

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA  
LICENCIATURA EM FÍSICA**

**MATHEUS DE SOUZA MARQUES**

**UMA PROPOSTA DE UM OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL PARA A  
APRESENTAÇÃO DA TEORIA DA RELATIVIDADE ESPECIAL**

**BAGÉ**

**2021**

MATHEUS DE SOUZA MARQUES

UMA PROPOSTA DE UM OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL PARA A  
APRESENTAÇÃO DA TEORIA DA RELATIVIDADE ESPECIAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Física da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciado em Física.

Orientador: Pedro Castro Menezes Xavier de Mello e Silva

BAGÉ

2021

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

M427 de Souza Marques, Matheus  
Uma proposta de um Objeto Educacional Digital para a apresentação da Teoria da Relatividade Especial / Matheus de Souza Marques. - Bagé, 2021-29p.  
  
Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação) - - Universidade Federal do Pampa, LICENCIATURA EM FÍSICA, 2021.  
"Orientação: Pedro Castro Menezes Xavier de Mello e Silva"  
1. Relatividade. 2. Tecnologias digitais. 3. Godot. I. Título.

**MATHEUS DE SOUZA MARQUES**

**UMA PROPOSTA DE UM OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL PARA A  
APRESENTAÇÃO DA TEORIA DA RELATIVIDADE ESPECIAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Física da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciado em Física

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 08 de outubro de 2021 pela seguinte banca examinadora:



Assinado eletronicamente por **PEDRO CASTRO MENEZES XAVIER DE MELLO E SILVA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 18/10/2021, às 11:11, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.

---

Pedro Castro Menezes Xavier de Mello e  
Silva  
Orientador



Assinado eletronicamente por **VANIA ELISABETH BARLETTE, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 19/10/2021, às 12:36, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.

---

Vania Elisabeth Barlette  
Unipampa



Assinado eletronicamente por **MARCIO MARQUES MARTINS, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 18/10/2021, às 10:47, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.

---

Marcio Marques Martins



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0641289** e o código CRC **D8D20CE2**.



## RESUMO

Este trabalho consiste na apresentação de uma proposta de inserção da Teoria da Relatividade Especial (TRE) usando tecnologias digitais (mais especificamente simulações) no Ensino Médio (EM). A escolha do tema foi motivada, além das recomendações de documentos oficiais como a BNCC e outros trabalhos já realizados nesta linha, pelo fato da TRE ter efeitos contraintuitivos e de difícil experimentação, que podem ser explorados através de simulações. Serão utilizados a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, como fundamento teórico para a construção de um Objeto Educacional Digital (OED) sobre a TRE, e o software Godot para desenvolver tal objeto. Seguindo as ideias da teoria de Ausubel, espera-se que o uso das simulações proporcione uma aprendizagem significativa sobre a TRE.

**Palavras-chaves:** Relatividade. Tecnologias digitais. Godot.

## **ABSTRACT**

This work consists of the presentation of a proposal for the insertion of the Special Theory of Relativity applying digital technologies (more specifically simulations) in High School. The motivation for the theme choice was, beyond recommendations from official documents, such as BNCC, and other works already produced in the field, the fact that the Special Theory of Relativity has some counterintuitive effects besides its difficult experimentation, hence the advantage of exploring it through simulations. The Ausubel learning theory will be used as the theoretical ground for the construction of a digital educational object, which will be developed with the software Godot. Following the principles of Ausubel's theory, it is hoped that the use of simulations will provide a meaningful learning about the Special Theory of Relativity.

**Key-words:** Relativity. Digital technology. Godot.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – Sistema de coordenadas . . . . .	17
FIGURA 2 – Sistemas de coordenadas dos referenciais $\mathcal{K}$ e $\mathcal{K}'$ . . . . .	18
FIGURA 3 – A simulação . . . . .	24
FIGURA 4 – Sistemas de coordenadas . . . . .	25
FIGURA 5 – Texto sobre a contração do comprimento . . . . .	25
FIGURA 6 – Controles gerais 1 . . . . .	26
FIGURA 7 – Controles gerais 2 . . . . .	26



## LISTA DE ABREVIATURAS E DE SIGLAS

**BNCC** Base Nacional Comum Curricular

**EM** Ensino Médio

**MRU** Movimento Retilíneo Uniforme

**OED** Objeto Educacional Digital

**PCN** Parâmetros Curriculares Nacionais

**TG** Transformação de Galileu

**TL** Transformação de Lorentz

**TRE** Teoria da Relatividade Especial

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\mathcal{K}, \mathcal{K}'$	Referenciais inerciais
$v$	velocidade relativa entre os referenciais $\mathcal{K}$ e $\mathcal{K}'$
$t$ e $t'$	Tempo nos referenciais $\mathcal{K}$ e $\mathcal{K}'$ respectivamente
$x, y$ e $z$	Componentes do vetor posição de uma partícula no referencial $\mathcal{K}$
$x', y'$ e $z'$	Componentes do vetor posição de uma partícula no referencial $\mathcal{K}'$
$u_x, u_y$ e $u_z$	Componentes do vetor velocidade de uma partícula no referencial $\mathcal{K}$
$u_{x'}, u_{y'}$ e $u_{z'}$	Componentes do vetor velocidade de uma partícula no referencial $\mathcal{K}'$
$a_x, a_y$ e $a_z$	Componentes do vetor aceleração de uma partícula no referencial $\mathcal{K}$
$a_{x'}, a_{y'}$ e $a_{z'}$	Componentes do vetor aceleração de uma partícula no referencial $\mathcal{K}'$
$m$	Massa de uma partícula
$F_x, F_y$ e $F_z$	Componentes do vetor força resultante em uma partícula no referencial $\mathcal{K}$
$F_{x'}, F_{y'}$ e $F_{z'}$	Componentes do vetor força resultante em uma partícula no referencial $\mathcal{K}'$

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b> . . . . .	<b>13</b>
<b>3</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> . . . . .	<b>15</b>
3.1	TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA . . . . .	15
<b>4</b>	<b>RELATIVIDADE</b> . . . . .	<b>17</b>
4.1	RELATIVIDADE GALILEANA . . . . .	17
4.2	SOBRE A INCOMPATIBILIDADE DA MECÂNICA E DO ELETROMAGNETISMO . . . . .	20
4.3	A TEORIA DA RELATIVIDADE ESPECIAL . . . . .	21
<b>5</b>	<b>A PROPOSTA</b> . . . . .	<b>23</b>
5.1	ASPECTOS GERAIS . . . . .	23
5.2	O OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL: A CONTRAÇÃO DO COMPRIMENTO . . . . .	24
5.2.1	A interface . . . . .	24
5.2.2	A simulação . . . . .	26
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .	<b>27</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>28</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Propõe-se neste trabalho desenvolver uma sequência didática envolvendo simulações computacionais sobre a Teoria da Relatividade Especial (TRE) para o Ensino Médio. Os Parâmetros curriculares Nacionais (PCN) já recomendavam abordar assuntos da Física Moderna e Contemporânea (FMC) ao longo dos três anos do Ensino Médio (EM),

Essas e outras necessárias atualizações dos conteúdos apontam para uma ênfase à Física contemporânea ao longo de todo o curso, em cada tópico, como um desdobramento de outros conhecimentos e não necessariamente como um tópico a mais no fim do curso. (BRASIL, 2000, p.26)

O que continuou sendo destacado nas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+), já que a FMC está cada vez mais presente nas tecnologias que cercam as pessoas e proporciona uma compreensão mais abrangente do mundo em que vivem (BRASIL, 2006). Esta foi uma tendência adotada também pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que apesar de não utilizar as palavras "Física Moderna", "Física Contemporânea" ou "Física Moderna e Contemporânea", traz uma série de sugestões de assuntos que pertencem ao escopo da FMC, como fusão e fissão nuclear, estrutura da matéria, cosmologia, entre outros. Na *competência específica 3* temos por exemplo,

Nessa competência específica, podem ser mobilizados conhecimentos conceituais relacionados a: ... modelos atômicos, subatômicos e cosmológicos; astronomia; evolução estelar ... (BRASIL, 2018, p.556)

A relatividade (Especial ou Geral) traz consigo novas concepções de mundo, de espaço e tempo (espaço-tempo) como entidades interligadas e não separadas, como na física clássica, além da Relatividade Especial ser utilizada no modelo padrão de partículas, sendo que este deve ser consistente com o princípio da relatividade de Einstein (COTTINGHAM; GREENWOOD, 2007). Nesse sentido a relatividade se encaixa nas sugestões da BNCC, já que é relevante para assuntos como: modelos subatômicos, cosmológicos, astronomia, etc.

Apesar de muitas vezes ser apresentada como uma criação somente de Einstein, a TRE teve motivação em problemas que existiam antes de 1905 e contribuições de demais cientistas que trabalharam nessas questões, como Poincaré e Lorentz (ANDRADE MARTINS, 2005). Desta forma pode-se trabalhar com a TRE seguindo as importantes recomendações que os documentos oficiais trazem.

Espera-se que o ensino de Física, na escola média, contribua para a formação de uma cultura científica efetiva, que permita ao indivíduo a interpretação dos fatos, fenômenos e processos naturais, situando e dimensionando a interação do ser humano com a natureza como parte

da própria natureza em transformação. Para tanto, é essencial que o conhecimento físico seja explicitado como um processo histórico, objeto de contínua transformação e associado às outras formas de expressão e produção humanas.(BRASIL, 2000, p.22)

Na mesma direção, a contextualização histórica não se ocupa apenas da menção a nomes de cientistas e a datas da história da Ciência, mas de apresentar os conhecimentos científicos como construções socialmente produzidas, com seus impasses e contradições, influenciando e sendo influenciadas por condições políticas, econômicas, tecnológicas, ambientais e sociais de cada local, época e cultura.(BRASIL, 2018, p.550)

A principal motivação para a escolha do tema vem de algumas implicações da TRE, pois junto às novas concepções de espaço e tempo, a teoria traz consigo efeitos que a princípio são contraintuitivos, como a relatividade da simultaneidade, a contração dos comprimentos e a dilatação do tempo. Esses efeitos não são previstos pela Mecânica Clássica e são também impossíveis de serem observados no dia a dia, já que requerem altas velocidades, muito próximas a da luz, para serem perceptíveis. É nesse impasse, de não ter como realizar demonstrações experimentais dos efeitos da relatividade, que entra a utilidade das simulações. De acordo com (FIOLHAIS; TRINDADE, 2003), mesmo que as simulações não devam substituir a realidade, elas são muito úteis para representar situações que são muito perigosas, difíceis ou impossíveis de serem realizadas, justamente o caso dos efeitos da TRE. Além disso, simulações permitem o controle de parâmetros que não são possíveis de serem alterados em experimentos, como por exemplo modificar a velocidade de reprodução da simulação.

Este projeto está dividido da seguinte forma: O capítulo 2 trata da revisão da literatura, onde são apresentados os trabalhos encontrados que mais se aproximam desta proposta; Na sequência, no capítulo 3, no qual é tratado o referencial teórico, é exposto de maneira sucinta a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, que foi a teoria de aprendizagem escolhida para embasar a proposta; No capítulo 4 é feita uma breve introdução à Teoria da Relatividade; O capítulo 5 intitulado "A proposta" é onde se expõe a proposta deste projeto de TCC.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Utilizou-se plataformas para a busca de trabalhos acadêmicos, como SciELO, Google Acadêmico e o Catálogo de Teses & Dissertações da CAPES. A procura teve por palavras chaves "relatividade" e "ensino" e culminou na seleção de obras que abrangem tecnologias digitais (simulações, jogos, vídeos, etc). Alguns trabalhos se propunham a apresentar a TRE no EM, motivados principalmente pelas recomendações dos PCN, com intuito de introduzir assuntos de Física Moderna e Contemporânea ao longo do EM. Dos trabalhos analisados, relevam-se aqueles que utilizaram tecnologias digitais no ensino da TRE, o que pode ser observado em um trabalho publicado no XVI Simpósio Nacional de Ensino de Física (FELIPE; BARROSO; PORTO, 2005), e em três dissertações de mestrado (GOBBI, 2016), (SILVA JUNIOR, 2016) e (WALENDOWSKY, 2019), encontradas no Catálogo de Teses & Dissertações da CAPES.

Em (FELIPE; BARROSO; PORTO, 2005) são desenvolvidas simulações usando o *Macromedia Flash* com o foco na TRE. Na época da publicação os autores não haviam desenvolvido um método de avaliação para o uso das simulações (não foi encontrado nenhum material atualizado sobre simulações e TRE dos mesmos autores), mas os materiais desenvolvidos tinham em foco cursos de formação continuada (FELIPE; BARROSO; PORTO, 2005). Em suas conclusões preliminares os autores destacam que a utilização do *Flash* estava se mostrando promissora devido as suas possibilidades (FELIPE; BARROSO; PORTO, 2005).

Já (GOBBI, 2016) busca apresentar uma sequência didática sobre cinemática relativística usando simulações computacionais para o EM. O trabalho utiliza as metodologias da Teoria da Mediação de Vygotsky e a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Vários métodos foram empregados na análise dos resultados, como questionários utilizando escala Likert pré e pós intervenção, entrevistas com alunos, etc. Vale destacar o uso de métodos estatísticos também. Nas considerações finais, apesar de relatar algumas dificuldades durante a intervenção, são destacados aspectos positivos na análise dos testes realizados.

No trabalho encontrado em (SILVA JUNIOR, 2016), é apresentado um relato da implementação de uma sequência didática sobre TRE no EM. Para isso foi utilizado a linguagem de programação *Scratch*, que serviu como atividade prática de laboratório. Esta atividade foi embasada pela Teoria da Aprendizagem significativa de Ausubel além do Construcionismo de Papert (SILVA JUNIOR, 2016). O trabalho foi realizado

utilizando métodos qualitativos, sendo eles a análise de questionários e entrevistas, sendo estes realizados após a atividade no laboratório de informática. Ressaltando que se trata de um caso particular, o autor também destaca que a sequência didática proposta, proporcionou uma aprendizagem significativa para os alunos e que seus relatos (dos alunos) indicaram que eles foram favoráveis ao uso do computador nas aulas (SILVA JUNIOR, 2016).

Por fim, em (WALENDOWSKY, 2019) é descrito a aplicação de uma sequência didática sobre TRE no EM usando simulações que foram construídas usando o *Easy Java Simulations*. As simulações englobaram alguns resultados da TRE como a dilatação do tempo, a contração espacial e a simultaneidade (WALENDOWSKY, 2019). Para avaliar os resultados da aplicação foram feitos testes antes e depois da aula. O autor conclui que o desempenho dos alunos foi positivo o que tornaria possível a aplicação das simulações desenvolvidas.

A amostra de trabalhos apresentadas aqui indicam que *relatividade no ensino médio com o auxílio de tecnologias digitais* é algo que já está sendo trabalhado no Brasil há algum tempo e, mesmo que o número de trabalhos com esta temática em específico seja pequeno, os resultados apontam que esta abordagem é uma alternativa promissora. Portanto a proposta aqui apresentada busca uma maior interatividade no *objeto educacional digital*, utilizando o *Godot* um software que difere dos já utilizados, a fim de potencializar o aprendizado da relatividade.

### 3 REFERENCIAL TEÓRICO

Na seção seguinte são expostos alguns aspectos da teoria de aprendizagem escolhida para fundamentar a proposta deste trabalho: A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel.

#### 3.1 TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

A teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel tem como maior foco a *aprendizagem cognitiva*. De acordo com (MOREIRA, 1999) distinguem-se três tipos gerais de aprendizagem, sendo elas: aprendizagem cognitiva, afetiva e psicomotora. Moreira define a aprendizagem cognitiva como "... aquela que resulta no armazenamento organizado de informações na mente do ser que aprende..."(MOREIRA, 1999, p.152). Ausubel parte do princípio da existência de uma *estrutura cognitiva*, a qual corresponderia a um "complexo organizado"(MOREIRA, 1999, p.152) das informações armazenadas, como definido na aprendizagem cognitiva. Um aspecto muito importante da Teoria de Ausubel é o conhecimento prévio do aluno, pois Ausubel considera que "o fator isolado que mais influencia na aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe"(MOREIRA, 1999, p.152). De forma simplificada, para um novo conhecimento ser significativo (sentido o qual será esclarecido posteriormente) ele deve relacionar-se de maneira não arbitrária com os conhecimentos prévios relevantes (o que a pessoa já sabe) que estão na estrutura cognitiva do indivíduo.

A teoria de Ausubel tem como principal conceito a *aprendizagem significativa*. Segundo Moreira

Para Ausubel, a aprendizagem significativa é um processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se com um aspecto especificamente relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo, ou seja, este processo envolve a interação de uma nova informação com uma estrutura de conhecimento específica,... (MOREIRA, 1999, p.153)

Esta "estrutura de conhecimento específica" chama-se *conceito subsunçor*.

Outro conceito definido por Ausubel é a *aprendizagem mecânica*, caracterizada pela aprendizagem de informações que, ou interagem pouco, ou não interagem com conceitos relevantes que existem na estrutura cognitiva, de forma que as novas informações são armazenadas arbitrariamente (MOREIRA, 1999). Deve-se observar que os conceitos de aprendizagem mecânica e aprendizagem significativa não são opostos, na verdade quando uma pessoa obtém informações em uma área nova a aprendizagem mecânica pode servir como base para a aprendizagem significativa. A medida que a aprendizagem mecânica proporciona a aquisição de informações, suficientes para



servir de subsunçores para o novo assunto, a aprendizagem significativa pode ocorrer (MOREIRA, 1999).

De acordo com a definição da aprendizagem significativa dada acima, para que ela ocorra, deve existir na estrutura cognitiva da pessoa conceitos significativos (os subsunçores) que possam ser relacionados ao objeto a ser aprendido. Esta relação não deve ser arbitrária, pois nesse caso a aprendizagem seria mecânica. Além disso, o indivíduo deve ter disposição para fazer essa relação, de maneira que a aprendizagem não ocorra passivamente (MOREIRA, 1999).

Por fim, sabendo o que é necessário para se ter a aprendizagem significativa, é necessário um método para buscar indícios de sua ocorrência. Mesmo que o aluno apresente os conceitos de forma clara e precisa, isto pode ser resultado de uma memorização mecânica (MOREIRA, 1999). O estudante ao ser exposto a repetidos testes pode memorizar (de forma mecânica) fórmulas, proposições, explicações e até métodos para a resolução de problemas que sigam o mesmo modelo. Nesse caso se recomenda que, com o intuito de buscar evidências de uma aprendizagem significativa, sejam elaborados testes, questões e problemas com um modelo diferente dos que foram apresentados originalmente (MOREIRA, 1999).

Um dos objetivos da proposta aqui apresentada é buscar indícios de que o material desenvolvido poderá proporcionar uma aprendizagem significativa em relação à relatividade.

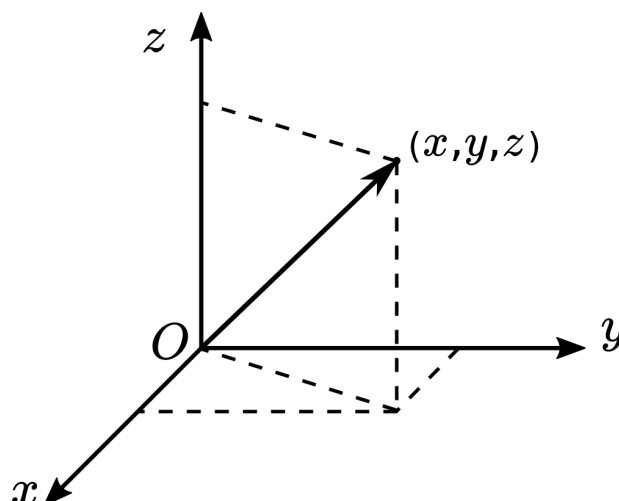
## 4 RELATIVIDADE

Neste capítulo serão expostos, de maneira breve, alguns aspectos da relatividade galileana e da TRE. Para uma exposição mais detalhada do tema recomenda-se a leitura de: A teoria da relatividade: sobre a teoria da relatividade especial e geral (EINSTEIN, 2015), em que o autor aborda o assunto de forma clara destinando a obra a um público amplo; Dinâmica clássica de partículas e sistemas (THORNTON; MARION, 2012) capítulos 2 e 14, e Curso de Física Básica volume 4 (NUSENSVEIG, 1998) capítulo 6, sendo os dois últimos livros-texto de Física.

### 4.1 RELATIVIDADE GALILEANA

A primeira lei de Newton estabelece que se a força resultante sobre um corpo é nula, este corpo ou está parado ou descrevendo um movimento retilíneo uniforme (MRU). Essa lei determina também quais são os referenciais em que a construção teórica da Mecânica é válida, os quais são chamados de referenciais inerciais. (EINSTEIN, 2015; THORNTON; MARION, 2012) Matematicamente, um referencial é associado a um sistema de coordenadas formado por três retas mutuamente perpendiculares que se cruzam na origem e cujos pontos são dados pelas triplas ordenadas de números reais  $(x, y, z)$  (ver a FIGURA 1).

FIGURA 1 – Sistema de coordenadas



Fonte: Elaborada pelo autor.

Supondo a seguinte situação: quer-se observar o movimento de algum objeto, uma partícula de massa  $m$ , e para isso é fixado a um referencial inercial  $\mathcal{K}$  um sistema de coordenadas, onde a posição do objeto é descrita pelas coordenadas  $(x, y, z)$  em conjunto com o tempo  $t$ , o qual é marcado com um relógio disponível (o referencial

em questão pode ser considerado como a superfície da Terra, ou seja, o chão). Para comparar os resultados, pede-se que outro observador analise o mesmo objeto, porém de seu ponto de vista, que pode ser o de alguém que se encontra em um trem se movendo em linha reta com velocidade constante  $v$  em relação ao chão. Essa pessoa fixa seu sistema de coordenadas no trem, que constitui um referencial  $\mathcal{K}'$ , onde a posição do objeto é descrita por  $(x', y', z')$  e por  $t'$  (tempo marcado pelo relógio no trem). Considera-se que os sistemas de coordenadas estão dispostos de forma que as origens coincidam quando os relógios marcam  $t = t' = 0$ , que os eixos  $x$  e  $x'$  estejam sempre sobrepostos e que  $\mathcal{K}'$  se move com velocidade  $v$  no sentido positivo do eixo  $x$ . Dessa forma é possível conectar as coordenadas do objeto visto de  $\mathcal{K}$  e de  $\mathcal{K}'$  (veja a FIGURA 2) pelo conjunto de equações conhecido como transformação de Galileu (TG),

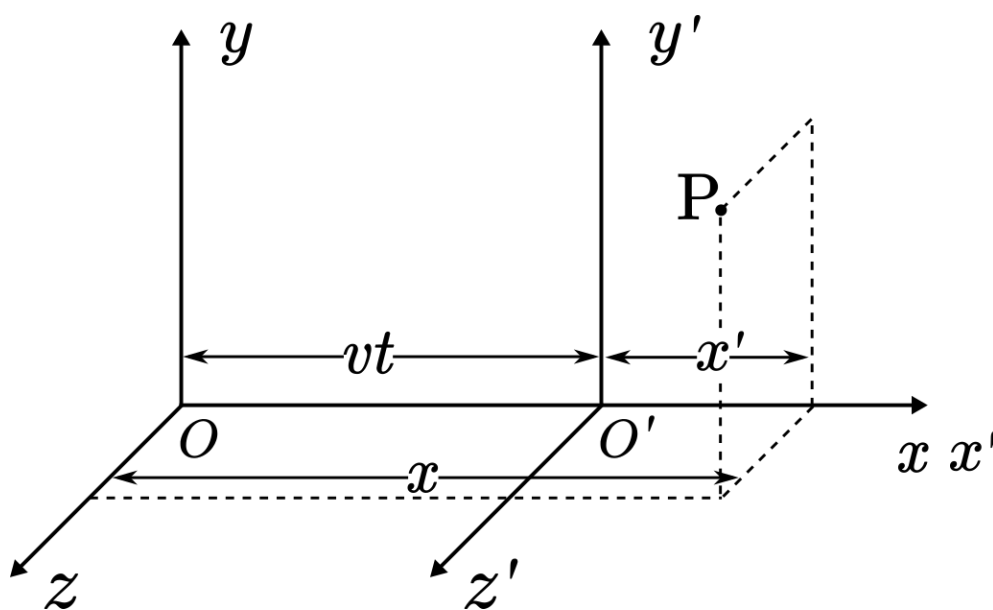
$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t.$$

FIGURA 2 – Sistemas de coordenadas dos referenciais  $\mathcal{K}$  e  $\mathcal{K}'$



Fonte: Elaborada pelo autor.

Destaca-se que na última equação da TG foi utilizada a hipótese de que o tempo é absoluto, isto é, passa da mesma maneira para todos os observadores independente do movimento. Para obter a TG inversa, das coordenadas de  $\mathcal{K}'$  para  $\mathcal{K}$ , basta observar que, dado que  $\mathcal{K}'$  se move com velocidade  $v$  no sentido positivo de  $x$ , para um observador em  $\mathcal{K}'$  é  $\mathcal{K}$  que se move com velocidade  $v$  no sentido *negativo* de  $x'$ . Basta substituir nas equações anteriores as coordenadas de  $\mathcal{K}'$  com as de  $\mathcal{K}$  e  $v$

por  $-v$ .

$$x = x' + vt$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'.$$

Quer se obter então a transformação para a velocidade e aceleração. Derivando em relação ao tempo,

$$u_{x'} = \frac{dx'}{dt'} = \frac{d(x - vt)}{dt} = \frac{dx}{dt} - v = u_x - v,$$

como  $y' = y$ ,  $z' = z$  e  $t' = t$  tem-se  $\frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt}$  e  $\frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt}$ . Obtém-se assim a transformação para a velocidade

$$u_{x'} = u_x - v$$

$$u_{y'} = u_y$$

$$u_{z'} = u_z.$$

A TG para a velocidade é também chamada de *lei da adição das velocidades* ou *lei da composição das velocidades*. Derivando mais uma vez em relação ao tempo,

$$a_{x'} = \frac{du_{x'}}{dt'} = \frac{d(u_x - v)}{dt} = \frac{du_x}{dt} = a_x,$$

usando o mesmo argumento para as componentes em  $y'$  e  $z'$  obtém-se a transformação para a aceleração

$$a_{x'} = a_x$$

$$a_{y'} = a_y$$

$$a_{z'} = a_z.$$

Assumindo que a massa  $m$  da partícula medida em  $\mathcal{K}$  é a mesma em  $\mathcal{K}'$ , da transformação de Galileu para a aceleração tem-se

$$F_{x'} = m \cdot a_{x'} = m \cdot a_x = F_x$$

$$F_{y'} = m \cdot a_{y'} = m \cdot a_y = F_y$$

$$F_{z'} = m \cdot a_{z'} = m \cdot a_z = F_z.$$

Segue das últimas equações que as leis de Newton (portanto as leis da Mecânica Clássica) são *invariantes* frente a transformação de Galileu. As acelerações e consequentemente as forças medidas em  $\mathcal{K}$  são as mesmas medidas em  $\mathcal{K}'$  mesmo que as posições e as velocidades não o sejam. Esse resultado é conhecido como princípio da relatividade. Vale notar que em consequência das equações acima o referencial  $\mathcal{K}'$  também é um referencial inercial, assim como qualquer outro que se mova em MRU em relação a ele, portanto se pode enunciar (neste momento) o princípio da relatividade como "As leis da mecânica são as mesmas em todos os referenciais inerciais".

Se o observador em  $\mathcal{K}$  mede o comprimento  $l$  de uma barra rígida ao longo do eixo  $x$ , cujas extremidades coincidem com os pontos  $x_1$  e  $x_2$ , é possível usar a TG para saber qual será o valor medido pelo observador em  $\mathcal{K}'$ . A medida em  $\mathcal{K}'$  deve ser simultânea de forma que o comprimento é dado por

$$l' = x_2'(t) - x_1'(t) = (x_2 - vt) - (x_1 - vt) = x_2 - x_1 = l$$

ou seja, o comprimento de um objeto não depende de seu estado de movimento.

#### 4.2 SOBRE A INCOMPATIBILIDADE DA MECÂNICA E DO ELETROMAGNETISMO

Durante o século XIX, a Mecânica Newtoniana, incluindo sua Lei para a Gravitação, que a esta altura era bem sucedida, enfrentou incompatibilidades com a Óptica e o Eletromagnetismo (STACHEL, 2004). Uma das conclusões provindas do Eletromagnetismo de Maxwell é que a luz podia ser pensada como uma oscilação de campos elétricos e magnéticos que se propaga com velocidade  $c$  no vácuo (STACHEL, 2004). Desde o desenvolvimento da Mecânica de Newton, havia o questionamento quanto a uma força poder agir a distância, como na Lei da Gravitação, na qual as massas podem exercer força uma sobre as outras separadas por uma distância qualquer. Maxwell (1831-1879) adotou a ideia do éter, um meio hipotético por onde as forças eletromagnéticas agiriam, de maneira que as forças não atuavam a distância, mas sim através do éter (ANDRADE MARTINS, 2005). Uma vez que a luz pode ser vista como um fenômeno eletromagnético, o éter também serviria como um meio para a propagação da luz. Diferente das leis de Newton, as leis do Eletromagnetismo não são invariantes frente a transformação de Galileu, de forma que não se aplica o princípio da relatividade ("clássico") a elas. Assim o éter assumiu o papel de um referencial privilegiado para o Eletromagnetismo, e por consequência a velocidade da luz, de acordo com a lei da composição das velocidades, deveria ser diferente de  $c$  em qualquer referencial que se mova em relação ao éter.

Foram efetuadas então tentativas de detectar a influência do movimento da Terra em relação ao éter em fenômenos ópticos, porém os resultados foram negativos, sendo um deles o famoso experimento de Michelson-Morley (EINSTEIN, 2005). Fizeau (1819-1896), ao realizar experimentos sobre a velocidade de propagação da luz em um fluido em movimento, obteve um resultado que não estava de acordo com a composição de velocidades da TG. Em suma, a Mecânica Clássica estava em conflito com o Eletromagnetismo. Lorentz (1853-1928) e Poincaré (1854-1912) desenvolveram uma teoria com uma transformação de coordenadas que mantém as equações de Maxwell invariantes, preservando assim o princípio da relatividade para os fenômenos eletromagnéticos, porém ainda utilizando a ideia de um éter. Uma novidade do trabalho de Einstein (1879-1955) sobre a relatividade foi o desenvolvimento de uma teoria baseada em dois "simples" postulados, que explicava os mesmos resultados que o desenvolvimento de Lorentz e Poincaré, mas dispensava a ideia de um éter (ANDRADE MARTINS, 2005).

#### 4.3 A TEORIA DA RELATIVIDADE ESPECIAL

Uma das contribuições dos trabalhos de Einstein sobre relatividade está na sua fundamentação em dois simples postulados.

1. **Princípio da relatividade** - As leis da física são as mesmas em todos os referenciais inerciais.
2. **Constância da velocidade da luz** - A velocidade da luz no vácuo  $c$  é a mesma em todos referenciais inercias, independente do movimento da fonte.

Considerando a situação descrita anteriormente, entre dois referenciais  $\mathcal{K}$  e  $\mathcal{K}'$ , utilizando principalmente o segundo postulado da TRE, obtém-se as equações que relacionam as coordenadas de  $\mathcal{K}$  e  $\mathcal{K}'$ . Se um pulso de luz é emitido em todas as direções no tempo  $t = t' = 0$  a equação da frente de onda em  $\mathcal{K}$  é

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = ct$$

Como em  $\mathcal{K}'$  a velocidade da luz também deve ser  $c$  a equação da frente de onda é

$$\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} = ct'.$$

Reescrevendo as duas últimas equações tem-se

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$$

e

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0.$$

Buscando por soluções lineares, é necessário o uso de algumas considerações. Primeiramente, a posição da origem  $O'$  de  $\mathcal{K}'$  para qualquer tempo  $t$  é  $x = vt$ , e caso a velocidade relativa entre  $\mathcal{K}$  e  $\mathcal{K}'$  for 0, a transformação deve se reduzir a identidade, isto é  $x' = x$ ,  $y' = y$ ,  $z' = z$  e  $t' = t$ . Realizando alguns cálculos (Para mais detalhes ver Einstein (2015) ou Nusseinsveig (1998)) obtém-se a *Transformação de Lorentz* (TL),

$$x' = \gamma(x - \beta ct)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$ct' = \gamma(ct - \beta x)$$

Sendo  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  e  $\beta = \frac{v}{c}$

## 5 A PROPOSTA

Neste capítulo é apresentada a proposta desenvolvida ao longo das componentes curriculares de TCC, culminando em um OED sobre a contração do comprimento.

### 5.1 ASPECTOS GERAIS

A proposta inicialmente consistiu em desenvolver uma sequência didática usando recursos digitais, mais especificamente simulações, sobre a TRE. Esta proposta é bastante ampla e divide a sequência didática em três partes, sendo elas:

1. Relatividade Galileana
2. Contextualização
3. Teoria da Relatividade Especial

Tendo em vista a Teoria da Aprendizagem Significativa, optou-se por começar pela Relatividade Galileana, pois foi considerada pelos autores como mais próxima da intuição e das experiências que as pessoas vivenciam no dia a dia, o que pode implicar na existência dos subsunçores necessários para que ocorra uma aprendizagem significativa deste assunto. Também se espera que o conhecimento sobre a Relatividade Galileana venha a compor os subsunçores necessários para uma aprendizagem significativa da TRE. O segundo item, a "contextualização", consiste em alguns fatos que motivaram o surgimento de uma nova teoria, semelhante ao que foi feito na seção 4.2, mas de uma maneira mais "ilustrativa". Esta contextualização também vai depender do ano em que o assunto vai ser abordado. Caso seja abordada no primeiro ano do Ensino Médio, pode-se dar mais ênfase nos aspectos cinemáticos, como a incompatibilidade entre composição de velocidades galileana e o princípio da constância da velocidade da luz. Se o assunto for abordado no terceiro ano do Ensino Médio, pode-se enfatizar as motivações relacionadas à teoria eletromagnética. Por fim é introduzida a TRE, seus postulados e algumas de suas consequências, como a relatividade da simultaneidade, a contração do comprimento e a dilatação do tempo. Até aqui a organização dos assuntos não difere muito do que pode ser encontrado em livros texto, tanto os referentes ao Ensino Médio quanto alguns de Ensino Superior. O adicional desta proposta é justamente o uso de simulações que acompanhem os assuntos. Devido a uma equipe pequena e ao tempo escasso para o desenvolvimento do trabalho, os autores decidiram reduzir o objetivo e escolherem apenas um tópico para se concentrarem, que neste caso foi a contração do comprimento. Em consequência disso, no lugar de uma sequência didática o trabalho se concentrou em um OED.



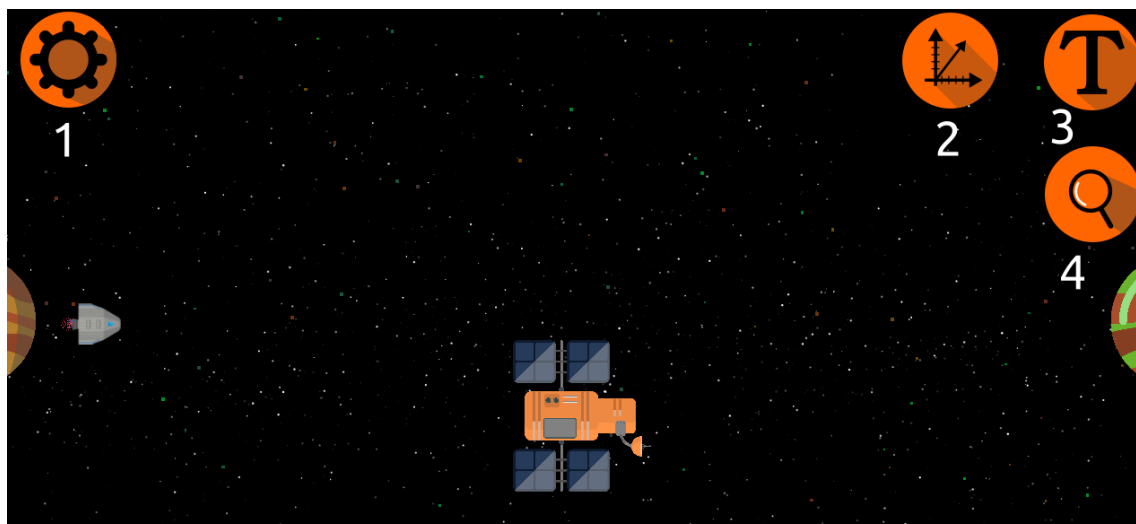
## 5.2 O OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL: A CONTRAÇÃO DO COMPRIMENTO

Foi desenvolvido um OED, que consiste em uma simulação, sobre a contração do comprimento desconsiderando o efeito Terrell<sup>1</sup>.

### 5.2.1 A interface

Primeiramente o usuário é apresentado a uma tela inicial onde pode selecionar a simulação. Ao clicar ou apertar alguma tecla surge uma janela de informações, trazendo o objetivo da simulação e seu contexto. A situação apresentada é uma viagem entre dois planetas, onde no meio do percurso, para em relação aos planetas, encontra-se uma estação espacial. A contração do comprimento pode ser observada através dos dois referenciais, o da nave e o da estação espacial.

FIGURA 3 – A simulação

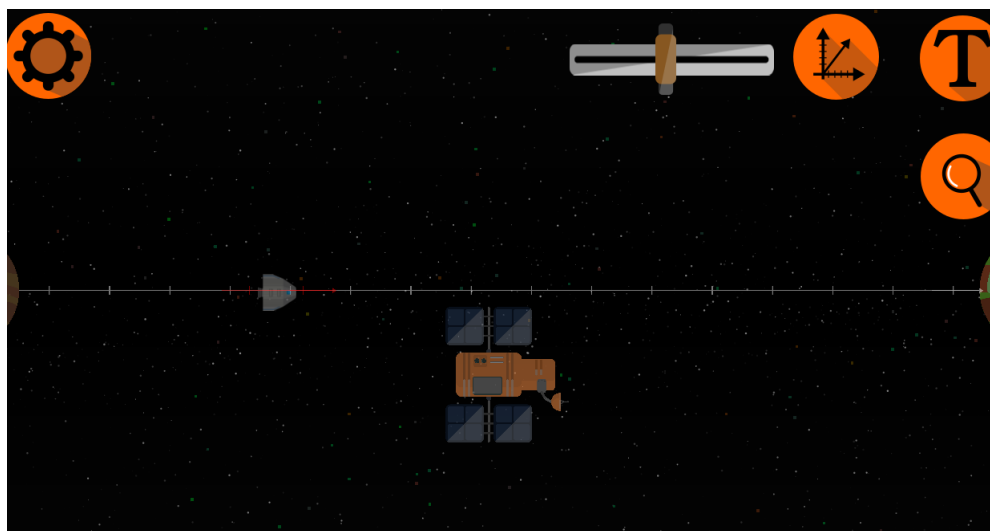


Fonte: Elaborada pelo autor.

Algumas ferramentas foram adicionadas a fim de proporcionar maior interatividade e fornecer informações mais completas sobre a situação. Pode-se observar pela imagem os botões de: zoom, abstração, texto e controles gerais (Indicados respectivamente pelos números 4,2,3 e 1 na figura 3). O zoom permite que o usuário amplie e aproxime a câmera, podendo observar a situação de longe ou de perto, como preferir. O botão de abstração adiciona os sistemas de coordenadas referentes à nave e ao conjunto de planetas e estação espacial, de forma que seja possível ajustar a transparência. Portanto, quanto maior a abstração, mais transparente é a nave, o fundo e os planetas, e melhor pode-se distinguir os sistemas de coordenadas. Assim é possível observar como a situação sai do "concreto" para o "abstrato". (Ver Figura 4)

<sup>1</sup> Efeito relativístico que distorce a aparência dos objetos em movimento

FIGURA 4 – Sistemas de coordenadas



Fonte: Elaborada pelo autor.

O botão "texto" abre uma janela que contém o desenvolvimento da contração do comprimento a partir da transformação de Lorentz, proporcionando ao(a) aluno(a) maior autonomia para entender a explicação teórica sobre esse tópico. (Ver Figura 5)

FIGURA 5 – Texto sobre a contração do comprimento

**Contração do Comprimento** ✕

Bem, o ponto  $O'$  corresponde à coordenada  $0$  e o ponto  $X'$  à coordenada  $x'$ , o comprimento da nave é  $d(O', X') = x' - 0 = L'$ .

Agora vamos aplicar a transformação de Lorentz nas coordenadas  $0$  e  $x'$ , lembrando que as medidas devem ser feitas ao mesmo tempo  $t$  pelo observador externo. Temos

$$0 = \gamma(x_0 - vt)$$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Já em "controles gerais" é possível escolher a velocidade da nave, alternar entre os referenciais e iniciar a simulação. Deve-se destacar que a velocidade da luz teve que ser diminuída para que a simulação fosse apreciável, mas como velocidades próximas à da luz são velocidades com as quais às pessoas não estão acostumadas, foram adicionados alguns detalhes para ajudar a construir uma noção do quão rápido a nave está. Ícones com objetos como um carro e um avião comercial estão ao lado de números que indicam quantas vezes mais rápida que estes a nave está. Do lado dos

ícones se encontra um botão com um sinal de interrogação, onde há informações sobre as velocidades do carro, do avião e quantas voltas na superfície da terra (na latitude do equador) poderiam ser dadas com a velocidade escolhida. (Ver Figuras 6 e 7)

FIGURA 6 – Controles gerais 1



Fonte: Elaborada pelo autor.

FIGURA 7 – Controles gerais 2



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 5.2.2 A simulação

A simulação foi desenvolvidas no software *Godot*, uma *game engine* (motor de jogo), que é *livre* e de *código aberto* sob a *licença do MIT*. O que garante que o usuário, dentre outros, possa: usar o Godot livremente para qualquer propósito, estudar e modificar sua estrutura (GODOT ENGINE. . . , s.d.).

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A abordagem de assuntos de Física Moderna e Contemporânea no EM é recomendada nos documentos oficiais, e, ao longo dos últimos anos, trabalhos têm seguido estas recomendações, propondo o ensino da TRE. O uso de simulações computacionais pode ser bastante útil para abordar estes assuntos, já que a FMC lida com conceitos abstratos, que não são observáveis na vida cotidiana por diversos motivos. Tendo em vista estas questões, o trabalho atual propõe a inserção da TRE através do uso de um OED, sendo este uma sequência didática que utiliza simulações.

Dos trabalhos encontrados sobre a TRE no EM, foi feita uma revisão bibliográfica daqueles que se aproximavam da proposta aqui apresentada, ou seja, aqueles que faziam uso de simulações.

Foi escolhida como base teórica a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, empregada na elaboração da sequência didática, na escolha de alguns elementos presentes na simulação desenvolvida e na possível avaliação do impacto do material produzido.

Com o intuito de expor alguns detalhes sobre a Relatividade, foi apresentada brevemente a teoria da Relatividade Galileana, assim como aspectos históricos da TRE e a própria TRE.

Como já foi citado anteriormente, a proposta inicial era mais ampla e incluía a aplicação do material em sala de aula e uma avaliação desta aplicação com base na teoria da aprendizagem significativa. Devido ao tempo limitado e a grande carga de trabalho demandada dos autores, não foi possível concluir esta última etapa, motivando a possibilidade de continuação do trabalho no futuro. Além disso, para viabilizar o trabalho, tendo em vista as condições adversas, foi escolhido um tópico em particular, referente à contração do comprimento, dentre os vários assuntos que compunham a sequência didática.

## REFERÊNCIAS

- ANDRADE MARTINS, Roberto de. A dinâmica relativística antes de Einstein. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 27, n. 1, 2005.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018.
- BRASIL. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+). Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 2006.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 2000.
- COTTINGHAM, W.N; GREENWOOD, D.A. **An introduction to the Standart Model of Particle Physics**. 2. ed. New York: Cambridge University Press, 2007.
- EINSTEIN, Albert. **A teoria da relatividade: sobre a teoria da relatividade especial e geral**. 1. ed. Porto Alegre: L&PM, 2015.
- EINSTEIN, Albert. Sobre o princípio da relatividade e suas implicações. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 27, n. 1, 2005.
- FELIPE, Geraldo; BARROSO, Marta F.; PORTO, Claudio M. Simulações Computacionais no Ensino de Relatividade Restrita. **XVI Simpósio Nacional de Ensino de Física**, 2005.
- FIOLHAIS, Carlos; TRINDADE, Jorge. Física no Computador: o Computador como uma Ferramenta no Ensino e na Aprendizagem das Ciências Físicas. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 25, n. 3, 2003.
- GOBBI, Luiz Henrique. **Teoria da Relatividade Restrita: uma sequência didática investigativa, com a utilização de uma ferramenta computacional como facilitadora do processo de ensino/aprendizagem da contração espacial de Lorentz**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.
- GODOT ENGINE. **Godot Engine**. [s.l.: s.n.]. Endereço: <https://godotengine.org>.
- MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: E.P.U - Editora Pedagógica Universitária Ltda, 1999.
- NUSSENSVEIG, Herch Moysés. **Curso de Física Básica - vol. 4**. 1. ed. São Paulo: Editora Blucher, 1998.

SILVA JUNIOR, Hamilton Victor da. **UM ESTUDO DE CASO USANDO OBJETOS DE APRENDIZAGEM DIGITAIS PARA O ENSINO DA RELATIVIDADE ESPECIAL.**

2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) – Universidade Estadual do Ceará, Quixadá-Ceará.

STACHEL, John. 1905 e tudo o mais. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 27, n. 1, 2004.

THORNTON, Stephen T.; MARION, Jerry B. **Dinâmica clássica de partículas e sistemas**. 5. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

WALENDOWSKY, João Francisco. **UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA RELATIVIDADE RESTRITA ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES DESENVOLVIDAS A PARTIR DA FERRAMENTA COMPUTACIONAL EASY JAVA SIMULATIONS.** 2019.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Catarina, Blumenau.