

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA – UNIPAMPA  
CAMPUS BAGÉ  
CURSO DE MATEMÁTICA – LICENCIATURA**

**FÁBIO FRANCISCO DE MORAES**

**EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU: UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA**

**BAGÉ – RS**

**2021**

**FÁBIO FRANCISCO DE MORAES**

**EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU: UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso II do Curso de Matemática - Licenciatura, da UNIPAMPA, campus Bagé.

Orientador: Prof. Dr. Cristiano Peres Oliveira.

**BAGÉ – RS**

**2021**

M828e Moraes, Fábio Francisco

Equações do segundo grau: uma abordagem  
investigativa / Fábio Francisco Moraes.

54 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) --  
Universidade Federal do Pampa, MATEMÁTICA, 2021.

"Orientação: Cristiano Peres Oliveira".

1. Investigação Matemática. 2. Cenários para  
investigação.  
3. Tecnologias. 4. Equações do segundo grau. I.  
Título.



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
Universidade Federal do Pampa

**FÁBIO FRANCISCO DE MORAES**

**EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU: UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática- Licenciatura da Universidade Federal do Pampa como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 07 de maio de 2021.

Banca examinadora:

---

Prof. Dr. Cristiano Peres Oliveira  
Orientador  
UNIPAMPA

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Dionara Teresinha Aragon Aseff  
UNIPAMPA

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Sonia Maria da Silva Junqueira  
UNIPAMPA



Assinado eletronicamente por **FABIO FRANCISCO DE MORAES, Aluno**, em 17/05/2021, às 18:30, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **SONIA MARIA DA SILVA JUNQUEIRA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 17/05/2021, às 19:11, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **DIONARA TERESINHA ARAGON ASEFF, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 17/05/2021, às 21:09, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **CRISTIANO PERES OLIVEIRA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 17/05/2021, às 21:47, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0526733** e o código CRC **F8902566**.

Referência: Processo nº 23100.008114/2021-16 SEI nº 0526733

## **AGRADECIMENTOS**

Antes de tudo gostaria de agradecer a Deus, por tudo que me proporciona e pelo dom da vida a qual sou muito grato.

Aos meus pais, Nercindo Marques de Moraes e Loureci Francisco de Moraes pelos ensinamentos e apoio que sempre me dedicaram.

A minha esposa Tais Soares Madruga que foi a responsável pelo primeiro passo, fazendo minha matrícula para pleitear uma vaga na universidade.

Ao meu filho Marcelo Danrley Soares de Moraes, presente que ganhei durante o curso e inspiração para chegar até o final.

Ao meu orientador Prof. Dr. Cristiano Peres Oliveira, por ter aceito a missão de me orientar, pelos ensinamentos, pelo apoio, pela colaboração neste momento tão importante.

Aos professores do curso, todos que de uma forma ou outra contribuíram para minha formação.

Aos colegas de curso, sem eles tudo seria mais difícil.

Aos amigos, e colegas de trabalho.

## RESUMO

Este trabalho é a consolidação de uma pesquisa que se propôs a analisar a utilização de tecnologias de informação e comunicação e a aplicação de cenários para investigação na resolução das equações do segundo grau. Nesta pesquisa buscou-se entender de que forma o uso de cenários para investigação como metodologia de ensino e aprendizagem, pode favorecer a formação e o desenvolvimento de um pensamento crítico. Para o desenvolvimento da pesquisa, inicialmente, foi sugerido a aplicação em uma turma do ensino fundamental, em que geralmente se iniciam os estudos das equações, mas devido as medidas restritivas impostas para diminuir o contágio pelo Covid-19, optou-se por aplicar de forma remota em uma turma de Seminários do Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa. Os dados foram coletados a partir da aplicação de dois questionários e através da observação participante durante os momentos de aplicação da atividade prática. Como resultados, indica-se que os participantes da pesquisa identificaram nas atividades propostas, potencial para constituir uma atividade com cenário para investigação. Além desse aspecto, aponta-se que o uso de tecnologias e a aplicação de métodos investigativos perpassa pela transformação de pensamento quanto aos métodos de ensino, que são utilizados desde a formação dos professores até chegar em sala de aula.

**Palavras-chave:** Investigação Matemática, Cenários para investigação, Tecnologias, Equações do segundo grau.

## **ABSTRACT**

This work is the consolidation of a research that proposed to analyze the use of technologies and the application of scenarios for research in solving the equations of the second degree. This research sought to understand how the use of research scenarios as a teaching methodology can favor the formation and development of critical thinking. For the development of the research, initially, it was suggested the application in an elementary school class, in which the studies of the equations usually start, but due to the restrictive measures imposed to reduce the contagion by Covid-19, it was chosen to apply in a group of Seminars from the Mathematics-Licentiate Course at the Federal University of Pampa. The data were collected from the application of two questionnaires and through participant observation during the moments of application of the practical activity. As a result, it is indicated that the research participants identified in the proposed activities the potential to constitute an activity with a scenario for investigation. In addition to this aspect, it is pointed out that the use of technologies and the application of investigative methods goes through the transformation of thinking regarding teaching methods, which are used from the training of teachers to arriving in the classroom.

**Keywords:** Mathematics Investigation, Scenarios for investigation, Technologies, Second degree equations.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Gráfico de uma função do segundo grau .....	13
Figura 2 - Gráfico de uma função com duas raízes reais e distintas .....	14
Figura 3 - Gráfico de uma função com duas raízes reais e iguais .....	14
Figura 4 - Gráfico de uma função sem raízes reais .....	15
Figura 5 - Ambiente do GeoGebra .....	19
Figura 6 - Faixa etária.....	28
Figura 7 - Como aprenderam a resolver uma equação do segundo grau.....	29
Figura 8 - Método mais utilizado para resolver uma equação do segundo grau .....	29
Figura 9 - Utilização de recurso para facilitar o ensino das equações do segundo grau .....	30

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Ambientes de aprendizagem .....	17
--	----

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1
2 CENÁRIO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EQUAÇÕES DO 2º GRAU.....	4
3 EQUAÇÕES DO 2º GRAU – CONCEITOS E METODOLOGIAS .....	8
3.1 Conceitos de equações do 2º grau.....	8
3.2 Dedução da fórmula de Bhaskara .....	10
3.3 A fórmula de Bhaskara e as equações do segundo grau .....	11
3.4 Como encontrar as raízes de uma equação do segundo grau incompleta.....	11
3.5 O que são as raízes de uma equação do segundo grau.....	13
4 DO PARADIGMA DO EXERCÍCIO AOS CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO.....	16
4.1 Cenários para investigação .....	16
4.2 Softwares .....	18
4.2.1 GeoGebra .....	19
5. METODOLOGIA.....	21
5.2 Operacionalização da pesquisa .....	23
5.2.1 Atividade prática .....	24
6 RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	26
6.1 Aplicação da atividade.....	26
6.2 Análise e avaliação dos resultados.....	27
6.3 Questionário inicial.....	28
6.4 Relato das observações .....	32
6.5 Questionário final .....	33
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	35
8 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS .....	37
REFERÊNCIAS .....	38
APÊNDICE A – Questionário inicial.....	41
APÊNDICE B – Questionário final.....	43
APÊNDICE C – Imagens do refletor luminoso construído para a atividade .....	44

## 1. INTRODUÇÃO

A sociedade contemporânea vivencia um momento de expansão das ferramentas tecnológicas educacionais, pode-se perceber claramente essa importância no contexto atual de pandemia, pois independentemente do nível de acesso, todas as escolas, públicas e particulares, tiveram que se adaptar ao uso dessas tecnologias. Conforme Costa (2015), acredita-se que o grande avanço tecnológico na atualidade e com uma sucessão de materiais ou objetos de aprendizagem a serem explorados pelas crianças elas avançam com facilidade e despertam para as diferentes linguagens. Reconhece-se que a infraestrutura das escolas muitas vezes é defasada, no entanto, existem inúmeras alternativas viáveis para que se consiga inserir o uso de novas ferramentas no ensino, e é pautado nesse objetivo que se propõe este trabalho.

Especificamente, o tema deste trabalho versa sobre as equações do segundo grau e seu método de resolução, conhecido popularmente como “Fórmula de Bhaskara”<sup>1</sup>. Busca-se com este estudo focar no modo em que este tema é apresentado e trabalhado com os alunos do nono ano do ensino fundamental. Inicialmente, recorre-se às experiências vivenciadas em estágios anteriores à realização deste trabalho, em que se pode perceber que a maioria dos professores trabalha este conteúdo de forma tradicional, focando na repetição de exercícios e aplicação da fórmula de Bhaskara.

No entanto, acredita-se que alternativas podem e devem ser buscadas, objetivando assim que outros modos de ensinar este conteúdo sejam apresentados. Essas formas de ensinar devem buscar que os conceitos não sejam estáticos e repetitivos, ao contrário, por meio de formas mais dinâmicas de ensino permite-se acompanhar as mudanças da sociedade e conseqüentemente refletir isso em sala de aula.

Em consonância com essa busca de alternativas para o ensino de matemática é que se pode apontar para o trabalho com cenários para investigação, de acordo com Skovsmose (2000, n.14, p.73), “as práticas de sala de aula baseadas num cenário de investigação diferem fortemente daquelas baseadas em exercício”.

Nesse sentido o presente trabalho buscará aliar o estudo das equações do segundo grau à

---

<sup>1</sup> Optou-se por continuar utilizando a expressão “fórmula de Bhaskara” no decorrer deste trabalho, por preferência do autor. Mesmo sabendo que essa não é a denominação adequada, porém, é culturalmente aceita no Brasil.

criação de cenários para investigação, propondo um conjunto de atividades que poderão ser utilizadas a fim de que os discentes sejam instigados a buscar formas alternativas ao que já é tão sedimentado no ambiente escolar, ou seja, conteúdo e extensas listas de exercícios.

Sendo assim, para alcançar o objetivo pretendido pela pesquisa, o presente estudo expõe, no capítulo dois, uma sucinta análise sobre o cenário do ensino das equações do segundo grau e seguindo esses conceitos se propõe o desenvolvimento de atividades referentes ao conteúdo, buscando fazer uma relação entre o método de ensino habitualmente utilizado para resolver uma equação de segundo grau e o método sugerido nesse estudo, realizando assim uma comparação entre teoria e prática.

Conforme desenvolvimento do trabalho, o capítulo três apresenta uma abordagem teórica que abrange os conceitos e um breve resumo da história das equações desde sua origem, seguido da apresentação da dedução da fórmula de Bhaskara, partindo da forma geral de uma equação do segundo grau. Na sequência são apresentados métodos utilizados para encontrar as raízes de uma função e o comportamento gráfico de acordo com as raízes encontradas.

Para dar suporte ao desenvolvimento da pesquisa, no capítulo quatro, busca-se aporte teórico nos métodos desenvolvidos por meio de cenários para investigação, além da resolução de problemas que tem por objetivo provocar no aluno a curiosidade e o interesse pelo conhecimento matemático.

No quinto capítulo deste trabalho, apresenta-se a metodologia desta pesquisa, que constituiu-se por meio da escolha do campo de investigação, a turma do componente curricular de Seminários do Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa. Destaca-se que essa escolha fora realizada por conta das diferenças entre os calendários da universidade e das escolas, por conta da pandemia de Covid-19.

Durante a aplicação da atividade foram feitas observações na turma, inicialmente foi realizada uma abordagem com a utilização do software Geogebra e aplicado um instrumento de investigação com o intuito de identificar quais métodos os discentes conheciam e utilizavam para solucionar uma equação do segundo grau. Na etapa seguinte foi feita uma demonstração da utilização de conceitos matemáticos em objetos comuns do cotidiano, por meio de uma construção de um refletor luminoso que apresenta as propriedades de uma parábola, e finalmente um questionário de avaliação em que os discentes puderam responder sobre a relação entre o conteúdo

e a atividade prática, além de citar pontos positivos e negativos sobre o desenvolvimento da atividade.

No capítulo seis apresentam-se os resultados e as discussões. Neste capítulo resgatam-se falas e impressões dos discentes envolvidos na pesquisa e relaciona-se o que se observou na prática com o referencial teórico adotado, procurando-se identificar se os objetivos da pesquisa foram plenamente satisfeitos. Finalmente no último capítulo é feita uma sugestão de trabalhos futuros a partir da realização deste trabalho.

## 2 CENÁRIO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EQUAÇÕES DO 2º GRAU

Na atualidade, se tem a expectativa de que os alunos tenham uma atitude mais crítica e participativa. Para tal, é fundamental que se desenvolvam atividades que explorem a criatividade e estimulem o senso crítico, não bastando que os alunos saibam repetir uma fórmula, por exemplo, a de Bhaskara, é preciso fazer com que os alunos percebam que a matemática se faz presente no cotidiano criando cenários favoráveis para esse processo de ensino e aprendizagem. Com isso espera-se que os discentes desenvolvam seu raciocínio lógico e a competência de resolver problemas por meio da exploração de dados, optando pela melhor alternativa para a obtenção da solução, deixando assim de serem reféns de métodos repetitivos ou de modelos pré-definidos.

Na atualidade o ensino relativo à equações do segundo grau tem se limitado praticamente à apresentação de sua forma resolutiva e as relações entre seus coeficientes e suas raízes, em que os alunos trabalham com exercícios selecionados e ficam a maior parte do tempo envolvidos com a resolução desses exercícios.

A típica aula de matemática em nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que a repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. (D'AMBROSIO, 1989, p. 15).

A aplicação de cenários para investigação é um método de ensino que busca realizar a ligação entre o conhecimento social do aluno e o conteúdo escolar de forma a agregar conhecimento aos estudantes desenvolvendo suas habilidades.

A ideia para a realização deste trabalho, surgiu a partir das percepções e vivências obtidas durante os estágios de observação e de regência. Notou-se que existe uma dificuldade por parte dos alunos em entender o mecanismo de funcionamento da fórmula de Bhaskara. Percebeu-se também que a relação dos alunos com esse conteúdo é um pouco mecanizada, visto que o professor apresenta o conteúdo, mostra como resolver com o uso da fórmula e a partir daí os alunos reproduzem os passos, sendo esse um processo cansativo, repetitivo e pouco atraente.

Nesta perspectiva, avalia-se ser interessante implantar métodos para aplicação dos conceitos de equação do segundo grau, buscando apresentar o conteúdo de alguma forma que o

aluno se sinta interessado e motivado a dar continuidade ao seu aprendizado.

O professor desempenha um papel muito importante para a melhoria do ensino da matemática, pois lhe cabe buscar estratégias que possibilitem ao aluno alcançar êxito no processo de construção do conhecimento. É necessário então, que o professor se engaje na busca por métodos que tornem suas aulas mais motivadoras, apresentando novas maneiras de aplicação dos conteúdos, oportunizando assim aos discentes uma nova experiência com uma diferente metodologia de ensino.

Diante dessa realidade, esbarramos em questões como: O que fazer para tornar esse conteúdo mais interessante e atrativo? Esse conteúdo é um assunto fundamental e imprescindível para a formação dos nossos estudantes e por isso requer um cuidado especial ao ministrá-lo.

Por mais antigo, tradicional e repisado que seja o assunto que estamos ensinando, convém sempre procurar novos ângulos para focalizá-lo, outras maneiras de abordá-lo, não somente buscando tornar mais atraentes nossas aulas, mas até mesmo para nos dar um pouco mais de entusiasmo, quebrando a monotonia de repetir todos os anos a mesma história. (LIMA, 1988).

O estudo de equações é um tema bastante antigo, mas o que não significa que as técnicas e formas de ensinar já estejam totalmente dominadas, como cita Lima (1988), independente do assunto que se vai ensinar é importante que o docente saiba se reinventar, mais ainda, adaptar a sua forma de lecionar ao contexto cultural e social dos discentes envolvidos, que muda ano a ano.

Neste trabalho reconhece-se que o conteúdo de equações do segundo grau é essencial ao nono ano do Ensino Fundamental e que constitui pré-requisito importantíssimo para o ingresso no Ensino Médio. Apoiando-se nessa premissa e reconhecendo as palavras de Lima (1988), torna-se essencial que o professor encontre meios de tornar seu ensino atrativo com uma abordagem clara, objetiva e contextualizada, proporcionando assim um ambiente favorável à construção do conhecimento e a plena compreensão dos conceitos apresentados, pois, conforme Skovsmose (2000) é importante que os alunos e professores, juntos, achem seus percursos entre os diferentes ambientes de aprendizagem.

Atentando-se ao fato de que estamos vivendo em uma época em que o avanço das tecnologias é uma realidade e reconhecendo a capacidade e a motivação que os alunos demonstram pela informática, implantar o uso desses recursos na sala de aula de matemática poderá tornar mais



agradável e eficaz o ensino dessa componente, tanto para professores, quanto para os alunos.

Busca-se ainda respaldo no estudo de Menezes (2018), em que cita que as tecnologias existentes para o ensino da matemática, podem facilitar o alinhamento entre a componente conceitual e a figural, por meio da criação de um cenário para investigação. Recorrendo-se ao trabalho de Skovsmose (2000) pode-se definir um cenário de investigação como sendo aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações.

Todo esse processo de construção, reflexão e análise de teorias e técnicas que sejam mais eficazes e apropriadas a cada grupo de alunos que se encontram nas mais diferentes salas de aula, tem por principal objetivo construir uma educação de qualidade, procurando-se novas metodologias de ensino que mantenham os alunos motivados e envolvidos com a aprendizagem, na maior parte do tempo. Reconhece-se, entretanto, o papel fundamental que a educação tradicional ainda tem no cenário educacional, por meio dessa forma de lecionar ensina-se com materiais e conteúdos previamente selecionados ou elaborados, que são extremamente importantes, mas na sociedade contemporânea é preciso ir além, e busca-se em Moran (2015) esse apoio:

Se queremos que os alunos sejam proativos, precisamos adotar metodologias em que os alunos se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar resultados, com o apoio de materiais relevantes. Se queremos que sejam criativos, eles precisam experimentar inúmeras novas possibilidades de mostrar sua iniciativa. (MORAN, 2015 p. 17).

Ao encontro do que cita Moran (2015), pode-se apontar que uma das alternativas encontradas, para desmitificar a Matemática é fazendo com que os alunos percebam que existe uma ligação entre a Matemática e o cotidiano, é desenvolver atividades que estimulem a participação dos alunos, fazendo com que eles se sintam desafiados a usarem a criatividade para desenvolverem e resolverem problemas.

Recorre-se novamente aos estudos de Skovsmose (2000), o autor cita que quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. Na busca por esse cenário de construção do conhecimento pode-se recorrer à Moran (2015), que aponta a necessidade do professor seguir comunicando-se face a face com os alunos, mas também digitalmente, com as tecnologias móveis, equilibrando a interação com todos e com cada um. Essa é mais uma premissa que precisa compor o conjunto de variáveis

na construção do cenário de investigação.

Deve-se considerar ainda as palavras de Skovsmose (2000), quando diz, “sustento que a educação matemática deve mover-se entre os diferentes ambientes apresentado na matriz. Particularmente, não considero a ideia de abandonar por completo os exercícios da educação matemática”. Percebe-se com isso que é preciso encontrar uma mescla entre a sala de aula tradicional e novas metodologias, para abrir a escola para o mundo e para trazer o mundo para dentro da escola. Reforçando então a teoria de que é preciso manter os métodos tradicionais, que privilegiam o compartilhamento de conhecimentos pelos professores ao mesmo tempo que vai se criando um movimento entre os diferentes ambientes possíveis de aprendizagem e dando uma ênfase especial para os cenários de investigação.

No entanto, reconhece-se que trabalhar com cenários de investigação pode fazer com que o professor se sinta fora da sua área de conforto, por não ter o controle das questões que o aluno pode apresentar.

Qualquer cenário para investigação coloca desafios para o professor. A solução não é voltar para zona de conforto do paradigma do exercício, mas ser hábil para actuar no novo ambiente. A tarefa é tornar possível que os alunos e o professor sejam capazes de intervir em cooperação dentro da zona de risco, fazendo dessa uma actividade produtiva e não uma experiência ameaçadora. (SKOVSMOSE, 2000, p. 18).

Apoiando-se na afirmação de Skovsmose, este trabalho tem como propósito apresentar uma forma de estudar as equações do segundo grau na perspectiva da metodologia de resolução de problemas, utilizando-se a informática como ferramenta para tornar as aulas mais atrativas, procurando apresentar métodos e técnicas alternativas de ensino. Ou seja, metodologias que sejam capazes de fazer com que os alunos se sintam motivados, envolvidos e comprometidos com sua aprendizagem.

### 3 EQUAÇÕES DO 2º GRAU – CONCEITOS E METODOLOGIAS

Neste capítulo serão apresentados breves conceitos sobre a equação do 2º grau, e a dedução da fórmula de Bhaskara.

#### 3.1 Conceitos de equações do 2º grau

No Ensino Fundamental, geralmente no nono ano inicia-se o estudo das equações do segundo grau. Define-se como equação do segundo grau, toda equação com uma incógnita (a qual vamos considerar como sendo,  $x$ ) que pode ser escrita na forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , com **a**, **b** e **c** números reais e **a** diferente de zero. Ela recebe este nome porque seu termo de maior grau é igual a dois.

É necessário ressaltar que a incógnita denominada por  $x$  é apenas uma forma comum de apresentá-la. Evidencia-se a importância de reforçar aos alunos que não devem ficar acostumados ao uso de uma única letra na representação das variáveis.

Alguns métodos são corretamente utilizados para a resolução das equações do segundo grau, entre eles: complementação de quadrados, soma e produto, fatoração do trinômio quadrado perfeito e pela fórmula geral de resolução, a qual é dada o destaque principal.

Ainda que a fórmula geral de resolução de equações do segundo grau seja conhecida por Fórmula de Bhaskara, não se deve somente a esse matemático a generalização do método de resolução de equações do segundo grau. De acordo com Guelli:

Não foi um único povo, nem uma única pessoa, que inventou a fórmula da equação do segundo grau. Trabalhando essas propriedades, matemáticos de várias regiões do Velho Mundo, quase que simultaneamente, acabaram deduzindo uma fórmula única, que tornou possível a resolução de qualquer equação do segundo grau. (GUELLI, 2009, p.41).

A álgebra provavelmente teve sua origem na Babilônia, por volta do ano 2000 a.C. Era escrita totalmente em palavras, sem o uso de abreviações ou símbolos como se faz atualmente. Problemas que recaem em uma equação do segundo grau estão entre os mais antigos da Matemática, a questão de encontrar dois números sabendo sua soma ( $s$ ) e seu produto ( $p$ ) é encontrado em textos escritos pelos babilônicos.

Segundo Prado (2014), a álgebra surgiu no Egito por volta de 1850 a.C e os egípcios

tratarem da mesma forma de equações simples do segundo grau. A álgebra grega foi formulada pelos pitagóricos (540 a.C) e por Euclides (300 a.C) estes tratavam de uma forma diferente os problemas que envolviam a soma e o produto de dois lados de um retângulo.

Na álgebra hindu, destacam-se os nomes de Brahmaguta e Bhaskara, que resolviam equações quadráticas completando quadrados e tinham também o conhecimento de que uma equação quadrática com raízes reais possui duas raízes.

Ainda conforme Prado (2014), na Arábia a álgebra teve um dos seus pontos mais importantes com o matemático e astrônomo Mohammed ibn Musa al-Khowarizmi. O livro escrito por Mohammed intitulado “Al jabr wa’l muqabalah”, difundiu na Europa o estudo da álgebra. Inclusive atribui-se também ao livro o fato da denominação do nome, álgebra, para essa área da matemática.

Depois de al-Khowarizmi, outros matemáticos também contribuíram em relação as equações do segundo grau, entre eles podemos citar Fibonacci e o matemático francês François Viète, este foi o primeiro matemático a utilizar letras para fazer a representação de incógnitas e constantes.

Ao longo dos anos, vários povos deram contribuições importantes no desenvolvimento da matemática, egípcios, babilônios, gregos, romanos, hindus, árabes entre outros. Os conhecimentos matemáticos contribuíram muito para o desenvolvimento da agricultura, arquitetura e astronomia, segundo Dante (2015).

Ainda de acordo com Dante (2015), entre os mais diversos documentos deixados por babilônios, há um antigo texto de problemas matemáticos que fora escrito em argila e que representa o problema: “Quanto mede o lado de uma região quadrada se a área dessa região menos a medida do lado é igual a 870?”. Esse problema passado para a linguagem matemática usada atualmente representa uma equação do 2º grau,  $x^2 - x - 870 = 0$ .

Percebe-se com o descrito anteriormente, que não coube a apenas um matemático o desenvolvimento de uma fórmula para solução de equações do segundo grau. O hábito de chamar a fórmula resolvente das equações do segundo grau ao matemático Bhaskara, ocorreu no Brasil, por volta do ano de 1960. Segundo Dante (2015), não se encontra o nome de Bhaskara para a fórmula em outros idiomas e países.

Conforme Guelli (2009), Bhaskara Akaria foi um matemático hindu que viveu no século

XII e resolveu inúmeros problemas importantes que envolviam equações e triângulos retângulos, porém, a fórmula como é escrita hoje, só ficaria conhecida bem mais tarde, nos séculos XVI e XVII.

A igualdade  $ax^2 + bx + c = 0$  é chamada de forma geral da equação do segundo grau, ou forma reduzida. Os números representados por **a**, **b** e **c** são coeficientes desta equação e o coeficiente **a** deve ser diferente de zero para garantir a presença do termo  $ax^2$ , que garante que a equação seja do segundo grau. Quando **b** e **c** são diferentes de zero a equação do segundo grau é dita completa. Se pelo menos um dos coeficientes **b** ou **c** é nulo, diz-se que a equação do segundo grau é incompleta. (Dante, 2015).

### 3.2 Dedução da fórmula de Bhaskara

Uma dedução da fórmula de Bhaskara de maneira simples pode ser encontrada no trabalho de NAME (1996), possibilitando assim um fácil entendimento por parte dos discentes, como segue:

Partindo de uma equação do segundo grau na forma geral:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Vamos transformá-la em equações equivalentes, de modo que o primeiro membro seja um quadrado perfeito:

1º passo: Transporta-se  $c$  para o segundo membro:  $ax^2 + bx = -c$

2º passo: Multiplica-se ambos os membros por  $4a$  ( $a \neq 0$ ):  $4a^2x^2 + 4abx = -4ac$

3º passo: Adiciona-se  $b^2$  em ambos os membros:  $4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$

4º passo: Fatora-se o primeiro membro:  $(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$

5º passo: Extraí-se a raiz quadrada de ambos os membros:  $2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$

6º passo: Isola-se o  $x$ :  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

O número  $b^2 - 4ac$  chama-se discriminante da equação e é representada pela letra grega  $\Delta$ .

Então, como:

$\Delta = b^2 - 4ac$ , a fórmula fica:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Quando:

$\Delta > 0$ , a equação tem duas raízes reais diferentes

$\Delta < 0$ , a equação não tem raízes reais

$\Delta = 0$ , a equação tem duas raízes reais iguais

É importante que os alunos façam o estudo do discriminante em todas as equações que resolvam, assim, eles terão mais facilidade quando forem trabalhar com o estudo das raízes de uma equação do segundo grau.

### 3.3 A fórmula de Bhaskara e as equações do segundo grau

A fórmula de Bhaskara é utilizada para resolver as equações do segundo grau, ou seja, para encontrar as raízes da equação, tendo por base apenas os valores dos coeficientes **a**, **b** e **c**. Para encontrar as raízes de uma equação do segundo grau, basta substituir os valores numéricos dos coeficientes **a**, **b** e **c** na fórmula de Bhaskara, realizar as operações propostas por ela, e no final, teremos os valores desejados.

As raízes da equação do segundo grau costumam ser chamadas de  $x'$  e  $x''$ , ou então de  $x_1$  e  $x_2$  e são sempre duas. Por isso, temos o sinal  $\pm$  na fórmula de Bhaskara. Para encontrar o valor da raiz  $x_1$  ou  $x'$ , deve-se utilizar um dos sinais, por exemplo, o sinal positivo. Para encontrar o valor da raiz  $x_2$  ou  $x''$ , basta utilizar o outro sinal, neste exemplo, o sinal negativo.

É muito importante que fique claro que não existe uma ordem específica para a distinção do sinal  $\pm$  entre as raízes da equação do segundo grau. Pode-se, sem problema algum, encontrar a raiz  $x_1$  ou  $x'$  com o sinal negativo e a raiz  $x_2$  ou  $x''$  através do sinal positivo.

### 3.4 Como encontrar as raízes de uma equação do segundo grau incompleta

Buscando-se aporte na literatura, encontra-se no livro Matemática 9º ano de Edwaldo Bianchini algumas definições que ajudam a compreender melhor os métodos de resolução de uma equação do segundo grau incompleta. Um número é dito raiz de uma equação se, quando colocado no lugar da incógnita, é obtida uma sentença verdadeira. Dada uma equação  $ax^2 + bx + c = 0$ , um número real que substituído na incógnita  $x$  produz a igualdade  $0 = 0$  é uma de suas raízes. Pode-se determinar as raízes de uma equação  $ax^2 + bx + c = 0$ , trabalhando com seus termos de modo a obter uma expressão da forma  $(p + q)^2 = 0$ .

A seguir, estarão listados métodos de resoluções de equações do segundo grau incompletas.

**1º modo:** Equações do tipo  $ax^2 - c = 0$

Para resolver esse tipo de equação devem ser seguidas as seguintes etapas:

$$ax^2 = c$$

$$x^2 = \frac{c}{a}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{c}{a}}$$

É possível efetuar a divisão por **a** pois já foi garantido que **a** não é nulo.

**2º modo:** Equações do tipo  $ax^2 = 0$

Nesse caso, as etapas que devem ser seguidas serão:

$$ax^2 = 0$$

$$x^2 = \frac{0}{a}$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

Como  $+0$  e  $-0$  indicam o mesmo número pode-se afirmar que esse tipo de equação tem sempre duas raízes iguais a zero.

**3º modo:** Equações do tipo  $ax^2 + bx = 0$

Para resolver esse caso de equação incompleta será usada a fatoração e a incógnita  $x$  colocada em evidência, obtendo:

$$x(ax + b) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

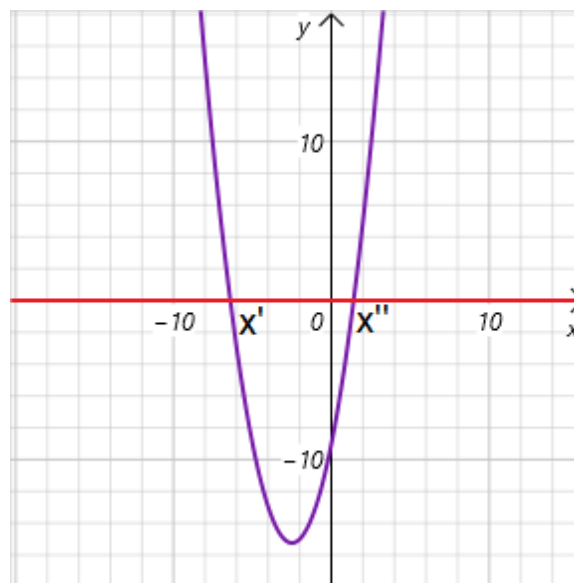
$$x = -\frac{b}{a}$$

As raízes são  $x = 0$  ou  $x = -\frac{b}{a}$ .

### 3.5 O que são as raízes de uma equação do segundo grau

Como foi dito anteriormente, as raízes ou zeros de uma equação do segundo grau são dois valores numéricos que quando substituem o lugar do  $x$  na equação, tornam o valor dessa equação igual a zero. Graficamente, as raízes dessa equação são os pontos em que a parábola corta o eixo  $x$  (eixo das abscissas). Para fazer referência a essas raízes, costuma-se usar símbolos tais como:  $x'$  e  $x''$  ou  $x_1$  e  $x_2$ .

Figura 1 - Gráfico de uma função do segundo grau



Fonte: Elaborado pelo autor.

O gráfico apresentado na Fig. 1, representa um dos comportamentos mais comuns de uma função do segundo grau, quando a parábola corta o eixo  $x$  em dois pontos distintos. Contudo, nem sempre isso vai acontecer, tudo depende da quantidade de raízes reais que a função possuir.

Como já citado anteriormente, toda função do segundo grau possui duas raízes. No entanto, nem sempre essas duas raízes serão números reais. A quantidade de raízes reais depende do valor obtido para o radicando  $\Delta = b^2 - 4ac$ , chamado de discriminante.

Veja a representação gráfica, para cada caso:

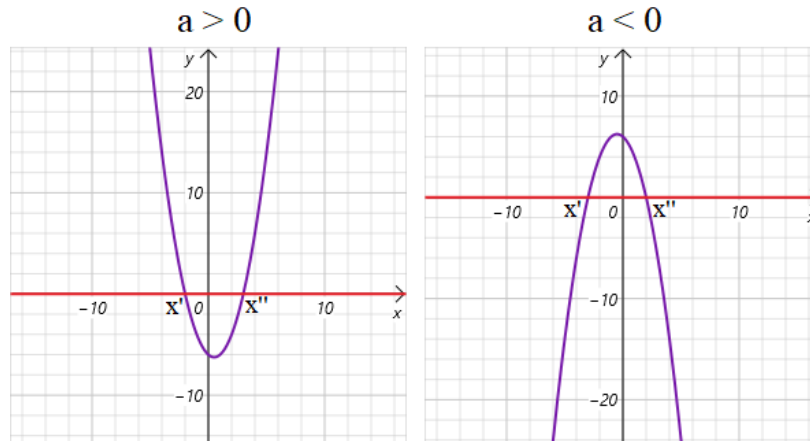
**1º caso:** Se  $\Delta > 0$  há duas raízes reais e distintas.

Quando o discriminante ( $\Delta$ ) é um valor positivo, as duas raízes dessa função são reais e



diferentes. Por isso, graficamente, a parábola corta o eixo  $x$  em dois pontos distintos  $(x', 0)$  e  $(x'', 0)$ .

Figura 2 - Gráfico de uma função com duas raízes reais e distintas

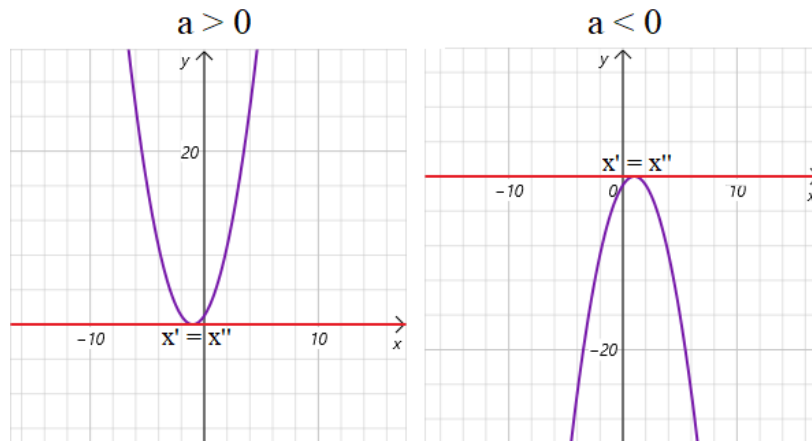


Fonte: Elaborado pelo autor.

**2º caso:** Se  $\Delta = 0$  há duas raízes reais e iguais.

Quando o discriminante ( $\Delta$ ) é igual a zero, as duas raízes desta função são reais e iguais. Por isso, graficamente, a parábola toca o eixo  $x$  em um único ponto  $(x', 0)$  ou  $(x'', 0)$ , já que  $x' = x''$ .

Figura 3 - Gráfico de uma função com duas raízes reais e iguais

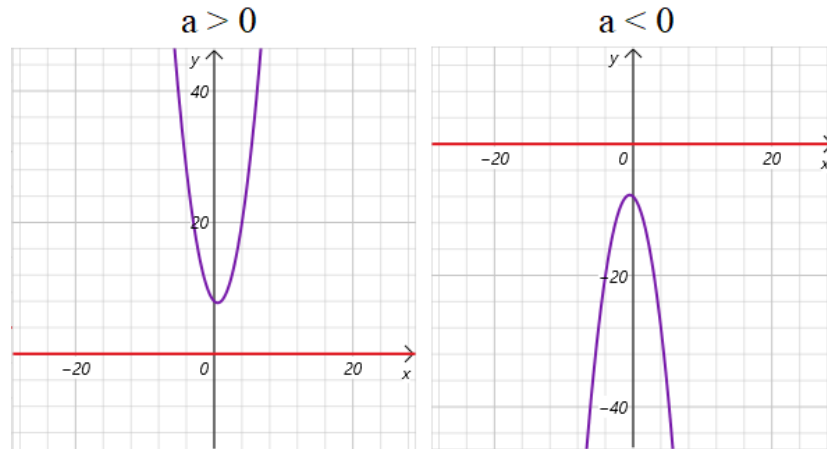


Fonte: Elaborado pelo autor

**3º caso:** Se  $\Delta < 0$  não há raiz real.

Quando o discriminante ( $\Delta$ ) é um valor negativo, nenhuma das duas raízes desta função é um número real. Por isso, graficamente, a parábola não determina nenhum ponto no eixo dos  $x$ .

Figura 4 - Gráfico de uma função sem raízes reais



Fonte: Elaborado pelo autor.

Importante salientar que os discentes devem ser capazes de reconhecer os três casos possíveis na resolução das equações do segundo grau, mas principalmente que consigam compreender geometricamente o que cada um destes casos significa. Por este motivo que o presente trabalho propõe a utilização de metodologias de ensino que viabilizem que o estudante possa não só resolver exercícios, mas também seja capaz de compreender o que está resolvendo e o porquê.

## **4 DO PARADIGMA DO EXERCÍCIO AOS CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO**

Conforme análise feita de como as aulas de matemática se organizavam e como poderiam se organizar, Skovsmose (2008) fez uma distinção entre os dois tipos de organização das aulas de matemática que são o paradigma do exercício e os cenários para investigação. Neste capítulo são apresentados os métodos sugeridos para realização de uma atividade investigativa que difere do paradigma do exercício.

### **4.1 Cenários para investigação**

Segundo Skovsmose (2000, p. 68), cenário para investigação é “um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação”. Ainda conforme Skovsmose, um cenário para investigação se estabelece quando um convite, feito a um grupo de alunos, é admitido por ele.

Facilmente, esse convite pode não ser aceito e compete ao professor, controlar esse caso efetuando um novo convite. O que pode convir como um ideal cenário para investigação a um grupo, pode não convir a outro. Como esse convite pode ser aceito, ou não, é indispensável que o professor procure investigar quais são os motivos para que o aluno o faça. Estes motivos são de características variadas e têm relação direta com as expectativas do aluno em relação ao que é sugerido.

Uma oportunidade de prática pedagógica que convide a reflexão seria a tentativa de se estabelecer, em sala de aula, cenários para investigar. Para Skovsmose (2000, p. 6) o convite para participar de um cenário é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se...?”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O “Por que isto...?” dos alunos indica que eles estão encarando o desafio e que estão procurando explicações.

Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem, em que os alunos são responsáveis pelo processo. Dessa forma os cenários para investigação oferecem aos discentes uma liberdade maior para experimentar, sem que isso pareça errado.

Encontra se respaldo em Alrø e Skovsmose (2010) que prevê as abordagens investigativas em oposição ao paradigma do exercício.

O paradigma do exercício tem sido desafiado de muitas maneiras: pela resolução de problemas, proposição de problemas, abordagens temáticas, trabalho com projetos, etc. Usaremos a expressão “abordagens investigativas” para denominar esse conjunto de metodologias. [...] Queremos discutir sobre a aprendizagem conquanto ação e não como uma atividade compulsória e isso nos leva a dar uma atenção especial para os alunos que participam das abordagens investigativas. (ALRØ e SKOVSMOSE, 2010, p. 52).

Contudo, a investigação necessita de novas formas de diálogos e rupturas de contratos didáticos, ainda conforme Alrø e Skovsmose (2010):

Descobrimos que há dois elementos básicos que não podem ser ignorados ao realizar uma investigação. Um processo investigativo não pode ser uma atividade compulsória, ele pressupõe o envolvimento dos participantes. [...] Os alunos devem ser convidados para um cenário para investigação, a fim de se tornarem condutores e participantes ativos do processo de investigação.[...] Um convite pode ser aceito ou não – ele não é uma ordem. Precisa ser feito em cooperação investigativa. (ALRØ e SKOVSMOSE, 2010, p. 59).

Assim que as novas maneiras de relacionamento conseguem ser estabelecidas, com o progresso das atividades investigativas, estas ganham mais envolvimento dos discentes. No momento em que se sugere uma prática fundamentada em cenários para investigação, deseja-se que os discentes deem significado para o que estão aprendendo. Skovsmose (2000) conceitua três referências para que o discente produza significado ao ensino:

1º. Referência a Matemática e exclusivamente a ela.

2º. Referência a Semirrealidade, quando não se trata de algo real, e sim algo criado para atender alguma demanda.

3º. Referência a Realidade.

Estabelecendo uma combinação entre os três tipos de referências (a matemática pura, a semirrealidade e a realidade) com os dois paradigmas de práticas de sala de aula (exercícios e cenários para investigação), conforme mostra a tabela 1.

Tabela 1 - Ambientes de aprendizagem

	Exercícios	Cenário para Investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose, 2000, p.8.

Essas referências estabelecem diferentes ambientes de aprendizagem, e a procura de um caminho entre esses diferentes ambientes pode oportunizar novos recursos para que os alunos ajam e reflitam de forma crítica, ao mesmo tempo em que estabelecem contato com novos conceitos matemáticos.

Cabe ressaltar que Skovsmose, sugere que a educação matemática deve mover-se entre os diferentes ambientes. Não se trata de abandonar os exercícios em sala de aula, mas talvez aplicá-los após a investigação, para consolidação do que se aprendeu, e assim as já conhecidas listas de exercícios sejam uma boa opção. Isto é bem diferente do paradigma do exercício, no qual os exercícios são a única alternativa do professor para o processo de aprendizagem dos alunos.

Encontra-se na literatura alguns exemplos de trabalhos que se caracterizam como cenários para investigação. Cita-se o trabalho de Marcia Falek Rocha, intitulado como: “O estudo da função quadrática a partir dos conceitos de perímetro e área”, trabalho esse em que a autora procura otimizar a área de um campo para determinado perímetro, por meio da investigação matemática. Outro trabalho em que encontra-se cenários para investigação é o de Mariana Lopes Dal Ri e Giliane Bernardi, intitulado como: “Equações do segundo grau e seus gráficos: uma proposta com uso do winplot” trabalho este em que os autores buscam explorar a ideia intuitiva da função e utilizam o aplicativo winplot como instrumento facilitador do processo de ensino aprendizagem.

Ao se sugerir os cenários para investigação, não propõe-se que as atividades nas aulas de matemática sejam pautadas unicamente em atividades investigativas. A forma de aprendizagem originado no paradigma do exercício não deve ser desconsiderada, busca-se então, um equilíbrio de trabalho nos diferentes ambientes ofertando distintos modos de aprendizagem aos alunos.

## **4.2 Softwares**

Utilizar tecnologias nas aulas de matemática, por vezes, pode se tornar uma tarefa árdua. Alguns professores evitam de utilizar esses recursos por preocupação ou receio do ambiente de aprendizagem que poderá surgir, mas é muito importante que ocorra esse medo seja deixado de lado e que se passe a usar todos os recursos disponíveis a fim de que se possa atingir resultados mais satisfatórios no que tange ao ensino dos nossos estudantes.

A evolução da informática na sociedade deve refletir na educação. Seja para qualificação do ensino aprendizagem ou pela necessidade de se incluir essas novas maneiras de aprender e pensar. Convém citar Milani (2001) quando diz:

O computador, símbolo e principal instrumento do avanço tecnológico, não pode ser mais ignorado pela escola. No entanto, o desafio é colocar todo o potencial dessa tecnologia a serviço do aperfeiçoamento do processo educacional, aliando-a ao projeto da escola com o objetivo de preparar o futuro cidadão. (MILANI, 2001, p.175 apud SILVA, 2011, p. 3).

Refletindo-se sobre o que nos diz Milani (2001) e apoiando-se nos estudos de Prado (2014), é importante salientar que o fato de os alunos serem levados ao laboratório de informática da escola e fazerem uso de um software não significa que estejam aprendendo. É importante que se organize um projeto pedagógico na escola que envolva a utilização do computador e seus recursos, assim se faz com que o aluno não seja um simples digitador, mas seja estimulado a produzir conhecimento. É primordial que os softwares passem por uma análise prévia do professor, para que sejam avaliados aspectos relacionados à qualidade, à usabilidade e à eficiência. Neste trabalho utilizou-se o software Geogebra.

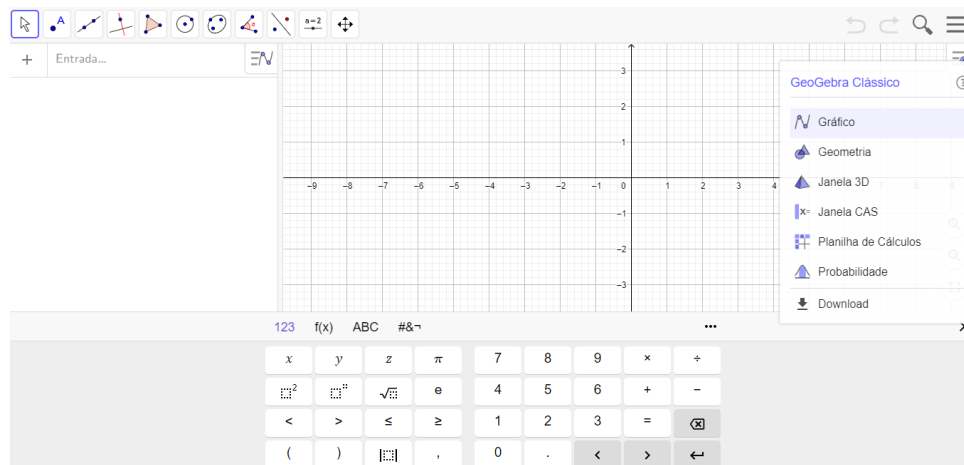
#### **4.2.1 GeoGebra**

O GeoGebra é um software gratuito de matemática. Foi criado, em um projeto iniciado em 2001, para ser utilizado em sala de aula.

O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta etc. Também permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Equações e coordenadas também podem ser inseridas diretamente.

Além de oferecer comandos para encontrar raízes e pontos extremos de uma função. Possui a vantagem didática de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as características geométricas e algébricas de um objeto.

Figura 5 - Ambiente do GeoGebra



Fonte: Ambiente GeoGebra.<sup>2</sup>

Como é possível observar na Figura 5, a interface do aplicativo apresenta opções de botões que representam as ferramentas a serem utilizadas.

---

<sup>2</sup> Disponível em: [https://www.geogebra.org/classic?lang=pt\\_PT](https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT)

## 5. METODOLOGIA

Neste capítulo, inicialmente, apresenta-se a definição da metodologia da pesquisa e o tipo de coleta de dados. Em seguida são apresentados aspectos da operacionalização da pesquisa.

### 5.1 Definição da metodologia

O presente trabalho de pesquisa possui caráter qualitativo, entende-se por pesquisa qualitativa aquela que busca compreender determinados fatos a partir da descrição e decodificação dos aspectos que envolvem o problema. Encontra-se amparo nessa perspectiva no estudo de Neves (1996):

A expressão “pesquisa qualitativa” assume diferentes significados no campo das ciências sociais. Compreende um conjunto de diferentes técnicas interpretativas que visam descrever e a decodificar os componentes de um sistema complexo de significados. Tem por objetivo traduzir e expressar o sentido dos fenômenos do mundo social; trata-se de reduzir a distância entre indicador e indicado, entre teoria e dados, entre contexto e ação. (Neves, 1996, p.1 apud Maanen, 1979, p. 520)

Convém ressaltar, que uma pesquisa é sempre uma forma de obter respostas para uma investigação, com esta perspectiva, neste trabalho optou-se por utilizar como técnica de pesquisa a de observação participante.

A observação participante é também conhecida por pesquisa etnográfica, esse método “caracteriza-se pela interação entre pesquisadores e membros das situações investigadas” (GIL, 2002, p.55). Observando-se o fato deste trabalho ter sido desenvolvido durante a pandemia do Covid-19, onde os protocolos adotados baseiam-se no distanciamento social, perde-se então uma das vantagens da utilização dessa técnica que é a possibilidade de um contato pessoal do pesquisador com o objeto de investigação, o que procurou ser mitigado com a utilização das ferramentas tecnológicas como plataforma de reuniões virtuais, questionários on-line e aplicativos de mensagens.

Os processos elencados na observação participante e utilizados nas pesquisas, buscam compreender o ambiente onde acontece a observação, coletando dados em situações em que as pessoas se encontram desenvolvendo atividades em seus cenários naturais. Para (LIMA, 1999, p.3): “A situação de observador como participante ocorre através de relações breves e superficiais, nas



quais a observação se desenvolve de maneira mais formal, é utilizada muitas vezes para complementar o uso de entrevistas.”.

Por conta das dificuldades encontradas em realizar a coleta de dados por meio da observação participante, devido à pouca participação dos envolvidos, optou-se por utilizar, também, o método de pesquisa exploratória para complementar a obtenção de dados.

Por meio do estudo exploratório, busca-se conhecer com maior profundidade o assunto, de modo a torná-lo mais claro ou construir questões importantes para a condução da pesquisa. De acordo com Raupp (2006). “Uma característica interessante da pesquisa exploratória consiste no aprofundamento de conceitos preliminares sobre determinada temática não contemplada de modo satisfatório anteriormente”. Dessa forma, explorar um assunto significa reunir mais conhecimento e incorporar características inéditas, bem como buscar novas dimensões até então não conhecidas.

Para o campo de pesquisa deste estudo, foi utilizada uma turma de Seminários do Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé. Optou-se por esta turma devido à divergência existente entre os calendários da universidade e das escolas, por conta da pandemia de Covid-19. No período que a atividade teria que ser iniciada, a maior parte das escolas da rede pública de Bagé ainda não tinham iniciado o ano letivo e as poucas que haviam começado ainda estavam em fase inicial de planejamento das aulas para o corrente ano.

Desta forma, a opção viável foi a de contar com a turma de Seminários e procurar fazer com que os acadêmicos pudessem participar das atividades e concomitantemente fossem instigados a revisitar suas memórias para recordar quais foram seus primeiros contatos com o conteúdo de equações do segundo grau.

Cabe ressaltar que o primeiro contato com a turma teve o apoio do professor regente do componente curricular e a partir dessa conversa inicial foi aceito pela turma participar deste momento do trabalho. Ressalta-se que, a partir da concordância da turma, o pesquisador passou a participar das atividades e se envolveu diretamente com a aplicação, o que conforme Marietto (2018), caracteriza o método utilizado como observador participante: “Neste contexto o pesquisador negocia e obtém um consentimento prévio do grupo para poder observá-los e realizar o estudo. Ou seja, o grupo está ciente da sua presença e seus objetivos, e com o passar do tempo tende a ser “aceito” pelo grupo.”.

Como citado anteriormente, o contexto de pandemia que se vive atualmente, fez com que

alguns ajustes fossem necessários. Entende-se que para a melhor caracterização de uma pesquisa de observação participante, fosse necessária uma maior interação entre o observador e os observados, buscando aspectos subjetivos da linguagem corporal, por exemplo.

No entanto, por conta do distanciamento social, todas as interações foram por meios digitais, o que dificultou essa coleta de dados. Com o objetivo de diminuir os danos causados por conta dessa dificuldade, optou-se pela utilização de questionários como ferramenta de pesquisa para complementar a obtenção de dados.

## 5.2 Operacionalização da pesquisa

As tarefas desenvolvidas, foram elaboradas sob a forma de exploração e investigação com a proposta de uma sequência de atividades divididas em três partes. Tomando como ponto de partida as equações do segundo grau.

Na primeira etapa, foi abordado as equações do tipo  $ax^2 + bx + c = 0$  com a utilização do software Geogebra. Foi direcionado o estudo para o comportamento dos gráficos em que os alunos puderam perceber a variação dos mesmos, por meio da manipulação dos coeficientes. Conforme definição apresentada na tabela anterior que define os ambientes de aprendizagem, essa etapa da atividade pode ser considerada do tipo (2) que é caracterizado como um ambiente que envolve números e figuras geométricas.

Na segunda etapa, o objetivo foi fazer com que os alunos associassem os gráficos com algum objeto do cotidiano, dando a eles a oportunidade de investigarem a utilização das equações para algo que possa estar ligado diretamente com seu dia a dia, validando assim a teoria de Skovsmose (2000) de que um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações, sendo eles os principais responsáveis pelo processo.

Deste modo quando os estudantes controlam o processo como um todo, seja explorando ou explicando o quadro de investigação, a ocasião passa a constituir um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes são responsáveis pelo processo. Dessa maneira, as referências à vida real se fazem necessárias para estipular uma reflexão detalhada sobre a maneira como a matemática pode operar na sociedade. Como exemplos de aplicação dos conceitos de gráficos no cotidiano, pode-se

citar os faróis de carro, antenas parabólicas, radares, etc.

Para a terceira etapa, foi proposto a utilização de materiais concretos para a construção de um refletor luminoso com formato de parábola, em que os raios de luz incidiram paralelamente ao eixo de simetria da mesma. Comprovando assim que a utilização das equações do segundo grau estão ligadas diretamente a objetos e situações do cotidiano de todos. Considerando a tabela dos ambientes de aprendizagem criada por Skovsmose, a segunda e terceira etapas da atividade apresentada, podem ser consideradas do tipo (4), pois oferece exercícios baseados na vida real, e há um diálogo entre o professor e o aluno. As etapas da atividade prática estão descritas a seguir.

### **5.2.1 Atividade prática**

No momento em que se trabalha com equações do segundo grau, o discente é encorajado a traçar, interpretar e analisar parábolas. Com isso podem surgir perguntas como: “Será que as parábolas possuem algum tipo de aplicação no nosso cotidiano?” A resposta é sim. E para confirmar essa teoria, essa aplicabilidade será demonstrada por meio de uma atividade prática desenvolvida no trabalho de Prado (2014).

Nesta atividade, os alunos são orientados para a construção de um refletor de raios luminosos, com formato de parábola. Nesse refletor, os raios de luz irão incidir paralelamente ao eixo de simetria dela. O objetivo é que o estudante consiga de forma simples e concreta compreender uma das propriedades das parábolas que são utilizadas nas antenas parabólicas.

Os materiais necessários para a construção do refletor são:

- um suporte de papelão grosso (30 cm x 30 cm);
- uma folha de papel laminado;
- uma cartolina;
- um palito de madeira (palito utilizado para churrasquinho);
- cola;
- fita adesiva transparente;
- uma folha de papel sulfite;
- régua (com tamanho mínimo de 30 cm);
- lápis;

- folha de alumínio;
- uma lanterna com feixe de luz.

Sua construção se dá de acordo com os seguintes passos:

Primeiro, é preciso o molde de uma parábola. Esse molde pode ser construído pelos alunos ou entregue já pronto pelo professor. Esse molde será utilizado para desenhar a parábola na cartolina que deverá ser colada no suporte de papelão. É importante marcar o foco da parábola. A folha laminada deverá ser fixada contornando a parábola. O palito também deve ser encapado com a folha de alumínio e colocado no foco da parábola.

Após a realização desses passos, basta utilizar a lanterna de forma que os raios de luz incidam sobre a superfície parabólica da folha laminada paralelamente ao eixo de simetria da parábola. Caso a construção tenha sido feita corretamente, os alunos verificariam que os raios de luz convergem ao foco. Comprovando assim uma das propriedades das parábolas. Esta atividade deve ser aproveitada para uma análise de alguns objetos que possuem esta propriedade e são úteis no nosso cotidiano. Como por exemplo, as antenas parabólicas e os faróis de carro. Assim os alunos poderão perceber como a Matemática está presente em situações do seu dia a dia que antes eles não imaginavam.

É importante destacar que devido ao enfrentamento da pandemia de COVID-19, e tendo em vista que a aplicação desse trabalho ocorreu em período de distanciamento social, a construção do refletor ocorreu de forma remota em atividade assíncrona por parte dos participantes da pesquisa.

Além do exposto acima, destaca-se que, como medida de ampliação de participação dos estudantes na pesquisa, optou-se por gravar um vídeo<sup>3</sup> demonstrando a aplicação do refletor luminoso. Este vídeo foi disponibilizado aos discentes que não estavam presentes no encontro síncrono que serviu para que se discutisse sobre a aplicabilidade do recurso construído

---

<sup>3</sup> Vídeo disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=8TtDMzSE2Zc>

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os dados da aplicação da atividade, bem como os instrumentos de investigação utilizados e os resultados e discussões da coleta de dados.

### 6.1 Aplicação da atividade

Conforme mencionado anteriormente a aplicação da atividade foi inicialmente pensada para ser aplicada de forma presencial em uma turma do ensino fundamental, mas devido as condições de restrição impostas pelos protocolos adotados para conter a expansão da pandemia do Covid-19 e considerando que as aulas nas escolas da educação básica e as aulas da universidade estavam em calendários distintos, tornou-se um desafio encontrar turma para a aplicação da atividade.

Nesse contexto, optou-se por aplicar as atividades a uma turma de Seminários do Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, em que se procurou uma forma de estabelecer uma relação entre como os universitários aprenderam o conteúdo de equações do 2º grau durante o ensino fundamental e as relações que eles conseguiriam estabelecer após as atividades.

Entende-se que essa adequação no desenvolvimento da pesquisa foi de fundamental importância para que o estudo fosse concluído dentro do cronograma estabelecido.

Em um primeiro momento, como atividade prévia foi criado um questionário com intuito de buscar informações sobre como aconteceu os primeiros contatos destes alunos com as equações do segundo grau e saber também que relação eles fazem entre os cenários para investigação e as equações do segundo grau.

O questionário inicial pode ser observado no Apêndice A.

Dando sequência a atividade por meio da utilização do software Geogebra foi instigado aos estudantes que explorassem o comportamento do gráfico de uma equação do segundo grau conforme suas raízes. Também foram incentivados a criar uma parábola a partir de um ponto e uma diretriz, com o objetivo de apresentar um método para que os alunos conseguissem criar um molde de uma parábola que seria utilizado na segunda parte da atividade.

Após esse primeiro contato com a turma, foi enviado um documento explicando como seria passo a passo e os materiais necessários para a construção de um refletor luminoso, que seria a

parte prática da atividade.

No segundo encontro os estudantes tiveram dificuldades de realizar a tarefa por falta dos materiais necessários, inclusive, este foi um dos principais problemas encontrados no decorrer desta pesquisa. Como nem todos tinham conseguido realizar a construção, optou-se por adaptar fazendo-se a demonstração com a utilização de um refletor já pronto. Obviamente, entende-se que essa não foi a melhor forma de conduzir a atividade e certamente se houvessem condições sanitárias para aulas presenciais esse tipo de problema não teria ocorrido.

Assim, com a demonstração sendo realizada pelo pesquisador, os estudantes puderam perceber a utilização de uma das propriedades da parábola que é a reflexão. Foram indagados pelo autor sobre o que ocorria quando um feixe de luz incide paralelamente ao eixo de simetria do refletor com formato de parabolóide. Neste momento, foi respondido pelos participantes que os raios são refletidos e convergem para o foco, entre outras observações similares.

Em um momento seguinte, para finalizar a aplicação da atividade com os participantes que não participaram do momento síncrono foi disponibilizado vídeos para que pudessem observar a demonstração com o refletor luminoso. O primeiro vídeo elaborado pelo autor demonstrava a utilização de conceitos matemáticos utilizados nas equações do segundo grau e que podem ser percebidos por meio da construção de um refletor luminoso utilizando propriedades da parábola. No segundo vídeo, utilizou-se uma apresentação de trabalho realizada no I Colóquio de Matemática do Pampa, em que a autora apresenta seu trabalho sobre o estudo de funções quadráticas, trabalho este já caracterizado como sendo um trabalho investigativo e foi entregue outro questionário (Apêndice B), para que se pudesse coletar dados acerca das impressões sobre as atividades e possíveis desdobramentos.

Aproveitando-se do fato, de os sujeitos de pesquisa serem estudantes de um curso de licenciatura, buscou-se neste questionário uma reflexão dos mesmos sobre sua trajetória enquanto estudantes da educação básica e atualmente como futuros professores, procurando-se perceber se os objetivos da pesquisa estariam satisfeitos.

## **6.2 Análise e avaliação dos resultados**

O objetivo principal desta pesquisa foi desenvolver uma atividade que propiciasse o uso de

cenários para investigação, utilizando-se dessa metodologia de aprendizagem para perceber como a Matemática está presente em situações do seu dia a dia. Perceber que o conteúdo estudado tem uma aplicação prática pode facilitar e motivar o aprendizado dos alunos.

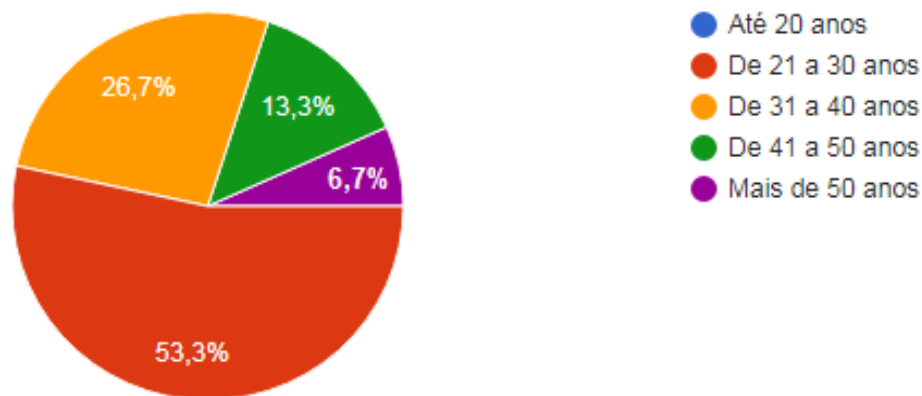
Para análise dos dados buscou-se uma abordagem qualitativa por meio das respostas obtidas nos dois instrumentos de investigação.

### 6.3 Questionário inicial

O questionário inicial teve por objetivo investigar como foi a iniciação do conteúdo abordado com esses alunos quando estavam no Ensino Fundamental. Teve-se por base as referências estudadas que apontam que a significativa parcela dos professores trabalha com esse tema por meio da resolução de exercícios e aplicação da fórmula de Bhaskara.

Na primeira questão, optou-se por identificar a faixa etária desses alunos, assim conseguiu-se identificar se houve alguma mudança nos métodos aplicados no decorrer do tempo, visto que, com o passar dos anos as tecnologias estão avançando e tornando-se cada vez mais acessíveis a todos.

Figura 6 - Faixa etária



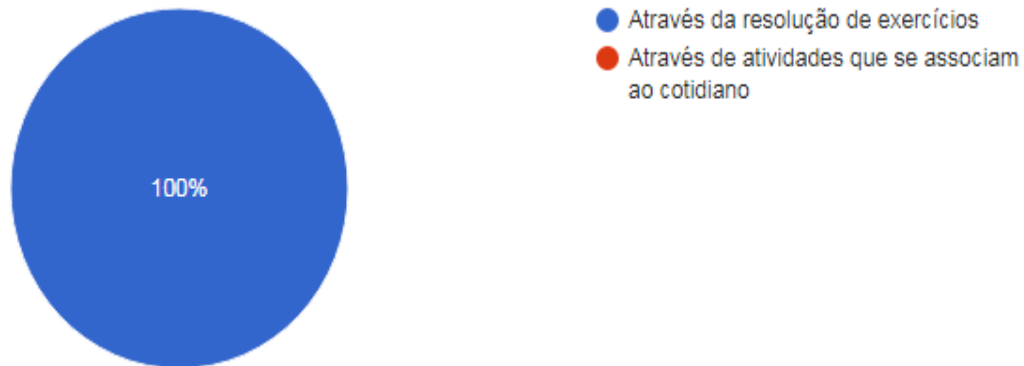
Fonte: Elaborado pelo autor

Percebe-se que pouco mais da metade dos participantes tem entre 21 e 30 anos, o que evidencia que seu contato com a solução das equações do 2º grau se deu entre 10 e 15 anos atrás. Enquanto a outra metade dos participantes tiveram esse contato há mais 25 anos.

Quando questionados sobre como aprenderam a resolver uma equação do segundo grau,

obtivemos os seguintes resultados:

Figura 7 - Como aprenderam a resolver uma equação do segundo grau

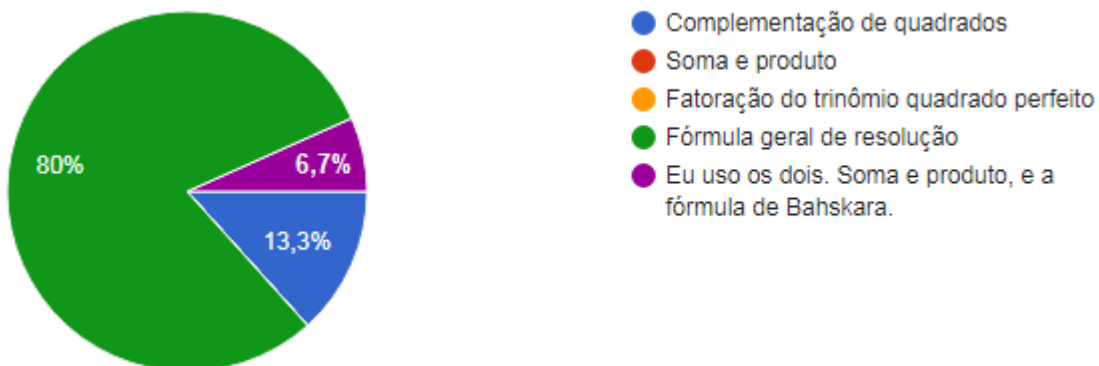


Fonte: Elaborado pelo autor

Considerando a Figura 6 - Faixa etária e a Figura 7, pode-se constatar que independentemente da faixa etária de cada discente, todos aprenderam a resolver as equações do segundo grau por meio da resolução de exercícios, o que confirma a teoria de Skovsmose de que a educação matemática tradicional se enquadra no paradigma do exercício.

Quando foram questionados sobre quais métodos conhecem e qual método mais utilizam a para resolver uma equação do segundo grau, obteve-se o seguinte resultado:

Figura 8 - Método mais utilizado para resolver uma equação do segundo grau





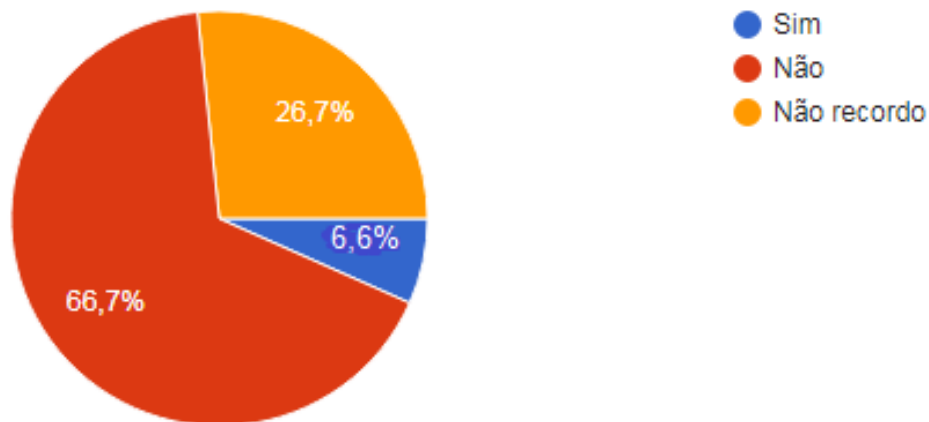
Fonte: Elaborado pelo autor

Observa-se na Figura 8, que 80% dos discentes declaram que o método mais utilizado por eles é a fórmula geral da resolução, outros 13,3% declaram que utilizam a complementação de quadrados, e o restante, ou seja, 6,7% responderam que utilizam a soma e produto e a fórmula de Bhaskara. Nenhum dos discentes respondeu que utiliza a fatoração do trinômio quadrado perfeito para resolver uma equação do segundo grau.

Considerando-se que o estudo das equações do segundo grau normalmente se iniciam no nono ano do ensino fundamental, e levando em conta que os sujeitos dessa pesquisa são estudantes do ensino superior, pode-se cogitar que todos passaram pelo ensino médio e provavelmente já utilizaram os outros métodos, mas mesmo assim a grande maioria mantém como método principal a resolução por meio da fórmula de Bhaskara.

Outro ponto abordado por intermédio do questionário, foi se os professores destes discentes em algum momento do período escolar deles, utilizaram-se de algum recurso para facilitar o ensino das equações.

Figura 9 - Utilização de recurso para facilitar o ensino das equações do segundo grau



Fonte: Elaborado pelo autor

Conforme a Figura 9, pode-se constatar que 66,7% dos discentes foram contundentes e afirmaram que os professores não utilizavam nenhum recurso que facilitasse o ensino das equações, 26,7% responderam que não recordam e 6,6% responderam que sim, ou seja, apesar da grande

maioria não se utilizar de nenhum recurso, existe uma minoria que está se adequando aos novos tempos, o que pode se apontar como um fato positivo.

Acredita-se que à medida que as tecnologias vão avançando esses recursos se tornam mais acessíveis a todos, o que pode acarretar uma mudança de comportamento por parte dos professores e conseqüentemente uma mudança nos métodos de ensino que serão utilizados.

De acordo com os estudantes, a maioria só participou de atividades que se diferenciavam dos métodos normalmente utilizados para resolver as equações do segundo grau, depois que ingressaram no ensino superior. Esse fato pode evidenciar que quanto maior o nível de ensino, mais chances os alunos possuem de participar de atividades diferenciadas, que se utilizam de novas tecnologias e materiais concretos, como a utilização de material dourado que foi citado por alguns alunos.

A opinião dos discentes quanto ao uso de cenários para investigação, deixa claro que apesar de alguns ainda não terem conhecimento aprofundado sobre o tema, todos concordam que a utilização deste método pode contribuir para o desenvolvimento de atividades que busquem uma participação mais crítica dos alunos durante a aplicação do conteúdo trabalhado. Segue então algumas opiniões retiradas do questionário inicial referente ao uso de cenários para investigação: “Acho bastante necessário para melhorar a compreensão do conteúdo e fazer com que os alunos desenvolvam uma prática investigativa e se sintam partes do assunto com um pensamento questionador sobre o tema”.

Em outra resposta podemos perceber que mesmo não tendo desenvolvido nenhuma atividade por meio de cenários para investigação o discente aprova o método: “Nunca trabalhei diretamente com o tema, apenas li brevemente sobre ele. Pelo pouco que sei acredito que um cenário para investigação é uma forma interessante de propiciar aos alunos mais protagonismo no seu processo de aprendizagem, em contraponto aos métodos de ensino onde o aluno não atua ativamente, apenas repete o que o professor faz. Considero tais métodos menos eficazes que um cenário para investigação.”

Percebe-se que, até aqueles que nunca trabalharam com cenários para investigação, acreditam que é importante dar aos alunos a oportunidade de participarem de atividades que fortaleçam o conhecimento de forma mais dinâmica. Acreditam também, que a utilização de novas tecnologias pode ser uma forte aliada neste processo de mudança na cultura do ensino. O que vai

ao encontro do que nos diz Skovsmose (2000, p.14) quanto à importância “que os alunos e professores, juntos, achem seus percursos entre os diferentes tipos de aprendizagem. A rota “ótima” não pode ser determinada apressadamente, mas tem que ser definida pelos alunos e pelo professor”.

Para a questão que se refere à relação que os discentes estabelecem entre cenários para investigação e o ensino das equações do segundo grau, constata-se uma certa dificuldade de conseguirem relacionar os dois assuntos. Os estudantes que já possuíam um certo conhecimento sobre o tema conseguiam estabelecer uma opinião mais precisa, como pode-se perceber na resposta a seguir: “Cenários para investigação permitem um leque de possibilidades de inovação em sala de aula. E esse conteúdo os alunos irão utilizar muito para resolver qualquer equação”.

De forma geral, os discentes não estão acostumados a trabalhar com métodos investigativos e deixam claro suas opiniões quanto ao tema, infere-se isso, observando-se a resposta a seguir: “Como nunca trabalhei diretamente com este tema, não tenho opinião formada. Porém tendo a acreditar que um cenário para investigação bem planejado pelo professor responsável, pode propiciar aos alunos um entendimento mais profundo sobre o que é resolver uma equação do segundo grau e suas possíveis aplicações no cotidiano. Em detrimento de memorizar uma fórmula e aplicá-la sem entender o significado dos cálculos que está realizando”.

É importante destacar que a maioria, afirma a importância de se utilizar métodos alternativos para se lograr êxito no ensino das equações, uns apontam que a utilização de métodos investigativos pode potencializar o desenvolvimento das atividades, tornando-as mais interessantes.

#### **6.4 Relato das observações**

Devido a aplicação da atividade ter sido com a utilização de chamada de vídeo por meio da plataforma do Google Meet, a interação dos discentes foi muito pequena. A maior parte dos alunos não se manifestou pelo microfone e tão pouco com o uso da câmera. Só utilizavam os recursos de áudio e vídeo, quando eram chamados individualmente.

Essa dificuldade de interação entre os estudantes e o professor tem sido comum em tempos de ensino remoto, aliado ao que nos diz Saraiva (2000) “insegurança, necessidade de adaptações rápidas, [...] vêm produzindo professores em estado de exaustão”. Essas dificuldades inerentes ao

ensino remoto refletiram, inclusive, nesta pesquisa, pois encontrou-se um cenário com interação menor do que a esperada o que comprometeu a obtenção de dados para este trabalho.

### **6.5 Questionário final**

O questionário final teve por objetivo fazer uma avaliação sobre a atividade desenvolvida por meio da relação entre os dois vídeos disponibilizados.

Quando questionados sobre qual relação conseguiam fazer entre os vídeos disponibilizados, verifica-se a existência de opiniões discordantes. Enquanto uns afirmam que existe uma relação e se pode perceber observando a resposta a seguir: “Equação do segundo grau, construção dos conceitos através das atividades”.

Outros apesar de conseguirem relacionar os temas de ambos os vídeos, não conseguem identificar uma relação direta entre eles: “Percebi que ambos tratam sobre parábolas, porém não consegui fazer a conexão entre a atividade como o parabolóide e a atividade que trata a parábola sob forma do gráfico da função quadrática para calcular valores de área”.

Para a questão em que foram questionados se conseguiriam relacionar os conteúdos de equações e o refletor luminoso sem ter acesso aos vídeos, a grande maioria afirma que não conseguiria e que o acesso aos vídeos facilitou a associação do conteúdo trabalhado com a utilização desses conceitos na atividade prática desenvolvida.

Quanto à opinião deles sobre a atividade, em que deviam elencar pontos positivos e negativos, todos consideraram a atividade como sendo bastante positiva, pois consideram a utilização de materiais concretos para atividades práticas como uma ferramenta muito importante para auxiliar e facilitar a compreensão dos alunos em relação aos conceitos abordados.

Pode-se perceber a avaliação positiva, por exemplo, na seguinte resposta, “Só vejo pontos positivos, pois, vai preencher uma lacuna que existe na grande maioria das salas de aula, a falta de aplicação para dar sentido aos algoritmos”.

Ainda na mesma questão, outro discente responde: “Atividade bem produtiva, ponto positivo, trabalhar com uma atividade prática facilita o melhor entendimento dos alunos em relação ao conceito abordado”. Entende-se então que é preciso implantar ainda mais a utilização de atividades em que os alunos possam participar de maneira mais ativa, proporcionando a eles

conhecerem e envolverem-se com esse modelo de exercícios.

Como pontos negativos das atividades, os estudantes citaram o custo do material e deram sugestões de que essa atividade seria mais apropriada para ser aplicada em aulas presenciais, o que vem ao encontro com o que foi citado durante este trabalho, de que a atividade fora planejada para o ensino presencial, porém teve de ser adaptada para o ensino remoto devido as restrições impostas pela pandemia do Covid-19.

A opinião dos discentes sobre se a atividade desenvolvida poderia ser trabalhada como cenário para investigação, obteve-se respostas favoráveis. Como pode-se perceber em uma das respostas: “Sem dúvida alguma, é um grande passo que abre muitas reflexões e motivações para que se desperte o interesse pela investigação”.

Todos afirmaram que a atividade possui os requisitos para uma investigação matemática, pois possibilita os alunos a compreenderem a utilização de conceitos matemáticos em situações que até então podem passar despercebidas, por não conseguirem relacionar o uso destes conceitos em cenários que fazem parte do cotidiano de cada um.

Nota-se que existe por parte dos participantes uma vontade de aprofundar seus conhecimentos sobre os métodos citados e conseqüentemente por meio desse conhecimento construído conseguir colaborar com uma mudança no ensino das equações, de maneira que os alunos possam aprender de um modo menos tradicional do que é normalmente utilizado.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho propôs-se a utilização de atividade prática, como uma alternativa de ensino de conceitos matemáticos por meio de cenários para investigação, método esse que permite maior participação dos alunos durante o processo de aprendizagem.

Diante do objetivo proposto por este trabalho, constata-se que a matemática está sendo estudada de uma maneira um pouco descontextualizada, talvez até fora da realidade dos alunos, o que compromete a realização de um processo de ensino e aprendizagem com a qualidade desejada. Esse cenário não favorece a utilização de novas metodologias, as quais tem por finalidade tornar as atividades em sala de aula mais dinâmicas e interessantes.

Para tentar obter respostas sobre como despertar o interesse dos alunos para um tema, até então abordado, aparentemente, na maior parte das vezes apenas se utilizando de fórmulas e resolução de exercícios, apresentou-se uma atividade com materiais concretos que permitiam a aplicação do conteúdo de uma forma menos tradicional.

No decorrer da apresentação prática, foram coletados dados por meio da observação em aula, e se recorreu a utilização de questionários para que os alunos pudessem expor suas ideias e opiniões, para complementar a obtenção de dados para este trabalho.

Considerando o fato de a atividade ser aplicada com alunos do ensino superior, em que eles já possuem um certo conhecimento sobre o assunto e estão mais acostumados a utilização de tecnologias, identifica-se que existe uma vontade de aperfeiçoamento dos métodos que são atualmente utilizados, buscando-se metodologias que proporcionem mais participação dos alunos e tornem o processo de ensino mais prazeroso.

Conclui-se que se faz necessária a busca por métodos de ensino que estejam cada vez mais adaptados ao contexto de utilização das tecnologias. É preciso reforçar esses conhecimentos aos professores que estão em fase de formação e até mesmo para aqueles que já estão em atuação, fomentando ações de formação continuada. Com ações desse tipo, espera-se uma mudança de ideologia, em que os alunos possam participar das aulas não como meros expectadores e sim como colaboradores que podem debater e expressar suas opiniões.

Por fim, conforme os resultados obtidos por meio dos questionários e observações, conclui-se que o uso de tecnologias e atividades baseadas em métodos investigativos é uma ferramenta

adequada para alcançar os objetivos, o que em especial, proporcionou condições para que se concluísse este trabalho com êxito.

## **8 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS**

A partir dos estudos e resultados obtidos na realização deste trabalho, alguns pontos podem ser sugeridos:

- Aplicar a atividade no modo de ensino presencial.
- Realizar as observações em turmas do ensino fundamental ou médio.
- Aprofundar os conceitos de utilização de cenários para investigação e resolução de problemas.



## REFERÊNCIAS

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. **O diálogo de aprendizagem em educação matemática**. Tradução de Orlando Figueiredo. –2.ed.-Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

COSTA, Lúcia Margarete. **Programa nacional de tecnologia educacional (ProInfo) – expansão, democratização e inserção das tecnologias na rede pública**. Quanta comunicação e cultura, v. 01, n. 01, 2015.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. p. 15-19. Disponível em: <https://scholar.google.com.br/scholar?oi=bibs&cluster=9664089317808996648&btnI=1&hl=en> Acesso em: 17 dez. 2020

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 1994.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: matemática – 9º ano**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2015. Disponível em: <https://www.leonardoportal.com/p/apostilas.html>. Acesso em: 30 jan. 2021.

**GeoGebra**. Disponível em: <https://www.geogebra.org/?lang=pt>. Acesso em: 20 jan. 2021.

GUELLI, Oscar. **Contando a história da matemática: História da equação do segundo grau**. 10. ed. São Paulo: Editora Ática, 2009.

GUIMARÃES, Débora Sudatti. **Cenários para investigação matemática no ensino fundamental: Uma experiência com ensino híbrido na modalidade rotação por estações**. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação Mestrado Acadêmico em Ensino – Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, Bagé, 2019.

LIMA, Elon Lages. A equação do 2º grau. **Revista do Professor de Matemática – RPM**, Edição 13, 1998. Disponível em: <https://www.rpm.org.br/cdrpm/13/5.htm>. Acesso em: 21 jan. 2021

MENEZES, Bernarda Souza. **Utilização do Geogebra com *smartphone*: Geometria Dinâmica por meio de um cenário para investigação**. REMAT, Bento Gonçalves, RS, Brasil, v. 4, n. 1, p. 68-77, 2018.

MILANI, Raquel; SILVA, Elivelton Serafim. Atividades Investigativas na Formação Inicial de Professores de Matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 26, 2001.

MORÁN, José. Mudando a educação com metodologias ativas. **Coleção Mídias Contemporâneas**. Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens, v. II, p. 15-33, 2015. Disponível em: <http://rh.unis.edu.br/wp->

content/uploads/sites/67/2016/06/Mudando-a-Educacao-com-Metodologias-Ativas.pdf. Acesso em: 29 nov. 2020.

NAME, Miguel Assis. **Tempo de Matemática**: 9º ano. São Paulo: Editora do Brasil, 1996.

NEVES, José Luis. **Pesquisa qualitativa, usos e possibilidades**. Caderno de pesquisas em administração, São Paulo, v.1, n° 3, 2º sem./1996.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Bolema, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/72994>. Acesso em: 28 jan. 2021.

PRADO, Elza Maria dos Santos. **Um novo olhar sobre o ensino de equação e função do segundo grau**. Dissertação (Mestrado). Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro – UENF, Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, 2014. Disponível em: <https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/05092014Elza-Maria-dos-Santos-Prado.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2021.

RAUPP, Fabiano Maury; BEUREN, Ilse Maria. Metodologia da pesquisa aplicável às ciências. **Como elaborar trabalhos monográficos em contabilidade: teoria e prática**. São Paulo: Atlas, p. 76-97, 2006.

ROMANATTO, Mauro Carlos. Resolução de problemas nas aulas de matemática. **Revista Eletrônica da Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, n. 1, 2012. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/413/178>. Acesso em: 26 abr. 2021.

SARAIVA, Karla; TRAVERSINI, Clarice; LOCKMANN, Kamila. A educação em tempos de COVID-19: ensino remoto e exaustão docente. **Revista Práxis Educativa**. Ponta Grossa, PR: v. 15, e2016289, 2020. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/218250/001121943.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 26 abr. 2021.

SILVA, Gláucia Jaques. **Resolução de problemas envolvendo equações do segundo grau. Monografia (Especialização)**. Pós-Graduação *Lato Sensu* em Especialização em Tecnologia do Ensino em Matemática. Universidade Federal do Pampa, Campus Alegrete, Alegrete, 2011. Disponível em: <http://dspace.unipampa.edu.br:8080/jspui/handle/rii/1804>. Acesso em: 20 jan. 2021.

SILVA, Nélia Caires; ROCHA, Andreia Júlio de Oliveira. **A informática e o ensino da matemática**. Disponível em: <https://docplayer.com.br/17124206-A-informatica-e-o-ensino-da-matematica.html>. Acesso em: 20 jan. 2021.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema** – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n.14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas, SP: Papirus, 2008.

**APÊNDICE A – Questionário inicial**

Pergunta 1: Qual a sua faixa etária?

- Até 20 anos
- De 21 a 30 anos
- De 31 a 40 anos
- De 41 a 50 anos
- Mais de 50 anos

Pergunta 2: Como você aprendeu a resolver uma equação do segundo grau?

- Através da resolução de exercícios
- Através de atividades que se associam ao cotidiano
- Outros

Pergunta 3: Para resolver uma equação do segundo grau, quais métodos você conhece?

- Complementação de quadrados
- Soma e produto
- Fatoração do trinômio quadrado perfeito
- Fórmula Geral de resolução
- Outros

Pergunta 4: Para resolver uma equação do segundo grau, qual método você mais utiliza?

- Complementação de quadrados
- Soma e produto
- Fatoração do trinômio quadrado perfeito
- Fórmula Geral de resolução
- Outros

Pergunta 5: Os professores utilizavam algum recurso para facilitar o ensino das equações do segundo grau?

- Sim
- Não
- Não recordo

Pergunta 6: Em algum momento os professores estabeleceram alguma atividade diferenciada sobre o tema? Quais recursos foram utilizados?

Pergunta 7: Qual sua opinião sobre cenários para investigação? Você já trabalhou com esse assunto?

Pergunta 8: Qual relação que você estabelece entre cenários para investigação e o ensino das equações do 2º grau?

### **APÊNDICE B – Questionário final**

Pergunta 1: Qual relação você faz entre os vídeos disponibilizados?

Pergunta 2: Você conseguiria identificar uma relação entre os conteúdos de equações e o parabolóide, sem o acesso ao vídeo?

Pergunta 3: Qual sua opinião com relação a atividade? Pontos positivos e negativos?

Pergunta 4: Você acha que a atividade desenvolvida pode ser trabalhada como um cenário para investigação?

**APÊNDICE C – Imagens do refletor luminoso construído para a atividade**

