Universidade Federal do Pampa
Campus Caçapava do Sul

Ciências Exatas - Licenciatura

O JOGO DO NIM E O DESEMPENHO ESCOLAR EM MATEMÁTICA

Ivana de Oliveira Freitas

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Ciências Exatas - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Ciências Exatas ênfase em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Ângela Maria Hartmann

Caçapava do Sul, RS

Novembro de 2019

O jogo do NIM e o desempenho escolar em Matemática

Ivana de Oliveira Freitas[1]– ivanafreitas.aluno@unipampa.edu.br

Ângela Maria Hartmann[2] – angelahartmann@unipampa.edu.br

Resumo

O presente trabalho de pesquisa foi elaborado a partir do estudo sobre utilização de jogos no ensino de Matemática, visto ser essa uma metodologia cuja eficiência é constantemente demonstrada e reafirmada em diversas publicações acadêmicas. A utilização de jogos no ensino de Matemática é defendida porque além de possuir uma dimensão lúdica, apresenta também uma dimensão educativa. Um desses jogos é o NIM, publicado inicialmente por Charles Bouton em 1901. Este jogo estimula a realização de cálculos mentais e a contagem antecipada visando prever futuras jogadas do adversário. O objetivo desta pesquisa foi analisar se o raciocínio lógico do aluno, que se destaca durante as partidas do jogo do NIM, reflete-se em seu desempenho matemático na escola. Inicialmente, foi realizado um levantamento referente à utilização de jogos no ensino-aprendizagem de Matemática e os cuidados a serem tomados pelos educadores ao fazerem uso dessa prática. A utilização do jogo do NIM seguiu três etapas: apresentação do jogo, exploração e formulação de questões; formulação de conjecturas, testagem das hipóteses e reformulação; e justificativa para as conjecturas e avaliação do trabalho. O jogo foi aplicado a seis alunos dos Anos Finais da Educação Básica, de uma escola pública. As partidas foram jogadas em duplas e gravadas em vídeo e áudio. Também foi realizada entrevista com o aluno que se destacou durante as partidas, bem como com sua professora de Matemática. As falas reunidas durante as entrevistas e as partidas foram analisadas segundo categorias de análise baseadas em conceitos da Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud: esquemas prontos, esquemas construídos, invariantes operatórios, antecipações, regras de ação, inferências, filiações e rupturas. A partir dessa análise é possível confirmar que existe paridade entre o desempenho do aluno durante as partidas do jogo e seu desempenho em aulas de Matemática.

Palavras-chaves: Ensino Fundamental; Jogo do NIM; Teoria dos Campos Conceituais; Jogos Matemáticos.

Abstract

This research work was elaborated from the study on the use of games in the teaching of Mathematics, since this is a methodology whose efficiency is constantly demonstrated and reaffirmed in several academic publications. The use of games in mathematics teaching is defended because, besides having a playful dimension, it also has an educational dimension. One such game is NIM, first published by Charles Bouton in 1901. This game encourages mental calculations and early counting to predict the opponent's future moves. The objective

[1]Acadêmica do Curso de Ciências Exatas – Licenciatura, da Universidade Federal do Pampa, campus Caçapava do Sul, RS.
[2]Professora da Universidade Federal do Pampa, campus Caçapava do Sul, RS

of this research was to analyze if the student's logical reasoning, which stands out during the NIM game matches, is reflected in their mathematical performance at school. Initially, a research was conducted regarding the use of games in teaching and learning mathematics and the care to be taken by educators when making use of this practice. Using the NIM game followed three stages: game presentation, exploration, and question formulation; conjecture formulation, hypothesis testing and reformulation; and justification for conjecture and work evaluation. The game was applied to six students of the Final Years of Basic Education, from a public school. The matches were played in pairs and recorded on video and audio. An interview was also conducted with the student who stood out during the matches, as well as with his math teacher. The statements gathered during the interviews and matches were analyzed according to analysis categories based on concepts of Gérard Vergnaud's Conceptual Field Theory: ready-made schemes, constructed schemes, operative invariants, anticipations, rules of action, inferences, affiliations and ruptures. From this analysis it is possible to confirm that there is parity between the student's performance during the game matches and their performance in mathematics classes.

Key words: Elementary School; NIM game; Conceptual Field Theory; Mathematical games.

1 INTRODUÇÃO

Desde o início da graduação são estudadas diferentes metodologias pelos licenciandos para ensinar a Matemática, assim como sua história e formas de destacar a importância dessa área do conhecimento diante de estudantes da Educação Básica. No entanto, para incentivar seu estudo em alguns casos, é necessário superar algumas barreiras, como a falta de estímulo de estudar Matemática devido à fama que ela carrega, como por exemplo, de seu conteúdo ser considerado fácil só para pessoas com determinado grau de inteligência (NASCIMENTO, 2016, p. 11).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) mencionam duas visões contraditórias sobre a Matemática, tanto por parte de quem aprende, quanto por parte de quem a ensina: “[...] de um lado, a constatação de que se trata de uma área de conhecimento importante; de outro, a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos com muita frequência em relação à sua aprendizagem.” (BRASIL, 1997, p. 15). O aluno necessita construir e apropriar-se de conhecimentos, e isto é possível a partir de atividades escolares, cujo olhar não seja direcionado para objetos de conhecimento acabados e que apresente a Matemática como algo definitivo. As Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCNEB) (BRASIL, 2013), por sua vez, fazem menção à importância de tornar o ensino atrativo aos olhos dos estudantes:

> As escolas devem propiciar ao aluno condições de desenvolver a capacidade de aprender [...], mas com prazer e gosto, tornando suas atividades desafiadoras, atraentes e divertidas. Isso vale tanto para a base nacional comum como para a parte diversificada. (BRASIL, 2013, p. 117).

Ainda segundo os PCN, a origem da Matemática constituiu-se a partir de regras que estavam diretamente conectadas com a vida diária dos indivíduos e de suas experiências com estes conjuntos de regras. Até mesmo aqueles que possuem um conhecimento superficial desta componente curricular, percebem os pontos que a caracterizam, como a abstração, seu rigor lógico, a vastidão de campo onde se aplica sua precisão, bem como sua irrefutabilidade nas conclusões (BRASIL, 1997).

A Matemática é tida como um modo de pensar, a ser estimulado o quanto antes nas pessoas para facilitar a aprendizagem de seus códigos e regras. Ela permite a resolução de problemas, tanto no âmbito escolar, quanto na vida cotidiana, além de ser um importante instrumento de construção de conhecimentos em outras áreas (PIAGET, 1998, *apud* MELO e SARDINHA, 2009).

Para mudar essa visão, de que a matemática é de difícil compreensão, diferentes metodologias são utilizadas por educadores para ensiná-la. A cada ano, novas sugestões são propostas em trabalhos, encontros e seminários sobre Educação Matemática, assim como é demonstrada e reafirmada à eficiência de metodologias adotadas por professores em suas aulas, quando bem aplicadas e desenvolvidas. Um exemplo de reafirmação da eficiência de uma metodologia empregada no ensino da Matemática é a utilização de jogos.

A utilização dos jogos é admitida no ensino, pois sabe-se que além de sua dimensão lúdica, eles possuem também uma dimensão educativa (NASCIMENTO, 2016). O jogo é uma ferramenta utilizada por educadores, pois possibilita visualizar os diferentes esquemas e estratégias utilizadas pelos alunos para resolver algum problema previamente proposto pelo professor.

Vieira e Santos (2012) afirmam que, por meio do jogo matemático, o indivíduo acaba por tornar-se realizador de seu próprio conhecimento assim como do processo de assimilação do conteúdo proposto para estudo. O aluno torna-se, desta maneira, mais ativo em sala de aula, uma vez que o jogo acaba por gerar um maior interesse pela Matemática. Vê-se, desta maneira, que uma intervenção com jogos matemáticos, quando bem planejada, gera uma onda de empolgação e de interesse pela Matemática, assim como o fortalecimento do raciocínio lógico do aluno, seu pensamento crítico e sua capacidade de enfrentar problemas e desafios.

Diferentes autores destacam o NIM como possibilidade para o desenvolvimento do raciocínio matemático em estudantes da Educação Básica, sendo alguns deles: Nascimento (2016); Vieira e Santos (2012); Almeida e Carvalho (2016); Welter (2016); Cabral (2004); Rodrigues e Silva (2004); e Maluta (2007). Os objetivos e resultados de cada um desses trabalhos é discutido no item "Estudos Relacionados".

Um dos primeiros trabalhos publicados sobre esse jogo foi escrito por Charles Leonard Bouton, tendo como título: *NIM, a game with a complete mathematical theory*[3]. O trabalho foi publicado em *The Annals of Mathematics*, no ano de 1901. Segundo Bouton, o NIM é *"extremely simple and complete mathematical theory"*, ou seja, é um jogo simples que apresenta uma teoria completa. A origem do nome é desconhecida, porém percebe-se que a inversão da palavra NIM forma a palavra *"win"*, que em inglês significa *ganhar* (ALMEIDA; CARVALHO, 2016). Ressaltamos que o próprio Bouton relata no trecho *"the name in the title is proposed for it"* (BOUTON, 1901) que o jogo foi batizado por ele.

A partir do trabalho de Bouton (1901), e tendo em vista os problemas enfrentados pelos alunos no estudo da Matemática, buscou-se com este trabalho analisar como é o raciocínio de alunos que se destacam durante o NIM, e verificar se esses alunos possuem bom desempenho em aulas de matemática na escola. Para essa análise, foi utilizada a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, no trabalho de Grings, Caballero e Moreira (2008), ao analisar como cada aluno formula seus esquemas. Também foram utilizadas as três etapas da sequência didática apresentadas por Almeida e Carvalho (2016):

> Etapa 1 – apresentação do jogo, exploração e formulação de questões; Etapa 2 – formulação de conjecturas, testes e reformulação; e Etapa 3 – justificação das conjecturas e avaliação do trabalho. (ALMEIDA; CARVALHO, 2016, p. 35).

Durante a realização do jogo, buscou-se analisar o desempenho dos participantes, examinando como os alunos atingem alguns objetivos, entre eles o desenvolvimento e/ou reforço de habilidades como a observação, a análise, o raciocínio lógico, a busca por respostas e a tomada de decisões, assim como cálculo mental.

Da mesma maneira que a utilização de jogos possui vantagens, Nascimento (2016) afirma que sua utilização inadequada pode trazer desvantagens, pois os jogos demandam mais tempo tanto na sua elaboração, quanto no momento de sua utilização, uma vez que mais aulas

[3]*Nim, um jogo com uma teoria matemática completa* (tradução nossa).

são necessárias. Os alunos, por sua vez, podem ter falsas ideias e expectativas sobre esse recurso pedagógico, podendo, assim, o jogo vir a perder seu caráter educativo. É possível, ainda, que em determinado momento algum aluno se recuse a participar da atividade, o que pode acarretar a perda da voluntariedade, uma característica importante dos jogos, se o professor se vir obrigado a fazê-lo participar, o que não é recomendado didaticamente.

De modo geral, o que motivou a realização deste trabalho foram quatro pontos:

(i) A possibilidade de o aluno ser o principal agente de formulação de esquemas lógicos por meio do jogo;

(ii) O jogo de NIM ser complexo e ao mesmo tempo de fácil compreensão e acessibilidade;

(iii) A possibilidade de analisar os esquemas mentais elaborados pelos estudantes durante o jogo e se há paridade desse raciocínio em aulas de matemática na escola;

(iv) A possibilidade de compartilhar este trabalho com a comunidade acadêmica, visando sua replicação e possibilidade de confirmação dos resultados obtidos com esta investigação.

Este trabalho teve, portanto, por objetivo analisar se o raciocínio lógico do aluno que se destaca durante as partidas do NIM, reflete-se em seu desempenho matemático na escola. Como especificidades, destacam-se outros cinco objetivos: (i) observar o desempenho de cada aluno durante o NIM e em que momento cada um começa a elaborar estratégias visando ganhar o jogo; (ii) analisar o raciocínio que o aluno utiliza para vencer o jogo; (iii) entrevistar o professor de matemática dos jogadores; (iv) identificar quando acontecem os três momentos da construção da estratégia para solucionar a questão lógico-aritmética do jogo; e (v) avaliar se o desempenho matemático de cada aluno tem relação com o raciocínio lógico apresentado durante o jogo.

1.1 Os jogos no ensino – aprendizagem de matemática

A utilização de recursos didáticos como jogos, livros, computadores, assim como qualquer outro material de apoio, que se caracterize como importante no processo de ensino e aprendizagem é recomendada nos PCN (BRASIL, 1997) e apreciada pelos educadores. Tendo ciência disto, o trabalho busca analisar a utilização do NIM como recurso didático. Melo e

Sardinha (2009) afirmam que “o jogo é um meio de diversão que acaba por motivar, desenvolver habilidades, estimular o raciocínio, a capacidade de compreensão dos conteúdos matemáticos e de outras áreas do conhecimento”. Os jogos também despertam aspectos sociais fundamentais para a formação do aluno e a convivência humana em sociedade, assim como aspectos emocionais e morais, quando empregados de maneira coerente e em grupo. Segundo Vieira e Santos (2012),

> [...] os jogos contribuem para melhorias nas situações de ensino aprendizagem, minimizam bloqueios, estimulam e despertam o interesse dos alunos pela matemática como um todo e ainda auxiliam na construção do conhecimento. [...] os jogos podem contribuir como instrumento motivador de aprendizagem. (VIEIRA; SANTOS, 2012, p. 6).

Quando mais avançados, os jogos possibilitam que as crianças aprendam a lidar com situações mais complexas. A partir da implementação de jogos que necessitam de regras, as crianças são capazes de perceber que só se poderá intervir em função de jogadas realizadas por outro jogador, ou por jogadas realizadas anteriormente, quando o jogo for solitário. Jogos que utilizam regras possuem importância de elevada significância, tendo em vista que estimulam tanto o fazer quanto o compreender (BRASIL, 1997).

Kishimoto (2001) descreve quatro modalidades de jogos:

- *Jogo educativo* – recurso que auxilia no ensino e aprendizagem do aluno de maneira prazerosa. A dimensão educativa surge quando o professor estimula a aprendizagem utilizando o lúdico.
- *Tradicionais infantis* – expressa principalmente através da oralidade fazendo parte da cultura popular, crenças e folclore, sendo passados de geração a geração, tendo como anônimos os criadores de cada jogo. Essa categoria garante a presença do lúdico nas situações imaginárias.
- *Faz-de-conta* – propicia a aquisição e criação de símbolos pelas crianças, pois são jogos nos quais a grande importância está na presença de situações imaginárias, tornando-os simbólicos. É importante ressaltar que o conteúdo do imaginário provém de experiências anteriores vividas pelas crianças, em diferentes contextos.
- *De construção* – esses jogos estimulam não só a imaginação, mas também o desenvolvimento afetivo e intelectual das crianças. Além disso, há auxílio no desenvolvimento de habilidades e criatividade, assim como apresenta um enriquecimento sensorial. Os jogos de construção permitem aos educadores a

verificação de dificuldades por parte dos estudantes em adaptar-se, uma vez que por meio da construção ele expressa o seu imaginário.

Já Grando (1995), *apud* Almeida e Carvalho (2016), classifica os jogos em outras seis categorias:

> Jogos de azar: são jogos que dependem exclusivamente da sorte, por isso, também são chamados de "jogos de sorte". É um tipo de jogo que não depende das habilidades dos jogadores;
>
> Jogos de quebra-cabeça: geralmente, são jogos jogados sozinhos e o jogador deve resolver o problema proposto;
>
> Jogos computacionais: são jogos planejados e efetuados em ambiente virtual;
>
> Jogos de fixação de conceitos: são aqueles utilizados após a apresentação dos conteúdos, pois seu objetivo é fixá-los. São os tipos de jogos mais comuns e apresentam sua utilidade quando substituem as listas de exercícios;
>
> Jogos de estratégia: também podem ser chamados de jogos de construção de conceitos, pois o jogador precisa elaborar uma estratégia de vitória. O fator sorte não está presente no jogo e depende unicamente das ações dos jogadores;
>
> Jogos pedagógicos: são todos aqueles utilizados durante o processo de ensino e aprendizagem. Esse tipo de jogo engloba todos os conceitos acima. (GRANDO, 1995 *apud* ALMEIDA; CARVALHO, 2016, p. 18).

De acordo com a classificação de Kishimoto (2001) e Grando (1995), *apud* Almeida e Carvalho (2016), o jogo do NIM se enquadra nas categorias *"jogo educativo"* pois auxilia de maneira mais prazerosa no ensino e aprendizagem dos alunos e *"jogos de estratégia"* devido o jogador, neste caso o aluno, precisar elaborar uma estratégia para vencer, dependendo somente das ações do jogador.

Frente a tais informações, perguntamo-nos: o que é preciso para aplicar jogos em aulas de Matemática? Rego (2000) fornece uma resposta para este questionamento a partir de cinco cuidados que devem ser tomados pelos professores ao utilizarem material concreto (neste caso, o jogo) como recurso pedagógico.

> 1. [...] os alunos entram em contato com o material do jogo, identificando materiais conhecidos, como: dados, peões, tabuleiros e outros, e experimentam o material através de simulações de possíveis jogadas. É comum o estabelecimento de analogias com os jogos já conhecidos pelos alunos;
> 2. O reconhecimento das regras do jogo, pelos alunos, pode ser realizado de várias formas: explicadas pelo orientador da ação ou lidas ou, ainda, identificadas através da realização de várias partidas-modelo, onde o orientador da ação pode jogar várias partidas seguidas com um dos alunos,

> que aprendeu previamente o jogo, e os alunos restantes tentam perceber as regularidades nas jogadas e identificam as regras do jogo;
>
> 3. Este é o momento do jogo pelo jogo, do jogo espontâneo simplesmente, em que se possibilita ao aluno jogar para garantir a compreensão das regras. Neste momento, são exploradas as noções matemáticas contidas no jogo. O importante é a internalização das regras, pelos alunos. Joga-se para garantir que as regras tenham sido compreendidas e que vão sendo cumpridas;
> 4. [...] os alunos passam a jogar agora contando com a intervenção propriamente dita. Trata-se das intervenções que são realizadas verbalmente, pelo orientador da ação, durante o movimento do jogo. Este momento caracteriza-se pelos questionamentos e observações realizadas pelo orientador da ação a fim de provocar os alunos para a realização das análises de suas jogadas [...] Neste momento, a atenção está voltada para os procedimentos criados pelos sujeitos na resolução dos problemas de jogo, buscando relacionar este processo à conceitualização matemática;
> 5. [...] O registro dos pontos, ou mesmo dos procedimentos e cálculos utilizados, pode ser considerado uma forma de sistematização e formalização, através de uma linguagem própria que, no nosso caso, seria a linguagem matemática. É importante que o orientador da ação procure estabelecer estratégias de intervenção que gerem a necessidade do registro escrito do jogo, a fim de que não seja apenas uma exigência, sem sentido para a situação de jogo. (REGO, 2000, p.43).

Fialho (2008) fala em seu trabalho sobre os cuidados que os professores devem ter ao utilizar o jogo como recurso pedagógico. Tais cuidados incluem: (i) ter experimentado e elaborado questões sobre jogo antes de apresentá-lo aos alunos, assim como já estar preparado para imprevistos que possam surgir durante a aplicação; (ii) ter as regras claras para si, de modo que, no momento de repassar as regras para os alunos, elas sejam claras; (iii) propor atividades que tenham real ligação com o jogo; e, por fim, (iv) pontuar o jogo, pois a pontuação atrai a atenção do aluno e o deixa motivado.

1.2 O jogo do NIM na Matemática

Bounton (1901), um dos primeiros autores a publicar um trabalho voltado exclusivamente para o NIM e sua teoria, formulou duas teorias fundamentais para este jogo e que o norteiam.

> Theorem I. If A leaves a safe combination on the table, B cannot leave a safe combination on the table at his next move.
> Theorem II. If A leaves a safe combination on the table, and B diminishes one of the piles, A can always diminish one of two remaining piles, and leave a safe combination.[4] (BOUTON, 1901, p. 2).

---

[4] Teorema I. Se "A" deixa uma combinação segura na mesa, "B" não pode deixar uma combinação segura na mesa no seu próximo movimento.

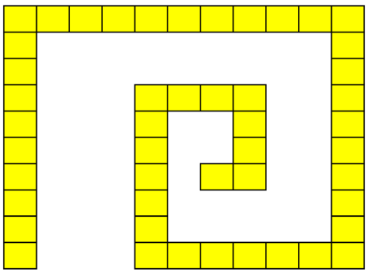
Segundo Raguenet e Barrêdo (1983?), de acordo com o Teorema I, se o primeiro jogador deixar sobre a mesa uma combinação segura, o segundo jogador não conseguirá deixar uma combinação segura em sua vez de jogar. Uma combinação é chamada segura quando, na sua vez de jogar, o jogador conseguir deixar uma determinada configuração sobre a mesa, de tal forma que, independentemente da jogada, seu oponente não terá como vencer (NASCIMENTO, 2016, p. 14). Em outras palavras, uma combinação segura é uma maneira que se tem de prever futuros movimentos, de modo a sempre vencer o jogo. Já o Teorema II estabelece que, se o primeiro jogador deixar uma combinação segura sobre a mesa, independentemente da quantidade de palitos que o segundo jogador retirar, o primeiro jogador sempre conseguirá recompor o jogo de modo a manter uma combinação segura na mesa.

Para Nascimento (2016), espera-se que, quando bem utilizado pelo professor, o NIM estimule os estudantes a realizar cálculos mentais, ou até mesmo a contagem antecipada com a tentativa de prever futuras jogadas de seu adversário, levando-o a vencer o jogo. Como se trata de um jogo é importante ressaltar o que destacam Rodrigues e Silva (2004, p. 2), de que se devem diversificar os materiais utilizados, pois alguns alunos podem apresentar apatia frente a uma determinada maneira de jogar e diversificar o jogo é um fator importante para que todos possam ser atendidos. Em atenção a essa recomendação, ressaltamos que o NIM apresenta diferentes versões, principalmente, no que se refere ao material utilizado.

Rêgo e Rêgo (1999), *apud* Rodrigues e Silva (2004), apontam algumas variações do NIM, das quais são citadas a seguir.

- Jogo das correntes: dois jogadores, uma peça, cada jogador pode avançar um determinado número de casas. Ganha o jogo aquele que colocar a peça na última casa. A Figura 1 ilustra essa versão do jogo NIM.

Figura 1 – Jogo das Correntes

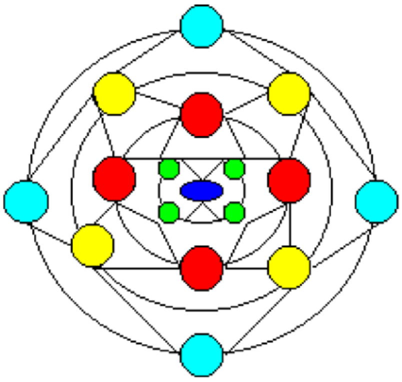


Teorema II. Se "A" deixa uma combinação segura na mesa e "B" diminui uma das pilhas, "A" sempre pode diminuir dentre os dois montes restantes e deixar uma combinação segura.

Fonte: Rodrigues e Silva (2004, p. 4-5)

- Tabuleiro circular: dois jogadores, cada um retira uma ou duas peças (se estiverem em casas vizinhas). Perde o jogo aquele que não puder retirar mais peças. A Figura 2 ilustra essa modalidade do jogo NIM.

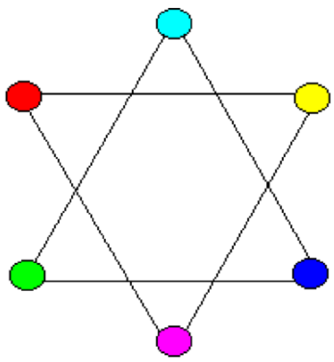
Figura 2 – Tabuleiro Circular



Fonte: Rodrigues e Silva (2004, p. 5)

- Tabuleiro em estrela: A Figura 3 ilustra esse tipo de tabuleiro em que cada um de dois jogadores pode retirar uma ou duas peças (se estiverem interligadas). Perde o jogo aquele que não puder retirar mais peças.

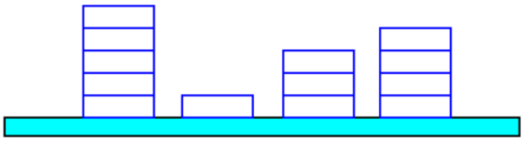
Figura 3 – Tabuleiro em Estrela



Fonte: Rodrigues e Silva (2004, p. 5)

- Jogo das torres (NIM II): A Figura 4 ilustra essa forma de NIM, em que cada um de dois jogadores pode retirar no mínimo uma peça e no máximo toda a torre (dependerá do número máximo de peças estipulado em cada partida). Não é permitido retirar peças de duas torres distintas na mesma jogada. Perde o jogo aquele que não puder retirar mais peças.

Figura 4 – Jogo das Torres (Nim Ii)



Fonte: Rodrigues e Silva (2004, p. 5-6)

É preciso que o professor tenha paciência e força de vontade para explicar a seus alunos as regras do jogo, assim como ensiná-los a jogar. De acordo com Rodrigues e Silva (2004), é preciso:

> [...] levar em conta que os significados matemáticos não são “transmitidos” nos jogos, sendo estruturado passo a passo em um processo contínuo de erros e acertos. Para isso acontecer, é necessária uma constante interação entre o aluno e seus colegas e entre o aluno e o professor, além de oportunidades para que possa expor suas ideias e conhecer o pensamento dos outros. (RODRIGUES; SILVA, 2004, p. 7).

1.3 Formas de jogar o NIM

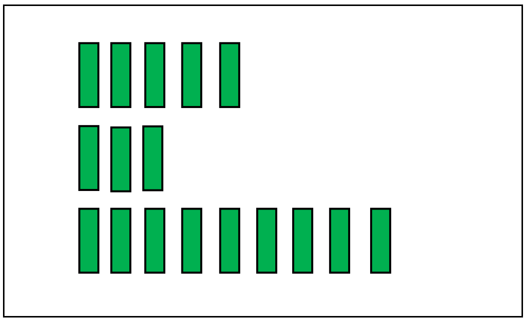
Dentre os diferentes variantes do NIM, e suas diferentes regras e métodos para vencer o jogo, destacam-se duas: a que utiliza filas de palitos sobrepostos na mesa, cujo método principal para vencer está no uso da contagem binária; e as que utilizam uma única fila sobre a mesa, onde o método de vencer está no uso dos conceitos da divisão.

Nas subseções a seguir (1.3.1 e 1.3.2) serão apresentados exemplos de cada método de vencer o NIM.

1.3.1 A combinação segura do NIM por meio da contagem binária

Raguenet e Barrêdo (1983?) determinam uma combinação segura a partir dos números binários. Neste caso, os palitos são dispostos em linhas (ou colunas), onde a soma da quantidade de palitos em cada linha, convertidos em números binários, deve ser 0 ou 2. Observe o exemplo na Figura 5.

Figura 5 – Disposição dos palitos sobre a mesa



Fonte: A autora

Na figura 5 é possível observar que os palitos estão dispostos em três linhas, uma sobreposta à outra. Nesta versão do NIM, a regras são as seguintes: cada jogador em sua vez pode retirar de um até todos os palitos de uma mesma linha. Ganha aquele que ficar com o último palito da mesa.

Nesta versão, o algoritmo para se chegar à combinação segura está no jogador ter conhecimento dos números binários. Inicialmente, devemos transformar os números de cada linha em números binários. Na Figura 5, temos que na primeira fila há 5 palitos, na segunda 3, e na terceira fila 9 palitos. Ao converter para a contagem binária temos que:

- $5 = (101)_2$
- $3 = (11)_2$
- $9 = (1001)_2$

Para encontrar a combinação segura, os números binários encontrados são somados como se fossem decimais.

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 0 & 1 \\ + & & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 3 \end{array}$$

Ao somar, deve-se encontrar como resultado 0 ou 2. Como se pode observar, 1113 não é uma combinação segura. Pois não apresenta 0 ou 2. No entanto, podemos realizar a primeira jogada, de modo que se obtenha uma combinação segura ao retirar algum(s) palito(s). Neste exemplo, ao retirar 3 palitos da terceira fila, restam 6, cujo número binário é $6 = (110)_2$. Deste modo, obtém-se a seguinte soma:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 1 \\ + & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \hline 2 & 2 & 2 \end{array}$$

Assim, temos uma combinação segura. Independente da jogada do adversário, basta retirar uma determinada quantia de palitos de modo que o novo número binário encontrado, ao ser somado com os demais, resulte em uma soma de valor 0 ou 2.

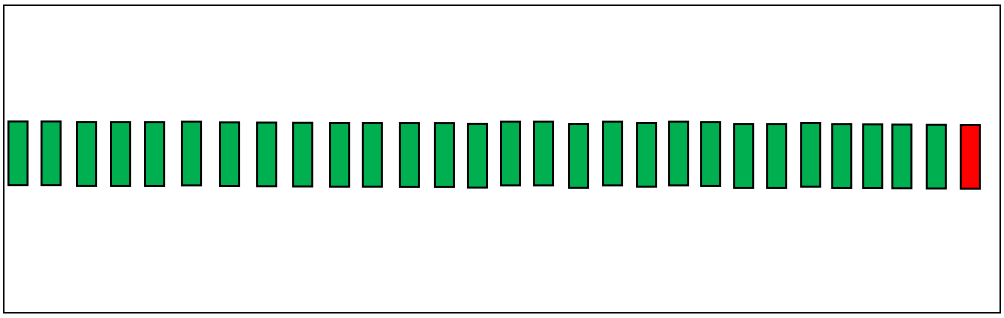
1.3.2 A combinação segura do NIM por meio dos conceitos de divisão

Almeida e Carvalho (2016) sugerem outro método de resolução para o NIM quando disposto em uma única fileira.

> [...] supõe-se, inicialmente, que N é a quantidade total de palitos e **n** é o número máximo de palitos retirados em cada jogada. Divide-se **N-1** palitos por **n+1**, resultado em **q** grupos de **n+1** palitos e mais o resto **r**. O primeiro jogador, então, retira-se **r** palitos da primeira jogada e, nas próximas, completa cada retirada do adversário com um número de palitos que resulta em **n+1**. (ALMEIDA; CARVALHO, 2016, p. 22).

Essa maneira de resolução utiliza os conceitos de divisão, e propicia ao estudante reconhecer os "*padrões expressos nos significados do dividendo, quociente, divisor e resto*" (ALMEIDA; CARVALHO, 2016, p. 22). Observe o exemplo na Figura 6.

Figura 6 – Disposição dos palitos sobre a mesa



Fonte: Os autores

Suponha que haja 29 palitos dispostos em uma única fila sobre uma superfície plana, como na Figura 6, e dois jogadores. Cada jogador pode retirar em sua vez de jogar de um a quatro palitos. Perde aquele que ficar com o último palito sobre a mesa.

Supomos que o "Jogador 1" comece a partida. Para que ele encontre a combinação segura utilizando o método da divisão ele precisa seguir os passos dispostos no Quadro 1:

Quadro 1: Passos para encontrar a combinação segura pelo método da divisão

Total de palitos sobre a mesa: 29

Número mínimo de palitos que podem ser retirados por jogada: 1

Número máximo de palitos que podem ser retirados por jogada: 4

Quem ficar com o último palito perde.

Passos a serem seguidos para encontrar a combinação segura pelo método da divisão

1º Subtrair o palito que deve ficar na mesa do total de palitos.

$$29 - 1 = 28$$

2º Somar o número máximo de palitos que podem ser retirados com o número mínimo.

$$4 + 1 = 5$$

3º Divide-se então a diferença encontrada entre os palitos que devem ficar sobre a mesa e o total de palitos, pela soma das retiradas máximas e mínimas que podem ser realizadas.

$$28 \text{ (divisor)} = 5 \text{ (dividendo)} \times 5 \text{ (quociente)} + 3 \text{ (resto)}$$

4º Obtém-se na divisão um quociente 5 mais o resto 3.

5º Divide-se, então, os 28 palitos em 5 grupos iguais, contendo 5 palitos cada, mais um grupo com 3 palitos, que representam o resto.

6º Encontra-se, assim, a combinação segura. Para que o "Jogador 1" vença (supondo que ele seja o primeiro a jogar), ele precisa retirar o resto da divisão realizada (3 palitos). Assim, independente de quantos palitos o "Jogador 2" retirar em sua vez, basta o "Jogador 1" retirar o que falta para fechar cada grupo de 5 palitos. Desta maneira o "Jogador 2" ficará com o último palito sobre a mesa e perde.

7º Caso o "Jogador 1" não seja o primeiro a começar e o "Jogador 2" não retirar os 3 palitos do resto da divisão, basta o "Jogador 1" retirar o restante dos palitos que faltam para completar o resto. Caso o "Jogador 2" retire o resto, basta o "Jogador 1" retirar os palitos de maneira que complete cada grupo de 5 palitos, deixando assim na combinação segura para seu oponente. Dessa forma, vencerá o jogo.

Fonte: A autora

Nesta pesquisa, optou-se por utilizar o método da divisão para encontrar a combinação segura, por dois motivos: primeiro pelo público alvo ser alunos do Ensino Fundamental cujo estudo dos números binários não faz parte da grade curricular; e segundo, o método da divisão ser de fácil compreensão, podendo os cálculos serem realizados mentalmente pelos alunos, estimulando, assim, o cálculo mental.

1.4 A Teoria dos Campos Conceituais como ferramenta de análise

Para analisar os dados reunidos nesta pesquisa, foi utilizada a Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud. Esta teoria trata do desenvolvimento cognitivo dos alunos (VERGNAUD, 2003, p. 22 *apud* GRINGS, *et al.*, 2008). São situações que necessitam da formulação de esquemas para serem enfrentadas. “A Teoria dos Campos Conceituais tem por finalidade propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre os conhecimentos” (VERGNAUD, 1993, p. 1, *apud* GRINGS *et al.*, 2008, p. 3).

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista que tem por objetivo o fornecimento de “*um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e de aprendizagem de competências complexas*” (FRANCHI, 2008, p. 191). Esta teoria tem por pressuposto que o conhecimento de cada indivíduo irá constituir-se e desenvolver-se em seu próprio tempo, de acordo com as interações e experiências do sujeito. Na Teoria dos Campos Conceituais é preciso saber a diferença entre os significantes e o significado, ou seja, permite analisar se os estudantes reconhecem os símbolos e sinais (significantes) e se entendem esses símbolos e sinais, assim como em que momento se pode ou não utilizá-los.

Grings *et al.* (2008) ainda define, citando Vergnaud (1993), as formas com que os esquemas são acionados.

> Os esquemas são acionados de duas formas: quando os estudantes são expostos a classes de situações em que eles dispõem, no seu repertório de esquemas, em um dado momento do seu desenvolvimento conceitual e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento imediato da situação; e quando os estudantes expostos a situações não dispõem de todas as competências necessárias, o que os obriga a um tempo de reflexão e de exploração, a hesitações e tentativas frustradas, levando-os ao sucesso ou ao fracasso. (VERGNAUD, 1993, p. 2 *apud* GRINGS *et al.*, 2008, p. 3).

O professor necessita propor aos seus alunos situações em que seja possível o desenvolvimento de esquemas, lembrando sempre que estas situações devem ter significados relevantes para os seus alunos, pois sem isto, é possível que eles acabem perdendo o interesse pela proposta oferecida. É necessário que o estudante perceba nesta situação algo que lhe faça sentido (GRINGS, *et al.*, 2008).

Consideramos possível visualizar os esquemas elaborados pelos alunos com:

- A utilização das três etapas da sequência didática (ALMEIDA; CARVALHO, 2016);
- Os cuidados básicos a serem tomados pelos professores ao utilizarem material concreto como recurso pedagógico (REGO, 2000);
- A Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1993, apud GRINGS *et al.*, 2008);
- Os estudos relacionados à eficiência da utilização do NIM em aulas de Matemática, como estratégia pedagógica.

De acordo com Vergnaud (1993), *apud* Grings *et al.* (2008), existem duas classes de situações: uma em que o estudante já possui esquemas que lhe permitem resolver uma determinada situação; e outra em que ele não possui tais esquemas, levando-o a experimentar vários outros esquemas, procurando um que o satisfaça e possibilite a ele resolver a situação. Desta maneira, foram definidas duas categorias para analisar a interpretação de cada estudante durante cada partida do jogo descritas no Quadro 2:

Quadro 2 – Categorias para análise dos esquemas elaborados pelos estudantes

Siglas[5]	**Categorias**
EP	Busca-se interpretar nas falas dos estudantes se os esquemas utilizados são <u>esquemas prontos</u> (EP) a serem acionados. Neste caso é acionado um só esquema que dá conta da situação.
EC	Busca-se examinar <u>esquemas</u> que estão sendo <u>construídos</u> (EC) durante a ação. Ao enfrentarem as situações fazem uso de vários esquemas, que vão sendo combinados e recombinados até a obtenção do esquema adequado.

Fonte: Grings *et al.* (2008, p. 7)

A partir da construção de esquemas para resolver uma situação, é possível perceber os componentes de cada um, possibilitando uma análise mais completa da maneira com que cada

[5]As categorias de análise baseiam-se nas propostas por Grings *et al.* (2008) no artigo "Uma proposta didática para abordar o conceito de temperatura a partir de situações, à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud", porém com alterações das siglas para maior clareza no momento de análise.

estudante encontra a solução do NIM. Essas categorias são classificadas em invariantes operatórios, antecipações, regras de ação e inferências, conforme Quadro 3.

Quadro 3 – Definição de categorias a partir do acionamento de componentes dos esquemas

Sigla	**Categorias**
IO	**Invariantes operatórios (IO)** são os conceitos-em-ação e teoremas-em-ação que indicam o reconhecimento pelo estudante dos componentes da situação. São conceitos e teoremas acionados no ato do desenvolvimento da situação.
AN	**Antecipações (AN)** são os efeitos esperados e eventuais etapas intermediárias que são postas em evidência mediante a situação a tratar, são os objetivos a alcançar.
RA	**Regras de ação (RA)** do tipo "se...então..." são regras que determinam a sequência das ações do aluno.
IN	**Inferências (IN)** são operações intelectuais que permitem determinar as regras e as antecipações a partir das informações e invariantes operatórios que o estudante dispõe.

Fonte: Grings *et al.* (2008, p. 7-8)

De acordo com as categorias listadas no quadro 4, além de tentar diagnosticar os esquemas e componentes elaborados por cada estudante "*é importante constatar em que momento da situação são necessárias filiações e rupturas*" (GRINGS *et al.*, 2008, p. 8).

Quadro 4 – Definição de categorias a partir do diagnóstico de filiações e rupturas

Siglas	Categorias
FI	Na categoria **filiações (FI)**, identifica-se, no discurso dos estudantes, a necessidade de buscar apoio em conhecimentos anteriores para o desenvolvimento do novo conhecimento.
RU	Na categoria **rupturas (RU)**, identifica-se na fala dos estudantes, a necessidade de romper com algum conhecimento anterior, uma vez que este conhecimento pode tornar-se obstáculo à nova conceitualização.

Fonte: Grings *et al.* (2008, p. 8)

2 ESTUDOS RELACIONADOS

São descritos a seguir os objetivos e resultados de trabalhos de graduação e mestrado que, segundo próprio julgamento, possuem relevância para a escrita do referencial teórico, assim como de estudo em relação à utilização do NIM em sala de aula.

Vieira e Santos (2014), utilizaram o NIM como ferramenta metodológica, visando estabelecer qual o papel dos jogos matemáticos na aprendizagem do conceito de divisão. Um dos objetivos do trabalho foi desenvolver com alunos do 6º ano durante as aulas de apoio, estratégias de divisões matemáticas por meio de jogos. O autor obteve os seguintes resultados: (1) *"[...] foi possível comprovar que existem inúmeros aspectos positivos e significativos na utilização dos jogos nas aulas de matemática"* (VIEIRA; SANTOS, 2014, p. 14); (2) os jogos instigaram a curiosidade dos alunos, sendo assim considerada uma metodologia inovadora com grande potencial de aprendizagem; (3) os jogos possibilitaram a inovação ao realizar as demonstrações das quatro operações básicas, envolvendo os alunos e fazendo com que a dificuldade em matemática fosse desmistificada, tornando as aulas atrativas e satisfatórias para os alunos.

Rodrigues e Silva (2004) focaram no caráter lúdico do jogo para estudar o Máximo Divisor Comum (MDC) e o Mínimo Múltiplo Comum (MMC), tendo consciência de que os jogos didáticos auxiliam as crianças no desenvolvimento de habilidades, assim como o trabalho em grupo. A escolha pela utilização do NIM, para trabalhar os conceitos de múltiplos e divisores, se deu devido a um dos métodos utilizados para vencer ser baseado na divisibilidade.

Almeida e Carvalho (2016) mostram em seu trabalho como o NIM contribui para os alunos compreenderem a lógica da divisão. Para que isso tenha sido possível, dividiram a sequência didática em três momentos, sendo o primeiro a apresentação e exploração do jogo pelos alunos. O segundo momento é o de formulação de conjecturas e testes pelos alunos, e o terceiro de justificativas e avaliação do trabalho. Um dos diferenciais desse trabalho é o modo com que foram avaliados os resultados, pois se baseou no diálogo entre os alunos durante as partidas, podendo assim perceber em qual momento eles apresentavam dificuldades e/ou facilidades. As autoras observaram que os alunos participavam efetivamente da atividade proposta e conseguiam descobrir a estratégia para vencer o jogo por meio da divisão.

O foco da monografia de Nascimento (2016) é o estímulo do cálculo mental utilizando o NIM. O autor apresenta diferentes maneiras de resolução para o NIM, além de propostas de jogos similares, buscando incentivar os educadores a utilizar os jogos como ferramenta para incrementar o ensino da divisão e criar/desenvolver o hábito da utilização do cálculo mental, pouco desenvolvido em adolescentes e crianças.

Cabral (2004) defende a utilização de jogos com crianças, pois auxilia no processo de ensino-aprendizagem e no desenvolvimento cognitivo do indivíduo, gerando também a possibilidade de analisar a construção de conhecimento a partir das interações verbais e sociais, semelhantes às que ocorrem em sala de aula entre professor-alunos. Macedo (2000, *apud* Cabral, 2004), diz que quando o professor questiona o aluno e propõe análises de suas ações referentes ao jogo, ele acaba por descobrir a importância de pensar antes mesmo de agir, planejando antecipações e previsões, construindo assim um método de investigar suas produções e de seus adversários.

Por fim, o trabalho de Maluta (2007) traz um apanhado geral sobre a utilização de jogos nas aulas de Matemática e sua importância. O problema de pesquisa não está focado na análise de um jogo ou no ensino-aprendizagem de um conceito matemático por meio deles, mas sua importância nas aulas de Matemática como recurso pedagógico nos anos iniciais. Ao longo do trabalho, a autora destaca os benefícios que os jogos geram nos alunos quando bem empregados. Todavia, quando retomada a questão inicial do trabalho – se os professores consideram a utilização dos jogos importantes nas aulas de Matemática –, a maior parte deles afirma não fazer uso deste recurso metodológico. Aqueles que fazem uso dos jogos não possuem clareza da importância dos registros de cada jogada, assim como das intervenções que devem ser realizadas para o aprendizado de conceitos matemáticos pelos seus alunos.

Frente aos objetivos e resultados desses trabalhos, percebe-se que a preocupação principal dos autores volta-se para como trabalhar determinado conceito matemático com os alunos utilizando determinado jogo, ou a preocupação de realizar um apanhado geral sobre os jogos que podem ser utilizados nas aulas de Matemática. Diferentemente, buscou-se, neste trabalho de pesquisa, analisar como se dá o raciocínio dos alunos e quais métodos eles utilizam para vencer cada partida, assim como estabelecer se há ou não uma relação entre seu desempenho no jogo e em aulas de Matemática.

3 METODOLOGIA

A investigação foi realizada com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, com idades entre 11 e 14 anos, em uma escola pública da rede estadual, localizada no município de Caçapava do Sul, RS.

Para a realização da pesquisa, foi necessário o auxílio de outros três colegas do Curso de Ciências Exatas – Licenciatura. Eles responsabilizaram-se por manipular os gravadores, as câmeras para filmagem e fotografar as partidas. Auxiliaram, ainda, na escolha dos seis alunos que participaram da pesquisa. Esses alunos foram escolhidos de forma aleatória, a partir da lista de chamada da turma fornecida pela professora. Importante salientar que, tanto a pesquisadora quanto os auxiliares, não conheciam os alunos selecionados pois não haviam tido contato com a turma anteriormente.

No desenvolvimento do jogo, foram utilizadas as três etapas para a elaboração da sequência didática citadas por Almeida e Carvalho (2016), os cinco momentos que devem ser seguidos pelo professor, de Nascimento (2016), e as categorias dos Campos Conceituais, de Vergnaud esquematizadas por Grings *et al.* (2008), para análise das falas dos alunos durante a aplicação do NIM.

No quadro 5 é possível observar a sequência utilizada para aplicação da atividade.

Quadro 5 – Sequência utilizada para aplicação do jogo do NIM

Etapas	**Descrição**
1º	Inicialmente, os alunos foram divididos em três duplas. Foram entregues a eles 29 palitos e as regras do jogo escritas no quadro, de maneira que todos pudessem voltar a elas quando necessário. Em seguida, os alunos tiveram alguns minutos para se familiarizar com o jogo e suas regras.
2º	Após a familiarização com o NIM, foram feitos os seguintes questionamentos aos alunos: *“Tentem jogar pensando num modo de deixar o seu oponente com o último palito”*; *“Por que você acha que sempre ganhou as partidas?”*; *“Que raciocínio utilizou? Usou alguma estratégia?”*; *“Existe uma maneira de se vencer o jogo?”.* Os alunos foram, então, convidados a elaborar hipóteses para responder as perguntas acima. As hipóteses levantadas foram anotadas pela pesquisadora.
3º	Na terceira etapa, as hipóteses foram testadas em conjunto pela pesquisadora e os alunos. A pesquisadora foi mostrando-lhes a matemática utilizada para encontrar a combinação segura do NIM. A fim de observar se os alunos haviam conseguido acompanhar e compreender o raciocínio utilizado, as regras foram alteradas – modificando o número de palitos sobre a mesa e a quantidade máxima de palitos que poderiam ser retirados em cada jogada. Foi solicitado que eles utilizassem a regra matemática apresentada pela pesquisadora para encontrar as novas combinações.

Fonte: A autora

Todas as jogadas realizadas pelos alunos foram gravadas em formato de vídeo e áudio, de modo que pudessem ser analisados de acordo com as categorias da Teoria dos Campos Conceituais de Grings *et al.* (2008), seguindo as categorias estabelecidas nos quadros 1, 2 e 3 descritos anteriormente.

Visto que a escola solicita aos pais e/ou responsáveis uma autorização para utilizar a imagem dos alunos em postagens e/ou atividades, optou-se por utilizar esta mesma autorização para a pesquisa deste trabalho, atendendo assim os critérios éticos de pesquisa. Essas autorizações ficaram guardadas juntamente com os demais documentos dos alunos na escola, sendo possível apenas a retirada de suas cópias, caso necessário.

Após a aplicação do NIM, apenas um dos seis alunos participantes foi entrevistado. Esse aluno participou da atividade com questionamentos e diálogos com a pesquisadora, sendo possível observar os esquemas acionados por ele durante as partidas. Posteriormente, foi realizada uma entrevista com a professora titular, buscando saber como é o desempenho do aluno entrevistado nas aulas de Matemática. Os dados reunidos durante a pesquisa são de natureza qualitativa. De acordo com Silva e Menezes (2001), a pesquisa qualitativa:

> [...] considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. É descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem. (SILVA; MENEZES, 2001 p. 20).

As entrevistas, assim como todas as partidas do NIM realizadas pelos alunos durante a pesquisa, foram gravadas em formato de áudio, sendo transcritas posteriormente e analisadas. Optou-se pela utilização de entrevistas pois elas permitem a produção de material, tanto simbólico quanto verbal, e a análise das reflexões feitas pelo sujeito entrevistado (RESTE, 2015, p. 227). Já as partidas do jogo foram gravadas em vídeos, visto que desta maneira é possível, não apenas analisar as falas dos alunos, mas também seus gestos em cada jogada. Por se tratar de um jogo no formato 1x1 (um jogador contra outro jogador), muitas vezes os diálogos são quase inexistentes, dificultando, assim, a análise. Leitão *et al.* (2010) esclarece que utilizar o vídeo-análise para fins educacionais "consiste em fazer uma tomada de vídeo de um fenômeno ou experimento e depois executar uma análise minuciosa sobre este vídeo" (LEITÃO *et al*., 2010, p. 21).

A análise das partidas foi realizada de acordo com as categorias de análise dos Campos Conceituais. Essa análise possibilita perceber em que momento os alunos fazem uso de esquemas prontos e/ou esquemas construídos, em qual momento acontece o acionamento de componentes dos esquemas e diagnosticar se houve filiações e/ou rupturas.

Para manter os nomes dos alunos no anonimato, utilizou-se nome fictício para cada aluno (*Dulce, Elisete, Alberto, Alexandre, Alice e Luis*). A pesquisadora foi identificada por "*Pesquisadora"*, e cada aluno do Curso de Ciências Exatas – Licenciatura foi identificado por *"Auxiliar 1", "Auxiliar 2" e "Auxiliar 3".*

4 RESULTADOS

No quadro seis apresenta-se a transcrição de quatro partidas do NIM, assim como a categorização e análise de acordo com a Teoria dos Campos Conceituais. Na coluna da direita é possível observar as falas dos alunos e da pesquisadora, assim como os primeiros movimentos realizados pelos alunos. Já na coluna da esquerda, encontra-se a análise de cada fala e/ou movimentos realizados pelos alunos. Para a análise utilizou-se as siglas já apresentadas nos Quadros 2, 3 e 4.

Quadro 6 – Transcrição e análise das falas e movimentos realizados pelos alunos

	Regra: 29 palitos postos em uma única fileira, cada um em sua vez de jogar pode retirar no mínimo um e no máximo quatro palitos. Aquele que ficar com o último palito da mesa perde o jogo.
	Pesquisadora - *Tentem jogar pensando num modo de deixar o teu oponente com o último palito.*
RA	Alberto – retira dois palitos. Alice – retira dois palitos. Alberto – retira dois palitos. Alice – retira três palitos. Alberto – retira dois palitos. Alice – retira dois palitos. Alberto – retira dois palitos.

	Alice – retira dois palitos. Alberto – retira dois palitos. Alice – retira dois palitos.
IO	Alberto – retira três palitos. *Peguei o último palito junto. Então, perdi.* Alice – *Não. O último palito tem que ficar na mesa, não pode pegar ele.* Alberto devolve o último palito para a mesa e Alice perde a partida.
RA	Alexandre – retira dois palitos. Luís – retira dois palitos. Alexandre – retira um palito. Luís – retira três palitos. Alexandre – retira dois palitos. Luís – retira três palitos. Alexandre – retira dois palitos. Luís – retira dois palitos. Alexandre – retira três palitos.
IN **AN**	Luís – retira três palitos. (Luís pensa por alguns segundos antes de retirar os três palitos). (Os jogadores se olham e riem, pois Alexandre percebeu que não terá como ganhar, independentemente do número de palitos que retirar). Alexandre – retira um palito. *Já perdi.*
RA	Luís – retira quatro palitos. Luís ganhou a partida.
RA	Pesquisadora – *Quantas partidas vocês já jogaram?* Luís – *Quatro partidas.* Pesquisadora – *E quantas você ganhou?* Luís – *Ganhei as quatro.*
IN	Pesquisadora – *Por que você acha que ganhou as quatro partidas?* Luís – *Por causa do raciocínio.*
EP **FI**	Pesquisadora – *Mas que tipo de raciocínio? Você usou alguma estratégia?* Luís – *Por exemplo, se tem sete palitos na mesa, aí tu tira dois e deixa cinco. Aí, qualquer que eu tire, eu ganho.* Pesquisadora – *Mas e se eu tirar só um desses sete?*

	Luís – *Daí tu ganha.*
	Pesquisadora – *Mas será que não tem uma forma em que você ainda ganhe?* (Luís fica pensando). Pesquisadora – *Que operação você usou para chegar até esse pensamento?* Luís – *Não sei, a sorte. Chute.*
IN	Pesquisadora – *Será que não tem outra maneira? Que estratégia vocês utilizaram em cada partida?* Luís – *retirar de três em três?!* Auxiliar 2 – *A dupla um estava retirando no início de quatro em quatro.* Pesquisadora – *E faz diferença ser o primeiro a jogar? Vamos fazer o teste utilizando as hipóteses de vocês.* (os alunos jogam retirando de três em três).
IO **AN**	Pesquisadora – *O que aconteceu?* Luís – *Quem começou jogando perdeu.* Pesquisadora – *E o que acontece se retirar de quatro em quatro?* Luís – *Quem começou ganhou.*
EC **RU** **IO**	Pesquisadora – *E por que isso aconteceu? O que pode explicar isso?* Luís – *28 dividido por quatro.* Pesquisadora – *E quanto que dá essa divisão?* Alexandre – *sete.* Pesquisadora – *Quantos palitos tem na mesa?* Alberto – *29 palitos.*
RU	Alexandre – *Então é 29 e não 28 dividido por quatro.* Luís – *Mas o último palito a gente não pode pegar, então são 28 para retirar.*
EP **FI**	Pesquisadora – *Então você não está considerando o último palito. Mas por que dividir por quatro?* Luís – *Por que cada um retirou quatro palitos.* Pesquisadora – *Vamos voltar um pouco. O que significa o sete como quociente da divisão de 28 dividido por quatro?* *(*os alunos ficam pensando).
	Pesquisadora – *O sete significa que vou ter quatro grupos iguais com sete palitos cada.* *Qual é o número mínimo de palitos que podem ser retirados em cada jogada?*

	Alexandre – *Um palito.*
EP **FI** **IO**	Pesquisadora – *Então agora pensem na regra que escrevemos lá no começo, onde a retirada mínima é de um palito e a máxima é de quatro palitos, e façam as retiradas dos quatro grupos com sete palitos que estão na mesa. O que aconteceu?* Luís – *Se ele retirar uma quantidade diferente de quatro, não funciona retirar só de quatro em quatro, porque vou ter que retirar uma quantia diferente para ganhar.*
IN	Pesquisadora – *Então retirar de quatro em quatro palitos só funciona se os dois retirarem sempre quatro palitos em sua vez de jogar. Então como vocês acham que pode se ganhar o jogo sempre?* *Tentem pensar no que vocês já sabem. Sabem que podem dividir, e que está correto dividir 28 e não os 29 palitos. O que vocês precisam saber agora é quem é o divisor.* Alberto – *Pode ser o catorze.* Pesquisadora – *Quanto que dá 28 dividido por catorze?* Alberto – *Dois.*
RU	Pesquisadora – *Então vamos dividir em catorze grupos com dois palitos cada. Mas se retirarmos em nossa vez de jogar três ou quatro palitos vamos ter que usar dois grupos para realizar as retiradas. Porém, o objetivo é retirar os quatro palitos (máximo) de um único grupo de modo que ainda sobre palitos a serem retirados desse grupo.* Luís – *Então não funciona para essa divisão.*
	Pesquisadora – *Então quem pode ser o divisor?* Alexandre – *A divisão precisa dar certinha?* Pesquisadora – *Não precisa ser exata. Pode ter resto diferente de zero.* (os alunos jogam mais uma vez).
EC **RA**	Alice – *Vai ter que ser um número maior que quatro, como cinco, seis ou sete.*
	Pesquisadora – *É quase isso.* (A pesquisadora apresenta a regra matemática utilizada para encontrar a combinação segura). Luís – *Certo, eu não estava tão errado assim.*
FI **EP**	Pesquisadora – *Agora vamos aplicar a regra da divisão quando forem 35 palitos, sendo retirados em cada vez de jogar no mínimo um e no máximo catorze palitos.*

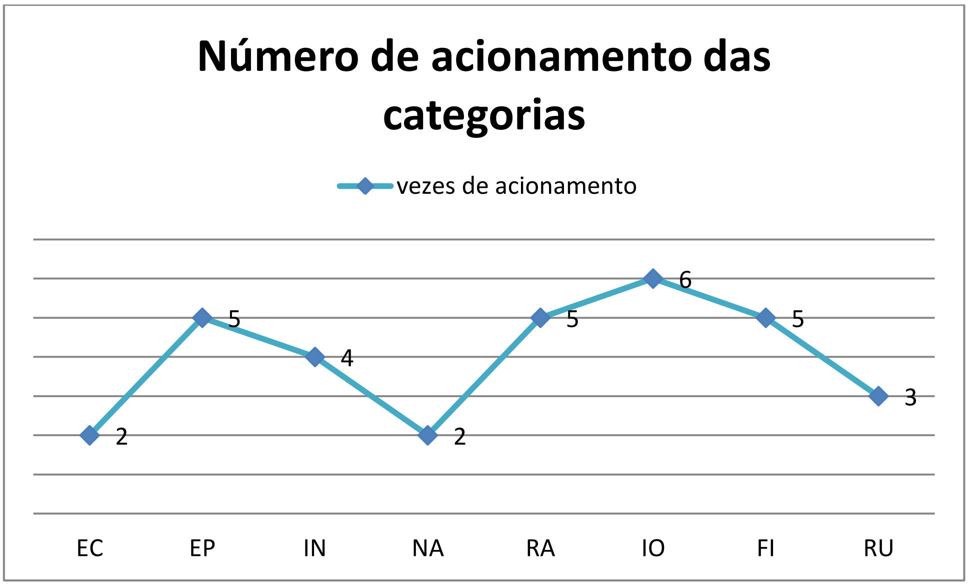
IO	Luís – *É só dividir 34 por cinco, que dá seis e sobra quatro.* Pesquisadora – *Isso, e quantos palitos ele tem que retirar no começo?* Luís – *o que está sobrando, que é quatro.* Pesquisadora – *E depois?* Luís – *É só ir retirando o que falta para fechar cada grupo que se ganha no final.*
FI **EP** **IO**	Pesquisadora – *E se a regra agora for 27 palitos na mesa, sendo retirados no mínimo um e no máximo três?* Luís – *Se faz 26 dividido por quatro. E se faz o mesmo com o resto, tirar o que sobra para se ganhar.*

Fonte: A autora

Podemos observar que há o acionamento das oito categorias dos Campos Conceituais durante a aplicação do NIM, sendo as mais acionadas pelos alunos as regras de ação, os invariantes operatórios, os esquemas prontos e as filiações. Podemos observar ainda que o aluno Luís foi o que mais se destacou em relação ao acionamento das categorias acima, além de ter acionados outras categorias, no entanto, em menor quantidade, como os esquemas construídos, rupturas, antecipações e as inferências.

No Gráfico 1 abaixo, podemos observar quantas vezes cada categoria foi acionada durante a aplicação do NIM.

Gráfico 1: Número de acionamento de cada categoria dos campos conceituais



Fonte: A autora

É possível observar no gráfico acima que as categorias mais acionadas pelos estudantes foram os esquemas prontos, as regras de ação, as filiações e os invariantes operatórios. Por exemplo, das categorias mais acionadas, a primeira foi à regra de ação, que se dá no início da transcrição no Quadro 6, quando podemos observar a sequência de ações utilizadas pelos alunos Alberto e Alice durante a primeira partida. Observamos que cada aluno sempre retira a mesma quantidade de palitos que seu adversário retirou na jogada anterior.

Já o primeiro acionamento dos invariantes operatórios se dá logo em seguida ao primeiro da regra de ação, quando há o reconhecimento da situação pela estudante Alice. Esse reconhecimento pode se dar no momento em que Alice explica o objetivo do NIM para Alberto, identificando o erro que ele cometera. O acionamento de filiação e esquema pronto pode ser observado juntamente com um invariante operatório ao final do Quadro 6 na fala de Luis: *"Se faz 26 dividido por quatorze. E se faz o mesmo com o resto, tirar o que sobra para se ganhar"*.

Dentre as oito categorias dos Campos Conceituais, destacam-se as rupturas e filiações. Podemos observar o acionamento de ruptura no trecho em que a pesquisadora questiona umas das hipóteses levantadas pelos alunos: "***Pesquisadora*** *– Então vamos dividir em catorze grupos com dois palitos cada. Mas se retirarmos em nossa vez de jogar três ou quatro palitos vamos ter que usar dois grupos para realizar as retiradas. Porém, o objetivo é retirar os quatro palitos (máximo) de um único grupo de modo que ainda sobre palitos a serem retirados desse grupo.* ***Luís*** *– Então não funciona para essa divisão*". Nota-se a necessidade do aluno em romper com a hipótese levantada por ele em diálogos anteriores, pois este conhecimento tornou-se obstáculo frente ao questionamento da pesquisadora.

Referente à filiação, podemos observar um de seus acionamentos quando a pesquisadora questiona o aluno Luís referente à estratégia que ele utilizou durante uma das partidas do NIM. O aluno, então, explana o raciocínio utilizado por ele, exemplificando uma possível movimentação, e recorre para esta exemplificação de conhecimentos anteriores construídos durante as partidas do NIM.

No Quadro 7 é possível observar a entrevista realizada com o aluno Luís, visto que ele se destacou durante a aplicação do NIM.

Quadro 9 – Entrevista com o aluno Luís

Pesquisadora – *Em que ano você está?*

Luís – *7ª ano.*
Pesquisadora – *Você gosta de estudar matemática?*
Luís – *Sim, gosto.*
Pesquisadora – *Você tem facilidade ou dificuldade em matemática?*
Luís – *Facilidade. Mas nas contas de letras eu tinha dificuldade, mas agora já "tô" com facilidade.*
Pesquisadora – *Quando tu falas em contas de letras, nessas contas aparecem letras e números?*
Luís – *Sim.*
Pesquisadora – *E agora essas contas estão mais tranquilas pra ti?*
Luís – *Sim.*
Pesquisadora – *Numa escala de um a dez, sendo um "eu não gosto" e dez "eu gosto muito", o quanto tu gostas de aprender coisas novas em Matemática?*
Luís – *Nove.*
Pesquisadora – *Você achou as regras do jogo de fácil compreensão?*
Luís – *Mais ou menos.*
Pesquisadora – *Sentiu dificuldade de encontrar a maneira de se vencer o jogo?*
Luís – *Não. Consegui ver bem que era sobre dividir.*
Pesquisadora – *Por que você acha que teve facilidade de encontrar a regra de vencer o jogo?*
Luís – *Por causa que a gente estuda isso, as contas de dividir. E assim a gente vai aprendendo.*

Fonte: A autora

Foi possível notar na fala do aluno, tanto durante o NIM quanto durante a entrevista com a pesquisadora que, apesar de não ter achado as regras do jogo de fácil compreensão, ele conseguiu perceber rapidamente que a ideia principal por detrás do NIM envolve os conceitos de divisão.

Evidencia-se na fala do aluno a utilização das filiações, como no fragmento *"Por causa que a gente estuda isso, as contas de dividir"*. Fica claro em seu discurso a necessidade de retornar em conhecimentos anteriores para solucionar o problema proposto pelo NIM, que neste caso, referiu-se a utilização da divisão para encontrar a combinação segura.

No Quadro 8 abaixo, encontra-se a transcrição da entrevista realizada com a professora titular de matemática do aluno Luís.

Quadro 8 – Entrevista com a professora de matemática do aluno

Pesquisadora – *Descreva o Luís em tuas aulas.*
Professora – *O Luís, ele é participativo, é bem inteligente, bastante inteligente, e tem um raciocínio rápido. Aprende fácil as coisas. Às vezes, meio rebelde. Tem dias que ele se emburra, e aí tem que conversar um pouquinho, mas ele já está ...*(pausa)*... melhorando.*
Pesquisadora – *Ele consegue desenvolver as atividades sozinho?*
Professora – *Consegue. Ele faz sozinho, e tem uma concentração boa.*
Pesquisadora – *Ele é cooperativo com os colegas?*
Professora – *Nem sempre.*
Pesquisadora – *Ele gosta mais de trabalhar sozinho então?*
Professora – *Se pegar uma dupla ou trio que é "parceria" dele, como ele mesmo diz, daí ele ajuda.*
Pesquisadora – *E se algum outro colega tem dificuldade em alguma atividade, ele ajuda?*
Professora – *Ele até tenta ajudar as vezes, mas é mais o grupinho dele mesmo.*
Pesquisadora – *Ele demonstra interesse nas aulas?*
Professora – *Nem sempre. Às vezes ele dá uma enrolada, mas aí eu chamo a atenção dele, e ele se dá conta. Ele é rápido, sempre foi, então ele faz tudo à frente dos outros.*
Pesquisadora – *Ele, por conta própria, procura por novas informações na matemática?*
Professora – *Não. Ele vai no básico, no que a gente está mostrando. Aí ele tira dúvidas sobre aquilo ali mesmo, mas não é muito investigativo. Pelo menos na matemática não.*

Fonte: A autora

No trecho da entrevista em que a professora de Matemática afirma "*O Luís, ele é participativo, é bem inteligente, 'bastante inteligente', e tem um raciocínio rápido. Aprende fácil as coisas. [...]*", "[...] *Ele é rápido, sempre foi, então ele faz tudo à frente dos outros*.", confirma que Luís apresenta nas aulas de Matemática desempenho semelhante que teve durante a aplicação do NIM.

Também foi possível perceber na fala da professora que, apesar de ser um bom aluno em suas aulas, Luís apresenta comportamentos comuns em outros alunos, como por exemplo, a agitação e falta de atenção em certos momentos. Notou-se tal situação pelos seguintes trechos retirados da entrevista com a professora: "*Às vezes meio rebelde. Tem dias que ele se* *emburra, e aí tem que conversar um pouquinho [...]", "Nem sempre. Às vezes ele dá uma enrolada, mas aí eu chamo a atenção dele, e ele se dá conta.".*

Em relação aos três momentos de Almeida e Carvalho (2016), é possível identificá-los nas falas dos estudantes durante as partidas do NIM. Contudo, por vezes, alguns momentos ultrapassam outros em sua ordem cronológica, como por exemplo, espera-se que a formulação de hipóteses aconteça apenas no 2º momento da aplicação do jogo, assim como a justificativa das hipóteses no 3º momento. No entanto, Luís elabora sua conjectura no início da atividade, antes da metade do 1º momento, quando afirma que a teoria matemática por trás do NIM é a divisão (elaboração da hipótese – 2º momento) e em seguida justifica para um colega o porquê de ser a divisão e não outra relação matemática (justificativa da hipótese – 3º momento).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesar de em uma ordem diferente, é possível identificar na fala dos estudantes os três momentos de Almeida e Carvalho (2016) para resolução de problemas de lógico-aritméticas durante o jogo. Foi possível observar que o aluno que se destacou iniciou a elaboração de estratégias visando vencer o NIM no começo da primeira partida.

O NIM possibilitou o aluno elaborar diferentes estratégias assim como acionar diferentes componentes de esquemas durante cada partida, assim como constatar quando houve a necessidade de filiações e/ou rupturas de conhecimentos anteriores. As entrevistas realizadas com o aluno que se destacou durante as partidas do NIM e a professora de Matemática, por sua vez, evidenciaram que houve paridade entre o desempenho do aluno durante as partidas do NIM e seu desempenho nas aulas de Matemática.

Apesar de esta pesquisa ter sido realizada com um público restrito, percebemos durante sua execução, que ela possui potencial para ser aplicada com um público maior, assim como podendo ser aplicado com alunos de diferentes faixas etárias, desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio. Podemos ampliar sua aplicação no formato de oficinas, voltadas para acadêmicos de graduação de cursos de licenciatura em Matemática, ou áreas afins, ou ainda, utilizarem oficinas como parte da formação continuada de professores da Educação Básica.

Deparamo-nos durante o processo prático da atividade de pesquisa com diferentes contratempos, como a impossibilidade de estender a atividade a um número maior de alunos, devido o tempo que havíamos para a sua realização. E ainda, durante o jogo, com um aluno pulando etapas que haviam sido estipuladas durante a elaboração da atividade. Contudo, apesar das dificuldades enfrentadas, observamos que foi possível atender todos os objetivos estipulados para a pesquisa, e que os contratempos são apenas um exemplo dos que acontecem tanto em atividades como a deste trabalho, quanto em sala de aula nas aulas de Matemática.

As vicissitudes da atividade deixam-nos próximos da realidade a ser vivida após o egresso do curso. Permite-nos aproximarmos das experiências reais que colegas docentes enfrentam diariamente assim como as barreiras constantemente enfrentadas nessa profissão.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Beatriz Ignacio; CARVALHO, Rafaela Barcelos de. **A matemática do jogo do Nim em uma abordagem investigativa**. 2016. 79 f. Monografia (Licenciatura em Matemática)-Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense. Campos dos Goytacazes, RJ, 2016.

BOUTON, Charles Leonard. Nim, a game with a complete mathematical theory. **The Annals of Mathematics**. v. 3, n. 1, p. 35-39. Harvard University, Cambridge, Massachusetts, 1901-1902.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Brasília: [s.n.], 2013. Disponível em < http://portal.mec.gov.br/docman/julho-2013-pdf/13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf/file >. Acessado em: 07 abr. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: [s.n], 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acessado em: 29 abr. 2018.

BRASIL. Ministério Público do Estado do Espírito Santo. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Lei Federal nº 9.394/96**. 2. v., Vitória, 2014.

CABRAL, Natanael Freitas. **O papel das interações professor-aluno na construção da solução lógico-aritmética otimizada de um jogo com regras**. 2004. Dissertação (Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração em Educação Matemática)-Núcleo de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, Belém, PA, 2004.

FIALHO, Neusa Nogueira. Os jogos pedagógicos como ferramenta de ensino. **Congresso Nacional de Educação**. v. 6, p. 12298-12306. 2008.

FRANCHI, Anna. Considerações sobre a Teoria dos Campos Conceituais. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação Matemática:** uma (nova) introdução. 3. ed. revisada. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2010.

GRANDO, Regia Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. Tese (doutorado)-Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2000.

GRINGS, Edi Terezinha de Oliveira; CABALLERO, Concesa; MOREIRA, Marco Antonio. Uma proposta didática para abordar o conceito de temperatura a partir de situações, à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia**. vol. 1, n. 1, jan./abr. 2008. Disponível em: <http://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/221/213>. Acessado em: 19 mar. 2018.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida. (Org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação.** 8 ed. São Paulo: Cortez, 2001.

LEITÃO, Lúcia Irala; TEIXEIRA, Pedro Fernando Dorneles; ROCHA, Fábio Saraiva. A vídeo-análise como recurso voltado para o ensino de fisica experimental: um exemplo de aplicação na mecânica. **Revista Eletrónica de Investigación en Educación en Ciencias**. v. 6, n. 1, julho de 2010. Disponível em: <http://www.scielo.org.ar/pdf/reiec/v6n1/v6n1a03.pdf>. Acessado em: 08 jun. 2018.

MALUTA, Thais Pariz. **O jogo nas aulas de Matemática:** possibilidades e limites. 2007. Trabalho de Conclusão de Curso (formação plena em Pedagogia)-Licenciatura em Pedagogia, Departamento de metodologia de Ensino, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2007.

MELO, Sirley Aparecida de; SARDINHA, Maria Onide Ballan. Jogos no Ensino Aprendizagem de Matemática: uma estratégia para aulas mais dinâmicas. *In:* **Revista F@pciência**, v. 4, n. 2, p. 5-15. Apucarana, PR, 2009. Disponível em: <http://www.fap.com.br/fapciencia/004/edicao_2009/002.pdf>. Acessado em: 23 mar. 2018.

NASCIMENTO, Henrique Alexandre do. **A utilização do Jogo do Nim para estimular o cálculo mental**. 2016. Monografia (Especialista em Ensino de Matemática)-Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Caicó, RN, 2016.

RAGUENET, Inez Freire; BARRÊDO, Márcia Kossatz. A teoria matemática do jogo do Nim. **Revista do Professor de Matemática** (RPM), [1983?]. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/6/13.htm>. Acessado em: 04 abr. 2018, às 13:19.

RESTE, Carmen Domingues. O potencial da entrevista em contexto educativo: uma experiência investigativa. *In:* **Educação em Revista**, Belo Horizonte. v. 31, nº04. out-dez, 2015. p. 223-248. Disponível em < http://www.scielo.br/pdf/edur/v31n4/1982-6621-edur-31-04-00201.pdf>. Acessado em 02 nov. 2019.

RODRIGUES, Hélio Oliveira; SILVA, José Roberto da. O jogo do Nim e os conceitos de MDC e MMC. ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 8., 2004, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE.

SILVA, Edna Lúcia da. MENEZES, Estera Muszkat. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação.** – 3. ed. rev. atual. – Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001. 121p.

VIEIRA, Iloni Hericks; SANTOS, Clodogil Fabiano Ribeiro dos. Jogo do Nim: o lúdico na formação de conceitos básicos de matemática em alunos de 6º ano nas salas de apoio. **O professor PDE e os desafios da Escola Pública Paranaense**. v. 1.Governo do Estado, Secretaria de Educação, Paraná, 2012.

WELTER, Jocemar Rodrigo. **Contribuições do jogo do Nim para o ensino de aritmética**. 2016. Dissertação (Mestre em Matemática)-Curso de Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS. 2016.

APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Vimos por meio deste instrumento, solicitar sua autorização para que seu filho (ou dependente) participe de pesquisa intitulada: O jogo do Nim e o desempenho escolar em Matemática, que tem como objetivo analisar se o raciocínio lógico do aluno que se destaca durante as partidas do jogo do Nim, reflete-se em seu desempenho matemático na escola. Solicita-se seu consentimento para a realização desta pesquisa. Da mesma forma, através deste Termo, fica autorizado o uso da imagem e da voz do aluno, em instrumentos de pesquisa utilizados para evidenciar que a pesquisa foi realizada. Neste instrumento deixamos assegurada a liberdade dos alunos de colaborar com o estudo ou de desistir da colaboração, a qualquer momento. Reiteramos nosso compromisso com o anonimato dos alunos participantes, assim como ressaltamos que a colaboração deles não acarretará ônus de qualquer natureza. Tanto, Ivana de Oliveira Freitas (ivana.mat.freitas97@gotmail.com) quanto a professora orientadora, Ângela Maria Hartmann (angelahartmann@unipampa.edu.br), colocam-se à disposição para esclarecimentos adicionais que se fizerem necessários em qualquer momento da realização deste estudo.

______________________________	______________________________
Ivana de Oliveira Freitas Pesquisadora	Ângela Maria Hartmann Orientadora

Caçapava do Sul ____ / __________________ / ________

____
(Assinatura do responsável)

Declaro que obtive de forma apropriada e voluntária o Consentimento Livre e Esclarecido, deste sujeito de pesquisa para participação neste estudo.

Caçapava do Sul ____ / __________________ / ________

____
(Assinatura da pesquisadora)