

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

DAIANE DE ALMEIDA BRAZEIRO DE MATOS

**OS NÍVEIS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE EM QUESTÕES
DE GEOMETRIA ESPACIAL DO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO: UMA
ANÁLISE DE PROTOCOLOS DE ACADÊMICOS INGRESSANTES NA
EDUCAÇÃO SUPERIOR**

**Itaqui
2019**

DAIANE DE ALMEIDA BRAZEIRO DE MATOS

**OS NÍVEIS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE EM QUESTÕES
DE GEOMETRIA ESPACIAL DO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO: UMA
ANÁLISE DE PROTOCOLOS DE ACADÊMICOS INGRESSANTES NA
EDUCAÇÃO SUPERIOR**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Profa. Dra. Deise Pedroso Maggio

**Itaqui
2019**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais).

M425n Matos, Daiane de Almeida Brazeiro de
Os níveis do pensamento geométrico de Van Hiele em questões de Geometria Espacial no Exame Nacional do Ensino Médio: Uma análise nos protocolos de acadêmicos ingressantes da Educação Superior / Daiane de Almeida Brazeiro de Matos.
52 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade Federal do Pampa, MATEMÁTICA, 2019.
"Orientação: Deise Pedroso Maggio".

1. Pensamento Geométrico. 2. Exame Nacional do Ensino Médio. 3. Transição da Educação Básica para Superior. I. Título.

DAIANE DE ALMEIDA BRAZEIRO DE MATOS

**OS NÍVEIS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE EM QUESTÕES
DE GEOMETRIA ESPACIAL NO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO: UMA
ANÁLISE NOS PROTOCOLOS DE ACADÊMICOS INGRESSANTES DA
EDUCAÇÃO SUPERIOR**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Federal do Pampa como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciada em Matemática.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 22/05/2019.

Banca examinadora:

Profa. Doutora Deise Pedroso Maggio
Orientadora
(UNIPAMPA)

Prof. Doutor Gabriel dos Santos Kehler
(UNIPAMPA)

Prof. Mestre Leugim Corteze Romio
(UNIPAMPA)

AGRADECIMENTOS

À minha família, pela compreensão nos momentos em que fiquei ausente, pelo carinho e incentivo para dar continuidade aos meus estudos.

A Deus, pela esperança e por iluminar meu caminho.

À professora Deise Pedroso Maggio, pela responsável e dedicada orientação deste trabalho de pesquisa.

Aos professores que compuseram a Banca Examinadora, pelas contribuições e compreensões deste trabalho de pesquisa.

Aos professores do Curso de Matemática-Licenciatura, pela compreensão nos momentos de ausência e dedicação nas disciplinas para o andamento deste trabalho de pesquisa.

RESUMO

O presente trabalho tem por questão de pesquisa: quais níveis do pensamento geométrico de Van Hiele são mobilizados por licenciandos em Matemática diante das questões de geometria espacial do ENEM? O objetivo é analisar os protocolos dos acadêmicos ingressantes na Educação Superior diante de questões de geometria espacial adaptadas das provas do Exame Nacional do Ensino Médio. O objetivo específico é analisar a capacidade de argumentação (justificativas) dos acadêmicos ingressantes nas questões adaptadas de geometria espacial do ENEM, tendo em vista um dos cinco níveis do pensamento geométrico de Van Hiele. Esta pesquisa é de natureza qualitativa, pois é determinada pelas características de sua questão de pesquisa, que implica dados documentais, isto é, as produções de acadêmicos ingressantes em um curso de Matemática-Licenciatura de uma universidade pública situada na fronteira oeste do Estado do Rio Grande do Sul diante de questões adaptadas do ENEM, que são passíveis de descrição e interpretação (LÜDKE; ANDRÉ, 1986). Recorreu-se à sequência de movimentos recursivos da Análise Textual Discursiva: unitarização, categorização e produção de metatexto. A partir dos protocolos dos acadêmicos, constataram-se os três primeiros níveis do pensamento geométrico de Van Hiele, a saber: Reconhecimento, Análise e Abstração. Isto significa que os acadêmicos ingressantes ainda estão na transição da Educação Básica para a Educação Superior, ou seja, no decorrer do curso de Matemática-Licenciatura, podem atingir os níveis mais elevados da teoria, que são o nível 4 (Dedução) e o nível 5 (Rigor), conforme é esperado na Educação Superior.

Palavras-chave: Pensamento Geométrico. Exame Nacional do Ensino Médio. Transição da Educação Básica para a Superior.

ABSTRACT

The research question of this work is the following: which levels of Van Hiele model of geometric thinking do undergraduate Mathematics students mobilize when solving spatial geometry questions of the National High School Exam (ENEM)? The objective is to analyze the protocols followed by higher education students when faced with spatial geometry questions adapted from ENEM tests. The specific objective is to analyze the incoming students' argumentative capacity (justifications) to answer spatial geometry questions adapted from ENEM, considering one of the five levels of Van Hiele model of geometric thinking. This is a qualitative research, as it is determined by the characteristics of the research question, which implies documentary data, i.e. answers provided by Mathematics students to questions adapted from ENEM that can be subject to description and interpretation (LÜDKE; ANDRÉ, 1986). The participants were attending a public university situated in the western border of the State of Rio Grande do Sul. The sequence of recursive movements of the Textual Discourse Analysis were used: unitarization, categorization and production of meta-text. The first three levels of Van Hiele model of geometric thinking were found in the students' protocols: Visualization, Analysis and Abstraction. This means that the incoming students were still transitioning from Basic Education to Higher Education, that is, along the Mathematics course they might reach the highest levels, i.e. Level 4 (Formal Deduction) and Level 5 (Rigor), as expected from Higher Education.

Keywords: Geometric Thinking. National High School Exam. Transition from Basic to Higher Education

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Questão que caracteriza o nível de resposta no modo de pensar do estudante	23
Figura 2 – Diálogo entre estudantes e professor.	24
Figura 3 – Movimento de análise.	33
Figura 4 – Argumentação do acadêmico 6 diante da questão 1	44
Figura 5 – Argumento do acadêmico 9 diante da questão 2.....	44
Figura 6 – Argumento do acadêmico 4 diante da questão 3.....	45
Figura 7 – Argumento do acadêmico 6 na questão 4.....	46

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Mapeamento de pesquisas brasileiras acerca dos descritores: ENEM, Geometria na plataforma BDTD.....	46
Quadro 2 – Mapeamento de pesquisas brasileiras acerca dos descritores: Geometria/ENEM na plataforma Sucupira.....	47
Quadro 3 – Questões de geometria espacial que compuseram o planejamento de aula de Estágio Curricular Supervisionado em Ensino de Matemática IV.....	27
Quadro 4 – Quadro 4: Questões acerca de Conhecimentos Geométricos nas Provas do ENEM das Edições de 2009 a 2018.....	48
Quadro 5 – Questões de Conhecimento Geométrico Adaptadas.....	32
Quadro 6 – Questões respondidas pelos estudantes.....	38

LISTA DE SIGLAS

ATD – Análise Textual Discursiva

BDTD – Biblioteca Digital de Teses e Dissertações

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

ENCCEJA – Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

ECSEM – Estágio Curricular Supervisionado em Ensino de Matemática

PBIP – Programa de Bolsa de Iniciação à Pesquisa

PIBID – Programa de Bolsa de Iniciação à Docência

ProUni – Programa Universidade para Todos

SISU – Sistema de Seleção Unificada

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	14
1 REFERENCIAL TEÓRICO	20
1.1 Origem da Teoria de Van Hiele.....	20
1.2 A Teoria de Van Hiele.....	21
2 METODOLOGIA.....	26
2.1 Contexto Inicial da Pesquisa: estudo exploratório a partir da prática pedagógica de Estágio Curricular Supervisionado em Ensino de Matemática	26
2.2 Natureza da Pesquisa: pesquisa qualitativa e estudo documental... ..	28
2.3 Contexto da Pesquisa.....	29
2.3.1 Breve Histórico do ENEM... ..	29
2.3.2 Perfil Acadêmico dos Sujeitos da Pesquisa.....	31
2.3.3 Dados Analisados e Procedimentos de Coleta/Produção de Dados... ..	32
2.3.4 Procedimentos de Análise de Dados... ..	35
3 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	38
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	43
REFERÊNCIAS.....	44
APÊNDICES	46

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa apresenta reflexões que vêm sendo efetuadas pela autora deste trabalho no decorrer do Curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA – Campus/Itaqui – RS em torno do processo de ensino-aprendizagem de matemática na Educação Básica. Em especial, trata-se da elaboração de argumentos como condição para o desenvolvimento do pensamento geométrico por estudantes do Ensino Médio. A argumentação é considerada como competência na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ¹do Ensino Médio, ou seja, na BNCC, a argumentação é concebida em termos de estabelecimento de conjecturas e demonstrações cada vez mais formais:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (BRASIL, 2018, p.540).

Neste sentido, é essencial exigir do estudante o estabelecimento de conjecturas acerca de conceitos e propriedades de geometria espacial, tais como: volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones. Tomando-se como base os contraexemplos necessários para a formulação de conjecturas para afirmação do contraexemplo, o estudante elabora argumentos mais formais, de modo a abranger as demonstrações de proposições (BRASIL, 2018).

Estas reflexões são decorrentes de minhas vivências na iniciação à pesquisa científica e na iniciação à docência, a exemplo do PBIP, PIBID e Estágio Curricular Supervisionado em Ensino de Matemática.

Ao participar como voluntária de um projeto de iniciação à pesquisa, PBIP, que teve como objetivo investigar como os professores de Matemática da Educação Básica que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no 1º ano do Ensino Médio, no município de Itaqui/RS, organizam seus planejamentos de ensino do conceito de função, foi possível identificar o livro didático como principal recurso utilizado nos planejamentos de ensino, como se observa em Silva, Maggio e Matos (2014).

¹ “A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto fundamental e progressivo de aprendizagens que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2018, p.7). A BNCC etapa Educação Infantil e Ensino Fundamental foi aprovada no período de 2017; já a etapa do Ensino Médio foi reformulada e aprovada em 4 de dezembro de 2018. Após dois anos da homologação para entrar em vigor a BNCC, a partir de fevereiro de 2019, começou a reelaboração curricular nas escolas para a Base Nacional Comum Curricular ser implantada com qualidade.

No contexto desse projeto de pesquisa, tive o primeiro contato com teorias cognitivas² e de aprendizagem,³ as quais serviram de aporte teórico para analisar o ensino de um determinado conceito de matemática a partir de um recurso didático bastante utilizado pelos professores da Educação Básica, o livro didático. Posteriormente, no âmbito do Estágio Curricular Supervisionado em Ensino de Matemática, mais especificamente em práticas de ensino de Geometria Espacial em uma turma do 3º ano do Ensino Médio, notou-se que as avaliações de larga escala, tal como o ENEM, também orientam os planejamentos dos professores. Assim sendo, optou-se por analisar as produções de acadêmicos ingressantes da Educação Superior diante de questões de Geometria Espacial do ENEM.

Também participei como bolsista do Programa Institucional de Iniciação à Docência, PIBID⁴. Neste contexto, foram realizadas monitorias em uma turma do 1º ano do Ensino Médio, bem como em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental. Além disso, nos encontros do grupo de bolsistas, docentes supervisores e coordenadores também obtiveram contato com teorias cognitivas de ensino-aprendizagem, as quais serviram de aporte teórico para os planejamentos das monitorias, a partir de uma pesquisa com estudantes do 1º ano do Ensino Médio em que foram aplicadas três questões envolvendo os números racionais e os estudantes tinham que argumentar (justificar). Em vista das respostas, constatou-se que estes estudantes tiveram dificuldades em formular argumentação (justificativa); por isso, não houve produção de protocolos, e optou-se por analisar livros didáticos. Aliás, posteriormente, no âmbito do Estágio Curricular Supervisionado em Ensino de Matemática, observou-se que a argumentação (justificativa) é pouco presente nas atividades propostas pelos professores. Assim sendo, neste trabalho, optou-se por adaptar questões do ENEM, tendo em vista a exigência de processos argumentativos (justificativa).

²VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceptuais. In: BRUN, Jean. *Didáctica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Jean Piaget, 1996. p. 155-191.

³DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. de A. (Org.). *Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica*. Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 11-33.

⁴ O PIBID tem como objetivo: incentivar a formação de docentes em nível superior para a educação básica; contribuir para a valorização do magistério; elevar a qualidade da formação inicial de professores nos cursos de licenciatura, promovendo a integração entre a educação superior e a educação básica; inserir os licenciandos no cotidiano de escolas da rede pública de educação, proporcionando-lhes oportunidades de criação e participação em experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem; incentivar escolas públicas de educação básica, mobilizando seus professores como coformadores dos futuros docentes e tornando-as protagonistas nos processos de formação inicial para o magistério; e contribuir para a articulação entre teoria e prática necessárias à formação dos docentes, elevando a qualidade das ações acadêmicas nos cursos de licenciatura. Encontra-se no portal de acesso: <http://portal.mec.gov.br/pibid>. Acesso em: 16 de mai. 2019.

No âmbito do componente curricular de Estágio Curricular Supervisionado em Ensino de Matemática IV, vivenciei a prática docente em uma turma do terceiro ano do Ensino Médio. Trabalhei com conteúdos de Geometria Espacial, a saber: Poliedros, Prismas, Pirâmides, Tronco de Pirâmide, Corpos Redondos, Cilindro, Cone, Tronco de Cone e Esfera. No livro didático dos estudantes, havia algumas questões do ENEM, como, por exemplo, no conteúdo de prismas. Tendo isso em conta, nas atividades propostas, foram apresentadas mais questões de Geometria Espacial das provas do ENEM, por exemplo, no conteúdo de esfera. No reconhecimento das figuras geométricas espaciais por meio das planificações, observou-se a dificuldade de argumentação (justificativa) no de uso de fórmulas e definições do conceito de geometria espacial. Com isso, pretende-se aprofundar o estudo dos níveis do pensamento geométrico de Van Hiele, a saber: reconhecimento, análise, abstração, dedução e rigor, que serão descritos no Capítulo 2.

Diante desse contexto, a presente pesquisa tem por temática a argumentação na abordagem do pensamento geométrico. Tem como problemática a seguinte questão de pesquisa: quais níveis do pensamento geométrico de Van Hiele são mobilizados por licenciandos em Matemática diante das questões de geometria espacial do ENEM? Para compreender esta questão, a pesquisa tem como objetivo analisar os protocolos dos acadêmicos ingressantes na Educação Superior diante de questões de geometria espacial das provas do ENEM. De forma específica, busca analisar a capacidade de argumentação (justificativa) dos acadêmicos nas questões adaptadas de geometria espacial do ENEM, tendo em vista que se trata de um dos cinco níveis do pensamento geométrico de Van Hiele.

Com o intuito de buscar por pesquisas que se aproximam de nosso objeto de estudo, realizei um mapeamento de pesquisas científicas brasileiras (dissertações e teses), utilizando os seguintes descritores: Geometria e ENEM. O mapeamento foi feito a partir de dois repositórios digitais, a saber: plataforma Sucupira e plataforma BDTD, considerando os últimos dez anos, isto é, de 2008 a 2018; a partir da edição de 2009, o ENEM foi reformulado metodologicamente.

Por meio da BDTD, foram encontradas seis pesquisas (dissertações). Dentre estas pesquisas, quatro têm como objeto de estudo as questões de Geometria Espacial das provas do ENEM (Apêndice A): Ferreira (2014), Nogueira (2014), Gomes (2017) e Nadalon (2018). Já por meio da plataforma Sucupira, encontraram-se cinco pesquisas (dissertações). Dentre elas, três têm como objeto de estudo as questões de Geometria Espacial nas provas do ENEM (Apêndice A): Mialich (2013), Santos (2014) e Mota (2015). Estas pesquisas são apresentadas a seguir em ordem cronológica.

Mialich (2013) teve como tema principal: Poliedros e o Teorema de Euler. A pesquisa apresenta uma proposta de atividades sobre poliedros com a utilização do *software* Poly e também das avaliações de larga escala, como o SARESP e o ENEM. A sequência de atividades propostas teve como objetivo reconhecer poliedros convexos, polígonos e suas planificações, além de observar o número de vértices, arestas e faces desses poliedros para estudo do Teorema de Euler e o reconhecimento dos poliedros de Platão com o uso do *software* Poly diante das avaliações de larga escala do SARESP e o ENEM.

Ferreira (2014) buscou compreender três questões de pesquisa: em que medida a avaliação está coerente com o propósito estabelecido na Matriz de Referência do ENEM? Qual a abrangência dos itens aplicados no que diz respeito às competências de área e às habilidades estabelecidas na Matriz de Referência? De que maneira a distribuição dos itens por competência de área está relacionada com a distribuição dos campos de conhecimento matemático tradicionalmente presentes nos livros didáticos? O objetivo foi analisar a abrangência da Matriz de Referência do ENEM com relação às habilidades avaliadas nos itens de matemática aplicados nas provas de 2009 a 2013. O pesquisador constatou que, na coleção de livros didáticos recomendada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), a distribuição feita nas obras para os campos do conhecimento matemático não está em sintonia com a ênfase dada nas provas do ENEM, pois a coleção valoriza mais a parte algébrica, enquanto que o ENEM foca mais nos conteúdos geométricos.

Santos (2014) teve por questão de pesquisa: quais são os erros mais comuns, cometidos por estudantes do 3º ano do Ensino médio, das escolas públicas de Maringá, em questões de geometria do ENEM? Seu objetivo foi analisar e classificar os erros cometidos por estudantes do 3º ano do Ensino Médio, de cinco escolas estaduais do município de Maringá, na resolução de questões de geometria do ENEM. O pesquisador constatou que os principais erros cometidos pelos estudantes na resolução das questões de geometria estão na passagem da linguagem natural para a linguagem matemática e na aplicação de fórmulas.

Nogueira (2014) teve por objetivo fazer um breve estudo dos poliedros, especialmente os poliedros platônicos. O pesquisador elaborou modelos de atividades para serem trabalhadas em sala de aula, a fim de favorecer o entendimento dos conteúdos de poliedros de Platão, diedros e poliedros regulares; as atividades propostas proporcionam a compreensão além das “fórmulas” decoradas, promovendo o estabelecimento de conjecturas por meio da visualização de objetos geométricos. Estas atividades foram aplicadas em sala de aula em uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública. O pesquisador constatou que houve

participação e interesse dos estudantes no desenvolvimento e no estudo dos cálculos nas atividades propostas.

O objetivo de Mota (2015) foi investigar as influências do vestibular da Universidade Federal do Ceará (UFC) e do Enem no currículo de Matemática do Ensino Médio do Colégio 7 de Setembro, no tocante ao tema geometria espacial. Para tanto, foram selecionadas questões de geometria espacial das provas do ENEM do período de 2009 a 2013 e do vestibular da UFC de 2005 a 2010. O pesquisador constatou que a porcentagem de questões de geometria no ENEM foi de 30% no período de 2009 a 2013 e que a das questões de geometria espacial foi de 13%. No vestibular da UFC, no período de 2005 a 2010, esses índices foram 23% e 10%, respectivamente.

Gomes (2017) teve por questão de pesquisa: como as Habilidades e as Competências discriminadas nos documentos Brasil (2000), Brasil (2002) e Matriz de Referência do ENEM, referentes ao conteúdo de geometria, podem ser trabalhadas pelo docente da disciplina de Matemática de modo significativo e contextualizado? Teve como objetivo subsidiar os docentes nas atividades de Matemática relacionadas ao conteúdo de geometria, tendo em vista a formação de alunos com base nas habilidades e competências estabelecidas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), pelas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN + Ensino Médio) e pela Matriz de Referência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). O pesquisador constatou a possibilidade de os docentes terem a disposição explícita de como resolver um problema matemático por meio da metodologia de resolução do problema.

Nadalon (2018) teve por objetivo de pesquisa aplicar e analisar uma oficina pedagógica denominada “Superfícies e Sólidos de Revolução no GeoGebra 3D”. Foi apresentado como obter e utilizar o *software* GeoGebra; realizaram-se adaptações nas questões do ENEM no período de 2009 a 2015, de modo que os recursos do *software* ajudou no desenvolvimento das atividades. O pesquisador constatou que o Geogebra 3D foi um facilitador para a obtenção e visualização de superfícies e sólidos de revolução, a partir do momento em que os estudantes compreenderam a definição e o conceito de superfície e sólidos de revolução, distinguindo-os corretamente e conseguindo resolver as questões propostas do ENEM.

Cabe destacar que, dentre as pesquisas supramencionadas, seis das sete – (Mialich (2013), Ferreira (2014), Santos (2014), Mota (2015), Gomes (2017) e Nadalon (2018)) – enfocam a análise das questões de geometria nas provas do ENEM. Porém, nenhuma dessas pesquisas aborda os níveis do pensamento geométrico de Van Hiele nas produções de

estudantes. Nesta pesquisa, vamos identificar os níveis do pensamento geométrico de Van Hiele nas produções de acadêmicos ingressantes na Educação Superior.

A seguir, apresentamos a organização do trabalho de pesquisa.

O Capítulo 1 apresenta a teoria que encaminha o trabalho de pesquisa, ou seja, o entendimento dos cinco níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele.

O Capítulo 2 mostra a metodologia utilizada para responder a questão de pesquisa e alcançar o objetivo proposto.

O Capítulo 3 traz os resultados da análise dos protocolos dos acadêmicos ingressantes na Educação Superior diante das questões adaptadas da prova do ENEM.

Finalmente, no Capítulo 4, apresentam-se as considerações finais, tomando-se como base os resultados da análise efetuada no capítulo precedente.

1 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo é estruturado em duas seções. Na primeira seção, apresenta-se a origem da teoria de Van Hiele. A segunda seção traz a teoria de Van Hiele no ensino e aprendizagem em geometria, a qual consiste na distinção dos cinco níveis do pensamento geométrico, a saber: reconhecimento, análise, abstração, dedução e rigor.

1.1 Origem da Teoria de Van Hiele

A teoria de Van Hiele teve origem nas teses de doutorado desenvolvidas pelo casal Pierre Marie Van Hiele e Dina Van Hiele-Geodolf. A tese de Pierre Marie Van Hiele foi explicativa e descritiva dos porquês de os estudantes terem problemas em aprender Geometria; já a tese de sua esposa, Dina Van Hiele-Geodolf, fez a descrição do experimento realizado na prática pedagógica em sala de aula, relacionando o conteúdo de geometria na elaboração das atividades propostas e o ensino e aprendizagem dos estudantes (DE VILLIERS, 2010).

Pierre Marie Van Hiele, no período de 1933, concluiu a graduação no curso de Matemática e Ciências Naturais na Universidade de Amsterdam; de 1939 até 1951, trabalhou como professor de Matemática e Ciências Naturais no Departamento Montessori del Liceo Kennemer; em 1957, Pierre Marie Van Hiele defendeu a tese de doutorado intitulada “De Problematiek van het inzicht. Gedemonstreerd aan het inzicht van schoolkinderen in meetkunde-leerstof⁵”, e sua esposa, Dina Van Hiele-Geodolf, defendeu a tese de doutorado intitulada “De didactiek Van de Meetkunde in de eerste klass van het V.H.M.O⁶” (PASSOS, 2015). Dina faleceu após concluir sua tese, e Pierre foi quem mais tarde desenvolveu e divulgou a teoria em publicações.

A tese de Dina Van Hiele-Geodolf foi baseada em dados coletados por meio de um experimento de ensino, isto é, o experimento foi desenvolvido em duas turmas dos Anos Finais do Ensino Fundamental com estudantes holandeses de 12 anos, tendo como objetivo:

[...] utilizar a didática como uma forma de apresentação de material manipulável, de modo que o pensamento visual de uma criança avance para um pensamento abstrato num processo contínuo. Este pensamento abstrato é requisito para o pensamento lógico em geometria. Existe a necessidade de uma criança no primeiro ano da escola secundária raciocinar logicamente acerca de problemas geométricos e até que ponto essa necessidade pode ser conhecida como o papel da linguagem na transição do

⁵ Tradução: “Problema de insight. Demonstrado para a visão de crianças em idade escolar em material de aprendizagem de geometria”.

⁶ Tradução: “A didática da Geometria na primeira classe do V.H.O.M”.

pensamento visual para o lógico. (Van Hiele-Geldof, 1957 p.8 *apud* PASSOS, 2015, p.40).

A tese de Dina Van Hiele-Geldof, foi de caráter inovador na época, pois os dados foram coletados a partir de situações reais em sala de aula. (PASSOS, 2015).

Já a tese de Pierre Van Hiele é explicativa e descritiva (DE VILLIERS, 2010), sendo baseada na compreensão dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem em geometria, por meio dos dados coletados por Dina Van Hiele-Geldof, ou seja, descreve a importância do papel da linguagem na elaboração da estrutura do conhecimento dos estudantes. (PASSOS, 2015).

Cabe destacar que a reflexão acerca dos níveis do pensamento geométrico e das fases do processo de aprendizagem em Geometria resultou em um livro, intitulado *Structure and insight: a theory of Mathematics Education*⁷, o qual foi publicado em 1986, com o objetivo de melhorar o ensino e a aprendizagem em geometria. O livro traz a compreensão e a descrição dos níveis do pensamento geométrico e como utilizar as fases do processo de aprendizagem, a saber: informação, orientação guiada, explicação, orientação livre e integração. Esse livro foi importante para compreender e descrever as estruturas dos níveis do pensamento geométrico em algumas pesquisas, como de Nasser (1993) e Passos (2015), e também neste trabalho de pesquisa.

1.2 A Teoria de Van Hiele

Esta teoria constitui-se em uma teoria de ensino e aprendizagem em geometria. Consiste na distinção de cinco níveis de compreensão: reconhecimento, análise, abstração, dedução e rigor, os quais são descritos a seguir.

No primeiro nível, Reconhecimento, os estudantes reconhecem e nomeiam as figuras com base em sua característica global. Para De Villiers (2010, p.401), “os estudantes reconhecem as figuras visualmente por sua aparência global. Reconhecem triângulos, quadrados, paralelogramos, entre outros, por sua forma, mas não identificam as propriedades de tais figuras explicitamente”. Por exemplo, classificam por recortes dos quadriláteros: quadrados, retângulos, paralelogramos, losango e trapézio (NASSER; SANT’ANNA, 2017). Para Nasser (1993 *apud* PASSOS, 2015), no nível reconhecimento, os objetos de pensamento são as classificações de figuras geométricas. Conforme Filho (2015), no nível 1 do

⁷ Tradução: “Estrutura e insight: uma teoria da Educação Matemática”.

pensamento geométrico, os estudantes podem observar, construir e manipular os objetos, de modo que possam fazer a identificação e a classificação das formas geométricas.

No segundo nível, Análise, conforme De Villiers (2010, p.401), “os estudantes começam a analisar as propriedades das figuras e aprendem a terminologia técnica adequada para descrevê-las, mas não correlacionam figuras ou propriedades das mesmas”. Os estudantes analisam as propriedades das figuras por meio da observação e experimentação, pois começam a identificar as características de uma figura geométrica; as propriedades são utilizadas para definir as classes e as formas de uma figura geométrica. Por exemplo, descrevem um quadrado por meio das propriedades, como: o quadrado tem quatro lados iguais, quatro ângulos retos e lados opostos iguais e paralelos (NASSER; SANT’ANNA, 2017). Para Nasser (1993 *apud* PASSOS, 2015), neste nível, o objeto de pensamento é em torno da descrição das figuras geométricas a partir das propriedades das classes e das formas. Segundo Filho (2015), no nível 2 (Análise), os estudantes também podem observar o paralelepípedo como uma caixa e perceber a possível semelhança com os prismas, ou seja, começam a dialogar acerca da figura, fazendo conjecturas sobre as propriedades.

No terceiro nível, Abstração, os estudantes têm a capacidade de perceber a necessidade de uma definição mais precisa das propriedades, ou seja, a propriedade de uma determinada figura geométrica, como o quadrado, pode ser relacionada com outra figura geométrica, como o retângulo. Dessa forma, começam a argumentação lógica informal e de ordenação das classes de figuras geométricas conforme as conjecturas das propriedades. Por exemplo, a descrição do quadrado por meio das propriedades mínimas, como quatro lados iguais, quatro ângulos retos, sendo que o quadrado é também um retângulo (NASSER; SANT’ANNA, 2017). Para Nasser (1993 *apud* PASSOS, 2015), neste nível abstração, as propriedades e as formas geométricas tornam-se os objetos de pensamento para que o estudante construa argumento lógico informal.

No nível quatro, Dedução, os estudantes começam a desenvolver sequências mais longas de enunciados e a compreender a importância da dedução, a função dos axiomas, teoremas e provas (DE VILLIERS, 2010). Por exemplo, demonstram as propriedades dos triângulos e dos quadriláteros utilizando a congruência de triângulos (NASSER; SANT’ANNA, 2017). Para Nasser (1993 *apud* PASSOS, 2015), neste nível, as sequências de enunciados tornam-se os objetos de pensamento para que o estudante compreenda a função dos axiomas, teoremas e prova.

No nível cinco, Rigor, o nível mais elevado da hierarquia dos níveis do pensamento geométrico, os estudantes têm a capacidade de entender as demonstrações formais. Realizam

comparações entre diferentes sistemas axiomáticos (NASSER; SANT’ANNA, 2017). De acordo com Nasser (1993 *apud* PASSOS, 2015), neste nível, os sistemas axiomáticos tornam-se objetos de pensamento, e o estudante tem a capacidade de fazer uma demonstração formal de teoremas, axiomas, etc.

Podemos observar a relação entre os níveis a partir da transição de um nível para outro. Segundo De Villiers (2010, p. 402), “a transição do Nível 1 para o Nível 2 envolve mais do que simplesmente a aquisição de linguagem, ela envolve o reconhecimento de algumas novas relações entre conceitos e o refinamento e a renovação de conceitos existentes”. Para que a progressão do estudante aconteça de um item específico, como, por exemplo, nos quadriláteros, é necessário realizar uma reorganização significativa na descrição das classes e formas das figuras, relacionando o reconhecimento da figura geométrica com o refinamento de conceitos já existentes.

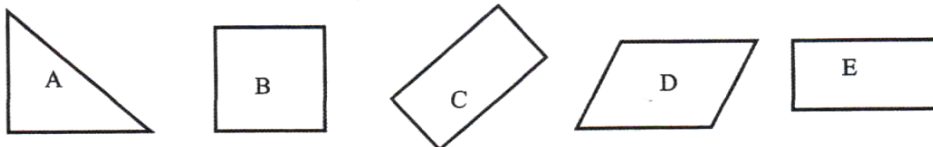
Conforme De Villiers (2010), na transição do Nível 2, que envolve a *associação de propriedades* a tipos de figuras e relações entre figuras de acordo com tais propriedades, para o Nível 3, que envolve as *relações lógicas* entre as propriedades das figuras, para que a progressão do estudante aconteça, o conceito e a linguagem estão relacionados ao raciocínio lógico ou dedutivo acerca das definições das propriedades geométricas ou teoremas.

A transição do nível 3 para o nível 4 e do nível 4 para o nível 5 implica níveis de pensamento geométrico mais altos. O estudante conjectura e faz estabelecimento de argumentos mais formais para demonstrações de teoremas e axiomas exigidos na Educação Superior.

Conforme Nasser e Sant’Anna (2017, p.8), “para exemplificar melhor, transcrevemos a seguir uma questão que pode ser respondida em diversos níveis”, como ilustra a Figura 1, a seguir.

Figura 1: Questão que caracteriza o nível de resposta no modo de pensar do estudante.

Exemplo: Quais destas figuras são retângulos ?



Respostas de alunos:

Aluno X: apenas E

Aluno Y: C e E

Aluno Z: B, C e E

Fonte: NASSER; SANT’ANNA (2017).

Assim, foram analisadas as respostas desses estudantes a partir das características dos níveis do pensamento geométrico: observações sobre a aparência global (nível de reconhecimento); observações das propriedades da figura (nível de análise); se consegue argumentar informalmente (nível de abstração); se consegue compreender as funções de axiomas (nível de dedução); se consegue fazer demonstrações formalmente (nível de rigor) (NASSER; SANT'ANNA, 2017).

A seguir, apresentamos a análise das respostas de estudantes diante da questão supracitada na Figura 1 por Nasser e Sant'Anna (2017):

O estudante X tem a imagem conceitual do retângulo apenas numa posição, e não é capaz ainda de reconhecer que a figura C também é um retângulo, e, portanto ainda nem atingiu o nível básico. O aluno Y consegue reconhecer as duas figuras que representam um retângulo, mas não está claro se baseou apenas na aparência global (nível de reconhecimento), ou se reconheceu os quatro ângulos retos e o paralelismo dos lados opostos, que seriam características de raciocínio no nível de análise. Por sua vez o estudante Z, além de reconhecer como retângulo as figuras C e E, ainda percebeu que o quadrado B também é um retângulo, o que é característica do nível de abstração (NASSER; SANT'ANNA, 2017, p.8-9).

De acordo com Lorenzato (2012), no processo de construção de um material didático, surgem os imprevistos e desafios no estabelecimento de conjecturas, como se nota na Figura 2, a seguir.

Figura 2: Diálogo entre estudantes e professor.

Análise o seguinte diálogo, frequente em nossas salas de aula, até mesmo em cursos de aperfeiçoamento para experientes professores de ensino fundamental.

Aos alunos é dado um MD (figura 19) formado por quatro palitos de mesmo comprimento, representando um losango, flexível nos pontos 1, 2, 3 e 4.

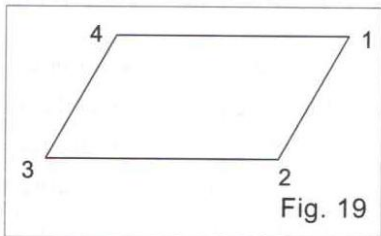


Fig. 19

Professor – Procurem transformar esta figura em outras e digam o que observaram.

Alunos – “Um segmento”; “um triângulo”; “outros losangos”; “quando o ângulo 1 aumenta, o ângulo 2 diminui”; “os ângulos opostos são iguais”, “outros paralelogramos”, “um quadrado”.

Professor – A sequência de movimentos que transformou losango em quadrado destruiu alguma característica (propriedade) dos losangos?

Alunos – Não, os lados continuaram iguais.

Professor – Então, o quadrado é losango?

Alunos – Não, losango é losango, quadrado é quadrado.

Fonte: Elaborado por Lorenzato (2012).

Com isso, é possível observar que, na Figura 1 e na Figura 2, o papel da linguagem é essencial para a formação do pensamento geométrico. Assim, a aprendizagem de Geometria antecede o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Segundo Walle (2009), a teoria do pensamento geométrico está relacionada a quatro características: os níveis são sequenciais; os níveis não são dependentes da idade; a experiência geométrica é o fator que influencia o avanço ou desenvolvimento por meio dos níveis; quando o ensino ou a linguagem está em um nível superior ao do estudante, a falta de comunicação pode ocorrer e o estudante terá uma aprendizagem mecânica (memorização).

É relevante destacar que a teoria de Van Hiele se originou da prática pedagógica no ensino de geometria, ou seja, o avanço de um nível para o outro depende do processo de aprendizagem de geometria, e não da maturação do estudante (NASSER, 1993, p. 31 *apud* PASSOS, 2015, p. 61).

2 METODOLOGIA

Este capítulo é estruturado a partir de três seções. Na primeira seção, apresentamos o contexto inicial desta pesquisa, isto é, a prática pedagógica desenvolvida no âmbito do Estágio Curricular Supervisionado em Ensino de Matemática IV. Na segunda seção, abordamos a natureza desta pesquisa, que é qualitativa e do tipo documental. Na terceira seção, apresentamos o contexto da pesquisa, que abrange um breve histórico do ENEM. Os dados são apresentados, assim como os procedimentos de produção e de análise de dados, conforme os movimentos recursivos da metodologia denominada de Análise Textual Discursiva.

2.1 Contexto Inicial da Pesquisa: estudo exploratório a partir da prática pedagógica de Estágio Curricular Supervisionado em Ensino de Matemática

A fase exploratória começa como um plano muito inicial, que vai se delineando mais claramente à medida que o estudo de uma pesquisa se desenvolve a partir de alguma questão ou de um ponto crítico, podendo

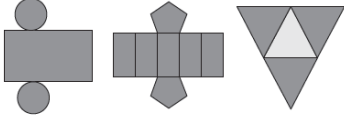
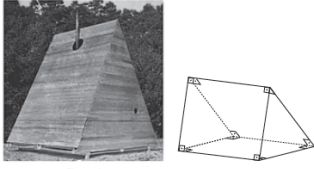
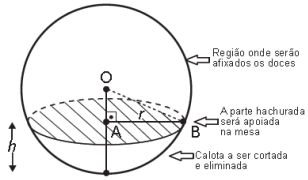
[...] ter origem no exame da literatura pertinente, ser fruto de observações e depoimentos feitos por especialista sobre o problema de pesquisa, surge inicialmente um contato com a documentação existente e com as pessoas ligadas ao fenômeno estudado ou ser derivados de especulações baseadas na experiência pessoal do pesquisador [...] (LUDKE E ANDRÉ, 1986, p.21).

Esta pesquisa advém da prática pedagógica durante o componente curricular de Estágio Curricular Supervisionado em Ensino de Matemática IV. Este componente é ofertado pelo curso de Matemática-Licenciatura da UNIPAMPA/Campus Itaqui-RS e tem por objetivo promover a realização das práticas pedagógicas em Matemática em escolas públicas e privadas no Ensino Médio.

A prática pedagógica foi realizada em uma turma de estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Itaqui-RS. Neste contexto, meus planejamentos de aula envolveram questões do ENEM que exigiam a mobilização de conceitos de geometria espacial, a saber: poliedros: prismas, pirâmides, tronco de pirâmide; e corpos redondos: cilindro, cone, tronco de cone e esfera. Durante o período de observação do processo de ensino-aprendizagem em sala de aula, os conteúdos de poliedros e corpos redondos foram propostos pela professora regente. Além do mais, os estudantes iriam realizar a prova do ENEM.

No Quadro 3, abaixo, são apresentadas as questões de geometria espacial selecionadas a partir das provas do ENEM que compuseram o planejamento de aula de Estágio Curricular Supervisionado em Ensino de Matemática IV.

Quadro 3: Questões de geometria espacial que compuseram o planejamento de aula de Estágio Curricular Supervisionado em Ensino de Matemática IV.

QUESTÕES DO ENEM	CONTEÚDOS DE GEOMETRIA ESPACIAL
<p>QUESTÃO 149</p> <p>Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.</p>  <p>Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?</p> <p> <input type="radio"/> A Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide. <input type="radio"/> B Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide. <input type="radio"/> C Cone, tronco de pirâmide e pirâmide. <input type="radio"/> D Cilindro, tronco de pirâmide e prisma. <input type="radio"/> E Cilindro, prisma e tronco de cone. </p>	<p style="text-align: center;">PRISMAS</p>
<p>QUESTÃO 148</p> <p>Uma rede hoteleira dispõe de cabanas simples na ilha de Gotland, na Suécia, conforme Figura 1. A estrutura de sustentação de cada uma dessas cabanas está representada na Figura 2. A ideia é permitir ao hóspede uma estada livre de tecnologia, mas conectada com a natureza.</p>  <p>ROMERO, L. Tendências. Superintensesarte, n. 315, fev. 2013 (adaptado).</p> <p>A forma geométrica da superfície cujas arestas estão representadas na Figura 2 é</p> <p> <input type="radio"/> A tetraedro. <input type="radio"/> B pirâmide retangular. <input type="radio"/> C tronco de pirâmide retangular. <input type="radio"/> D prisma quadrangular reto. <input type="radio"/> E prisma triangular reto. </p>	<p style="text-align: center;">PRISMAS</p>
<p>QUESTÃO 167</p> <p>Para decorar uma mesa de festa infantil, um chefe de cozinha usará um melão esférico com diâmetro medindo 10 cm, o qual servirá de suporte para espetar diversos doces. Ele irá retirar uma calota esférica do melão, conforme ilustra a figura, e, para garantir a estabilidade deste suporte, dificultando que o melão role sobre a mesa, o chefe fará o corte de modo que o raio r da seção circular de corte seja de pelo menos 3 cm. Por outro lado, o chefe desejará dispor da maior área possível da região em que serão afixados os doces.</p>  <p>Para atingir todos os seus objetivos, o chefe deverá cortar a calota do melão numa altura h, em centímetro, igual a</p> <p> <input type="radio"/> A $5 \frac{\sqrt{91}}{2}$ <input type="radio"/> B $10 \sqrt{91}$ <input type="radio"/> C 1 <input type="radio"/> D 4 <input type="radio"/> E 5 </p>	<p style="text-align: center;">ESFERA</p>

Fonte: Elaborado pela autora.

As duas primeiras questões (149 e 148) exigiam a mobilização do reconhecimento das características das figuras geométricas espaciais; a terceira questão (167) exigia a mobilização de estrutura matemática do conteúdo de esfera. Pode-se observar que, nas duas primeiras

questões, os estudantes não apresentaram dificuldades em identificar as “características de figuras geométricas espaciais”. Já na terceira questão, observou-se que os estudantes tiveram dificuldades em relacionar a definição do conceito de esfera para calcular altura por meio do triângulo retângulo. Neste momento, houve intervenção da professora estagiária para a solução da situação-problema proposta na atividade em sala de aula.

2.2 Natureza da Pesquisa: pesquisa qualitativa e estudo documental

Entendemos que a natureza de uma pesquisa é estabelecida pelas características intrínsecas à sua questão de pesquisa. A questão desta pesquisa concerne à compreensão do argumento (justificativa) elaborado por acadêmicos ingressantes na Educação Superior diante de questões de geometria espacial adaptadas do ENEM, isto é, implica compreender quais níveis do pensamento geométrico de Van Hiele são mobilizados por licenciandos em Matemática diante de questões de geometria espacial do ENEM. A compreensão desta questão sugere uma abordagem qualitativa, de acordo com as características de uma pesquisa qualitativa propostas por Ludke e André (1986).

Lüdke e André (1986) caracterizam a pesquisa qualitativa da seguinte forma: a pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento; o material obtido na coleta de dados é predominantemente descritivo; no decorrer da pesquisa, surge uma preocupação maior com o processo do que com o produto; o significado que as pessoas dão aos acontecimentos, ou seja, os pontos de vista são focos de atenção pelo pesquisador, e a análise dos dados coletados durante esta pesquisa tende a seguir um processo indutivo.

Esta pesquisa tem o espaço de sala de aula como fonte de coleta/produção de dados. O pesquisador é considerado essencial na coleta/produção de dados. Os dados coletados/produzidos são predominantemente descritivos, pois se constituem de protocolos de acadêmicos ingressantes na Educação Superior. A preocupação com o processo é maior do que a preocupação com o produto, pois se focaliza o processo dos níveis do pensamento geométrico de Van Hiele. Os pontos de vista dos acadêmicos, isto é, os argumentos produzidos diante de questões adaptadas do ENEM, são focos de atenção pelo pesquisador. Já a análise dos dados coletados/produzidos é do tipo dedutiva, pois partimos de categorias definidas *a priori*.

Além disso, esta pesquisa é do tipo documental, pois, segundo Lüdke e André (1986), se constitui de uma abordagem de dados qualitativos, ou seja, complementa as informações

obtidas por outros procedimentos, buscando por aspectos novos para um tema ou problema, como, por exemplo, leis e regulamentos, normas, pareceres, cartas, memorandos, diários pessoais, autobiografias, jornais, revistas, discursos, roteiros de programas de rádio, televisão e até livros, estatísticas e arquivos escolares. Estudo documental, conforme Fiorentini e Lorenzato (2012), envolve a coleta de informações feita pelo fichamento de leituras, ajuda na organização de anotações relacionadas às informações coletadas e depende também da questão de pesquisa do pesquisador, que pode ser reformulada após as primeiras leituras e consultas aos documentos (como filmes, fotografias, livros, propostas curriculares, provas (testes), cadernos de alunos, autobiografias, revistas, jornais, pareceres, programas de televisão, listas de conteúdos de ensino, planejamentos, dissertações ou teses acadêmicas, diários pessoais, diários de classe, entre outros). Nesta pesquisa, utilizamos o estudo documental a partir das produções dos acadêmicos ingressantes diante de questões adaptadas do ENEM.

Portanto, esta pesquisa é de natureza qualitativa, pois a é determinada pelas características de sua questão de pesquisa: quais níveis do pensamento geométrico de Van Hiele são mobilizados por licenciandos em Matemática diante das questões de geometria espacial do ENEM? Implica dados documentais, isto é, as produções de acadêmicos ingressantes em um curso de Matemática-Licenciatura de uma universidade pública situada na fronteira oeste do Estado do Rio Grande do Sul diante de questões adaptadas do ENEM, que são passíveis de descrição e interpretação (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

2.3 Contexto da Pesquisa

A seguir, apresentamos um breve histórico do ENEM, de modo a destacar a reformulação metodológica da matriz de referência do ENEM ocorrida em 2009, visto que, a partir deste período, o ENEM passou a ser considerado etapa (parcial ou integral) de ingresso em universidades públicas brasileiras. Também apresentamos os instrumentos de coleta/produção de dados e os procedimentos de análise de dados, de acordo com os pressupostos metodológicos de Moraes e Galiazzi (2016).

3.3.1 Breve Histórico do ENEM

O ENEM é uma prova individual ofertada anualmente aos concluintes e egressos do Ensino Médio, permitindo a estes indivíduos uma autoavaliação de sua aprendizagem durante

sua educação básica e de suas expectativas acerca da continuidade de seus estudos, bem como “[...] auxiliar o governo na elaboração de políticas educacionais de melhoria da qualidade da educação no país” (FERREIRA, 2014, p. 16).

Segundo Ferreira (2014, p.29), “[...] A matriz de referência (do ENEM) é composta por competências de área, habilidades e por objetos de conhecimentos, que são usados pelos elaboradores para a construção dos itens”. Assim, as competências matemáticas referem-se aos conteúdos presentes na educação básica, isto é, estão organizadas por blocos temáticos: números, geometria, álgebra, grandezas e medidas, modelagem, tratamento de informações e conhecimento de estatísticas e probabilidade. Estas competências geram as habilidades passíveis de mobilização no desenvolvimento da prova. Os objetos de conhecimento são os conteúdos presentes nas questões da prova. De acordo com Rebelo (*apud* Ferreira, 2014, p.33), os eixos cognitivos na matemática “são as ações e operações mentais que todos os jovens e adultos devem desenvolver como recursos mínimos que os habilitam a enfrentar melhor o mundo que os cerca, com todas as suas responsabilidades”. Os participantes que realizam a prova do ENEM são avaliados por meio das competências e habilidades adquiridas durante o ensino e aprendizagem na educação básica.

Até 2008, as edições do ENEM eram compostas por 63 questões de múltipla escolha e uma redação, aplicadas em um único dia, questões estas centradas na avaliação individual de desempenho por competências, de eixos estruturados na interdisciplinaridade e na contextualização de conhecimentos expressos na forma de situações-problema. Com base nas cinco competências, que correspondiam ao domínio das 21 habilidades da Matriz de Referência, procedeu-se à estrutura da prova do ENEM (FERREIRA, 2014). Com isso, as competências eram apresentadas de forma geral para todas as áreas do conhecimento, e a habilidade que o participante precisava para resolver as situações-problemas interdisciplinares era mobilizar os conhecimentos adquiridos na educação básica (BRASIL, 2013 *apud* FERREIRA, 2014). Durante esse período, a partir do ProUni,⁸ as instituições de Educação Superior privadas adotaram o resultado do ENEM para o ingresso de estudantes nas universidades privadas (BRASIL, 2013).

A partir de 2009, a edição do ENEM passou por uma reformulação metodológica, baseando-se nas matrizes de referências por competências e habilidades que compõem o ENCCEJA⁹ do Ensino Médio e da própria matriz de referência do ENEM das edições de 1998

⁸ ProUni foi criado pela Lei nº 11.096/2005 e tem como finalidade a concessão de bolsas de estudos integrais e parciais a estudantes de cursos de graduação e de cursos sequenciais de formação específica, em instituições privadas de Educação Superior. As instituições que aderem ao programa recebem isenção de tributos (BRASIL, 2013).

⁹ ENCCEJA, Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos, foi realizado pela primeira vez em 2002 para aferir competências, habilidades e saberes de jovens e adultos que não concluíram o

a 2008. Neste período, surge o Sisu¹⁰, o qual também usa o resultado do ENEM para ofertar vagas para o ingresso em instituições de Educação Superior públicas de todo o país.

A prova passou de 63 questões para 180 questões, distribuídas igualmente nas quatro áreas do conhecimento: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias (incluindo a redação), Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e suas Tecnologias, e Matemática e suas Tecnologias.

As provas são realizadas da seguinte forma:

[...] as provas são aplicadas em dois dias abrangendo as quatro áreas do conhecimento, além de uma proposta de redação. Em cada dia da prova são aplicados quatro tipos de caderno que se diferenciam por cor e pelas ordens dos itens dentro das quatro áreas do conhecimento [...] (FERREIRA, 2014, p.25).

A nova forma da Matriz de Referência passou a abranger um conjunto de competências para cada uma das quatro áreas do conhecimento. Além disto, os seguintes cinco eixos cognitivos são comuns em todas as áreas do conhecimento: Dominar linguagens, Compreender fenômenos, Enfrentar situações-problema, Construir argumentação e Elaborar propostas. As competências foram divididas em habilidades mais específicas por área de conhecimento, resultantes da associação dos conteúdos gerais aos cinco eixos cognitivos, totalizando 30 habilidades para cada uma das áreas (FERREIRA, 2014).

Considerando que a geometria espacial é objeto de estudo desta pesquisa, cabe destacar a seguinte competência relacionada à geometria, a saber, a competência de área 2: “Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela” (BRASIL, 2015, p.65). Também quatro habilidades são objeto de estudo desta pesquisa, quais sejam: Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional (Habilidade 6); Identificar características de figuras planas ou espaciais (Habilidade 7); Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma (Habilidade 8); e Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano (Habilidade 9) (BRASIL, 2013).

2.3.2 Perfil Acadêmico dos Sujeitos da Pesquisa

Ensino Fundamental ou Ensino Médio na idade adequada. Antes, a certificação para alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) era feita por meio de provas realizadas pelas secretarias municipais ou estaduais de educação, outra opção para obtenção do certificado. Encontra-se no portal: <http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/enceja>. Acesso em: 11 de jun. de 2019.

¹⁰ Sisu é o sistema informatizado gerenciado pelo Ministério da Educação no qual instituições públicas de Ensino Superior oferecem vagas a candidatos participantes do ENEM (FERREIRA, 2014).

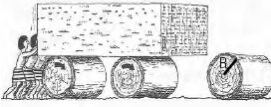
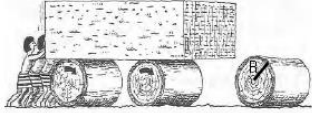
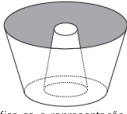
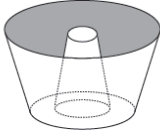
Esta pesquisa foi realizada com 37 acadêmicos ingressantes no primeiro semestre do curso de Matemática-Licenciatura de uma universidade pública situada na fronteira oeste do Rio Grande do Sul. Ocorreu em uma única etapa, com uma aplicação de quatro questões de geometria espacial adaptadas das provas do Exame Nacional do Ensino Médio, com a duração de uma aula.

2.3.3 Dados Analisados e Procedimentos de Coleta/Produção de Dados

As fontes de coleta/ produção de dados constituem-se de provas do ENEM das edições de 2009 a 2018, para selecionar questões de conhecimento geométrico espacial, as quais foram adaptadas e aplicadas a estudantes ingressantes na Educação Superior; o relatório pedagógico do ENEM serviu para identificar a competência e habilidade; a matriz de referência serviu para a identificação dos conteúdos referentes a conhecimento geométrico espacial.

O *corpus* desta pesquisa constitui-se de protocolos de acadêmicos diante de questões de geometria espacial adaptadas do ENEM, como se nota no Quadro 5.

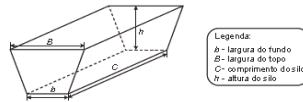
Quadro 5: Questões de Conhecimento Geométrico Adaptadas.

HABILIDADE	QUESTÕES DE CONHECIMENTO GEOMÉTRICO	QUESTÕES DE CONHECIMENTO GEOMÉTRICO ADAPTADAS
<p>Habilidade 6: Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.</p>	<p>Questão 163</p> <p>A ideia de usar rolos circulares para deslocar objetos pesados provavelmente surgiu com os antigos egípcios ao construírem as pirâmides.</p>  <p>BOLTBôn. Atividade matemática 54 Grafia</p> <p>Representando por R o raio da base dos rolos cilíndricos, em metros, a expressão do deslocamento horizontal y do bloco de pedra em função de R, após o rolo ter dado uma volta completa sem deslizar, é</p> <p> <input type="radio"/> $y = R$. <input type="radio"/> $y = 2R$. <input type="radio"/> $y = 4R$. <input type="radio"/> $y = 2\pi R$. <input checked="" type="radio"/> $y = 4\pi R$. </p>	<p>Questão 163: A ideia de usar rolos circulares para deslocar objetos pesados provavelmente surgiu com os antigos egípcios ao construírem as pirâmides.</p>  <p>BOLTBôn. Atividade matemática 54 Grafia</p> <p>Qual será a expressão do deslocamento horizontal y do bloco de pedra em função de R, após o rolo ter dado uma volta completa sem deslizar? Justifique.</p>
<p>Habilidade 7: Identificar características de figuras planas ou espaciais.</p>	<p>QUESTÃO 176</p> <p>Uma cozinheira, especialista em fazer bolos, utiliza uma forma no formato representado na figura:</p>  <p>Nela identifica-se a representação de duas figuras geométricas tridimensionais.</p> <p>Essas figuras são</p> <p> <input type="radio"/> um tronco de cone e um cilindro. <input type="radio"/> um cone e um cilindro. <input type="radio"/> um tronco de pirâmide e um cilindro. <input checked="" type="radio"/> dois troncos de cone. <input type="radio"/> dois cilindros. </p>	<p>Questão 176: Uma cozinheira, especialista em fazer bolos, uma forma no formato apresentado na figura.</p>  <p>Quais as duas figuras geométricas espaciais apresentadas na forma do bolo da cozinheira? Justifique.</p>

Habilidade 8: Resolver situação-problema que envolva conhecimento geométrico de espaço e forma.

QUESTÃO 142

Na alimentação de gado de corte, o processo de cortar a forragem, colocá-la no solo, compactá-la e protegê-la com uma vedação denomina-se silagem. Os silos mais comuns são os horizontais, cuja forma é a de um prisma reto trapezoidal, conforme mostrado na figura.



Legenda:
 b - largura do fundo
 B - largura do topo
 C - comprimento do silo
 h - altura do silo

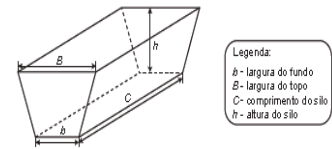
Considere um silo de 2 m de altura, 6 m de largura de topo e 20 m de comprimento. Para cada metro de altura do silo, a largura do topo tem 0,5 m a mais do que a largura do fundo. Após a silagem, 1 tonelada de forragem ocupa 2 m³ desse tipo de silo.

EMBRAPA. Gado de corte. Disponível em: www.cnpq.gov.br/embrapa.br. Acesso em: 1 ago. 2012 (adaptado).

Após a silagem, a quantidade máxima de forragem que cabe no silo, em toneladas, é

- A) 110.
 B) 125.
 C) 130.
 D) 220.
 E) 260.

Questão 142: Na alimentação de gado de corte, o processo de cortar a forragem, colocá-la no solo, compactá-la e protegê-la com uma vedação denomina-se silagem. Os silos mais comuns são os horizontais, cuja forma é a de um prisma, conforme mostrado na figura.



Considere um silo de 2 m de altura, 6 m de largura de topo e 20 m de comprimento. Para cada metro de altura do silo, a largura do topo tem 0,5 m a mais do que a largura do fundo. Após a silagem, 1 tonelada de forragem ocupa 2 m³ desse tipo de silo. Que quantidade máxima de forragem caberá no silo? Justifique.

Habilidade 9: Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

QUESTÃO 180

A cerâmica possui a propriedade da contração, que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico submetido a uma determinada temperatura elevada: em seu lugar aparecendo "espaços vazios" que tendem a se aproximar. No lugar antes ocupado pela água vão ficando lacunas e, conseqüentemente, o conjunto tende a retrair-se. Considere que no processo de cozimento a cerâmica de argila sofra uma contração, em dimensões lineares, de 20%.

Disponível em: www.arq.ufsc.br. Acesso em: 30 mar. 2012 (adaptado).

Levando em consideração o processo de cozimento e a contração sofrida, o volume V de uma travessa de argila, de forma cúbica de aresta a , diminui para um valor que é

- A) 20% menor que V , uma vez que o volume do cubo é diretamente proporcional ao comprimento de seu lado.
 B) 36% menor que V , porque a área da base diminui de a^2 para $((1 - 0,2)a)^2$.
 C) 48,8% menor que V , porque o volume diminui de a^3 para $(0,8a)^3$.
 D) 51,2% menor que V , porque cada lado diminui para 80% do comprimento original.
 E) 60% menor que V , porque cada lado diminui 20%.

Questão 180: A cerâmica possui a propriedade da contração, que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico submetido a uma determinada temperatura elevada: em seu lugar aparecendo "espaços vazios" que tendem a se aproximar. No lugar antes ocupado pela água vão ficando lacunas e, conseqüentemente, o conjunto tende a retrair-se. Considere que no processo de cozimento a cerâmica de argila sofra uma contração, em dimensões lineares, de 20%.

Para que valor diminui a forma cúbica de aresta no volume de uma travessa de argila considerando o processo de cozimento e a contração sofrida na cerâmica? Justifique.

Fonte: Elaborado pela autora.

Estas questões foram selecionadas a partir de dois critérios.

O primeiro critério adotado para selecionar as questões do ENEM tomou por base o bloco temático geometria. A Matriz de Referência refere-se a conteúdos da educação básica organizados em blocos temáticos: números, álgebra, grandezas e medidas, modelagem, tratamento da informação e conhecimentos de estatísticas e probabilidade. De forma mais específica, as seleção das questões tomou por base os seguintes conhecimentos geométricos na Matriz de Referência: características das figuras geométricas planas e espaciais, grandezas,

unidade de medida e escalas, comprimentos, áreas e volume, ângulos, posições de retas, simetria de figuras planas ou espaciais, congruência e semelhança de triângulos, teorema de Tales, relações métricas nos triângulos, circunferências, trigonometria do ângulo agudo (Apêndice B).

O segundo critério adotado teve por base as quatro habilidades do conhecimento geométrico denominado “características de figuras geométricas espaciais” e o conteúdo referente à geometria espacial (Apêndice B). Assim sendo, elencou-se uma questão representativa de cada habilidade acerca do conteúdo denominado de características de figura geométrica espacial. As questões que exigem a mobilização do conhecimento geométrico denominado “Características de figura geométrica espacial” representam 56% (29 questões das 52) dos conhecimentos exigidos nas questões referentes à habilidade 8; 15% (8 questões das 52) dos conhecimentos exigidos nas questões referentes à habilidade 7; 15% (8 questões das 52) dos conhecimentos exigidos nas questões relacionadas à habilidade 9; e 14% (7 questões das 52) dos conhecimentos exigidos nas questões relacionadas à habilidade 6. Pode-se observar que a maioria das questões referentes a “características de figura geométrica espacial” está na habilidade 8. As questões que exigem a mobilização do conteúdo de corpos redondos (cilindro, cone e esfera) representam 57% (4 questões) das 7 questões referentes à habilidade 6; as questões que exigem a mobilização do conteúdo de poliedro (prisma e pirâmide) representam 43% (3 questões) das 7 questões referentes à habilidade 6, mas em determinadas questões aparecem mais de um conteúdo (por exemplo, cilindro e cone). De forma mais específica, dentre os corpos redondos e poliedros, 25% (2 questões das 7) exigem o conteúdo de cilindro; 25% (2 questões das 7) exigem o conteúdo de esfera; 13% (1 questão das 7) exigem o conteúdo de prisma; 13% (1 questão das 7) exigem o conteúdo de pirâmide; e 13% (1 questão das 7) exigem o conteúdo de visualização de figura espacial. Nota-se que, majoritariamente, os conteúdos de cilindro e esfera são mais presentes na habilidade 6. As questões que exigem a mobilização do conteúdo de corpos redondos representam 56% (5 questões) das 8 questões referentes à habilidade 7; as questões que exigem a mobilização do conteúdo de poliedros representam 44% (4 questões) das 8 questões referentes à habilidade 8, mas em determinadas questões aparecem mais de um conteúdo (cilindro, prisma e pirâmide). De forma mais específica dentre, os corpos redondos e poliedros, 33% (3 questões das 8) exigem o conteúdo de cone; 22% (2 questões das 8) exigem o conteúdo de cilindro; 22% (2 questões das 8) exigem o conteúdo de prisma; 11% (1 questão das 8) exigem o conteúdo de pirâmide; e 11% (1 questão das 8) exigem os conteúdos de cilindro, prisma e pirâmide. Nota-se que, majoritariamente, o conteúdo de cone é mais presente na habilidade 7. As questões

que exigem a mobilização do conteúdo de poliedro representam 57% (17 questões) das 29 questões referentes à habilidade 8; as questões que exigem a mobilização do conteúdo de corpos redondos representam 43% (13 questões) das 29 questões referentes à habilidade 8, mas em determinadas questões aparecem mais de um conteúdo (prisma e esfera). De forma mais específica, dentre os poliedros e corpos redondos, 53% (16 questões das 29) exigem o conteúdo de prisma; 33% (10 questões das 29) exigem o conteúdo de cilindro; 10% (3 questões das 29) exigem o conteúdo de esfera; e 3% (1 questão das 29) exigem o conteúdo de pirâmide. Nota-se que, majoritariamente, o conteúdo de prisma é mais presente na habilidade 8. As questões que exigem a mobilização do conteúdo de poliedro representam 78% (7 questões) das 8 questões referentes à habilidade 9; as questões que exigem a mobilização do conteúdo de corpos redondos representam 22% (2 questões) das 8 questões referentes à habilidade 9, mas em determinadas questões aparecem mais de um conteúdo (prisma e pirâmide). De forma mais específica, dentre os poliedros e corpos redondos, 44% (4 questões das 8) exigem o conteúdo de prisma; 33% (3 questões das 8) exigem o conteúdo de pirâmide; 22% (2 questões das 8) exigem o conteúdo de cilindro; e 11% (1 questão das 8) exigem os conteúdos de pirâmide e prisma. Nota-se que, majoritariamente, o conteúdo de prisma é mais presente na habilidade 9.

As questões selecionadas foram adaptadas de modo que passassem a exigir o processo de elaboração de argumentos (justificativas), ou seja, “dessa forma, haverá algumas adaptações como excluir os itens de respostas e algumas alterações nos enunciados para que estas questões tornem-se abertas” (SANTOS, 2014, p.31).

Como a prova do ENEM tem o formato de item, isto é, de múltipla escolha, um dos eixos cognitivos referentes à construção de argumentos exige que o participante tenha a capacidade mobilizar as informações, representadas em diferentes formas de conhecimentos existentes, para construir argumentos consistentes para a escolha do item correto (FERREIRA, 2014). Esta pesquisa mostra as adaptações feitas nas questões de geometria espacial para alcançar a argumentação dos acadêmicos ingressantes na Educação Superior.

2.3.4 Procedimentos de Análise de Dados

Os procedimentos de análise decorrem da abordagem metodológica proposta por Moraes e Galiazzi (2016), denominada de ATD. A ATD “[...] não pretende testar hipóteses para comprová-las ou refutá-las ao final da pesquisa [...] a intenção é a compreensão, a reconstrução de conhecimentos existentes sobre os temas investigados” (MORAES;

GALIAZZI, 2016, p. 33). Esta pesquisa tem em vista a descrição e interpretação dos protocolos de acadêmicos ingressantes de Educação Superior, diante das questões de geometria espacial do ENEM e a partir dos níveis do pensamento geométrico de Van Hiele. Para tanto, recorreremos à sequência de movimentos recursivos da ATD, a saber: unitarização, categorização e produção de metatexto.

A unitarização é um processo de desconstrução de texto, isto é, um movimento inicial da análise que representa o movimento de leitura e interpretação dos textos (MORAES; GALIAZZI, 2016). Deste movimento, decorrem unidades de contexto e de análise. A unidade de contexto está correlacionada ao processo de coleta/produção de dados, e a unidade de análise constitui-se de significados que podem ser construídos a partir dos textos coletados/produzidos (MORAES; GALIAZZI, 2016).

Nesta pesquisa, há uma Unidade de Contexto – os protocolos dos acadêmicos ingressantes na Educação Superior – e uma Unidade de Análise: os níveis do pensamento geométrico de acordo com Van Hiele, ou seja, reconhecimento, análise, abstração, dedução e rigor. Estas unidades decorreram, respectivamente, de diferentes níveis de leitura: leitura do explícito – Manifesto; e leitura do implícito – Latente, que requer uma leitura mais exigente e aprofundada (MORAES; GALIAZZI, 2016).

A categorização é um processo que consiste na categorização das Unidades de Análise (MORAES; GALIAZZI, 2016). A partir das categorias, o metatexto – as descrições e as interpretações de análise – é realizado. As categorias podem ser produzidas por dois métodos diferentes: dedutivo e indutivo. O método dedutivo parte do geral para o particular, isto é, as categorias são construídas antes de examinar o *corpus*, assim abrangendo categorias *a priori*. O método indutivo parte do particular para o geral, abrangendo categorias emergentes, construídas a partir dos dados obtidos no decorrer da pesquisa (MORAES; GALIAZZI, 2016).

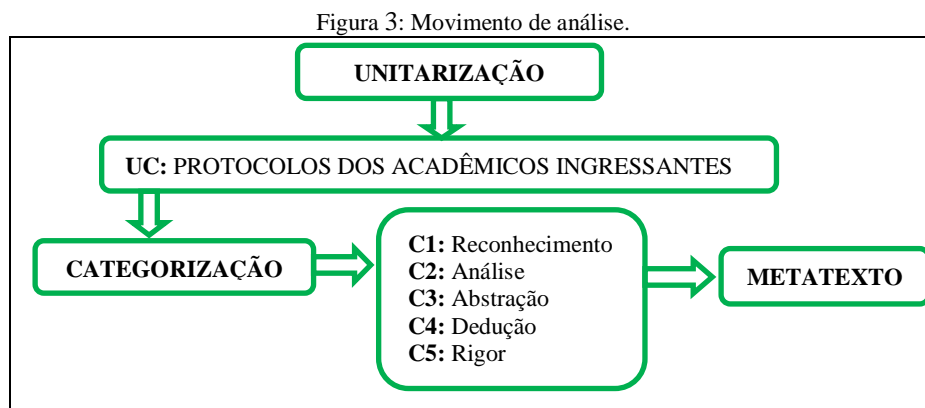
Nesta pesquisa, são adotadas as seguintes categorias de análise *a priori*: reconhecimento (Categoria 1: C1), análise (Categoria 2: C2), abstração (Categoria 3: C3), dedução (Categoria 4: C4) e rigor (Categoria 5: C5). Estas categorias correspondem aos níveis do pensamento geométrico propostos por Van Hiele.

A construção de metatexto é o terceiro e o último movimento recursivo da pesquisa, visando a expressar os sentidos elaborados a partir de um conjunto de textos. Assim, a estrutura textual é construída em torno de categorias e subcategorias resultantes da análise. O metatexto é constituído de descrição e interpretação do *corpus* (protocolos dos acadêmicos). A validade de um metatexto consiste na confiabilidade dos resultados de uma análise que são

construídos ao longo do processo. Constrói-se a validade a partir da ancoragem dos argumentos na realidade empírica e por meio do uso de citações de elementos extraídos dos textos do *corpus* (MORAES; GALIAZZI, 2016). Nesta pesquisa, a construção de metatextos será em torno das categorias definidas *a priori*: reconhecimento (Categoria 1: C1), análise (Categoria 2: C2), abstração (Categoria 3: C3), dedução (Categoria 4: C4) e rigor (Categoria 5: C5).

Portanto, nesta pesquisa, o primeiro movimento abrange a leitura reiterada e em diferentes níveis de profundidade dos protocolos dos acadêmicos. O segundo movimento constitui-se da análise dos protocolos dos acadêmicos por meio das cinco categorias supracitadas. O terceiro movimento desta pesquisa envolve a descrição e interpretação dos protocolos, as quais serão apresentadas em torno das categorias referidas.

Na Figura 3, abaixo, são apresentados os três movimentos desta pesquisa.



Fonte: Elaborado pela autora com base em Moraes e Galiazzi (2016)

No capítulo seguinte, são apresentadas a descrição e a interpretação do *corpus*, isto é, os resultados e discussões em torno das categorias de análise definidas *a priori*.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, apresentamos os resultados relacionados a cada uma das quatro questões respondidas por acadêmicos da Educação Superior.

No Quadro 6, abaixo, são apresentados resultados quantitativos referentes às questões respondidas pelos acadêmicos. As questões respondidas são consideradas a partir da compreensão do acadêmico referente aos conteúdos de geometria espacial. Já as questões não respondidas foram as que ficaram em branco.

Antes de apresentar o Quadro 6, cabe ressaltar a codificação utilizada para designar as respostas dos acadêmicos relacionadas às questões: AI e o número hindu-arábico (para indicar a ordem do acadêmico ingressante) + Q. e o número hindu-arábico (para indicar a ordem da questão respondida).

Quadro 6: Questões respondidas pelos estudantes.

ACADÊMICOS INGRESSANTES	QUESTÕES RESPONDIDAS			
	Q.1	Q.2	Q.3	Q.4
A.I.1	X	X	X	X
A.I.2	X	X	X	X
A.I.3	X	X	X	
A.I.4	X	X	X	
A.I.5	X	X	X	X
A.I.6	X	X	X	X
A.I.7			X	
A.I.8	X	X	X	X
A.I.9		X	X	
A.I.10		X	X	
A.I.11	X	X	X	X
A.I.12	X	X	X	X
A.I.13	X	X	X	
A.I.14	X	X	X	
A.I.15	X	X	X	X
A.I.16		X	X	
A.I.17	X	X	X	X
A.I.18	X	X	X	X
A.I.19	X	X	X	
A.I.20	X	X	X	X
A.I. 21	X	X	X	X
A.I.22	X	X	X	X
A.I.23		X	X	
A.I.24	X	X	X	X
A.I.25	X	X	X	X
A.I.26		X		
A.I.27	X	X	X	
A.I.28		X		
A.I.29	X	X	X	
A.I.30		X		
A.I.31		X	X	
A.I.32		X		
A.I.33	X			
A.I.34	X	X	X	X

A.I.35				
A.I.36	X	X	X	X
A.I.37				

Fonte: Elaborado pela autora.

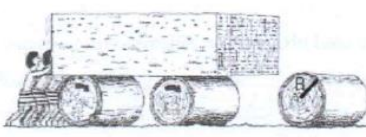
A Q.1 foi respondida por 25 dos 37 acadêmicos ingressantes. A Q.2 foi respondida por 33 dos 37 acadêmicos ingressantes. A Q.3 foi respondida por 30 dos 37 acadêmicos ingressantes. A Q.4 foi respondida por 17 dos 37 acadêmicos ingressantes. Podemos inferir, a partir dos números apresentados nas respostas, as que mais evidenciaram o modo de pensar dos acadêmicos, conforme o pensamento geométrico de Van Hiele.

Na Q.1, exigia-se dos acadêmicos a capacidade de mobilizar a habilidade 6: “interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional” (BRASIL,2013, p.22). Além disso, conforme a BNCC do Ensino Médio (2018), exigia o estabelecimento de conjecturas a respeito do conceito de geometria espacial, identificando a necessidade de argumentar (justificar) na solução da questão proposta.

Na Figura 4 observa-se o modo de pensar geometricamente do A.I.6. Notaram-se os três primeiros níveis do pensamento geométrico de Van Hiele na resposta do A.I.6, ou seja, com base na característica global do nível 1 (reconhecimento) para classificar a figura e, por meio do nível 2 (análise), pôde analisar a propriedade da figura realizando a descrição do movimento do objeto ao deslocar-se; e também desenvolve o argumento informal do nível 3 (abstração) acerca da definição da propriedade da figura, para obter a expressão adequada após o objeto deslocar-se uma volta.

Figura 4: Argumentação do acadêmico 6 diante da questão 1.

Questão 1: A ideia de usar rolos circulares para deslocar objetos pesados provavelmente surgiu com os antigos egípcios ao construírem as pirâmides.



EOLY Bilan. Atividade matemática. Ed. Gráfica.

Qual será a expressão do deslocamento horizontal y do bloco de pedra em função de R , após o rolo ter dado uma volta completa sem deslizar? Justifique.

O ponto mais alto do rolo cilíndrico, tem velocidade igual ao dobro da velocidade do centro desse mesmo rolo. Quando o trembor dá uma volta completa, o seu centro se desloca $2\pi R$ e o objeto que está em contato com o ponto mais alto vai deslocar-se o dobro, isto é, $4\pi R$.

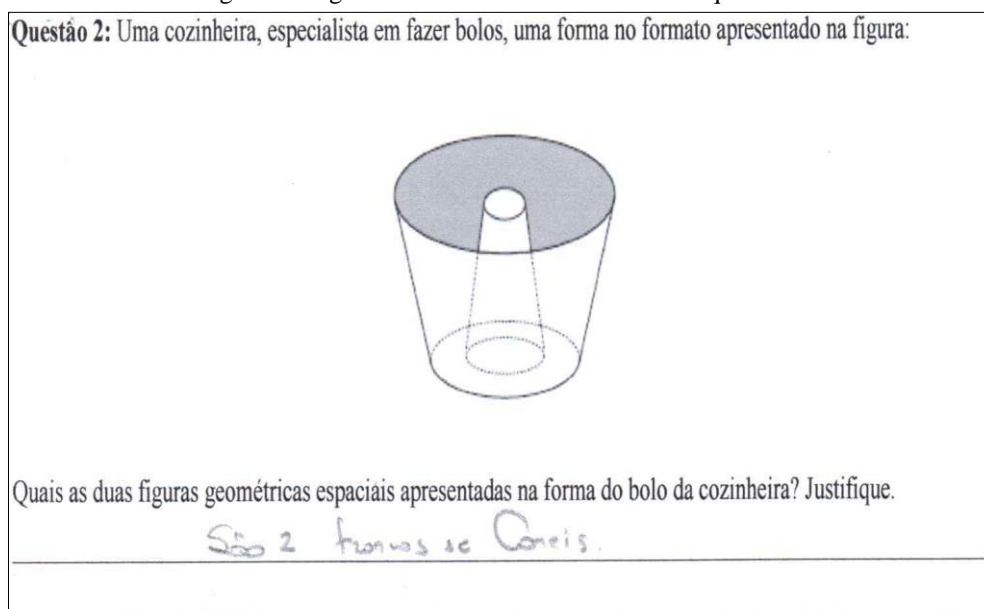
$y = 4\pi R$.

Fonte: Questão de geometria espacial adaptada da prova do ENEM.

Na Q.2, os acadêmicos tinham que ter a capacidade de mobilizar a habilidade 7: “identificar características de figuras planas ou espaciais” (BRASIL, 2013, p.22). Além disso, conforme BNCC do Ensino Médio (2018), exigia-se o estabelecimento de conjecturas a respeito do conceito de Geometria Espacial, identificando a necessidade de argumentar (justificar) na solução da questão proposta.

Na Figura 5, observa-se o modo de pensar geometricamente do A.I.9. Nota-se o primeiro nível do pensamento geométrico de Van Hiele na resposta do A.I.9, ou seja, com base na característica global do nível 1 (reconhecimento) para apresentar as formas das figuras identificadas.

Figura 5: Argumento do acadêmico 9 diante da questão 2.



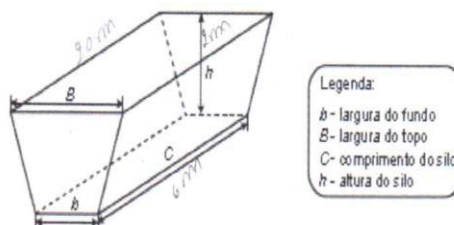
Fonte: Questão de geometria espacial adaptada da prova do ENEM.

Na questão 3, os acadêmicos tinham que ter a capacidade de mobilizar a habilidade 8: “resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma” (BRASIL, 2013, p.22). Além disso, conforme a BNCC do Ensino Médio (2018), exigia-se o estabelecimento de conjecturas a respeito do conceito de Geometria Espacial, identificando a necessidade de argumentar (justificar) na solução da questão proposta.

Na Figura 6, observa-se o modo de pensar geometricamente do A.I.4. Notam-se os três primeiros níveis do pensamento geométrico de Van Hiele na resposta do A.I.4, ou seja, com base na característica global do nível 1 (reconhecimento) para classificar a figura e, por meio do nível 2 (análise), pôde analisar a propriedade da figura realizando a descrição da forma do silo e, também desenvolve o argumento informal do nível 3 (abstração) acerca da definição da propriedade da figura para obter a quantidade de forragem que caberá no silo apresentado na Q.3.

Figura 6: Argumento do acadêmico 4 diante da questão

Questão 3: Na alimentação de gado de corte, o processo de cortar a forragem, colocá-lo no solo, compactá-la e protegê-la com uma vedação denomina-se silagem. Os silos mais comuns são os horizontais, cuja forma é a de um prisma, conforme mostrado na figura.



Considere um silo de 2 m de altura, 6 m de largura de topo e 20 m de comprimento. Para cada metro de altura do silo, a largura do topo tem 0,5 m a mais do que a largura do fundo. Após a silagem, 1 tonelada de forragem ocupa 2 m³ desse tipo de silo.

Que quantidade máxima de forragem caberá no silo? Justifique.

Se a largura do fundo for mais o que 1 m o menos, sendo assim 5 m, sendo assim 1 tonelada ocupa 2 m³, então caberão 10 toneladas de forragem.

Fonte: Questão de geometria espacial adaptada da prova do ENEM.

Na questão 4, os acadêmicos tinham que ter a capacidade de mobilizar a habilidade 9: “utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano” (BRASIL, 2013, p.22). Além disso, conforme a BNCC do Ensino Médio (2018), exigia-se o estabelecimento de conjeturas a respeito do conceito de Geometria Espacial, identificando a necessidade de argumentar (justificar) na solução da questão proposta.

Na Figura 7, observa-se o modo de pensar geometricamente do A.I.6. Notam-se os três primeiros níveis do pensamento geométrico de Van Hiele na resposta do A.I.6, ou seja, baseou-se na característica global do nível 1 (reconhecimento) para classificar a figura e, por meio do nível 2 (análise), pôde analisar a propriedade da figura realizando a descrição da forma cúbica da travessa de argila e, também desenvolve o argumento informal do nível 3 (abstração) acerca da definição da propriedade da figura obtendo-se a representação do valor que diminui a forma cúbica da aresta no volume de uma travessa de argila.

Figura 7: Argumento do acadêmico 6 na questão 4.

Questão 4: A cerâmica possui a propriedade da contração, que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico submetido a uma determinada temperatura elevada: em seu lugar aparecendo “espaços vazios” que tendem a se aproximar. No lugar antes ocupado pela água vão ficando lacunas e, conseqüentemente, o conjunto tende a retirar-se. Considere que no processo de cozimento a cerâmica de argila sofra uma contração, em dimensões lineares, de 20%.

Para que valor diminui a forma cúbica de aresta no volume de uma travessa de argila considerando o processo de cozimento e a contração sofrida na cerâmica? Justifique.

no cubo de aresta a, seu volume será
 $V = a^3$
após o cozimento teremos:
 $a = 100\%$
 $x = (100 - 20)\%$
 $x = (80)/100 = 0,8a$
 $V' = (0,8a)^3 = 0,512a^3$
 $a^3 = 100\%$
 $0,512a^3 = 51,2\%$
 $y = (0,512a^3 \cdot 100) / a^3 = 51,2\%$
Assim a diminuição representa
 $(100\% - 51,2\%) = 48,8\%$
 V' é 48,8% menor que V .

Fonte: Questão de geometria espacial adaptada da prova do ENEM.

Com isso, identificamos, nas questões adaptadas, que o enunciado ainda possibilitou respostas imediatas, como apresentadas nos itens das provas do ENEM, isto é, os acadêmicos conseguiram estabelecer conjecturas referentes ao conceito de Geometria Espacial para alcançar o argumento informal (Nível 3 Abstração) do pensamento geométrico de Van Hiele.

Portanto, alcançamos o objetivo proposto nesta pesquisa, que concerne a analisar os protocolos dos acadêmicos ingressantes na Educação Superior diante de questões de geometria espacial das provas do ENEM. De forma específica, buscou-se analisar a capacidade de argumentação (justificativas) dos acadêmicos ingressantes nas questões adaptadas de geometria espacial do ENEM, tendo em vista um dos cinco níveis do pensamento geométrico de Van Hiele. Assim, nesta pesquisa, evidenciaram-se os três primeiros níveis do pensamento geométrico de Van Hiele, de acordo com as respostas presentes nos protocolos dos acadêmicos. Isto significa que os acadêmicos ingressantes ainda estão na transição da Educação Básica para a Educação Superior, ou seja, no decorrer do curso de Matemática-Licenciatura, podem alcançar os níveis mais elevados da teoria, que são nível 4 (Dedução) e nível 5 (Rigor), conforme se espera na Educação Superior.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para compreender a problemática da pesquisa – níveis do pensamento geométrico de Van Hiele mobilizados por licenciandos em Matemática diante das questões de geometria espacial do ENEM –, definiu-se o seguinte objetivo geral: analisar os protocolos dos acadêmicos ingressantes na Educação Superior diante de questões de geometria espacial das provas do ENEM. De forma específica, procurou-se analisar a capacidade de argumentação (justificativas) dos acadêmicos ingressantes nas questões adaptadas de geometria espacial do ENEM, considerando-se que se trata de um dos cinco níveis do pensamento geométrico de Van Hiele.

Desse modo, buscamos aporte teórico quanto ao entendimento dos níveis do pensamento geométrico proposto por Van Hiele. Esta teoria consiste em cinco níveis de compreensão, a saber: reconhecimento, análise, abstração, dedução e rigor. É relevante destacar que a teoria de Van Hiele se originou da prática pedagógica no ensino de Geometria. O avanço de um nível para o outro depende do processo de aprendizagem de Geometria, e não da maturação do estudante (NASSER, 1993, p. 31 *apud* PASSOS, 2015, p. 61).

A partir dos protocolos dos acadêmicos, identificamos os três primeiros níveis do pensamento geométrico de Van Hiele. Era necessário o estabelecimento de conjecturas dos acadêmicos diante das questões de Geometria Espacial adaptadas, de forma que conseguissem alcançar argumentos formais previstos na transição da Educação Básica para a Educação Superior.

Diante das constatações supramencionadas, pretendemos dar continuidade aos nossos estudos acerca da argumentação na abordagem do pensamento geométrico da seguinte forma: aprofundar as discussões sobre o que foi evidenciado nas respostas das questões pelos acadêmicos da Educação Superior com relação aos enunciados das questões, isto é, compreender o porquê da exigência da argumentação dos estudantes/participantes nas questões da área de Matemática e suas tecnologias no Exame Nacional do Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular- BNCC**. Versão Aprovada. Brasília. 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros curriculares nacionais - PCN+** - Ensino Médio. Brasília: SEMT, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, 2006.
- BRASIL, Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). ENEM 2009-2010: **Relatório Pedagógico**. Brasília, DF: 2013.
- BRASIL, Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). ENEM 2011-2012: **Relatório Pedagógico**. Brasília, DF: 2015.
- DE VILLERS, M. **Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele**. Some reflections on the Van Hiele Theory. Educação Matemática Pesquisa. São Paulo, v. 12, n.3, pp. 400-431, 2010.
- FERREIRA, E. M. **Análise da Abrangência da Matriz de Referência do ENEM com Relação às Habilidades Avaliadas nos Itens de Matemática Aplicados de 2009 a 2013**. 2014. 63p. TCC (Mestrado). Universidade de Brasília. Brasília.
- FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. São Paulo: Autores Associados, 2012.
- GOMES, M. G. **Geometria nas questões do Enem sob a ótica da resolução de problemas: um auxílio ao trabalho docente**. 2017. 140f. Dissertação (Mestrado Profissional). Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. Teófilo Otoni. Minas Gerais.
- LUDKE, M. ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- LORENZATO, S. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3º ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.
- MIALICH, F. R. **Poliedros e Teorema de Euler**. 2013. 80f. Dissertação (Mestrado Profissional). Universidade Estadual Paulista-Campus São José do Rio Preto. São Paulo.
- MORAES, R. GALIAZZI, M. C. **Análise Textual Discursiva**. 3º ed. rev. e ampl. 264 p. Ijuí: UNIJUI, 2016.
- MOTA, S. H. A. **Influências do vestibular da UFC e do ENEM no currículo de geometria espacial do Colégio 7 de Setembro**. 2015. 146 f. Dissertação (Programa de Mestrado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo.

NADALON, D. O. **SÓLIDOS E SUPERFÍCIES DE REVOLUÇÃO COM AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA**.2018.103 f. Dissertação (Mestrado). Centro Universitário Franciscano. Santa Maria/RS.

NASSER, L. SANT'ANNA, N. F. P. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. 3º ed. rev. 101 p.: il. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2017.

NASSER, L. TINOCO, L. **Curso básico de geometria: enfoque didático módulo I formação de conceitos geométricos**. 126 p. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2011.

NOGUEIRA, S. P. G. **Poliedros de Platão como estratégia no ensino da geometria espacial**. 130f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do ABC. Santo André, São Paulo, 2014.

PASSOS, A. Q. **Van Hiele, Educação Matemática realística e GEPEMA: algumas aproximações**. 2015.148 f. Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Londrina. Paraná.

RIBEIRO, C. **Metacognição: Um apoio ao processo de aprendizagem. Psicologia: Reflexão e Crítica**. 16 (1) p. 109-116. Porto/Portugal: Universidade Católica Portuguesa, 2003.

SANTOS, R. R. **Análise de erros em questões de Geometria do ENEM: um estudo com alunos do Ensino Médio**.2014. 58f. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Maringá. Paraná.

SILVA FILHO, G. B. da. **Geometria espacial no ensino médio: uma abordagem concreta**.2015.175 p. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual da Paraíba.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6º ed. 584 p.Porto Alegre: Artmed, 2009.

APÊNDICE A

Quadro 1: Mapeamento de pesquisas brasileiras acerca dos descritores: ENEM, Geometria na plataforma BDTD..

Autor/Ano	Universidade	Título	Objeto de Estudo	Conteúdos de Matemática	Referencial Teórico
FERREIRA, (2014)	UnB	Dissertação	Identificar as competências e habilidades avaliadas em cada item da área do conhecimento de matemática das provas do ENEM e livros didáticos.	Características de figuras planas e espaciais, sequências e progressões, comprimento e área, medidas e tendência central.	
NOGUEIRA, (2014)	UFABC	Dissertação	Questões de Geometria Espacial das provas do SARESP e do ENEM.	Contagem de arestas, vértices, faces, nomenclaturas, classificações e verificação da Relação de Euler e registros de cálculos de áreas e volumes.	
RODRIGUES, (2016)	UnB	Dissertação	Questionário de 129 estudantes de sete turmas do terceiro ano do ensino médio e de quatro professores no que se refere ao ensino de geometria plana	Retas concorrentes, bissetriz do ângulo, características de figuras planas, áreas, comprimento, ângulos.	
GOMES, (2017)	UFVJM	Dissertação	Questões de Geometria das provas do ENEM com a utilização do software Geogebra.	Ângulo, plano, comprimento, projeção ortogonal, figuras geométricas planas e espaciais, volume, área.	Resolução de problemas, (ONUChic, 2013), (POLYA, 2006).
NADALON, (2018)	UNIFRA	Dissertação	Questões Geometria Espacial com a utilização do software Geogebra	Região de superfície de sólido de revolução	Gravina e Cotiero (2011), Gravina (2015), Barbosa (2009).

Fonte: Elaborado pela autora

Quadro 2: Mapeamento de pesquisas brasileiras acerca dos descritores: Geometria/ENEM na plataforma Sucupira.

Autor/Ano	Universidade	Título	Objeto de Estudo	Conteúdos de Geometria	Referencial Teórico
MIALICH, (2013)	UNESP	Dissertação	Questões de Geometria Espacial das provas do SARESP e ENEM com a utilização do software Poly.	Poliedros e relação Euler	Boyer (1974), Lima (1991), Lima et al (2006), Correia e Ferreira (2007), Gonçalves (2009), Siqueira (2009), Bortolossi (2009 a e b) e Richeson (2008).
SANTOS, (2014)	UEM	Dissertação	Questões de Geometria das provas do ENEM	Área e volume de figuras geométricas planas e espaciais.	Cury (2007), Radatz (1979), Eves (2007), Boyer (1906).
MOTA, (2015)	ANANGUERA	Dissertação	Questões de Geometria Espacial das provas do ENEM e dos vestibulares da UFC	Figura geométrica espacial, área e volume.	Lopes, (2011), Teoria tradicional, crítica e pós-crítica. Kliebard (1980), Franco (2014), Sacristán (2000), Goodson (2008).
GAUER, (2016)	UFMS	Dissertação	Questões de Geometria que envolve o teorema de Pitágoras das provas do ENEM	Semelhança de triângulos, teorema de Pitágoras, relações trigonométricas, área de triângulo.	
GOMES, (2017)	UFVJM	Dissertação	Questões de Geometria das provas do ENEM com a utilização do software Geogebra.	Ângulo, plano, comprimento, projeção ortogonal, figuras geométricas planas e espaciais, volume, área.	Resolução de problemas, (ONUChic, 2013), (POLYA, 2006).

Fonte: Elaborado pela autora

APÊNDICE B

Quadro 4: Questões acerca de Conhecimentos Geométricos nas Provas do ENEM das Edições de 2009 a 2018.

EDIÇÕES DO ENEM	QUESTÕES DE GEOMETRIA	CONHECIMENTO GEOMÉTRICO
2009	1- Q.140	Características de Figura Geométrica Plana
	2- Q.147	Ângulo
	3- Q.152	Unidade de Medida
	4- Q.153	Características de Figura Geométrica Espacial
	5- Q.154	Semelhança de Triângulo
	6- Q.157	Características de Figura Geométrica Espacial
	7- Q.158	Escala
	8- Q.164	Características de Figura Geométrica Plana
	9- Q.166	Características de Figura Geométrica Plana
	10- Q.169	Características de Figura Geométrica Plana
	11- Q.173	Características de Figura Geométrica Espacial
	12- Q.177	Características de Figura Geométrica Espacial
	13- Q.179	Características de Figura Geométrica Espacial
2010	14- Q.137	Escala
	15- Q.138	Características de Figura Geométrica Espacial
	16- Q.139	Características de Figura Geométrica Espacial
	17- Q.146	Características de Figura Geométrica Espacial
	18- Q.150	Características de Figura Geométrica Plana
	19- Q.151	Características de Figura Geométrica Espacial
	20- Q.153	Características de Figura Geométrica Espacial
	21- Q.157	Características de Figura Geométrica Espacial
	22- Q.158	Características de Figura Geométrica Espacial
	23- Q.160	Trigonometria do Ângulo Agudo
	24- Q.161	Semelhança de Triângulo
	25- Q.162	Características de Figura Geométrica Plana
	26- Q.163	Características de Figura Geométrica Espacial
	27- Q.164	Características de Figura Geométrica Espacial
	28- Q.168	Características de Figura Geométrica Espacial
	29- Q.178	Características de Figura Geométrica Espacial
2011	30- Q.138	Unidade de Medida
	31- Q.139	Unidade de Medida
	32- Q.140	Características de Figura Geométrica Plana
	33- Q.143	Escala
	34- Q.144	Características de Figura Geométrica Espacial
	35- Q.146	Escala
	36- Q.147	Características de Figura Geométrica Espacial
	37- Q.151	Características de Figura Geométrica Plana
	38- Q.155	Trigonometria do Ângulo Agudo
	39- Q.165	Características de Figura Geométrica Plana
40- Q.167	Características de Figura Geométrica Espacial	
2012	41- Q.136	Escala
	42- Q.137	Características de Figura Geométrica Plana
	43- Q.141	Características de Figura Geométrica Plana
	44- Q.142	Características de Figura Geométrica Plana
	45- Q.145	Escala
	46- Q.147	Unidade de Medida
	47- Q.149	Características de Figura Geométrica Espacial
	48- Q.152	Características de Figura Geométrica Plana
	49- Q.153	Características de Figura Geométrica Espacial

2013	50- Q.158	Características de Figura Geométrica Espacial
	51- Q.159	Características de Figura Geométrica Plana
	52- Q.160	Características de Figura Geométrica Plana
	53- Q.165	Características de Figura Geométrica Espacial
	54- Q.172	Unidade de Medida
	55- Q.180	Características de Figura Geométrica Espacial
	56- Q.136	Características de Figura Geométrica Plana
	57- Q.141	Características de Figura Geométrica Plana
	58- Q.143	Características de Figura Geométrica Espacial
	59- Q.147	Características de Figura Geométrica Plana
	60- Q.156	Características de Figura Geométrica Plana
	61- Q.157	Características de Figura Geométrica Espacial
	62- Q.164	Simetria de Figura Plana
	63- Q.167	Características de Figura Geométrica Plana
	64- Q.174	Escala
	65- Q.176	Características de Figura Geométrica Espacial
	66- Q.178	Características de Figura Geométrica Plana
67- Q.179	Semelhança de Triângulo	
2014	68- Q.142	Características de Figura Geométrica Espacial
	69- Q.143	Características de Figura Geométrica Espacial
	70- Q.144	Características de Figura Geométrica Espacial
	71- Q.147	Características de Figura Geométrica Plana
	72- Q.150	Características de Figura Geométrica Espacial
	73- Q.151	Características de Figura Geométrica Espacial
	74- Q.156	Escala
	75- Q.159	Características de Figura Geométrica Plana
	76- Q.160	Características de Figura Geométrica Plana
	77- Q.165	Unidade de Medida
	78- Q.167	Características de Figura Geométrica Espacial
	79- Q.169	Escala
	80- Q.170	Características de Figura Geométrica Espacial
	81- Q.173	Unidade de Medida
	82- Q.177	Características de Figura Geométrica Espacial
	83- Q.178	Características de Figura Geométrica Plana
	2015	84- Q.137
85- Q.141		Características de Figura Geométrica Espacial
86- Q.144		Características de Figura Geométrica Plana
87- Q.146		Características de Figura Geométrica Espacial
88- Q.148		Características de Figura Geométrica Plana
89- Q.149		Características de Figura Geométrica Espacial
90- Q.153		Características de Figura Geométrica Plana
91- Q.155		Características de Figura Geométrica Plana
92- Q.157		Unidade de Medida
93- Q.160		Escala
94- Q.161		Características de Figura Geométrica Plana
95- Q.162		Características de Figura Geométrica Plana
96- Q.165		Características de Figura Geométrica Plana
97- Q.166		Volume
98- Q.167		Características de Figura Geométrica Plana
99- Q.171		Características de Figura Geométrica Espacial
2016		100- Q.136
	101- Q.137	Escala
	102- Q.138	Características de Figura Geométrica Plana
	103- Q.143	Características de Figura Geométrica Plana
	104- Q.155	Características de Figura Geométrica Espacial
	105- Q.161	Características de Figura Geométrica Espacial

2017	106- Q.172	Características de Figura Geométrica Plana
	107- Q.175	Características de Figura Geométrica Plana
	108- Q.178	Características de Figura Geométrica Espacial
	109- Q.138	Trigonometria do Ângulo Agudo
	110- Q.140	Características de Figura Geométrica Plana
	111- Q.142	Características de Figura Geométrica Espacial
	112- Q.144	Características de Figura Geométrica Espacial
	113- Q.146	Unidade de Medida
	114- Q.148	Características de Figura Geométrica Espacial
	115- Q.150	Ângulo
	116- Q.153	Características de Figura Geométrica Plana
	117- Q.157	Unidade de Medida
	118- Q.158	Escala, Volume e Unidade de Medida
	119- Q.161	Área e Unidade de Medida
	120- Q.167	Características de Figura Geométrica Espacial
	121- Q.180	Características de Figura Geométrica Espacial
	2018	122- Q.140
123- Q.151		Escala
124- Q.153		Características de Figura Geométrica Plana
125- Q.155		Características de Figura Geométrica Plana
126- Q.157		Escala
127- Q.159		Características de Figura Geométrica Espacial
128- Q.169		Escala
129- Q.179		Características de Figura Geométrica Plana
130- Q.180		Características de Figura Geométrica Espacial

Fonte: Elaborado pela autora

Quadro 4: Questões de conhecimento geométrico por habilidades e conteúdo.

HABILIDADE	QUESTÕES DE CONHECIMENTO GEOMÉTRICO	CONHECIMENTO GEOMÉTRICO	CONTEÚDO
Habilidade 6: Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.	Q.163/10	Características de Figura Geométrica Espacial	Cilindro
	Q.153/12	Características de Figura Geométrica Espacial	Esfera
	Q.165/12	Características de Figura Geométrica Espacial	Pirâmide
	Q.143/14	Características de Figura Geométrica Espacial	Cone e Cilindro
	Q.155/16	Características de Figura Geométrica Espacial	Visualização de uma Figura Espacial
	Q.178/16	Características de Figura Geométrica Espacial	Esfera
	Q.159/18	Características de Figura Geométrica Espacial	Prisma
Habilidade 7: Identificar características de figuras planas ou espaciais.	Q.138/10	Características de Figura Geométrica Espacial	Planificação de um cilindro
	Q.146/10	Características de Figura Geométrica Espacial	Identificação de um Prisma

Habilidade 8: Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.	Q.147/11	Características de Geométrica Espacial	Figura	Identificação de um Cone
	Q.149/12	Características de Geométrica Espacial	Figura	Planificação de um cilindro, prisma e uma pirâmide.
	Q.176/13	Características de Geométrica Espacial	Figura	Identificação de um cone
	Q.144/14	Características de Geométrica Espacial	Figura	Identificação de um cone
	Q.175/16	Características de Geométrica Espacial	Figura	Identificação de uma pirâmide
	Q.148/17	Características de Geométrica Espacial	Figura	Identificação de um prisma
	Q.157/09	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma e Esfera
	Q.173/09	Características de Geométrica Espacial	Figura	Pirâmide
	Q.139/10	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.157/10	Características de Geométrica Espacial	Figura	Cilindro
	Q.158/10	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.164/10	Características de Geométrica Espacial	Figura	Cilindro
	Q.168/10	Características de Geométrica Espacial	Figura	Esfera e Cone
	Q.178/10	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.167/11	Características de Geométrica Espacial	Figura	Cilindro
	Q.157/13	Características de Geométrica Espacial	Figura	Cilindro
	Q.142/14	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.150/14	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.151/14	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.167/14	Características de Geométrica Espacial	Figura	Cilindro
	Q.170/14	Características de Geométrica Espacial	Figura	Cilindro
	Q.177/14	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.137/15	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.141/15	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.146/15	Características de Geométrica Espacial	Figura	Cilindro
	Q.149/15	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.171/15	Características de Geométrica Espacial	Figura	Cilindro
Q.136/16	Características de Geométrica Espacial	Figura	Cilindro	

Habilidade 9: Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.	Q.161/16	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.142/17	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.144/17	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.167/17	Características de Geométrica Espacial	Figura	Esfera
	Q.180/17	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.140/18	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.180/18	Características de Geométrica Espacial	Figura	Cilindro
	Q.153/09	Características de Geométrica Espacial	Figura	Pirâmide
	Q.177/09	Características de Geométrica Espacial	Figura	Pirâmide
	Q.179/09	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
	Q.151/10	Características de Geométrica Espacial	Figura	Cilindro
	Q.153/10	Características de Geométrica Espacial	Figura	Cilindro
	Q.144/11	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma e Pirâmide
	Q.158/12	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma
Q.180/12	Características de Geométrica Espacial	Figura	Prisma	

Fonte: Elaborado pela autora