

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

Gabriella Lopes Andrade

**ALGORITMO EVOLUÇÃO DIFERENCIAL MODIFICADO
APLICADO AO PROBLEMA DO DESPACHO ECONÔMICO
DE CARGA**

Alegrete
2019

Gabriella Lopes Andrade

**ALGORITMO EVOLUÇÃO DIFERENCIAL
MODIFICADO APLICADO AO PROBLEMA DO
DESPACHO ECONÔMICO DE CARGA**

Dissertação apresentado ao Programa de Pós-graduação Stricto Sensu em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. João Plínio Juchem Neto

Coorientador: Prof. Dr. Claudio Schepke

Alegrete
2019

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

A553a Andrade, Gabriella Lopes

Algoritmo Evolução Diferencial Modificado Aplicado ao
Problema do Despacho Econômico de Carga / Gabriella Lopes
Andrade.

116 p.

Dissertação(Mestrado)-- Universidade Federal do Pampa,
MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, 2019.

"Orientação: João Plínio Juchem Neto".

1. Evolução Diferencial. 2. Despacho Econômico de Carga. 3.
Otimização. I. Título.

Gabriella Lopes Andrade

**ALGORITMO EVOLUÇÃO DIFERENCIAL
MODIFICADO APLICADO AO PROBLEMA DO
DESPACHO ECONÔMICO DE CARGA**

Dissertação apresentado ao Programa de Pós-graduação Stricto Sensu em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas de Energia

Dissertação defendida e aprovada em: Alegrete – RS, 1º de março de 2019.

Banca examinadora:



João Plínio Juchem Neto

Orientador



Claudio Schepke

Coorientador



Andrea Schwertner Charão

UFSM



Eduardo Machado dos Santos

UNIPAMPA

Este trabalho é dedicado a todos aqueles que
nunca desistiram de sonhar!

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, pois sem ele nada sou e nada posso fazer. Ele me sustentou nos momentos mais difíceis e com minha fé nele encontrei forças para continuar.

Aos meus pais Pedro e Rozangila, que sempre me apoiaram em minhas escolhas. Que me consolaram nos momentos mais difíceis e comemoraram todas as minhas conquistas. Que com imenso amor me incentivaram a seguir correndo em direção dos meus sonhos.

Ao meu orientador, Professor Doutor João Plínio Juchem Neto agradeço pela oportunidade. Agradeço pela paciência, dedicação e competência na orientação. Também agradeço ao meu coorientador Professor Doutor Claudio Schepke, por complementar a orientação com muita dedicação. Agradeço a ambos por terem me ajudarem em cada passo dado, servindo de inspiração e apoio.

Ao meu namorado, companheiro e amigo Gabriel Quintana, que sempre me incentivou a continuar. Agradeço por todo amor, carinho e compreensão. Agradeço por apoiar as minhas escolhas e se manter ao meu lado me apoiando.

Agradeço a todas as pessoas que de alguma forma me apoiaram e torceram por mim. Por todas as orações, preces e pensamentos positivos.

“São nossas escolhas,
mais do que as nossas capacidades,
que mostram quem realmente somos.”
(Harry Potter e a Câmara Secreta)

RESUMO

Este trabalho propõe uma modificação do algoritmo Evolução Diferencial (ED) para solucionar o problema do Despacho Econômico de Carga (DE), no qual deseja-se encontrar o nível de geração de cada unidade geradora de energia termoelétrica que satisfaça a demanda total do sistema ao menor custo, satisfazendo as restrições do problema. O ED é um algoritmo baseado na teoria da seleção natural das espécies de Charles Darwin, onde os indivíduos mais aptos têm mais chances de sobreviver. No ED original têm-se uma população inicial composta de cada possível solução para o problema alvo. Essa população é evoluída através da aplicação dos operadores genéticos de mutação, cruzamento e seleção dos indivíduos a serem inseridos na nova população. A cada iteração do ED uma nova população é gerada, substituindo a antiga, que é descartada. Ao final da execução, o ED deve retornar a melhor solução encontrada. A modificação ao ED (EDM) nesta dissertação considera que, na etapa de seleção, o indivíduo mais apto substitua o antigo na população atual, ao invés de ser inserido na nova população. Para verificar o desempenho do EDM em relação ao ED original, solucionamos um conjunto de funções teste com o objetivo de obter o mínimo global e diferentes instâncias do DE. Ambos algoritmos se mostraram eficazes na minimização das três funções de menor dimensionalidade. Nossos resultados mostraram que o ED se mostrou mais eficaz que o EDM na minimização do conjunto de funções de teste de maior dimensionalidade, apresentando uma solução até 99,99% melhor. Entretanto, nenhum dos algoritmos conseguiu obter a solução ótima. Logo, neste caso é necessário executar um número maior de iterações para a convergência até a melhor solução. Na resolução do DE, o EDM se mostrou mais eficaz que o ED em todos os casos, encontrando uma solução até 10,22% melhor. Além disso, a redução do tempo de computação do EDM em relação ao ED foi de até 98,69%. Logo, confirmamos a eficiência da modificação proposta em relação à versão original do ED.

Palavras-chave: Evolução Diferencial, Despacho Econômico de Carga, Otimização.

ABSTRACT

This work proposes a modification of the Differential Evolution (Evolução Diferencial - ED) algorithm to solve the problem of the Economic Load Dispatch (Despacho Econômico - DE), where it is desired to find the generation level of each thermoelectric generating unit satisfying the total system demand at the lowest cost, satisfying the constraints of the problem. The ED is an algorithm based on the theory of natural selection of species of Charles Darwin, where the fittest are more likely to survive. In the original ED we have an initial population composed of each possible solution to the target problem. This population is evolved through of the genetic operators of mutation, crossover and selection of the individuals to be inserted in the new population. At each iteration of the ED a new population is generated, replacing the old, which is discarded. At the end of execution, the ED should return the best solution found. The modification of the ED (EDM) in this dissertation considers that, in the selection stage, the most able individual will replace the old one in the current population, instead of being inserted in the new population. To verify the performance of the EDM in relation to the original ED, we solve a set of test functions in order to obtain the global minimum and different instances of the DE. Both algorithms were effective in minimizing the three least dimensional functions. Our results showed that ED proved more effective than EDM in minimizing the set of higher dimensional test functions, presenting a solution up to 99.99% better. However, none of the algorithms managed to obtain the optimal solution. In the ED resolution, EDM proved to be more effective than ED in all cases, finding a solution up to 10.22% better. In addition, the computation time reduction of EDM in relation to ED was up to 98.69%. Therefore, we confirm the efficiency of the proposed modification over the original ED version.

Keywords: Economic Load Dispatch, Differential Evolution, Otimization.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Oferta Interna de Energia Elétrica por Fonte de Energia, BEN 2018 Ano Base 2017.	27
Figura 2 – Oferta Interna de Energia Elétrica por Fonte de Energia, BEN 2010 Ano Base 2009.	27
Figura 3 – Limites Mínimo e Máximo da Geração da Unidade i	31
Figura 4 – Pontos de Válvula.	32
Figura 5 – Zonas Proibidas.	33
Figura 6 – Estado de operação	34
Figura 7 – Máximos e Mínimos Locais e Globais.	39
Figura 8 – Taxionomia da Classificação dos Métodos de Otimização Matemáticos.	40
Figura 9 – Fluxograma de um Algoritmo Evolucionário Básico.	43
Figura 10 – Exemplos Bidimensionais de uma Função Objetivo Mostrando suas Linhas de Contorno e o Processo Para Gerar o Vetor Mutante.	46
Figura 11 – Exemplo Bidimensional de uma Função Objetivo Mostrando suas Linhas de Contorno e o Processo para Gerar o Vetor Mutante a Partir do Vetor que Produz a Melhor Solução Combinado com a Escolha Aleatória.	48
Figura 12 – Ilustração do Procedimento de Cruzamento Binomial para um Vetor com Dimensão Igual à 7.	49
Figura 13 – Ilustração do Procedimento de Cruzamento Exponencial para um Vetor com Dimensão Igual à 7, com $n = 2$ e $L = 3$	50
Figura 14 – Gráficos de Convergência das Melhores Soluções.	67
Figura 15 – Convergência das Melhores Soluções Obtidas pelos Algoritmos ED, EDM, PSO (SANTOS et al., 2018) e FA (SANTOS et al., 2018), e a Solução via MML (SANTOS et al., 2018).	75
Figura 16 – Convergência das Melhores Soluções Obtidas pelos Algoritmos ED e EDM para o DE Não Convexo com 15 Unidades Geradoras.	81
Figura 17 – Convergência das Melhores Soluções Obtidas pelos Algoritmos ED e EDM para o Despacho Econômico Não Convexo com 40 Unidades Geradoras.	86
Figura 18 – Convergência das Melhores Soluções Obtidas pelos Algoritmos ED e EDM para o DE com 110 Unidades Geradoras.	91
Figura 19 – Melhores Soluções Obtidas pelos Métodos ED e EDM para Cada um dos Casos de Teste do DE.	93
Figura 20 – Tempo médio de execução dos Métodos ED e EDM para Cada um dos Casos de Teste do DE.	94

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Técnicas de Mutação do Algoritmo de Evolução Diferencial.	46
Tabela 2 – Comparação das Soluções de Diferentes Métodos para o DE Não Convexo com 15 Unidades Geradoras.	52
Tabela 3 – Comparação das Soluções de Diferentes Métodos para o DE Não Convexo com 40 Unidades Geradoras.	56
Tabela 4 – Comparação das Soluções de Diferentes Métodos para o DE Básico com 110 Unidades Geradoras.	58
Tabela 5 – Conjunto de Funções Teste.	64
Tabela 6 – Estatísticas dos Resultados Obtidos pelos Algoritmos PSO (SERAPIÃO, 2009), SFL (SERAPIÃO, 2009), BFO (SERAPIÃO, 2009), ABC (SERAPIÃO, 2009), ED e EDM.	65
Tabela 7 – Melhores Soluções Obtidas pelos Algoritmos ED e EDM, para cada uma das Funções Teste.	66
Tabela 8 – Estatísticas dos Tempos de Execução dos Algoritmos ED e EDM na Minimização do Conjunto de Funções Teste.	68
Tabela 9 – Dados das 15 Unidades Geradoras de Energia Termoelétrica do Problema do Despacho Econômico.	70
Tabela 10 – Melhores Soluções dos Algoritmos ED e EDM, Variando os Parâmetros F e CR , para o DE Clássico com 15 Unidades Geradoras.	71
Tabela 11 – Estatísticas dos Custos Totais (\$/h) encontrados pelos Algoritmos PSO (SANTOS et al., 2018), FA (SANTOS et al., 2018), ED, e EDM na Resolução do DE Clássico com 15 Unidades Geradoras.	72
Tabela 12 – Estatísticas do Número Total de Iterações dos Algoritmos PSO (SANTOS et al., 2018), FA (SANTOS et al., 2018), ED e EDM na Resolução do DE Clássico com 15 Unidades Geradoras.	73
Tabela 13 – Melhores Soluções do DE para os Algoritmos ED e EDM em Comparação com as Melhores Soluções do FA, PSO e a Solução via MML.	74
Tabela 14 – Dados das 15 Unidades Geradoras de Energia Termoelétrica do Despacho Econômico Não Convexo.	77
Tabela 15 – Melhores Soluções dos Algoritmos ED, e EDM, Variando os Parâmetros F e CR , para o Despacho Econômico Não Convexo com 15 Unidades Geradoras Termoelétricas.	78
Tabela 16 – Comparação de Diferentes Métodos na Resolução do DE Não Convexo com 15 Unidades Geradoras.	79
Tabela 17 – Estatísticas dos Custos Computacionais dos Algoritmos ED e EDM na Resolução do DE Não Convexo com 15 Unidades Geradoras.	80

Tabela 18 – Melhores Soluções obtidas pelos Algoritmos ED e EDM na Resolução do Despacho Econômico Não Convexo com 15 Unidades Geradoras.	82
Tabela 19 – Melhores Soluções dos Algoritmos ED, e EDM, Variando os Parâmetros F e CR , para o Despacho Econômico Não Convexo com 40 Unidades Geradoras.	84
Tabela 20 – Comparação de Diferentes Métodos na Resolução do Despacho Econômico Não Convexo com 40 Unidades Geradoras.	85
Tabela 21 – Estatísticas dos Custos Computacionais dos Algoritmos ED e EDM na Resolução do Despacho Econômico Não Convexo com 40 Unidades Geradoras.	86
Tabela 22 – Melhores Soluções obtidas pelos Algoritmos ED e EDM na Resolução do DE Não Convexo com 40 Unidades Geradoras.	87
Tabela 23 – Melhores Soluções dos Algoritmos ED, e EDM, Variando os Parâmetros F e CR , para o Despacho Econômico Básico com 110 Unidades Geradoras.	89
Tabela 24 – Comparação de Diferentes Métodos na Resolução do DE Básico com 110 Unidades.	90
Tabela 25 – Estatísticas do Custo Computacional dos Algoritmos ED e EDM na Resolução do DE Básico com 110 Unidades Geradoras.	91
Tabela 26 – Parâmetros F e CR do ED e do EDM que levaram a Melhor Solução em Cada Caso de Teste do DE.	92
Tabela 27 – Dados das 40 Unidades Geradoras de Energia Termoelétrica do DE Não Convexo.	107
Tabela 28 – Dados das 110 Unidades Geradoras de Energia Termoelétrica do DE.	108
Tabela 29 – Melhores Soluções obtidas pelos Algoritmos ED e EDM na Resolução do Despacho Econômico com 110 Unidades Geradoras.	113

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

APSO	<i>Adaptive-variable Particle Swarm Optimization</i>
APPSO	<i>Anti-predatory Particle Swarm Optimization</i>
ABC	<i>Artificial Bee Colony</i>
ACO	<i>Ant Colony Optimization</i>
AIS	<i>Artificial Immune System</i>
BBO	<i>Biogeography-basead Optimization</i>
BFO	<i>Bacterial Foraging Optimization</i>
BSA	<i>Backtracking Search Algorithm</i>
CCPSO	<i>Chaotic Sequences and Crossover Operation Particle Swarm Optimization</i>
CEP	<i>Classic Evolutionary Programming</i>
CBPSO-RVM	<i>Particle Swarm Optimization Real-valued Mutation</i>
COPSO	<i>Crossover Operation Particle Swarm Optimization</i>
CPSO	<i>Chaotic Particle Swarm Optimization</i>
CSA	<i>Cuckoo Search Algorithm</i>
CSPSO	<i>Chaotic Sequences Particle Swarm Optimization</i>
CTPSO	<i>Constraint Treatment Strategy Particle Swarm Optimization</i>
DE	Despacho Econômico
DEC	<i>Differential Evolution Caotic</i>
DEC-SQP	<i>Differential Evolution Caotic Sequential Quadratic Programming</i>
DE/BBO	<i>Differential Evolution with Biogeography-basead Optimization</i>
DSPSO-TSA	<i>Distributed Sobol Particle Swarm Optimization and Tabu Search Algorithm</i>
ED	Evolução Diferencial
ED-DE	<i>Estimation of Distribuition and Differential Evolution Cooperation</i>
EDM	Evolução Diferencial Modificado

EP	<i>Evolutionary Programming</i>
FA	<i>Firefly Algorithm</i>
FAPSO	<i>Fuzzy Adaptative Particle Swarm Optimization</i>
FAPSO-NM	<i>Fuzzy Adaptative Particle Swarm Optimization Nelder Mead</i>
FEP	<i>Fast Evolutionary Programming</i>
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
GA-PS-SQP	<i>Genetic Algorithm Pattern Search Sequential Quadratic Programming</i>
IA_EDP	<i>Immune Algorithm for Economic Dispatch Problem</i>
IFEP	<i>Improved Fast Evolutionary Programming</i>
IODPSO	<i>Improved Orthogonal Design Particle Swarm Optimization</i>
IODPSO-L	<i>Improved Orthogonal Design Particle Swarm Optimization Local</i>
IODPSO-G	<i>Improved Orthogonal Design Particle Swarm Optimization Global</i>
MDE	<i>Modified Differential Evolution</i>
MFEP	<i>Mutation Fast Evolutionary Programming</i>
MML	<i>Método dos Multiplicadores de Lagrange</i>
MPSO	<i>Modified Particle Swarm Optimization</i>
MsEBBO	<i>Multi-strategy Ensemble Biogeography-based Optimization</i>
MTS	<i>Multiple Tabu Search</i>
MUEDA	<i>Self-adaptive Mixed Distribution Based Univariate Estimation of Distribution Algorithm</i>
NPSO-LRS	<i>New Particle Swarm Optimization Local Random Search</i>
OIWO	<i>Optimization Invasive Weed Optimization</i>
ORCCRO	<i>Opposotional Real Coded Chemical Reaction</i>
PARPSO	<i>Penalty Attractive and Repulsive Particle Swarm Optimization</i>
PC-PSO	<i>Passive Congregation-Basead Particle Swarm Optimization</i>
PS	<i>Pattern Search</i>

PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
PSO-GM	<i>Particle Swarm Optimization with Gaussian Mutation</i>
PSO-LRS	<i>Particle Swarm Optimization Local Random Search</i>
QEA	<i>Quantum Evolutionary Algorithms</i>
RQEA	<i>Real Quantum Evolutionary Algorithms</i>
SA	<i>Simulated Annealing</i>
SAB	<i>Simulated Annealing Best</i>
SAF	<i>Simulated Annealing First</i>
SA-PSO	<i>Simulated Annealing Particle Swarm Optimization</i>
SOH-PSO	<i>Self-organizing Hierarchical Particle Swarm Optimization</i>
SQP	<i>Sequential Quadratic Programming</i>
SQPSO	<i>Species-based Quantum Particle Swarm Optimization</i>
SWT-PSO	<i>Stochastic weight trade-off Particle Swarm Optimization</i>
SOH-PSO	<i>Self-organizing Hierarchical Particle Swarm Optimization</i>
TSA	<i>Tabu Search Algorithm</i>
UC	<i>Unit Commitment</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	Objetivo	26
1.2	Justificativa	26
1.3	Organização do Trabalho	28
2	DESPACHO ECONÔMICO	29
2.1	Despacho Econômico Básico	29
2.2	Restrições	30
2.2.1	Balanco de Potência e Perdas de Transmissão	30
2.2.2	Limites de potência	31
2.2.3	Pontos de Válvula	32
2.2.4	Zonas Proibidas	33
2.2.5	Limites de Rampa	34
2.3	Programação de Unidades Geradoras	35
2.4	Considerações sobre Despacho Econômico	37
3	OTIMIZAÇÃO	39
3.1	Heurísticas Bio-inspiradas	41
3.2	Computação Evolucionária	42
3.2.1	Evolução Diferencial	43
3.3	Operador de Mutação	45
3.4	Operador de Cruzamento	48
3.5	Evolução Diferencial Modificado	50
3.6	Heurísticas Utilizadas para Solucionar o Problema do Despacho Econômico	51
3.7	Considerações sobre Otimização	59
4	ANÁLISE EXPERIMENTAL	61
4.1	Metodologia	61
4.2	Casos de Teste	62
4.2.1	Caso de Teste 1: Otimização Global para Minimização de Funções	63
4.2.2	Caso de Teste 2: Despacho Econômico Clássico com 15 Unidades Geradoras	69
4.2.3	Caso de Teste 3: Despacho Econômico Não Convexo com 15 Unidades Geradoras	76
4.2.4	Caso de Teste 4: Despacho Econômico Não Convexo com 40 Unidades Geradoras	80

4.2.5	Caso de Teste 5: Despacho Econômico Básico com 110 Unidades Geradoras	87
4.2.6	Análise Geral	91
4.3	Considerações sobre Análise Experimental e Perspectivas de Trabalhos Futuros	94
5	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	97
	REFERÊNCIAS	99
	APÊNDICES	105
	APÊNDICE A – DADOS DOS PROBLEMAS DE DESPACHO ECONÔMICO	107
	APÊNDICE B – MELHORES SOLUÇÕES PARA OS PROBLEMAS DE DESPACHO ECONÔMICO	113

1 INTRODUÇÃO

Existem muitos problemas de engenharia difíceis ou impossíveis de serem solucionados através de métodos clássicos de otimização matemática. Isso ocorre devido à dificuldade de formulação da modelagem do problema ou do grande esforço matemático exigido para solucioná-lo, devido a sua não linearidade, não diferenciabilidade ou descontinuidade (SERAPIÃO, 2009). Dessa forma, algoritmos bio-inspirados baseados em populações vêm sendo muito utilizados para solucionar esse tipo de problema.

Os algoritmos bio-inspirados utilizam um método construtivo para a obtenção de uma população inicial, a qual é composta das possíveis soluções para o problema alvo. A partir da população inicial, aplicam-se técnicas de busca local e global para otimizar as soluções da população. Ou seja, melhorá-las de forma a encontrar uma solução ótima (SERAPIÃO, 2009).

Dentre as classes de algoritmos bio-inspirados que mais têm se destacado está a Computação Evolucionária (SERAPIÃO, 2009; SOUZA, 2008), a qual apresenta algoritmos baseados na teoria de seleção natural das espécies de Charles Darwin (DARWIN, 1859). Esse teoria acredita que os indivíduos que melhor se adaptam ao meio ambiente são mais propensos a sobreviver. Este trabalho explora a implementação do algoritmo de Evolução Diferencial (ED) (STORN; PRICE, 1995), o qual é pertencente à classe dos algoritmos de Computação Evolucionária. Além disso, é proposta uma modificação ao algoritmo ED (EDM) com o objetivo de torná-lo mais eficiente. No ED original, a população inicial é aplicada ao processo evolucionário, o qual consiste na aplicação dos operadores genéticos de mutação e cruzamento e seleção dos indivíduos a serem inseridos na nova população. A cada iteração, uma nova população é gerada, substituindo a antiga, que é descartada. No final, o ED retorna a melhor solução encontrada. No EDM, a etapa de seleção é modificada. Ao invés de inserir o indivíduo mais apto na nova população, a seleção gulosa substitui o antigo pelo mais apto na população atual. Dessa forma, a população é atualizada na etapa de seleção gulosa e não substituída ao final da iteração.

O problema alvo deste trabalho é o Despacho Econômico de Carga (DE) (GAING, 2003). O objetivo do DE é o escalonamento das saídas das unidades geradoras de energia de uma usina termoeletrica para encontrar a demanda de carga consumidora a um custo mínimo de operação, que satisfaça todas as restrições de operação das unidades geradoras e as restrições de igualdade e desigualdade impostas (SERAPIÃO, 2009). Devido ao aumento da demanda por energia elétrica nos últimos anos e escassez de recursos hídricos (BEN, 2018), as usinas termoeletricas são de suma importância para a contribuição do suprimento da demanda de energia elétrica (TOLMASQUIM, 2016). Entretanto, o combustível utilizado para a geração de energia por parte das termoeletricas apresenta um alto custo. Logo, justifica-se a importância do uso DE na otimização da operação de sistemas de energia termoeletrica. Além disso, com a resolução do DE poderemos

averiguar o desempenho do EDM em relação ao ED original.

1.1 Objetivo

O objetivo geral desse trabalho é propor uma modificação do algoritmo de Evolução Diferencial clássico para solucionar problemas de Despacho Econômico de Carga. Para alcançar o objetivo geral, têm-se os seguintes objetivos específicos:

- Implementação do método Evolução Diferencial e da modificação proposta em Matlab;
- Aplicação e comparação dos métodos à um conjunto de funções teste básicas;
- Verificação do desempenho dos métodos em relação à outros métodos já utilizados na literatura para solucionar funções teste;
- Aplicação e comparação dos métodos em problemas do Despacho Econômico de Carga de diferentes tamanhos;
- Verificação do desempenho dos métodos em relação à outros métodos já utilizados na literatura para solucionar o Despacho Econômico.

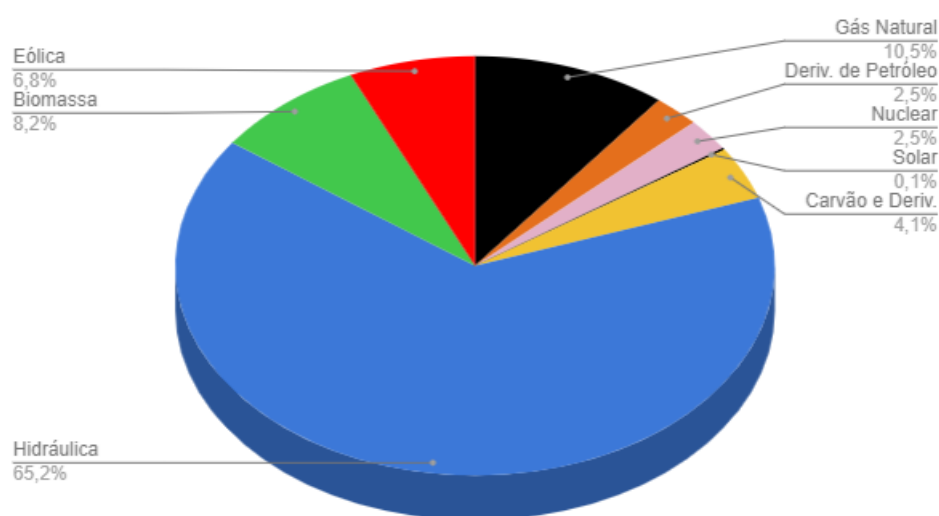
1.2 Justificativa

O sistema elétrico brasileiro é um sistema hidrotérmico de grande porte, onde predomina a geração a partir de usinas hidrelétricas (TOLMASQUIM, 2016). A Figura 1 apresenta o gráfico da matriz elétrica brasileira atual, onde pode ser observado o percentual de energia gerada por fonte (BEN, 2018). Atualmente as usinas hidrelétricas (incluindo importação) representam 65,2% da energia gerada no Brasil, conforme pode ser observado no gráfico da Figura 1. As usinas termoeletricas representam 25,3% da energia gerada, distribuídas entre usinas à biomassa (8,2%), à gás natural (10,5%), à carvão e derivados (4,1%) e usinas nucleares (2,5%). A geração eólica representa 6,8% e a solar 0,13% (BEN, 2018).

A Figura 2 apresenta o gráfico da matriz elétrica brasileira em 2009, onde pode ser observado o percentual de energia gerada por fonte (BEN, 2010). Conforme pode ser observado na Figura 2 o percentual de energia gerada a partir de usinas hidrelétricas (incluindo importação) era de 85,1% em 2009, o qual foi reduzido para 65,2% em 2017, conforme pode ser observado no gráfico da Figura 1. Essa diminuição é devida a escassez dos recursos hídricos ao passar dos anos. Logo, destaca-se a importância das usinas termoeletricas para a contribuição e para a garantia do suprimento de energia nos períodos de escassez hidrológica ou de impossibilidade de geração eólica e solar (TOLMASQUIM, 2016). As usinas termoeletricas aumentaram sua participação na geração de energia

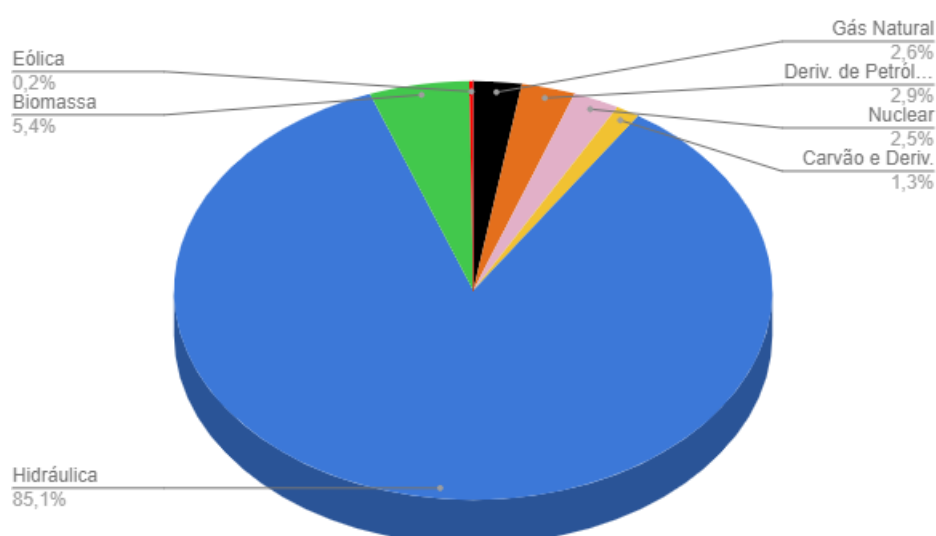
elétrica de 9,3% em 2009 para 25,3% em 2017. Esse aumento deve-se ao gás natural, o qual aumentou sua porcentagem de 2,6% em 2009 para 10,5% em 2017, conforme pode ser observado nas Figuras 1 e 2. Além disso, o consumo de energia no Brasil aumentou em 23,5%, de 426,0 Terawatt-hora (TWh) em 2009 para 526,2 TWh em 2017 (BEN, 2010; BEN, 2018). Logo, justifica-se a importância do uso das termoelétricas para contribuir com o suprimento de demanda de energia no setor elétrico brasileiro.

Figura 1 – Oferta Interna de Energia Elétrica por Fonte de Energia, BEN 2018 Ano Base 2017.



Fonte: Adaptada de BEN (2018, p. 16).

Figura 2 – Oferta Interna de Energia Elétrica por Fonte de Energia, BEN 2010 Ano Base 2009.



Fonte: Adaptada de BEN (2010, p. 13).

Embora o uso das usinas termoelétricas seja de suma importância na contribuição

do suprimento de demanda de energia elétrica, o combustível utilizado para a geração de energia por parte dessas usinas apresenta um custo alto. Logo, justifica-se a importância do uso do Despacho Econômico de Carga (DE) na otimização da operação de sistemas de energia termoeletrica. O objetivo do DE na geração de energia é o escalonamento das saídas das unidades geradoras de energia de uma usina termoeletrica para encontrar a demanda de carga consumidora a um custo mínimo de operação, que satisfaça todas as restrições de operação das unidades geradoras e as restrições de igualdade e desigualdade impostas (SERAPIÃO, 2009). Existem restrições do DE como zonas de operação proibidas para as unidades geradoras, limites de rampa e pontos de válvula que tornam o problema não convexo e difícil de ser solucionado através de métodos de otimização matemáticos clássicos (DE OLIVEIRA; NASCIMENTO Jr; SAAVEDRA, 2008). Dessa forma, justifica-se o uso de heurísticas de otimização, como a Evolução Diferencial, para solucionar esse tipo de problema.

1.3 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado em 5 capítulos. O Capítulo 1 apresenta uma introdução ao tema, os objetivos geral e específicos, a justificativa do trabalho e a organização do texto. O Capítulo 2 apresenta uma descrição geral do problema do DE com as principais restrições aplicadas à ele. O Capítulo 3 apresenta uma revisão sobre heurísticas de otimização e as heurísticas que utilizamos para propor soluções ao problema do DE e a forma como foram implementadas. Além disso, o Capítulo 3 apresenta o estado da arte deste trabalho, com as heurísticas já utilizadas na literatura para propor soluções ao problema alvo. O Capítulo 4 apresenta detalhes da arquitetura utilizada, os parâmetros do problema do DE utilizados, juntamente com os resultados obtidos através da execução das heurísticas ED e EDM para solucionar o DE. O Capítulo 5 apresenta a conclusão deste trabalho e as perspectivas futuras.

2 DESPACHO ECONÔMICO

O problema do Despacho Econômico de Carga (DE) é um problema matemático não linear considerado como subproblema do conjunto de problemas de comprometimento de unidade (*Unit Commitment* - UC) (DE OLIVEIRA; NASCIMENTO Jr; SAAVEDRA, 2008; GAING, 2003). O DE consiste em alocar a demanda total entre as unidades geradoras de energia para que o custo de produção seja minimizado (GOMEZ-EXPOSITO; CONEJO; CANIZARES, 2011). Além disso, deve satisfazer a demanda de carga total do sistema e as restrições de operação prática dos geradores que incluem limites de operação, pontos de válvula, limites de rampa e zonas de operação proibida (GAING, 2003). As unidades geradoras apresentam custos de produção diferentes dependendo da fonte de energia utilizada para produzir a eletricidade (GOMEZ-EXPOSITO; CONEJO; CANIZARES, 2011). Esse trabalho tem como foco o uso de fontes térmicas (biomassa, gás natural, carvão, nuclear) para a geração de energia elétrica. Dessa forma, o DE pode ser considerado como um problema de otimização, no qual deseja-se minimizar a função objetivo que determina o custo total de operação da termoeletrica, satisfazendo as restrições de igualdade e desigualdade do problema (SERAPIÃO, 2009).

2.1 Despacho Econômico Básico

O DE é um problema onde deseja-se encontrar o nível de geração de cada unidade geradora de energia termoeletrica que satisfaça a demanda total do sistema a um custo mínimo (SERAPIÃO, 2009). Logo, o problema do DE pode ser considerado como um problema de otimização, no qual deseja-se minimizar a função objetivo que determina o custo total da produção de energia. Para cada unidade geradora é definida uma função $C_i(P_i)$, que caracteriza os custos de geração em termos da potência produzida.

Considerando um parque de grupos térmicos com n unidades geradoras, o custo total de operação $C(P)$ a ser minimizado é a soma das contribuições das unidades geradoras, dado pela seguinte equação:

$$\min C(P) = \sum_{i=1}^n C_i(P_i) \quad (2.1)$$

onde C_i é o custo de operação para a unidade geradora i (em \$/h) e P_i (em MW) é a potência fornecida por essa unidade. O custo de operação C_i de cada unidade geradora pode ser expresso em função da potência de saída P_i , através da seguinte equação (SERAPIÃO, 2009; GAING, 2003):

$$\sum_{i=1}^n C_i(P_i) = \sum_{i=1}^n \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2 \quad (2.2)$$

onde as variáveis α_i , β_i e γ_i são restrições das características da unidade geradora i (SERAPIÃO, 2009).

No DE básico a potência a ser suprida deve satisfazer o balanço de potência, ou seja, a soma das contribuições das unidades geradoras devem atender a demanda total do sistema P_D (GOMEZ-EXPOSITO; CONEJO; CANIZARES, 2011). O balanço de potência é definido através da seguinte equação:

$$\sum_{i=1}^n P_i = P_D \quad (2.3)$$

sendo que P_D é a potência demandada pela carga; a qual é considerada constante. Além disso, no DE básico não são consideradas as perdas de transmissão ($P_L = 0$).

Segundo Serapião (2009), a função objetivo (2.2) deve ser modificada para contemplar não apenas a distribuição de carga com custo baixo nas unidades geradoras, mas também para satisfazer a restrição de igualdade do sistema. Dessa forma, temos a seguinte função objetivo:

$$\sum_{i=1}^n F_i(P_i) + \phi \left(\text{abs} \left(\sum_{i=1}^n P_i - P_D \right) \right) \quad (2.4)$$

onde ϕ é o fator de penalização para as soluções que não atendem ao equilíbrio no balanço de potência, o qual é uma constante positiva (SERAPIÃO, 2009).

2.2 Restrições

Essa seção apresenta as restrições de operação prática das unidades geradoras, que geralmente são aplicadas ao problema do DE. Estas restrições são: o balanço de potência e perdas de transmissão, limite mínimo e limite máximo de operação das unidades geradoras de energia, pontos de válvula, limites de rampa e a zonas de operação proibidas (GAING, 2003).

2.2.1 Balanço de Potência e Perdas de Transmissão

A potência gerada pelas unidades geradoras deve satisfazer o balanço de potência do problema, a qual deve ser igual à soma da potência demandada pelo sistema e da perda de transmissão total, conforme a seguinte equação:

$$\sum_{i=1}^n P_i = P_D + P_L \quad (2.5)$$

sendo que P_D é a potência demandada pela carga; a qual é considerada constante, e P_L é a perda de transmissão do sistema, a qual é calculada como funções das saídas das unidades geradoras usando a matriz de coeficiente de perda B a partir da fórmula de perdas de Kron (GAING, 2003):

$$P_L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n B_{ij} P_i P_j + \sum_{i=1}^n B_{0i} P_i + B_{00} \quad (2.6)$$

onde B_{ij} é o ij -ésimo elemento da matriz de coeficiente de perda, B_{0i} é o i -ésimo elemento do vetor de coeficiente de perda e B_{00} é a constante do coeficiente de perda (SERAPIÃO, 2009).

Assim como no DE básico, a função objetivo (2.2) deve ser modificada para contemplar não apenas a distribuição de carga com custo baixo nas unidades geradoras, mas também para satisfazer a restrição de igualdade do sistema. Dessa forma, temos a seguinte função objetivo:

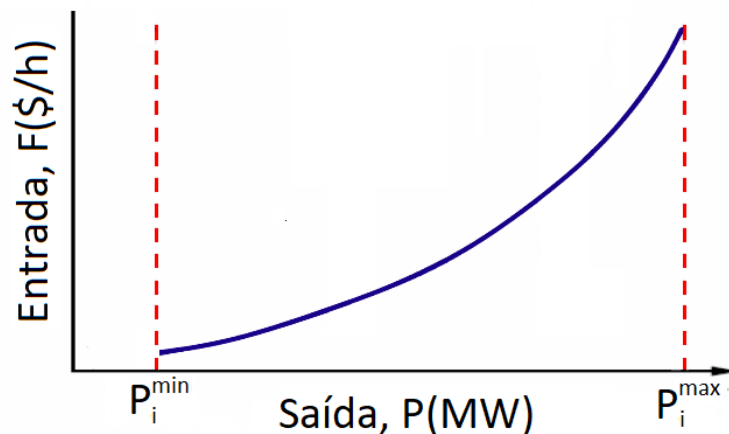
$$\sum_{i=1}^n F_i(P_i) + \phi \left(\text{abs} \left(\sum_{i=1}^n P_i - P_D - P_L \right) \right) \quad (2.7)$$

onde ϕ é o fator de penalização para as soluções que não atendem ao equilíbrio no balanço de carga, o qual é uma constante positiva (SERAPIÃO, 2009).

2.2.2 Limites de potência

Uma das mais comuns restrições impostas ao problema do DE é a restrição de desigualdade relativa aos limites da capacidade de geração de potência (em MW) de cada uma das unidades geradora de energia termoelétrica (SERAPIÃO, 2009). Cada unidade geradora de energia i apresenta limites mínimo P_i^{\min} e máximo P_i^{\max} sobre a potência P_i (em MW) gerada, conforme pode-se observar na Figura 3. Essa Figura apresenta a curva de entrada-saída de uma unidade geradora de energia, onde no eixo y temos a entrada como a função do custo (\$/h) e no eixo x a saída como a potência gerada (em MW).

Figura 3 – Limites Mínimo e Máximo da Geração da Unidade i .



Fonte: Adaptada de De Oliveira, Nascimento Jr e Saavedra (2008, p. 43).

A restrição sobre a potência P_i é dada pela seguinte desigualdade:

$$P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max} \quad (2.8)$$

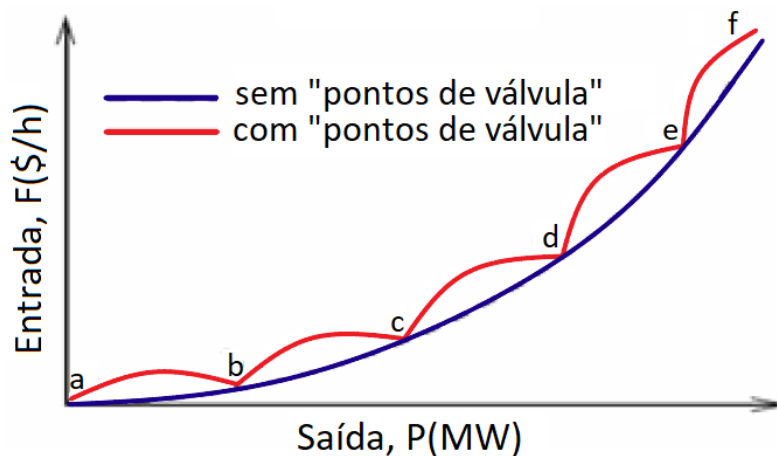
onde P_i^{\min} e P_i^{\max} são respectivamente, as saídas de operação mínima e máxima da unidade geradora i (em MW) (SERAPIÃO, 2009).

Segundo Gomez-Exposito, Conejo e Canizares (2011), quando são consideradas as restrições de limites de potência, juntamente com as restrições de balanço de potência e perdas de transmissão o problema do DE é classificado como clássico.

2.2.3 Pontos de Válvula

A Figura 4 apresenta o efeito dos pontos de válvula na forma de uma função senoidal retificada (DE OLIVEIRA; NASCIMENTO Jr; SAAVEDRA, 2008). Esse efeito de ondulação ocorre quando cada válvula em uma turbina começa a se abrir (WALTERS; SHEBLE, 1993), conforme pode ser observado na Figura 4. Essa Figura apresenta a curva de entrada-saída de uma unidade geradora de energia, onde no eixo y temos a entrada como a função do custo (\$/h) e no eixo x a saída como a potência gerada (MW). Observando a Figura 4 podemos ver que a válvula se abriu nos pontos a , b , c , d , e e f , os quais são conhecidos como pontos de válvula (WALTERS; SHEBLE, 1993).

Figura 4 – Pontos de Válvula.



Fonte: Adaptada de De Oliveira, Nascimento Jr e Saavedra (2008, p. 42).

Geralmente, a função objetivo do DE pode ser modelada como um polinômio quadrático. Os componentes sinusoidais retificados são adicionados à função de custo quadrático e podem ser descritos da seguinte forma:

$$F_i(P_i) = \alpha_i P_i^2 + \beta_i P_i + \gamma_i + \sigma |e_i \times \sin[f_i \times (P_i^{min} - P_i)]| \quad (2.9)$$

onde σ é igual a 1 se existirem pontos de válvula, caso contrário σ é fixado em zero (DE OLIVEIRA; NASCIMENTO Jr; SAAVEDRA, 2008; QIN et al., 2017). Além disso, α_i , β_i , γ_i , e_i e f_i são os parâmetros do gerador i .

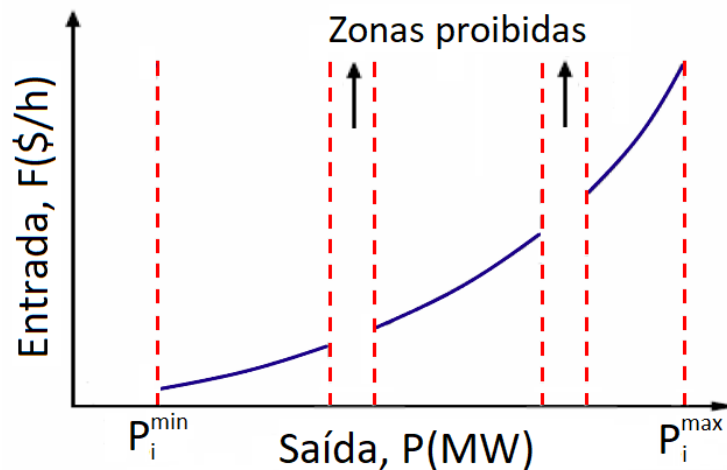
Devido ao efeito dos pontos de válvula as saídas dos geradores possuem como características um alto grau de não linearidades e descontinuidades (GAING, 2003).

2.2.4 Zonas Proibidas

Na prática, toda a faixa de operação de uma unidade geradora nem sempre está disponível devido a limitações de operação físicas (QIN et al., 2017). Segundo De Oliveira, Nascimento Jr e Saavedra (2008), faltas nas máquinas, oscilações das válvulas a vapor no eixo da máquina ou nos serviços auxiliares como caldeiras, bombas de alimentação, entre outros; são fatores que influenciam a criação de zonas de operação proibidas.

A Figura 5 apresenta a curva de entrada-saída de uma unidade geradora de energia, onde no eixo y temos a entrada como a função do custo ($\$/h$) e no eixo x a saída como a potência gerada (MW), onde cada unidade geradora i apresenta uma restrição sobre a potência gerada P_i com limite de operação mínimo P_i^{min} e limite máximo P_i^{max} . As zonas de operação proibidas dividem os limites de operação em várias regiões, como pode ser observado na Figura 5. Logo, além de considerar os limites de operação mínimo e máximo, teremos limites intermediários representando a restrição de zonas de operação proibidas.

Figura 5 – Zonas Proibidas.



Fonte: Adaptada de De Oliveira, Nascimento Jr e Saavedra (2008, p. 43).

É difícil determinar a forma da curva de entrada-saída na vizinhança das zonas proibidas na prática, seja realizando testes de desempenho das máquinas ou através de registros operacionais (DE OLIVEIRA; NASCIMENTO Jr; SAAVEDRA, 2008; GAING, 2003). Logo, a melhor maneira de tratar o problema é ajustar a saída da geração P_i de forma a evitar a operação da unidade nas zonas proibidas (GAING, 2003). As zonas de operação possíveis para uma unidade geradora de energia i são descritas matematicamente da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 P_i^{min} &\leq P_i \leq P_{i,1}^l \\
 P_{i,j-1}^u &\leq P_i \leq P_{i,j}^l, \quad j = 2, 3, \dots, n_i \\
 P_{i,n_i}^u &\leq P_i \leq P_i^{max}
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

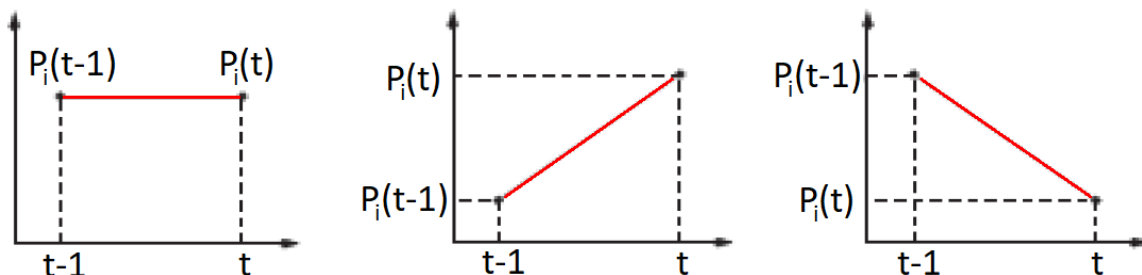
onde $P_{i,j}^l$ e $P_{i,j}^u$ são respectivamente os limites inferior e superior da zona de operação proibida j da unidade geradora i (QIN et al., 2017; GAING, 2003).

2.2.5 Limites de Rampa

Por conveniência na solução do problema de DE, a potência gerada pela unidade geradora é considerada como sendo ajustada de forma suave e instantânea (GAING, 2003). Na prática, a saída do gerador não pode ser ajustada instantaneamente. Logo, a faixa de operação de todas as unidades geradoras é restrita por seus limites de rampa para forçar a operação das unidades continuamente entre dois períodos de operação específicos adjacentes (GAING, 2003).

Conforme pode ser observado na Figura 6, existem três possíveis situações considerando a restrição de limites de rampa quando uma unidade geradora está funcionando passando de um instante $t - 1$ para um instante t . Uma unidade geradora pode operar em um estado permanente ou constante (Figura 6(a)), aumentando sua geração de potência de forma crescente (Figura 6(b)), ou diminuindo sua geração de potência de forma decrescente (Figura 6(c)) (DE OLIVEIRA; NASCIMENTO Jr; SAAVEDRA, 2008).

Figura 6 – Estado de operação



(a) Constante.

(b) Crescente.

(c) Decrescente.

Fonte: Adaptada de De Oliveira, Nascimento Jr e Saavedra (2008, p. 43).

As restrições de desigualdade devido a taxa de limites de rampa para mudanças de geração de unidade são dadas por:

1 Conforme aumenta-se a geração:

$$P_i - P_i^0 \leq UR_i \quad (2.11)$$

2 Conforme diminui-se a geração:

$$P_i - P_i^0 \leq DR_i \quad (2.12)$$

onde P_i é a potência de saída atual da unidade geradora i no instante t ; P_i^0 é a potência de saída anterior da unidade geradora no instante $t - 1$; UR_i e DR_i (em MW) são

respectivamente as restrições de subida e descida do gerador i (QIN et al., 2017; GAING, 2003). A inclusão de limites de taxa de rampa das equações 2.11 e 2.12 modifica os limites de potência de saída conforme pode ser observado na seguinte equação (QIN et al., 2017):

$$\max(P_i^{min}, P_i^0 - DR_i) \leq P_i \leq \min(P_i^{max}, P_i^0 + UR_i) \quad (2.13)$$

2.3 Programação de Unidades Geradoras

Segundo Gomez-Exposito, Conejo e Canizares (2011), o DE considera que todas as unidades geradoras termoeletricas estão funcionando e prontas para a produção de energia. Entretanto, as unidades podem estar de prontidão ou não. Além de alocar a demanda entre as unidades geradoras, calculando a potência gerada por cada uma como no DE, é necessário calcular uma programação de tempo ótima para a partida e a parada das unidades geradoras. Ou seja, é necessário realizar uma programação para determinar quando inicializar uma unidade geradora de energia e quando desligá-la. Porém, os custos de parada e partida podem ser significativos. Logo, as decisões sobre essas variáveis devem ser coordenadas otimamente com os valores contínuos de geração do DE. Se o custo fixo de uma unidade é alto, poderia ser mais econômico operá-la com baixa geração ou simplesmente desligá-la. Entretanto, essa decisão deve ser realizada considerando os custos envolvidos e a possibilidade de reiniciar a unidade quando a demanda aumentar.

As operações de partida e parada das unidades geradoras envolvem decisões binárias, as quais são geralmente modeladas matematicamente utilizando variáveis binárias, resultando em um modelo mais complexo que o do DE. Esse modelo consiste em alocar a demanda entre as unidades geradoras em vários períodos de tempo consecutivos, incluindo a possibilidade de partida e parada das unidades, de tal forma que o custo total dessas operações seja mínimo. Esse problema é uma extensão do DE, o qual é chamado de programação de unidades geradoras ou pré-despacho (PD).

De modo geral, o PD é um problema de programação multi-período que deve incluir restrições de mudança de níveis de potência gerada, ou seja, restrições de limites de rampa. Os limites de rampa limitam o nível de geração de qualquer unidade geradora entre dois períodos de tempo consecutivos. O PD também pode incluir tempos mínimos de funcionamento ou de desligamento, o qual considera que certas unidades térmicas devem permanecer em funcionamento depois de serem inicializadas para atingir um ponto de operação eficiente. Da mesma, se forem desligadas, devem permanecer um certo tempo desligadas. Além disso, inicializar uma unidade geradora de energia implica em um custo extra, o qual está associado com o combustível consumido para que a caldeira esteja em condições de temperatura e pressão, e apta ao trabalho.

O custo do PD multi-período é calculado a partir da seguinte função objetivo:

$$\text{Minimizar}_{P_{i,t}, \forall i, \forall t, u_{it}, \forall i, \forall t} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n C_{i,t}(u_{i,t}, P_{i,t}) + C_{i,t}^{SU} \quad (2.14)$$

onde $C_{i,t}(u_{i,t}, P_{i,t})$ é a função custo da unidade i , $C_{i,t}^{SU}$ é o custo de inicialização da unidade i no começo do período t e n é o número de unidades geradoras. Além disso, a função objetivo 2.14 inclui os custos de operação e inicialização no horizonte de planejamento.

O PD apresenta duas restrições necessárias para modelar os custos de inicialização, as quais são apresentadas nas seguintes equações:

$$C_{i,t}^{SU} \geq C_i^{SU}(u_{it} - u_{i,t-1}) \quad \forall i, \forall t \quad (2.15)$$

$$C_{i,t}^{SU} \geq 0 \quad \forall i, \forall t \quad (2.16)$$

onde C_i^{SU} é o custo de inicialização da unidade i .

No PD também são consideradas as restrições de limites de operação para cada unidade geradora, assim como no DE. Entretanto, no PD considera-se os instantes de tempo por se tratar de um problema multi-período. Logo, os limites de operação são definidos pela seguinte desigualdade:

$$u_{i,t} P_i^{min} \leq P_{i,t} \leq u_{i,t} P_i^{max} \quad \forall i, \forall t \quad (2.17)$$

onde $u_{i,t}$ é uma variável binária que é igual a 1 se a unidade i estiver funcionando durante o período de tempo t e igual a 0 caso contrário, $P_{i,t}$ é o nível de geração da unidade i durante o período t , P_i^{min} é o limite mínimo da unidade i e P_i^{max} é o limite máximo da unidade i .

Assim como no DE, no PD também são consideradas as restrições de limites de rampa, entretanto considerando o multi-período. Logo os limites de rampa são definidos pelas seguintes desigualdades:

$$P_{i,t-1} - P_{i,t} \leq DR_i \quad \forall i, \forall t \quad (2.18)$$

$$P_{i,t} - P_{i,t-1} \leq UR_i \quad \forall i, \forall t \quad (2.19)$$

onde DR_i é a restrição de descida da unidade i e UR_i é a restrição de subida da unidade i .

A restrição de balanço de potência também é considerada no PD, o qual deve considerar todos os períodos de tempo no horizonte de otimização. A restrição de balanço de potência é definida pela seguinte equação:

$$\sum_{i=1}^n P_{i,t} = P_{Dt} \quad \forall t \quad (2.20)$$

onde P_{Dt} é a demanda durante o período de tempo t .

No PD existe uma restrição que estabelece que as variáveis de estado dos geradores sejam binárias:

$$u_{i,t} \in 0, 1 \quad \forall j, \forall t \quad (2.21)$$

Nessa formulação assume-se que $UR_i \geq P_i^{min}$ e $DR_i \geq P_i^{min}$ para qualquer gerador i . Logo, quando uma unidade está em funcionamento, ela tem capacidade suficiente de acelerar para alcançar os níveis mínimos de geração em um único período de tempo.

2.4 Considerações sobre Despacho Econômico

Nesse capítulo foi apresentado o problema do DE, onde o objetivo é encontrar o nível de geração de cada unidade geradora de energia que satisfaça a demanda de carga total do sistema ao menor custo, satisfazendo as restrições de igualdades e desigualdades do problema. Logo, deseja-se minimizar a função objetivo que determina o custo de operação.

Nesse capítulo também foram apresentadas as restrições que podem ser aplicadas ao DE: balanço de potência, perdas de transmissão, limites mínimo e máximo sobre a potência a ser gerada por cada unidade geradora de energia termoeletrica, pontos de válvula, zonas de operação proibidas para cada unidade geradora e limites de rampa.

Nesse capítulo também foi apresentada a extensão do DE, chamada PD. O PD considera que nem todas as unidades geradoras estão em funcionamento e prontas para produzir. As unidades podem ser ligadas ou desligadas. O funcionamento do PD está mais próximo do funcionamento de usinas termoeletricas reais.

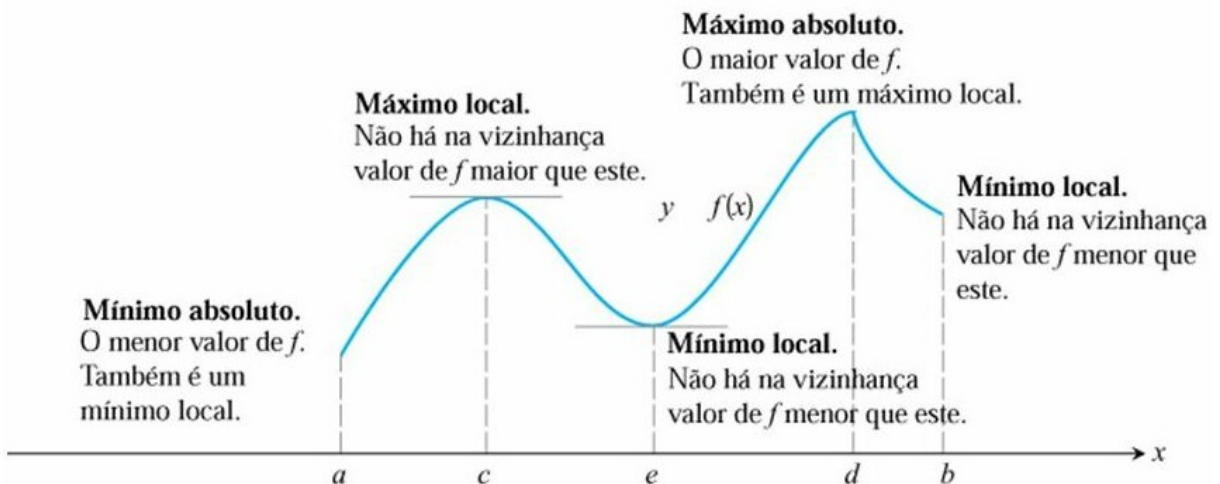
No próximo capítulo iremos apresentar uma introdução sobre otimização, problemas lineares e não lineares e os tipos de métodos utilizados para solucioná-los. Iremos focar nos métodos de otimização baseados na biologia, apresentar as classes de heurísticas bioinspiradas e suas características. Além disso, iremos apresentar as heurísticas que implementamos para solucionar o DE, juntamente com suas características e funcionamento.

3 OTIMIZAÇÃO

No projeto, construção e manutenção de sistemas de engenharia existem várias decisões tecnológicas e gerenciais a serem tomadas pelo engenheiro. Essas decisões têm como objetivo final a minimização do esforço requerido pelo sistema ou a maximização do benefício desejado (RAO, 2009). Segundo Rao (2009), o objetivo final do sistema pode ser expresso como uma função com um certo número de variáveis de decisão, as quais estão sujeitas a restrições que podem limitar a seleção de seus valores (LUENBERGER; YE, 2008). Dessa forma, a otimização pode ser definida como o processo de seleção dos valores das variáveis de decisão, que respeitem as restrições (LUENBERGER; YE, 2008) e forneçam o valor máximo ou mínimo de uma função (RAO, 2009).

A Figura 7 apresenta o gráfico de uma função $y = f(x)$. Neste gráfico estão assinaladas os pontos de abscissas a , b , c , d e e , os quais são chamados de pontos extremos da função. Os valores c e d são chamados de máximos relativos e os valores a , b e e são chamados de mínimos relativos (FLEMMING; GONÇALVES, 2006). Entretanto, observando a Figura 7 vemos que o ponto d é o maior valor da função f , logo, embora o ponto c também seja um máximo, ele é menor que d . Dessa forma, dizemos que d é um máximo absoluto ou global, e c é um máximo local. Da mesma forma, a é o menor valor de f . Logo, a é o mínimo global e conseqüentemente c e b são mínimos locais. Dessa forma, podemos definir otimização como o processo de seleção dos valores das variáveis de decisão, respeitando as restrições (LUENBERGER; YE, 2008), para encontrar o valor máximo ou mínimo global de uma função (RAO, 2009). Ou seja, otimização é o ato de se obter o melhor resultado sob determinadas circunstâncias (RAO, 2009).

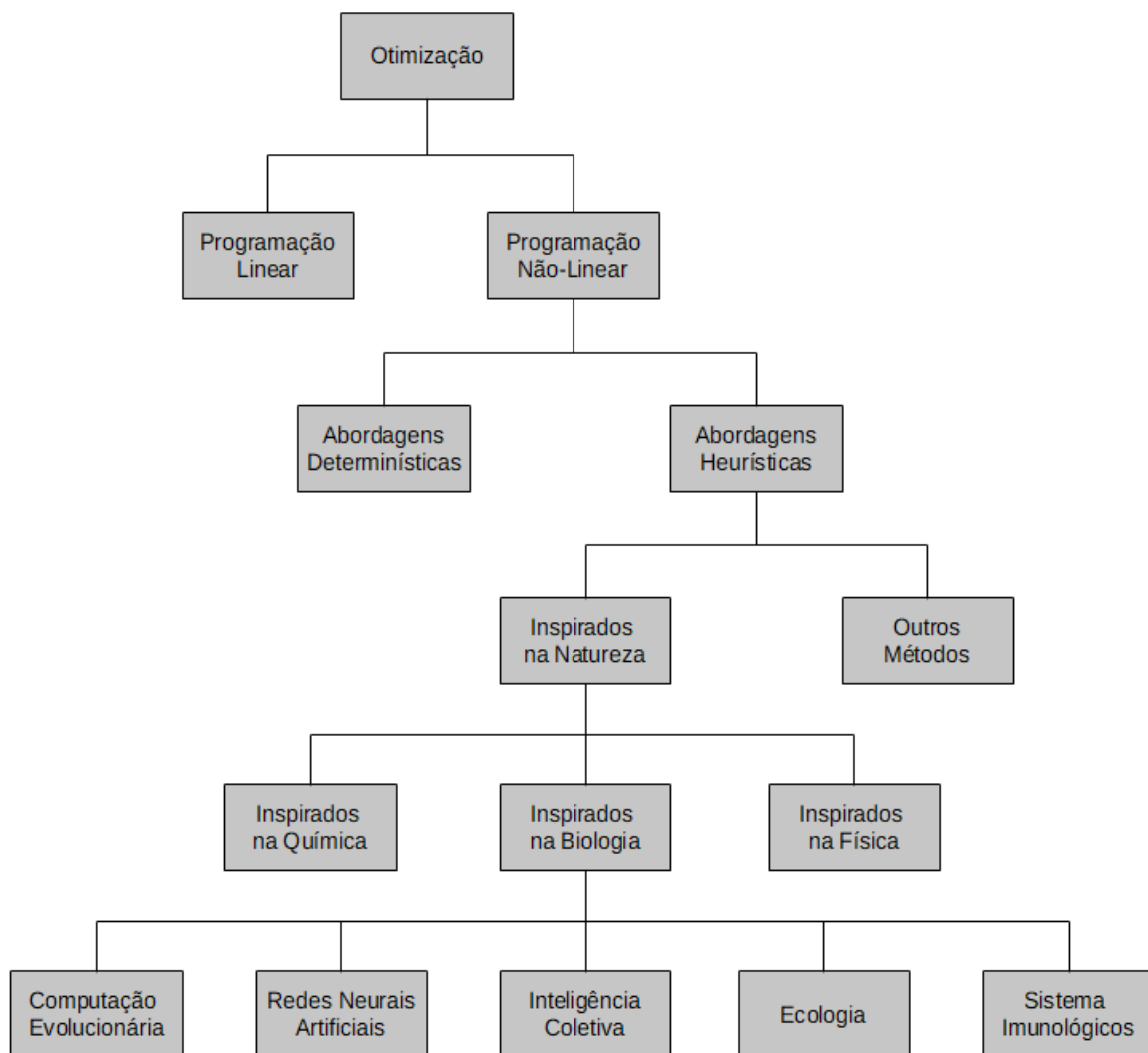
Figura 7 – Máximos e Mínimos Locais e Globais.



Existem vários tipos diferentes de problemas de otimização, logo não há um único método que consiga resolver todos esses problemas de forma eficiente. Por conseguinte, vários métodos foram desenvolvidos para resolver diferentes tipos de problemas de otimização, sendo que o método a ser utilizado depende do tipo de problema a ser resolvido (RAO, 2009). Os problemas de otimização podem ser divididos entre problemas lineares e não lineares (LUENBERGER; YE, 2008), conforme pode ser observado na taxionomia apresentada na Figura 8. Segundo Luenberger e Ye (2008), os problemas lineares são caracterizados por funções lineares, onde o objetivo é linear nas variáveis de decisão e as restrições são igualdades ou desigualdades lineares. Esse tipo de problema é solucionado através da Programação Linear, utilizando métodos de otimização matemáticos clássicos como o método Simplex e o método Dual Simplex (LUENBERGER; YE, 2008).

Os problemas não lineares podem ser solucionados através de métodos determinís-

Figura 8 – Taxionomia da Classificação dos Métodos de Otimização Matemáticos.



Fonte: Adaptada de Binitha e Sathya (2012) e Souza (2008).

ticos ou métodos baseados em heurísticas de otimização, conforme pode ser observado na taxionomia da Figura 8 (SOUZA, 2008). Como exemplos de métodos determinísticos temos o método dos multiplicadores de Lagrange (MML) e o método do gradiente (RAO, 2009), os quais também são classificados como métodos de otimização matemáticos clássicos. Entretanto, existem muitos problemas não lineares difíceis ou impossíveis de resolver através de métodos clássicos de otimização matemática, devido à dificuldade de formulação da modelagem ou do grande esforço matemático exigido em sua resolução (SERAPIÃO, 2009). Dessa forma, os métodos de otimização baseados em heurísticas tornam-se mais eficazes para propor soluções para esse tipo de problema (ANDRADE et al., 2018). Entre as muitas heurísticas de otimização existentes, encontram-se as heurísticas inspiradas na natureza. Essas heurísticas vêm sendo muito utilizadas e podem ser inspiradas na química, na biologia ou na física (SOUZA, 2008; BINITHA; SATHYA, 2012). Dentre estas, nosso trabalho tem como foco principal as heurísticas biologicamente inspiradas.

3.1 Heurísticas Bio-inspiradas

Algoritmos inspirados na biologia (bio-inspirados) vêm sido muito utilizados para propor soluções para alguns problemas de engenharias, os quais são difíceis ou impossíveis de resolver através de métodos clássicos de otimização matemática, devido à dificuldade de formulação da modelagem ou do grande esforço matemático exigido em razão da sua não linearidade, não convexidade ou descontinuidade (SERAPIÃO, 2009). Os algoritmos bio-inspirados utilizam um método construtivo para a obtenção de uma população inicial composta de possíveis soluções do problema alvo, além de técnicas de busca local e global para melhorar as soluções da população, de forma a otimizá-la e assim encontrar uma boa solução (SERAPIÃO, 2009).

Os algoritmos bio-inspirados pode ser divididos entre algumas classes, conforme pode ser visto abaixo (SOUZA, 2008):

- **Computação Evolucionária:** São algoritmos baseados na teoria da seleção natural das espécies de Charles Darwin, onde os indivíduos mais aptos tem mais chances de sobreviver e de adaptar ao meio ambiente (LINDEN, 2008);
- **Redes Neurais Artificiais:** São algoritmos baseados no comportamento cerebral. Uma rede neural é uma rede de elementos, chamados neurônios, os quais possuem a capacidade de aprendizado (SCHALKOFF, 1997);
- **Inteligência Coletiva:** São algoritmos baseados no comportamento coletivo de colônias de insetos sociais e outras sociedades de animais, onde os indivíduos de uma mesma colônia interagem entre si e com o seu meio ambiente (KARABOGA, 2005; SOUZA, 2008);

- **Ecologia:** Também são algoritmos baseados no comportamento coletivo de colônias de insetos sociais e outras sociedades de animais. Entretanto, a interação entre os indivíduos não é dada apenas pelos indivíduos de uma mesma colônia ou espécie. A interação entre os indivíduos é dada em dois níveis, no de espécie, entre os indivíduos de uma mesma espécie (colônia) ou em nível individual, entre espécies diferentes (BINITHA; SATHYA, 2012);
- **Sistemas Imunológicos:** São algoritmos inspirados no sistema imunológico humano, o qual é um sistema adaptativo altamente evoluído, paralelo e distribuído. Algoritmos como este apresentam poderosa capacidade adaptativa de aprendizado e memória (BINITHA; SATHYA, 2012).

A Computação Evolucionária têm sido uma das classes de algoritmos bio-inspirados mais utilizadas para solucionar problemas de engenharia. Esse trabalho tem como foco o algoritmo de Evolução Diferencial (ED) (STORN; PRICE, 1995), o qual é um método de pesquisa paralela pertencente à classe dos algoritmos de Computação Evolucionária.

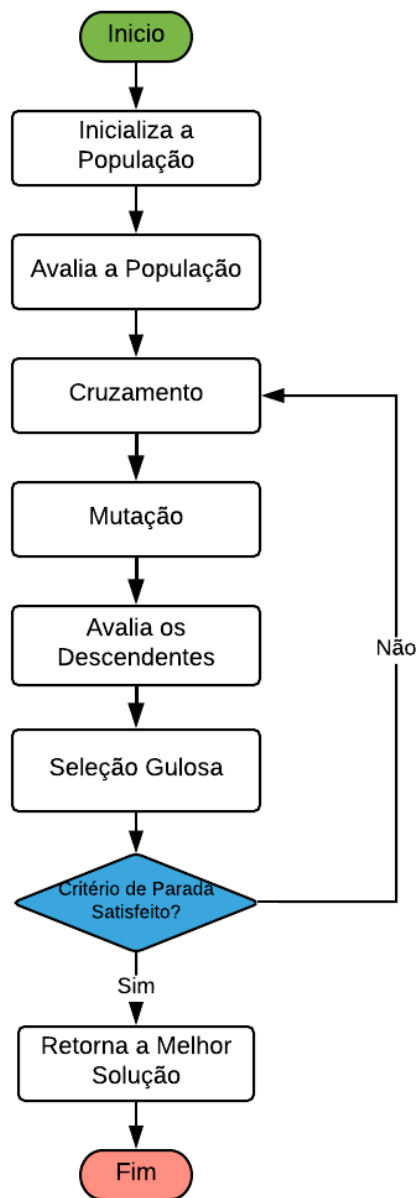
3.2 Computação Evolucionária

A Computação Evolucionária é um exemplo do campo de estudo da inteligência artificial (BINITHA; SATHYA, 2012). É baseada na teoria da seleção natural de Darwin (1859), a qual acredita que os indivíduos que melhor se adaptam ao meio ambiente têm mais chances de sobreviver em relação aos menos adaptáveis. Segundo Darwin (1859), os indivíduos de uma mesma espécie apresentam diferenças entre si, sendo que nem todos os indivíduos apresentam características idênticas. Dessa forma, alguns indivíduos se adaptam melhor ao meio ambiente do que outros. Darwin (1859) também leva em consideração os descendentes produzidos pelos indivíduos de uma população. Embora todos os indivíduos produzam descendentes, os indivíduos que melhor se adaptam têm mais chances de deixarem descendentes adaptáveis, sendo que estes herdam características de seus pais.

A Computação Evolucionária utiliza um processo iterativo que envolve crescimento, desenvolvimento, reprodução, seleção e sobrevivência, como visto em uma população (BINITHA; SATHYA, 2012). A partir da teoria da seleção natural das espécies de Darwin (1859) podemos obter um algoritmo que serve como base para os algoritmos evolutivos, o qual está exemplificado pelo fluxograma da Figura 9.

Existem muitos algoritmos evolutivos, como a Programação Evolucionária (*Evolutionary Programming* - EP) (FOGEL; OWENS; WALSH, 1966), Estratégias Evolutivas (RECHENBERG, 1978), algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithms* - GA) (HOLLAND, 1992), Programação Genética (KOZA, 1992), Evolução Diferencial (ED) (STORN, 1996) e *Paddy Field Algorithm* (PREMARATNE; SAMARABANDU; SIDHU, 2009). A principal diferença entre eles está na forma e na ordem de aplicar os operadores genéticos.

Figura 9 – Fluxograma de um Algoritmo Evolucionário Básico.



Fonte: Adaptado de Storn e Price (1997).

3.2.1 Evolução Diferencial

Segundo Storn e Price (1997), o algoritmo de Evolução Diferencial é um método de pesquisa paralela direta baseado na teoria da evolução das espécies. No ED cada possível solução do problema alvo compõe a população inicial, a qual é avaliada e aplicada ao processo de evolução, o qual consiste em mutar os indivíduos com uma certa probabilidade, cruzar o indivíduo mutante com o indivíduo atual gerando um novo indivíduo e selecionar os indivíduos mais aptos. Ao satisfazer o critério de parada (por número de iterações ou qualidade das soluções), o algoritmo retorna a melhor solução encontrada. O Algoritmo 1 ilustra o comportamento do ED.

Algoritmo 1: Funcionamento do Algoritmo de Evolução Diferencial.

Entrada: NP, F, CR
Saída: *Melhor Solução Encontrada*

- 1 Gera população inicial;
- 2 Avalia todos os indivíduos da população inicial;
- 3 **enquanto** *O critério de parada não for satisfeito* **faça**
- 4 **para** *cada indivíduo da população* **faça**
- 5 Seleciona um indivíduo da população;
- 6 Realiza mutação no indivíduo selecionado;
- 7 Realiza o Cruzamento do indivíduo atual com o mutante com uma certa probabilidade;
- 8 Avalia o descendente gerado;
- 9 Realiza a seleção gulosa;
- 10 **fim**
- 11 Substitui a população antiga pela nova
- 12 **fim**
- 13 **Retorna** *Melhor Solução Encontrada*

Inicialmente, definem-se três parâmetros: o tamanho da população (NP), o fator de perturbação (F) e a probabilidade de ocorrer o cruzamento (CR). Esses parâmetros permanecerão os mesmos durante todo o processo de otimização (STORN; PRICE, 1995). Segundo Storn e Price (1997), os valores mais utilizados para F e CR devem respeitar as seguintes restrições: $F \in [0; 1,2]$ e $CR \in [0; 1]$. Após a definição dos parâmetros, a população inicial é gerada, a qual é composta de NP possíveis soluções para o problema alvo. Considerando um problema alvo com D dimensões, cada solução x_i é um vetor D -dimensional, onde cada posição é gerada aleatoriamente a partir da seguinte equação:

$$x_{i,G} = x_{i,G}^{min} + rand(0, 1)(x_{i,G}^{max} - x_{i,G}^{min}); \quad (3.1)$$

onde min e max são os limites inferior e superior do parâmetro G ($G = 1, \dots, D$) da solução x_i e $rand(0, 1)$ gera um número aleatório entre $[0, 1]$ (STORN; PRICE, 1997).

Após a população inicial ter sido gerada, essa população é então avaliada calculando o valor da função objetivo para cada indivíduo x_i da população NP , onde o valor de cada posição i do vetor $x_{i,G}$ será dada como parâmetro da função objetivo. Se o problema alvo for um problema de maximização, o melhor indivíduo será aquele que produz a maior solução, e da mesma forma, se for um problema de minimização, o melhor indivíduo será aquele que produz a menor solução.

Após a avaliação, a população é aplicada ao processo evolutivo. A ideia fundamental por trás do ED é um esquema para gerar vetores de parâmetros experimentais. Dessa forma, o processo evolutivo gera novos vetores de parâmetros adicionando um vetor de diferença ponderada entre dois indivíduos da população a um terceiro indivíduo (STORN; PRICE, 1995). Esse processo é realizado pelos operadores genéticos de mutação e cruzamento.

A mutação é responsável por modificar ou mutar um vetor através da diferença

ponderada entre dois indivíduos da população. Para cada indivíduo $x_{i,G}$ pertente à população NP , um vetor experimental $v_{i,G+1}$ é gerado. Após finalizar o processo de mutação, ocorre o cruzamento (*crossover*), o qual é a troca de atributos entre os indivíduos da população e os vetores mutantes, de forma a criar um novo vetor modificado (STORN; PRICE, 1995). Segundo Storn e Price (1997), o cruzamento é realizado para aumentar a diversidade dos parâmetros dos vetores perturbados, sendo que ocorre com uma certa probabilidade. Existem diferentes formas de mutar um vetor utilizando ED e duas formas de cruzamento. Para definir a mutação e o cruzamento se utiliza a seguinte notação $ED/x/y/z$, onde x especifica se escolheremos um vetor aleatório para mutar (*rand*) ou o vetor que produz a melhor solução (*best*), y especifica a quantidade de diferenças ponderadas que são utilizadas para a perturbação e z especifica se o tipo de cruzamento a ser realizado será binomial (*bin*) ou exponencial (*exp*) (STORN; PRICE, 1997).

Após o cruzamento, o vetor descendente $v_{i,G+1}$ é avaliado e é realizada a seleção gulosa. Essa etapa consiste na seleção dos indivíduos mais aptos para serem inseridos na nova população. Logo, compara-se a solução obtida através dos parâmetros do indivíduo atual $x_{i,G}$ aplicados à função objetivo com a obtida pela aplicação dos parâmetros do novo indivíduo $v_{i,G+1}$ à função objetivo. Se a solução do indivíduo atual $x_{i,G}$ for melhor que a solução do novo indivíduo $v_{i,G+1}$, $x_{i,G}$ é inserido na nova população. Caso contrário $v_{i,G+1}$ é inserido na nova população (STORN; PRICE, 1997). A cada iteração do algoritmo uma nova população é gerada, substituindo a antiga, que é descartada. No final, o ED deve retornar a melhor solução encontrada.

3.3 Operador de Mutação

A Tabela 1 apresenta as técnicas de mutação do ED, as quais utilizam a notação $ED/x/y$, onde x especifica se escolheremos um vetor aleatório para mutar (*rand*) ou o vetor que produz a melhor solução (*best*), y especifica o número de diferenças ponderadas utilizadas para a perturbação (1 ou 2).

Tabela 1 – Técnicas de Mutação do Algoritmo de Evolução Diferencial.

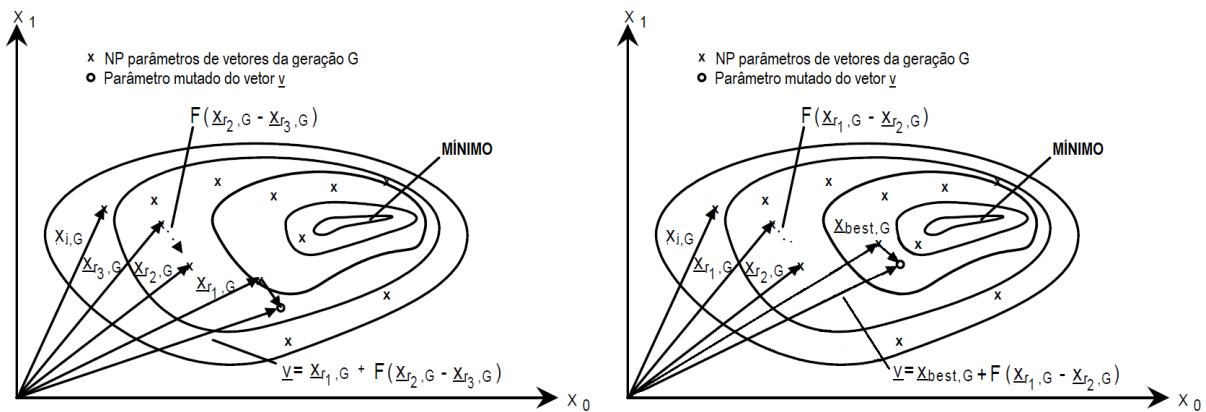
Estratégia	Expressão
ED/ <i>rand</i> /1	$v_{i,G} = x_{r_1,G} + F(x_{r_2,G} - x_{r_3,G})(3.2)$
ED/ <i>best</i> /1	$v_{i,G} = x_{best,G} + F(x_{r_1,G} - x_{r_2,G})(3.3)$
ED/ <i>rand</i> /2	$v_{i,G} = x_{r_1,G} + F(x_{r_2,G} + x_{r_3,G} - x_{r_4,G} - x_{r_5,G})(3.4)$
ED/ <i>best</i> /2	$v_{i,G} = x_{best,G} + F(x_{r_1,G} + x_{r_2,G} - x_{r_3,G} - x_{r_4,G})(3.5)$
ED/ <i>rand-to best</i> /1	$v_{i,G+1} = x_{i,G} + \lambda(x_{best,G} - x_{i,G}) + F(x_{r_2,G} - x_{r_3,G})(3.6)$
ED/ <i>rand-to best</i> /2	$v_{i,G} = x_{i,G} + \lambda(x_{best,G} - x_{i,G}) + F(x_{r_1,G} - x_{r_2,G} + x_{r_3,G} - x_{r_4,G})(3.7)$

Fonte: Adaptada de Storn e Price (1995), Storn (1996), Storn e Price (1997).

A primeira forma de mutação do ED é conhecida como ED/*rand*/1, onde *rand* determina que um vetor escolhido de forma aleatória será utilizado para mutar $x_{i,G}$, e 1 determina a quantidade de diferenças ponderadas utilizadas para a perturbação (STORN, 1996). Com essa mutação é gerado um novo vetor $v_{i,G+1}$ a partir da diferença ponderada entre dois outros vetores da população. Esse procedimento ocorre por meio da Equação 3.2, onde $v_{i,G+1}$ é o valor candidato a substituir $x_{i,G+1}$, ou seja o vetor resultante da mutação. Os valores de r_1, r_2 e $r_3 \in \{1, 2, \dots, NP\}$ são inteiros gerados aleatoriamente, os quais devem ser distintos entre si e diferentes do índice i . F é uma constante real que controla a amplificação da variação diferencial ($x_{r_2,G} - x_{r_3,G}$) e $F \neq 0$ (STORN; PRICE, 1997). Note que o vetor $x_{r_1,G}$, o qual é perturbado para produzir $v_{i,G+1}$ não tem relação com o vetor original $x_{i,G}$, mas é um membro da população escolhido aleatoriamente (STORN, 1996). A Figura 10(a) apresenta um exemplo bidimensional que ilustra os vetores $x_{i,G}$, $x_{r_1,G}$, $x_{r_2,G}$ e $x_{r_3,G}$, os quais desempenham um papel na geração do vetor mutante $v_{i,G+1}$ (STORN; PRICE, 1995). Essa forma de mutação é a mais geral e mais utilizada (DE OLIVEIRA; NASCIMENTO Jr; SAAVEDRA, 2008)

A segunda forma de mutação é conhecida como ED/*best*/1, onde *best* determina que o vetor escolhido para mutar $x_{i,G}$ será o que obtém a melhor solução $x_{best,G+1}$, e 1 determina a quantidade de diferenças ponderadas utilizadas para a perturbação. Essa mutação é realizada por meio da Equação 3.3, onde $v_{i,G+1}$ é o valor candidato a substituir $x_{i,G+1}$ e $x_{best,G}$ é o vetor que gera a melhor solução, ou seja o melhor membro da população. Os valores de r_1 e $r_2 \in \{1, 2, \dots, NP\}$ são inteiros gerados aleatoriamente, os quais devem ser distintos entre si e diferentes do índice i . F é uma constante real que controla a amplificação da variação diferencial ($x_{r_1,G} - x_{r_2,G}$) e $F \neq 0$ (STORN, 1996). A Figura 10(b) apresenta um exemplo bidimensional que ilustra os vetores $x_{i,G}$, $x_{r_1,G}$, $x_{r_2,G}$ e $x_{best,G}$, os quais desempenham um papel na geração do vetor mutante $v_{i,G+1}$ (STORN, 1996).

Figura 10 – Exemplos Bidimensionais de uma Função Objetivo Mostrando suas Linhas de Contorno e o Processo Para Gerar o Vetor Mutante.



(a) A Partir de um Vetor Aleatório.

(b) A Partir do Vetor que Produz a Melhor Solução.

Fonte: Adaptada de Storn e Price (1995, p. 6).

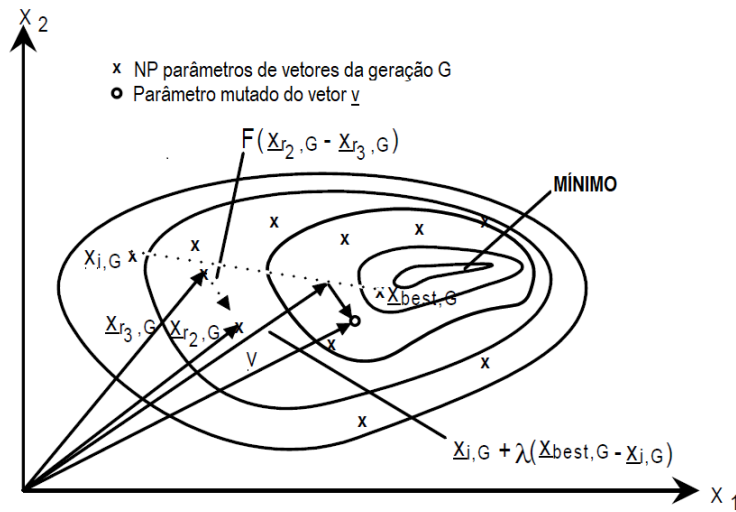
A terceira forma de mutação do ED é conhecida como ED/*rand/2*. Nesse caso também será escolhido um vetor aleatório para mutar $x_{i,G}$, porém são utilizadas duas diferenças ponderadas para realizar a perturbação. Essa mutação é realizada por meio da Equação 3.4, onde $v_{i,G+1}$ é o valor candidato a substituir $x_{i,G+1}$. Os valores de r_1, r_2, r_3, r_4 e $r_5 \in \{1, 2, \dots, NP\}$ são valores inteiros gerados aleatoriamente, os quais devem ser distintos entre si e diferentes do índice i e F é a constante real que controla a amplificação da variação diferencial (STORN, 1996).

A quarta forma de mutação é conhecida como ED/*best/2*. Nesse caso também será escolhido para mutar $x_{i,G}$ o melhor membro da população, porém são utilizadas duas diferenças ponderadas para realizar a perturbação. Essa mutação é realizada por meio da Equação 3.5, onde $v_{i,G+1}$ é o valor candidato a substituir $x_{i,G+1}$ e $x_{best,G}$ é o vetor que gera a melhor solução. Os valores de r_1, r_2, r_3 e $r_4 \in \{1, 2, \dots, NP\}$ são valores inteiros e são gerados aleatoriamente, os quais devem ser distintos entre si e diferentes do índice i e F é a constante que controla a amplificação da variação diferencial (STORN, 1996).

A quinta forma de mutação do ED é conhecida como ED/*rand-to best/1*, onde a a perturbação é realizada entre o melhor membro da população $x_{best,G}$ e o indivíduo atual $x_{i,G}$ e também entre indivíduos da população escolhidos de forma aleatória (STORN, 1996). Essa mutação é realizada por meio da Equação 3.6, onde $v_{i,G+1}$ é o valor candidato a substituir $x_{i,G+1}$ e $x_{best,G}$ é o vetor que gera a melhor solução. Os valores de r_2 e $r_3 \in \{1, 2, \dots, NP\}$ são valores inteiros são gerados aleatoriamente, os quais devem ser distintos entre si e diferentes do índice i . A variável λ controla o ganho do esquema, a qual é utilizada para fornecer um meio de melhorar o ganho do esquema, incorporando o melhor indivíduo da população atual $x_{best,G}$ (STORN; PRICE, 1995). Para reduzir o número de variáveis de controle, geralmente definimos $\lambda = F$ (STORN, 1996). Segundo Storn e Price (1995), esse tipo de mutação pode ser útil para funções objetivos em que o mínimo global é relativamente fácil de encontrar. A Figura 11 mostra um exemplo bidimensional que ilustra os vetores $x_{i,G}, x_{r_2,G}, x_{r_3,G}$ e $x_{best,G}$, os quais desempenham um papel na geração de $v_{i,G+1}$ (STORN; PRICE, 1995).

A última forma de mutação é conhecida como ED/*rand-to best/2*, a qual é semelhante à mutação ED/*rand-to best/1*. Porém neste caso são realizadas duas perturbação entre indivíduos da população escolhidos de forma aleatória, além da perturbação realizada entre o melhor membro da população $x_{best,G}$ e o indivíduo atual $x_{i,G}$ (STORN, 1996). Essa mutação é realizada por meio da Equação 3.7, onde $v_{i,G+1}$ é o valor candidato a substituir $x_{i,G+1}$ e $x_{best,G}$ é o vetor que gera a melhor solução. Os valores de r_1, r_2, r_3 e $r_4 \in \{1, 2, \dots, NP\}$ são inteiros gerados aleatoriamente, os quais devem ser distintos entre si e diferentes do índice i , e λ controla o ganho do esquema.

Figura 11 – Exemplo Bidimensional de uma Função Objetivo Mostrando suas Linhas de Contorno e o Processo para Gerar o Vetor Mutante a Partir do Vetor que Produz a Melhor Solução Combinado com a Escolha Aleatória.



Fonte: Adaptada de Storn e Price (1995, p. 8).

3.4 Operador de Cruzamento

O operador de cruzamento realiza uma troca de atributos entre os indivíduos da população e os vetores mutantes, de forma a criar um novo indivíduo modificado $u = (u_1, u_2, \dots, u_D)$, o qual herdará características de seus pais (STORN; PRICE, 1995). Dessa forma, é possível aumentar a diversidade dos parâmetros dos vetores perturbados (STORN; PRICE, 1997).

No ED, existem duas formas de cruzamento, binomial (*bin*) ou exponencial (*exp*). O cruzamento binomial é devido a experimentos binomiais independentes, o qual é definido pela seguinte equação:

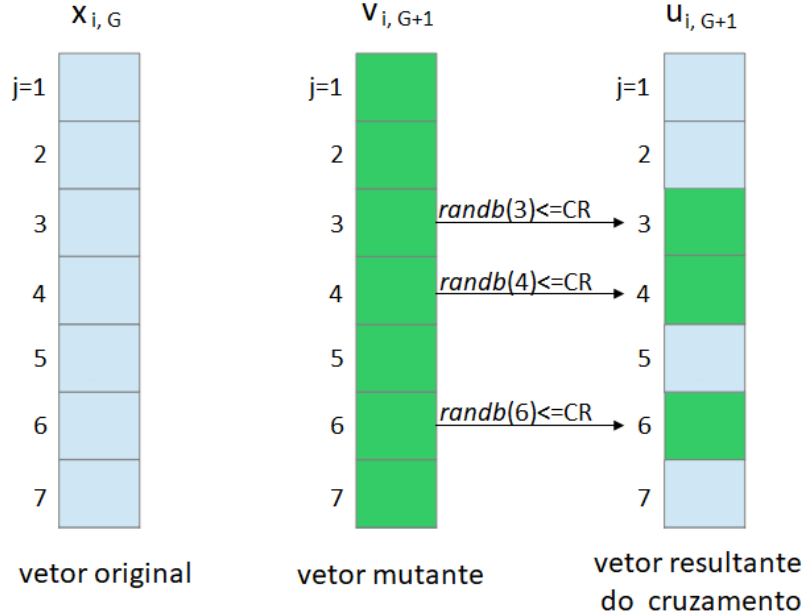
$$u_{ji,G+1} = \begin{cases} v_{ji,G+1}, & \text{se } randb(j) \leq CR \text{ ou } j = rnbr(i), \\ x_{ji,G}, & \text{se } randb(j) > CR \text{ ou } j \neq rnbr(i) \end{cases} \quad (3.8)$$

onde $randb(j)$ é avaliação de número j de um gerador de valores aleatórios uniformes no intervalo de $[0, 1]$, CR é a constante de cruzamento e $rnbr(i)$ é um valor gerado aleatoriamente $\in \{1, 2, \dots, D\}$, o qual garante que $u_{i,G+1}$ obterá pelo menos um parâmetro de $v_{i,G+1}$.

A Figura 13 mostra um exemplo do funcionamento do procedimento do cruzamento binomial para um vetor com 7 dimensões. Nesta Figura temos o vetor original $x_{i,G}$, o qual é um indivíduo da população; e um vetor mutante $v_{i,G+1}$, o qual foi modificado a partir da utilização de uma das técnicas de mutação descritas anteriormente. Para gerar o vetor $u_{i,G+1}$ resultante do cruzamento foi aplicado a equação 3.8. Para as posições 3, 4 e 6 do vetor $u_{i,G+1}$ $randb(j) \leq CR$, logo, $u_{3,G+1}$, $u_{4,G+1}$ e $u_{6,G+1}$ receberão os valores do vetor

mutante $v_{3,G+1}$, $v_{4,G+1}$ e $v_{6,G+1}$, respectivamente.

Figura 12 – Ilustração do Procedimento de Cruzamento Binomial para um Vetor com Dimensão Igual à 7.



Fonte: Adaptada de Storn e Price (1997).

O cruzamento exponencial é definido pela seguinte equação, considerando $u = (u_0, u_1, \dots, u_{D-1})^T$:

$$u_{ji,G+1} = \begin{cases} v_{ji,G+1}, & \text{para } j = \langle n \rangle_D, \langle n+1 \rangle_D, \dots, \langle n+L-1 \rangle_D \\ x_{i,Gj}, & \text{para todos os outros } j \in [0, D-1] \end{cases} \quad (3.9)$$

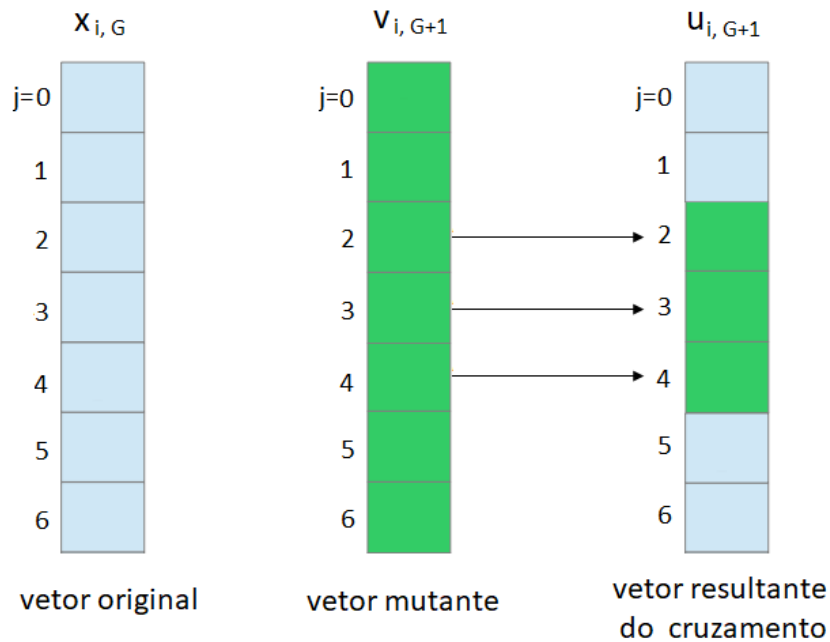
onde os parênteses agudos $\langle \rangle_D$ denotam a função módulo com módulo D , onde n é um número inteiro escolhido aleatoriamente no intervalo $[0, D-1]$ e L é um número inteiro que denota o número de parâmetros que serão trocados, o qual é desenhado a partir do intervalo $[1, D]$. O inteiro L é determinado através do Algoritmo 2, sendo que $rand()$ deve gerar um número aleatório pertencente ao intervalo $[0,1)$ e CR é a probabilidade de cruzamento. Logo, a probabilidade $Pr(L \geq v) = (CR)^{v-1}$, $v > 0$. Os valores de n e L são gerados aleatoriamente para cada novo vetor v (STORN; PRICE, 1995).

Algoritmo 2: Determinando o valor de L .

- 1 $L \leftarrow 0$;
 - 2 **faça**
 - 3 | $L \leftarrow L + 1$;
 - 4 **enquanto** $(rand() < CR)$ e $(L < D)$;
 - 5 **Retorna** L
-

A Equação 3.9 produz uma certa sequência, onde posições consecutivas de u serão idênticas as posições correspondentes de v e os outros elementos de u adquirem os valores

Figura 13 – Ilustração do Procedimento de Cruzamento Exponencial para um Vetor com Dimensão Igual à 7, com $n = 2$ e $L = 3$.



Fonte: Adaptada de Storn e Price (1995, p. 7).

originais de $x_{i,G}$. Esse processo é semelhante aos cruzamentos dos algoritmos GA e ES (STORN; PRICE, 1995). A Figura 13 ilustra o procedimento do cruzamento exponencial para um vetor com 7 dimensões, com $n = 2$ e $L = 3$. Nesta Figura temos o vetor original $x_{i,G}$, o qual é um indivíduo da população; e um vetor mutante $v_{i,G+1}$, o qual foi modificado a partir da utilização de uma das técnicas de mutação descritas anteriormente. Para gerar o vetor $u_{i,G+1}$ resultante do cruzamento foi aplicada a equação 3.9. Para as posições 2, 3 e 4 do vetor $u_{i,G+1}$, $n = 2$, $n = 3$ e $n = 4$, respectivamente. Logo, ambos receberão respectivamente os valores do vetor mutante $v_{2,G+1}$, $v_{3,G+1}$ e $v_{4,G+1}$.

3.5 Evolução Diferencial Modificado

O diferencial deste trabalho está na modificação proposta ao algoritmo ED original, com o objetivo de otimizá-lo e melhorar a qualidade das soluções encontradas. No ED original uma nova população é gerada a cada iteração, substituindo a antiga, que é descartada. Esse processo é realizado utilizando uma cópia da população atual no início do processo evolutivo. Esta cópia é atualizada conforme a etapa de seleção gulosa. Ou seja, os indivíduos mais aptos são inseridos na nova população. Após todos os indivíduos da população passarem pelo processo de evolução, a nova população substitui a antiga, que é descartada (STORN; PRICE, 1997).

Na modificação proposta (EDM), a população é atualizada logo após a etapa de seleção gulosa. Ou seja, se a solução do novo indivíduo $v_{i,G+1}$ for melhor que a solução do

atual $x_{i,G}$, o indivíduo $x_{i,G}$ será substituído na população, caso contrário será mantido. Logo, não haverá a necessidade de criar uma nova população a cada iteração. Dessa forma, aumentaremos a possibilidade de melhorar a solução de um determinado indivíduo.

O Algoritmo 3 apresenta o ED modificado (EDM). Inicialmente, definem-se os parâmetros NP , F e CR , conforme as restrições impostas por Storn e Price (1997), assim como no ED original. Logo após, a população inicial é gerada e avaliada da mesma forma que o ED original, onde o indivíduo que obtiver a menor solução será o mais apto.

Após a avaliação, a população é aplicada ao processo evolutivo, que envolve a seleção de um indivíduo aleatório para ser aplicado aos operadores genéticos de mutação e cruzamento. O cruzamento deve ser realizado com uma certa probabilidade. Logo após, o indivíduo gerado é avaliado e então é realizada a seleção gulosa e a atualização da população. No final o algoritmo EDM deve retornar a melhor solução encontrada.

Algoritmo 3: Funcionamento do Algoritmo de Evolução Diferencial Modificado.

Entrada: NP, F, CR

Saída: *Melhor Solução Encontrada*

- 1 Gera população inicial;
 - 2 Avalia todos os indivíduos da população inicial;
 - 3 **enquanto** *O critério de parada não for satisfeito faça*
 - 4 **para** *cada indivíduo da população faça*
 - 5 Seleciona um indivíduo da população;
 - 6 Realiza mutação no indivíduo selecionado;
 - 7 Realiza o Cruzamento do indivíduo atual com o mutante com uma certa probabilidade;
 - 8 Avalia o descendente gerado;
 - 9 Realiza a seleção gulosa;
 - 10 Atualiza a população;
 - 11 **fim**
 - 12 **fim**
 - 13 **Retorna** *Melhor Solução Encontrada*
-

3.6 Heurísticas Utilizadas para Solucionar o Problema do Despacho Econômico

Existem diferentes problemas do DE com diferentes números de unidades geradoras e diferentes restrições. Iremos apresentar os vários métodos de otimização já propostos para solucionar três casos do DE: DE Não Convexo com 15 unidades (GAING, 2003), DE Não Convexo com 40 unidades (QIN et al., 2017) e o DE Básico com 110 unidades (GHASEMI et al., 2018). No primeiro caso do DE o problema apresenta 15 unidades geradoras de energia termoeletrica, apresenta as restrições de balanço de potência, perdas de transmissão, limites mínimo e máximo de operação das unidades geradoras, zonas de operação proibidas e limites de rampa (GAING, 2003). A restrição de zonas proibidas resulta em um espaço

de decisão são convexo, tornando o problema difícil de ser solucionado através de métodos de otimização matemáticos clássicos. A Tabela 2 apresenta as heurísticas já utilizadas para propor soluções ao DE não convexo com 15 unidades geradoras de energia.

A primeira solução para o DE não convexo com 15 unidades foi proposta por Gaing (2003) através de dois métodos de otimização. Um é o algoritmo genético (*Genetic Algorithm* - GA) baseado na teoria da seleção natural das espécies de Darwin (1859), que envolve mutação, cruzamento e seleção de indivíduos. O outro é um algoritmo de otimização por enxame de partículas (*Particle Swarm Optimization* - PSO), composto por indivíduos capazes de interagir entre si e com o meio ambiente, os quais mudam de direção e velocidade para encontrar o local dentro do espaço de busca que leve a melhor solução possível.

Um algoritmo baseado no funcionamento do sistema imunológico dos vertebrados, chamado de Sistema Imunológico Artificial (*Artificial Immune System* - AIS) foi proposto por Panigrahi et al. (2007). O AIS é baseado na tarefa de defesa do corpo a ataques estrangeiros através do sistema imunológico, o qual contém moléculas, células e órgãos organizados hierarquicamente para realizar tal defesa.

Três métodos diferentes foram propostos por Pothiya, Ngamroo e Kongprawechnon (2008) para solucionar o DE. Um algoritmo de Busca Tabu (*Tabu Search Algorithm* - TSA), onde escolhe-se de forma aleatória uma solução viável e tenta-se encontrar um melhor vizinho para a solução atual. Outro algoritmo foi uma modificação ao TSA, baseado em busca tabu de formas múltiplas (*Multiple Tabu Search* - MTS), onde utiliza-se várias

Tabela 2 – Comparação das Soluções de Diferentes Métodos para o DE Não Convexo com 15 Unidades Geradoras.

Método	Custo Mín. (\$/h)	Método	Custo Mín. (\$/h)
PSO	32.858,00	CSPSO	32.704,45
GA	33.113,00	COPSO	32.704,45
AIS	32.854,00	CCPSO	32.704,45
MTS	32.716,87	MPSO	32.738,42
TSA	32.762,12	ABC	32.707,85
SA	32.786,40	FA	32.704,50
APSO	32.742,78	SWT-PSO	32.704,45
SA-PSO	32.708,00	MsEBBO	32.692,40
PC PSO	32.775,36	SQPSO	32.704,57
SOH-PSO	32.751,00	IA EDP	32.698,20
DSPSO-TSA	32.715,06	IODPSO-G	32.692,39
MDE	32.704,90	IODPSO-L	32.692,39
CTPSO	32.704,45		

Fonte: Adaptada de Qin et al. (2017, p. 13).

soluções iniciais para aumentar a probabilidade de alcançar a região onde existe uma solução ótima. O último método proposto foi o algoritmo de recozimento ou resfriamento simulado (*Simulated Annealing* - SA), o qual também é uma técnica probabilística. O SA é baseado no processo de resfriamento térmico, o qual inicia pela liquidação de um cristal em alta temperatura. Logo após, essa temperatura é reduzida lentamente e gradativamente até que o ponto de solidificação do cristal seja alcançado, quando o sistema atinge um estado de energia mínima (LOPES et al., 2004).

Uma variante do método PSO foi proposta por Panigrahi, Pandi e Das (2008), a qual contém uma população de partículas variavelmente adaptativas (*Adaptive-variable Population Particle Swarm Optimization* - APSO). No APSO a posição da partícula é ajustada de forma que a melhor partícula, que melhor se adapta ao meio ambiente, se mova lentamente quando comparada com as demais menos adaptadas.

No trabalho de Kuo (2008) foi proposto um algoritmo que combina as vantagens das técnicas SA e PSO, conhecido como SA-PSO. O PSO pode converter prematuramente devido a não utilização de probabilidade. Dessa forma, as partículas se movimentarão a partir da aceitação do movimento pela adição de um esquema de recozimento do SA e um processo de decisão de probabilidade da metrópole.

Dois métodos diferentes foram propostos por Chaturvedi, Pandit e Srivastava (2008). O primeiro é o PSO baseado na congregação passiva (*Passive Congregation-Based Particle Swarm Optimization* - PC_PSO), onde a congregação passiva contém forças que atraem uma partícula para outros membros do enxame. O segundo é o PSO com partículas hierarquizadas auto-organizáveis (*Self-organizing Hierarchical Particle Swarm Optimization* - SOH-PSO), onde as partículas seguem rapidamente em direção à uma solução ótima local.

Um método baseado em PSO e Busca Tabu foi proposto por Khamsawang e Jiriwibhakorn (2010), o qual foi chamado de *Distributed Sobol Particle Swarm Optimization and Tabu Search Algorithm* (DSPSO-TSA). O PSO foi modificado com o objetivo de aumentar a capacidade de busca, a convergência e a qualidade das soluções encontradas. Para isto, foi aplicada a sequência de Sobol para gerar um fator de inércia e um processo distribuído é utilizado para alcançar rapidamente a solução global.

Foi proposto por Amjady e Sharifzadeh (2010) um algoritmo de Evolução Diferencial modificado (*Modified Differential Evolution* - MDE), o qual também é baseado na teoria da evolução natural das espécies de Darwin (1859). No MDE os processos evolucionários de mutação e seleção são inspirados nos métodos PSO, GA e SA. O GA também é um método evolutivo assim como o ED. Entretanto, o que os difere é a forma de utilizar os operadores genéticos. No GA são selecionados alguns indivíduos da população para realizar o cruzamento, logo após é realizada a mutação nos indivíduos gerados a partir do cruzamento. No final ocorre a seleção gulosa, onde são escolhidos os indivíduos a serem inseridos na nova população. Já no ED todos os indivíduos são aplicados aos operadores

genéticos. No ED inicialmente é realizada a mutação em um indivíduo da população, logo após é realizado o cruzamento do indivíduo modificado com outros indivíduos da população e por fim a seleção gulosa.

No trabalho realizado por Park et al. (2010) foi proposta uma comparação entre quatro variantes do método PSO para resolver o DE. Um PSO convencional com estratégia de tratamento de restrições (CTPSO), um PSO com sequências caóticas (CSPSO), um PSO combinado com a técnica de cruzamento (COPSO) e um PSO com sequências caóticas e técnica de cruzamento (CCPSO). Ambas variações do PSO retornaram ao mesmo resultado para o DE.

Uma modificação do método PSO (*Modified Particle Swarm Optimization* - MPSO) foi proposta por Neyestani, Farsangi e Nezamabadi-Pour (2010) para tratar a convergência prematura das soluções que não são garantidas como extremas locais. O MPSO se difere do PSO controlando a diversidade de pequenas populações.

Um algoritmo baseado no comportamento de uma colônia de abelhas reais (*Artificial Bee Colony* - ABC) foi utilizado no trabalho proposto por Hemamalini e Simon (2010). O ABC é baseado no processo de forrageamento de uma colônia de abelhas, ou seja, no processo de saída das abelhas da colméia em busca de alimentos (néctar) no meio ambiente (KARABOGA, 2005).

Um algoritmo baseado em um enxame de vaga-lumes (*Fireflies Algorithm* - FA) foi proposto por Yang, Hosseini e Gandomi (2012). O FA associa a luz dos vaga-lumes à função objetivo, logo, quanto mais intensa for a luz do vaga-lume (brilho) melhor é a solução (YANG, 2009).

Uma variante do PSO foi proposta por Chalermchaiarbha e Ongsakul (2013), chamada PSO com equilíbrio de peso estocástico (*Stochastic weight trade-off Particle Swarm Optimization* - SWT-PSO). A técnica SWT-PSO realiza um equilíbrio entre a exploração global e a exploração local durante o processo de busca. Evitando assim, a convergência prematura do PSO convencional.

Um algoritmo de otimização multiestratégia baseado em biogeografia insular (*Multi-strategy Ensemble Biogeography-based Optimization* - MsEBBO) foi proposto por Xiong, Shi e Duan (2013). Na biogeografia insular as soluções são representadas como ilhas, os indivíduos se comportam como as espécies que migram de um lado para outro entre as ilhas.

No trabalho realizado por Hosseinnezhad et al. (2014) foi proposta uma variante do PSO, chamado PSO quântico baseado em espécies (*Species-based Quantum Particle Swarm Optimization* - SQPSO). No SQPSO a população de partículas é classificada em grupos com base na distância euclidiana. A partícula dominante de cada grupo é a semente da espécie que atrai todas as partículas localizadas em sua distância euclidiana.

Um algoritmo baseado em um sistema imunológico (*Immune Algorithm for Economic Dispatch Problem* - IA_EDP) foi proposto por Aragón, Esquivel e Coello (2015).

O IA_EDP é um modelo de sistema imunológico adaptativo baseado nas respostas imunes medidas pelas células T, as quais são pertencentes a um grupo de glóbulos brancos conhecidos como linfócitos.

Uma variante do PSO foi proposta por Qin et al. (2017) a qual foi chamada de *Improved Orthogonal Design Particle Swarm Optimization* (IODPSO). No IODPSO cada partícula atua como um fator no *design* ortogonal, o qual pode fornecer a melhor combinação desenhando uma amostra representativa de experimentos. Foram propostas duas versões, uma global (IODPSO-G) e uma local (IODPSO-L), de acordo com a estrutura topológica da população.

A Tabela 2 (QIN et al., 2017) apresenta a melhor solução encontrada por cada uma dos métodos utilizados para resolver o problema do DE não convexo com 15 unidades geradoras de energia termoeletrica. Observando a Tabela 2 vemos que os métodos IODPSO-L e IODPSO-G de Qin et al. (2017) levam ao melhor resultado, onde ambos obtiveram um custo de 32.692,39 \$/h com uma redução no custo (\$/h) de até 1,27% em relação aos outros métodos. O segundo melhor resultado é obtido pelo método MsEBBO de Xiong, Shi e Duan (2013), com um custo de 32.692,40 \$/h. A solução do método MsEBBO pode ser considerada como uma das melhores visto que a diferença em relação a solução obtida pelos métodos IODPSO-L e IODPSO-G é pequena.

O segundo caso do DE apresenta 40 unidades geradoras de energia termoeletrica, apresenta as restrições de balanço de potência, limites mínimo e máximo de operação das unidades geradoras e pontos de válvula (QIN et al., 2017). Os efeitos do ponto de válvula caracterizam esse problema como não linear, não convexo e descontínuo. A Tabela 3 apresenta as heurísticas já utilizadas para propor soluções a esse caso do DE. Conforme pode ser observado na Tabela 3 os métodos IA_EDP araon2015, MDE (AMJADY; SHARIFZADEH, 2010), FA (YANG; HOSSEINI; GANDOMI, 2012), SOH-PSO (CHATURVEDI; PANDIT; SRIVASTAVA, 2008), IODPSO-G e IODPSO-L (QIN et al., 2017) utilizados para solucionar o DE não convexo com 15 unidades geradoras também foram utilizados para propor soluções ao DE não convexo com 40 unidades.

Quatro métodos de programação evolucionária (EP) foram propostos por Sinha, Chakrabarti e Chattopadhyay (2003). O primeiro é o método de EP clássico (CEP), o qual implementa a mutação através da distribuição gaussiana. O outro é chamado de EP rápido (*Fast EP-FEP*), o qual apresenta maior capacidade de escapar dos mínimos locais usando a mutação de Cauchy. Além disso, Sinha, Chakrabarti e Chattopadhyay (2003) propuseram duas variações do método FEP, chamadas MFEP e IFEP. O MFEP utiliza a média de oito das mutações gaussiana e de Cauchy. O método IFEP utiliza as mutações gaussiana e de Cauchy para criar descendentes do mesmo pai.

Duas versões híbridas do método ED foram propostas por Coelho e Mariani (2006), os quais combinam ED caótica (DEC) com programação quadrática sequencial (*Sequential Quadratic Programming* - SQP). Foram propostas duas versões, uma realizando o SQP

Tabela 3 – Comparação das Soluções de Diferentes Métodos para o DE Não Convexo com 40 Unidades Geradoras.

Método	Custo Mín. (\$/h)	Método	Custo Mín. (\$/h)
CEP	123.488,29	CBPSO-RVM	121.555,32
FEP	122.679,71	NPSO-LRS	122.035,79
MFEP	122.647,57	PSO-LRS	121.664,43
IFEP	122.624,35	FAPSO-NM	121.418,30
DEC(2)-SQP(1)	121.741,98	FAPSO	121.712,40
DEC(2)-SQP(2)	121.843,25	FA	121.415,05
IA EDP	121.436,97	GA-PS-SQP	121.458,14
MDE	121.414,79	MPSO	122.252,27
PARPSO	122.256,30	SOH-PSO	121.501,14
PSO	121.735,47	ED-DE	121.412,50
APPSO(1)	121.704,74	CSA	121.425,61
APPSO(2)	121.663,52	BSA	121.415,61
CPSO	121.885,11	IODPSO-G	121.414,93
PSO-GM	121.845,98	IODPSO-L	121.420,98

Fonte: Adaptada de Qin et al. (2017, p. 15).

após o DEC (DEC(2)-SQP(1)) e outra realizando o SQP usando o melhor indivíduo da população do DEC (DEC(2)-SQP(2)).

Uma variante do PSO com fator de penalização atrativo e repulsivo (*Penalty Attractive and Repulsive* PSO - PARPSO) foi proposta por Baek, Park e Lee (2016). O PARPSO utiliza partículas com comportamento atrativo e repulsivo, onde o fator de penalidade faz com que cada partícula seja repelida da pior partícula global.

Além de utilizar PSO original na resolução do DE não convexo com 40 unidades, Selvakumar e Thanushkodi (2008) propuseram uma variante chamada *Anti-predatory* PSO (APPSO). O APPSO é baseado na habilidade das aves de escaparem dos predadores na natureza. Foram propostas duas versões do método, APPSO(1) e APPSO(2), que se diferem na escolha da pior posição global no meio ambiente.

Três métodos variantes do PSO foram propostos por Lu et al. (2010). Um método é o CPSO, o qual é uma variante do PSO que utiliza mecanismos de atualização de velocidade das partículas, conhecido como PSO avançado. O outro é o PSO com um operador de mutação gaussiana para aumentar seu desempenho (*PSO with Gaussian Mutation* - PSO-GM). O terceiro método é o CBPSO-RVM, o qual é uma versão híbrida do PSO combinado com o fator de constrição, peso de inércia e o operador de mutação de valor real (*real-valued mutation* - RVM) (LU et al., 2010).

Duas versões híbridas do PSO foram propostas por Selvakumar e Thanushkodi (2007). Uma das versões híbridas combina a técnica de busca local aleatória (*local random*

search - LRS), que é uma modificação da técnica de busca direta, com o PSO original. A segunda versão combina a técnica LRS com o chamado *New PSO* (NPSO-LRS). No NPSO a partícula é programada para também lembrar da sua pior posição. Essa modificação torna a exploração do espaço de busca pela melhor solução muito mais eficaz.

Uma versão híbrida do PSO foi proposta por Niknam (2010), a qual combina lógica *fuzzy* com o PSO (*Fuzzy Adaptative PSO* - FAPSO). Além disso, outra versão deste método foi proposta combinando o FAPSO com o método de pesquisa simplex de Nelder-Mead (FAPSO-NM). O NM é um método de pesquisa local, o qual é utilizado em torno da solução global encontrada pelo FAPSO em cada iteração.

Um versão híbrida chamada GA-PS-SQP foi proposta por Alsumait, Sykulski e Al-Othman (2010), a qual combina os algoritmos GA, *Parttern Search* (PS) e SQP. O GA é o algoritmo principal, enquanto o PS e o SQP são utilizados para ajustar os resultados obtidos pelo GA para aumentar a confiança na solução.

Um modificação do PSO (MPSO) foi proposta por Park et al. (2005). Esta modificação se concentra no tratamento das restrições de igualdade e desigualdade deste caso do DE ao modificar a busca de cada indivíduo. Além disso, o MPSO utiliza uma estratégia dinâmica na redução do espaço de busca para acelerar a convergência, a qual é realizada com base na distância entre a melhor posição da população e os limites de desigualdade.

Uma versão híbrida foi proposta por Wang, Li e Weise (2010), a qual combina o MDE com o método de distribuição de estimativa (*Estimation of Distribution and Differential Evolution Cooperation* - ED-DE). O ED-DE executa primeiramente o método de distribuição de estimativa (*Self-adaptive mixed distribution based univariate estimation of distribution algorithm* - MUEDA) e logo após executa o MDE. O MUEDA é baseado em AG, ES e EP, entretanto seu operador de mutação muda a distribuição de toda a população a cada geração usando distribuição gaussiana e Cauchy. O MDE é uma versão híbrida do ED, AG e PSO.

Uma nova heurísticas foi proposta por Basu e Chowdhury (2013), a qual é baseado no parasitismo obrigatório de algumas espécies de cuco colocando seus ovos nos ninhos de outras aves hospedeiras de outras espécies. Esse algoritmo foi chamado de *Cuckoo Search Algorithm* (CSA).

Um novo algoritmo foi proposto por Modiri-Delshad e Rahim (2014), chamado de *Backtracking Search Algorithm* (BSA). O BSA utiliza um único parâmetro de controle e duas estratégias de cruzamento e mutação para uma exploração poderosa do espaço de busca do problema alvo.

A Tabela 3 (QIN et al., 2017) apresenta a melhor solução encontrada por cada uma dos métodos utilizados para resolver o problema do DE não convexo com 40 unidades geradoras de energia termoelétrica. Observando a Tabela 3 vemos que o método ED-DE de Wang, Li e Weise (2010) obteve a melhor solução de 121.412,50 \$/h, com uma redução

no custo (\$/h) de até 1,68% em relação aos outros métodos apresentados.

O terceiro caso do DE apresenta 110 unidades geradoras de energia termoelétrica, restrições de balanço de potência e limites mínimo e máximo para operação das unidades geradoras de energia termoelétrica (GHASEMI et al., 2018). Essas restrições classificam esse caso do DE como básico. Entretanto, essa instância do problema é desafiadora devido ao grande número de unidades geradoras. A Tabela 4 apresenta as heurísticas já utilizadas para propor soluções ao DE básico com 110 unidades geradoras de energia.

Além do SA original, foram propostas duas variantes deste método por Babu, Das e Patvardhan (2002). Foram propostas duas técnicas de busca multiponto baseados no SA, uma com o primeiro movimento (SA *First* - SAF) e a outra com o melhor movimento (SA *Best* - SAB).

A técnica de evolução quântica (*Quantum Evolutionary Algorithms* - QEA), é uma técnica de otimização quântica para parâmetros binários. Entretanto, a representação binária não é adequada para muitos problemas em sistemas de energia. Logo, uma variante foi proposta por Babu, Das e Patvardhan (2008) utilizando parâmetros reais (*Real QEA* - RQEA).

Três métodos de otimização foram propostos por Bhattacharjee, Bhattacharya e Dey (2014). O primeiro é um método de otimização de reação química com código real (*Oppositional Real Coded Chemical Reaction* - ORCCRO), o qual imita a interação de moléculas em uma reação química para chegar de um estado instável de energia mais alta para um estado de baixa energia. O outro método de otimização é baseado na biogeografia (*Biogeographybased Optimization* - BBO), o qual descreve como uma espécie surge, migra de um *habitat* para outro e é eliminada. Além destes métodos, foi proposta uma versão híbrida combinando evolução diferencial com BBO (*Differential Evolution with Biogeography-based optimization* - DE/BBO).

Um método híbrido evolutivo de otimização invasiva de plantas daninhas (*Invasive Weed Optimization* - IWO) combinado com o método de aprendizado baseado em oposição foi proposto por Barisal e Prusty (2015). Esse método foi chamado de otimização oposta invasiva de ervas daninhas (*Optimization Invasive Weed Optimization* - OIWO).

Tabela 4 – Comparação das Soluções de Diferentes Métodos para o DE Básico com 110 Unidades Geradoras.

Método	Custo Mín. (\$/h)	Método	Custo Mín. (\$/h)
SA	216.100,5475	BBO	198.016,2900
SAB	206.921,9057	DE/BBO	198.231,0600
SAF	207.390,5164	OIWO	197.989,1400
RQEA	197.988,1793	CFA	197.988,1775
ORCCRO	198.016,2900		

Fonte: Adaptada de Ghasemi et al. (2018, p. 23).

Um novo método inspirado na teoria das leis de Franklin e Coulomb, chamado de CFA, foi proposto por Ghasemi et al. (2018). O CFA é baseado no impacto de partículas eletricamente carregadas umas sobre as outras devido às forças de atração e repulsão elétricas.

A Tabela 4 (GHASEMI et al., 2018) apresenta a melhor solução encontrada por cada uma dos métodos utilizados para resolver o problema do DE com 110 unidades geradoras de energia termoelétrica. Observando a Tabela 4 vemos que o método CFA de Ghasemi et al. (2018) obteve a melhor solução de 197.988,1775 \$/h, com uma redução no custo (\$/h) de até 8,38% em relação aos outros métodos apresentados.

3.7 Considerações sobre Otimização

Nesse capítulo vimos que otimização é o processo de seleção dos valores das variáveis de decisão, respeitando as restrições e fornecendo o valor máximo ou mínimo global de uma função. Além disso, vimos que os problemas de otimização podem ser divididos entre lineares e não lineares. Os problemas lineares são geralmente solucionados por métodos de Programação Linear e os não lineares são comumente solucionados através de heurísticas de otimização.

Nesse capítulo também vimos algumas classes de heurísticas de otimização, onde o foco principal foi nas heurísticas bio-inspiradas. Além disso, vimos a classe dos algoritmos de Computação Evolucionária, os quais são baseados na teoria da seleção natural das espécies. Essa classe é uma das classes de heurísticas bio-inspiradas que mais se destacaram na resolução de problemas não lineares. Dentre os algoritmos de Computação Evolucionária vimos as características e o funcionamento do ED, além de propor uma modificação ao mesmo (EDM).

Nesse capítulo também foram apresentadas as heurísticas que foram utilizadas pela literatura para solucionar três casos do DE, não convexo com 15 unidades, não convexo com 40 unidades e com 110 unidades. No caso do DE com 15 unidades as heurísticas IODPSO-G e IODPSO-L (QIN et al., 2017) obtiveram a melhor solução de 32.692,39 \$/h, sendo até 1,27% melhor em relação aos outros métodos. No caso do DE com 40 unidades a heurística ED-DE (WANG; LI; WEISE, 2010) obteve a melhor solução de 121.412,50 \$/h, sendo até 1,68% melhor em relação às outras heurísticas. No DE com 110 unidades a heurística CFA (GHASEMI et al., 2018) obteve a melhor solução de 197.988,1775 \$/h, sendo até 8,38% melhor.

O próximo capítulo apresenta a análise experimental deste trabalho, a metodologia utilizada para a realização deste trabalho, as características do ambiente de testes utilizado, juntamente com os casos de teste do DE que foram solucionados. Além disso, apresenta os resultados obtidos, uma análise e uma comparação entre os mesmos.

4 ANÁLISE EXPERIMENTAL

Nesse capítulo iremos apresentar a metodologia do trabalho, o ambiente de execução, os resultados obtidos juntamente com um análise dos mesmos. Este capítulo está organizado da seguinte maneira. A Seção 4.1 apresenta a metodologia do trabalho e as características da arquitetura utilizada para realizar a execução dos algoritmos ED e EDM. A Seção 4.2 apresenta a descrição dos casos de teste que utilizamos para verificar o desempenho das heurísticas implementadas: um conjunto de funções teste, o problema do DE Clássico com 15 unidades geradoras, o problema do DE Não Convexo com 15 unidades geradoras, o problema do DE Não Convexo com 40 unidades geradoras e o DE Básico com 110 unidades geradoras. Além disso, a Seção 4.2 também apresenta os resultados obtidos pela execução do algoritmos ED e EDM na resolução de cada um dos casos de teste. A Seção 4.3 apresenta as considerações sobre esse capítulo.

4.1 Metodologia

Como metodologia para resolver o problema do DE foram utilizadas as heurísticas ED e EDM, os quais são algoritmos bio-inspirados como foi visto no Capítulo 3. O ED é um algoritmo pertencente à classe de Computação Evolucionária, baseado na teoria da seleção natural. O método EDM é uma modificação proposta ao algoritmo ED. A classe de Computação Evolucionária vêm se destacando na resolução de problemas de engenharia como o DE. Esses problemas são difíceis ou impossíveis de serem solucionados através de métodos clássicos de otimização matemática, devido a dificuldade de formulação e modelagem e do grande esforço matemático exigido em razão da sua não linearidade (SERAPIÃO, 2009).

Além de verificarmos como as heurísticas ED e EDM se comportam na resolução de problemas mais simples como a minimização de funções, iremos verificar o comportamento das mesmas aplicadas ao problema do DE. Iremos solucionar o DE considerando sistemas de diferentes tamanhos e diferentes restrições.

Uma das questões na resolução do DE é como o algoritmo lida com as restrições de igualdade e desigualdade do problema (QIN et al., 2017). Existem cinco restrições que devem ser tratadas: balanço de potência, limites de operação, zonas proibidas, limites de rampas e pontos de válvula. Para satisfazer a restrição de balanço de potência utilizamos o fator de penalização ϕ , conforme as equação 2.7 (SERAPIÃO, 2009). Dessa forma, a função objetivo contempla não apenas a distribuição de carga com custo baixo nas unidades geradoras, mas também satisfaz a restrição do balanço de potência.

Para satisfazer a restrição dos limites de operação sobre a potência P_i gerada por cada unidade geradora i (em MW), ajusta-se o valor de P_i quando o mesmo ultrapassar os limites. A potência P_i é assustada para o limite mais próximo, esse ajuste é realizado

adotando a seguinte estratégia:

$$P_i = \begin{cases} P_i^{min}, & \text{se } P_i < P_i^{min}, \\ P_i^{max}, & \text{se } P_i > P_i^{max} \end{cases} \quad (4.1)$$

onde P_i^{min} e P_i^{max} são respectivamente, as saídas de operação mínima e máxima da unidade geradora i (em MW) (SERAPIÃO, 2009).

Para satisfazer a restrição de zonas proibidas, o valor da potência P_i que estiver na j -ésima zona de operação proibida deverá ser reajustado para o limite mais próximo dessa zona proibida, da seguinte forma:

$$P_i = \begin{cases} P_{i,j}^l, & \text{se } P_{i,j}^l \leq P_i \leq (P_{i,j}^l + P_{i,j}^u)/2, \\ P_{i,j}^u, & \text{se } (P_{i,j}^l + P_{i,j}^u)/2 \leq P_i \leq P_{i,j}^u \end{cases} \quad (4.2)$$

onde $P_{i,j}^l$ e $P_{i,j}^u$ são respectivamente os limites inferior e superior da zona de operação proibida j da unidade geradora i (QIN et al., 2017; GAING, 2003).

A inclusão da restrição de limites de taxa de rampa modifica os limites de potência de saída conforme pode ser observado na equação 2.13 (QIN et al., 2017). Logo, lidamos com as restrições de limites de operação e limites de rampas simultaneamente, adotando a seguinte estratégia:

$$P_i = \begin{cases} \max(P_i^{min}, P_i^0 - DR_i), & \text{se } P_i \leq \max(P_i^{min}, P_i^0 - DR_i) \\ \min(P_i^{max}, P_i^0 + UR_i), & \text{se } P_i \geq \min(P_i^{max}, P_i^0 + UR_i) \\ P_i & \text{outros casos.} \end{cases} \quad (4.3)$$

Para satisfazer a restrição de pontos de válvula, componentes sinusoidais retificados devem ser adicionados à função objetivo 2.2, conforme pode ser observado na equação 2.9 (GAING, 2003).

Os algoritmos ED e EDM foram implementados na linguagem de programação Matlab. As execuções foram realizadas utilizando o *software* Matlab® em sua versão R2017a, executado em um microcomputador com processador Intel® Core™ i5-7200U, com 2 núcleos físicos e 4 núcleos lógicos, com 2,5 GHz de frequência, com memória RAM DDR4 de 4GB, com sistema operacional Windows na versão 10 *Home Single Language* de 64 bits.

4.2 Casos de Teste

Para verificar o desempenho do EDM em relação ao ED original, inicialmente resolvemos o problema otimização global para minimização de funções (Subseção 4.2.1). Esse problema consiste na minimização de um conjunto de funções matemáticas de teste clássicas. Posteriormente, solucionamos quatro casos do problema do Despacho Econômico de Carga: DE Clássico com um sistema de 15 unidades geradoras (Subseção 4.2.2), DE Não Convexo com 15 unidades geradoras (Subseção 4.2.3), DE Não Convexo com 40 unidades

geradoras (Subseção 4.2.4) e DE Básico com 110 unidades (Subseção 4.2.5). Além disso, apresenta uma análise geral (Subseção 4.2.6) com a comparação dos resultados obtidos na resolução dos quatro casos do DE.

4.2.1 Caso de Teste 1: Otimização Global para Minimização de Funções

Para avaliar o desempenho dos métodos implementados, utilizamos o seguinte conjunto de funções de teste clássicas: F6 de Schaffer, Esfera, Alpine, Rastrigin, Rosenbrock e Griewank. Cada uma das funções é apresentada com detalhes na Tabela 5 (SERAPIÃO, 2009). Essa tabela apresenta a fórmula de cada uma das funções, a dimensão do problema, os limites mínimo e máximo do espaço de busca e os valores de mínimo global para a solução ótima, sendo que todas as funções possuem mínimo global igual à 0. As funções F6 de Schaffer, Esfera, Alpine e Rastrigin atingem o mínimo global na origem. A função Rosenbrock atinge o mínimo global em $\vec{x} = 1$. Já a função Griewank, em $\vec{x} = 100$ (SERAPIÃO, 2009).

A dimensão das funções é variada para explorar diferentes cenários a fim de verificar o desempenho das heurísticas implementadas, sendo que cada uma das funções apresenta características próprias (SERAPIÃO, 2009). A função F6 de Schaffer é uma função bidimensional com vários mínimos locais. A função Esfera, com 5 dimensões, é do tipo contínua, convexa e unimodal. As funções Alpine e Rastrigin, com 10 e 50 dimensões respectivamente, apresentam vários mínimos locais e são do tipo multimodais. A função Rosenbrock apresenta 50 dimensões e é uma função unimodal de difícil convergência, por possuir seu ótimo global dentro de um longo vale parabólico onde as variáveis são fortemente dependentes. A função Griewank é multimodal, porém neste estudo de caso a função apresenta uma alta dimensionalidade, com 50 dimensões, pode ser vista como unimodal (SERAPIÃO, 2009).

Baseando-se nos resultados de Serapião (2009), utilizamos para os algoritmos ED e EDM uma população NP com 20 indivíduos. O valor do fator de perturbação F e da probabilidade de cruzamento CR devem respeitar as seguintes condições: $F \in [0; 1,2]$ e $CR \in [0; 1]$ (STORN; PRICE, 1995). Segundo Storn e Price (1997), o valor do fator de perturbação $F = 0,5$ e da probabilidade de cruzamento $CR = 0,1$ podem ser escolhidos como bons valores para realizar testes iniciais no algoritmo implementado. Utilizamos para o ED e EDM a mutação conhecida como $DE/rand/1/bin$, onde $rand$ nos diz que iremos escolher um vetor aleatório para mutar, 1 nos diz o número de diferenças ponderadas na mutação, e bin específica que o cruzamento a ser realizado é binomial. Esse tipo de mutação foi a escolhida por se tratar da mais geral e mais utilizada (DE CARVALHO et al., 2016).

Assim como em Serapião (2009), o critério de parada utilizado para os algoritmos ED e EDM foi o número de iterações máximas executadas. Para as funções F6 de Schaffer, Esfera e Alpine, as quais apresentam menor dimensionalidade, utilizamos 3.000 iterações.

Para as funções de alta dimensionalidade Rastrigin, Rosenbrock e Griewank, utilizamos 5.000 iterações.

Baseando-se em Serapião (2009), foram realizadas 20 execuções para solucionar cada função teste a partir dos algoritmos ED e EDM, sendo que para cada execução foi realizada com uma população inicial distinta gerada de forma aleatória. Das 20 execuções realizadas foram calculadas a média e o desvio padrão (σ), os quais foram utilizados para avaliar as soluções obtidas. Além disso, conforme Serapião (2009), os valores menores que 10^{-10} foram considerados como 0. Logo, realizamos uma comparação dos resultados obtidos com os de Serapião (2009).

Serapião (2009) propôs quatro métodos para a minimização global das funções: *Particle Swarm Optimization* (PSO) (EBERHART; KENNEDY, 1995), *Shuffled Frog-Leaping* (SFL) (EUSUFF; LANSEY, 2003), *Bacterial Foraging Optimization* (BFO) (PASSINO, 2000) e *Artificial Bee Colony* (ABC) (KARABOGA, 2005). O PSO é baseado em uma população de indivíduos capazes de interagir entre e si e com o meio ambiente (EBERHART; KENNEDY, 1995). Cada indivíduo é representado por pontos, denominados partículas, as quais voam no espaço de busca em uma direção e com uma determinada velocidade. O SFL é baseado em no comportamento de um grupo de sapos saltando sobre as pedras de um pântano. O pântano representa o espaço de busca e as pedras representam as possíveis soluções. O BFO é baseado nas estratégias de localização, manipulação e ingestão de alimentos de células da bactéria *Escherichia Coli* (SERAPIÃO, 2009). O ABC é baseado no processo de forrageamento de uma colônia de abelhas, ou seja a busca por alimentos (KARABOGA, 2005).

A Tabela 6 apresenta os resultados obtidos a partir da execução do ED e do EDM

Tabela 5 – Conjunto de Funções Teste.

Nome da Função	Função	Dimensão	Limites	Valor Mínimo
F6 de Schaffer	$f_1(\vec{x}) = 0,5 + \frac{(\text{sen})^2(\sqrt{x_1^2+x_2^2})-0,5}{1+0,001(x_1^2+x_2^2)^2}$	2	[-100; 100]	$f_1(\vec{0}) = 0$
Esfera	$f_2(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	5	[-100; 100]	$f_2(\vec{0}) = 0$
Alpine	$f_3(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n \text{abs}(x_i \text{sen}(x_i) + 0,1x_i)$	10	[-5,12; 5,12]	$f_3(\vec{0}) = 0$
Rastrigin	$f_4(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10)$	50	[-5,12; 5,12]	$f_4(\vec{0}) = 0$
Rosenbrock	$f_5(\vec{x}) = 100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2$	50	[-50; 50]	$f_5(\vec{1}) = 0$
Griewank	$f_6(\vec{x}) = \left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{4000}\right) - \left(\prod_{i=1}^n \frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	50	[-600; 600]	$f_6(\vec{100}) = 0$

Fonte: Serapião (2009, p. 289).

juntamente com os resultados de Serapião (2009), sendo que as melhores soluções de cada caso estão destacadas em negrito. Observando Tabela 6 vemos que o algoritmo ABC de Serapião (2009) e nossas implementações do ED e EDM apresentaram as melhores médias na obtenção do ótimo global para as funções de menor dimensionalidade F6 de Schaffer, Esfera e Alpine. Entretanto, apenas o EDM por nós implementado conseguiu encontrar o melhor resultado nas 20 execuções realizadas. O ABC implementado por Serapião (2009) não obteve a melhor média apenas para a função Alpine, sendo que a média obtida foi de 6,4E-5. O método ED não obteve a melhor média apenas para a função F6 de Schaffer, sendo que a média obtida foi de 6,46E-6.

Para as funções Rastrigin e Griewank apenas o ABC implementado por Serapião (2009) conseguiu obter o melhor resultado, sendo que para as 20 execuções obteve a solução ótima. Entretanto, a solução obtida pelo ED para a função Griewank pode ser considerada uma boa solução, visto que apresentou uma média de 9,96E-6.

Para a função Rosenbrock nenhum dos algoritmos conseguiu obter o resultado ótimo nas 20 execuções realizadas, visto que a melhor média de 0,0043 foi obtida pelo ABC de Serapião (2009). Em comparação com a solução obtida pelos métodos por nós

Tabela 6 – Estatísticas dos Resultados Obtidos pelos Algoritmos PSO (SERAPIÃO, 2009), SFL (SERAPIÃO, 2009), BFO (SERAPIÃO, 2009), ABC (SERAPIÃO, 2009), ED e EDM.

Método		Funções					
		F6 de Schaffer	Esfera	Alpine	Rastrigin	Rosenbrock	Griewank
PSO	Média	0,0128	0	5,6E-8	279,042	729,656	58,960
	σ	0,0312	0	1,5E-7	38,582	441,107	52,168
SFL	Média	0	0,413	0,075	234,139	2167,5	2,402
	σ	0	0,728	0,096	47,981	20668,7	0,549
BFO	Méd.	0,0767	0,0344	1,2131	317,334	226,432	287,139
	σ	0,0259	0,0268	0,5139	28,724	132,164	28,748
ABC	Média	0	0	6,4E-5	0	0,0043	0
	σ	0	0	7,2E-5	0	0,0044	0
ED	Média	6,46E-6	0	0	0,050	11,655	9,96E-6
	σ	1,46E-05	0	0	0,222	7,092	1,97E-5
EDM	Média	0	0	0	0,696	81,396	0,188
	σ	0	0	0	0,797	28,684	0,037

Fonte: Adaptada de Serapião (2009, p. 289).

implementados, a solução do ABC de Serapião (2009) é 99,96% menor que a solução do ED e 99,99% menor que a solução obtida pelo EDM.

Para as funções de alta dimensionalidade, os algoritmos ED e EDM não conseguiram obter resultados tão eficazes quanto os resultados obtidos para as funções de pequena dimensionalidade. Isso ocorre devido à alta dimensionalidade dessas funções (50 dimensões) e também ao grandes limites do espaço de busca, os quais são entre $[-50, 50]$ para a Rosenbrock e entre $[-600, 600]$ para a Griewank. Uma possível solução para contornar esse problema é o de aumentar o número de iterações utilizadas como critério de parada.

A Tabela 7 apresenta a melhor solução obtida dentre as 20 execuções realizadas para os algoritmos ED e EDM implementados, onde as melhores soluções estão destacadas em negrito. Observando a Tabela 7 vemos que para as funções F6 de Schaffer, Esfera, Alpine e Rastrigin, os dois algoritmos conseguiram obter o mínimo global 0 em pelo menos 1 execução. Para a função Rosenbrock a melhor solução foi obtida pelo ED, sendo aproximadamente 94,53% menor em relação à solução obtida pelo EDM. Para a função Griewank a melhor solução foi obtida pelo ED, sendo aproximadamente 99,99% menor em relação a solução obtida pelo EDM. Logo, o EDM não conseguiu ser tão eficaz quanto o ED na resolução das funções Rosenbrock e Griewank.

Tabela 7 – Melhores Soluções Obtidas pelos Algoritmos ED e EDM, para cada uma das Funções Teste.

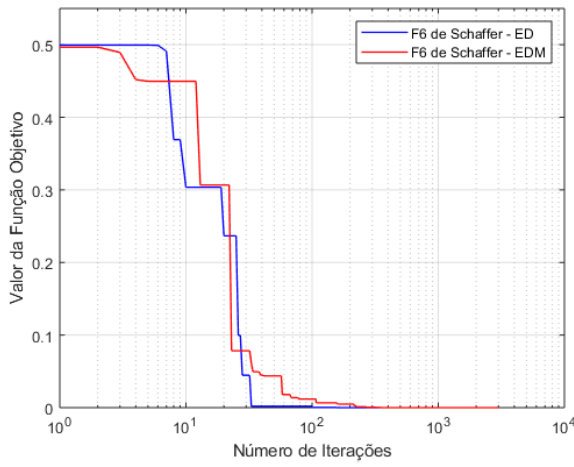
	F6 de Schaffer	Esfera	Alpine	Rastrigin	Rosenbrock	Griewank
ED	0	0	0	0	2,39	1,97E-8
EDM	0	0	0	0	43,68	0,12

Fonte: Elaborada pelo autor.

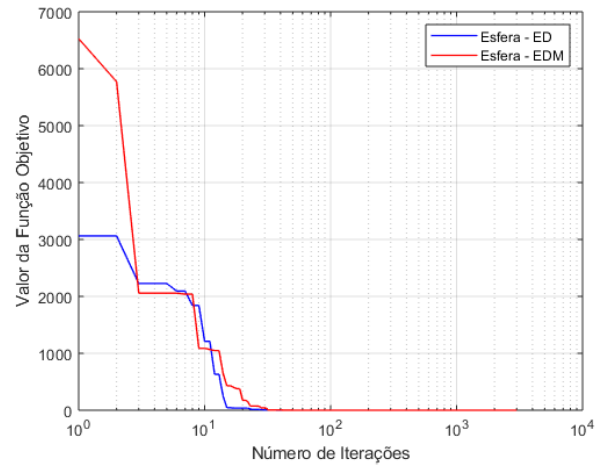
A Figura 14 apresenta os gráficos de convergência para as melhores soluções obtidas pelo algoritmos ED e EDM para cada uma das funções de teste, as quais foram apresentadas na Tabela 7. Nos gráficos de convergência o eixo x apresenta o número de iterações executadas e o eixo y apresenta o valor obtido na avaliação da função objetivo. Observando esses gráficos vemos que para as funções de menor dimensionalidade ambos algoritmos convergem à melhor solução rapidamente. Para a função F6 de Schaffer (Figura 14(a)) o algoritmo ED converge na ordem de 10^1 iterações e o EDM na ordem de 10^2 iterações. Para a função Esfera (Figura 14(b)) o ED e o EDM convergem na ordem de 10^1 iterações. Para a função Alpine (Figura 14(c)) o ED e o EDM convergem para a melhor solução na ordem de 10^2 iterações.

As funções de maior dimensionalidade requerem um número maior de iterações até a convergência. Para a função Rastrigin (Figura 14(d)), ambos algoritmos convergem à melhor solução na ordem de 10^3 iterações, sendo que o EDM é o mais demorado. Para a função Rosenbrock (Figura 14(e)) os métodos ED e EDM não conseguem convergir à

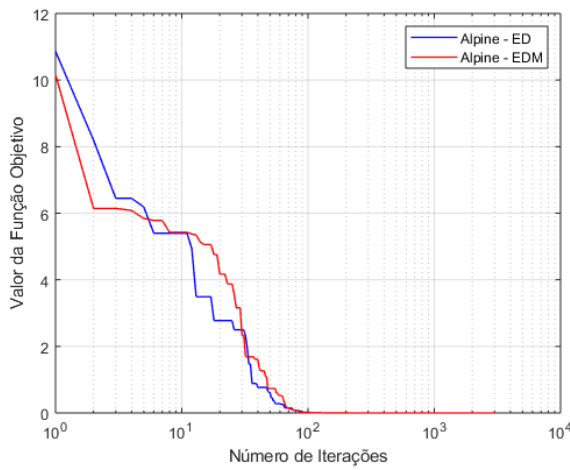
Figura 14 – Gráficos de Convergência das Melhores Soluções.



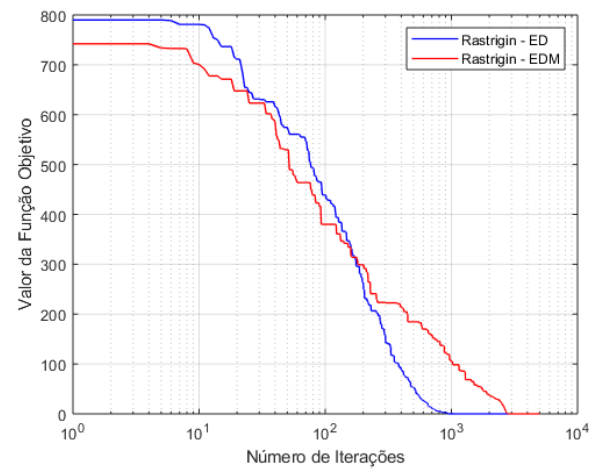
(a) F6 de Schaffer.



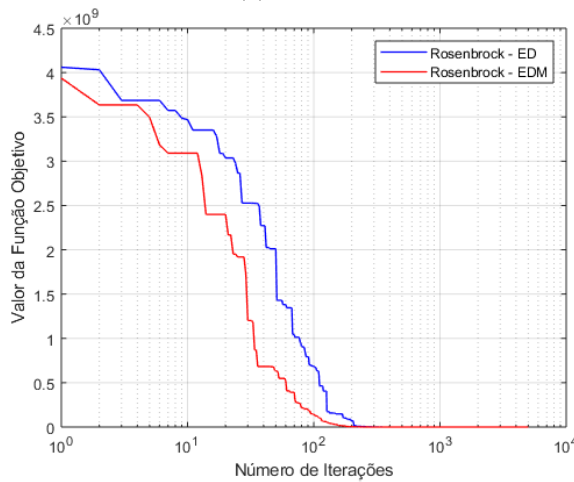
(b) Esfera.



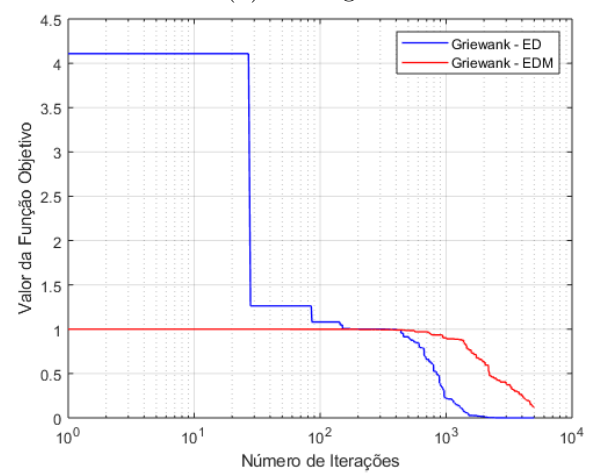
(c) Alpine.



(d) Rastrigin.



(e) Rosenbrock.



(f) Griewank.

Fonte: Elaborado pelo autor.

melhor solução, onde o pior caso é para o EDM com uma solução de 43,68. Para a função Griewank (Figura 14(f)) ambos algoritmos convergem a melhor solução na ordem de 10^3 iterações. Entretanto, apenas o ED encontra uma solução que pode ser considerada ótima de $1,97 \times 10^{-8}$. Logo, confirmamos a necessidade de um número maior de iterações para a convergência ao ótimo global para as funções de maior dimensionalidade e grande espaço de busca, como Rosenbrock e Griewank.

A Tabela 8 apresenta o tempo de execução médio (em segundos) das 20 execuções dos algoritmos ED e EDM apresentadas na Tabela 6 e o desvio padrão obtidos pela média dos tempos de execução. Observando a Tabela 8 vemos que o algoritmo EDM apresenta o menor tempo médio de execução. Embora o EDM execute rapidamente, sua execução não fornece os melhores resultados para as funções de alta dimensionalidade, conforme foi observado na Tabela 6. Logo, confirma-se a necessidade do aumento do número de iterações para obter o ótimo global.

Tabela 8 – Estatísticas dos Tempos de Execução dos Algoritmos ED e EDM na Minimização do Conjunto de Funções Teste.

		F6 de Schaffer	Esfera	Alpine	Rastrigin	Rosenbrock	Griewank
ED	Méd. (s)	0,49	7,45	14,70	152,47	150,76	154,76
	σ	0,06	0,06	0,13	1,11	0,80	2,99
EDM	Méd. (s)	0,26	0,30	0,31	0,87	0,74	1,00
	σ	0,02	0,03	0,02	0,06	0,07	0,08

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observando a Tabela 8 vemos que as funções que executamos utilizando 5.000 iterações apresentam um aumento no tempo de computação em relação as executadas utilizando 3.000 iterações. Ao executar 3.000 iterações há uma redução no tempo de computação de até 99,83% em relação à executar 5.000 iterações, no pior caso. Logo, embora haja esse aumento no tempo de computação, o aumento do número de iterações é uma possível solução para melhorar a qualidade das soluções.

Um fator que pode ter influenciado na qualidade das soluções do ED e do EDM é o tamanho da população. Neste estudo de caso utilizamos uma população NP de 20 indivíduos, baseando-se em Serapião (2009). Entretanto, Storn e Price (1997) indicam que a população NP deve estar entre $5 \times D$ e $10 \times D$, onde D é a dimensão do problema. Logo, para as funções de 50 dimensões, deve-se utilizar uma população de no mínimo 250 indivíduos. Outro fator que pode ter influenciado na qualidade das soluções do ED e do EDM é o valor do fator de perturbação F e a probabilidade de cruzamento CR , os quais foram definidos como 0,5 e 0,1, respectivamente. Esses são os valores indicados por Storn e Price (1997) para começar a realizar testes. Logo, para problemas mais complexos deve-se realizar testes variando esses parâmetros, sendo que $F \in [0; 1,2]$ e $CR \in [0; 1]$.

4.2.2 Caso de Teste 2: Despacho Econômico Clássico com 15 Unidades Geradoras

Um dos casos teste deste trabalho é o DE com 15 unidades geradoras de energia termoelétrica considerando restrições de balanço de potência, considerando perdas de transmissões e cada unidade geradora deve operar entre níveis mínimo e máximo de operação. Ao considerar apenas essas restrições o problema é considerado como clássico, sendo apenas não linear (GOMEZ-EXPOSITO; CONEJO; CANIZARES, 2011).

O DE clássico com 15 unidades geradoras pode ser matematicamente descrito como o seguinte problema de otimização restrito não linear (GAING, 2003):

$$\begin{cases} \min F = \sum_{i=1}^{15} F_i(P_i) \\ \text{s.a } \sum_{i=1}^{15} P_i = P_D + P_L, \\ P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max}, i = 1, \dots, 15 \end{cases} \quad (4.4)$$

Para esse sistema a demanda de potência total é $P_D = 2.630$ MW (SANTOS et al., 2018). Para satisfazer a restrição de balanço de potência (equação 2.7) foi utilizado o fator de penalização $\phi = 50$ (SANTOS et al., 2018). Os valores dos limites mínimo (P_i^{\min}) e máximo (P_i^{\max}) de cada uma das i ($i \in \{1, 2, \dots, 15\}$) unidades geradoras, além dos parâmetros α_i , β_i e γ_i , podem ser consultado na Tabela 9 (GAING, 2003). Os valores dos coeficientes de perda B_{ij} , B_{0i} e B_{00} são apresentados nas equações 4.5, 4.6 e 4.7, respectivamente.

$$B_{ij} = 10^{-3} \times \begin{bmatrix} 1,4 & 1,2 & 0,7 & -0,1 & -0,3 & -0,1 & -0,1 & -0,1 & -0,3 & 0,5 & -0,3 & -0,2 & 0,4 & 0,3 & -0,1 \\ 1,2 & 1,5 & 1,3 & 0,0 & -0,5 & -0,2 & 0,0 & 0,1 & -0,2 & -0,4 & -0,4 & 0,0 & 0,4 & 1,0 & -0,2 \\ 0,7 & 1,3 & 7,6 & -0,1 & -1,3 & -0,9 & -0,1 & 0,0 & -0,8 & -1,2 & -1,7 & -0,0 & -2,6 & 11,1 & -2,8 \\ -0,1 & 0,0 & -0,1 & -3,4 & -0,7 & -0,4 & -1,1 & 5,0 & -2,9 & -3,2 & -1,1 & -0,0 & 0,1 & 0,1 & -2,6 \\ -0,3 & -0,5 & -1,3 & -0,7 & 9,0 & 1,4 & -0,3 & -1,2 & -1,0 & -1,3 & 0,7 & -0,2 & -0,2 & -2,4 & -0,3 \\ -0,1 & -0,2 & -0,9 & -0,4 & 1,4 & 1,6 & -0,0 & -0,6 & -0,5 & -0,8 & 1,1 & -0,1 & -0,2 & -1,7 & 0,3 \\ -0,1 & 0,0 & -0,1 & 1,1 & -0,3 & -0,0 & 1,5 & 1,7 & 1,5 & 0,9 & -0,5 & 0,7 & -0,0 & -0,2 & -0,8 \\ -0,1 & 0,1 & 0,0 & 5,0 & -1,2 & -0,6 & 1,7 & 16,8 & 8,2 & 7,9 & -2,3 & -3,6 & 0,1 & 0,5 & -7,8 \\ -0,3 & -0,2 & -0,8 & 2,9 & -1,0 & -0,5 & 1,5 & 8,2 & 12,9 & 11,6 & -2,1 & -2,5 & 0,7 & -1,2 & -7,2 \\ -0,5 & -0,4 & -1,2 & 3,2 & -1,3 & -0,8 & 0,9 & 7,9 & 11,6 & 20,0 & -2,7 & -3,4 & 0,9 & -1,1 & -8,8 \\ -0,3 & -0,4 & -1,7 & -1,1 & 0,7 & 1,1 & -0,5 & -2,3 & -2,1 & -2,7 & 14,0 & 0,1 & 0,4 & -3,8 & 16,8 \\ -0,2 & -0,0 & -0,0 & -0,0 & -0,2 & -0,1 & 0,7 & -3,6 & -2,5 & -3,4 & 0,1 & 5,4 & -0,1 & -0,4 & 2,8 \\ 0,4 & 0,4 & -2,6 & 0,1 & -0,2 & -0,2 & -0,0 & 0,1 & 0,7 & 0,9 & 0,4 & -0,1 & 10,3 & -10,1 & 2,8 \\ 0,3 & 1,0 & 11,1 & 0,1 & -2,4 & -1,7 & -0,2 & 0,5 & -1,2 & -1,1 & -3,8 & -0,4 & -10,1 & 57,8 & -9,4 \\ -0,1 & -0,2 & -2,8 & -2,6 & -0,3 & 0,3 & -0,8 & -7,8 & -7,2 & -8,8 & 16,8 & 2,8 & 2,8 & -9,4 & 128,3 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$B_{0i} = 10^{-3} \times [-0,1 \ -0,2 \ 2,8 \ -0,1 \ 0,1 \ -0,3 \ -0,2 \ -0,2 \ 0,6 \ 3,9 \ -1,7 \ -0,0 \ -3,2 \ 6,7 \ -6,4] \quad (4.6)$$

$$B_{00} = 0,0055 \quad (4.7)$$

Tabela 9 – Dados das 15 Unidades Geradoras de Energia Termoelétrica do Problema do Despacho Econômico.

Unidade	P_i^{min}	P_i^{max}	α_i (\$)	β_i (\$/MW)	γ_i (\$/MW ²)
1	150	455	671	10,1	0,000299
2	150	455	574	10,2	0,000183
3	20	130	374	8,8	0,001126
4	20	130	374	8,8	0,001126
5	150	470	461	10,4	0,000205
6	135	460	630	10,1	0,000301
7	135	465	548	9,8	0,000364
8	60	300	227	11,2	0,000338
9	25	162	173	11,2	0,000807
10	25	160	175	10,7	0,001203
11	20	80	186	10,2	0,003586
12	20	80	230	9,9	0,005513
13	25	85	225	13,1	0,000371
14	15	55	309	12,1	0,001929
15	15	55	323	12,4	0,004487

Fonte: Gaing (2003, p. 1192).

Como parâmetros dos algoritmos ED e EDM utilizamos uma população NP de 75 indivíduos, sendo que Storn e Price (1995) indicam que NP deve estar entre $5 \times D$ e $10 \times D$, onde D é a dimensão do problema, sendo que $D = 15$ neste caso. O fator de perturbação F e a probabilidade de cruzamento CR devem respeitar as seguintes condições: $F \in [0; 1,2]$ e $CR \in [0; 1]$. Segundo Storn e Price (1995), para bons resultados F deve ser escolhido a partir 0,5 e até 1,0; e a para inicio a probabilidade cruzamento CR pode começar em 0,1. Dessa forma, variamos o valor de F de 0,5 à 1 e o valor de CR de 0,1 à 1. Assim como no caso de teste anterior, utilizamos a mutação conhecida como $DE/rand/1/bin$.

Baseando-se nos resultados de Santos et al. (2018), o critério de parada utilizado para ambos algoritmos foi o cálculo do erro relativo percentual nas últimas 500 iterações do algoritmo. Nesse critério de parada deve-se verificar se o erro é menor que a tolerância de 10^{-6} . Além disso, foram realizadas 20 execuções para cada configuração de ambos algoritmos com uma solução inicial aleatória.. Os resultados obtidos pelos métodos ED e EDM foram comparados entre si, com o objetivo de verificar o desempenho do EDM em relação ao ED original. Além disso, comparamos os resultados obtidos com os de outros métodos da literatura.

A Tabela 10 apresenta as melhores soluções obtidas para cada uma das configurações do ED e EDM, sendo que o fator de penalização F foi variado de 0,5 à 1,0 e a probabilidade

de cruzamento CR foi variada de 0,1 à 1,0. Na Tabela 10 a melhor solução obtida por cada algoritmo está destacada em negrito. Observando a Tabela 10 vemos que para o ED a melhor solução de 32.763,74 \$/h foi encontrada com F igual à 1 e CR igual à 0,2. Para o EDM a melhor solução de 32.548,78 \$/h foi encontrada com F igual à 1 e CR igual à 0,8. A melhor solução encontrada pelo EDM é 0,66% menor que a encontrada pelo ED. Logo, a modificação realizada no ED conseguiu o melhor resultado.

Realizamos uma comparação da melhor solução encontrada pelos algoritmos ED e EDM com os resultados de Santos et al. (2018), para verificar o desempenho das heurísticas implementadas. Santos et al. (2018) propôs três métodos para solucionar o DE clássico com 15 unidades: otimização por enxame de partículas (PSO), algoritmo de vaga-lumes

Tabela 10 – Melhores Soluções dos Algoritmos ED e EDM, Variando os Parâmetros F e CR , para o DE Clássico com 15 Unidades Geradoras.

	F = 0,5		F = 0,6		F = 0,7	
	ED	EDM	ED	EDM	ED	EDM
CR=0,1	32949,14	32555,99	32.922,85	32.557,29	32.854,09	32.559,55
CR=0,2	32.876,02	32.551,02	32.928,30	32.549,55	32.905,39	32.550,02
CR=0,3	32.929,47	32.550,80	32.838,04	32.549,88	32.921,38	32.549,28
CR=0,4	32.842,01	32.549,30	32.856,74	32.549,70	32.954,35	32.549,70
CR=0,5	32.883,46	32.549,45	32.903,15	32.549,29	32.903,15	32.549,29
CR=0,6	32.921,35	32.549,49	32.931,36	32.550,14	32.931,36	32.550,14
CR=0,7	32.895,70	32.549,58	32.859,86	32.549,62	32.859,86	32.549,62
CR=0,8	32.876,58	32.549,10	32.904,09	32.549,37	32.904,09	32.549,37
CR=0,9	32.877,70	32.548,98	32.945,05	32.549,02	32.945,05	32.549,02
CR=1,0	32.939,05	32.582,42	32.925,23	32.548,89	32.925,23	32.548,89
	F = 0,8		F = 0,9		F = 1	
	ED	EDM	ED	EDM	ED	EDM
CR=0,1	32.911,88	32.557,60	32.938,68	32.574,53	32.861,19	32.556,22
CR=0,2	32.943,40	32.549,65	32.857,65	32.549,18	32.763,74	32.550,36
CR=0,3	32.894,92	32.550,80	32.916,10	32.549,76	32.907,76	32.549,33
CR=0,4	32.821,07	32.550,68	32.818,39	32.549,68	32.784,76	32.549,94
CR=0,5	32.834,61	32.549,41	32.899,78	32.549,41	32.885,48	32.549,28
CR=0,6	32.937,71	32.549,61	32.908,31	32.551,24	32.861,86	32.549,13
CR=0,7	32.957,04	32.550,59	32.893,18	32.550,87	32.898,36	32.549,32
CR=0,8	32.877,81	32.550,12	32.816,04	32.550,72	32.859,59	32.548,78
CR=0,9	32.911,88	32.549,87	32.857,97	32.550,67	32.852,07	32.548,79
CR=1,0	32.931,08	32.549,16	32.896,04	32.549,01	32.827,32	32.548,84

Fonte: Elaborada pelo autor.

(*Firefly Algorithm* - FA) e o método dos multiplicadores de Lagrange (MML). O PSO é um algoritmo baseado em uma população composta por indivíduos capazes de interagir entre si e com o meio ambiente, mudando de direção e velocidade para encontrar o local no espaço de busca que leve a melhor solução (EBERHART; KENNEDY, 1995). O FA associa a luz dos vaga-lumes à função objetivo. Logo, quanto mais intensa for a luz do vaga-lume, ou seu brilho, melhor é a solução (YANG; HOSSEINI; GANDOMI, 2012). O MML é um método de otimização matemática clássico (SIMON; BLUME, 2004). Os parâmetros utilizados na execução do PSO e do FA, e os resultados utilizados na comparação podem ser consultados em Santos et al. (2018).

As estatísticas dos custos totais (\$/h) para o problema do DE encontrados pelos algoritmos PSO, FA, ED e EDM são apresentados na Tabela 11. A Tabela 11 apresenta o menor custo (\$/h) encontrado, o maior custo (\$/h), a média dos custos (\$/h) das 20 execuções realizadas, o desvio padrão desta média e o coeficiente de variação. Observando a Tabela 11 vemos que o algoritmo que levou a melhor solução foi o EDM, obtendo um custo mínimo de 32.548,78 \$/h. A solução obtida pelo EDM é aproximadamente 1,10% menor que a solução obtida pelo PSO, 0,01% menor que a solução do FA e 0,66% menor que a do ED.

Observando os valores do desvio padrão apresentados na Tabela 11, verificamos que o algoritmo PSO apresenta a maior variabilidade de soluções encontradas entre uma execução e outra. Entretanto, como o coeficiente de variação para o PSO é de 0,33%, a variabilidade pode ser considerada pequena. Logo, todos os algoritmos apresentam uma baixa variabilidade de soluções encontradas, onde o conjunto de dados apresenta baixa dispersão, visto que todos os coeficientes de variação estão abaixo de 0,34%.

O custo computacional de cada um dos algoritmos é apresentado na Tabela 12, o qual é medido pelo número total de iterações executadas. Medimos o custo computacional a partir do número total de iterações executadas pois nem todos os algoritmos foram executados na mesma arquitetura. Na Tabela 12 são apresentados o número mínimo

Tabela 11 – Estatísticas dos Custos Totais (\$/h) encontrados pelos Algoritmos PSO (SANTOS et al., 2018), FA (SANTOS et al., 2018), ED, e EDM na Resolução do DE Clássico com 15 Unidades Geradoras.

Método	Mín. (\$/h)	Máx. (\$/h)	Média (\$/h)	Desvio Padrão	Coef. de Variação
PSO	32.912,00	33.313,11	33.108,61	109,95	0,33%
FA	32.551,70	32.686,94	32.584,91	40,08	0,12%
ED	32.763,74	33.134,21	33.009,36	76,57	0,23%
EDM	32.548,78	32.608,87	32.564,79	17,33	0,05%

Fonte: Adaptada de Santos et al. (2018, p. 5).

Tabela 12 – Estatísticas do Número Total de Iterações dos Algoritmos PSO (SANTOS et al., 2018), FA (SANTOS et al., 2018), ED e EDM na Resolução do DE Clássico com 15 Unidades Geradoras.

Método	Mín. (\$/h)	Máx. (\$/h)	Média (\$/h)	Desvio Padrão	Coef. de Variação
PSO	1.000	4.500	2.125	1.266	57,69%
FA	1.000	22.000	8.650	7.025	81,21%
ED	533	1.250	844	215	25,46%
EDM	766	4.078	2.450	829	33,83%

Fonte: Adaptada de Santos et al. (2018, p. 5).

de iterações executadas, o máximo e a média das iterações executadas, o desvio padrão desta média e o coeficiente de variação. Observando a Tabela 12 vemos que o algoritmo EDM, o qual apresenta a melhor solução para o DE, executa uma média de iterações aproximadamente 2,90 vezes maior que o ED original e 1,15 vezes maior que o PSO. Embora o custo computacional médio do EDM seja maior que o dos algoritmos ED e PSO, o EDM consegue obter o menor custo (\$/h) para o problema do DE. Logo, para o critério de parada utilizado, os algoritmos ED e PSO não conseguem convergir à melhor solução. Uma alternativa para estes algoritmos seria a utilização de um critério de parada diferente, como o número máximo de avaliações da função objetivo (QIN et al., 2017).

Em relação ao algoritmo FA, o EDM executa uma média de iterações aproximadamente 3,5 vezes menor. Logo, o método EDM consegue encontrar a melhor solução com um menor esforço computacional em relação ao FA, o qual é o algoritmo mais custoso.

Observando os valores do desvio padrão apresentados na Tabela 12, verificamos que a variabilidade do número de iterações entre uma execução e outra é significativamente maior para o algoritmo FA em relação aos outros algoritmos. Entretanto, a variabilidade é considerada grande para ambos algoritmos, visto que o valor do coeficiente de variação é superior a 25%. Isso significa que o número de iterações necessárias até a convergência varia muito de uma execução para outra. Logo, a dispersão dos dados em relação á media é muito grande.

A Tabela 13 apresenta os melhores resultados para os algoritmos ED, EDM, PSO e FA, e a solução encontrada via MML. Essa tabela apresenta a saída de potência (em MW) para cada uma das unidades geradoras de energia termoeétrica, a perda de transmissão do sistema P_L (em MW), a potência demandada pelo sistema P_D (em MW), a soma das potências ($\sum P_i$), o custo (\$/h) obtido, o número total de iterações executadas e o tempo da execução em segundos. O custo computacional de cada método foi medido pelo número total de iterações executadas, pois todos os algoritmos não foram executados na mesma arquitetura. Observando a Tabela 13, vemos que para encontrar a melhor

solução, os algoritmos PSO e ED apresentam um custo computacional 35,69% e 76,11% menor em relação ao algoritmo EDM, respectivamente. Os algoritmos PSO, ED e EDM executam respectivamente 2.000, 743 e 3.110 iterações. Entretanto, o EDM encontrou a melhor solução, sendo 1,10% e 0,06% melhor em relação ao PSO e ao ED, respectivamente. Logo, embora os algoritmos PSO e ED exijam um esforço computacional menor, o EDM consegue obter o melhor resultado para o DE. Em relação ao FA, o EDM apresenta um custo computacional 76,08% menor, sendo que o FA é o mais custoso, o qual leva 13.000 iterações para finalizar sua computação. Logo, o EDM se mostrou mais eficiente que o FA, encontrando uma solução 0,01% melhor com um esforço computacional 76,08% menor.

Para solucionar o DE via MML, Santos et al. (2018) reescreveram as restrições de desigualdades do problema como restrições de igualdades através da introdução de variáveis de folga, gerando assim um novo sistema (SIMON; BLUME, 2004). A partir desse novo sistema, Santos et al. (2018) obtiveram a equação lagrangiana, a qual foi aplicada

Tabela 13 – Melhores Soluções do DE para os Algoritmos ED e EDM em Comparação com as Melhores Soluções do FA, PSO e a Solução via MML.

Saídas de Potência	MML	PSO	FA	ED	EDM
Unidade 1 (MW)	455,0000	335,7774	454,9984	455,0000	455,0000
Unidade 2 (MW)	455,0000	454,9628	455,0000	435,0229	455,0000
Unidade 3 (MW)	130,0000	74,7213	129,9999	126,4049	130,0000
Unidade 4 (MW)	130,0000	97,6500	130,0000	130,0000	130,0000
Unidade 5 (MW)	238,5672	425,1476	256,5043	186,1233	238,5242
Unidade 6 (MW)	460,0000	459,1562	460,0000	397,6684	460,0000
Unidade 7 (MW)	465,0000	421,9807	465,0000	465,0000	465,0000
Unidade 8 (MW)	60,0000	76,5381	60,0000	91,9965	60,0000
Unidade 9 (MW)	25,0000	70,2370	25,0749	81,0498	25,0000
Unidade 10 (MW)	25,7775	72,1925	39,3442	64,0152	25,0000
Unidade 11 (MW)	77,5615	73,2532	54,8060	49,3968	77,6439
Unidade 12 (MW)	80,0000	30,6467	71,7712	80,0000	79,9990
Unidade 13 (MW)	25,0000	25,2195	25,0004	51,4045	25,0000
Unidade 14 (MW)	15,0000	24,6739	15,0009	31,1143	15,0000
Unidade 15 (MW)	15,0000	24,0569	15,0021	15,0000	15,0000
P_L (MW)	26,9062	36,2138	27,5023	29,2519	27,0241
P_D (MW)	2.630,00	2.630,00	2.630,00	2.630,00	2.630,00
$\sum P_i$ (MW)	2.656,91	2.666,22	2.657,50	2.659,20	2.657,02
Custo(\$/h)	32.547,50	32.912,00	32.551,70	32763,74	32.548,78
Iterações	70	2.000	13.000	743	3.110
Tempo (s)	5,66	8,35	367,47	20,43	2,68

Fonte:

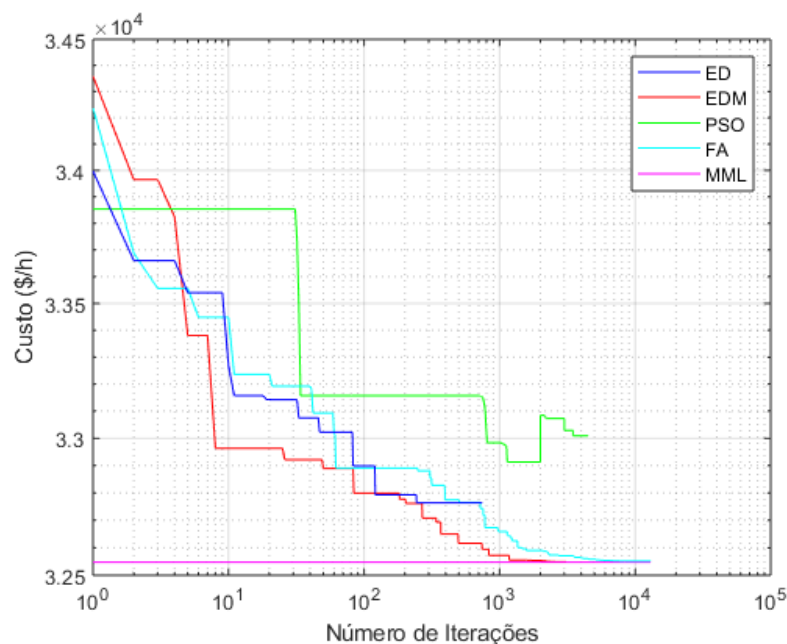
Adaptada de Santos et al. (2018, p. 6).

à condições de primeira ordem (SIMON; BLUME, 2004) obtendo assim um sistema de equações não lineares constituído de 76 equações e de 76 incógnitas (SANTOS et al., 2018). Todo esse procedimento foi realizado de forma manual. O sistema final foi então incluído por Santos et al. (2018) manualmente no *software* Matlab e solucionado matematicamente através do comando `fsolve`, nativo do Matlab, obtendo assim a solução do DE via MML.

Observando a Tabela 13, vemos que a melhor solução encontrada pelo EDM é 0,004% maior que a solução encontrada através do método MML, de 32.547,50 \$/h. Embora o comando `fsolve` consiga solucionar o problema em apenas 70 iterações, a solução do DE via MML torna-se muito custosa devido ao esforço inicial na formulação do problema, com a derivação das condições de primeira ordem e inserção manual do sistema no Matlab. Logo, é mais eficaz solucionar o DE utilizando uma heurística.

A Figura 15 apresenta o gráfico de convergência para as melhores soluções encontradas pelos algoritmos ED, EDM, PSO e FA, e a solução encontrada via MML. Nesse gráfico o eixo x apresenta o número de iterações executadas e o eixo y apresenta o custo total de geração (\$/h). Observando a Figura 15 vemos que o ED converge na ordem de 10^2 iterações, o EDM na ordem de 10^3 , o PSO na ordem de 10^3 iterações e o FA na ordem de 10^4 iterações. O algoritmo ED apresenta o menor custo computacional, sendo que o FA é o mais custoso.

Figura 15 – Convergência das Melhores Soluções Obtidas pelos Algoritmos ED, EDM, PSO (SANTOS et al., 2018) e FA (SANTOS et al., 2018), e a Solução via MML (SANTOS et al., 2018).



Fonte: Adaptada de Santos et al. (2018, p. 5).

4.2.3 Caso de Teste 3: Despacho Econômico Não Convexo com 15 Unidades Geradoras

Um dos casos teste deste trabalho é o DE não convexo com 15 unidades geradoras de energia termoelétrica. Neste problema além de considerar as restrições quanto ao balanço de potência, perdas de transmissões e níveis mínimo e máximo de operação das unidades geradoras; consideram-se as restrições referentes a zonas de operação proibidas para as unidades geradoras e limites de rampa. Esse problema é desafiador devido à restrição de zonas proibidas, as quais resultam em um espaço de decisão não convexo que consiste em 192 subespaços convexos (QIN et al., 2017). Dessa forma, as saídas dos geradores possuem como características um alto grau de não linearidades e descontinuidades (GAINING, 2003).

O problema de DE não convexo apresentado pode ser matematicamente descrito como o seguinte problema de otimização restrito não linear, descontínuo e não convexo (GAINING, 2003):

$$\left\{ \begin{array}{l} \min F = \sum_{i=1}^{15} F_i(P_i) \\ \text{s.a } \sum_{i=1}^{15} P_i = P_D + P_L, \\ P_i^{min} \leq P_i \leq P_i^{max}, i = 1, \dots, 15 \\ P_{i,j-1}^u \leq P_i \leq P_{i,j}^l, j = 2, \dots, n_i \\ P_{i,n_i}^u \leq P_i \leq P_i^{max} \\ \max(P_i^{min}, P_i^0 - DR_i) \leq P_i \leq \min(P_i^{max}, P_i^0 + UR_i) \end{array} \right. \quad (4.8)$$

Para esse sistema a demanda de potência total é $P_D = 2.630$ MW (SANTOS et al., 2018). Para satisfazer a restrição de balanço de potência (equação 2.7) foi utilizado o fator de penalização $\phi = 50$ (SANTOS et al., 2018). Os valores dos limites mínimo (P_i^{min}) e máximo (P_i^{max}) de cada uma das i ($i \in \{1, 2, \dots, 15\}$) unidades geradoras, além dos parâmetros α_i , β_i , γ_i , podem ser consultado na Tabela 9 (GAINING, 2003). A Tabela 14 apresenta os parâmetros de cada unidade geradora considerando limites de rampa (UR_i , DR_i e P_i^0) e zonas proibidas. Os valores da matriz de coeficiente B , podem ser consultados nas equações 4.5 (B_{ij}), 4.6 (B_{0i}) e 4.7 (B_{00}) (GAINING, 2003).

Com o objetivo de realizar uma comparação com os resultados presentes na literatura, utilizamos como parâmetros do ED e do EDM uma população NP de 40 indivíduos (QIN et al., 2017). Assim como no caso de teste anterior o fator de perturbação F foi variado de 0,5 à 1 e a probabilidade de cruzamento CR foi variada de 0,1 à 1. Logo, pode-se verificar quais parâmetros levam ao melhor resultado. Assim como no caso de teste anterior, utilizamos a mutação conhecida como $DE/rand/1/bin$, a qual é a forma de mutação mais geral e a mais utilizada (DE CARVALHO et al., 2016).

Baseando-se nos resultados obtidos por Qin et al. (2017), o critério de parada utilizado para ambos algoritmos foi o número máximo de avaliações da função objetivo (FES). Para realizar o controle do critério de parada FES , utilizamos uma variável

Tabela 14 – Dados das 15 Unidades Geradoras de Energia Termoelétrica do Despacho Econômico Não Convexo.

Unidade	UR_i	DR_i	P_i^0	Zonas Proibidas (MW)		
1	80	120	400	-		
2	80	120	300	[185 225]	[305 335]	[420 450]
3	130	130	105	-		
4	130	130	100	-		
5	80	120	90	[180 200]	[305 335]	[390 420]
6	80	120	400	[230 255]	[365 395]	[430 455]
7	80	120	350	-		
8	65	100	95	-		
9	60	100	105	-		
10	60	100	110	-		
11	80	80	60	-		
12	80	80	40	[30 40]	[55 65]	
13	80	80	30	-		
14	55	55	20	-		
15	55	55	20	-		

Fonte: Gaing (2003, p. 1192).

chamada *fitc*, a qual é incrementada a cada vez que a função objetivo é avaliada. O algoritmo finaliza sua execução quando o valor de *fitc* for igual ao valor de *FES*. Conforme em Qin et al. (2017), o número de *FES* foi definido como 6×10^4 . Foram realizadas 20 execuções para cada configuração do ED e do EDM, sendo que em cada execução o problema foi resolvido com uma solução inicial aleatória. Os resultados obtidos pelos métodos ED e EDM foram comparados entre si, com o objetivo de verificar o desempenho do EDM em relação ao ED original. Além disso, comparamos os resultados obtidos pelos métodos ED e EDM com os obtidos por outros métodos da literatura.

A Tabela 15 apresenta as melhores soluções obtidas para cada uma das configurações do ED e EDM, sendo que o fator de penalização F foi variado de 0,5 à 1,0 e a probabilidade de cruzamento CR foi variada de 0,1 à 1,0. Na Tabela 15 a melhor solução obtida por cada algoritmo está destacada em negrito. Observando a Tabela 15 vemos que para o ED a melhor solução de 32.804,11 \$/h foi encontrada com F igual à 1 e CR igual à 0,9. Para o EDM a melhor solução de 32.706,66 \$/h foi encontrada com F igual à 1 e CR igual à 0,8. A melhor solução encontrada pelo EDM é 0,30% menor que a encontrada pelo ED. Logo, a modificação realizada no algoritmo ED conseguiu encontrar o melhor resultado, se mostrando mais eficaz.

Realizamos uma comparação dos resultados obtidos através dos métodos ED e EDM com os resultados obtidos por 25 algoritmos da literatura (QIN et al., 2017), com o

Tabela 15 – Melhores Soluções dos Algoritmos ED, e EDM, Variando os Parâmetros F e CR , para o Despacho Econômico Não Convexo com 15 Unidades Geradoras Termoeletricas.

	F = 0,5		F = 0,6		F = 0,7	
	ED	EDM	ED	EDM	ED	EDM
CR=0,1	32.955,98	32.729,30	32.868,11	32.725,89	32.889,05	32.719,75
CR=0,2	32.939,23	32.711,09	32.936,59	32.714,67	32.915,74	32.708,41
CR=0,3	32.924,05	32.709,90	32.896,26	32.711,97	32.911,30	32.708,61
CR=0,4	32.894,74	32.708,90	32.877,21	32.710,88	32.926,48	32.708,88
CR=0,5	32.903,50	32.709,47	32.832,64	32.710,26	32.851,01	32.708,42
CR=0,6	32.892,94	32.708,94	32.918,43	32.708,47	32.852,46	32.707,48
CR=0,7	32.931,65	32.707,63	32.925,41	32.708,41	32.876,03	32.707,73
CR=0,8	32.887,50	32.706,97	32.860,30	32.707,02	32.874,79	32.707,63
CR=0,9	32.884,47	32.706,76	32.878,38	32.706,75	32.962,97	32.707,07
CR=1,0	32.913,35	32.805,40	32.916,76	32.751,68	32.854,25	32.707,05
	F = 0,8		F = 0,9		F = 1	
	ED	EDM	ED	EDM	ED	EDM
CR=0,1	32.912,21	32.717,60	32.903,35	32.715,58	32.893,74	32.708,30
CR=0,2	32.937,06	32.711,92	32.905,00	32.714,48	32.842,39	32.708,05
CR=0,3	32.912,80	32.711,30	32.887,16	32.709,47	32.903,30	32.707,44
CR=0,4	32.929,74	32.708,42	32.914,41	32.708,21	32.882,40	32.707,87
CR=0,5	32.936,42	32.707,28	32.919,36	32.709,05	32.869,70	32.707,91
CR=0,6	32.899,13	32.708,20	32.932,86	32.708,74	32.796,52	32.707,19
CR=0,7	32.946,66	32.709,67	32.894,56	32.707,07	32.820,44	32.706,76
CR=0,8	32.889,27	32.709,32	32.842,55	32.707,03	32.873,06	32.706,66
CR=0,9	32.905,47	32.707,19	32.953,73	32.708,30	32.804,11	32.707,10
CR=1,0	32.897,12	32.706,71	32.859,94	32.706,74	32.911,78	32.712,02

Fonte: Elaborada pelo autor.

objetivo de verificar o desempenho das heurísticas implementadas. A Tabela 16 apresenta o menor custo (\$/h), o maior custo (\$/h), a média dos custos (\$/h) e o desvio padrão desta média. As soluções cujos valores não foram avaliados foram marcados como NA. As soluções a partir do ED e do EDM estão destacadas em negrito. Observando a Tabela 16 vemos que os algoritmos ED e EDM não conseguiram obter o melhor resultado quando comparados com a literatura.

O ED obteve a melhor solução em relação apenas aos métodos PSO, GA e AIS, sendo até 0,93% melhor conforme pode ser observado na Tabela 16. Já o EDM obteve a melhor solução em relação aos métodos PSO, GA, AIS, MTS, TSA, SA, APSO, SA-PSO, PC PSO, SOH-PSO, DSPSO-TA, MPSO e ABC, sendo até 1,23% melhor conforme pode

Tabela 16 – Comparação de Diferentes Métodos na Resolução do DE Não Convexo com 15 Unidades Geradoras.

Método	Custo Mín.(\$/h)	Custo Máx.(\$/h)	Custo Médio(\$/h)	Desvio padrão
PSO	32.858,00	33.331,00	33.039,00	NA
GA	33.113,00	33.337,00	33.228,00	NA
AIS	32.854,00	32.892,00	32.873,25	10,81
MTS	32.716,87	32.796,15	32.767,21	3,65
TSA	32.762,12	32.942,71	32.822,84	60,59
SA	32.786,40	33.028,95	32.869,51	112,32
APSO	32.742,78	NA	32.976,68	133,93
SA-PSO	32.708,00	32.789,00	32.732,00	18,03
PC PSO	32.775,36	NA	NA	NA
SOH-PSO	32.751,00	32.945,00	32.878,00	NA
DS PSO-TSA	32.715,06	32.730,39	32.724,63	8,40
MDE	32.704,90	32.711,50	32.708,10	NA
CT PSO	32.704,45	32.704,45	32.704,45	0,00
C PSO	32.704,45	32.704,45	32.704,45	0,00
C PSO	32.704,45	32.704,45	32.704,45	0,00
C PSO	32.704,45	32.704,45	32.704,45	0,00
M PSO	32.738,42	NA	NA	NA
ABC	32.707,85	32.708,27	32.707,95	NA
FA	32.704,50	33.175,00	32.856,10	141,17
SWT-PSO	32.704,45	NA	NA	NA
MsEBBO	32.692,40	32.692,40	32.692,40	0,00
SQ PSO	32.704,57	32.711,62	32.707,08	NA
IA EDP	32.698,20	32.823,78	32.750,22	9,30
IOD PSO-G	32.692,39	32.692,39	32.692,39	0,00
IOD PSO-L	32.692,39	32.692,39	32.692,39	0,00
ED	32.804,11	33.076,68	32.996,08	75,84
EDM	32.706,66	32.719,72	32.709,76	4,22

Fonte: Adaptada de Qin et al. (2017, p. 13).

ser observado na Tabela 16. A melhor solução de 32.692,39 \$/h para este caso foi obtida através dos métodos IOD PSO-G e IOD PSO-L implementados por Qin et al. (2017), os quais são variantes do PSO. Em relação a melhor solução obtida pela literatura, as soluções obtidas pelos métodos ED e EDM são 0,34% e 0,04% piores, respectivamente.

Realizamos uma análise do tempo de computação dos algoritmos ED e EDM para verificar a eficiência da modificação realizada em relação à versão original. Não realizamos essa comparação com os outros métodos da literatura pois estes foram executados em

arquitecturas diferentes. O custo computacional foi avaliado pela média do tempo de execução (em segundos) das 20 execuções realizadas. A Tabela 17 apresenta as estatísticas dos custos computacionais dos métodos ED e EDM, onde as melhores soluções estão destacadas em negrito. Essa tabela apresenta o tempo de execução mínimo (em segundos), o tempo máximo (em segundos), o tempo médio (em segundos) e o desvio padrão em relação à média. Observando a Tabela 17 vemos que o ED apresentou um custo médio de 23,31 segundos e o EDM apresentou um custo médio de 0,93 segundos. Logo, embora o EDM não consiga obter a melhor solução em relação à literatura, esse método se mostrou bastante eficiente em relação ao ED original, apresentando uma redução no tempo médio de execução de 95,98%.

Tabela 17 – Estatísticas dos Custos Computacionais dos Algoritmos ED e EDM na Resolução do DE Não Convexo com 15 Unidades Geradoras.

Método	Tempo Mínimo (s)	Tempo Máximo(s)	Tempo Médio(s)	Desvio padrão
ED	23,05	23,60	23,31	0,14
EDM	0,88	1,05	0,93	0,03

Fonte: Elaborada pelo autor.

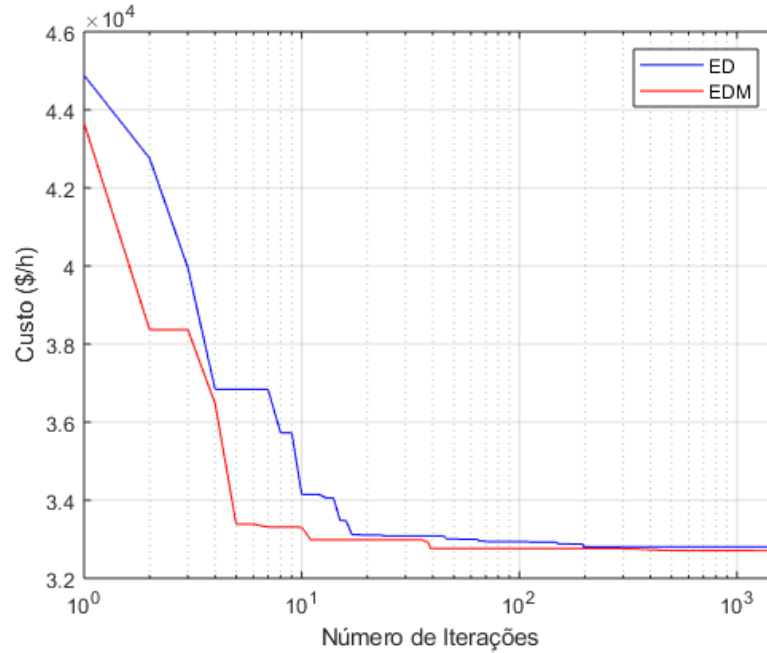
A Figura 16 apresenta o gráfico de convergência das melhores soluções encontradas pelos algoritmos ED e EDM. Nesse gráfico o eixo x apresenta o número de iterações executadas e o eixo y apresenta o custo total de geração (\$/h). Para solucionar o DE não convexo com 15 unidades, utilizamos o número máximo de avaliações da função objetivo (FES) como critério de parada para os algoritmos. Como o valor de FES foi definido como 6×10^4 e utilizamos uma população NP de 40 indivíduos, logo foram executadas 1.500 iterações em cada algoritmo. Observando a Figura 16 vemos que o EDM converge mais rapidamente à melhor solução, confirmando sua eficiência em relação ao ED. Logo, além de o EDM apresentar uma solução 0,30% melhor em relação ao ED, apresenta uma redução no tempo execução de aproximadamente 95,98% executando o mesmo número de iterações.

A Tabela 18 apresenta a saída de potência (em MW) para cada uma das unidades geradoras e energia termoelétrica, a perda de transmissão do sistema P_L (em MW), a potência demandada P_D (em MW), a soma das potências ($\sum P_i$), o custo (\$/h) obtido, o número total de iterações executadas e o tempo de execução em segundos.

4.2.4 Caso de Teste 4: Despacho Econômico Não Convexo com 40 Unidades Geradoras

Um dos casos teste deste trabalho é o DE não convexo com 40 unidades geradoras de energia termoelétrica. Neste problema são consideradas as restrições quanto ao balanço

Figura 16 – Convergência das Melhores Soluções Obtidas pelos Algoritmos ED e EDM para o DE Não Convexo com 15 Unidades Geradoras.



Fonte: Elaborada pelo autor.

de potência, limites mínimo e máximo de operação das unidades geradoras e pontos de válvula (QIN et al., 2017; SINHA; CHAKRABARTI; CHATTOPADHYAY, 2003). Esse problema é desafiador devido ao efeito dos pontos e válvula, onde as saídas das unidades geradoras possuem como características um alto grau de não linearidade e descontinuidade (GAING, 2003). Além disso, a função do custo é um polinômio quadrático com vários mínimos locais e o mínimo global difícil de encontrar (QIN et al., 2017).

O problema do DE com 40 unidades pode ser matematicamente descrito como o seguinte problema de otimização não linear, não convexo e descontínuo:

$$\begin{cases} \min F = \sum_{i=1}^{40} F_i(P_i) \\ \text{s.a } \sum_{i=1}^{40} P_i = P_D, \\ P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max}, i = 1, \dots, 40 \end{cases} \quad (4.9)$$

Para considerar a restrição de pontos de válvula componentes sinusoidais retificados são adicionados à função de custo quadrático, conforme pode ser observado na equação 2.9. Nesse problema não é considerada a restrição de perdas de transmissão. Logo, a função objetivo deve apenas satisfazer ao balanço de potência, onde a soma das contribuições das unidades geradoras deve ser igual à potência demandada, conforme pode ser observado na equação 2.4. Para esse sistema a demanda de potência total é $P_D = 10.500$ MW (QIN et al., 2017). O fator de penalização utilizado foi de $\phi = 100$ (SINHA; CHAKRABARTI; CHATTOPADHYAY, 2003). Os valores dos limites mínimo (P_i^{\min}) e máximo (P_i^{\max}) de

Tabela 18 – Melhores Soluções obtidas pelos Algoritmos ED e EDM na Resolução do Despacho Econômico Não Convexo com 15 Unidades Geradoras.

Saídas de Potência	ED	EDM
Unidade 1 (MW)	455,0000	455,00000
Unidade 2 (MW)	380,0000	380,0000
Unidade 3 (MW)	120,8612	130,0000
Unidade 4 (MW)	124,6583	130,0000
Unidade 5 (MW)	170,0000	170,0000
Unidade 6 (MW)	460,0000	459,9993
Unidade 7 (MW)	430,0000	430,0000
Unidade 8 (MW)	63,0036	72,8036
Unidade 9 (MW)	97,7516	58,3943
Unidade 10 (MW)	102,4039	159,6506
Unidade 11 (MW)	80,0000	80,0000
Unidade 12 (MW)	70,3652	80,0000
Unidade 13 (MW)	25,0000	25,0000
Unidade 14 (MW)	55,0000	15,0069
Unidade 15 (MW)	25,8849	15,0000
P_L (MW)	29,9063	30,8546
P_D (MW)	2.630,00	2.630,00
$\sum P_i$ (MW)	2.659,90	2.660,90
Custo(\$/h)	32.804,1149	32.706,6642
Iterações	1.500	1.500
Tempo (s)	23,28	0,92

Fonte: Elaborada pelo autor.

cada uma das i ($i \in \{1, 2, \dots, 40\}$) unidades geradoras, além dos parâmetros α_i , β_i , γ_i , e_i e f_i , podem ser consultados na Tabela 27 disponível nos apêndices.

Como parâmetros do ED e do EDM utilizamos uma população NP de 40 indivíduos (QIN et al., 2017), um fator de perturbação F variado de 0,5 à 1, uma probabilidade de cruzamento CR variada de 0,1 à 1 e a mutação conhecida como $DE/rand/1/bin$ (STORN; PRICE, 1997).

Baseando-se nos resultados de Qin et al. (2017), o critério de parada utilizado para ambos algoritmos foi o número máximo de avaliações da função objetivo (FES). Esse caso tem um espaço de solução maior e mais complexo que os casos anteriores, logo o número de FES foi definido como 2×10^5 . Foram realizadas 20 execuções para cada configuração dos algoritmos ED e EDM, sendo que em cada execução o problema foi resolvido com

uma solução inicial aleatória. Os resultados obtidos pelos métodos ED e EDM foram comparados entre si, com o objetivo de verificar o desempenho do EDM em relação ao ED original. Além disso, comparamos os resultados obtidos com os resultados de outros métodos da literatura.

A Tabela 19 apresenta as melhores soluções obtidas para cada uma das configurações do ED e do EDM, sendo que o fator de penalização F foi variado de 0,5 à 1,0 e a probabilidade de cruzamento CR de 0,1 à 1,0. Na Tabela 19 a melhor solução obtida por cada algoritmo está destacada em negrito. Observando a Tabela 19 vemos que para o ED a melhor solução de 126.759,41 \$/h foi encontrada com F igual à 1 e CR igual à 0,4. Para o EDM a melhor solução de 121.808,04 \$/h foi com F igual à 0,5 e CR igual à 0,1. A melhor solução encontrada pelo EDM é aproximadamente 3,91% menor que a encontrada pelo ED. Logo, a modificação realizada conseguiu encontrar o melhor resultado em relação à versão original.

Realizamos uma comparação dos resultados obtidos através dos métodos ED e EDM com os resultados obtidos por 28 algoritmos da literatura (QIN et al., 2017), com o objetivo de verificar o desempenho das heurísticas implementadas. A Tabela 20 apresenta o menor custo obtido (\$/h) para o DE, o maior custo obtido (\$/h), a média dos custos (\$/h) e o desvio padrão desta média. As soluções cujos valores não foram avaliados foram marcados como NA. As soluções obtidas a partir do ED e do EDM estão destacadas em negrito.

Observando a Tabela 20 vemos que os algoritmos ED e EDM não conseguiram obter o melhor resultado em relação a literatura. A solução obtida pelo ED não conseguiu ser melhor que a solução de nenhum método da literatura, sendo até 4,40% pior. Já a solução obtida pelo EDM conseguiu o melhor resultado em relação aos métodos CEP, FEP, MFEP, IFEP, DEC(2)-SQP(2), PARPSO, CPSO, PSO-GM, NPSO-LRS e MPSO, sendo até 1,36% melhor. A melhor solução de 121.412,50 \$/h foi obtida através do ED-DE implementado por Wang, Li e Weise (2010), o qual é um algoritmo híbrido que combina o MUEDA com MDE. O MUEDA é baseado nos algoritmos AG, ES e EP, com mutação usando distribuição gaussiana e Cauchy. O MDE é uma versão híbrida do ED, AG e PSO. Em relação a melhor solução da literatura, as soluções obtidas através dos métodos ED e EDM são 4,40% e 0,33% piores, respectivamente.

Realizamos uma análise do tempo de computação dos algoritmos ED e EDM para verificar a eficiência da modificação realizada em relação à versão original. Não realizamos essa comparação com os outros métodos da literatura pois estes foram executados em arquiteturas diferentes. O custo computacional foi avaliado pela média do tempo de execução (em segundos) das 20 execuções realizadas. A Tabela 21 apresenta as estatísticas dos custos computacionais dos métodos ED e EDM, onde as melhores soluções estão destacadas em negrito. A Tabela 21 apresenta o tempo de execução mínimo (em segundos), o tempo máximo (em segundos), o tempo médio (em segundos) e o desvio padrão em

Tabela 19 – Melhores Soluções dos Algoritmos ED, e EDM, Variando os Parâmetros F e CR , para o Despacho Econômico Não Convexo com 40 Unidades Geradoras.

	F = 0,5		F = 0,6		F = 0,7	
	ED	EDM	ED	EDM	ED	EDM
CR=0,1	128.349,18	121.808,04	128.222,35	122.068,43	127.986,44	122.162,87
CR=0,2	127.722,62	121.886,26	128.317,04	121.981,63	128.270,56	122.014,23
CR=0,3	127.757,61	121.898,81	128.201,53	121.936,16	126.985,51	121.957,39
CR=0,4	128.225,13	121.847,74	127.981,14	121.911,13	127.853,76	121.936,22
CR=0,5	128.481,90	121.827,29	128.206,52	121.911,67	128.011,89	121.945,54
CR=0,6	128.107,31	121.906,27	128.163,87	121.912,96	128.239,66	121.947,93
CR=0,7	128.622,12	121.808,90	127.798,55	121.908,04	128.023,61	121.989,16
CR=0,8	128.541,39	121.826,78	128.176,89	121.811,55	128.410,47	121.927,72
CR=0,9	128.294,38	122.051,15	128.685,94	121.833,87	127.294,19	121.813,27
CR=1,0	128.104,96	131.476,47	127.565,78	127.324,33	128.160,26	125.522,83
	F = 0,8		F = 0,9		F = 1	
	ED	EDM	ED	EDM	ED	EDM
CR=0,1	127.938,70	122.205,16	126.769,72	122.237,27	127.787,25	122.177,63
CR=0,2	128.389,05	122.097,81	127.972,25	122.143,97	127.970,18	122.155,68
CR=0,3	127.794,40	122.051,55	128.615,59	122.206,76	128.400,56	122.286,59
CR=0,4	128.182,58	122.079,85	128.277,09	122.335,15	126.759,41	122.479,01
CR=0,5	127.609,63	122.134,01	127.890,85	122.497,07	127.434,09	122.235,67
CR=0,6	128.244,33	122.274,91	128.183,79	122.726,35	127.806,57	122.739,39
CR=0,7	128.366,69	122.323,27	128.640,89	122.852,27	127.453,18	122.781,87
CR=0,8	127.947,09	122.257,26	127.542,74	122.775,23	128.190,81	122.885,41
CR=0,9	127.897,10	121.927,87	127.955,25	122.208,66	127.747,22	122.400,24
CR=1,0	127.819,50	123.861,96	128.077,77	123.678,19	128.415,81	125.029,80

Fonte: Elaborada pelo autor.

relação à média. Observando a Tabela 21 vemos que o ED apresentou um custo médio de 241,44 segundos e o EDM apresentou um custo médio de 2,64 segundos. Logo, embora o EDM não consiga obter a melhor solução em relação a literatura, este se mostrou mais eficiente que o ED original, sendo 98,90% menos custoso.

A Figura 17 apresenta o gráfico de convergência para as melhores soluções encontradas pelos algoritmos ED e EDM. Nesse gráfico o eixo x apresenta o número de iterações executadas e o eixo y o custo total de geração (\$/h). Para solucionar o DE não convexo com 40 unidades, utilizamos o número máximo de avaliações da função objetivo (FES) como critério de parada para os algoritmos. Como o valor de FES foi definido como 2×10^5 e utilizamos uma população NP de 40 indivíduos, logo foram executadas 5.000 iterações em cada algoritmo. Observando a Figura 17 vemos que o EDM converge mais

rapidamente a melhor solução, confirmando sua eficiência em relação ao ED. Logo, além de o EDM apresentar a melhor solução em relação ao ED, apresenta uma redução no

Tabela 20 – Comparação de Diferentes Métodos na Resolução do Despacho Econômico Não Convexo com 40 Unidades Geradoras.

Método	Custo Mín.(\$/h)	Custo Máx.(\$/h)	Custo Médio(\$/h)	Desvio padrão
CEP	123.488,29	126.902,89	124.793,48	NA
FEP	122.679,71	127.245,59	124.119,37	NA
MFEP	122.647,57	124.356,47	123.489,74	NA
IFEP	122.624,35	125.740,63	123.382,00	NA
DEC(2)-SQP(1)	121.741,98	122.295,13	122.839,29	386,18
DEC(2)-SQP(2)	121.843,25	123.058,02	122.242,84	320,30
IA EDP	121.436,97	121.648,44	122.492,70	182,53
MDE	121.414,79	121.466,04	121.418,44	NA
PARPSO	122.256,30	NA	NA	NA
PSO	121.735,47	123.467,41	122.513,92	NA
APSO(1)	121.704,74	122.995,10	122.221,37	NA
APSO(2)	121.663,52	122.912,40	122.153,64	NA
CPSO	121.885,11	123.767,36	122.469,64	307,15
PSO-GM	121.845,98	123.219,22	122.398,38	258,44
CBPSO-RVM	121.555,32	123.094,98	122.281,14	259,99
NPSO-LRS	122.035,79	123.461,68	122.558,46	NA
PSO-LRS	121.664,43	122.981,59	122.209,32	NA
FAPSO-NM	121.418,30	121.419,80	121.418,80	NA
FAPSO	121.712,40	121.873,17	121.778,25	NA
FA	121.415,05	121.424,56	121.416,57	NA
GA-PS-SQP	121.458,14	NA	122.039,00	NA
MPSO	122.252,27	NA	NA	NA
SOH-PSO	121.501,14	122.446,30	121.853,57	NA
ED-DE	121.412,50	121.517,80	121.460,70	26,29
CSA	121.425,61	NA	NA	NA
BSA	121.415,61	121.524,96	121.474,88	13,12
IODPSO-G	121.414,93	121.426,42	121.416,54	17,75
IODPSO-L	121.420,98	121.431,62	121.424,62	18,69
ED	126.759,41	129.961,37	129.044,80	687,76
EDM	121.808,04	121.869,17	121.833,97	13,06

Fonte: Adaptada de Qin et al. (2017, p. 15).

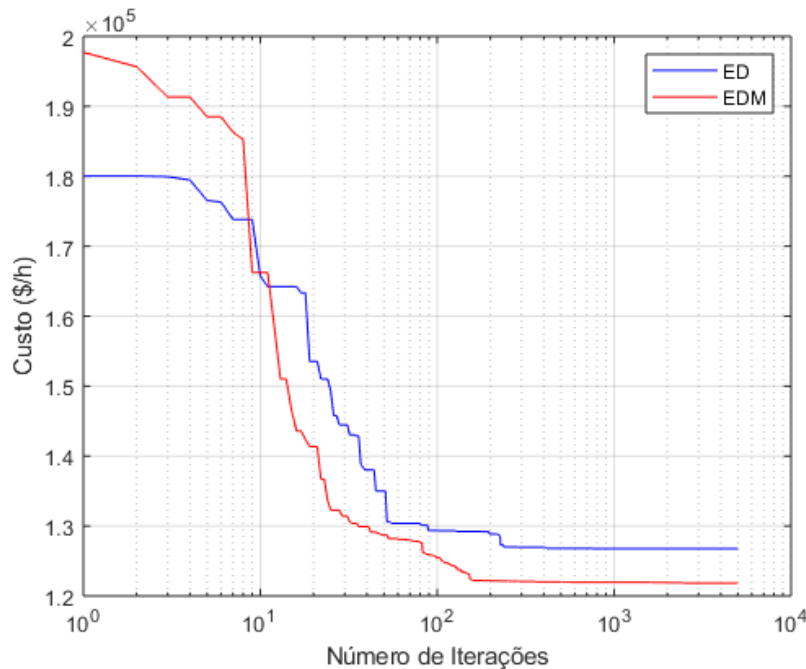
Tabela 21 – Estatísticas dos Custos Computacionais dos Algoritmos ED e EDM na Resolução do Despacho Econômico Não Convexo com 40 Unidades Geradoras.

Método	Tempo Mínimo (s)	Tempo Máximo(s)	Tempo Médio(s)	Desvio padrão
ED	237,71	246,03	241,44	2,37
EDM	2,45	2,79	2,64	0.07

Fonte: Elaborada pelo autor.

tempo execução de aproximadamente 98,20% executando o mesmo número de iterações.

Figura 17 – Convergência das Melhores Soluções Obtidas pelos Algoritmos ED e EDM para o Despacho Econômico Não Convexo com 40 Unidades Geradoras.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Tabela 22 apresenta a saída de potência (em MW) para cada uma das unidades geradoras e energia termoelétrica, a perda de transmissão do sistema P_L (em MW), a potência demandada P_D (em MW), a soma das potências ($\sum P_i$), o custo (\$/h) obtido, o número total de iterações executadas e o tempo de execução em segundos.

Tabela 22 – Melhores Soluções obtidas pelos Algoritmos ED e EDM na Resolução do DE Não Convexo com 40 Unidades Geradoras.

Saídas de Potência	ED	EDM	Saídas de Potência	ED	EDM
Unidade 1 (MW)	114,0000	113,0352	Unidade 24 (MW)	550,0000	523,3330
Unidade 2 (MW)	102,2128	111,1333	Unidade 25 (MW)	430,4574	523,3699
Unidade 3 (MW)	100,6753	97,4651	Unidade 26 (MW)	550,0000	523,2628
Unidade 4 (MW)	131,3671	179,7738	Unidade 27 (MW)	10,0000	10,0000
Unidade 5 (MW)	95,0640	89,8306	Unidade 28 (MW)	10,0000	10,0095
Unidade 6 (MW)	140,0000	140,0000	Unidade 29 (MW)	16,6741	10,0000
Unidade 7 (MW)	300,0000	259,6110	Unidade 30 (MW)	150,0000	129,1179
Unidade 8 (MW)	300,0000	285,1771	Unidade 31 (MW)	96,9937	97,0000
Unidade 9 (MW)	300,0000	285,5267	Unidade 32 (MW)	182,1782	189,9999
Unidade 10 (MW)	219,5383	130,0021	Unidade 33 (MW)	168,7446	190,0000
Unidade 11 (MW)	312,2378	167,8023	Unidade 34 (MW)	200,0000	164,5751
Unidade 12 (MW)	210,4898	94,0000	Unidade 35 (MW)	182,7614	200,0000
Unidade 13 (MW)	140,0319	214,8233	Unidade 36 (MW)	200,0000	165,2784
Unidade 14 (MW)	356,7978	394,2808	Unidade 37 (MW)	110,0000	110,0000
Unidade 15 (MW)	500,0000	394,2760	Unidade 38 (MW)	110,0000	110,0000
Unidade 16 (MW)	177,7691	394,3130	Unidade 39 (MW)	110,0000	110,0000
Unidade 17 (MW)	500,0000	489,4078	Unidade 40 (MW)	510,6388	511,3033
Unidade 18 (MW)	500,0000	489,2891	P_D (MW)	10.500	10.500
Unidade 19 (MW)	494,9638	511,3057	$\sum P_i$ (MW)	10.500	10.500
Unidade 20 (MW)	515,9667	511,3002	Custo(\$/h)	126.759,4120	121.808,0381
Unidade 21 (MW)	415,2266	523,5171	Iterações	5.000	5.000
Unidade 22 (MW)	435,2226	523,4825	Tempo (s)	243,26	21,77
Unidade 23 (MW)	550,0000	523,3983			

Fonte: Elaborada pelo autor.

4.2.5 Caso de Teste 5: Despacho Econômico Básico com 110 Unidades Geradoras

Um dos casos teste deste trabalho é o DE com 110 unidades geradoras de energia termoelétrica. Neste problema são consideradas as restrições de balanço de potência e limites mínimo e máximo de operação das unidades geradoras (GHASEMI et al., 2018). Ao considerar apenas essas restrições o problema é considerado como básico, pois é a restrição de perdas de transmissão não é considerada (GOMEZ-EXPOSITO; CONEJO; CANIZARES, 2011). Neste problema não são consideradas restrições que resultem em um espaço de decisão não convexo e descontínuo, como zonas proibidas e pontos de válvula.

Logo, esse problema é considerado não linear. Entretanto, a dificuldade em sua resolução está no grande número de unidades geradoras de energia.

O problema do DE básico com 110 unidades pode ser matematicamente descrito como o seguinte problema de otimização não linear:

$$\begin{cases} \min F = \sum_{i=1}^{110} F_i(P_i) \\ \text{s.a } \sum_{i=1}^{110} P_i = P_D, \\ P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max}, i = 1, \dots, 110 \end{cases} \quad (4.10)$$

Nesse problema, assim como no com 40 unidades, não é considerada a restrição de perdas de transmissão. Logo, a função objetivo deve apenas satisfazer ao balanço de potência, onde a soma das contribuições da unidades geradoras deve ser igual à potência demandada, conforme a equação 2.4. Para esse sistema a demanda de potência total é $P_D = 15.000$ MW (GHASEMI et al., 2018) . O fator de penalização utilizado foi de $\phi = 100$. Os valores dos limites mínimo (P_i^{\min}) e máximo (P_i^{\max}) de cada uma das i ($i \in \{1, 2, \dots, 40\}$) unidades geradoras, além dos parâmetros α_i , β_i , γ_i , e_i e f_i , podem ser consultados na Tabela 28 disponível nos apêndices.

Como parâmetros do ED e do EDM utilizamos uma população NP de 40 indivíduos (QIN et al., 2017), o fator de perturbação F foi variado de 0,5 à 1, a probabilidade de cruzamento CR foi variado de 0,1 à 1 e utilizamos a mutação conhecida como $DE/rand/1/bin$ (STORN; PRICE, 1997).

O critério de parada utilizado para ambos algoritmos foi o número máximo de avaliações da função objetivo (FES) (QIN et al., 2017). Esse caso tem um espaço de solução maior que os casos anteriores, logo o número de FES foi definido como 3×10^5 . Foram realizadas 20 execuções para cada configuração dos algoritmos ED e EDM, sendo que em cada execução o problema foi resolvido com uma solução inicial aleatória. Os resultados obtidos pelos métodos ED e EDM foram comparados entre si, com o objetivo de verificar o desempenho do EDM em relação ao ED original. Além disso, comparamos os resultados obtidos com os resultados de outros métodos da literatura (GHASEMI et al., 2018).

A Tabela 23 apresenta as melhores soluções obtidas para cada uma das configurações do ED e EDM, sendo que o fator de penalização F foi variado de 0,5 à 1,0 e a probabilidade de cruzamento CR foi variada de 0,1 à 1,0. Na Tabela 23 a melhor solução obtida por cada algoritmo está destacada em negrito. Observando a Tabela 23 vemos que para o ED a melhor solução de 220.547,92 \$/h foi encontrada com F igual à 0,6 e CR igual à 1,0. Para o EDM a melhor solução de 197.988,23 \$/h foi com F igual à 0,5 e CR igual à 0,9. A melhor solução encontrada pelo EDM é aproximadamente 10,22% menor que a encontrada pelo ED. Logo, a modificação realizada no algoritmo ED conseguiu encontrar o melhor resultado em relação à versão original.

Realizamos uma comparação dos resultados obtidos através dos métodos ED e

EDM com os resultados obtidos por 9 algoritmos da literatura (GHASEMI et al., 2018), com o objetivo de verificar o desempenho das heurísticas implementadas. A Tabela 24 apresenta o menor custo (\$/h) obtido, o maior custo (\$/h), a média dos custos (\$/h) e o desvio padrão desta média. As soluções cujos valores não foram avaliados foram marcados como NA. As soluções a partir do ED e do EDM estão destacadas em negrito.

Observando a Tabela 24 vemos que os algoritmos ED e EDM não conseguiram obter o melhor resultado quando comparado com a literatura. A solução obtida pelo ED não conseguiu ser melhor que a solução de nenhum método da literatura, sendo até 11,40% pior. Já a solução obtida pelo EDM conseguiu o melhor resultado em relação aos métodos SA, SAB, SAF, ORCCRO, BBO e DE/BBO, sendo até 8,38% melhor. A melhor

Tabela 23 – Melhores Soluções dos Algoritmos ED, e EDM, Variando os Parâmetros F e CR , para o Despacho Econômico Básico com 110 Unidades Geradoras.

	F = 0,5		F = 0,6		F = 0,7	
	ED	EDM	ED	EDM	ED	EDM
CR=0,1	223.379,73	198.580,37	225.227,32	198.574,87	225.596,94	198.623,92
CR=0,2	226.196,64	198.437,77	225.547,90	198.572,57	223.682,56	198.604,99
CR=0,3	224.198,03	198.400,25	223.020,15	198.568,67	224.737,64	198.671,68
CR=0,4	227.071,05	198.431,09	224.194,94	198.698,95	224.990,92	198.813,79
CR=0,5	222.811,62	198.378,66	226.115,54	198.637,02	227.735,06	199.015,46
CR=0,6	226.935,58	198.418,22	226.171,42	198.637,77	224.335,69	199.158,40
CR=0,7	224.340,66	198.368,23	226.203,44	198.749,41	226.379,19	199.201,21
CR=0,8	226.305,40	198.304,56	224.730,26	198.656,28	226.110,11	199.079,59
CR=0,9	226.063,60	197.988,23	225.349,83	198.382,44	225.676,94	198.821,85
CR=1,0	226.944,31	221.754,46	220.547,92	214.487,94	222.508,01	208.655,41
	F = 0,8		F = 0,9		F = 1	
	ED	EDM	ED	EDM	ED	EDM
CR=0,1	223.741,83	198.660,28	225.101,00	198.645,00	226.671,85	198.481,22
CR=0,2	224.326,43	198.681,22	223.338,86	198.683,86	227.516,84	198.632,34
CR=0,3	225.888,44	198790,78	225.881,95	198.850,76	226.253,67	198.690,84
CR=0,4	226.454,22	199.130,02	227.451,77	199.270,59	223696,10	198.908,67
CR=0,5	224.785,83	199.354,10	225.842,43	199.618,81	226.399,58	199.225,02
CR=0,6	225.686,16	199.672,57	226.045,46	199.629,47	223.618,30	199.617,75
CR=0,7	222.659,15	199.803,69	220.973,60	200.148,68	227.658,85	199.437,37
CR=0,8	225.866,55	199.644,89	222.850,63	200.645,94	223.403,83	199.155,85
CR=0,9	226.515,49	204.859,64	225.780,53	199.479,02	224.333,88	199.193,53
CR=1,0	225.275,22	199.634,49	225.674,08	204.763,31	224.978,49	207.160,51

Fonte: Elaborada pelo autor.

solução de 197.988,1775 \$/h foi obtida através do CFA implementado por Ghasemi et al. (2018), o qual é um método novo baseado na teoria das leis de Franklin e Coulomb. Em relação a melhor solução da literatura, as soluções obtidas através do ED e do EDM são 11,40% e 0,06% piores, respectivamente. Entretanto, a solução obtida pelo EDM pode ser considerada uma boa solução, a qual é a quarta melhor solução em relação a literatura.

Tabela 24 – Comparação de Diferentes Métodos na Resolução do DE Básico com 110 Unidades.

Método	Custo Mín.(\$/h)	Custo Máx.(\$/h)	Custo Médio(\$/h)	Desvio padrão
SA	216.100,5475	216.823,5408	216.365,7269	NA
SAB	206.921,9057	208.197,0059	207.764,7398	NA
SAF	207.380,5164	208.012,6248	207.813,3717	NA
RQEA	197.988,1793	197.988,1835	197.988,2006	NA
ORCCRO	198.016,2900	198.016,8900	198.016,3200	NA
BBO	198.241,1660	199.102,5900	198.413,4500	NA
DE/BBO	198.231,0600	198.828,5700	198.326,6600	NA
OIWO	197.989,14	197.989,93	197.989,41	NA
CFA	197.988,1775	197.988,1916	197.988,1852	0,0071
ED	220.547,9237	235.189,1277	229.757,9173	3.194,65
EDM	197.988,2340	198.161,67	197.988,28	45,42

Fonte: Adaptada de Ghasemi et al. (2018, p. 23).

Realizamos uma análise do tempo de computação dos algoritmos ED e EDM para verificar a eficiência da modificação realizada em relação à versão original. Não realizamos essa comparação com os outros métodos da literatura pois estes foram executados em arquiteturas diferentes. O custo computacional foi avaliado pela média do tempo de execução (em segundos) das 20 execuções realizadas. A Tabela 25 apresenta as estatísticas dos custos computacionais do ED e do EDM, onde as melhores soluções estão destacadas em negrito. A Tabela 25 apresenta o tempo de execução mínimo (em segundos), o tempo máximo (em segundos), o tempo médio (em segundos) e o desvio padrão em relação à média. Observando a Tabela 25 vemos que o ED apresentou um custo médio de 566,24 segundos e o EDM apresentou um custo médio de 7,40 segundos, com uma redução de 98,69% no tempo de computação. Logo, além do EDM encontrar a melhor solução em relação ao ED também apresenta o menor custo computacional.

A Figura 18 apresenta o gráfico de convergência para as melhores soluções encontradas pelos algoritmos ED e EDM. Nesse gráfico o eixo x apresenta o número de iterações executadas e o eixo y o custo total de geração (\$/h). Para solucionar o DE básico com 110 unidades, utilizamos o número máximo de avaliações da função objetivo (FES) como critério de parada para os algoritmos. Como o valor de FES foi definido como 3×10^5 e utilizamos uma população NP de 40 indivíduos, logo foram executadas 7.500 iterações em

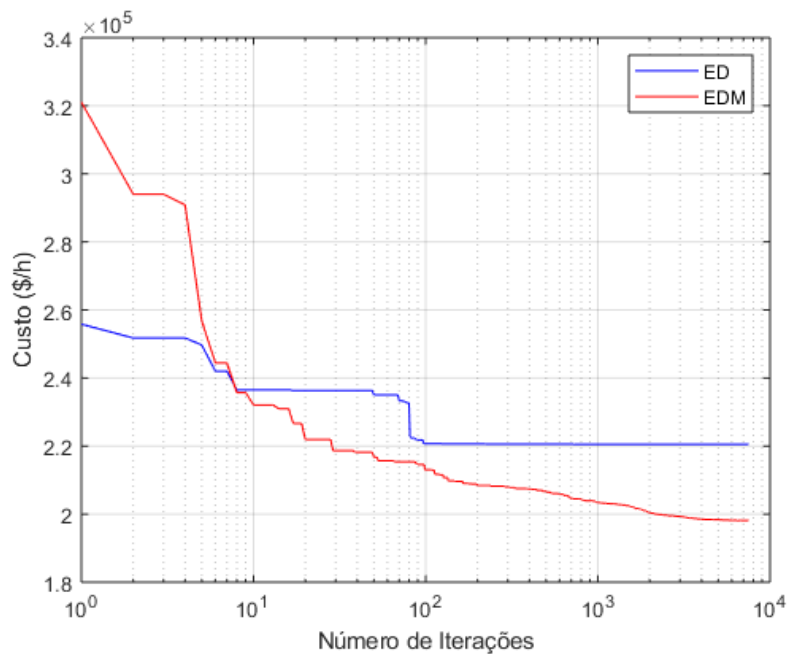
Tabela 25 – Estatísticas do Custo Computacional dos Algoritmos ED e EDM na Resolução do DE Básico com 110 Unidades Geradoras.

Método	Tempo Mín. (s)	Tempo Máx.(s)	Tempo Médio(s)	Desvio padrão
ED	559,72	572,74	566,24	3,88
EDM	7,19	7,81	7,40	0,16

Fonte: Elaborada pelo autor.

cada algoritmo. Observando a Figura 18 vemos que o EDM converge mais rapidamente a melhor solução, confirmando sua eficiência em relação ao ED.

Figura 18 – Convergência das Melhores Soluções Obtidas pelos Algoritmos ED e EDM para o DE com 110 Unidades Geradoras.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Tabela ?? apresenta a saída de potência (em MW) para cada uma das unidades geradoras e energia termoelétrica, a perda de transmissão do sistema P_L (em MW), a potência demandada P_D (em MW), a soma das potências ($\sum P_i$), o custo (\$/h) obtido, o número total de iterações executadas e o tempo de execução em segundos. Essa Tabela pode ser consultada nos apêndices.

4.2.6 Análise Geral

Essa seção tem como objetivo apresentar uma comparação entre os resultados obtidos pelos métodos ED e EDM na resolução dos quatro casos de teste do DE. No primeiro caso (seção 4.2.2) solucionamos o DE com 15 unidades geradoras, considerando as restrições clássicas do problema como balanço de potência, perdas de transmissão e limites

Tabela 26 – Parâmetros F e CR do ED e do EDM que levaram a Melhor Solução em Cada Caso de Teste do DE.

		DEC 15	DENC 15	DEN 40	DEB 110
ED	F	1,0	1,0	1,0	0,6
	CR	0,2	0,9	0,4	1,0
EDM	F	1,0	1,0	0,5	0,5
	CR	0,8	0,8	0,1	0,9

Fonte: Elaborada pelo autor.

mínimo e máximo de operação para cada uma das unidades geradoras de energia. Logo após, também solucionamos o DE com 15 unidades geradoras (seção 4.2.3). Entretanto, além de considerar as restrições clássicas do problema, foram também consideradas as restrições de zonas proibidas e limites de rampa, as quais tornam o espaço de busca do problema não convexo. No próximo caso solucionamos o DE com 40 unidades geradoras (seção 4.2.4), considerando as restrições de balanço de potência, limites de operação mínimo e máximo para cada unidade geradora e pontos de válvula. A restrição de pontos de válvula torna o espaço de busca do DE com 40 unidades não convexo e descontínuo. No último caso de teste solucionamos o DE com 110 unidades geradoras seção (4.2.5), considerando restrições de balanço de potência e limites de operação mínimo e máximo para cada unidade geradora, as quais são consideradas restrições básicas.

A Tabela 26 apresenta os parâmetros utilizados para os métodos ED e EDM que levaram às melhores soluções para cada caso de teste. O fator de perturbação F foi variado de 0,5 à 1,0 e a probabilidade de cruzamento CR foi variada de 0,1 à 1,0. Conforme pode ser observado na Tabela 26, os algoritmos ED e EDM apresentam um comportamento diferente com o ajuste destes parâmetros. Para o DE Clássico com 15 unidades (DEC 15) ambos os métodos encontraram a melhor solução com o parâmetro F igual à 1,0. Porém, o valor de CR que levou a melhor solução foi igual à 0,2 para o ED e 0,8 para o EDM. Para o caso do DE Não Convexo com 15 unidades (DENC 15), a melhor solução também foi encontrada com F igual à 1,0 para ambos métodos. Entretanto, CR foi igual à 0,9 para o ED e igual à 0,8 para o EDM. Podemos observar que a melhor solução para o DE clássico e para o DE não convexo com 15 unidades foi obtida pelo EDM utilizando os mesmos valores de F e CR . Entretanto, o mesmo não ocorre para o ED.

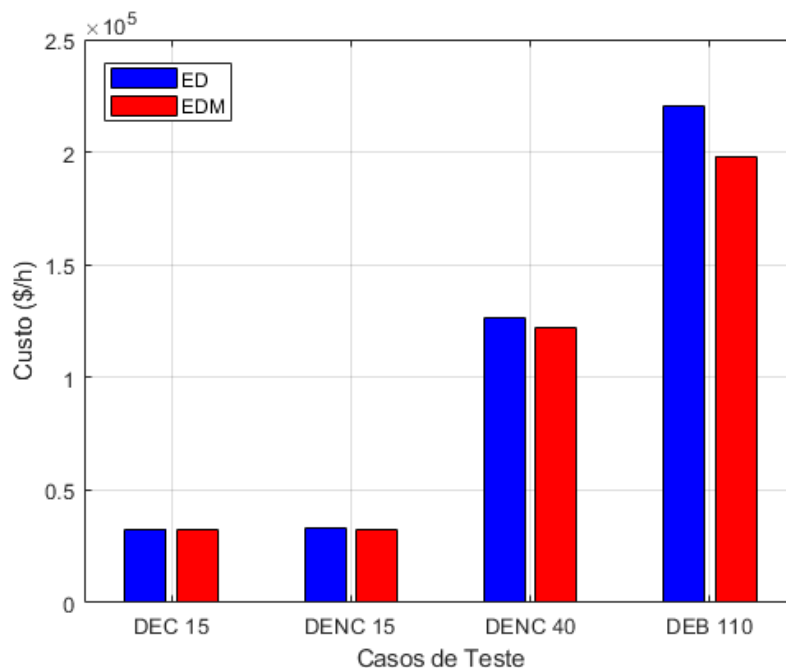
Para o problema do DE não convexo com 40 unidades geradoras (DENC 40), o ED encontrou a melhor solução com os valores de F e CR iguais à 1,0 e 0,4, respectivamente. Já o EDM encontrou a melhor solução com os valores de F e CR iguais à 0,5 e 0,1, respectivamente. Esse caso apresentou a maior diferença no valor dos parâmetros para cada algoritmo, onde o ED e o EDM apresentaram comportamento diferentes

Para o problema do DE básico com 110 unidades geradoras (DEB 110), o ED

encontrou a melhor solução com os valores de F e CR iguais à 0,6 e 1,0, respectivamente. O EDM encontrou a melhor solução com os valores de F e CR iguais à 0,5 e 0,9, respectivamente. Logo, podemos concluir que a calibração dos parâmetros se faz necessária pois cada algoritmo apresenta um comportamento diferente na busca pela melhor solução. Além disso, o tamanho do problema e as restrições impostas influenciam na escolha dos parâmetros F e CR . Logo, não é possível definir um valor para os parâmetros que obtenha a melhor solução possível em todos os casos. Fazendo-se necessário essa calibração dos parâmetros.

A Figura 19 apresenta um gráfico com as melhores soluções obtidas pelos métodos ED e EDM para cada um dos casos de teste do DE, onde o eixo x representa cada um dos casos de teste e o eixo y representa o custo obtido (\$/h). Observando o gráfico da Figura 19 vemos que para todos os casos o EDM conseguiu encontrar a melhor solução em relação ao ED. No caso do DE clássico com 15 unidades a melhor solução obtida pelo EDM (32.548,78 \$/h) é 0,66% melhor que a obtida pelo ED (32.763,74 \$/h). No DE não convexo com 15 unidades a melhor solução obtida pelo EDM (32.706,66 \$/h) é 0,30% melhor que a obtida pelo ED (32.804,11 \$/h). No DE não convexo com 40 unidades a melhor solução obtida pelo EDM (121.808,04 \$/h) é 3,91% melhor que obtida pelo ED (126.759,41 \$/h). No caso do DE básico com 110 unidades a melhor solução obtida pelo EDM (197.988,23 \$/h) é 10,22% melhor que a obtida pelo ED (220.547,92 \$/h). Logo, a modificação realizada conseguiu aumentar a eficácia do algoritmo ED.

Figura 19 – Melhores Soluções Obtidas pelos Métodos ED e EDM para Cada um dos Casos de Teste do DE.



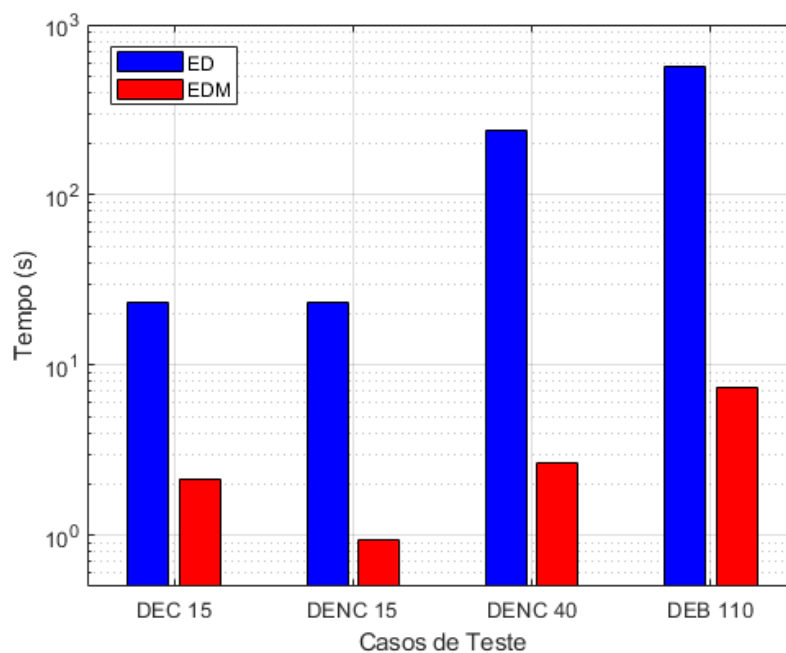
Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 20 apresenta um gráfico com custo computacional para cada um dos casos de teste, onde o eixo x representa cada um dos casos de teste e o eixo y representa o tempo de execução (em segundos). Esse tempo foi calculado através da média das 20 execuções realizadas por cada algoritmo utilizando os parâmetros F e CR que levaram a melhor solução. Observando o gráfico da Figura 20 vemos que para todos os casos o EDM apresentou o menor custo computacional. No caso do DE convexo com 15 unidades o tempo de computação obtido pelo EDM (2,15) é 90,81% menor que o do ED (23,40). No DE não convexo com 15 unidades o tempo de computação obtido pelo EDM (0,93) é 95,98% menor que o do ED (23,31). No DE não convexo com 40 unidades o tempo de computação obtido pelo EDM (2,64) é 98,20% menor que o do ED (241,44). No caso do DE convexo com 110 unidades o tempo de computação obtido pelo EDM (7,40) é 98,69% menor que o obtido pelo ED (566,24). Além da modificação do ED apresentar a melhor solução, ela conseguiu uma redução no tempo de computação em até 98,69%. Logo, o EDM se mostrou mais eficiente que o ED, encontrando a melhor solução com um menor esforço computacional.

4.3 Considerações sobre Análise Experimental e Perspectivas de Trabalhos Futuros

Nesse capítulo apresentamos a metodologia utilizada para o desenvolvimento deste trabalho e o ambiente de execução utilizado, cada um dos casos de teste utilizados para

Figura 20 – Tempo médio de execução dos Métodos ED e EDM para Cada um dos Casos de Teste do DE.



Fonte: Elaborada pelo autor.

avaliar as heurísticas implementadas e os resultados obtidos.

Nesse capítulo vimos que na resolução do problema de otimização global para minimização de um conjunto de funções teste, as heurísticas ED e EDM implementadas obtiveram os melhores resultados para as funções de menor dimensionalidade. Para as funções de alta dimensionalidade a solução obtida pelo ED é até 99,99% melhor em relação a solução obtida pelo EDM. Entretanto, ambos os algoritmos implementados não conseguiram ser tão eficazes comparados com os da literatura com o critério de parada utilizado. Logo, uma solução para contornar esse problema é o aumento do número de iterações utilizadas ou a utilização de um outro critério de parada como o do número máximo de avaliações da função objetivo.

Nesse capítulo também vimos que na resolução do problema do DE com tamanhos e restrições diferentes. Em todos os casos o EDM se mostrou bastante eficaz em relação ao ED original. Para o caso do DE clássico com 15 unidades o EDM obteve uma solução 0,66% melhor que a do ED. Para o DE não convexo com 15 unidades a solução ótima do EDM foi 0,30% melhor que a do ED. No DE não convexo com 40 unidades o EDM foi 3,91% melhor que o ED. Para o DE básico com 110 essa melhoria foi de 10,22%. Além disso, a modificação realizada conseguiu uma redução no tempo de computação de até 98,69%. Logo, além de o EDM obter a melhor solução, esta solução é encontrada em um tempo de computação muito menor que o do ED. Confirmando a eficiência da modificação proposta em relação à versão original do ED.

Em relação aos resultados apresentados pela literatura o EDM se mostrou mais eficaz na resolução dos problemas com espaço de busca convexo. Para os problemas não convexos métodos que utilizam hibridismo se mostraram mais eficazes como o IODPSO-L, IODPSO-G e CFA.

Em trabalhos futuros pretendemos solucionar o problema do DE considerando casos reais. Iremos utilizar dados de usinas termelétricas reais para verificar se o desempenho do EDM se mantém quanto aplicado a esse tipo de problema. Além disso, pretendemos implementar uma versão do EDM híbrido, combinando nosso algoritmo outros métodos, afim de aumentar seu desempenho.

O próximo capítulo apresenta a conclusão deste trabalho e as perspectivas futuras.

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Esse trabalho apresentou uma modificação ao algoritmo ED, o qual é pertencente à classe de Computação Evolucionária. Nessa classe os algoritmos são baseados na teoria de seleção natural das espécies de Charles Darwin (1859), onde os indivíduos que melhor se adaptam ao meio ambiente são mais propensos a sobreviver. No ED, cada possível solução para o problema alvo representa um indivíduo da população. A população é aplicada aos operadores genéticos de mutação e cruzamento e seleção gulosa. No ED original a cada iteração é gerada uma nova população, a qual substitui a antiga, que é descartada. A etapa de seleção gulosa é responsável por selecionar os indivíduos mais aptos e inseri-los na nova população. No EDM proposto a etapa de seleção é modificada. Ao invés da inserção do indivíduo mais apto na nova população, ocorre a substituição do antigo pelo mais apto na população atual. Dessa forma, a população é atualizada na etapa de seleção gulosa e não substituída ao final da iteração.

Este trabalho apresentou o problema do DE, no qual deseja-se encontrar o nível de geração de cada unidade geradora de energia termoelétrica que satisfaça a demanda total do sistema a um custo mínimo, e também satisfaça as restrições do problema. Além disso, vimos que restrições como zonas proibidas, limites de rampa e pontos de válvula tornam o problema não convexo e difícil de ser solucionado pelos métodos de otimização clássicos.

Para verificar o desempenho das heurísticas ED e EDM implementadas, inicialmente resolvemos o problema de otimização global para minimização de um conjunto de seis funções teste. Nossos resultados mostraram que para as funções de pequena dimensionalidade os algoritmos ED e EDM se mostraram bastante eficazes. Entretanto, apenas o EDM conseguiu obter o ótimo global em todas as execuções. Para as funções de grande dimensionalidade e grandes limites no espaço de busca, as heurísticas implementadas não se mostraram eficazes. Sendo assim, concluímos que a dimensionalidade da função de teste e os limites do espaço de busca influenciam na qualidade das soluções encontradas. Logo, esse tipo de função requer um número maior de iterações para encontrar o ótimo global, embora esse aumento do número de iterações aumente o tempo de computação do algoritmo. Outro fator que pode ter influenciado na qualidade das soluções foi a não realização da calibragem dos parâmetros F e CR .

Solucionamos o problema do DE considerando tamanhos e restrições diferentes com o objetivo de verificar o desempenho dos algoritmos aplicados à diferentes cenários. Inicialmente, solucionamos o problema do DE com 15 unidades geradoras de energia termoelétricas, considerando as restrições clássicas de balanço de potência, perdas nas linhas de transmissão e limite mínimo e máximo de operação para cada uma das 15 unidades geradoras. Nossos resultados mostraram que o algoritmo EDM obteve o menor custo (\$/h) para o DE quando comparado com os outros algoritmos de otimização. A melhor solução encontrada pelo EDM é até 1,10% melhor em relação ao ED e as outras

heurísticas da literatura. Logo, concluímos que o EDM se mostrou o método mais eficaz em relação aos outros algoritmos. Além disso, concluímos que solucionar o DE via MML torna-se custoso devido ao grande sistema de equações não lineares e pelo esforço inicial na formulação do problema e inserção manual do sistema no Matlab. Logo, é mais eficiente solucionar o DE utilizando uma heurística de otimização.

Solucionamos um caso do DE com 15 unidades, que além de considerar as restrições clássicas do problema, considera zonas proibidas e limites de rampa. A restrição de zonas proibidas resultam em um espaço de decisão não convexo e difícil de ser solucionado por métodos clássicos. Nossos resultados mostraram que o algoritmo EDM obteve o menor custo (\$/h) quando comparado com o ED, sendo 0,30% melhor. Em relação aos outros métodos da literatura o EDM não conseguiu obter a melhor solução, apresentando uma solução até 0,043% pior.

Solucionamos o DE com 40 unidades, considerando as restrições de balanço de potência, limite mínimo e máximo de operação e pontos de válvula. A restrição de pontos de válvula resulta em uma função objetivo com alto grau de não linearidade, não diferenciabilidade e não convexidade, tornando o problema difícil de ser solucionado. Nossos resultados mostraram que o algoritmo EDM obteve o menor custo (\$/h) quando comparado com o ED, sendo 3,91% melhor. Em relação aos outros métodos da literatura o EDM não conseguiu obter a melhor solução, apresentando uma solução até 0,33% pior.

Solucionamos o DE com 110 unidades, considerando as restrições básicas de balanço de potência e limites de operação. Nossos resultados mostraram que o algoritmo EDM obteve o menor custo (\$/h) quando comparado com o ED, sendo 10,22% melhor. O EDM conseguiu o quarto melhor resultado em relação aos outros métodos da literatura, sendo que a solução obtida é 0,06% pior que a dos outros métodos. Logo, o EDM é mais eficaz na resolução de casos convexos como o DE Clássico com 15 unidades e o DE Básico com 110 unidades.

Concluímos que o EDM além de se mostrar mais eficiente que o ED na resolução de todos os casos de teste do DE, se mostrou mais eficiente na resolução dos casos convexos. A modificação realizada conseguiu uma redução no custo computacional de até 98,69%, no melhor caso. Logo, atualizar a população conforme os indivíduos mais aptos são descobertos é mais eficiente do que substituí-la só ao final da iteração.

Em trabalhos futuros pretendemos solucionar o DE considerando uma instância real do problema. Iremos considerar as especificações de uma usina termoeletrica real. Logo, poderemos verificar se o desempenho do EDM em relação ao ED se mantêm. Além disso, pretendemos implementar uma versão do EDM combinado com outro algoritmo de otimização como PSO. Pois versões híbridas têm mostrado resultados bastante eficazes na literatura.

REFERÊNCIAS

- ALSUMAIT, J.; SYKULSKI, J.; AL-OTHMAN, A. A hybrid ga-ps-sqp method to solve power system valve-point economic dispatch problems. **Applied Energy**, Elsevier, v. 87, n. 5, p. 1773–1781, 2010. Citado na página 57.
- AMJADY, N.; SHARIFZADEH, H. Solution of non-convex economic dispatch problem considering valve loading effect by a new modified differential evolution algorithm. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 32, n. 8, p. 893–903, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 55.
- ANDRADE, G. L. et al. Evaluating the performance of an artificial bee colony algorithm for solving a economic dispatch problem. **Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos**, IEEE, Niteroi, v. 4529, 2018. Citado na página 41.
- ARAGÓN, V. S.; ESQUIVEL, S. C.; COELLO, C. C. An immune algorithm with power redistribution for solving economic dispatch problems. **Information Sciences**, Elsevier, v. 295, p. 609–632, 2015. Citado na página 54.
- BABU, G. S.; DAS, D. B.; PATVARDHAN, C. Simulated annealing variants for the solution of economic load dispatch. **JOURNAL-INSTITUTION OF ENGINEERS INDIA PART EL ELECTRICAL ENGINEERING DIVISION**, INSTITUTE OF ENGINEERS INDIA, p. 222–229, 2002. Citado na página 58.
- BABU, G. S.; DAS, D. B.; PATVARDHAN, C. Real-parameter quantum evolutionary algorithm for economic load dispatch. **IET generation, transmission & distribution**, IET, v. 2, n. 1, p. 22–31, 2008. Citado na página 58.
- BAEK, M.-K.; PARK, J.-B.; LEE, K. Y. An improved attractive and repulsive particle swarm optimization for nonconvex economic dispatch problems. **IFAC-PapersOnLine**, Elsevier, v. 49, n. 27, p. 284–289, 2016. Citado na página 56.
- BARISAL, A.; PRUSTY, R. Large scale economic dispatch of power systems using oppositional invasive weed optimization. **Applied Soft Computing**, Elsevier, v. 29, p. 122–137, 2015. Citado na página 58.
- BASU, M.; CHOWDHURY, A. Cuckoo search algorithm for economic dispatch. **Energy**, Elsevier, v. 60, p. 99–108, 2013. Citado na página 57.
- BEN. **Balanco Energético Nacional 2010: Ano base 2009 / Empresa de Pesquisa Energética**. Rio de Janeiro, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- BEN. **Balanco Energético Nacional 2018: Ano base 2017 / Empresa de Pesquisa Energética**. Rio de Janeiro, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 27.
- BHATTACHARJEE, K.; BHATTACHARYA, A.; DEY, S. H. nee. Oppositional real coded chemical reaction optimization for different economic dispatch problems. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 55, p. 378–391, 2014. Citado na página 58.
- BINITHA, S.; SATHYA, S. S. A survey of bio inspired optimization algorithms. **International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE)**, v. 2, n. 2, p. 2231–2307, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 40, 41 e 42.

- CHALERMCHAIARBHA, S.; ONGSAKUL, W. Stochastic weight trade-off particle swarm optimization for nonconvex economic dispatch. **Energy Conversion and Management**, IEEE, v. 70, p. 66–75, 2013. Citado na página 54.
- CHATURVEDI, K. T.; PANDIT, M.; SRIVASTAVA, L. Self-organizing hierarchical particle swarm optimization for nonconvex economic dispatch. **IEEE transactions on power systems**, IEEE, v. 23, n. 3, p. 1079–1087, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 55.
- COELHO, L. S.; MARIANI, V. C. Combining of chaotic differential evolution and quadratic programming for economic dispatch optimization with valve-point effect. **IEEE Transactions on power systems**, IEEE, v. 21, n. 2, p. 989–996, 2006. Citado na página 55.
- DARWIN, C. On the origins of species by means of natural selection. **London: Murray**, v. 247, 1859. Citado 5 vezes nas páginas 25, 42, 52, 53 e 97.
- DE CARVALHO, L. et al. Evolução diferencial: Características dos métodos de solução para programação em ambientes flow shop permutacional. In: **Anais do XXXVI Encontro Nacional de Engenharia de Produção**. João Pessoa, PB: ABEPRO, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 76.
- DE OLIVEIRA, K. W. R. C. B.; NASCIMENTO Jr, N. T.; SAAVEDRA, O. R. Uma abordagem via estratégias evolutivas para o despacho econômico considerando restrições de geração. **IEEE Latin America Transactions**, v. 6, n. 1, p. 42–50, 2008. Citado 7 vezes nas páginas 28, 29, 31, 32, 33, 34 e 46.
- EBERHART, R.; KENNEDY, J. A new optimizer using particle swarm theory. In: IEEE. **Micro Machine and Human Science, 1995. MHS'95., Proceedings of the Sixth International Symposium on**. [S.l.], 1995. p. 39–43. Citado 2 vezes nas páginas 64 e 72.
- EUSUFF, M. M.; LANSEY, K. E. Optimization of water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm. **Journal of Water Resources planning and management**, American Society of Civil Engineers, v. 129, n. 3, p. 210–225, 2003. Citado na página 64.
- FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. **Cálculo A: funções, limite, derivação, noções de integração**. 6. ed. São Paulo: Pearson Education, 2006. Citado na página 39.
- FOGEL, L. J.; OWENS, A. J.; WALSH, M. J. Artificial intelligence through simulated evolution. John Wiley, 1966. Citado na página 42.
- GAING, Z.-L. Particle swarm optimization to solving the economic dispatch considering the generator constraints. **Power Systems, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 18, n. 3, p. 1187–1195, 2003. Citado 15 vezes nas páginas 25, 29, 30, 32, 33, 34, 35, 51, 52, 62, 69, 70, 76, 77 e 81.
- GHASEMI, M. et al. Cfa optimizer: A new and powerful algorithm inspired by franklin's and coulomb's laws theory for solving the economic load dispatch problems. **International Transactions on Electrical Energy Systems**, Wiley Online Library, v. 28, n. 5, p. e2536, 2018. Citado 7 vezes nas páginas 51, 58, 59, 87, 88, 89 e 90.

GOMEZ-EXPOSITO, A.; CONEJO, A. J.; CANIZARES, C. **Sistemas de Energia Elétrica: análise e operação**. [S.l.]: LTC, 2011. v. 1. Citado 6 vezes nas páginas 29, 30, 32, 35, 69 e 87.

HEMAMALINI, S.; SIMON, S. P. Artificial bee colony algorithm for economic load dispatch problem with non-smooth cost functions. **Electric Power Components and Systems**, Taylor & Francis, v. 38, n. 7, p. 786–803, 2010. Citado na página 54.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence**. London, England: MIT press, 1992. Citado na página 42.

HOSSEINNEZHAD, V. et al. Species-based quantum particle swarm optimization for economic load dispatch. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 63, p. 311–322, 2014. Citado na página 54.

KARABOGA, D. **An idea based on honey bee swarm for numerical optimization**. Kayseri, Türkiye, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 41, 54 e 64.

KHAMSAWANG, S.; JIRIWIBHAKORN, S. Dspso–tsa for economic dispatch problem with nonsmooth and noncontinuous cost functions. **Energy Conversion and Management**, Elsevier, v. 51, n. 2, p. 365–375, 2010. Citado na página 53.

KOZA, J. R. **Genetic programming II, automatic discovery of reusable subprograms**. Cambridge, MA: MIT Press, 1992. Citado na página 42.

KUO, C.-C. A novel coding scheme for practical economic dispatch by modified particle swarm approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 23, n. 4, p. 1825–1835, 2008. Citado na página 53.

LEE, K. Y.; SODE-YOME, A.; PARK, J. H. Adaptive hopfield neural networks for economic load dispatch. **IEEE transactions on power systems**, IEEE, v. 13, n. 2, p. 519–526, 1998. Citado na página 111.

LINDEN, R. **Algoritmos genéticos: uma importante ferramenta da inteligência computacional**. 2a. ed. Rio de Janeiro, RJ: Brasport, 2008. Citado na página 41.

LOPES, F. R. et al. Metaheurística simulated annealing para solução de problemas de planejamento florestal com restrições de integridade. **Revista Árvore**, SciELO Brasil, v. 28, n. 2, 2004. Citado na página 53.

LU, H. et al. Experimental study of a new hybrid pso with mutation for economic dispatch with non-smooth cost function. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 32, n. 9, p. 921–935, 2010. Citado na página 56.

LUENBERGER, D. G.; YE, Y. **Linear and Nonlinear Programming**. 3rd. ed. New York, USA: Springer, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 40.

MODIRI-DELSHAD, M.; RAHIM, N. A. Solving non-convex economic dispatch problem via backtracking search algorithm. **Energy**, Elsevier, v. 77, p. 372–381, 2014. Citado na página 57.

NEYESTANI, M.; FARSANGI, M. M.; NEZAMABADI-POUR, H. A modified particle swarm optimization for economic dispatch with non-smooth cost functions. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, Elsevier, v. 23, n. 7, p. 1121–1126, 2010.

Citado na página 54.

NIKNAM, T. A new fuzzy adaptive hybrid particle swarm optimization algorithm for non-linear, non-smooth and non-convex economic dispatch problem. **Applied Energy**, Elsevier, v. 87, n. 1, p. 327–339, 2010. Citado na página 57.

PANIGRAHI, B.; PANDI, V. R.; DAS, S. Adaptive particle swarm optimization approach for static and dynamic economic load dispatch. **Energy conversion and management**, Elsevier, v. 49, n. 6, p. 1407–1415, 2008. Citado na página 53.

PANIGRAHI, B. et al. A clonal algorithm to solve economic load dispatch. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 77, n. 10, p. 1381–1389, 2007. Citado na página 52.

PARK, J.-B. et al. An improved particle swarm optimization for nonconvex economic dispatch problems. **IEEE Transactions on Power Systems**, Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., 3 Park Avenue, 17 th Fl New York NY 10016-5997 USA, v. 25, n. 1, p. 156–166, 2010. Citado na página 54.

PARK, J.-B. et al. A particle swarm optimization for economic dispatch with nonsmooth cost functions. **IEEE Transactions on Power systems**, IEEE, v. 20, n. 1, p. 34–42, 2005. Citado na página 57.

PASSINO, K. M. Distributed optimization and control using only a germ of intelligence. In: IEEE. **Intelligent Control, 2000. Proceedings of the 2000 IEEE International Symposium on**. [S.l.], 2000. p. P5–13. Citado na página 64.

POTHIYA, S.; NGAMROO, I.; KONGPRAWECHNON, W. Application of multiple tabu search algorithm to solve dynamic economic dispatch considering generator constraints. **Energy Conversion and Management**, Elsevier, v. 49, n. 4, p. 506–516, 2008. Citado na página 52.

PREMARATNE, U.; SAMARABANDU, J.; SIDHU, T. A new biologically inspired optimization algorithm. In: IEEE. **Industrial and Information Systems (ICIIS), 2009 International Conference on**. Sri Lanka, 2009. p. 279–284. Citado na página 42.

QIN, Q. et al. Solving non-convex/non-smooth economic load dispatch problems via an enhanced particle swarm optimization. **Applied Soft Computing**, Elsevier, v. 59, p. 229–242, 2017. Citado 21 vezes nas páginas 32, 33, 34, 35, 51, 52, 55, 56, 57, 59, 61, 62, 73, 76, 77, 79, 81, 82, 83, 85 e 88.

RAO, S. S. **Engineering optimization: theory and practice**. 4th. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 39, 40 e 41.

RECHENBERG, I. Evolutionsstrategien. In: **Simulationmethoden in der Medizin und Biologie**. Berlin, Heidelberg: Springer, 1978. p. 83–114. Citado na página 42.

SANTOS, J. O. D. et al. Resolução de um problema de despacho econômico de carga utilizando enxames de partículas e vaga-lumes. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, v. 6, n. 1, 2018. Citado 10 vezes nas páginas 15, 17, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75 e 76.

SCHALKOFF, R. J. **Artificial neural networks**. New York: McGraw-Hill, 1997. v. 1. Citado na página 41.

SELVAKUMAR, A. I.; THANUSHKODI, K. A new particle swarm optimization solution to nonconvex economic dispatch problems. **IEEE transactions on power systems**, IEEE, v. 22, n. 1, p. 42–51, 2007. Citado na página 56.

SELVAKUMAR, A. I.; THANUSHKODI, K. Anti-predatory particle swarm optimization: solution to nonconvex economic dispatch problems. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 78, n. 1, p. 2–10, 2008. Citado na página 56.

SERAPIÃO, A. B. d. S. Fundamentos de otimização por inteligência de enxames: uma visão geral. **Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica**, SciELO Brasil, v. 20, n. 3, p. 271–304, 2009. Citado 14 vezes nas páginas 17, 25, 28, 29, 30, 31, 41, 61, 62, 63, 64, 65, 66 e 68.

SIMON, C. P.; BLUME, L. **Matemática para Economistas**. Porto Alegre - RS: Bookman, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 72, 74 e 75.

SINHA, N.; CHAKRABARTI, R.; CHATTOPADHYAY, P. Evolutionary programming techniques for economic load dispatch. **IEEE Transactions on evolutionary computation**, IEEE, v. 7, n. 1, p. 83–94, 2003. Citado 3 vezes nas páginas 55, 81 e 108.

SOUZA, R. C. T. de. Heurísticas bioinspiradas de otimização combinatória. In: **Gestão: Revista Científica de Administração e Sistemas de Informação / Unidade de Ensino Superior Expoente**. Curitiba, PR: Editora Gráfica Expoente, 2008. v. 10, n. 10, p. 19–24. Citado 3 vezes nas páginas 25, 40 e 41.

STORN, R. On the usage of differential evolution for function optimization. **IEEE**, p. 519–523, 1996. Citado 4 vezes nas páginas 42, 45, 46 e 47.

STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution—a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces [r]. **Berkeley: ICSI**, 1995. Citado 11 vezes nas páginas 25, 42, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 63 e 70.

STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. **Journal of Global Optimization**, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, v. 11, p. 341–359, 1997. Citado 12 vezes nas páginas 43, 44, 45, 46, 48, 49, 50, 51, 63, 68, 82 e 88.

THOMAS, G. B.; WEIR, M. D.; HASS, J. **Cálculo—volume 1**. 10^a. ed. São Paulo: Pearson, 2009. v. 1. Citado na página 39.

TOLMASQUIM, M. T. Energia termelétrica: gás natural, biomassa, carvão e nuclear. **Rio de Janeiro: EPE**, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

WALTERS, D. C.; SHEBLE, G. B. Genetic algorithm solution of economic dispatch with valve point loading. **IEEE transactions on Power Systems**, IEEE, v. 8, n. 3, p. 1325–1332, 1993. Citado na página 32.

WANG, Y.; LI, B.; WEISE, T. Estimation of distribution and differential evolution cooperation for large scale economic load dispatch optimization of power systems. **Information Sciences**, v. 12, p. 2405—2420, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 57, 59 e 83.

XIONG, G.; SHI, D.; DUAN, X. Multi-strategy ensemble biogeography-based optimization for economic dispatch problems. **Applied energy**, Elsevier, v. 111, p. 801–811, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 55.

YANG, X.-S. Firefly algorithms for multimodal optimization. In: SPRINGER. **International symposium on stochastic algorithms**. Berlim, Heidelberg, 2009. p. 169–178. Citado na página 54.

YANG, X.-S.; HOSSEINI, S. S. S.; GANDOMI, A. H. Firefly algorithm for solving non-convex economic dispatch problems with valve loading effect. **Applied soft computing**, Elsevier, v. 12, n. 3, p. 1180–1186, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 54, 55 e 72.

Apêndices

**APÊNDICE A – DADOS DOS PROBLEMAS DE DESPACHO
ECONÔMICO**

Tabela 27 – Dados das 40 Unidades Geradoras de Energia Termoelétrica do DE Não Convexo.

Unidade	P_{min}	P_{max}	a	b	c	e	f
1	36	114	0,00690	6,73	94,705	100	0,084
2	36	114	0,00690	6,73	94,705	100	0,084
3	60	120	0,02028	7,07	309,54	100	0,084
4	80	190	0,00942	8,18	369,03	150	0,063
5	47	97	0,0114	5,35	148,89	120	0,077
6	68	140	0,01142	8,05	222,33	100	0,084
7	110	300	0,00357	8,03	287,71	200	0,042
8	135	300	0,00492	6,99	391,98	200	0,042
9	135	300	0,00573	6,60	455,76	200	0,042
10	130	300	0,00605	12,9	722,82	200	0,042
11	94	375	0,00515	12,9	635,20	200	0,042
12	94	375	0,00569	12,8	654,69	200	0,042
13	125	500	0,00421	12,5	913,40	300	0,035
14	125	500	0,00752	8,84	1760,4	300	0,035
15	125	500	0,00708	9,15	1728,3	300	0,035
16	125	500	0,00708	9,15	1728,3	300	0,035
17	220	500	0,00313	7,97	647,85	300	0,035
18	220	500	0,00313	7,95	649,69	300	0,035
19	242	550	0,00313	7,97	647,83	300	0,035
20	242	550	0,00313	7,97	647,81	300	0,035
21	254	550	0,00298	6,63	785,96	300	0,035
22	254	550	0,00298	6,63	785,96	300	0,035
23	254	550	0,00284	6,66	794,53	300	0,035
24	254	550	0,00284	6,66	794,53	300	0,035
25	254	550	0,00277	7,10	801,32	300	0,035
26	254	550	0,00277	7,10	801,32	300	0,035
27	10	150	0,52124	3,33	1055,1	120	0,077
28	10	150	0,52124	3,33	1055,1	120	0,077
29	10	150	0,52124	3,33	1055,1	120	0,077
30	47	97	0,01140	5,35	148,89	120	0,077

Continua na próxima página.

Continuação da Tabela 27

31	60	190	0,00160	6,43	222,92	150	0,063
32	60	190	0,00160	6,43	222,92	150	0,063
33	60	190	0,00160	6,43	222,92	150	0,063
34	90	200	0,0001	8,95	107,87	200	0,042
35	90	200	0,0001	8,62	116,58	200	0,042
36	90	200	0,0001	8,62	116,58	200	0,042
37	25	110	0,0161	5,88	307,45	80	0,098
38	25	110	0,0161	5,88	307,45	80	0,098
39	25	110	0,0161	5,88	307,45	80	0,098
40	242	550	0,00313	7,97	647,83	300	0,035

Fonte: Sinha, Chakrabarti e Chattopadhyay (2003, p. 88).

Tabela 28 – Dados das 110 Unidades Geradoras de Energia Termoelétrica do DE.

Unidade	P_i^{min}	P_i^{max}	α_i (\$)	β_i (\$/MW)	γ_i (\$/MW ²)
1	2,4	12	0,0253	25,547	24,389
2	2,4	12	0,0265	25,675	24,411
3	2,4	12	0,0280	25,803	24,638
4	2,4	12	0,0284	25,932	24,760
5	2,4	12	0,0286	26,061	24,888
6	4,0	20	0,0120	37,551	117,755
7	4,0	20	0,0126	37,664	118,108
8	4,0	20	0,0136	37,777	118,458
9	4,0	20	0,0143	37,890	118,821
10	15,2	76	0,0088	13,327	81,136
11	15,2	76	0,0089	13,354	81,298
12	15,2	76	0,0091	13,800	81,464
13	15,2	76	0,0093	13,407	81,626
14	25,0	100	0,0062	18,000	217,895
15	25,0	100	0,0061	18,100	218,335
16	25,0	100	0,0060	18,200	218,775
17	54,3	155	0,0046	10,694	142,735
18	54,3	155	0,0047	10,715	143,029
19	54,3	155	0,0048	10,737	143,318
20	54,3	155	0,0049	10,758	143,597

Continua na próxima página.

Continuação da Tabela 28.

21	68,9	197	0,0026	23,000	259,131
22	68,9	197	0,0026	23,100	259,649
23	68,9	197	0,0026	23,200	260,176
24	140,0	350	0,0015	10,862	177,057
25	100,0	400	0,0019	7,492	210,002
26	100,0	400	0,0019	7,503	211,910
27	140,0	500	0,0014	12,000	210,000
28	140,0	500	0,0013	12,100	180,000
29	50,0	200	0,0026	12,200	240,000
30	25,0	100	0,0039	12,500	220,000
31	10,0	50	0,0051	23,000	60,000
32	5,0	20	0,0050	13,500	50,000
33	20,0	80	0,0078	13,200	200,000
34	75,0	250	0,0012	12,400	140,000
35	110,0	360	0,0038	10,300	120,000
36	130,0	400	0,0043	9,900	90,000
37	10,0	40	0,0011	13,400	80,000
38	20,0	70	0,0023	13,300	70,000
39	25,0	100	0,0034	12,900	115,000
40	20,0	120	0,0067	12,800	150,000
41	40,0	180	0,0056	12,700	40,000
42	50,0	220	0,0023	12,600	300,000
43	120,0	440	0,0012	7,400	250,000
44	160,0	560	0,0045	6,600	100,000
45	150,0	660	0,0022	6,500	160,000
46	200,0	700	0,0067	6,200	130,000
47	5,4	32	0,0353	26,547	34,389
48	5,4	32	0,0365	26,675	34,411
49	8,4	52	0,0380	26,803	34,638
50	8,4	52	0,0384	26,932	34,761
51	8,4	52	0,0386	17,061	34,888
52	12,0	60	0,0320	38,551	127,755
53	12,0	60	0,0326	36,664	128,108
54	12,0	60	0,0236	38,777	128,458
55	12,0	60	0,0243	38,890	128,821
56	25,2	96	0,0098	14,327	82,136
57	25,2	96	0,0099	14,354	82,298
58	35,0	100	0,0092	14,380	82,464

Continua na próxima página.

Continuação da Tabela 28.

59	35,0	100	0,0094	14,407	82,626
60	45,0	120	0,0072	19,000	218,895
61	45,0	120	0,0071	19,100	219,335
62	45,0	120	0,0070	19,200	219,775
63	54,3	185	0,0066	11,694	143,735
64	54,3	185	0,0057	11,715	144,029
65	54,3	185	0,0058	11,737	144,318
66	54,3	185	0,0059	11,758	144,597
67	70,0	197	0,0036	24,000	269,131
68	70,0	197	0,0036	24,100	269,649
69	70,0	197	0,0036	24,200	270,176
70	150,0	360	0,0025	11,862	187,057
71	160,0	400	0,0029	8,492	320,002
72	160,0	400	0,0030	8,503	321,910
73	60,0	300	0,0054	13,327	52,136
74	50,0	250	0,0055	12,354	42,298
75	30,0	90	0,0099	11,380	32,464
76	12,0	50	0,0031	9,407	23,626
77	160,0	450	0,0024	14,000	220,000
78	150,0	600	0,0023	13,100	190,000
79	50,0	200	0,0036	13,200	250,000
80	20,0	120	0,0049	13,500	230,000
81	10,0	55	0,0061	24,000	70,000
82	12,0	40	0,0070	14,500	60,000
83	20,0	80	0,0088	14,200	210,000
84	50,0	200	0,0022	13,400	150,000
85	80,0	325	0,0048	11,300	130,000
86	120,0	440	0,0053	8,900	80,000
87	10,0	35	0,0021	14,400	90,000
88	20,0	55	0,0033	14,300	80,000
89	20,0	100	0,0034	13,900	125,000
90	40,0	220	0,0037	13,800	160,000
91	30,0	140	0,0066	13,700	50,000
92	40,0	100	0,0043	13,600	400,000
93	100,0	440	0,0022	8,400	260,000
94	100,0	500	0,0055	7,600	110,000
95	100,0	600	0,0032	7,500	170,000
96	200,0	700	0,0077	7,200	140,000

Continua na próxima página.

Continuação da Tabela 28.

97	3,6	15	0,0353	26,547	26,389
98	3,6	15	0,0365	26,675	25,411
99	4,4	22	0,0380	26,803	25,638
100	4,4	22	0,0384	26,932	25,760
101	10,0	60	0,0210	15,300	65,000
102	10,0	80	0,0230	16,000	82,000
103	20,0	100	0,0240	20,200	86,000
104	20,0	120	0,0350	20,200	84,000
105	40,0	150	0,0340	25,600	75,000
106	40,0	280	0,0370	30,500	56,000
107	50,0	520	0,0390	32,500	67,000
108	30,0	150	0,0350	26,000	68,000
109	40,0	320	0,0280	25,800	69,000
110	20,0	200	0,0260	27,000	72,000

Fonte: Adaptada de Lee, Sode-Yome e Park (1998).

APÊNDICE B – MELHORES SOLUÇÕES PARA OS PROBLEMAS DE DESPACHO ECONÔMICO

Tabela 29 – Melhores Soluções obtidas pelos Algoritmos ED e EDM na Resolução do Despacho Econômico com 110 Unidades Geradoras.

Saídas de Potência	ED	EDM
Unidade 1 (MW)	3,1374	2,4000
Unidade 2 (MW)	11,1758	2,4000
Unidade 3 (MW)	9,7585	2,4000
Unidade 4 (MW)	9,7251	2,4000
Unidade 5 (MW)	6,7230	2,4000
Unidade 6 (MW)	17,7314	4,0000
Unidade 7 (MW)	17,9839	4,0000
Unidade 8 (MW)	14,4229	4,0000
Unidade 9 (MW)	10,1715	4,0000
Unidade 10 (MW)	68,5704	64,9431
Unidade 11 (MW)	18,8609	61,9691
Unidade 12 (MW)	76,0000	36,3933
Unidade 13 (MW)	74,4353	56,1205
Unidade 14 (MW)	45,6927	25,0000
Unidade 15 (MW)	91,8207	25,0000
Unidade 16 (MW)	57,7579	25,0000
Unidade 17 (MW)	121,7362	155,0000
Unidade 18 (MW)	120,9030	155,0000
Unidade 19 (MW)	117,2123	155,0000
Unidade 20 (MW)	81,2821	155,0000
Unidade 21 (MW)	109,8721	68,9000
Unidade 22 (MW)	173,8923	68,9000
Unidade 23 (MW)	112,6870	68,9000
Unidade 24 (MW)	255,7440	350,0000
Unidade 25 (MW)	284,6891	400,0000
Unidade 26 (MW)	358,5382	400,0000
Unidade 27 (MW)	390,8144	500,0000
Unidade 28 (MW)	415,7010	500,0000
Unidade 29 (MW)	200,0000	200,0000

Continua na próxima página.

Continuação da Tabela 29.

Unidade 30 (MW)	39,5524	100,0000
Unidade 31 (MW)	12,3331	10,0000
Unidade 32 (MW)	7,1895	20,0000
Unidade 33 (MW)	80,0000	80,0000
Unidade 34 (MW)	129,5656	250,0000
Unidade 35 (MW)	360,0000	360,0000
Unidade 36 (MW)	236,5911	400,0000
Unidade 37 (MW)	15,1535	40,0000
Unidade 38 (MW)	70,0000	70,0000
Unidade 39 (MW)	62,9836	100,0000
Unidade 40 (MW)	88,5829	120,0000
Unidade 41 (MW)	102,2148	156,5889
Unidade 42 (MW)	166,8838	220,0000
Unidade 43 (MW)	282,0928	440,0000
Unidade 44 (MW)	560,0000	560,0000
Unidade 45 (MW)	576,9763	660,0000
Unidade 46 (MW)	667,3438	616,4061
Unidade 47 (MW)	31,4557	5,4000
Unidade 48 (MW)	26,0004	5,4000
Unidade 49 (MW)	12,0158	8,4000
Unidade 50 (MW)	19,0911	8,4000
Unidade 51 (MW)	45,4468	8,4000
Unidade 52 (MW)	34,7217	12,0000
Unidade 53 (MW)	59,0160	12,0000
Unidade 54 (MW)	56,2666	12,0000
Unidade 55 (MW)	18,9696	12,0000
Unidade 56 (MW)	94,9373	25,2000
Unidade 57 (MW)	91,8502	25,2000
Unidade 58 (MW)	72,3808	35,0000
Unidade 59 (MW)	39,6845	35,0000
Unidade 60 (MW)	89,6518	45,0000
Unidade 61 (MW)	78,2751	45,0000
Unidade 62 (MW)	94,2930	45,0000
Unidade 63 (MW)	114,2400	185,0000
Unidade 64 (MW)	182,1995	185,0000
Unidade 65 (MW)	75,6660	185,0000
Unidade 66 (MW)	132,9854	185,0000

Continua na próxima página.

Continuação da Tabela 29.

Unidade 67 (MW)	128,1090	70,0000
Unidade 68 (MW)	197,0000	70,0000
Unidade 69 (MW)	103,2757	70,0000
Unidade 70 (MW)	353,2384	360,0000
Unidade 71 (MW)	306,6866	400,0000
Unidade 72 (MW)	357,8600	400,0000
Unidade 73 (MW)	63,2952	104,4455
Unidade 74 (MW)	169,4622	192,6826
Unidade 75 (MW)	32,8898	90,0000
Unidade 76 (MW)	12,2371	50,0000
Unidade 77 (MW)	447,8254	160,0000
Unidade 78 (MW)	541,3145	293,9571
Unidade 79 (MW)	145,2378	174,9047
Unidade 80 (MW)	20,0000	97,4844
Unidade 81 (MW)	26,2311	10,0000
Unidade 82 (MW)	19,2317	12,0000
Unidade 83 (MW)	39,7263	20,0000
Unidade 84 (MW)	54,9549	200,0000
Unidade 85 (MW)	182,7918	325,0000
Unidade 86 (MW)	409,2764	440,0000
Unidade 87 (MW)	31,2450	17,9064
Unidade 88 (MW)	54,5957	23,4230
Unidade 89 (MW)	100,0000	82,0446
Unidade 90 (MW)	97,7397	88,9701
Unidade 91 (MW)	96,2636	57,7457
Unidade 92 (MW)	71,9471	100,0000
Unidade 93 (MW)	440,0000	440,0000
Unidade 94 (MW)	500,0000	500,0000
Unidade 95 (MW)	593,4683	600,0000
Unidade 96 (MW)	541,3809	471,9149
Unidade 97 (MW)	6,0163	3,6000
Unidade 98 (MW)	9,7213	3,6000
Unidade 99 (MW)	21,9867	4,4000
Unidade 100 (MW)	10,2991	4,4000
Unidade 101 (MW)	42,5923	10,0000

Continua na próxima página.

Continuação da Tabela 29.

Unidade 102 (MW)	80,0000	10,0000
Unidade 103 (MW)	85,4389	20,0000
Unidade 104 (MW)	41,7476	20,0000
Unidade 105 (MW)	88,1284	40,0000
Unidade 106 (MW)	43,3853	40,0000
Unidade 107 (MW)	111,8765	50,0000
Unidade 108 (MW)	80,1955	30,0000
Unidade 109 (MW)	102,6236	40,0000
Unidade 110 (MW)	35,0484	20,0000
P_D (MW)	15.000,0000	15.000,0000
$\sum P_i$ (MW)	14.999,9941	15.000,0000
Custo(\$/h)	220.547,9237	197.988,2340
Iterações	7.500	7.500
Tempo (s)	570,52	7,45

Fonte: Elaborada pelo autor.