b) é aplicada a casos em que (b > a) não sendo entendida de imediato pelos alunos que estão acostumados a verem a subtração como uma operação de tirar, como vista nos números naturais. Eles só passarão a tomar consciência da existência dos números inteiros negativos quando passarem a conhecer o conjunto desses números. As maiores dificuldades nas operações com números inteiros surgem quando se utiliza: a adição e a subtração com números de sinais contrários; as operações de multiplicação e divisão (uso das regras de sinais); a comparação de números inteiros (colocados em ordem crescente, principalmente quando comparam números negativos); o zero como origem e não como ausência de quantidade e a dificuldade de se trabalhar e imaginar a reta numerada.

É visível que a dificuldade dos alunos também está em usar as regras de sinais durante o procedimento de resolver as expressões numéricas envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão e quando tem que eliminar parêntese, colchete e chaves numa operação com números inteiros. A seguir descreve-se as atividades.

## 2. Descrição do Jogo de Dama dos Números Inteiros[29]

O jogo consiste em um tabuleiro 8 x 8 e peças no total de 24, sendo 12 peças numeradas com números positivos e negativos, um dado, papel e lápis. Cada jogador deve desenvolver a estratégia do jogo de dama e resolver as operações com os números inteiros para retirar a peça do adversário e virar dama.

Este jogo foi aplicado para os alunos do 7° ano em dois momentos. O primeiro momento foi realizado em julho de 2017, no último período com a apresentação do jogo, o tabuleiro, suas peças e descrevendo a regra.

**Regra do jogo:**

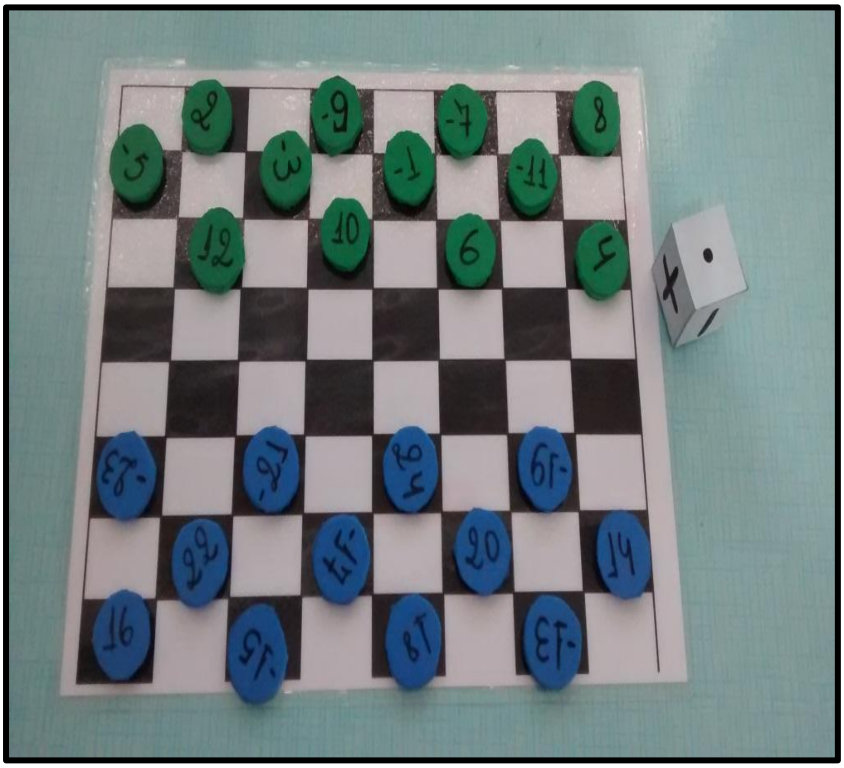
- O jogo de damas numeradas é praticado em um tabuleiro de 64 casas, 32 claras e 32 escuras. A diagonal escura deve ficar sempre **à esquerda** de cada jogador.
- O jogo de damas numeradas é praticado entre dois jogadores, com **12 pedras com números positivo e negativo de um lado e do outro lado também**.
- A pedra anda **só para as diagonais**, uma casa de cada vez. Quando as duas pedras se encontram o jogador lança o dado para saber qual operação deverá operar e só poderá avançar retirando a pedra de seu adversário se acertar o cálculo realizado das duas pedras numeradas. Caso contrário ele passa a vez.
- Avançando até a linha inicial do adversário o jogador trocará a pedra de um número qualquer por uma de número 100 que lhe permitirá movimentar a pedra para todos os lados, quantas casa quiser, porém não pode saltar a sua própria pedra numerada.
- A pedra de número 100 pode retirar tanto para frente como para trás, uma ou mais peças. Lembrando sempre que só poderá avançar ou retroceder quando o jogador que

[29] Disponível em https://www.mat.ufmg.br/~lem/jogos1.html

conseguir realizar corretamente as operações de adição, subtração e multiplicação dos números.

- Vencerá o jogador quem conseguir realizar as operações de todas as pedras numeradas de seu adversário.

Figura 1: Tabuleiro, as peças e o dado do Jogo de Dama dos Números Inteiros confeccionado pelas autoras.



Fonte: da pesquisa

No segundo momento foi realizado em julho de 2017, no primeiro período, ou seja, os alunos já tinha o conhecimento da regra do jogo e foram divididos em duplas e entregue o tabuleiro e as peças do jogo para os alunos iniciar o jogo.

Figura 2: Os alunos jogando

Fonte: da pesquisa

A partir da aplicação da atividade, foi observado que usar o recurso de jogos no ensino e aprendizagem do conceito de números inteiros se mostrou uma ferramenta de muita importância no aprendizado dos alunos, pois buscaram estratégias e conseguiram abstrair o "devo e tenho" sem montar a regra dos sinais.

**Jogo Corrida Divertida da Matemática**

A corrida divertida da matemática é um jogo que pode envolver vários conteúdos/conhecimentos matemáticos. Neste momento, o jogo terá como objetivo explorar o conceito de números inteiros, especificamente as expressões numéricas e os sinais.

O jogo é composto por um tabuleiro como uma trilha, quatro pinos, 1 dado, 27 envelopes sendo 12 envelopes coloridos envolvendo expressões numéricas com adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação de números inteiros e 15 envelopes de uma cor qualquer para cada jogador retirar um envelope e resolver a questão do mesmo antes de iniciar a jogada. O jogo pode ter dois ou quatro jogadores.

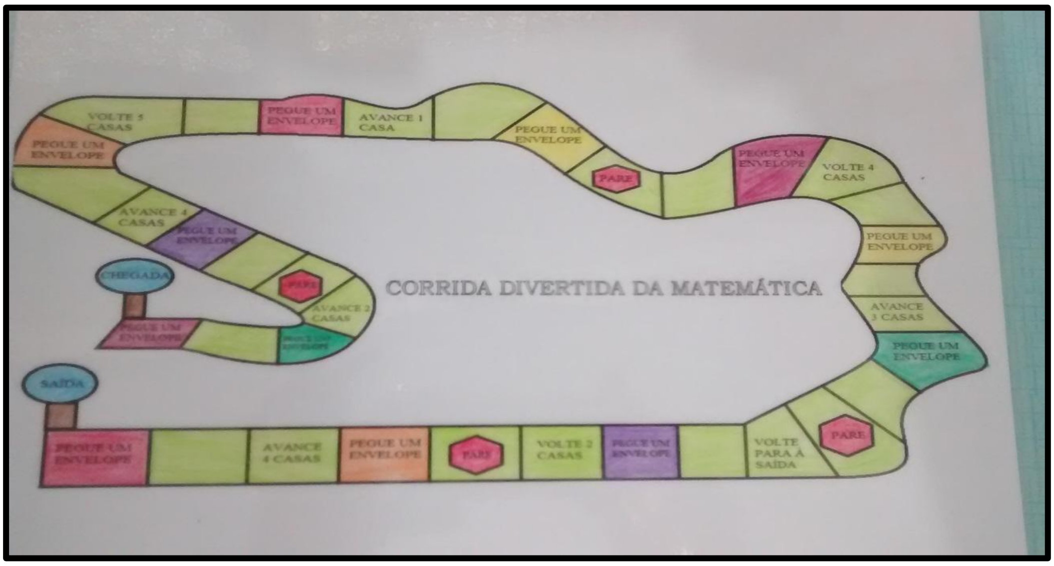
**Regras do jogo:**

- Cada jogador ficará com um pino.
- Usar o dado para decidir quem inicia o jogo, sendo o jogador que tirar o maior número no dado inicia o jogo e o que tirar o menor número ficará por último no jogo.
- Na sua vez de jogar o jogador terá que tirar um envelope da cor qualquer, por exemplo, cor branca envolvendo operação de adição e subtração, usando o devo e tenho. Depois

que resolver corretamente deverá lançar o dado para saber quantas casas seguir no tabuleiro, caso contrário se não estiver correto o cálculo passará a vez no jogo.

- Haverá a casa avance. Em cada uma delas terá a quantidade de casas em que o jogador irá avançar sem ter que tirar um envelope para resolver.
- Haverá a casa pare. Em cada uma delas o jogador ficará uma rodada sem jogar, sem ter que tirar um envelope para resolver.
- Haverá a casa volte. Em cada uma delas terá quantidade de casas que o jogador terá que voltar sem ter que tirar um envelope para resolver.
- O pegue o envelope contem seis cores, cada cor terá uma expressão numérica envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação de números inteiros. O jogador terá que resolver corretamente. Caso contrário, se errar passa a vez no jogo. Caso o jogador acerte continua jogando e se errar passará a vez no jogo.
- Nos espaços em branco que não contém, avance casas, pare, volte e pegue um envelope se o pino do jogador estiver neste espaço terá que tirar um envelope na cor qualquer por exemplo branca envolvendo operações de adição e subtração usando o devo e tenho dos números inteiros e resolver corretamente caso contrário errar passará a vez no jogo.
- Vencerá o jogo o jogador chegar primeiro na chegada.

Figura 5: O tabuleiro do jogo corrida divertida da matemática. O mesmo está no verso do tabuleiro do jogo de dama dos números inteiros.




Fonte: da pesquisa.

As expressões que estarão em cada envelope vermelho que envolve adição e subtração:

1. $25 - [10 + (7 - 4)]$
2. $32 + [10 - (9 - 4) + 8]$

As expressões que estarão em cada envelope laranja que envolve adição, subtração e multiplicação:

3. $25 - [10 - (2 \cdot 3 + 1)]$
4. $9 + [4 + 2 \cdot (6 - 4) + (2 + 5)] - 8$

As expressões que estarão em cada envelope roxo que envolve adição, subtração e divisão:

5. $20 - (15 + 6 : 3)$
6. $40 - [3 + (10 - 2): 2]$

As expressões que estarão em cada envelope verde que envolve adição, subtração e potenciação:

7. $(-2)^3 - (-1 + 2)^5$
8. $15 - [(-5)^2 - (10 - 2^3)]$

As expressões que estarão em cada envelope amarelo que envolve adição, subtração, multiplicação, potenciação e radiciação:

9. $-4 + 3 \cdot (-2)^3 + 5 \cdot \sqrt{16}$
10. $72 \cdot [4^3 - (\sqrt{121} + 2 \cdot 26)]$

As expressões que estarão em cada envelope rosa que envolve adição, subtração, multiplicação, potenciação, radiciação e divisão:

11. $-5 - [(-5)^2 - (-2 - \sqrt{9}) \cdot 5] : 10$
12. $100 - \{[25 + (-2 - 1)^3]: 2 + \sqrt{49}\}: 3$

As atividades com as operações de adição e subtração usando o devo e tenho nos envelopes da mesma cor por exemplo branca, que cada jogador deverá retirar antes de iniciar a jogada e durante o jogo são:

1. $(+7) + (-2)$
2. $30 - (6 - 1)$
3. $-6 - (-3 + 2)$
4. $18 - (-5 - 2 - 3)$
5. $-8 + (-6) - (+3)$
6. $-6 + (-2)$
7. $-28 + 7 + (+12) + (-1) - 6$
8. $4 + (3 - 5) + (-2 - 6)$
9. $20 - (-6 + 8) - (-1 + 3)$
10. $10 - (-8) + (-9) - (-12) - 6 + 5$
11. $6 - (-2)$
12. $5 - 6 - (+7) + 1$

13. $-21-7-6-(-15)-2-(-10)$

14. $15+(-3+7)$

15. $8+(3-10)-(3+5-20)$

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria da Educação fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

SANTOS, L. S.; SILVA, P. M. O jogo "Dama de Sinais" como uma alternativa de estudo das expressões numéricas com números inteiros. II CONEDU Congresso Nacional de Educação. Campina Grande, PB, 2015.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. **Cadernos mathema jogos de matemática de 6º ao 9º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

TEIXEIRA, L. R. M.; Aprendizagem escolar de números inteiros: análise do processo na perspectiva construtivista Piagetiana, Tese de doutorado. São Paulo 1992.

## CAPÍTULO 11

## POTÊNCIAS E RAÍZES QUADRADAS RETOMADAS ATRAVÉS DO JOGO DO UNO

Dionatan Gomes Peres[30]
Gabriel Carpes Irala[31]
Juliana Silveira Veppo[32]
Patricia Pujol Goulart Carpes[33]

### 1. Contextualização da proposta

A potenciação e a radiciação são operações matemáticas em que alunos podem apresentar dificuldades de entendimento e consequentemente de aprendizagem do conteúdo. Feltes (2007 p,14) aponta que "os conteúdos de potenciação e radiciação são muitas vezes tidos como complicados. Alguns alunos encontraram dificuldades em sua compreensão, o que futuramente pode vir a atrapalhar o entendimento de outros conteúdos." Desta forma, evidenciando a importância de investigações sobre o tema e propostas adequadas a esse contexto.

No decorrer das aulas de matemática de uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental da escola conveniada com o PIBID abordando as operações com números naturais, observamos a pouca compreensão dos alunos dessa turma principalmente nas operações de potenciação e radiciação. Assim, optamos por organizar um jogo que retomasse e ampliasse os conceitos e propriedades da potência e da radiciação.

O uso de jogo de forma pedagógica é uma proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

> Quando propõe que além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um "fazer sem obrigação externa e imposta", embora demande exigências, normas e controle. No jogo, mediante a articulação entre o conhecido e o imaginado, desenvolve-se o autoconhecimento — até onde se pode chegar — e o conhecimento dos outros — o que se pode esperar e em que circunstâncias. Desta maneira, os estudantes não apenas vivenciam situações

[30] Acadêmico do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Bolsista PIBID- Subprojeto Matemática, email: dionatangomes1@hotmail.com
[31] Acadêmico do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Bolsista PIBID- Subprojeto Matemática, email: gabeirala@gmail.com
[32] Supervisora do PIBID – professora de matemática, email: julianasilveirav@gmail.com
[33] Orientadora/professora do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, email: patriciacarpes@unipampa.edu.br

> que se repetem, mas aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia (jogos simbólicos): os significados das coisas passam a ser imaginados por elas. Ao criarem essas analogias, tornam-se produtoras de linguagens, criadoras de convenções, capacitando-se para se submeterem a regras e dar explicações. Além disso, passam a compreender e a utilizar convenções e regras que serão empregadas no processo de ensino e aprendizagem. Essa compreensão favorece sua integração num mundo social bastante complexo e proporciona as primeiras aproximações com futuras teorizações. (BRASIL, 1998, p. 35)

A atividade organizada explora os conceitos matemáticos, o raciocínio lógico, o cálculo mental e potencializa a interação entre os alunos. Além disso, este é um material para revisão do tema, trata-se de um caso em que os estudantes vão exercitar, literalmente, brincando! Através deste jogo didático é possível verificar a aprendizagem do conteúdo de potenciação, radiciação e suas propriedades de forma divertida. Assim como, potencializa a compreensão da leitura de uma potência ou de uma raiz quadrada. Ainda, segundo Dohme,

> Os jogos são considerados elementos importantes para o desenvolvimento de crianças e jovens. Além de proporcionar diversão, também propiciam situações que podem ser exploradas de várias maneiras divertidas. Pois, quando se usa um determinado jogo com o objetivo de usar o raciocínio lógico, ele colaborará com o desenvolvimento intelectual dos participantes de forma direta e indireta, pois oportuniza a condição de criar e usar estratégias para um bom desempenho. No momento que o professor considera cada aluno como um agente no processo de aprendizagem ele deve observar como este aluno aprende, quais são os seus limites, os seus interesses e suas capacidades. Devem, portanto, conhecer o seu aluno valorizando o seu conhecimento e suas habilidades, proporcionando ocasiões para que ele possa colocá-los em prática. O educador precisa conhecer o seu aluno e valorizar as habilidades que ele possui criando oportunidades para que ele possa desenvolvê-las, potencializá-las e harmonizá-las ao seu projeto de vida e isto irá influenciar muito no que e como o aluno irá aprender. (2003, p. 114)

O jogo chamado UNO de Potências e Raízes quadradas segue as mesmas regras do jogo original com a única diferença que os números das cartas estão em forma de potência ou de raiz quadrada conforme a figura 1.

Figura 1 - Modelo das cartas empregadas no jogo

Fonte: disponível no site http://www.laboratoriosustentaveldematematica.com

## 2. Descrição da atividade

A atividade foi realizada em duas turmas do 6º ano, uma turma com 18 alunos e outra turma com 21 alunos e englobou pontos sobre potenciação e radiciação. A aula foi planejada basicamente em quatro momentos, sendo o primeiro destinado a apresentar os objetivos do jogo e suas regras. No segundo momento, para os alunos conhecerem o material, algumas cartas foram disponibilizadas para manusear. Na sequência, foi solicitado que calculassem o valor numérico de algumas cartas para fazer a simulação das jogadas. E, após, o foi proposto o jogo.

Apresentamos o jogo UNO de Potência e Raiz e perguntamos se os alunos já conheciam o Uno original para facilitar a explicação da nossa atividade. A resposta se deu forma rápida, respondendo que conheciam o jogo original. Assim sendo, pedimos para que os alunos formassem grupos de 5 ou 6 alunos, distribuímos o baralho UNO de Potência e Raiz para todos os grupos formado.

O baralho é composto por 88 cartas, sendo: 20 cartas verdes, 20 cartas rosas, 20 cartas roxas, 20 cartas laranjas, 4 cartas +2 e 4 cartas +4 conforme figura 1. Cada jogador recebe 7 cartas, o restante do baralho é deixado na mesa com a face virada para baixo e então vira-se uma carta do monte, esta carta fica em cima da mesa que serve como base para o jogo começar.

O jogo começa sentido anti-horário de quem distribuiu as cartas. Os jogadores devem jogar na sua vez uma carta com o resultado equivalente com a carta da mesa (não importando a cor) ou com mesma cor da carta da mesa (não importando o número). O próximo jogador faz o mesmo procedimento, porém dessa vez valendo como base a carta jogada pelo jogador anterior. Por exemplo: se a carta inicial for $2^2 + 3$ laranja o próximo jogador deve jogar sobre ela uma carta cujo resultado seja 7 (não importando a cor) ou uma carta laranja.

Abaixo apresentamos o restante das regras do jogo.

- Ao jogar a penúltima carta o jogador deve anunciar em voz alta “UNO”, se não bradar o jogador é obrigado a apanhar mais duas cartas do monte.
- Se o jogador não tiver nenhuma carta que satisfaz a carta da mesa, ele segue apanhando cartas do monte até achar uma que o satisfaz.
- O jogo termina quando um dos jogadores zerar as suas cartas na mão, o jogador que zerar suas cartas é o vencedor.
- A carta +2: O jogador seguinte apanha duas cartas e passa sua vez ao jogador seguinte. O jogador que jogou a carta tem o direito de escolher uma cor para a continuidade do jogo.

- A carta +4: O jogador seguinte apanha quatro cartas e passa sua vez ao jogador seguinte, porém o jogador que apanhou as cartas pode escolher uma cor para jogada seguinte.

Após todos conseguirem entender o funcionamento do UNO de Potência e Raiz, foi pedido que os alunos resolvessem as expressões que constavam em suas cartas, também resolver a cada carta que servia de base para o jogo e as que apanhassem do monte em uma folha de registro que também servia de base para observação do professor quanto ao cálculos e resultados obtidos.

Buscamos auxiliar os grupos de forma a fazê-los refletir sobre o que era proposto. Houve algumas dúvidas quanto ao jogo, um erro recorrente foi na potenciação. Por exemplo, a carta roxa que tem a expressão dada por $7^0$. Alguns alunos respondiam que era igual a 7 ou 0, no qual o correto é 1. Ao surgir essa dúvida explicamos novamente no quadro para toda a turma conceitos e propriedades da potenciação. Quando algum grupo que ainda se confundia, sentamos próximos a eles tirando suas dúvidas individualmente.

No quarto momento, finalizamos com algumas formalizações do que eles tinham respondido e recapitulando o que tinham aprendido naquela aula. Quanto a avaliação da turma, pedimos para que os alunos entregassem as respostas das expressões resolvidas além da observação realizado durante a realização do jogo.

## 3. Alcance da Proposta

Os objetivos do jogo foram alcançados, podendo notar através de atividades lúdicas que a aprendizagem tornou-se com mais significado aos alunos. Ao estimular a competição entre os pares, os mesmos são capazes que construir seu próprio conhecimento, no erro, no acerto e na tentativa coletiva de resoluções a uma melhor compreensão dos conteúdos. Em relação à aprendizagem das operações de potenciação e radiciação, podemos perceber que o jogo permitiu que os educandos desenvolvessem o raciocínio. Muitas das falhas de aprendizagem, verificadas no desenrolar das jogadas, puderam ser prontamente sanadas com a intervenção.

No final da aplicação, observamos o envolvimento dos alunos com a atividade, demonstrando um maior interesse e segurança na realização das operações, fato que pode ser constatado através dos testes (folha de registro) realizados durante a aplicação e também dos relatos dos próprios alunos. Acreditamos que, quando explorados adequadamente, esses materiais manipulativos podem tornar-se eficazes para atrair o interesse dos estudantes pelas aulas de Matemática e oportunizar a eles uma aprendizagem da Matemática eficiente. Desse modo, sugerimos aos professores e futuros professores de Matemática que empreguem atividades mais lúdicas em suas práticas docentes de modo que possam modificar suas aulas, qualificando o ensino e a aprendizagem de Matemática.

## REFERÊNCIAS


FELTES R.S. Análise de erros em potenciação e radiciação: um estudo com alunos de ensino fundamental e médio. (Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção de mestre, pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Ensino de 5a a 8a Séries. Brasília-DF: MEC/SEF, 1998

DOHME, V. D'Â. **Atividades lúdicas na educação**: o caminho de tijolos amarelos do aprendizado. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

**CAPÍTULO 12**

# BATALHA CARTESIANA DE OBJETOS MATEMÁTICOS: UMA PROPOSTA UTILIZANDO O GEOGEBRA

Gabrielle Nunes dos Santos[34]
Graziela Carrazzoni dos Santos[35]
Patricia Pujol Goulart Carpes[36]
Cristina Cunha Couto[37]

## 1. Contextualizando a proposta pedagógica

O presente trabalho relata uma atividade desenvolvida pelas bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) – Subprojeto Matemática da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA) campus Itaqui. O trabalho foi desenvolvido em duas turmas de 1º ano do Ensino Médio de uma escola parceira ao programa. Teve-se como objetivo representar e localizar objetos matemáticos (pontos, quadrado, semirreta, ...) e reconhecer os quadrantes no plano cartesiano por meio de um objeto de aprendizagem e do jogo "Batalha Cartesiana de Objetos Matemáticos" no *software* GeoGebra, auxiliando assim na construção dos conceitos de par ordenado e plano cartesiano. A atividade foi implantada em 02 horas-aula para cada turma.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática sugerem utilizar os jogos de estratégias no ambiente escolar, visto que possibilitam o desenvolvimento do pensamento matemático e de habilidades específicas para a resolução de problemas, além de contribuírem para a formação de atitudes necessárias para a aprendizagem matemática, como o enfrentamento de desafios, à busca de soluções, desenvolvimento do senso crítico e da intuição, bem como criação de meios estratégicos e de possibilidades de alterá-los quando não se obtém

---

[34] Acadêmica do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Bolsista PIBID- Subprojeto Matemática, email gabrielledossantos15@gmail.com
[35] Acadêmica do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Bolsista PIBID- Subpojeto Matemática, email: carrazzoni.unipampa@gmail.com.
[36] Professora/orientadora do Curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Coordenadora de área do PIBID- Subprojeto Matemática - patriciacarpes@unipampa.edu.br.
[37] Professora das turmas em que foi aplicada a atividade.

um resultado satisfatório (BRASIL, 1998). Nesta perspectiva utilizou-se o jogo "Batalha Cartesiana de Objetos Matemáticos", semelhante ao conhecido Batalha Naval.

Conforme Almeida (2010) o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) desperta o interesse dos discentes pelos conteúdos matemáticos, pois são diferentes tecnologias digitais que apresentam novas linguagens e estas por muitas vezes fazem parte do cotidiano dos estudantes que já trazem consigo um pensamento estruturado pela maneira de representação proporcionada pelas novas mídias. Nesse contexto, se fez uso do *software* de geometria dinâmica GeoGebra, tanto para o jogo supracitado como para a visualização do objeto de aprendizagem.

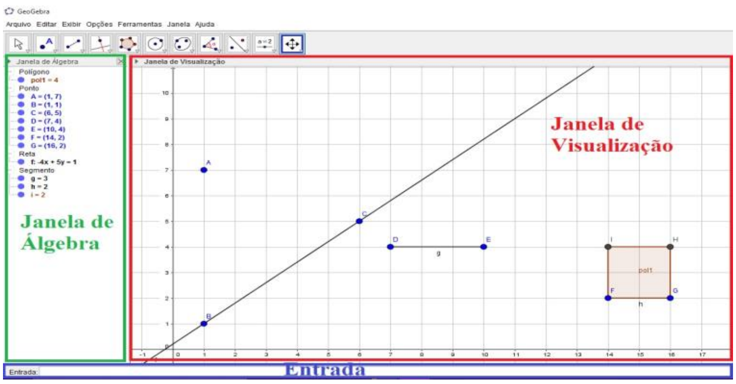
A escolha do conteúdo se deu por solicitação da professora regente que estava começando a tratar em suas aulas acerca do Plano Cartesiano. A seguir apresenta-se a proposta desenvolvida assim como os objetivos e seus alcances.

## 2. A proposta pedagógica

Foi solicitado que a turma se divide-se em duplas e que cada membro da dupla senta-se de frente para o outro, nesta disposição foram entregues *netbooks* que constituem o laboratório móvel da escola, para cada um dos estudantes.

Em um primeiro momento foi apresentado e explorado o *software* GeoGebra, sendo este um *software* matemático que reúne geometria, álgebra e cálculo. Ele foi desenvolvido por Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg para educação matemática nas escolas. É um sistema de geometria dinâmica. Permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas como com funções que podem se modificar posteriormente de forma dinâmica.

Figura 1: Janela inicial do *software* GeoGebra.



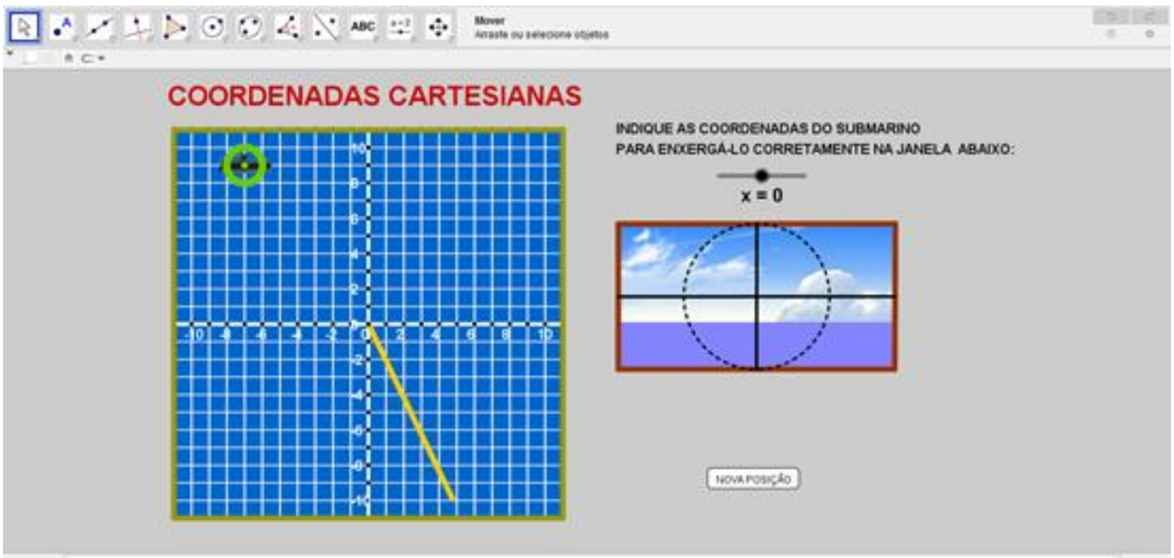

Fonte: elaborada pelas autoras (2017).

A figura 1 ilustra a janela de álgebra onde aparecem as coordenadas dos pontos, as medidas dos segmentos, a lei que representa as funções, entre outros. A janela de visualização onde podemos visualizar a representação gráfica, e/ou geométrica dos objetos, e a Entrada, onde inserimos as coordenadas dos pontos, lei que representa as funções, entre outros. A medida que iam sendo apresentados os ícones era solicitado aos estudantes que os mesmos manipulassem o *software*.

Em seguida foram relembrados alguns conceitos importantes sobre coordenadas cartesianas e solicitado que os discentes plotassem alguns pontos e objetos matemáticos (ponto, segmento, reta perpendicular, circunferência, quadrado), para que assim já fossem conhecendo como montar seus objetos matemáticos que utilizariam no jogo.

Para o começo de trabalho, o objeto virtual “Batalha Naval no Plano Cartesiano”[38] foi utilizado para reconhecer objetos no plano cartesiano e determinar a sua posição no mesmo. Neste contexto os estudantes deveriam observar as coordenadas cartesianas onde o submarino apontado se encontrava.

Figura 2 - Objeto de Aprendizagem Coordenadas Cartesianas



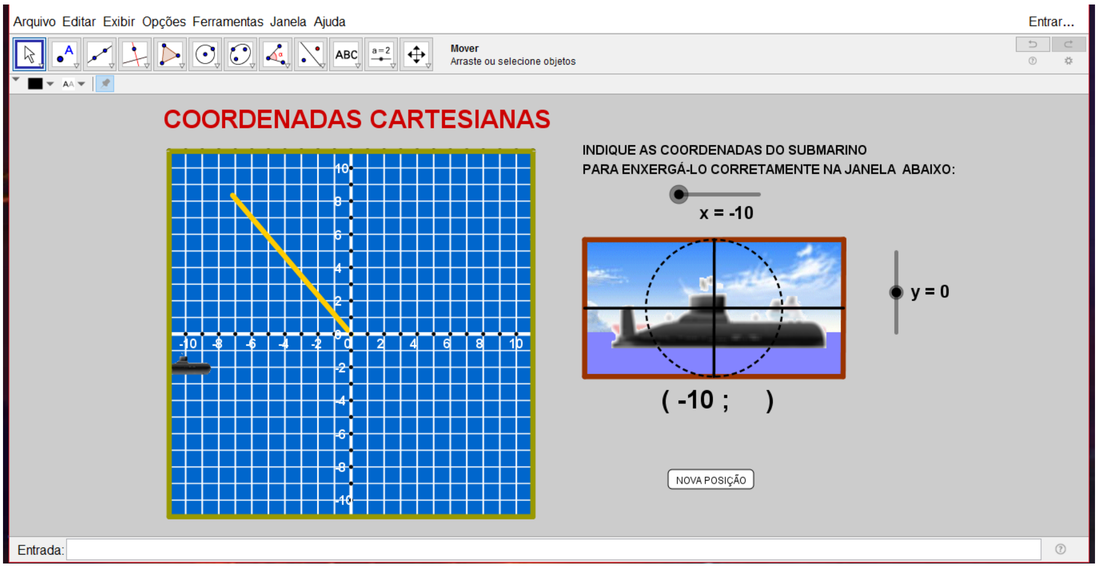

Fonte: elaborada pelas autoras (2017).

---

38 Disponível para download em: <https://www.geogebra.org/m/TkqCFVfv>

Por exemplo, na figura 3, o submarino está na posição (-10,-2), usando os controles deslizantes, inicialmente, o denominado x, o qual o estudante deveria movê-lo até chegar a coordenada do eixo x em que estava o submarino, no caso -10.

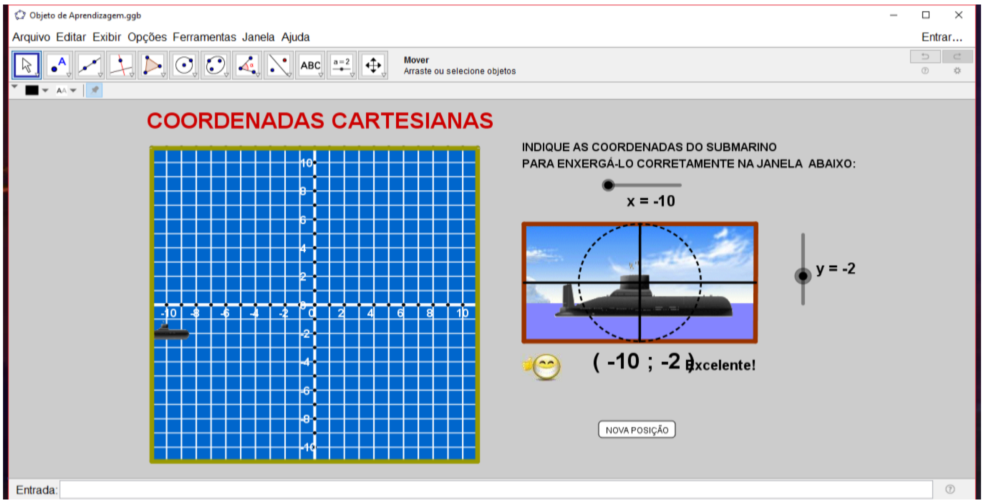
Figura 3:




Fonte: elaborada pelas autoras (2017).

Posteriormente, surgia em tela o controle deslizante denominado y, o qual o estudante deveria mover até coordenada do eixo y em que estava o submarino, no caso -2. Acertando ambas as coordenadas aparecia em tela uma mensagem indicando o acerto, como vê-se na figura 4.

Figura 4:




Fonte: elaborada pelas autoras (2017).

Em um segundo momento, foi apresentada as regras do jogo Batalha Cartesiana de Objetos Matemáticos conforme Quadro 1.

Quadro 1: Regras do jogo

**Regras do Jogo**[39]

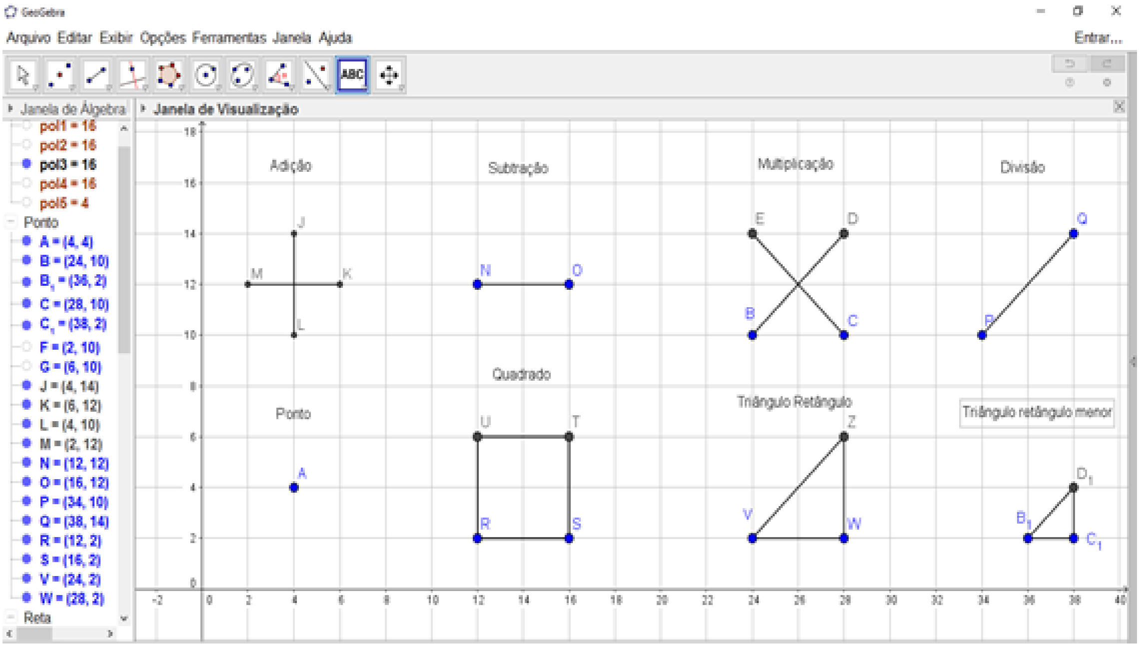
1. Os estudantes formarão duplas.
2. Cada jogador deverá distribuir seus objetos matemáticos pela janela de visualização do GeoGebra, limitados ao intervalo de [-10,10], tanto no eixo das ordenadas e das abscissas; Há oito possibilidades de objetos, conforme a figura X. Mas pode-se limitar a menos.
3. Não é permitido que dois objetos se toquem e nem mudar a posição dos mesmos após ser feita a distribuição, bem como, as coordenadas dos pontos devem ser números inteiros.
4. Cada jogador, quando for sua vez de jogar, terá direito a três disparos, indicando a coordenada do alvo através do par ordenado que define a posição do alvo. O adversário deverá marcar os tiros dados pelo jogador da vez em sua janela de visualização. Para que haja um controle de seus disparos deverá exibir a janela de visualização 2 do *software* e, deverá marcar seus alvos nela.
5. Na hipótese do tiro acerte a coordenada de algum objeto matemático, o oponente deverá relatar o acerto dizendo "bomba", sem revelar o objeto atingido. Caso contrário, deverá dizer "água". Quando um jogador afundar o objeto, ou seja, acertar todas as coordenadas que formam este, o oponente deverá dizer "bomba afundou".
6. Cada alvo acertado deverá ser marcado na sua janela para informar quando o objeto será afundado.
7. A batalha termina quando um dos jogadores afundar todos os objetos matemáticos do adversário.

Fonte: Silva, Souza e Oliveira (2012).

Na figura 5, há exemplos de oito objetos matemáticos que podem ser utilizados, sendo eles: sinal de adição, sinal de subtração, sinal de multiplicação, sinal de divisão, ponto, quadrado, triângulo retângulo e triângulo retângulo menor.

[39] Baseado em Fernandes, Silva, Souza e Oliveira (2012).

Figura 5 - Objetos matemáticos semelhantes às embarcações do jogo tradicional



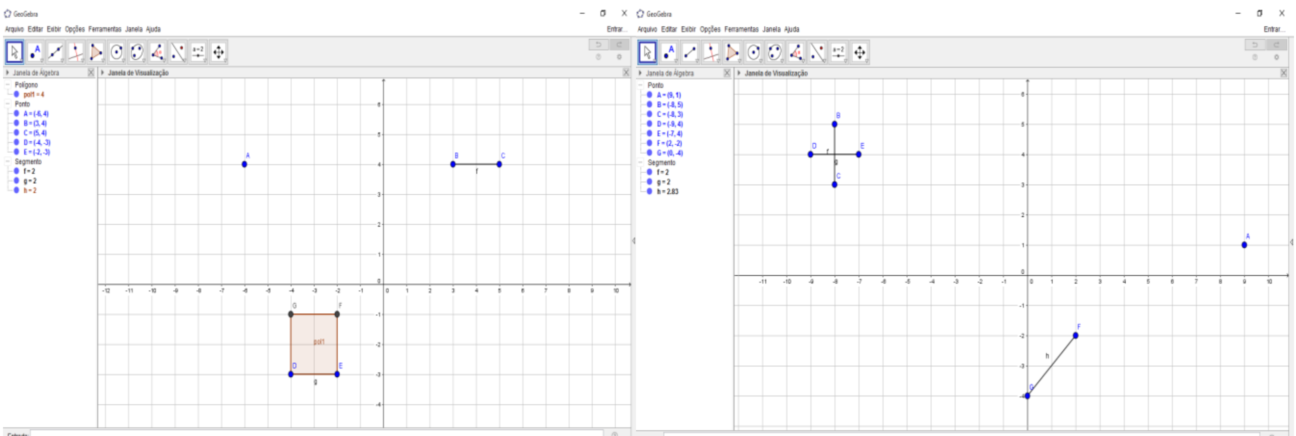

Fonte: elaborada pelas autoras (2017).

Para uma melhor compreensão, apresentamos a seguir uma simulação de partida da Batalha Cartesiana de Objetos Matemáticos.

**(i) distribuição de objetos matemáticos no plano cartesiano**

Cada jogador, em seu netbook, abrirá o Geogebra e na janela de visualização 1 posicionará, por exemplo, três objetos matemáticos:

Figura 6: Simulação de locação dos objetos do jogador 1 e



Fonte: elaborado pelas autoras (2017).

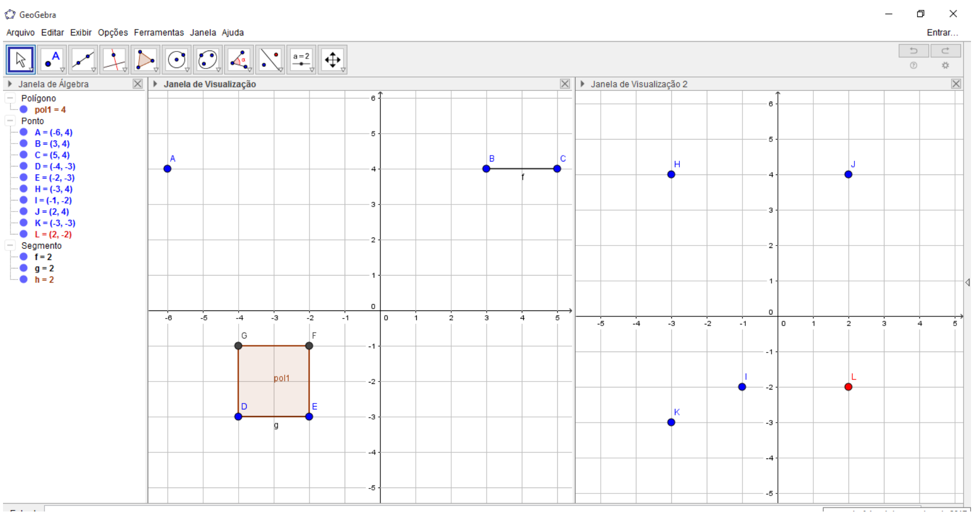
Neste caso, o jogador 1 escolheu os objetos matemáticos, ponto, segmento de reta e quadrado. Para o jogador 2 afundar estes objetos deverá acertar as coordenadas dos seus vértices, sendo do: ponto (-6, 4); sinal da subtração (3,4) e (5,4) e do quadrado (-4, -1), (-2,-1), (-4,-3) e (-2,-3).

Já o jogador 2 escolheu os objetos matemáticos, ponto, segmento de reta e sinal da adição. Para o jogador 1 afundar estes objetos deverá acertar as seguintes coordenadas: ponto (9, 1); sinal da divisão (2, -2) e (0, -4) e do sinal da adição (-8, 3), (-8, 5), (-9, 4) e (-7,4).

**(ii) marcação dos alvos**

Ao exibir a janela de visualização 2 no GeoGebra, o jogador poderá ir marcando as coordenadas que já ditou, podendo marcar com cores diferentes a que errou e acertou.

Figura 6: Simulação de tiros dados pelo jogador 1, tentando acertar seus alvos.




Fonte: elaborada pelas autoras (2017).

Por exemplo, o jogador 1 já disse as coordenadas (-3,4), (2,4), (-1, -2), (-3, -3) e (2, -2), acertando seu adversário apenas na última coordenada. A partir desse acerto, deverá tentar acertar as outras coordenadas, descobrindo qual o objeto matemático está marcado na tela do jogador 2.

**(iii) finalização do jogo**

Vence o jogador que afundar primeiro os objetos do adversário.

## 3. Alcance da Proposta

A utilização de um jogo aliado a um *software* para a familiarização com o sistema de coordenadas cartesianas representa uma excelente motivação para o estudante expandir suas noções de pares ordenados e quadrantes do plano cartesiano.

Verificou-se durante a aplicação da atividade em uma das turmas que os estudantes demonstraram maior interesse em resolver os passos propostos, bem como houve uma grande interação entre os estudantes promovendo uma discussão construtiva acerca do conteúdo, assim como uma cooperação para o entendimento da localização dos quadrantes e representação das coordenadas.

Apesar desse interesse apresentado pelos estudantes, a assimilação de algumas regras do jogo ficou um pouco confusa para alguns e o tempo previsto para a aplicação mostrou-se insuficiente, sobrando pouco tempo para jogarem entre si.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Maria Elizabeth de. Maria Elizabeth de Almeida fala sobre tecnologia na sala de aula. **Gestão Escolar.** 2010. Disponível em: <https://gestaoescolar.org.br/conteudo/627/maria-elizabeth-de-almeida-fala-sobre-tecnologia-na-sala-de-aula>. Acesso em: 29 ago. 2017.

BRASIL. **Parâmetros Nacionais Curriculares**. Brasília: MEC - Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

FERNANDES, Priscila Martins; SILVA, Alessandra Querino da; SOUZA, Naiara Felix Tolentino de e OLIVEIRA, Luciano Antonio de. III Escola de Inverno de Matemática. 2012. **Uma proposta de ensino do sistema ortogonal de coordenadas cartesianas com o jogo Batalha Naval**. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/RE/RE_Fernandes_%20Priscila_Martins.pdf>. Acesso em: 29 ago. 2017.

## CAPÍTULO 13
## GINCANA DAS OPERAÇÕES MATEMÁTICAS

João Pedro Borges de Alderete Filho[40]
Denise Cardoso Bortolotto[41]
Patrícia Pujol Goulart Carpes[42]

### 1. Contextualização da proposta

O texto objetiva apresenta a descrição de uma atividade proposta pelos bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) numa turma de 7º ano do Ensino Fundamental em uma escola conveniada ao programa. Abordou-se o conteúdo de números inteiros com as operações de adição, subtração e divisão. O intuito do trabalho foi propor uma retomada dos conteúdos através de uma gincana e, assim, promover o gosto e entusiasmo pela matemática de forma lúdica e descontraída.

A atividade elaborada consiste em uma gincana, proposta no período de aula normal e composta por três jogos de cunho pedagógico. Sendo eles: o Soma Zero (PARANÁ, 2017a) que busca a compreensão e a resolução de pequenas somas de números. O jogo enaltece também as regras de sinais que são muito importantes para a execução da atividade. O segundo jogo Divisão em Linha (PARANÁ, 2017b), adaptado do jogo HEX, que tinha como objetivo de trabalhar a operação da multiplicação com números inteiros e tornar o aprendizado mais conciso e estimular a prática da operação de forma mais eficiente. A versão original do jogo está disponível no site <http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=57>. E o último jogo proposto foi o Quadrado Mágico, um quadrado subdividido em 9 quadrados em que a soma dos elementos da linha, da coluna ou da diagonal resulta no mesmo valor.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) o uso de jogos como recurso metodológico e didático para o ensino da matemática é "[...] uma forma interessante de propor

---

[40] Acadêmico do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Bolsista PIBID- Subprojeto Matemática, joaopeborgesaf@gmail.com
[41] Professora de matemática no Colégio São Patrício - Itaqui, Supervisora do PIBID- Subprojeto Matemática, uabdenise@gmail.com
[42] Orientadora/professora do Curso de Matemática - Licenciatura na Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA/Itaqui, patriciacarpes@unipampa.edu.br

problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções” (BRASIL, 1998, p. 87).

A utilização de jogos estimula o gosto pelo estudo no aluno, mas carece de responsabilidade, domínio e planejamento do professor, tendo em mente todas as etapas e objetivos a serem executados e trabalhados para com o que é proposto. Segundo Moura, “[...] o jogo como objeto, como ferramenta do ensino, da mesma forma que o conteúdo, carece de uma intencionalidade. Ele, tal qual o conteúdo, é parte do projeto pedagógico do professor. Ao utilizar o jogo como objeto pedagógico, o professor já tem eleita (ou deveria ter) uma concepção de como se dá o conhecimento” (1992, p.47).

Ainda conforme os PCN,

> As atividades de jogos permitem ao professor analisar e avaliar os seguintes aspectos compreensão: facilidade para entender o processo do jogo assim como o autocontrole e o respeito a si próprio; facilidade: possibilidade de construir uma estratégia vencedora; possibilidade de descrição: capacidade de comunicar o procedimento seguido e da maneira de atuar; estratégia utilizada: capacidade de comparar com as previsões ou hipóteses. (BRASIL, 1998, p.88)

Os números inteiros podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela análise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. Eles podem representar diferença, falta, orientação e posições relativas. As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas ideias intuitivas que os alunos já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações (BRASIL, 1998).

Segundo o PCN (BRASIL,1998), também na escola o estudo dos números inteiros costuma ser cercado de dificuldades, e os resultados, no que se refere à sua aprendizagem ao longo do ensino fundamental, têm sido bastante insatisfatórios.

Os alunos apresentam grande dificuldade em assimilar as devidas operações com sinais, isto deve-se a diversos fatores sendo eles externos as paredes da escola como problemas familiares que tira o foco da criança e adolescente aos conteúdos exigidos, ou problemas internos que ocasionam na falta de atenção dos mesmos que são desde déficits de atenção ou até brincadeiras em horários indevidos que ocasionam e colidem da maneira que o professor comanda e ministra sua aula, mas não exclusivamente disso, como também é não menos importante da forma que o sistema educacional o disponibiliza para desenvolver suas atividades.

## 2. Materiais e métodos

Abaixo descreve-se as regras/organização da Gincana propostas no início da aula.

- A turma fica dividida em duas equipes (vermelha e azul)
- Organizasse duplas para competirem entre si (um indivíduo de cada equipe)
- A pontuação é dada conforme a colocação de entrega da atividade, ou seja, apenas os 5 primeiros alunos/duplas, que entregarem corretamente a atividade ganham os pontos:

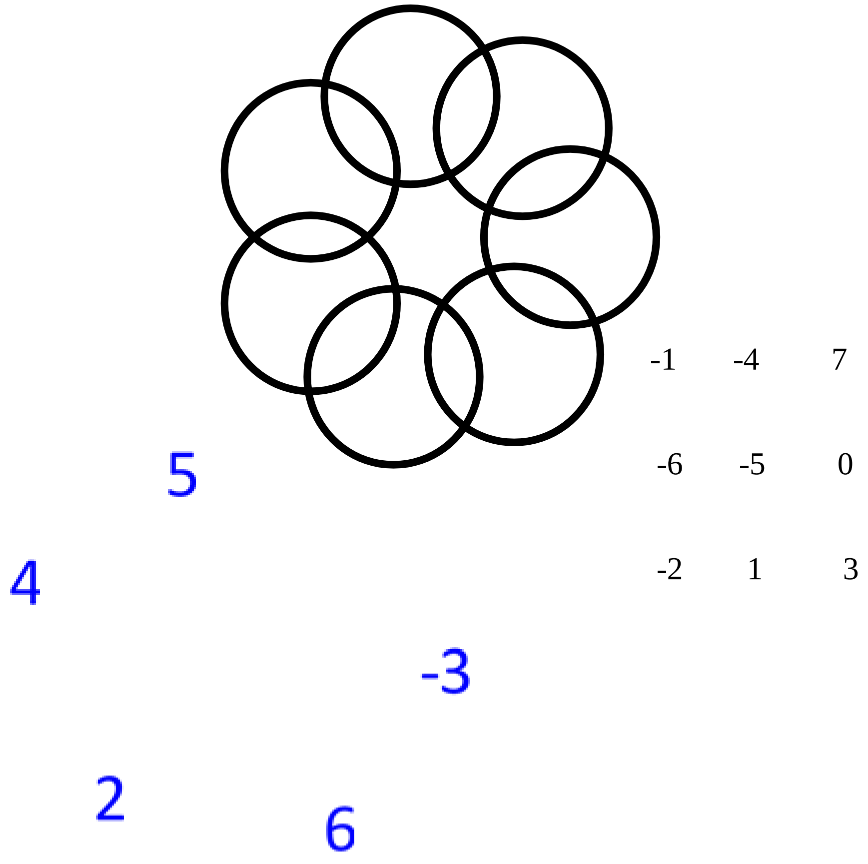
a) Primeiro Aluno/Dupla: 10 pontos para equipe
b) Segundo Aluno/Dupla: 8 pontos para equipe
c) Terceiro Aluno/Dupla: 6 pontos para equipe
d) Quarto Aluno/Dupla: 4 pontos para equipe
e) Quinto Aluno/Dupla: 2 pontos para equipe
f) A partir do Sexto/Dupla: 1 ponto para equipe

- A atividade exige que não haja repetição das mesmas duplas para as demais atividades.

As regras do jogo Soma Zero são apresentadas abaixo.

1. O objetivo deste jogo consiste em colocar três números dentro de cada círculo de maneira que quando você somar esses três números o resultado seja zero.
2. Para resolver o desafio é necessário escrever os números que estão fora do círculo nos espaços vazios dentro de cada círculo.
3. Os números previamente escritos dentro dos círculos não podem ser mudados de lugar. O desafio é fazer com que os três números dentro de todos os círculos somem zero ao mesmo tempo.
4. Pode haver diversas maneiras de conseguir que os números de alguns círculos somem zero, mas há somente uma maneira de combinar os números dados de modo que todos os círculos somem zero.
5. Os números fora do círculo podem ser colocados e retirados de dentro dos círculos tantas vezes quantas forem necessárias.

Figura 1 - Material utilizado: disposição dos círculos e números propostos

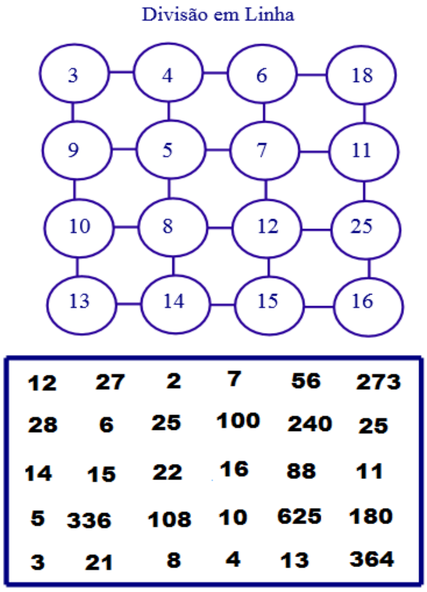


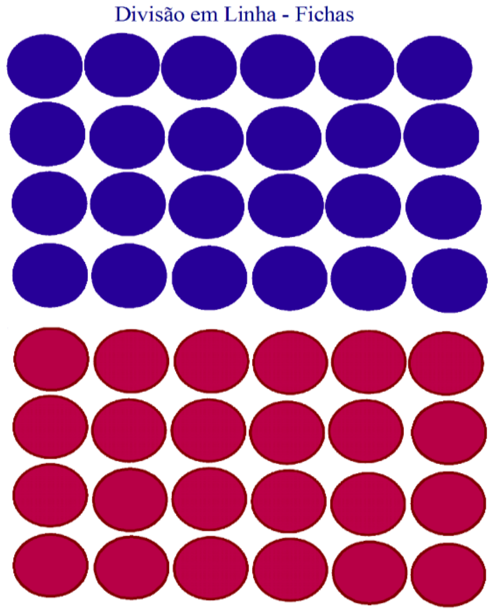

Fonte: Portal Dia-a-dia Educação, Secretaria de Estado da Educação do Paraná

As regras do jogo Divisão em Linha são apresentadas abaixo.

1. Inicialmente um representante de cada equipe se coloca à disposição para sortear a cor dos materiais da atividade que todos seus colegas de equipe devem utilizar na disputa.
2. A disputa consiste em escolher os números de dentro da caixa para executar a operação de divisão e em seguida marcar com a peça de cor da sua respectiva equipe, o resultado correspondente no tabuleiro.
3. O ganhador será aquele que com o decorrer do jogo, consiga fazer uma linha horizontal, vertical ou inclinada, levando a cor da sua equipe de um ponto a outro sem nenhuma interrupção da cor adversária.

Figura 2 - Material utilizado: tabuleiro e marcadores



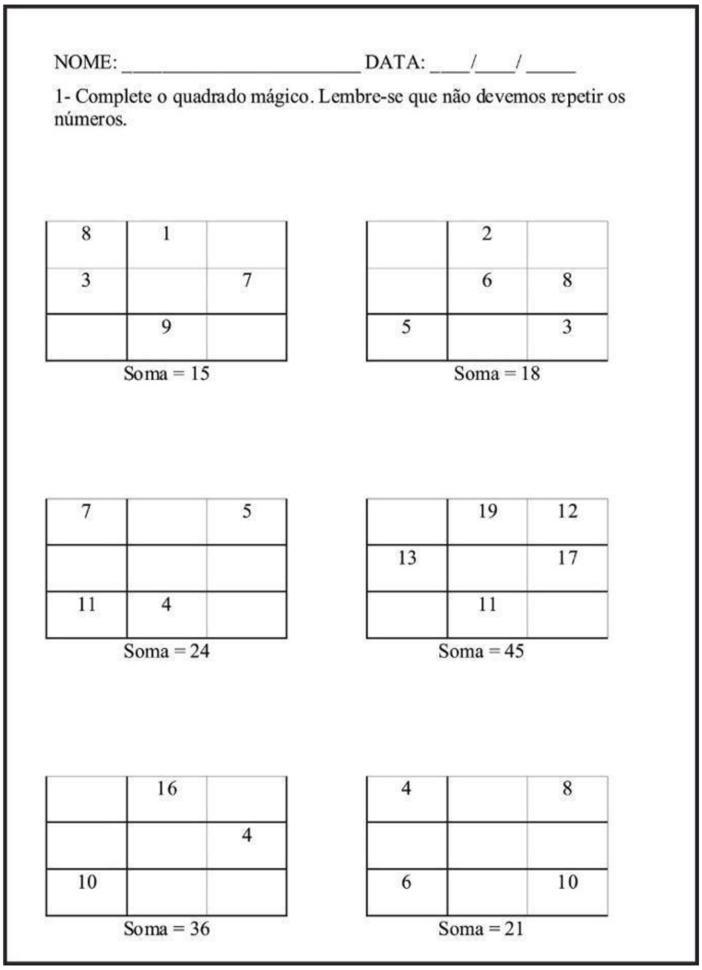




Fonte: Tabuleiro adaptado, formato original disponível no Portal Dia-a-dia Educação, Secretaria de Estado da Educação do Paraná

O quadrado mágico é uma tabela de números. Ele é mágico porque se somarmos os números de cada linha, coluna ou diagonal obteremos sempre o mesmo resultado. As regras do jogo Quadrado Mágico são apresentadas abaixo.

1. O segredo do quadrado mágico está na soma mágica: a soma é a mesma em todas as direções.
2. Esta prova é individual, cada aluno recebe duas tabelas 3x3, onde algumas lacunas estarão sem números, o jogo consiste na colocação dos números conforme o resultado demonstrado em baixo de cada tabela, de forma que tanto as posições horizontais, verticais ou diagonais quando somados todas as lacunas dessas direções de o resultado correspondente.
3. As pontuações dos ganhadores seguem de acordo com as regras já estabelecidas pela gincana.

Figura 3 - Material utilizado: folha com quadrados mágicos dispostos



NOME: ______________________ DATA: ___/___/ _____

1- Complete o quadrado mágico. Lembre-se que não devemos repetir os números.

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 1 | |
| 3 | | 7 |
| | 9 | |

Soma = 15

| | | |
|---|---|---|
| | 2 | |
| | 6 | 8 |
| 5 | | 3 |

Soma = 18

| | | |
|---|---|---|
| 7 | | 5 |
| | | |
| 11 | 4 | |

Soma = 24

| | | |
|---|---|---|
| | 19 | 12 |
| 13 | | 17 |
| | 11 | |

Soma = 45

| | | |
|---|---|---|
| | 16 | |
| | | 4 |
| 10 | | |

Soma = 36

| | | |
|---|---|---|
| 4 | | 8 |
| | | |
| 6 | | 10 |

Soma = 21

Fonte: Material disponível no Portal Dia-a-dia Educação, Secretaria de Estado da Educação do Paraná.

### 3. **Alcances da proposta pedagógica**

A primeira atividade a ser aplicado foi a Divisão em Linha, proposta em duplas (um de cada equipe) onde os alunos tiveram que ter compreensão e paciência para executar e chegar a vitória sobre seu oponente. A prática desta teve um desempenho acima do esperado, os alunos foram pacientes e brigas por competitividade não ocorreram. As dificuldades de realizar os cálculos, por exemplo divisão acima de 100, foram percebidas tanto por mim quanto pela professora regente da turma.

A segunda atividade, o Soma Zero, atividade individual, que necessitava rapidez de raciocínio em cálculos não complexos da matemática básica das operações soma e subtração. Esta atividade não foi tão bem desenvolvida pelos presentes quanto à anterior, os mesmo demoraram para compreender a atividade, ocasionando na entrega da mesma de forma incompleta.

A terceira, o Quadrado Mágico, necessitava do domínio da operação de adição. A atividade ocorreu normalmente, porém por falta de sorte de alguns participam, os resultados exigidos no jogo não eram idênticos, ou seja, alguns pegaram números menores para soma e outros nem tanto. O que causou desvantagem que pode ter sido crucial para o resultado da Gincana. A atividade foi concluída com sucesso e foi fortemente abraçada pelos alunos que solicitaram que a mesma ocorresse novamente com mais jogos e brincadeiras.

A receptividade dos alunos foi muito motivante para continuarmos na jornada da docência e educação, pois todos do seu modo demonstraram gosto pela atividade, tanto que os mesmos solicitaram que a mesma continue a ser realizada com os conteúdos posteriores. Vemos o empenho dos mesmos conforme alguns registros fotográficos exposto na figura 4.

Figura 4 - Registro Fotográfico durante a Atividade Divisão em Linha

Fonte: dos autores (2017).

Para findar e para conhecimentos dos leitores, após a execução e a contagem de pontos da Gincana foi consagrado como vencedor a equipe Azul com 60 pontos efetuados contra 53 da equipe vermelha. E para efeito de conhecimento e do quanto é importante levar para os discentes o lema de se dedicar e não desistir de seus objetivos a equipe azul ganhou de virada, fato muito comemorado pelos integrantes do grupo. Os mesmos receberam uma premiação de guloseimas e derivados para aproveitarem pelo resto do dia. Assim encerrou-se a 1º Gincana de Operações com a turma.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Ensino de 5a a 8a Séries. Brasília-DF: MEC/SEF, 1998

MOURA**,** M. O. de. **O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático**. São Paulo, 1992. Disponível em: <http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf> Acesso em 19 agosto 2017.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação do Paraná, **Portal Dia-a-dia Educação.** Curitiba – versão original atividade a, disponível em: <http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=50>. Acesso em: 15 julho 2017.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná, **Portal Dia-a-dia Educação**. Curitiba – atividade b, disponível em: <http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=54>. Acesso em 15 jul 2017.

MAXIMIANO,Beta. SOS- Professor, **Atividades Quadrado Mágico**, disponível em: <http://sosprofessor-atividades.blogspot.com.br/2011/08/quadrado-magico.html>. Acesso em 15 julho 2017. Contato: betasobeta@gmail.com.

**CAPÍTULO 14**

**MEDIDAS DE DISPERSÃO: UMESTUDO A PARTIR DA FATURA DA ENERGIA ELÉTRICA**

Mariane Minhos da Rosa
Ana Maria Vargas Calegaro
Patricia Pujol Goulart Carpes

## 1. Contextualizando a Proposta Pedagógica

O presente trabalho objetiva descrever uma atividade desenvolvida no final de 2016 em uma turma do terceiro ano do Ensino Médio, no Colégio Estadual São Patrício, escola parceira do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência Subprojeto Matemática – PIBID, o conteúdo o qual utilizamos para desenvolver esta atividade foi Estatística, o qual estava sendo abordado pela professora regente da turma. Para isso buscamos fundamentação teórica no PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 2002).

Segundo os PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNEM, o terceiro eixo ou tema estruturador deve ser organizado em três unidades temáticas, a saber: Estatística, Contagem e Probabilidade. Uma das principais competências segundo o PCNEM é a contextualização sócio cultural uma forma de levar o aluno a vivenciar situações do seu cotidiano, para que o mesmo possa ler e atuar em sua própria realidade.

Vale ressaltar que este tema estruturador permite o desenvolvimento de várias competências, tal como analisar situações do mundo real, contribuindo também o estudante a compreender as representações gráficas, interpretarem e usarem os modelos matemáticos. O PCNEM propõe algumas habilidades a serem desenvolvidas nessas unidades temáticas, sendo que a estatística é subdividida em: variáveis estatísticas, distribuição de frequência, medidas de tendência central e medidas de dispersão.

Nessas subdivisões devemos abordar segundo o PCNEM, descrição dos dados, representação gráfica, análise de dados, média, moda, mediana, variância e desvio padrão, tendo como objetivos:

> i) Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata; ii) Ler e interpretar

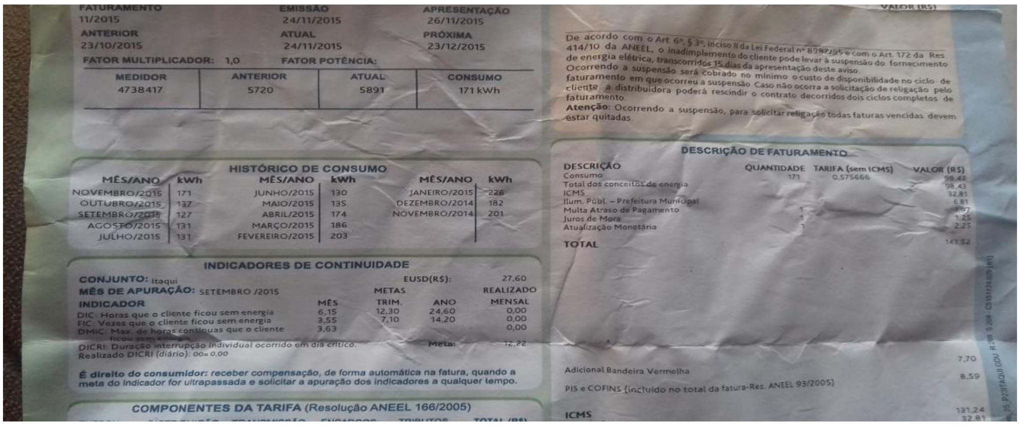
dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação; iii) Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas; iv) Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios. (BRASIL, 2002 p. 127).

O estudo desses temas é indispensável para os estudantes atual e futuramente, pois o ensino da matemática tem o compromisso não somente de ensinar o domínio dos números, mas também a organização de dados, leitura de gráficos e análises estatísticas.

## 2. A proposta pedagógica

O objetivo da atividade era revisar medidas de tendência central – média, moda e mediana, e abordar medidas de dispersão – variância e desvio padrão, a partir da altura e idade dos próprios estudantes. Posteriormente utilizando o histórico de consumo das contas de luz dos próprios estudantes conforme figura 1 (a qual foi solicitada a fatura na aula anterior à atividade), foi proposto aos mesmos que fizessem a análise dos dados dispostos. Desta forma, potencializando os conceitos de medidas de tendência e dispersão através da contextualização sócio cultural propostos no PCNEM.

Figura 1. Fatura da energia elétrica



FATURAMENTO 11/2015 | EMISSÃO 24/11/2015 | APRESENTAÇÃO 26/11/2015
ANTERIOR 23/10/2015 | ATUAL 24/11/2015 | PRÓXIMA 23/12/2015
FATOR MULTIPLICADOR: 1,0 | FATOR POTÊNCIA:

| MEDIDOR | ANTERIOR | ATUAL | CONSUMO |
|---|---|---|---|
| 4738417 | 5720 | 5891 | 171 kWh |

HISTÓRICO DE CONSUMO

| MÊS/ANO | kWh | MÊS/ANO | kWh | MÊS/ANO | kWh |
|---|---|---|---|---|---|
| NOVEMBRO/2015 | 171 | JUNHO/2015 | 130 | JANEIRO/2015 | 226 |
| OUTUBRO/2015 | 137 | MAIO/2015 | 135 | DEZEMBRO/2014 | 182 |
| SETEMBRO/2015 | 127 | ABRIL/2015 | 174 | NOVEMBRO/2014 | 201 |
| AGOSTO/2015 | 131 | MARÇO/2015 | 186 | | |
| JULHO/2015 | 131 | FEVEREIRO/2015 | 203 | | |

INDICADORES DE CONTINUIDADE

CONJUNTO: Itaqui | EUSD(R$): 27,60
MÊS DE APURAÇÃO: SETEMBRO /2015

| INDICADOR | METAS MÊS | TRIM. | ANO | REALIZADO MENSAL |
|---|---|---|---|---|
| DIC: Horas que o cliente ficou sem energia | 6,15 | 12,30 | 24,60 | 0,00 |
| FIC: Vezes que o cliente ficou sem energia | 3,55 | 7,10 | 14,20 | 0,00 |
| DMIC: Max. de horas contínuas que o cliente ficou sem energia | 3,63 | | | 0,00 |

DICRI: Duração interrupção individual ocorrido em dia crítico. Meta: 12,22
Realizado DICRI (diário): 00= 0,00

É direito do consumidor: receber compensação, de forma automática na fatura, quando a meta do indicador for ultrapassada e solicitar a apuração dos indicadores a qualquer tempo.

COMPONENTES DA TARIFA (Resolução ANEEL 166/2005)

De acordo com o Art. 6º, § 3º, inciso II da Lei Federal nº 8987/95 e com o Art. 172 da Res. 414/10 da ANEEL, o inadimplemento do cliente pode levar à suspensão do fornecimento de energia elétrica, transcorridos 15 dias da apresentação deste aviso. Ocorrendo a suspensão será cobrado no mínimo o custo de disponibilidade no ciclo de faturamento em que ocorreu a suspensão. Caso não ocorra a solicitação de religação pelo cliente, a distribuidora poderá rescindir o contrato decorridos dois ciclos completos de faturamento.
Atenção: Ocorrendo a suspensão, para solicitar religação todas faturas vencidas devem estar quitadas.

DESCRIÇÃO DE FATURAMENTO

| DESCRIÇÃO | QUANTIDADE | TARIFA (sem ICMS) | VALOR (R$) |
|---|---|---|---|
| Consumo | 171 | 0,575666 | 98,43 |
| Total dos conceitos de energia | | | 98,43 |
| ICMS | | | 32,81 |
| Ilum. Públ. – Prefeitura Municipal | | | 6,81 |
| Multa Atraso de Pagamento | 1 | | 1,97 |
| Juros de Mora | 1 | | 1,25 |
| Atualização Monetária | 1 | | 2,25 |
| TOTAL | | | 143,52 |

Adicional Bandeira Vermelha 7,70
PIS e COFINS (incluído no total da fatura-Res. ANEEL 93/2005) 8,59
ICMS 131,24 32,81

Fonte: dos autores

Foi solicitado primeiramente que os vinte estudantes presentes na aula dissessem sua idade e sua altura, as quais foram anotadas no quadro, posteriormente para revisar as medidas de tendência central. Solicitamos que os estudantes organizassem os dados obtidos até o momento em uma tabela. Assim, discutindo a melhor forma de organizar as informações, analisar as grandezas, buscar intervalos de classes, dentre outras características. Seguindo a atividade foi proposta a análise das medidas das frequências absoluta, absoluta acumulada, relativa e relativa acumulada, seguidamente destacaram a média, moda e mediana referente à idade e a altura.

No segundo momento da aula, foi abordado o conceito de medidas de dispersão – variância e desvio padrão com o emprego da fatura de luz em mãos. Desta forma, primeiramente foi discutido as informações apresentadas na fatura como a unidade de medida do consumo de luz, o possível motivo para descrição dos meses anteriores de consumo (uso sustentável) e o valor em reais a partir do consumo (estimativa de preço por kw/h). Em seguida requisitamos aos estudantes que calculassem e interpretassem a média, moda, mediana, variância e desvio padrão do histórico de consumo das suas contas de luz, vale ressaltar que não foi solicitada a tabela referente às frequências, pelo fato de que os dados contidos no histórico de consumo são dos últimos treze meses.

Por conseguinte, para ilustrar os conceitos abordados, foram analisados quantos desvios padrões da média estava o mês com maior e menor consumo de luz. A partir desses dados foi inferido porque em tal mês há maior ou menor consumo de luz na sua residência, quais aparelhos elétricos são mais ou menos utilizados nesses meses. E, ainda, o consumo de energia elétrica por habitante da casa.

## 3. Alcance da Proposta

Os estudantes apresentaram uma participação ativa durante as atividades comparado à participação dos mesmos durantes as outras aulas, pois solicitaram mais ajuda e tiraram suas dúvidas. Inferimos essa participação pelo fato de termos feito uma abordagem do conceito usando o cotidiano dos estudantes, mostrando que a partir dos conhecimentos obtidos em aula os mesmos podem vir a ajudar na economia de casa por exemplo.

Esta abordagem interdisciplinar nos leva a concluir que o estudo dos conceitos estatísticos é imprescindível para que as pessoas possam analisar índices de custo de vida, tomar decisões em distintas situações do cotidiano, desenvolvendo a capacidade de crítica e autonomia, exercendo sua cidadania e aumentando assim as possibilidades de sucesso pessoal e profissional.

Vale ressaltar que a abordagem significativa dos conceitos matemáticos de uma forma geral, não somente da estatística, pode contribuir para a formação do estudante levando o mesmo a analisar e criticar os dados questionando sobre sua autenticidade, interpretando e comparando os dados para assim tirar suas conclusões.

Essa interpretação e comparação foram muito importantes para o desenvolvimento da atividade, pois os estudantes puderam comparar suas faturas com a de um colega, analisando os gastos e refletindo sobre a economia que poderia vir a acontecer em sua residência, se questionando porque gastavam mais ou menos.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetro Curricular Nacional + Ensino Médio:** Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC; SEMTEC, 2002. 144 p.

**CAPÍTULO 15**

# A UTILIZAÇÃO DE JOGOS NA RETOMADA DO CONCEITO DE PROBABILIDADE NO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO

Mayara Marques Lunardi[43]
Priscila de Azevedo Mires[44]
Patricia Pujol Goulart Carpes[45]

O presente trabalho desenvolveu-se em duas turmas de 3° ano do Ensino médio, em uma escola estadual do município de Itaqui RS, a partir do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID). No qual tem por objetivo abordar o conceito de probabilidade, salienta-se que este trabalho foi planejado com intuito de retomar e ampliar este conceito, considerando que o mesmo já estava sendo trabalhado pela professora regente das turmas.

O conceito de probabilidade é proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para Ensino Médio (BRASIL, 2000) como uma habilidade que o estudante deve desenvolver considerando as aplicações da Matemática. Com isso salienta-se:

> A Estatística e a Probabilidade devem ser vistas, então, como um conjunto de idéias e procedimentos que permitem aplicar a Matemática em questões do mundo real, mais especialmente aquelas provenientes de outras áreas. Devem ser vistas também como formas de a Matemática quantificar e interpretar conjuntos de dados ou informações que não podem ser quantificados direta ou exatamente. (BRASIL, 2000, p.123)

Como bolsistas do PIBID, salientamos que durante as monitorias, observamos as dificuldades dos estudantes ao desenvolverem as atividades que envolvem o conceito de probabilidade, principalmente na interpretação dos mesmos. Sendo assim, evidenciamos as ideias de BUSS (2007):

> (...) as dificuldades encontradas no ensino/aprendizagem dos conteúdos de análise combinatória, probabilidade e estatística, no que se refere à leitura e interpretação de problemas, dados e gráficos estatísticos por alunos do ensino médio são muito grandes, as quais acabam gerando reflexos na própria disciplina de Matemática, como também na disciplina de Biologia (genética) e em outras áreas do conhecimento e da atividade humana. (BUSS, 2007, p.5)

---

[43] Acadêmica do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Bolsista PIBID- Subprojeto Matemática, email: mayaralunardi@gmail.com
[44] Acadêmica do curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA/Itaqui, Bolsista PIBID- Subprojeto Matemática, email:priscilamires@gmail.com
[45] Professora/Orientadora do Curso de Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA/Itaqui, email: patriciacarpes@unipampa.edu.br

Considerando as dificuldades e o quão é difícil desenvolver a habilidade de interpretação, assim como motivar os estudantes a desenvolver as atividades, optamos por utilizar o jogo em nosso planejamento. Tendo como ponto de partida as ideias dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio:

> Se há uma unanimidade, pelo menos no plano dos conceitos entre educadores para as Ciências e a Matemática, é quanto à necessidade de se adotarem métodos de aprendizado ativo e interativo. Os alunos alcançam o aprendizado em um processo complexo, de elaboração pessoal, para o qual o professor e a escola contribuem permitindo ao aluno se comunicar, situar-se em seu grupo, debater sua compreensão, aprender a respeitar e a fazer-se respeitar; dando ao aluno oportunidade de construir modelos explicativos, linhas de argumentação e instrumentos de verificação de contradições; criando situações em que o aluno é instigado ou desafiado a participar e questionar; valorizando as atividades coletivas que propiciem a discussão e a elaboração conjunta de idéias e de práticas; desenvolvendo atividades lúdicas, nos quais o aluno deve se sentir desafiado pelo jogo do conhecimento e não somente pelos outros participantes. (BRASIL, 2000, p.52)

Assim como utilizamos os jogos a partir da perspectiva do Grupo Mathema no qual salienta que o jogo potencializa o desenvolvimento de habilidades, para tanto da ênfase no planejamento e orientação deste, considerando um processo importante para a aprendizagem do conceito envolvido (SMOLE, 2007).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000) salientam que ao desenvolver o conceito de probabilidade devemos ter como foco que este conceito acena com resultados possíveis e não exatos, ou seja, envolve acontecimentos aleatórios do cotidiano. Com isso, propomos os jogos com ênfase no estudo do acaso, na incerteza que devem se manifestar intuitivamente, tendo como foco o desenvolvimento do raciocínio probabilístico, no qual o estudante possa formular hipóteses e desenvolver conjecturas.

Segundo Costa e Grebot (2012, p.9) a utilização de experimentos aleatórios potencializa a compreensão do conceito de probabilidade, pois a "análise da frequência dá uma informação quantitativa da ocorrência de um evento que é próxima da probabilidade desse evento quando o experimento é realizado um grande número de vezes."

Diante do exposto, desenvolvemos dois jogos, nos quais foram adaptados de uma tese intitulada "A produção de significações sobre combinatória e probabilidade numa sala de aula do 6° ano do Ensino Fundamental a partir de uma prática problematizadora", sendo esta de autoria de Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos, defendida em 2015.

Para o desenvolvimento destes jogos utilizamos duas horas/aula para cada turma e a organização se deu em 4 momentos. Vale ressaltar que para compreender como se desenvolveu o jogo elaboramos uma folha de registro para cada atividade.

A primeira atividade proposta foi jogo das moedas. Assim, iniciamos a atividade, dividindo a turma em duplas, distribuímos uma folha de registro (Figura 1) e duas moeda para cada dupla. Cada aluno deveria escolher cara ou coroa.

Figura 1: Folha de registro do jogo das moeda

Após as instruções do jogo das moedas, registre os eventos ocorridos:

| JOGADAS | EVENTOS |
|---|---|
| 1° | |
| 2° | |
| 3° | |
| 4° | |
| 5° | |
| 6° | |
| 7° | |
| 8° | |
| 9° | |
| 10° | |
| PONTUAÇÃO DO ALUNO A | |
| PONTUAÇÃO DO ALUNO B | |

**VENCEDOR:** ______________________________

Fonte: Arquivo pessoal

Após, propomos que jogassem uma das moedas 10 vezes e anotem os possíveis resultados, ou seja, quantos eventos podem ocorrer considerando cara (C) e coroa (K). Para que assim percebam que ao jogar apenas uma das moedas a chance tende a ser de 50% Cara (C) e 50% coroa (K) e então propomos o jogo das moedas (Figura 2).

Figura 2: Jogo das moedas

JOGO DAS MOEDAS

O aluno **A** propôs o seguinte jogo para o aluno **B**:

- Cada um lança alternadamente, 10 vezes uma moeda para cima:
- Se as duas moedas apresentarem cara, o aluno B ganha 1 ponto;
- Caso isso não ocorra, o aluno A ganha 1 ponto

Ao final de 10 jogadas quem obtiver o maior número de pontos será o vencedor:

Fonte: Arquivo pessoal

Após o tempo determinado para que as duplas jogassem e anotassem os eventos ocorridos propomos um segundo momento, no qual fizemos alguns questionamentos com relação ao desenvolvimento do jogo, sendo estes: Quais foram os possíveis eventos ocorridos no jogo anterior? Há algum evento que ocorreu mais? Jogando apenas uma moeda qual é a chance se sair cara (C)? E com duas moedas qual é a chance de sair cara(C) e cara(C)? Você considera este jogo justo? Justifique. Então o que é melhor ser o aluno A ou o Aluno B?

A segunda atividade proposta foi o jogo do par ou ímpar. Desenvolvido em um terceiro momento. Vale ressaltar que a turma deve continuar dividida em duplas, cada dupla recebeu uma folha de registro (Figura 3) e dois dados. Retomamos o conceito de par e ímpar e propomos o jogo do par ou ímpar (Figura 4).

Figura 3: Folha de registro do jogo do par ou ímpar

| JOGADAS | PRODUTO | P | I |
|---|---|---|---|
| 1° | | | |
| 2° | | | |
| 3° | | | |
| 4° | | | |
| 5° | | | |
| 6° | | | |
| 7° | | | |
| 8° | | | |
| 9° | | | |
| 10° | | | |
| | TOTAL | | |

**VENCEDOR:**___________________________________

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 4: Jogo do par ou ímpar

JOGO DO PAR OU ÍMPAR

Em cada jogada a dupla irá lançar dois dados e calcular o produto dos números de pontos que aparecem na face superior. Em seguida anotem na folha de registro o produto e o resultado, ou seja, indiquem se é par (P) ou é ímpar (I).

Ao final de 10 jogadas será vencedor aquele que obtiver mais resultados favoráveis a sua escolha inicial, par ou ímpar:

Fonte: Arquivo pessoal

Em um quarto e último momento, para que os estudantes estabeleçam relações e atribuam significado, propomos alguns questionamentos com relação ao desenvolvimento do jogo. Observando os eventos ocorridos durante o jogo, quem tem mais chance de ganhar? O par ou o ímpar? Justifique a sua resposta. Qual é a probabilidade de saírem números iguais?_Qual é probabilidade de que o produto desses números seja par? E ímpar?_Sabendo a probabilidade de sair números pares, responda: Se atirarmos 7 vezes os dados, é correto afirmar que o resultados será 5 produtos pares? Justifique a sua resposta.

Com relação ao desenvolvimento dos jogos observamos que no jogo do par ou ímpar houve alguns equívocos. Notamos a confusão dos estudantes com relação ao conceito de probabilidade, pois após desenvolver a ideia de eventos ocorridos e espaço amostral, tínhamos como objetivo que os estudantes conseguissem observar que a probabilidade de sair números ímpares na operação de multiplicação é bem pequena com relação a sair pares. Para que o resultado ímpar ocorra, precisamos que os dois números sejam ímpares. Porém para que os estudantes observassem essa relação tivemos que mostrar o espaço amostral, pois os mesmos não visualizaram.

Após essas conjecturas, questionamos com relação a probabilidade do produto dos números serem pares e de serem ímpares, na qual não apresentaram dificuldades. Com essas informações e sabendo que a probabilidade de sair números pares na operação de multiplicação era de $\frac{15}{21}$, fizemos o seguinte questionamento: "Sabendo a probabilidade de sair números pares, responda: Se atirarmos 7 vezes os dados, é correto afirmar que o resultados será 5 produtos pares? Justifique a sua resposta." Este foi um dos questionamentos que observamos mais equívocos, pois quase todos os estudante responderam que sim, era possível afirmar. O que não vem de encontro com o conceito de probabilidade, pois nada garante que se atirarmos novamente sete vezes os dados, irão sair 5 pares.

Diante do exposto, salientamos que tínhamos como foco amenizar as dificuldades presentes no desenvolvimento do conceito de probabilidade, sendo estes com relação à interpretação e compreensão da definição do mesmo. Sendo assim, evidenciamos a potencialidade do jogo quando bem planejado, pois propiciou a visualização e a compreensão do conceito, assim como facilita a interação dos estudantes, pois os mesmos se envolvem mais e se mostram mais interessados em resolver as atividades o que é importante no processo de ensino e aprendizagem. Vale ressaltar que o trabalho em grupos e a utilização de experimentos aleatórios potencializa este processo, pois acreditamos que a troca de concepções e o levantamento de hipóteses, possibilita a compreensão dos conceitos matemáticos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS


BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: ensino médio. Brasília: MEC, 2000.

BUSS, L. M. **Dificuldade na Leitura e Interpretação de Problemas Relativos ao Cálculo de Probabilidades e Estatáıstica**. In: Dia a Dia Educação , Paraná, 2007. Disponıvel em:http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/831-4.pdf Acesso em: 13 de agosto de 2017.

COSTA, T.R. GREBOT, G. **O experimento aleatório como ferramenta de aprendizagem no estudo de probabilidade. Elaboração e análise de sequência didática, baseada na metodologia de resolução de problema**. In: III EIEMAT - Escola de inverno de Educação Matemática. Santa Maria - RS, 2012

SMOLE, K.S. et al. **Jogos de matemática: de 6º a 9º ano**. In SMOLE, K. S. et al. Porto alegre: Artmed, 2007. (Série Cadernos do Mathema-Ensino Fundamental)

**CAPÍTULO 16**

# TRILHA IDENTIFICANDO AS EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU


Paola Aquino dos Santos[46]
Ritielle Bitencourt Alderette[47]
Denise Cardoso Bortolotto[48]
Patricia Pujol Goulart Carpes[49]


## 1. Contextualizando a proposta pedagógica

O presente trabalho realizou-se no contexto do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) por bolsistas do Subprojeto Matemática – UNIPAMPA - Campus Itaqui/RS. No qual, foi elaborado um jogo de trilha/tabuleiro para o 9º ano do Ensino Fundamental, com intuito de explorar o conceito de equações do 2º grau.

A atividade verificou-se em um colégio estadual do município de Itaqui, devido ser a escola em que o PIBID cumpre suas atividades. Desenvolveu-se com duas turmas do 9º ano e foi elaborada e executada pelas bolsistas do programa. O conteúdo deu-se pela organização do currículo em que o colégio propõe-se.

O jogo identificando as equações do 2º grau, foi adaptado do jogo Perfil da Equação (PARANÁ, 2014) que encontra-se por meio do seguinte endereço eletrônico: (http://pt.slideshare.net/FAMSilva/perfil-das-equaes-do-2-grau). Ambos os jogos, anteriormente citados, têm por objetivo desenvolver a compreensão de equações do segundo grau, pois é um jogo que por meio de dicas sobre equações do 2º grau o jogador deve encontrar a equação condizente as dicas obtidas.

A atividade desenvolvida potencializou o jogo de trilha considerando a importância de recursos metodológicos no ensino de conceitos matemáticos, no qual destacam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que

---


[46] Acadêmica do Curso de Matemática- Licenciatura na Universidade Federal do Pampa - Campus Itaqui, bolsista do PIBID, paolasantosmtm@gmail.com
[47] Acadêmica do Curso de Matemática- Licenciatura na Universidade Federal do Pampa - Campus Itaqui, bolsista do PIBID, ritielle22@gmail.com
[48] Professora/supervisora do Colégio Estadual São Patricio, email uabdenise@gmail.com
[49] Professora/orientadora do Curso de Matemática- Licenciatura da Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA/Campus Itaqui - email patriciacarpes@unipampa.edu.br

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas (BRASIL, 1998, p. 46).

Geralmente, a metodologia de ensino utilizada pela maioria dos professores em sala de aula é a metodologia expositiva, considerada tradicional. Porém para acabar com o paradigma de ser a mais eficaz, optou-se por empregar outra metodologia que proporcione o processo de ensino e aprendizagem por meio de jogos, a metodologia lúdica. Ainda de acordo com os PCN (BRASIL,1998) os jogos contribuem para a formação de atitudes, favorecendo a criatividade na construção de estratégias de resolução e na busca de soluções, que são importantes e necessárias para a aprendizagem da Matemática.

Segundo Fiorentini e Miorin (1990), o professor nem sempre tem clareza das razões fundamentais pelas quais os materiais ou jogos são importantes para o ensino-aprendizagem da matemática e, normalmente, não questiona se estes realmente são necessários, e em que momentos devem ser usados. Por isso é necessário que este tenha conhecimento do material concreto que irá utilizar para que não ocorra apenas o jogo pelo jogo, sem haver o conhecimento matemático.

Diante do exposto, a seguir, apresenta-se o jogo elaborado e aplicado em duas turmas de 9º ano do Ensino Fundamental potencializando a compreensão do objeto matemático equações do 2º grau.

## 2. Descrição da atividade

A atividade foi desenvolvida em um colégio estadual de Ensino Fundamental e Médio, da cidade de Itaqui/RS, com duas turma do 9º ano do Ensino Fundamental, no qual abordou o conceito inicial de equações do segundo grau, apenas tratando da definição da equação, sua parte literal, os coeficientes, sua classificação quanto completa e incompleta, mas sem abordar as resoluções das equações de segundo grau, determinação de raízes. De tal forma, tendo por objetivo identificar os coeficientes de uma equação do 2º grau, classificar a equação do 2º grau em completa ou incompleta e trabalhar por meio de uma atividade lúdica/jogo as equações de 2º grau e ampliar os conceitos sobre este conteúdo.

O jogo composto por um tabuleiro, cartas de dicas e pinos, em que cada carta fornecia dicas sobre uma equação a ser encontrada pelos jogadores.

Inicialmente a turma foi dividida em 5 grandes grupos. Cada grupo recebeu um tabuleiro contendo 89 casas, um pino para cada participante, 5 dados, dois envelopes sendo um azul com 6 cartas de dicas e outro vermelho com 7 cartas de dicas. As cartas contêm dicas envolvendo o conceito de equações do 2º grau. Tais como os exemplares dispostos no quadro 1 e quadro 2.

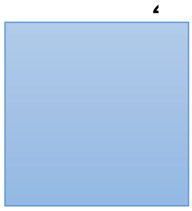
Quadro 1 - Exemplar das cartas de dicas dos envelopes vermelhos

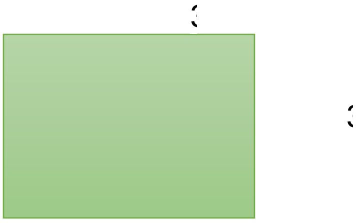
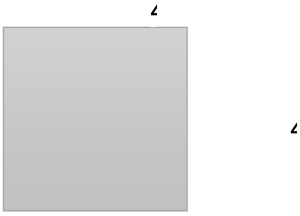
| | |
|---|---|
| ▪ Sou uma equação completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$.<br>▪ Meu 1º termo é $x^2$.<br>▪ O coeficiente do 2º termo é -7.<br>▪ Meu 3º termo é -8.<br>▪ O coeficiente do 1º termo é -1.<br>▪ A parte literal do 2º termo é x. | ▪ Sou uma equação incompleta do tipo $ax^2 + bx = 0$.<br>▪ Meu 1º termo é $x^2$.<br>▪ O coeficiente do 1º termo é 3.<br>▪ A parte literal do 2º termo é x.<br>▪ O coeficiente do 2º termo é 2. |
| ▪ Sou uma equação completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$.<br>▪ Meu 1º termo é $x^2$.<br>▪ O coeficiente do 2º termo é 7.<br>▪ Meu 3º termo é o resultado de $2^2$.<br>▪ O coeficiente do 1º termo é 5.<br>▪ A parte literal do 2º termo é x. | ▪ Sou uma equação incompleta do tipo $ax^2 = 0$.<br>▪ Meu 1º termo é $x^2$.<br>▪ O coeficiente do 1º termo é 9. |
| ▪ Sou uma equação completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$.<br>▪ Meu 1º termo é $x^2$.<br>▪ O coeficiente do 2º termo é o resultado de $\sqrt{121}$.<br>▪ Meu 3º termo é 4. | ▪ Sou uma equação incompleta do tipo $ax^2 = 0$.<br>▪ Meu 1º termo é $x^2$.<br>▪ O coeficiente do 1º termo é 4. |

| | |
|---|---|
| ▪ O coeficiente do 1º termo é -2.<br>▪ A parte literal do 2º termo é x. | |
| ▪ Sou uma equação completa do tipo $ax^2 + bx + c = 0$.<br>▪ Meu 1º termo é $x^2$.<br>▪ O coeficiente do 2º termo é o resultado de $\sqrt{16}$.<br>▪ Meu 3º termo é o resultado de $5^2$.<br>▪ O coeficiente do 1º termo é 3.<br>▪ A parte literal do 2º termo é x. | |

Fonte: das autoras

Quadro 2 - Exemplar das cartas de dicas dos envelopes azuis

| | |
|---|---|
| Qual a equação do 2º grau que representa:<br>A área de um quadrado de lado 2x + 1 cm é?<br> | ▪ A equação do 2º grau que representa:<br>O quadrado de um número x, menos 8, a equação é? |
| Qual a equação do 2º grau que representa: | ▪ A equação do 2º grau que representa: |

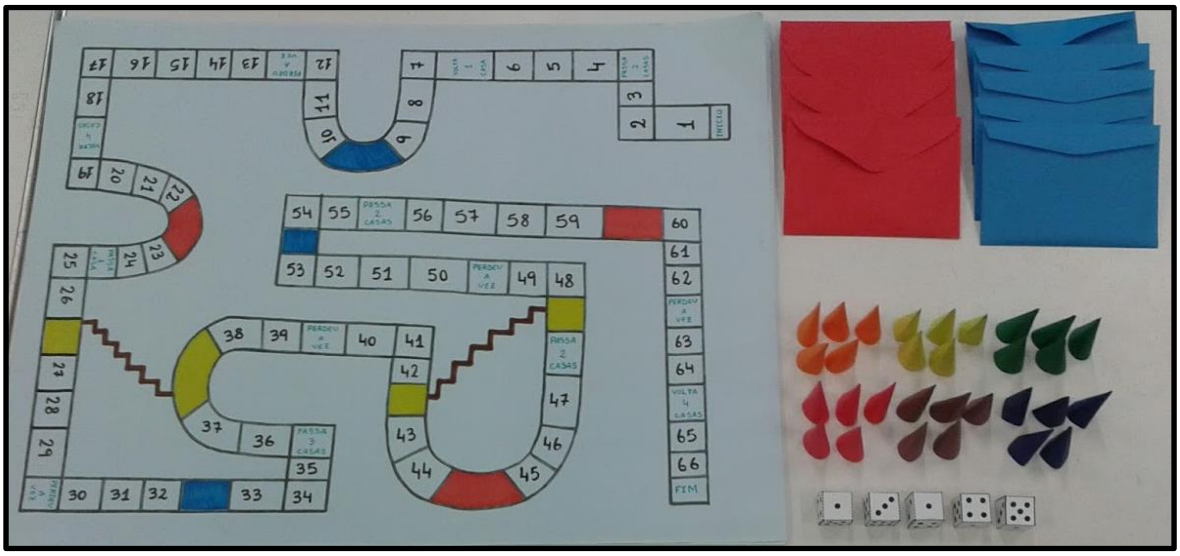
| | |
|---|---|
| A área de um retângulo de lados 3x + 1 e 3x?  | O quadrado de um número x, mais 10, a equação é? |
| Qual a equação do 2º grau que representa: A área de um quadrado de lado 4x + 2 cm é?  | ▪ A equação do 2º grau que representa: O triplo do quadrado de um número x, menos o dobro desse número, é igual à quinta parte de x. |

Fonte: das autoras

O tabuleiro anteriormente citado terá um início e uma chegada conforme figura 1, todos os participantes devem posicionar seus pinos no início e devem percorrer as casas até a chegada. Para o início do jogo, cada participante em seu grupo, deve jogar o dado, iniciando assim quem tirar o maior número com o dado. Os jogadores devem, deste modo, cada um na sua vez, jogar o dado e percorrer quantas casas o dado indicar, quando chegar em uma casa que indique a cor vermelha ou a cor azul, escolher do envelope da cor correspondente uma carta com dica e com isso encontrar a equação, o jogador deve resolver e dar o resultado ao demais jogadores do grupo, e os demais participantes devem conferir se a equação está correta. Porém quando nenhum souber responder o professor deve ser chamado para ajudar. Caso a equação esteja errada o jogador deve voltar à posição anterior e passa a vez para o próximo jogador, caso acerte, avança uma casa.

No tabuleiro também contêm casas que solicitam diferentes ordens a realizar caso o jogador chegar nestas casas, são as ordens: passa duas casas, volta uma casa, perdeu a vez, volte 4 casas, passa uma casa, passa três casas e a escada que possibilita ao jogador subir ou descer, avançando ou retrocedendo algumas casas. O jogo segue até que um dos jogadores chegue ao final da trilha, desta forma, vencendo o jogo.

Figura 1 - Tabuleiro e acessórios para o jogo




Fonte: das autoras

Esta atividade foi avaliada pela participação e envolvimento dos alunos durante a realização e desenvolvimento desta atividade e como também se os estudantes determinavam as equações por meio das dicas durante as jogadas.

### 3. Alcances da proposta pedagógica

A proposta desta atividade tornou-se significativa à medida que os estudantes envolveram-se no desenvolvimento do jogo. No entanto, os alunos apresentaram algumas dificuldades em entender as regras do jogo, assim como também foi preciso lembrá-los dos significados de coeficiente e parte literal de uma equação do segundo grau para conseguirem encontrar as equações solicitadas nas cartas.

De modo geral, os estudantes conseguiram caracterizar uma equação do segundo grau sendo ela completa ou incompleta e identificar seus coeficientes. Encontraram dificuldades também nas cartas em que continham as dicas escritas por extenso, por exemplo, na carta que solicitava *a equação do 2º grau que representa: o triplo do quadrado de um número x, menos o dobro desse número, é igual à quinta parte de x.*

Por meio deste recurso metodológico pode-se comprovar que os alunos conseguiram construir o conhecimento matemático relativo a equação do segundo grau compreendendo sua definição, reconhecendo seus termos, as incógnitas, os coeficientes numéricos sem muitas dificuldades. Deste modo, não deve-se esquecer as palavras de Nacarato apud Silva (2012), nenhum material didático – manipulável ou de outra natureza – constitui a salvação para a melhoria do ensino de Matemática. Sua eficácia ou não dependerá da forma como o mesmo for utilizado pelo professor.

Cabe ressaltar que a atividade também proporcionou interação entre os estudantes. A proposta se tornou bastante significativa, pois os alunos participaram seguindo as regras do jogo, questionando sempre que houvessem dúvidas, consequentemente atingindo os objetivos da proposta.

Durante o jogo algumas dúvidas foram apresentadas pelos alunos e se relacionavam às regras. De acordo com as posições da trilha, por exemplo, a casa PERDEU A VEZ onde o aluno perguntou se permanência no lugar ou voltava sua casa anterior, porém a maioria das dúvidas foram encontradas durante a interpretação das dicas de cada equação do segundo grau.

A partir do momento em que os alunos compreenderam o objetivo do jogo, que seria identificar a estrutura das equações de segundo grau, o andamento da atividade acabou se tornando prazeroso, contendo uma ótima receptividade, pois foi observado que grande parte dos alunos ao finalizar a trilha optaram por continuar o jogo fazendo o caminho inverso.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática**. Boletim SBEM, São Paulo, ano 4, n.7, 1990.

PARANÁ, Secretaria do Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Rede Pública na Educação Básica do Estado do Paraná – Matemática.** Curitiba: SEED, 2014.

SILVA, E. S. **Materiais manipuláveis uma proposta de ensino para o 7º ano do ensino fundamental da periferia de Manaus, estado do Amazonas.** In: III EIEMAT, 2012.

SILVA, F. A. M. **Perfil das Equações do 2º Grau**. Disponível em: http://pt.slideshare.net/FAMSilva/perfil-das-equaes-do-2-grau . Acesso em 5 jul. de 2017.

**CAPÍTULO 17**

# O ESTUDO DE POLINÔMIOS A PARTIR DO CÁLCULO DE ÁREAS

Renata Alves Rodrigues[50]
Karen Camargo de Alderete[51]
Patricia Pujol Goulart Carpes[52]
Simone Meus de Freitas[53]

## 1. Contextualizando a Proposta pedagógica

O presente trabalho foi desenvolvido no segundo trimestre de 2017 em uma turma do oitavo ano do Ensino Fundamental no Colégio Estadual São Patrício, escola que trabalha em conjunto com o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID – Subprojeto Matemática da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA).

O conteúdo abordado refere-se aos polinômios, associando-o a conceitos de Geometria. Sendo estes conteúdos ancorados nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, pois, segundo os PCN (BRASIL, 1998, p. 81), no quarto ciclo do Ensino Fundamental o estudante deverá ser capaz de “produzir e interpretar diferentes escritas algébricas - expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas” como também de “obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos”. A escolha dos conteúdos se deu pela necessidade de dar continuidade aos conceitos que estavam sendo contemplados pela professora regente da turma.

O trabalho tem como objetivo de ampliar noções acerca dos conceitos de área, volume, perímetro de figuras planas, bem como as operações com polinômios, pois, segundo os PCN “[...] o ensino de Álgebra precisa continuar garantindo que os alunos trabalhem com problemas, que lhes permitam dar significado à linguagem e às ideias matemáticas. Ao se proporem situações-problema bastante diversificadas, o aluno poderá reconhecer diferentes funções de Álgebra” (BRASIL, 1998, p. 84).

[50] Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA / Campus Itaqui, Bolsista PIBID- Subprojeto Matemática, alves25renata@gmail.com.
[51] Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA / Campus Itaqui, Bolsista PIBID- Subprojeto Matemática, camargokarende@gmail.com.
[52] Professora/orientadora do Curso Matemática Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA / Campus Itaqui, patriciacarpes@unipampa.edu.br
[53] Professora de matemática no Colégio Estadual São Patricio, monemeus@hotmail.com

Assim como com relação à geometria, contemplando "a análise das figuras pelas observações, manuseios e construções que permitam fazer conjecturas e identificar propriedades" e assim proporcionar aos estudantes uma visão mais ampla das relações entre os conceitos e eixos matemáticos (BRASIL, 1998, p. 102).

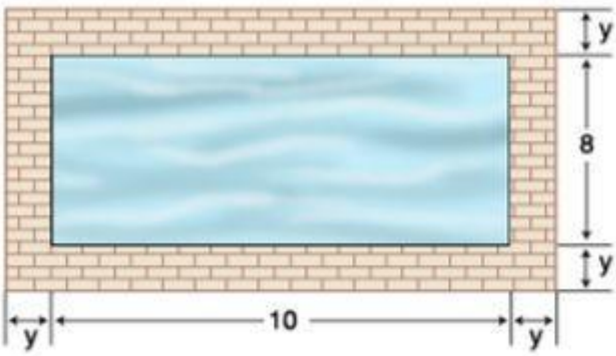
A seguir apresenta-se uma sequência de atividades que potencialize conceitos algébricos e geométricos, tais como operações de soma e multiplicação de polinômios, área e volume de figuras geométricas.

## 2. A Proposta Pedagógica

No primeiro momento da atividade disponibilizou-se no quadro a seguinte questão: "A piscina de Luís tem 8m de largura e 10m de comprimento. Ao seu redor, ele pretende construir uma calçada. Como ainda não determinou a largura que irá revestir com pedras, determinou essa medida de *y* metros. Deduza uma fórmula para a área da calçada." (MORAIS, 2008, p. 81)

Após a apresentação da atividade, foi entregue uma folha A4 a cada estudante para que o mesmo pudesse desenhar a construção, como mostra a figura 1, na folha.

Figura1: Ilustração da piscina e da calçada.



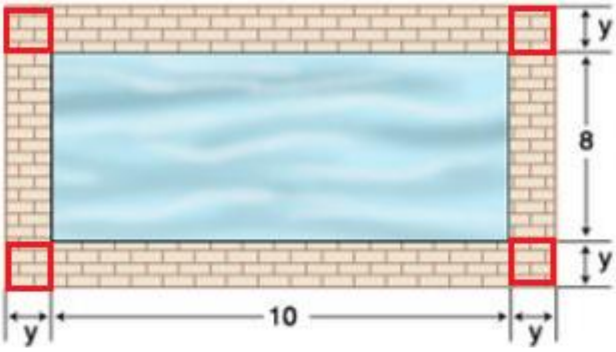

Fonte: MORAIS, 2008, p. 81.

Fez-se necessário, no segundo momento, retomar alguns conceitos relacionados a área de figuras planas juntamente com os estudantes, onde definiu-se área como uma quantidade de espaço bidimensional, ou seja, uma medida da superfície dentro de um perímetro.

Pôde-se então, com o auxílio do desenho, determinar a área da piscina, sendo esta dada pelo produto do comprimento e largura da mesma. Outro ponto abordado foi a análise de que se piscina é uma forma bidimensional, a unidade de medida após o produto da área será um elemento elevado à segunda potência.

Dando sequência, foi solicitado aos estudantes que recortassem os quadrados das pontas (de lado *y*, grifados na imagem da figura 1), e através da junção deles, formou-se outro quadrado grande, contendo o valor total de $4y^2$ – um quadrado de lado $2y$.

Figura 2: Recorte dos quadrados de lado y.




Fonte: adaptado de Morais (2008).

Depois do recorte sobrará no desenho quatro retângulos remanescentes, dois deles com área 10y e outros dois com área 8y.

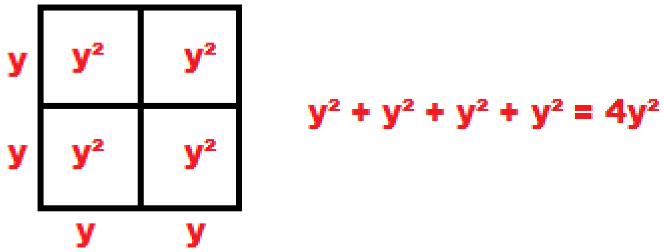
No terceiro momento recordou-se o conceito de volume, sendo este a quantidade de espaço ocupada por um corpo, ou seja, a grandeza física que expressa a extensão de um corpo em três dimensões (comprimento, largura e altura).

O intuito em abordar o conceito de volume e área é para que fosse possível distinguir essas medidas quando nos deparado com um problema, como o apresentado no início, e, ainda, distinguir um espaço bidimensional de um tridimensional, onde a área é a medida da superfície da piscina (10×8) e o volume da piscina é o espaço que ela ocupa, a quantidade de água que cabe nela (10×8×y).

Após compreender as dimensões, a área e o volume da piscina, retornou-se ao problema inicial para determinar a solução da questão "Deduza uma fórmula para a área dacalçada". É possível determinar a área da calçada de duas maneiras, geometricamente e algebricamente. Seja a primeira construção realizada na forma geométrica:

Como já havíamos calculado acima, encontramos um quadrado de lado 2y, composto pelos quadrados de lado y pertencentes aos cantos da piscina, como mostra a figura abaixo.

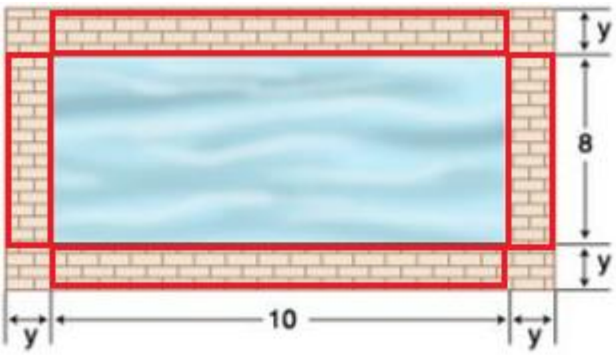
Figura 3: Ilustração dos quadrados de área y².




Fonte: das autoras.

Após calculou-se a área dos retângulos remanescentes, que representam também a calçada ao redor da piscina:

Figura 4: Ilustração das áreas retangulares da calçada.




Fonte: adaptado de Morais (2008).

Cada retângulo menor e cada retângulo maior tem como área, respectivamente, 8y e 10y. E, posteriormente, somou-se cada área encontrada:

$$4y^2 + 8y + 8y + 10y + 10y = 4y^2 + 36y$$

Assim, determinamos a fórmula da área total da calçada.

Outra forma de encontrar a área ocupada pela calçada é através de um tratamento algébrico, encontrando a área ocupada pela calçada, juntamente com a piscina, por meio do produto das medidas laterais:

$$(2y + 10) \times (2y + 8) = 4y^2 + 16y + 20y + 80 = 4y^2 + 36y + 80$$

Para encontrar somente a área da calçada, subtraiu-se a área da piscina com a encontrada anteriormente, onde a área da piscina equivale a $80m^2$. Então:

$$4y^2 + 36y + 80 - 80 = 4y^2 + 36y$$

Dessa forma também pôde-se obter a fórmula para a área da calçada.

Com a resolução da atividade acima foi possível avaliar algumas medidas para y e calcularmos o custo final para Luís. Sendo proposto que “Cada metro quadrado custa R$ 18,00 e, para colocá-la, o pedreiro cobra R$ 12,00 por metro quadrado. Escreva a fórmula que fornece o custo C da pedra e mão-de-obra em função de y".

A partir desta questão, questionou-se aos estudantes: "Como iremos achar esse resultado? "; "O que vamos fazer primeiro? ". Desta forma, após a discussão tornou-se possível aconstruçãodaresoluçãodoproblemajuntamentecomosestudantes.

Na sequência respondeu-se à questão utilizando a fórmula encontrada na questão anterior, completandoatabela.

Tabela1: Tabeladocustoemfunçãodosmetros.

| Y(emmetros) | 0,5 | 1,0 | 1,5 | 2,0 |
|---|---|---|---|---|
| C (emreais) | | | | |

Fonte: MORAIS, 2008, p. 81.

E por fim, foi questionado: "O custo C e a largura y são diretamente proporcionais?". Para responder esta questão fez-se necessário uma retomada dos conceitos de proporcionalidade.

**Atividade 2:**

Nesta atividade abordou-se os conceitos de área, onde a mesma tem o seguinte enunciado "O desenho abaixo representa a planta de uma pequena casa construída sobre um terreno quadrangular. De acordo com a figura e os conceitos estudados em sala de aula, julgue os itens a seguir em certo (C) ou errado (E)" (SILVA, 2016, p. 9).

Figura5: Planta da casa.


Fonte: SILVA, 2016, p. 9.

(1) ( ) A área da sala é 8m².

(2) ( )A expressão que representa a área do quarto é $9x^2+25$.

(3) () A planta da casa é formada por dois quadrados e dois retângulos.

(4) () A área total da casa é representada pelo trinômio $9x^2+54x+81$.

Para resolver esta atividade, explicou-se, junto ao quadro branco, a veracidade das alternativas corretas e apontou-se as falhas encontradas nas alternativas erradas.

## 3. Alcance da Proposta

Os estudantes inicialmente mostraram-se resistentes às atividades, pelo fato das mesmas envolverem conceitos já abordados no trimestre. No decorrer do desenvolvimento da atividade, percebeu-se uma maior participação e envolvimento, por parte dos estudantes, para com o que foi proposto. Outro ponto a ser ressaltado é a compreensão dos estudantes na relação entre as diferentes representações ou resoluções para a atividade proposta, onde constaram relatos de dificuldades e facilidades com determinada forma de solucionar o problema, tanto na forma algébrica como na forma geométrica, no qual a forma algébrica mostrou-se mais preferível pelos estudantes.

Esta atividade proporcionou aos estudantes uma percepção entre as conexões existentes entre os conteúdos/conceitos matemáticos e a relação dos mesmos com as situaçõesproblemas, muitas vezes encontradas no cotidiano.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental.** Brasília: MEC/SEF,1998. 146p.

MORAIS, R. dos S. A **aprendizagem de polinômios através da resolução de problemas por meio de um ensino contextualizado.** 2008. 251 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

SILVA, J.M.P. da. **A educação algébrica e a produção escrita de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental.** Disponível em: < http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7339_4057_ID.pdf >. Acessado em: 10 de julho de 2017.