

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

MARCELO HAHN DURGANTE

**CONTROLE ADAPTATIVO DE CORRENTE EM CONVERSORES
CONECTADOS NA REDE ELÉTRICA NUMA ESTRUTURA MULTIMALHA**

Alegrete

2014

MARCELO HAHN DURGANTE

**CONTROLE ADAPTATIVO DE CORRENTE EM CONVERSORES
CONECTADOS NA REDE ELÉTRICA NUMA ESTRUTURA MULTIMALHA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Márcio Stefanello.

Alegrete

2014

D959c Durgante, Marcelo Hahn.
Controle Adaptativo de Corrente em Conversores Conectados
na Rede Elétrica numa Estrutura Multimalha /
Marcelo Hahn Durgante. – 01 de setembro de 2014.
105 p.
tamanho (30 cm)

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pampa,
Campus Alegrete, 01 de setembro de 2014.
“Orientação: Prof. Dr. Márcio Stefanello”.

1. Controle Adaptativo. 2. Controle Multimalha. 3. Rejeição
de Distúrbio. 4. Incerteza Paramétrica. I. Título

MARCELO HAHN DURGANTE

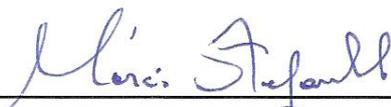
**CONTROLE ADAPTATIVO DE CORRENTE EM CONVERSORES
CONECTADOS NA REDE ELÉTRICA NUMA ESTRUTURA MULTIMALHA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas de Energia.

Dissertação defendida e aprovada em: 01 de setembro de 2014.

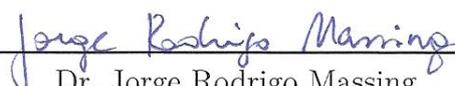
Banca examinadora:



Prof. Dr. Márcio Stefanello
Orientador
UNIPAMPA



Prof. Dr. Jean Patric da Costa
UTFPR



Dr. Jorge Rodrigo Massing
UFSM

*Dedico este trabalho aos meus pais, que seguraram
minhas mãos enquanto eu aprendia a caminhar.*

Agradecimentos

Agradeço primeiramente ao meu orientador, professor Márcio Stefanello, pela incansável motivação e apoio, pelos bons conselhos, pelas palavras certas nas horas necessárias e sobretudo pela grande amizade.

Agradeço ao amigo e colega de laboratório Haiglan Plotzki, pela imprescindível ajuda na montagem da bancada para obtenção dos resultados experimentais.

Agradeço à minha amada Caroline, pelas palavras de incentivo e motivação, e sobretudo pela paciência e compreensão nas muitas horas dedicadas a este trabalho.

*“A perfeição não é atingida quando não há mais nada a ser incluído,
mas sim quando não há mais nada a ser retirado.”
(Antoine de Saint-Exupéry)*

Resumo

O controle de conversores eletrônicos de potência tem recebido muita atenção devido às suas inúmeras aplicações. Destacam-se especialmente aplicações em problemas de qualidade de energia, onde é necessário injetar uma corrente na rede elétrica de acordo com uma referência. A conexão de conversores na rede elétrica, no entanto, apresenta diversos desafios, como a existência de incerteza paramétrica na planta e distúrbios advindos da rede. Além disso, inerentemente ao seu funcionamento, conversores eletrônicos de potência geram componentes harmônicas de comutação que precisam ser filtradas. A tendência atual das estratégias de controle é o relaxamento da exigência clássica de conhecimento completo da planta a ser controlada, buscando robustez com relação às incertezas paramétricas. Este trabalho apresenta uma estratégia de controle capaz de rejeitar distúrbios e apresentar bom desempenho frente a incertezas, utilizando técnicas de controle multimalhas e controle adaptativo. Por fim, são apresentados resultados de simulação, e resultados experimentais que mostram o bom funcionamento do sistema.

Palavras-chave: Controle multimalha. Controle adaptativo. Conversores conectados à rede elétrica. Rejeição de distúrbios. Incerteza paramétrica.

Abstract

Voltage-source converter control is being very exploited due to its numerous applications. Special attention is given to energy quality applications, which demand the injection of currents in the grid according to a reference current. The connection of converters to the grid, however, presents several challenges such as parametric uncertainty associated to the plant and disturbances coming from the grid. Furthermore, inverters generate switching harmonics that need to be filtered. The tendency in control strategies is the relaxation of the classical requirement of complete knowledge of the plant, seeking robustness with respect to parametric uncertainties. This work presents a control strategy capable of disturbance rejection and good performance in relation to uncertainties, using Multi-Loop and Adaptive control techniques. Simulation results are presented, and experimental results show the good behavior of the proposed system.

Keywords: Multiloop control. Adaptive control. Grid connected converter. Disturbance rejection. Parametric uncertainty.

Lista de ilustrações

Fig. 1 – Topologia do filtro LCL.	31
Fig. 2 – Resposta em frequência do filtro L e do filtro LCL.	32
Fig. 3 – Diferença entre filtros LCL e LCL com amortecimento passivo.	33
Fig. 4 – Estrutura geral de Controle Multimalha.	34
Fig. 5 – Lugar das raízes para a função de transferência da tensão do capacitor em relação à razão cíclica.	35
Fig. 6 – Lugar das raízes para a função de transferência da corrente do capacitor em relação à razão cíclica.	36
Fig. 7 – Conversor trifásico conectado à rede elétrica via filtro LCL.	39
Fig. 8 – Filtro LCL para o caso monofásico.	42
Fig. 9 – Diagrama de pólos e zeros para o filtro LCL em tempo contínuo e discreto com atraso de transporte.	45
Fig. 10 – Comparação de desempenho entre realimentação simples e controle em cascata.	47
Fig. 11 – Diagrama de blocos para o sistema em modelo discreto.	48
Fig. 12 – Lugar das raízes para a função de transferência do controlador proporcional-derivativo.	50
Fig. 13 – Lugar das raízes para a função de transferência do controlador proporcional.	51
Fig. 14 – Diagrama de pólos e zeros para $\Delta(z)$ considerando i_C como variável intermediária.	52
Fig. 15 – Margem de ganho para $G(z)$, $G_o(z)$ e $\Delta(z)$ considerando i_C como variável intermediária.	53
Fig. 16 – Margem de fase para $G(z)$, $G_o(z)$ e $\Delta(z)$ considerando i_C como variável intermediária.	53
Fig. 17 – Margem de ganho para $G(z)$, $G_o(z)$ e $\Delta(z)$ para v_C como variável intermediária.	54
Fig. 18 – Margem de fase para $G(z)$, $G_o(z)$ e $\Delta(z)$ para v_C como variável intermediária.	54
Fig. 19 – Diagrama de pólos e zeros para $\Delta(z)$ para v_C como variável intermediária.	55
Fig. 20 – Diagrama que representa os elementos da bancada.	59
Fig. 21 – Comportamento da corrente da rede i_2 na inicialização do sistema quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C	61
Fig. 22 – Comportamento da ação de controle na inicialização do sistema quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C	62
Fig. 23 – Comportamento dos ganhos adaptativos θ na inicialização do sistema quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C	62

Fig. 24 – Resposta da corrente da rede i_2 ao degrau na referência quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C	63
Fig. 25 – Resposta da ação de controle ao degrau na referência quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C	64
Fig. 26 – Resposta dos ganhos adaptativos θ ao degrau na referência quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C	64
Fig. 27 – Resposta da corrente da rede i_2 à inversão de fase na referência quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C	65
Fig. 28 – Ação de controle na presença de inversão de fase na referência quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C	66
Fig. 29 – Comportamento dos ganhos adaptativos θ mediante a inversão de fase na referência quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C	66
Fig. 30 – Resposta da corrente da rede i_2 a um curto-circuito na fase a quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C	67
Fig. 31 – Ação de controle na presença de curto-circuito na fase a quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C	68
Fig. 32 – Resposta dos ganhos adaptativos θ ao curto-circuito na fase a quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C	68
Fig. 33 – Resposta da corrente da rede i_2 à variação abrupta da indutância L_g quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C	69
Fig. 34 – Ação de controle na presença de variação abrupta da indutância da rede L_g quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C	70
Fig. 35 – Resposta dos ganhos adaptativos θ à variação abrupta da indutância da rede L_g quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C	70
Fig. 36 – Comportamento da corrente da rede i_2 na inicialização do sistema quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C	72
Fig. 37 – Comportamento da ação de controle na inicialização do sistema quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C	73
Fig. 38 – Comportamento dos ganhos adaptativos θ na inicialização do sistema quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C	73
Fig. 39 – Resposta da corrente da rede i_2 ao degrau na referência quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C	74
Fig. 40 – Resposta da ação de controle ao degrau na referência quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C	75
Fig. 41 – Resposta dos ganhos adaptativos θ ao degrau na referência quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C	75
Fig. 42 – Resposta da corrente da rede i_2 à inversão de fase na referência quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C	76

Fig. 43 – Ação de controle na presença de inversão de fase na referência quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C	77
Fig. 44 – Comportamento dos ganhos adaptativos θ mediante a inversão de fase na referência quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C	77
Fig. 45 – Resposta da corrente da rede i_2 à variação abrupta da indutância L_g quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C	78
Fig. 46 – Ação de controle na presença de variação abrupta da indutância da rede L_g quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C	79
Fig. 47 – Resposta dos ganhos adaptativos θ à variação abrupta da indutância da rede L_g quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C	79
Fig. 48 – Comparação entre a referência e a corrente medida na inicialização do sistema.	81
Fig. 49 – Resposta da corrente da rede à inversão de fase na referência.	82
Fig. 50 – Resposta da corrente da rede à variação abrupta da indutância.	82
Fig. 51 – Resposta da ação de controle à variação abrupta da indutância.	83
Fig. 52 – Variação dos ganhos θ devido à variação na indutância da rede.	84
Fig. 53 – Resposta do normalizador m à variação abrupta da indutância.	84
Fig. 54 – Corrente da rede no regime permanente após o transitório de variação de indutância da rede.	85
Fig. 55 – Ação de controle no regime permanente após a variação da indutância da rede.	86
Fig. 56 – Normalizador no regime permanente após a variação da indutância da rede.	86
Fig. 57 – Estrutura geral de sistema de controle multimalha.	89
Fig. 58 – Estrutura do controlador MRAC.	100

Lista de tabelas

Tabela 1 – Valores dos parâmetros do sistema utilizados no projeto, com i_C como variável intermediária.	61
Tabela 2 – Valores dos parâmetros do sistema utilizados no projeto, com v_C como variável intermediária.	71
Tabela 3 – Valores dos parâmetros do sistema utilizados no experimento.	80

Lista de abreviaturas e siglas

THD	Distorção Harmônica Total (do inglês <i>Total Harmonic Distortion</i>)
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
FAP	Filtro Ativo de Potência
DSP	Processador Digital de Sinal (do inglês <i>Digital Signal Processor</i>)
LCL	Filtro composto por dois indutores e um capacitor
P	Controlador proporcional
PI	Controlador proporcional-integral
PLL	Malha de Captura de Fase (do inglês <i>Phase Locked Loop</i>)
CC	Corrente contínua
CA	Corrente alternada
RL	Circuito composto por um resistor e um indutor
PWM	Modulação por largura de pulso (do inglês <i>Pulse Width Modulation</i>)
ZOH	Retentor de ordem zero (do inglês <i>Zero Order Hold</i>)
MRAC	Controle Adaptativo por Modelo de Referência (do inglês <i>Model Reference Adaptive Control</i>)
A/D	Conversor analógico-digital
D/A	Conversor digital-analógico
PC	Computador pessoal (do inglês <i>Personal Computer</i>)
IMC	Controle por Modelo Interno (do inglês <i>Internal Model Control</i>)
FOPDT	Primeira Ordem Mais Tempo Morto (do inglês <i>First Order Plus Dead Time</i>)
SISO	Sistema de uma entrada e uma saída (do inglês <i>Single Input, Single Output</i>)
LTI	Sistema linear invariante no tempo (do inglês <i>Linear, Time Invariant</i>)

MRC Controle por modelo de referência (do inglês *Model Reference Control*)

SPR Estritamente positivo e real (do inglês *Stricly Positive Real*)

Lista de símbolos

T_s	Período de amostragem
ω_n	Frequência de ressonância
$\overline{K_P}$	Limite superior para o valor do ganho K_P
t	Variável associada ao tempo contínuo
s	Variável associada à Transformada de Laplace
z	Variável associada à Transformada \mathbb{Z}
k	Variável associada ao tempo discreto
y	Saída da planta
u	Entrada da planta
r	Função de excitação
θ	Ganho adaptativo
$\gamma, \gamma_d, \lambda$	Ganhos de projeto do algoritmo adaptativo
ϕ	Erro de parâmetro da ação de controle
m	Normalizador projetado para garantir a robustez do sistema
ω	Vetor regressor
η	Sinal que modela o efeito das dinâmicas não-modeladas
δ_0	Constante utilizada no normalizador para o projeto da robustez das leis de adaptação
G	Função de transferência da planta
W_m	Modelo de referência
Δ	Parcela da planta contendo dinâmicas não-modeladas
e_1	Erro de rastreamento
e_2	Sinal de aumento do erro
e_a	Erro aumentado

ζ	Vetor regressor filtrado
ρ	Estimação da divisão do ganho da planta pelo ganho do modelo de referência
ρ^*	Valor real da divisão do ganho da planta pelo ganho do modelo de referência
$\tilde{\rho}$	Erro da estimação da divisão do ganho da planta pelo do modelo de referência
sgn	Função sinal
Λ	Polinômio mônico estável do denominador da função de transferência dos filtros auxiliares
V	Função definida positiva
abc	Coordenadas associadas ao sistema trifásico em eixos estacionários
$\alpha\beta$	Coordenadas associadas aos sistemas monofásicos desacoplados equivalentes do sistema trifásico
$\ \cdot\ $	Norma Euclidiana
$ \cdot $	Valor absoluto

Sumário

1	Introdução	27
1.1	Considerações Sobre Filtro <i>LCL</i>	31
1.1.1	Corrente e Tensão do Capacitor	33
1.2	Objetivos e Contribuições da Dissertação	36
1.3	Organização do Documento	37
2	Modelagem de Conversores Conectados à Rede Elétrica via Filtro LCL	39
2.1	Modelo em Espaço de Estados - Coordenadas <i>abc</i>	39
2.2	Modelo em Espaço de Estados - Coordenadas $\alpha\beta 0$	41
2.3	Modelo em Função de Transferência	42
2.4	Efeitos da Discretização	44
3	Controle Multimalha	47
3.1	Malha Interna	48
3.1.1	Projeto para tensão do capacitor como variável intermediária	49
3.1.2	Projeto para corrente do capacitor como variável intermediária	49
3.2	Malha Externa	50
4	Resultados	59
4.1	Resultados de Simulação	60
4.1.1	Resultados para corrente do capacitor como variável intermediária	60
4.1.2	Resultados para tensão do capacitor como variável intermediária	71
4.2	Resultados Experimentais	80
5	Conclusões	87
5.1	Sugestões para Trabalhos Futuros	88
5.1.1	Controle multimalha com estrutura IMC	88
5.1.2	Controlador adaptativo com estrutura IMC	90
	Referências	91
	Anexos	95
	ANEXO A Procedimento de Projeto do Filtro LCL	97
	ANEXO B Análise de Estabilidade Robusta do Algoritmo Adaptativo	99
B.1	Descrição da Planta e do Modelo de Referência	99
B.2	Estrutura do Algoritmo Adaptativo	100
B.3	Análise de Estabilidade Robusta	103

1 Introdução

A tensão fornecida pelo sistema elétrico de potência é idealmente senoidal e equilibrada, com correntes de linha senoidais, amplitude e frequência fixas e fator de potência unitário. Durante a operação real do sistema, no entanto, é difícil manter as condições ideais. As divergências do padrão são classificadas como problemas de qualidade de energia e, por se tratarem de problemas, devem ser corrigidas.

Problemas de qualidade de energia ocorrem com mais frequência e intensidade em ambientes industriais, devido ao tipo de carga instalada. Transformadores, fornos a arco, conversores tiristorizados e cargas semelhantes drenam correntes harmônicas e causam variações bruscas de energia reativa. É crescente a utilização de dispositivos eletrônicos de potência em equipamentos eletroeletrônicos, atualmente tão comuns em residências. Tais dispositivos possuem, em geral, um estágio de entrada sem correção do fator de potência, fazendo com que drenem correntes distorcidas da rede elétrica (MANSOOR et al., 1995). Estes fatores em conjunto agravam o problema de qualidade de energia devido às suas consequências negativas, como o aquecimento de condutores e transformadores devido à circulação de correntes reativas e o mau funcionamento de equipamentos sensíveis conectados ao sistema. Tais consequências levaram à criação de normas internacionais que regulamentam limites para a distorção harmônica total (do inglês *Total Harmonic Distortion - THD*). Como exemplos de normas pode-se citar a IEC 1000-3-2 e a IEEE 519-1992.

É possível mitigar os problemas de qualidade de energia através de uma ou mais etapas de filtragem. Os filtros podem ser ativos ou passivos, e a conexão pode ser em série, em paralelo, ou em série-paralelo. O filtro pode ser implementado com elementos passivos (resistores, indutores e capacitores) ou elementos ativos (chaves semicondutoras de potência), sendo os filtros ativos conhecidos como FAP's (Filtros Ativos de Potência). Embora filtros passivos sejam mais simples de projetar e mais baratos de construir do que filtros ativos, têm como desvantagem a possibilidade de oscilar com a impedância da linha e uma capacidade de compensação limitada, visto que para cada componente harmônica um reator deve ser projetado. Por isso, a partir da década de 70, com o desenvolvimento da tecnologia de dispositivos semicondutores de potência, microprocessadores e processadores digitais de sinal (do inglês *Digital Signal Processor - DSP*) foi possível desenvolver algoritmos mais complexos de modulação, geração de referências e programas supervisórios, o que tornou a utilização de FAP's ainda mais popular (SASAKI; MACHIDA, 1971).

Diversos fatores têm levado à intensificação no uso de conversores eletrônicos de potência nos últimos anos. As inúmeras aplicações que precisam de uma forma de

conexão com a rede elétrica fazem uso de conversores de potência. Novas tecnologias, a crise energética e o aumento do efeito estufa são alguns dos motivos para o aumento desta demanda. Aplicações de geração distribuída, como células de combustível, painéis fotovoltaicos, turbinas eólicas e microturbinas são usadas não só para aumentar a energia disponível no sistema, mas também para melhorar sua confiabilidade, fornecendo energia aos consumidores mesmo durante uma falta na rede (KARSHENAS; SAGHAFI, 2006). Na maioria destes geradores, a eletricidade está disponível em um estágio contínuo ou é produzida em baixa frequência e, portanto, é convertida para um nível contínuo. Conversores de tensão são predominantemente utilizados para transferir energia de uma fonte contínua para a rede elétrica.

Apesar de vastamente utilizados, os conversores de tensão têm características inerentes que tornam sua operação não-trivial. Dentre estas características está o fato de o conversor de tensão trabalhar com uma frequência de comutação da ordem de kHz para manter as perdas de comutação em níveis aceitáveis. Para manter as correntes harmônicas oriundas do conversor em níveis adequados de forma a respeitar os códigos de rede, existem diversas topologias de filtro que podem ser utilizadas (RIBEIRO, 2003). A mais comum é a aplicação de um filtro L como interface entre a rede e o conversor. Mais recentemente, filtros LCL começaram a ser utilizados para esta função (LINDGREN; SVENSSON, 1998)(TEODORESCU et al., 2004) (SHEN et al., 2008), pois apresentam maior atenuação das frequências harmônicas sem aumentar significativamente o consumo de potência reativa na frequência fundamental da rede quando comparados a filtros L (DANNEHL; FUCHS; HANSEN, 2007). Além disso, as dimensões do filtro LCL são significativamente menores que a de um filtro L, reduzindo o custo do filtro e as perdas de operação.

A indutância da rede pode ser considerada como parte do filtro LCL. No entanto, a incerteza quanto ao seu valor real implica na incerteza quanto à frequência de ressonância do filtro. No caso de uma rede fraca (isto é, de indutância elevada), a frequência de ressonância diminui, podendo levar o sistema à instabilidade caso diminua a ponto de entrar na faixa de frequências dos compensadores ressonantes que geralmente são utilizados para compensar distúrbios harmônicos e garantir o rastreamento de referências complexas. Por este motivo, a incerteza quanto ao valor da indutância da rede precisa ser incluída no projeto do controlador (LISERRE; BLAABJERG; HANSEN, 2005). Outro ponto importante é que o controlador precisa rejeitar distorções de corrente de baixa ordem resultantes da distorção de tensão no ponto de conexão do conversor. Isto, aliado ao fato de que o controlador é implementado em um microcontrolador ou um DSP, torna o projeto bastante complexo.

Por ser de terceira ordem, o filtro LCL apresenta um pico de amplitude no diagrama de Bode em sua frequência de ressonância, o que faz com que a estabilidade geral do sistema seja reduzida dependendo principalmente desta frequência. É necessário, portanto,

realizar o amortecimento da ressonância. Isso é possível através da inserção de um resistor em série ou em paralelo com o capacitor do filtro (AHMED; FINNEY; WILLIAMS, 2007), o que configura o chamado amortecimento passivo. Embora este tipo de amortecimento reduza consideravelmente o pico de amplitude na frequência de ressonância, resulta em dissipação de energia pelo filtro e degrada o desempenho de atenuação nas altas frequências. Esta não é, portanto, uma solução aceitável para aplicações que necessitam do máximo de rendimento (SHEN et al., 2010). Outra forma de realizar este amortecimento é via amortecimento ativo (GERVASIO et al., 2013). Isto é alcançado utilizando uma dentre várias estratégias de controle possíveis, tais como estruturas de controle específicas (WU; LEHN, 2006), estimação de impedância da rede (LISERRE; BLAABJERG; TEODORESCU, 2007), retroação de estados (GABE et al., 2007), estratégias utilizando múltiplos laços de realimentação (LOH; HOLMES, 2005), dentre outras (DANNEHL; WESSELS; FUCHS, 2009) (MORENO et al., 2009) (YANG et al., 2011).

Em geral, estratégias de controle para amortecimento ativo podem ser implementadas analogicamente ou digitalmente. Os métodos de controle digital oferecem diversas vantagens sobre as técnicas analógicas, como reprogramabilidade, tolerância à variações nos componentes, suporte a múltiplos modos de operação, melhor eficiência e, em geral, melhor desempenho. O controle analógico se limita a estruturas particulares, enquanto o controle digital depende apenas dos limites da taxa de amostragem, resolução e capacidade computacional (KIMBALL, 2008).

Devido às vantagens que as técnicas de controle digital oferecem em relação às técnicas de controle analógicas, é justificável que as primeiras recebam mais atenção. Existem muitas técnicas diferentes para o controle de conversores. O controle proporcional-integral, comumente chamado de PI, utiliza compensadores de erro do tipo proporcional-integral para produzir os sinais de comando de cada fase. A parte integral do controlador minimiza o erro em baixas frequências, enquanto a parte proporcional e a posição do zero influenciam na ondulação do sinal. O desafio desta técnica é realizar o rastreamento das referências de corrente. Isto é resolvido, em geral, utilizando circuitos do tipo malha de captura de fase, ou PLL (do inglês *Phase Locked Loop*) para gerar as referências de corrente. O controlador PI geralmente é implementado em eixos síncronos dq , de modo que as referências senoidais são transformadas em sinais constantes. Alternativamente, podem ser utilizados PI em eixos estacionários $\alpha\beta$ (KAZMIERKOWSKI; MALESANI, 1998). Em ambos os casos, o objetivo é o rastreamento de referências senoidais e a rejeição de distúrbios de mesma natureza (SANTIPRAPAN; AREERAK; AREERAK, 2011).

Uma outra abordagem é o controle de corrente usando um controlador do tipo *Dead-Beat*. Essa é a mais rápida estratégia de controle linear que pode ser adotada. Teoricamente, o laço de corrente replica exatamente a corrente de referência com um número de ciclos de atraso que depende da ordem do sistema. O controle é baseado no

modelo interno do sistema, usado para prever o comportamento dinâmico do sistema. O controlador, assim sendo, é inerentemente sensível às incertezas do modelo (MALESANI; MATTAVELLI; BUSO, 1999).

Existe ainda o controlador por histerese. Devido à sua inerente não-linearidade, este controlador é capaz de proporcionar uma resposta dinâmica rápida. Utilizando esta técnica, é possível atingir o máximo aproveitamento do conversor de potência (YAO; HOLMES, 1993). O limite para a regulação de corrente, na verdade, é dado pelo projeto do conversor. O controle de corrente por histerese é estável e robusto com relação às variações na carga ou qualquer outro tipo de distúrbios dinâmicos (MALESANI et al., 1991).

O controle de realimentação é a estratégia de controle mais simples que existe para compensar perturbações de um processo. Embora a grande maioria das estratégias de controle utilizadas na prática industrial seja controle de realimentação simples, essa estratégia apresenta uma desvantagem bastante significativa: é preciso que um distúrbio se propague pelo processo, fazendo a variável controlada desviar do ponto de operação, para que a realimentação adote uma ação corretiva (SMITH; CORRIPIO, 2008).

Existem aplicações, no entanto, que demandam desempenho superior, devido à alguma necessidade específica, dinâmica lenta ou perturbações frequentes. Quando o distúrbio é associado à variável controlada ou quando o elemento de controle final apresenta comportamento não-linear, o controle multimalha melhora significativamente o desempenho em relação ao controle com realimentação simples (KRISHNASWAMY et al., 1990).

Esse tipo de controle pressupõe um conjunto de malhas em cascata, onde as mais externas geram as referências para as malhas internas. Dessa forma, variáveis intermediárias são usadas para reduzir o efeito de algumas dinâmicas no processo. Não é mais necessário esperar o distúrbio propagar-se pelo sistema e modificar a variável controlada. Uma vez que uma mudança seja detectada em uma variável intermediária, a ação corretiva começa imediatamente a ser aplicada na variável manipulada, reduzindo a magnitude do impacto do distúrbio e consequentemente melhorando o desempenho. O único requisito para que isto aconteça é que a malha interna seja mais rápida que a malha externa. Quanto mais rápida for a resposta da malha interna, melhor será o resultado, pois a velocidade da malha interna implica na velocidade com que mudanças na variável intermediária serão detectadas, o que afeta diretamente a redução do impacto do distúrbio na variável controlada.

As técnicas de controle clássicas pressupõem o uso de um modelo interno do sistema que deve ser precisamente conhecido. Nas duas últimas décadas, este requisito vem sendo relaxado, e o desafio é desenvolver estratégias de controle robustas à incerteza paramétrica (GEROMEL, 1999).

Considerando o contexto apresentado, é necessário analisar as vantagens e desvantagens das diferentes topologias de filtros que servem de interface entre a rede elétrica e o

conversor de tensão.

1.1 Considerações Sobre Filtro LCL

A principal vantagem do filtro LCL sobre o filtro L é conseguir uma melhor atenuação das componentes harmônicas de corrente oriundas do processo de comutação do conversor utilizando componentes indutivos de menor volume. Isto é obtido pela inserção de um capacitor, resultando num filtro do tipo T (SHEN et al., 2010). Para análise, considere a estrutura da Fig. 1. Os indutores L_1 e L_2 e o capacitor C formam o filtro LCL, com suas resistências associadas R_1 , R_2 e R_d respectivamente. A indutância L_g e sua resistência associada R_g correspondem à indutância da rede, V_i é a tensão de saída do conversor e V_g é a tensão da rede:

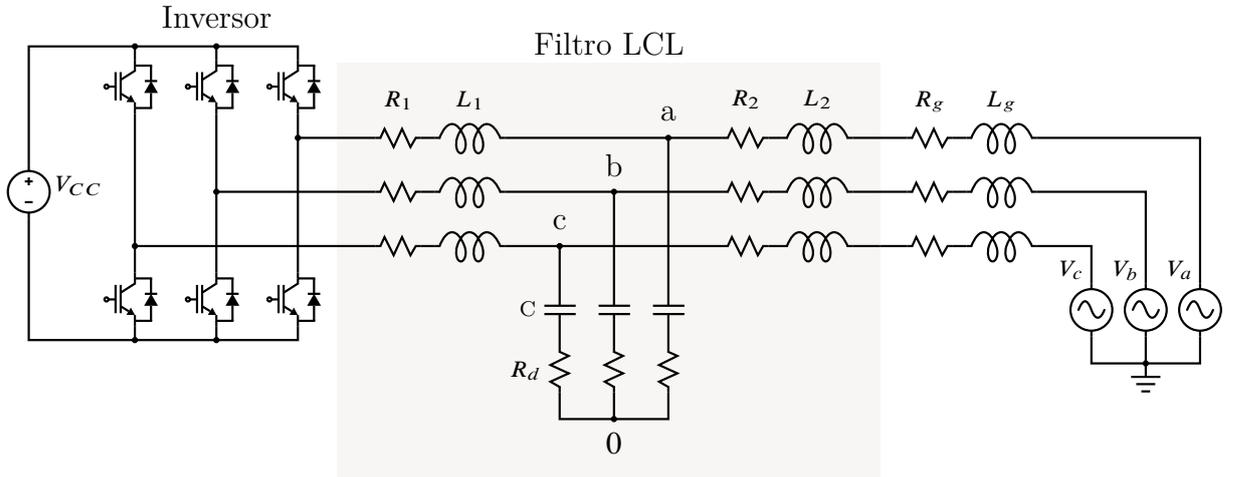


Fig. 1 – Topologia do filtro LCL.

Dessa forma, no domínio da frequência, tem-se:

$$\begin{aligned} Z_i &= L_1 s + R_1, \\ Z_g &= (L_2 + L_g) s + R_2 + R_g, \\ Z_0 &= \frac{1}{Cs} + R_d. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Pode-se definir então, as seguintes funções de transferência:

$$G_{V_i-I_1}(s) = \frac{I_1(s)}{V_i(s)} = \frac{Z_g + Z_0}{Z_i Z_g + Z_i Z_0 + Z_g Z_0}, \quad (1.2)$$

$$G_{V_i-I_2}(s) = \frac{I_2(s)}{V_i(s)} = \frac{Z_0}{Z_i Z_g + Z_i Z_0 + Z_g Z_0}, \quad (1.3)$$

$$G_{I_1-I_2}(s) = \frac{I_2(s)}{I_1(s)} = \frac{Z_0}{Z_g + Z_0}. \quad (1.4)$$

Para efeito de comparação, pode-se reescrever (1.2) e (1.3) de forma a considerar apenas um indutor $L = L_1 + L_2 + L_g$. Negligenciando a resistência série do indutor, e considerando $\alpha = \frac{L_1}{L}$, têm-se:

$$G_{V_i-I_1}(s) = \frac{I_1(s)}{V_i(s)} = \frac{(1-\alpha)LCs^2 + R_dCs + 1}{\alpha(1-\alpha)L^2Cs^3 + R_dLCs^2 + Ls}, \quad (1.5)$$

$$G_{V_i-I_2}(s) = \frac{I_2(s)}{V_i(s)} = \frac{R_dCs + 1}{\alpha(1-\alpha)L^2Cs^3 + R_dLCs^2 + Ls}. \quad (1.6)$$

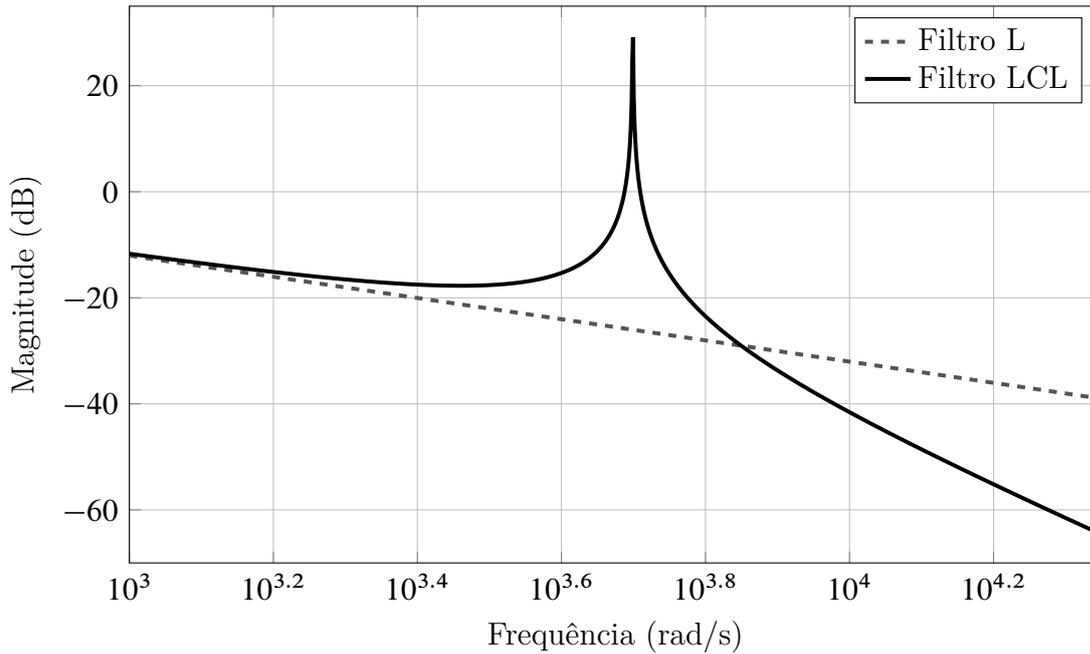


Fig. 2 – Resposta em frequência do filtro L e do filtro LCL.

A Fig. 2 mostra o diagrama de Bode de (1.6) com $R_d = 0$ para dois casos: com e sem capacitância C . No caso de $C = 0$, tem-se o filtro L. No caso de $C \neq 0$, tem-se o filtro LCL. Os valores dos parâmetros do filtro são $L_1 = L_2 = 2\text{mH}$ e $C = 40\mu\text{F}$.

Embora nos dois casos a indutância total tenha sido mantida a mesma, observa-se que o filtro LCL apresenta uma maior atenuação das harmônicas de comutação de alta frequência se comparado ao filtro L. Em contrapartida, o filtro LCL possui um pico de amplitude na frequência de ressonância. Por isso, é preciso mais cuidado no projeto para manter a estabilidade do sistema.

O recurso mais comumente utilizado para tal é a adição de um resistor de amortecimento R_d . O amortecimento passivo, no entanto, prejudica a atenuação das harmônicas de alta frequência. A Fig. 3 mostra o diagrama de Bode de (1.4) para $R_d = 0$, $R_d = 2\Omega$ e $R_d = 10\Omega$.

A redução no amortecimento de harmônicas de alta frequência faz com que filtros LCL com amortecimento passivo sejam maiores que filtros LCL sem amortecimento passivo,

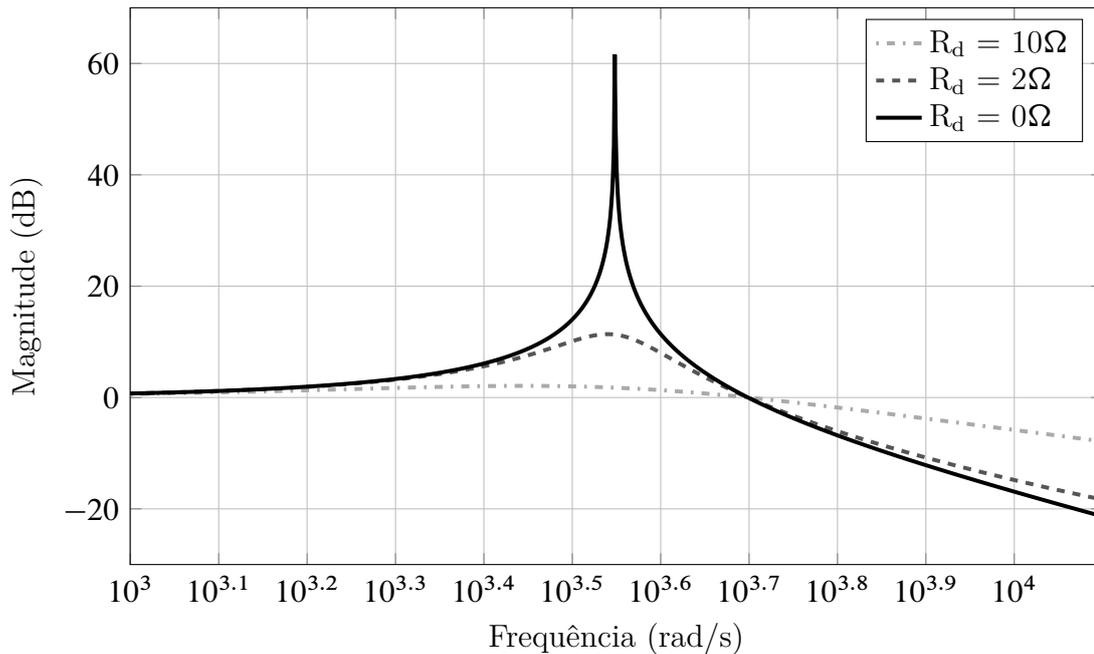


Fig. 3 – Diferença entre filtros LCL e LCL com amortecimento passivo.

para que atinjam o mesmo desempenho. Esse aumento de tamanho implica em aumento de custo e redução da banda passante do filtro. As considerações aqui feitas mostram o porquê da escolha do filtro LCL sem amortecimento passivo. Embora seja mais trabalhoso e delicado projetá-lo, o desempenho é sensivelmente melhor.

1.1.1 Corrente e Tensão do Capacitor

O sistema formado pelo conversor alimentado em tensão conectado à rede através de um filtro LCL resulta em um modelo cujos estados podem ser utilizados em uma estrutura multimalha, onde a malha interna pode ser projetada para controlar a tensão ou a corrente do capacitor e a malha externa para controlar a corrente que é injetada na rede. Independentemente de qual variável é escolhida, o conhecimento da indutância L_1 e da capacitância C do filtro facilitam o projeto da malha interna. Deve haver, no entanto, capacidade de rejeição de distúrbios.

A estrutura de controle multimalha utiliza uma variável intermediária na malha interna que responde ao distúrbio mais rapidamente que a variável controlada pela malha externa. Devido a isto, quando o distúrbio desvia a variável manipulada do ponto de operação, a ação corretiva começa antes mesmo da variável controlada sofrer o desvio. Isto garante uma resposta mais rápida e um melhor desempenho.

No caso do filtro LCL, a estrutura multimalha é vantajosa devido ao fato de ser possível utilizar a malha interna para realizar o amortecimento do sistema, o que facilita o projeto do controlador da malha externa devido às margens de estabilidade serem aumentadas.

A Fig. 4 mostra a estrutura geral do controle multimalha, onde I_2^* é a referência para a malha externa, U é a referência para a malha interna, C_o é a função de transferência do controlador primário, C_i é a função de transferência do controlador secundário, G_{id} e G_{od} são a planta, G_{di} e G_{do} são os distúrbios.

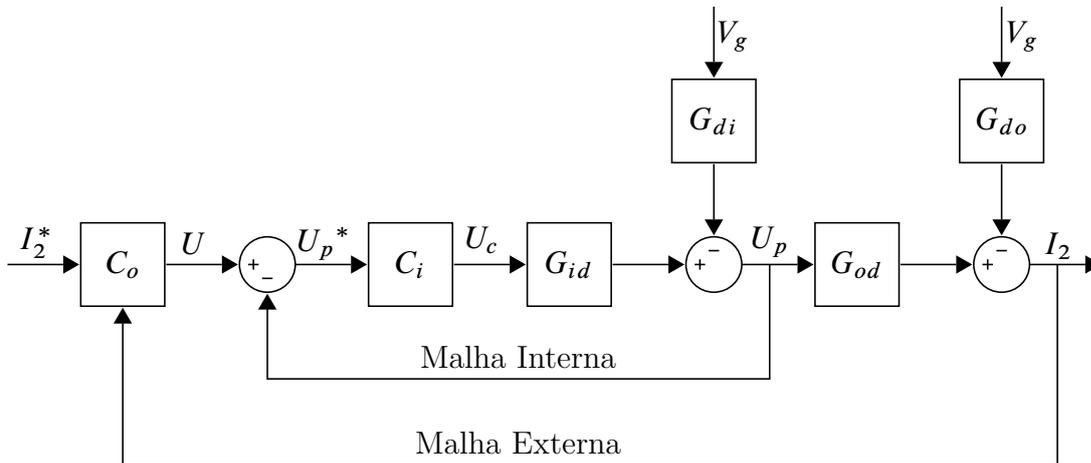


Fig. 4 – Estrutura geral de Controle Multimalha.

A decisão sobre qual variável deve ser controlada em cada uma das malhas é complexa, e uma análise mais profunda deve ser feita para verificar qual a melhor opção para cada malha. Essa análise é feita em (ABDEL-RAHIM; QUAICOE, 1994), utilizando o método do lugar das raízes e a técnica do espaço de estados médio. Esta é uma técnica essencial para a análise de circuitos chaveados, pois permite que as técnicas de análise de circuitos tradicionais sejam aplicadas a eles.

O princípio de funcionamento é que a comutação ciclo a ciclo é ignorada em favor das características médias do circuito nas frequências abaixo da frequência de Nyquist. Perde-se então a capacidade de distinguir a forma de onda da comutação, mas pode-se determinar rapidamente uma série de fatores do circuito, como estabilidade, margem de ganho e de fase, o lugar das raízes e a resposta transiente média. Os passos para usar esta técnica são os seguintes:

1. Desenhar o circuito em cada estado;
2. Escrever a equação de nó, malha ou elemento para cada estado;
3. Determinar qual parcela do período o sistema permanece em cada estado;
4. Multiplicar cada equação de estado por sua parcela de tempo e somá-las para obter uma média ponderada das equações de estado.

As funções de transferência da tensão v_c e da corrente i_c do capacitor em relação à razão cíclica d são dadas por:

$$\frac{v_c}{d} = \frac{\frac{2V_{CC}}{L_1} \frac{1}{C} \left(s + \frac{R_2}{L_2} \right)}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad (1.7)$$

$$\frac{i_c}{d} = \frac{\frac{2V_{CC}}{L_1} s \left(s + \frac{R_2}{L_2} \right)}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad (1.8)$$

com

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{R_1}{L_1} + \frac{R_2}{L_2}, \\ a_1 &= \frac{1}{L_1 L_2} \left(R_1 R_2 + \frac{L_1 + L_2}{C} \right), \\ a_0 &= \frac{R_1 + R_2}{C L_1 L_2}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

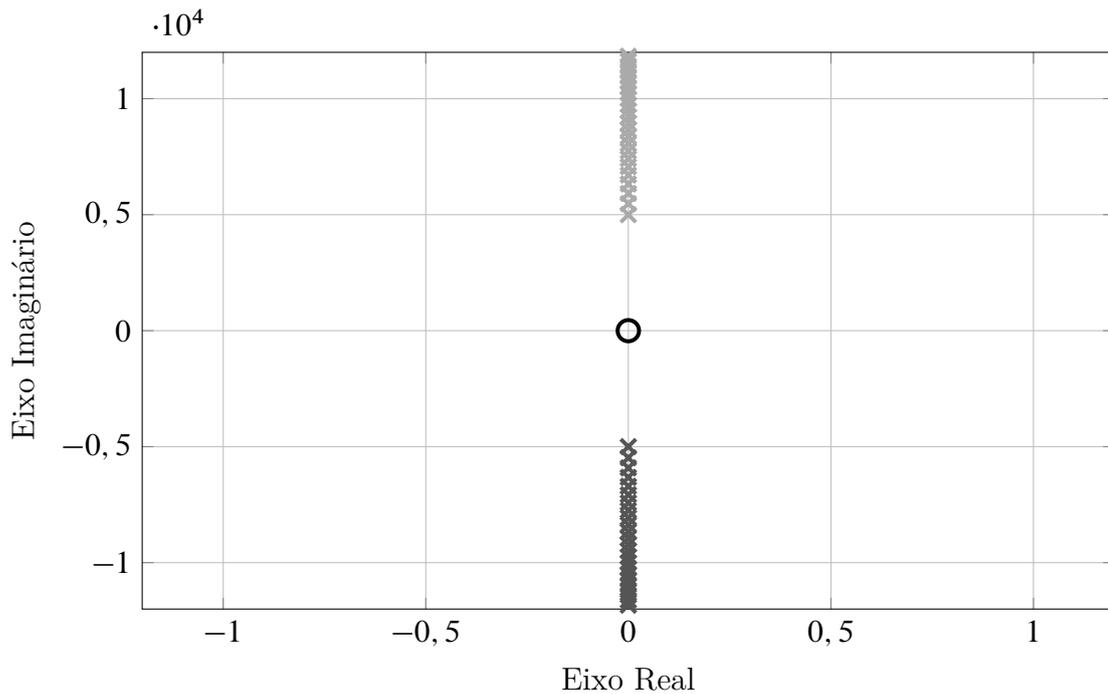


Fig. 5 – Lugar das raízes para a função de transferência da tensão do capacitor em relação à razão cíclica.

A Fig. 5 mostra o lugar das raízes para a função de transferência (1.7), considerando $L_1 = L_2 = 2\text{mH}$, $C = 40\mu\text{F}$, $R_1 = R_2 = 0\Omega$ e $V_{CC} = 20\text{V}$. Percebe-se que os polos da função de transferência da tensão do capacitor apresentam um comportamento oscilatório ao longo do eixo imaginário. Devido ao projeto do filtro LCL, a oscilação não ocorre em uma frequência muito alta, o que simplifica o controle desta variável. Além disso, na prática haverá sempre parte real nas resistências, o que fará com que os polos desloquem-se um pouco para o semiplano esquerdo, saindo do limiar de estabilidade.

Supondo que o controlador da malha interna tenha um elevado desempenho no rastreamento de referências e na rejeição de distúrbios, o controle da tensão do capacitor é vantajoso. O capacitor pode ser visto como uma fonte de tensão, e toda a dinâmica do conversor e do indutor do lado do conversor podem ser ignorados, simplificando o controle da corrente da rede.

A Fig. 6 mostra o lugar das raízes para a função de transferência (1.8), para os mesmos valores dos parâmetros do sistema.

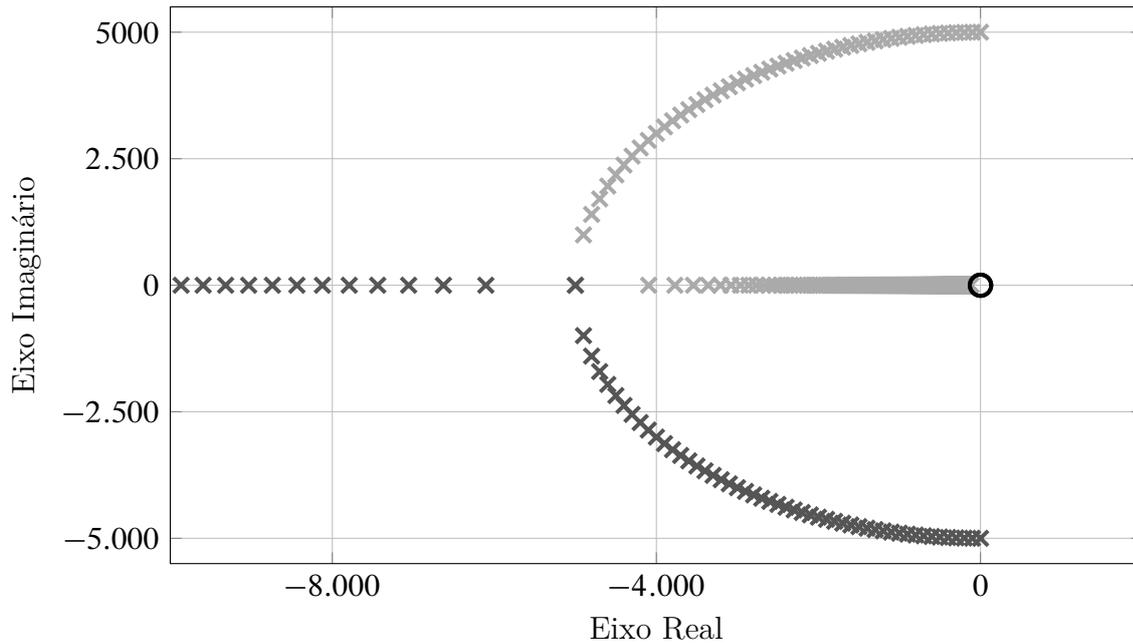


Fig. 6 – Lugar das raízes para a função de transferência da corrente do capacitor em relação à razão cíclica.

Percebe-se que os polos da função de transferência da corrente do capacitor deslocam-se para o semiplano esquerdo, indicando que o sistema tende à estabilidade. Essa é a grande vantagem de utilizar a corrente do capacitor como variável de controle da malha interna.

A corrente do capacitor mostra-se como uma ótima escolha. No entanto, a tensão do capacitor pode ser selecionada como uma variável intermediária a ser controlada, sintetizando-se assim uma fonte de tensão controlada por tensão, no caso, o conversor. Deste modo, tem-se um circuito do tipo RL que aproxima o comportamento no ponto de conexão.

1.2 Objetivos e Contribuições da Dissertação

O objetivo desse trabalho é propor uma estratégia de controle para um conversor conectado à rede elétrica através de um filtro LCL. A estratégia proposta deve ser robusta com relação às incertezas e distúrbios da rede elétrica, e resultar em uma dinâmica de

malha fechada rápida o suficiente para permitir a rejeição de distúrbios e o rastreamento de possíveis referências complexas, incluindo harmônicas.

Mais especificamente, esta dissertação visa:

- Aplicar um controlador adaptativo para controlar a corrente de conversores conectados à rede elétrica com um filtro LCL que ajuste automaticamente os ganhos e que garanta estabilidade para uma ampla faixa de valores de impedância da rede;
- Propor um sistema de controle multimalha com duas malhas, cuja malha interna é utilizada para amortecimento das ressonâncias do sistema de forma a melhor aproveitar a estratégia de controle adaptativo robusto utilizada;
- Modelar o sistema tratando parte da dinâmica com um algoritmo de robustez, de forma que seja possível projetar o controlador adaptativo para um sistema de ordem reduzida.

1.3 Organização do Documento

O Capítulo 1 apresenta a motivação para este trabalho. É apresentada uma breve revisão bibliográfica, de modo a situar o trabalho desenvolvido no contexto atual de utilização de conversores conectados à rede elétrica.

O Capítulo 2 apresenta a modelagem matemática do sistema. O filtro LCL é modelado tanto em tempo contínuo quanto em tempo discreto, considerando como variável intermediária tanto a corrente como a tensão do capacitor.

O Capítulo 3 apresenta a proposta de controlador adaptativo utilizando uma estrutura multimalha, novamente para ambos os casos de escolha de variável intermediária.

O Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos com os controladores propostos, tanto em simulação quanto em experimentos de bancada.

O Capítulo 5 traz as conclusões do trabalho e sugestões de trabalhos futuros.

2 Modelagem de Conversores Conectados à Rede Elétrica via Filtro LCL

Este capítulo apresenta a modelagem de conversores de potência conectados à rede elétrica via filtro LCL. São apresentados modelos dinâmicos e em espaço de estados, bem como em coordenadas $\alpha\beta 0$ (MASSING, 2013) e em função de transferência, considerando a corrente i_C e a tensão v_C do capacitor como variável intermediária, isto é, a variável controlada na malha interna. Modelos em tempo discreto são desenvolvidos, levando em conta o impacto do atraso de transporte da implementação digital.

2.1 Modelo em Espaço de Estados - Coordenadas abc

Considere um conversor trifásico conectado à rede elétrica via filtro LCL conforme a Fig. 7. Considere ainda a rede elétrica como sendo uma fonte de tensão trifásica alternada equilibrada com uma impedância série equivalente com característica indutiva.

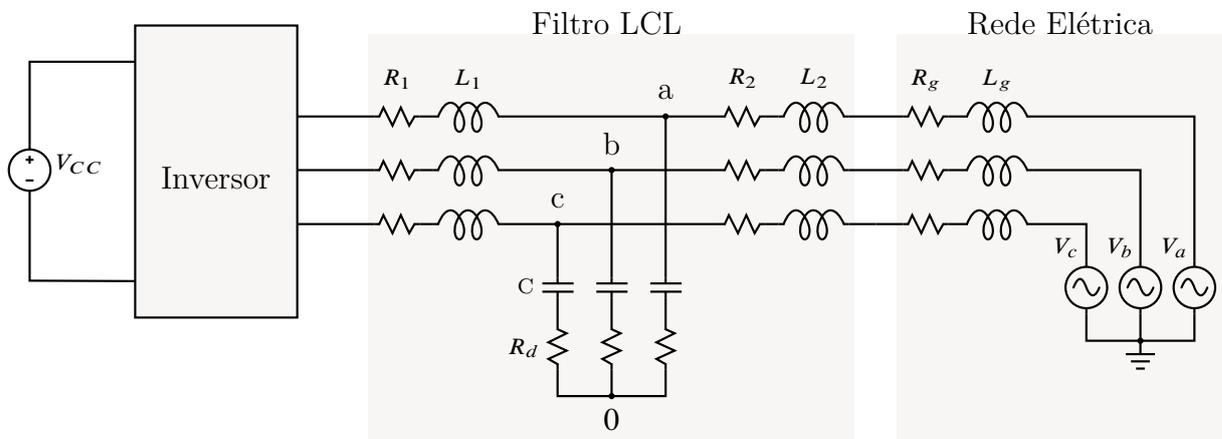


Fig. 7 – Conversor trifásico conectado à rede elétrica via filtro LCL.

A partir das leis de Kirchhoff pode-se obter:

$$u_{ab}(t) = R_1 i_{a1}(t) + L_1 \frac{d}{dt} i_{a1}(t) + v_{an}(t) - v_{bn}(t) - L_1 \frac{d}{dt} i_{b1}(t) - R_1 i_{b1}(t), \quad (2.1)$$

$$u_{bc}(t) = R_1 i_{b1}(t) + L_1 \frac{d}{dt} i_{b1}(t) + v_{bn}(t) - v_{cn}(t) - L_1 \frac{d}{dt} i_{c1}(t) - R_1 i_{c1}(t), \quad (2.2)$$

$$i_{a1}(t) + i_{b1}(t) + i_{c1}(t) = 0 \implies \frac{d}{dt} i_{a1}(t) + \frac{d}{dt} i_{b1}(t) + \frac{d}{dt} i_{c1}(t) = 0. \quad (2.3)$$

Além disso, das tensões nos capacitores:

$$C \frac{d}{dt} v_{an}(t) = i_{a1}(t) - i_{a2}(t), \quad (2.4)$$

$$C \frac{d}{dt} v_{bn}(t) = i_{b1}(t) - i_{b2}(t), \quad (2.5)$$

$$C \frac{d}{dt} v_{an}(t) + C \frac{d}{dt} v_{bn}(t) + C \frac{d}{dt} v_{cn}(t) = 0. \quad (2.6)$$

E das correntes do lado da rede:

$$v_{ab}(t) = R_2 i_{a2}(t) + L_2 \frac{d}{dt} i_{a2}(t) + v_a(t) - v_b(t) - L_2 \frac{d}{dt} i_{b2}(t) - R_2 i_{b2}(t), \quad (2.7)$$

$$v_{bc}(t) = R_2 i_{b2}(t) + L_2 \frac{d}{dt} i_{b2}(t) + v_b(t) - v_c(t) - L_2 \frac{d}{dt} i_{c2}(t) - R_2 i_{c2}(t), \quad (2.8)$$

$$i_{a2}(t) + i_{b2}(t) + i_{c2}(t) = 0 \implies \frac{d}{dt} i_{a2}(t) + \frac{d}{dt} i_{b2}(t) + \frac{d}{dt} i_{c2}(t) = 0. \quad (2.9)$$

É possível escrever esse modelo em forma matricial,

$$\begin{aligned} \mathbf{L} \frac{d}{dt} \mathbf{x}_{abc}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}_{abc}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}_{Labc}(t) + \mathbf{F} \mathbf{v}_{abc}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_{abc} \mathbf{x}_{abc}(t), \end{aligned} \quad (2.10)$$

na qual as variáveis de saída podem ser tanto as correntes do lado do conversor quanto as correntes do lado da rede. A escolha é feita através da matriz \mathbf{C}_{abc} . $\mathbf{x}_{abc}(t)$ representa os estados em coordenadas abc , $\mathbf{u}_{Labc}(t)$ representa as tensões de linha aplicadas pelo conversor e $\mathbf{v}_{abc}(t)$ representa as tensões de fase da rede.

Pode-se simplificar o modelo multiplicando por \mathbf{L}^{-1} dos dois lados da igualdade, obtendo

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x}_{abc}(t) &= \mathbf{A}_{abc} \mathbf{x}_{abc}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}_{Labc}(t) + \mathbf{F}_{abc} \mathbf{v}_{abc}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_{abc} \mathbf{x}_{abc}(t). \end{aligned} \quad (2.11)$$

É necessário representar o vetor de tensões do conversor $\mathbf{u}_{Labc}(t)$ em grandezas de fase, o que implica na transformação

$$\mathbf{u}_{Labc}(t) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}_{abc}(t) = \mathbf{T}_{FL} \mathbf{u}_{abc}(t) \quad (2.12)$$

Dessa forma, obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathbf{x}_{abc}(t) &= \mathbf{A}_{abc}\mathbf{x}_{abc}(t) + \mathbf{B}\mathbf{T}_{FL}\mathbf{u}_{abc}(t) + \mathbf{F}_{abc}\mathbf{v}_{abc}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_{abc}\mathbf{x}_{abc}(t), \end{aligned} \quad (2.13)$$

que é equivalente a

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathbf{x}_{abc}(t) &= \mathbf{A}_{abc}\mathbf{x}_{abc}(t) + \mathbf{B}_{abc}\mathbf{u}_{abc}(t) + \mathbf{F}_{abc}\mathbf{v}_{abc}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_{abc}\mathbf{x}_{abc}(t). \end{aligned} \quad (2.14)$$

O modelo (2.14) apresenta acoplamento entre as variáveis de cada fase, o que dificulta a sua utilização em sistemas de controle. Devido à isso, uma transformação para desacoplamento é apresentada na seção seguinte.

2.2 Modelo em Espaço de Estados - Coordenadas $\alpha\beta 0$

A representação de sistemas elétricos trifásicos é objeto de estudos desde o início de sua utilização, no começo do século XX. Dentre as primeiras contribuições neste sentido, encontra-se o trabalho de Charles L. Fortescue (FORTESCUE, 1918), conhecido como a teoria de componentes simétricas, que representa um sistema trifásico desequilibrado em termos de três sistemas trifásicos equilibrados, chamados circuitos de sequência positiva, negativa e zero. Uma outra contribuição foi feita por Edith Clarke, com a transformação nomeada em sua homenagem (DUESTERHOEFT; SCHULZ; CLARKE, 1951). A transformação de Clarke, ou transformação $\alpha\beta 0$ permite representar um sistema trifásico acoplado em termos de componentes monofásicas desacopladas. Essa transformação é muito útil em aplicações de conversores estáticos trifásicos, visto que possibilita a simplificação dos modelos e do projeto dos controladores.

A transformação $\alpha\beta 0$ é linear e invariante no tempo, e é dada por

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta 0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

A transformação (2.15) é conhecida como invariante em relação à amplitude, pois as grandezas resultantes em coordenadas $\alpha\beta 0$ preservam a mesma amplitude das grandezas em coordenadas abc . Utilizando essa transformação, qualquer parâmetro em coordenadas abc pode ser transcrito em coordenadas $\alpha\beta 0$, e vice versa

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}\mathbf{x}_{abc} = \mathbf{x}_{\alpha\beta 0} \iff \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1}\mathbf{x}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{x}_{abc}. \quad (2.16)$$

No projeto de controladores para sistemas elétricos trifásicos, é usual levar em consideração essa transformação e modelar o sistema para o caso monofásico, projetando

o controlador considerando os equivalentes nas coordenadas α e β . A Fig. 8 apresenta a estrutura do sistema para o caso monofásico. Neste caso, as indutâncias do filtro são: L_1 do lado do conversor e L_2 do lado da rede, C é a capacitância do filtro e L_g é a indutância da rede elétrica. A tensão gerada pelo conversor é representada por u_α e a rede elétrica é representada por v_α .

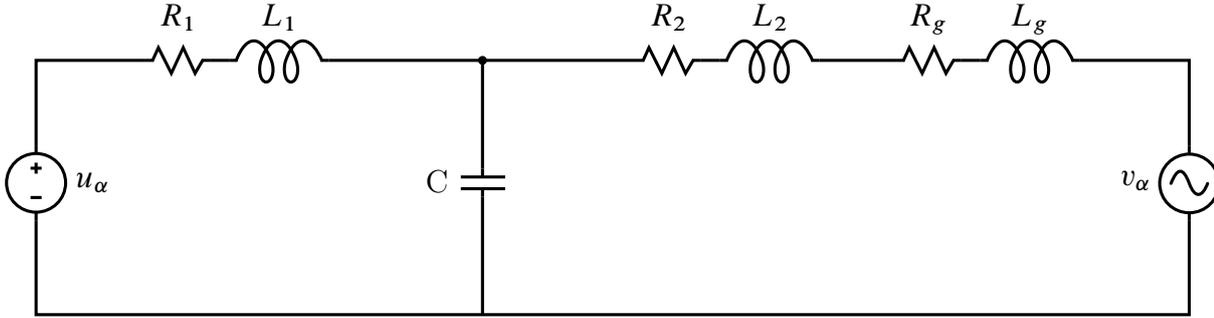


Fig. 8 – Filtro LCL para o caso monofásico.

Visto que a transformação (2.15) é invariante no tempo, ela pode ser aplicada ao modelo (2.14). Dessa forma, tem-se que

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \frac{d}{dt} \mathbf{x}_{abc}(t) &= \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \mathbf{A}_{abc} \mathbf{x}_{abc}(t) + \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \mathbf{B}_{abc} \mathbf{u}_{abc}(t) + \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \mathbf{F}_{abc} \mathbf{v}_{abc}(t) \\ \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \mathbf{y}_{abc}(t) &= \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \mathbf{C}_{abc} \mathbf{x}_{abc}(t), \end{aligned} \quad (2.17)$$

isto é,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x}_{\alpha\beta 0}(t) &= \mathbf{A}_{\alpha\beta 0} \mathbf{x}_{\alpha\beta 0}(t) + \mathbf{B}_{\alpha\beta 0} \mathbf{u}_{\alpha\beta 0}(t) + \mathbf{F}_{\alpha\beta 0} \mathbf{v}_{\alpha\beta 0}(t) \\ \mathbf{y}_{\alpha\beta 0}(t) &= \mathbf{C}_{\alpha\beta 0} \mathbf{x}_{\alpha\beta 0}(t). \end{aligned} \quad (2.18)$$

O modelo (2.18) representa o sistema na forma de dois sistemas monofásicos desacoplados associados ao eixo α e ao eixo β . O eixo 0 pode ser desconsiderado, já que não há caminho para circulação de corrente de sequência zero.

2.3 Modelo em Função de Transferência

Uma forma conveniente de modelar o sistema é através de impedâncias complexas (SHEN et al., 2008). As indutâncias e a capacitância do filtro podem ser representadas pelas seguintes impedâncias

$$\begin{aligned} Z_i &= r_1 + L_1 s, \\ Z_C &= \frac{1}{sC}, \\ Z_g &= r_2 + r_g + (L_2 + L_g) s. \end{aligned} \quad (2.19)$$

A impedância do lado da rede Z_g engloba duas indutâncias: uma indutância projetada, L_2 , e uma indutância desconhecida que é a indutância da rede elétrica L_g . Escolheu-se essa forma de representação de modo a explicitar a incerteza paramétrica, apesar de L_2 ser uma indutância projetada. Além disso, é importante esclarecer que a tensão da rede v_g pode ser desprezada na obtenção do modelo, visto que é um distúrbio exógeno que deve ser rejeitado pelo controlador adaptativo.

Considerando a estrutura da Fig. 8 e desprezando o distúrbio da rede v_g , obtém-se as seguintes expressões a partir das leis de Kirchhoff

$$\frac{V_C}{U_c} = \frac{Z_C Z_g}{Z_i (Z_C + Z_g) + Z_C Z_g}, \quad (2.20)$$

$$\frac{I_C}{U_c} = \frac{Z_g}{Z_i (Z_C + Z_g) + Z_C Z_g}, \quad (2.21)$$

$$\frac{I_2}{U_c} = \frac{Z_C}{Z_i (Z_C + Z_g) + Z_C Z_g}. \quad (2.22)$$

Do ponto de vista de amortecimento ativo, todo e qualquer elemento resistivo que se encontre no sistema irá colaborar com o amortecimento, embora de forma passiva. Por esse motivo, as resistências são desprezadas na modelagem do sistema, visto que isto irá facilitar a modelagem e criar um caso pior do que o que se encontra na prática.

A discretização destas funções de transferência é feita conforme realizado em (PARKER; MCGRATH; HOLMES, 2014), incluindo um retentor de ordem zero (ZOH) e aplicando a transformada \mathcal{Z} . Dessa forma, considerando o atraso de tempo associado à implementação digital, obtém-se

$$G_d(z) = \frac{I_2}{U_c} = K_1 \frac{1}{z(z-1)} - \frac{K_1 \text{sen}(\omega_n T_s)}{\omega_n T_s} \frac{z-1}{z(z^2 - 2 \cos(\omega_n T_s) z + 1)}, \quad (2.23)$$

onde T_s é o período de amostragem e

$$K_1 = \frac{T_s}{L_1 + L_2 + L_g}, \quad (2.24)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{L_1 + L_2 + L_g}{L_1 C (L_2 + L_g)}}. \quad (2.25)$$

No caso em que a variável intermediária é a tensão do capacitor V_C , para relacionar I_2 com V_C é necessário discretizar a equação (2.20)

$$G_{id_{vc}}(z) = \frac{2 \text{sen}^2(\omega_n \frac{T_s}{2})}{L_1 C \omega_n^2} \frac{z+1}{z(z^2 - \cos(\omega_n T_s) z + 1)}. \quad (2.26)$$

Dessa forma, a relação $G_{od_{vc}}$ entre I_2 e V_C é

$$G_{od_{vc}}(z) = \frac{I_2}{V_C} = \frac{G_d}{G_{id_{vc}}}. \quad (2.27)$$

De forma semelhante, no caso em que a variável intermediária é a corrente do capacitor I_C , para relacionar I_2 com I_C é necessário discretizar a equação (2.21)

$$G_{id_{ic}}(z) = \frac{\text{sen}(\omega_n T_s)}{\omega_n L_1} \frac{z - 1}{z(z^2 - \cos(\omega_n T_s)z + 1)}, \quad (2.28)$$

e assim

$$G_{od_{ic}}(z) = \frac{I_2}{I_C} = \frac{G_d}{G_{id_{ic}}}. \quad (2.29)$$

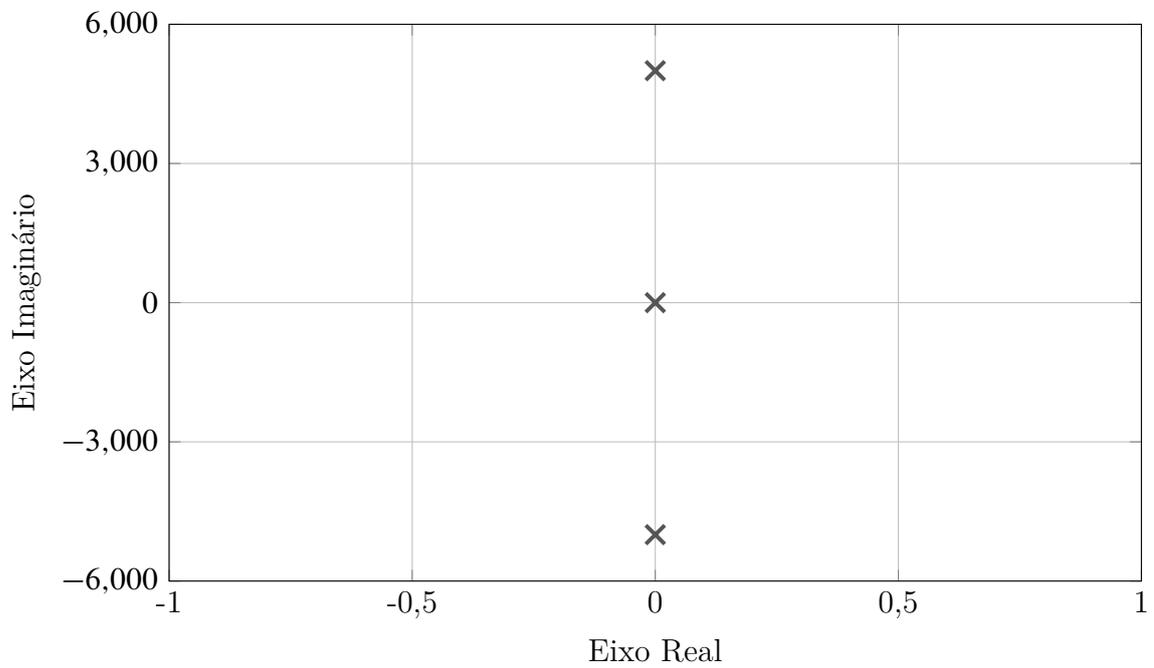
A partir do equacionamento realizado, se pode analisar as consequências da discretização das funções de transferência do sistema.

2.4 Efeitos da Discretização

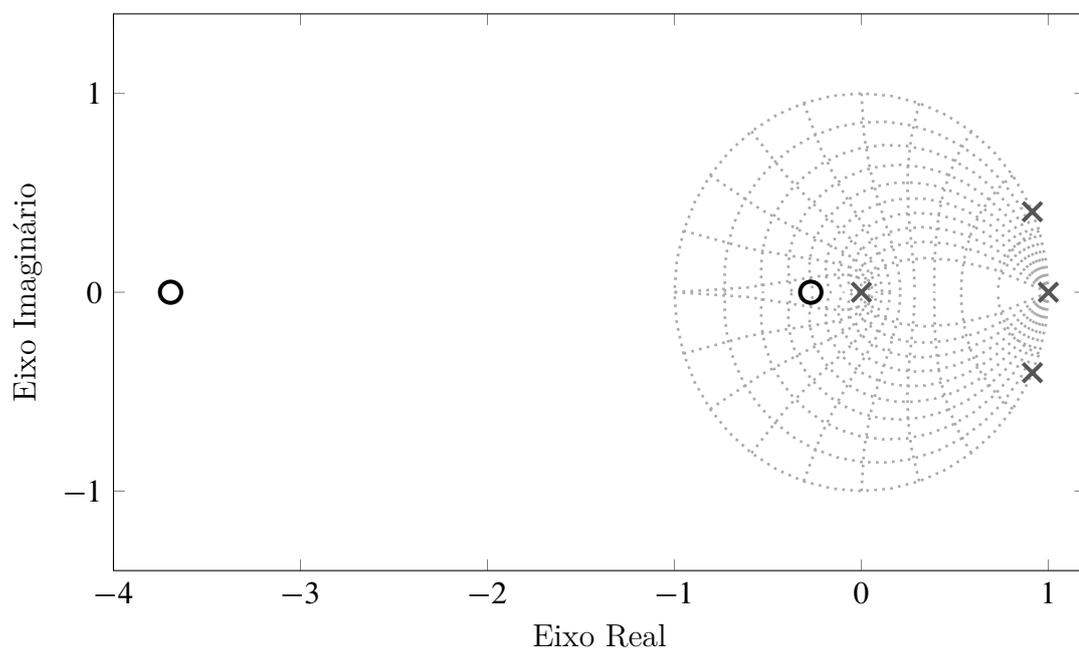
Plantas de fase mínima, ou seja, aquelas que apresentam zeros apenas no semi-plano esquerdo do plano s , permitem que os efeitos de zeros indesejados sejam cancelados pela alocação de pólos do controlador. Isso é impossível, no entanto, no caso de plantas de fase não-mínima, visto que a alocação de pólos do controlador no semi-plano direito resulta em instabilidade.

Por isso, é importante observar que a discretização de um sistema pode implicar em problemas do ponto de vista de controle. Mesmo uma planta de fase mínima em tempo contínuo pode apresentar zeros de fase não-mínima após a discretização. De fato, de uma forma mais geral, plantas em tempo contínuo com grau relativo $n \geq 2$ apresentam zeros de discretização (ÅSTRÖM; HAGANDER; STERNBY, 1980). Esse é o caso do filtro LCL quando a variável controlada é a corrente do lado da rede.

A Fig. 9.(a) apresenta o diagrama de pólos e zeros para a planta contínua. Percebe-se que a planta encontra-se no limiar da estabilidade. A Fig. 9.(b) apresenta o diagrama de pólos e zeros para a planta discreta, evidenciando o surgimento de um zero fora do círculo de raio unitário. Este é um zero de fase não-mínima inerentemente introduzido pelo processo de discretização.



(a) Planta em tempo contínuo.



(b) Planta em tempo discreto.

Fig. 9 – Diagrama de pólos e zeros para o filtro LCL em tempo contínuo e discreto com atraso de transporte.

3 Controle Multimalha

Em aplicações onde o desempenho é um requisito importante, o controle multimalha, também chamado de controle em cascata, apresenta vantagens significativas. Essa estratégia propõe que uma variável seja criada para detectar a presença de distúrbios antes que esses afetem a variável controlada. Dessa forma, não é necessário esperar que a variável controlada se desvie do ponto fixo para começar uma ação corretiva, como acontece no controle por realimentação simples. Ao perceber a presença do distúrbio, a ação corretiva começa imediatamente, de forma que o desvio sofrido pela variável controlada tende a ser reduzido.

É necessário, no entanto, que a variável escolhida para ser a *variável intermediária* responda mais rapidamente a variações no distúrbio e na variável manipulada do que a variável controlada. Isso faz sentido devido ao fato de que quanto mais rápido a variável intermediária responder ao distúrbio, mais rápido a ação corretiva será iniciada e menor será o desvio do ponto fixo que a variável controlada sofrerá. De fato, quanto mais rápido a variável intermediária responder, melhor.

A Fig. 10 (SMITH; CORRIPIO, 2008) exemplifica uma comparação de desempenho do controle da temperatura de um reator quando ocorre uma variação de 25°C na temperatura de entrada do reagente. A linha cheia representa o controle multimalha, e a linha tracejada representa o controle por realimentação simples.

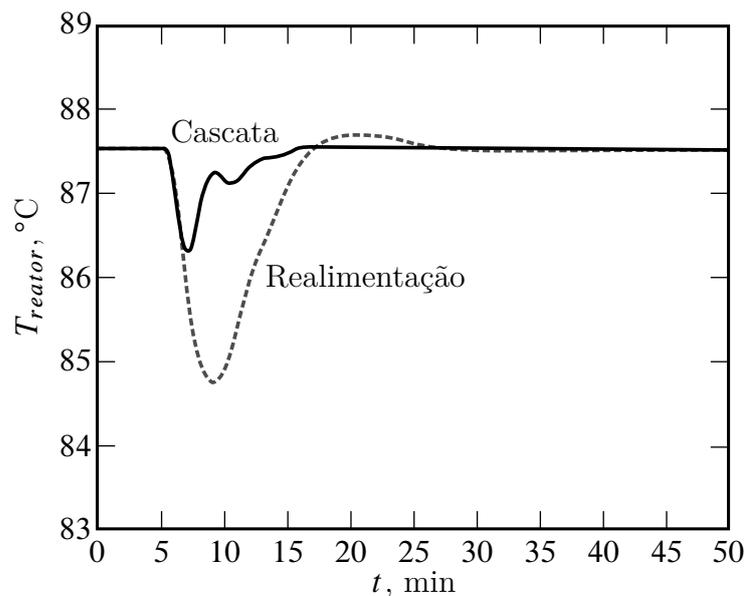


Fig. 10 – Comparação de desempenho entre realimentação simples e controle em cascata.

É possível desenvolver controladores com qualquer número de malhas aninhadas em cascata. É importante observar apenas o fato de que a malha mais externa gera a

referência para a malha imediatamente interna em relação a ela. Dessa forma, a variável intermediária escolhida para a malha externa deve responder mais rápido ao distúrbio do que a variável intermediária escolhida para a malha interna.

Na prática, é comum observar controladores com duas ou três malhas aninhadas. Além do quesito desempenho, outros fatores podem levar à utilização de controladores multimalha. No caso deste trabalho, a separação do modelo em duas partes simplifica a abordagem de controle, devido ao fato de a malha interna fazer o amortecimento ativo da ressonância do filtro, e a malha externa tratar da incerteza paramétrica inerente à rede elétrica.

O projeto deste controlador divide-se então em uma malha interna e uma malha externa, conforme a seguir.

3.1 Malha Interna

A modelagem desenvolvida separa a planta em duas partes: G_{id} pertence à malha interna, e G_{od} pertence à malha externa, conforme pode ser visto na Fig. 11.

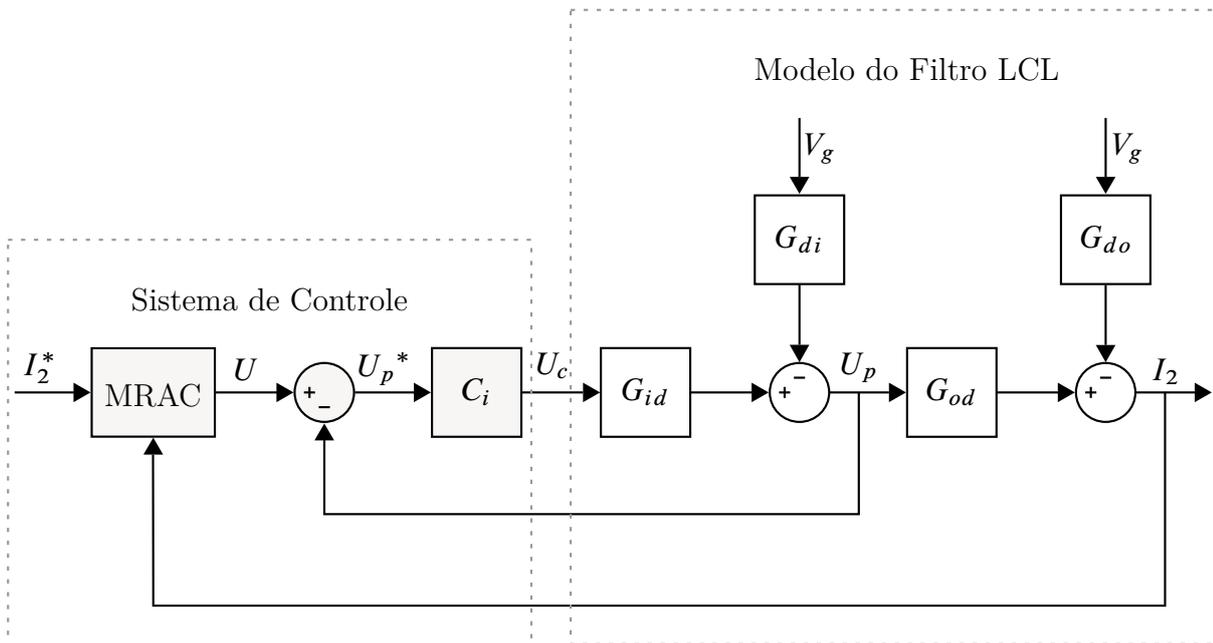


Fig. 11 – Diagrama de blocos para o sistema em modelo discreto.

A separação da planta em duas partes permite que controladores diferentes sejam projetados para resolver partes do problema de controle. O controlador da malha interna, por exemplo, é projetado considerando o pior caso possível para o parâmetro incerto da rede ($L_g = 0$). Dessa forma, a variação paramétrica não impacta negativamente o controle da malha interna, e pode-se utilizar controladores convencionais para realizar o amortecimento ativo.

É conhecido da literatura que, no caso específico de um filtro LCL, é suficiente para a realização do amortecimento da ressonância do filtro a utilização de um controlador proporcional, quando a variável intermediária escolhida é a corrente do capacitor, e de um controlador proporcional-derivativo, quando a variável intermediária escolhida é a tensão do capacitor (DANNEHL et al., 2010). O critério de escolha para a variável intermediária varia de acordo com a aplicação e a topologia (LOH; HOLMES, 2005) (DURGANTE; PLOTZKI; STEFANELLO, 2013).

Levando em consideração as particularidades do filtro LCL, neste trabalho um controlador proporcional é projetado para o caso em que a variável intermediária é a corrente do capacitor, e um controlador proporcional-derivativo é projetado para o caso em que a variável intermediária é a tensão do capacitor.

3.1.1 Projeto para tensão do capacitor como variável intermediária

Considerando o controlador da malha interna $C_i(z)$ como sendo do tipo proporcional-derivativo, tem-se sua expressão:

$$C_i(z) = (K_P + K_D) \frac{z - \frac{K_D}{K_P + K_D}}{z} \quad (3.1)$$

Em uma aplicação prática, o atraso de tempo associado à implementação digital limita o ganho do controlador, de forma que se deve projetar o zero visando maximizar o amortecimento.

$$z = \frac{K_D}{K_P + K_D} > 1 \quad (3.2)$$

Essa escolha, no entanto, resulta em um sistema de fase não-mínima, uma característica que viola o requisito principal para o funcionamento do controlador da malha externa. Assim sendo, o zero é projetado em $z = 0,9$ e é utilizado um traçado do lugar das raízes para projetar o ganho $K_P + K_D$.

A partir da Fig. 12 se pode escolher $K_P + K_D = 3$ para máximo amortecimento, escolha que resulta em $K_P = 0,3$ e $K_D = 2,7$.

3.1.2 Projeto para corrente do capacitor como variável intermediária

Considerando o controlador da malha interna $C_i(z)$ como sendo do tipo proporcional, sua expressão é dada por

$$C_i(z) = K_P. \quad (3.3)$$

Tendo como referência a função de transferência de malha fechada I_C/U , que pode ser vista na Fig. 11 fazendo $U_p = I_C$, observa-se que sua equação característica é

$$z^3 - 2 \cos(\omega_n T_s) z^2 + (1 + K_P K_{id}) z - K_P K_{id} = 0, \quad (3.4)$$

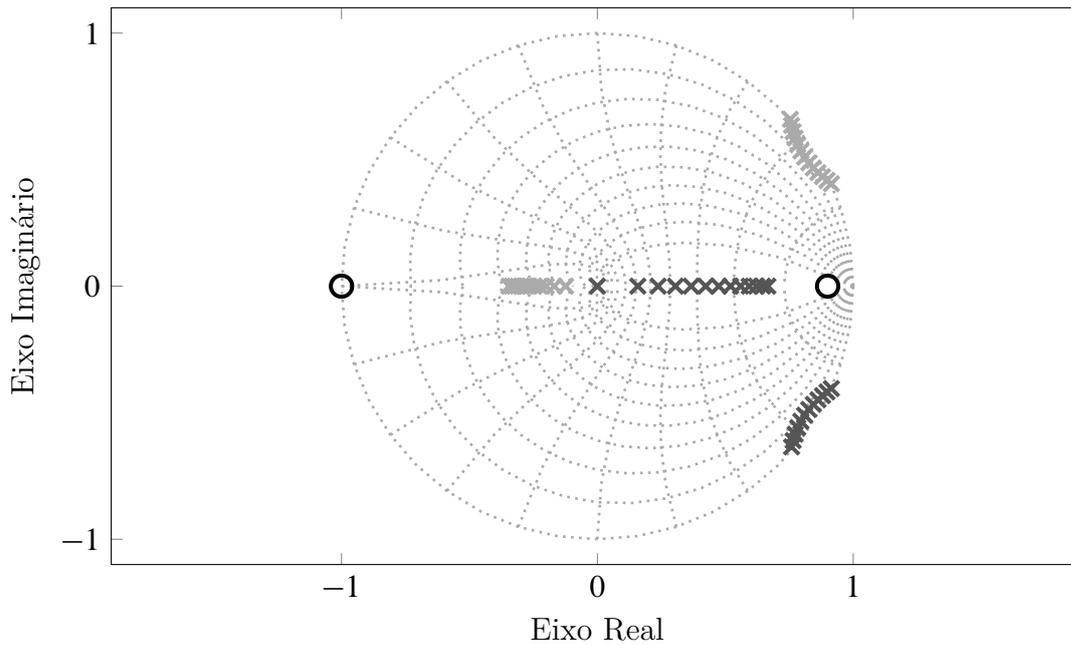


Fig. 12 – Lugar das raízes para a função de transferência do controlador proporcional-derivativo.

com

$$K_{id} = \frac{\sin(\omega_n T_s)}{\omega_n L_1}. \quad (3.5)$$

A transformação bilinear, dada por

$$z = \frac{w + 1}{w - 1}, \quad (3.6)$$

mapeia o interior do círculo de raio unitário do plano z no semiplano esquerdo do plano w . Aplicando a transformação bilinear à equação característica (3.4) se pode utilizar o critério de estabilidade de Routh-Hurwitz da mesma forma que se faria para um sistema em tempo contínuo (OGATA, 1995). Ou seja, se pode projetar o ganho K_P como sendo

$$\overline{K_P} = \frac{2 \cos(\omega_n T_s) - 1}{\sin(\omega_n T_s)} \omega_n L_1, \quad (3.7)$$

onde $\overline{K_P}$ representa o limite superior para o valor de K_P .

A Fig. 13 apresenta o lugar das raízes para o controlador proporcional. O valor de máximo amortecimento obtido é quando $K_P = 8$.

3.2 Malha Externa

Para este projeto, assume-se um alto desempenho no rastreamento de referência da malha interna. O controlador da malha externa, do tipo adaptativo por modelo de referência (do inglês *Model Reference Adaptive Control - MRAC*), controla a corrente da rede e gera a referência U_p^* para a malha interna.

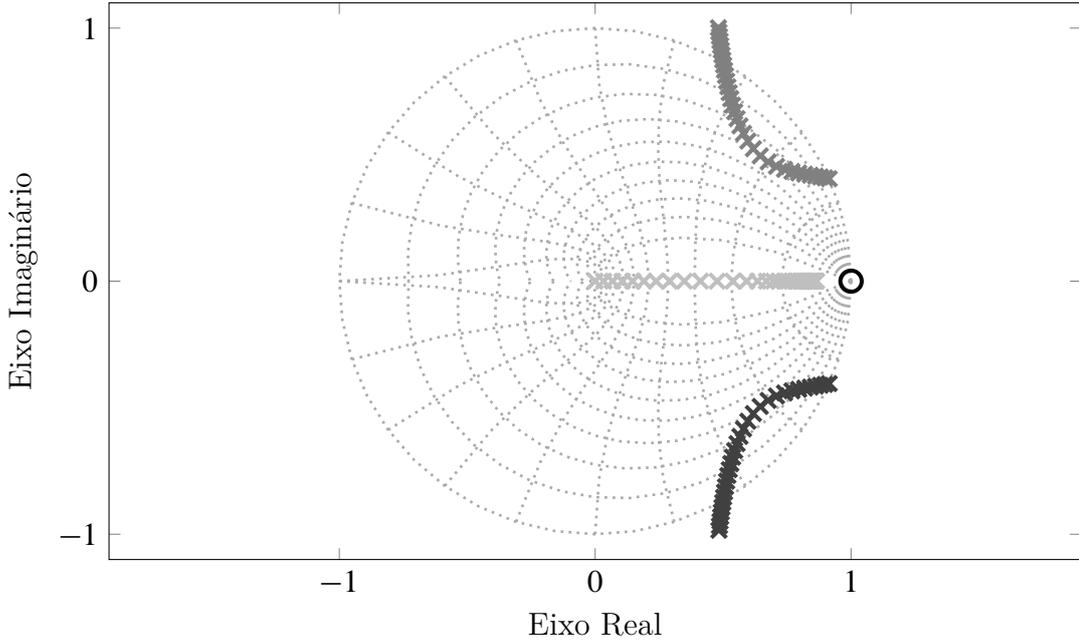


Fig. 13 – Lugar das raízes para a função de transferência do controlador proporcional.

O desenvolvimento apresentado nesta seção é realizado em tempo discreto. Assim, o modelo discreto da planta do laço externo, $G_{od}(z)$, da planta do laço interno, $G_{id}(z)$, da planta do distúrbio externo $G_{do}(z)$ e da planta do distúrbio interno $G_{di}(z)$ são dados conforme desenvolvido na Seção 2.

Devido à característica robusta apresentada pelo controlador que será proposto para a malha externa, pode-se reescrever a função de transferência da planta na forma de duas parcelas: uma será a dinâmica considerada pelo controlador, e a outra será considerada uma *dinâmica não-modelada*, isto é, será uma parcela da dinâmica que será tratada pela robustez garantida pelo controlador.

A relação entre as duas parcelas pode ser aditiva ou multiplicativa. A escolha na forma de reescrever $G(z)$ impacta no grau relativo da dinâmica não-modelada resultante. Neste trabalho, escolheu-se a relação aditiva entre as duas parcelas da planta, pois isto resulta numa dinâmica não-modelada de grau relativo menor, o que implica em um número menor de ganhos adaptativos no controlador. Dessa forma, escreve-se

$$G(z) = G_o(z) + \Delta(z), \quad (3.8)$$

e se propõe uma estrutura conhecida para $G_o(z)$. No caso deste trabalho, propõe-se considerar que o filtro é apenas um indutor da forma $L_1 + L_2$, cuja função de transferência $G_o(z)$ é dada por

$$G_o(z) = k \frac{T_s}{L_1 + L_2} \frac{1}{z(z-1)}, \quad (3.9)$$

onde k é o ganho necessário para igualar o ganho de $G_o(z)$ ao ganho de $G(z)$. Com isso, a

parcela não-modelada da dinâmica é dada por

$$\Delta(z) = G(z) - G_o(z). \quad (3.10)$$

As Fig. 14, Fig. 15 e Fig. 16 levam em consideração a corrente do capacitor como variável de controle para a malha interna e apresentam, respectivamente, o diagrama de pólos e zeros para $\Delta(z)$, a margem de ganho e a margem de fase para $G(z)$, $G_o(z)$ e $\Delta(z)$.

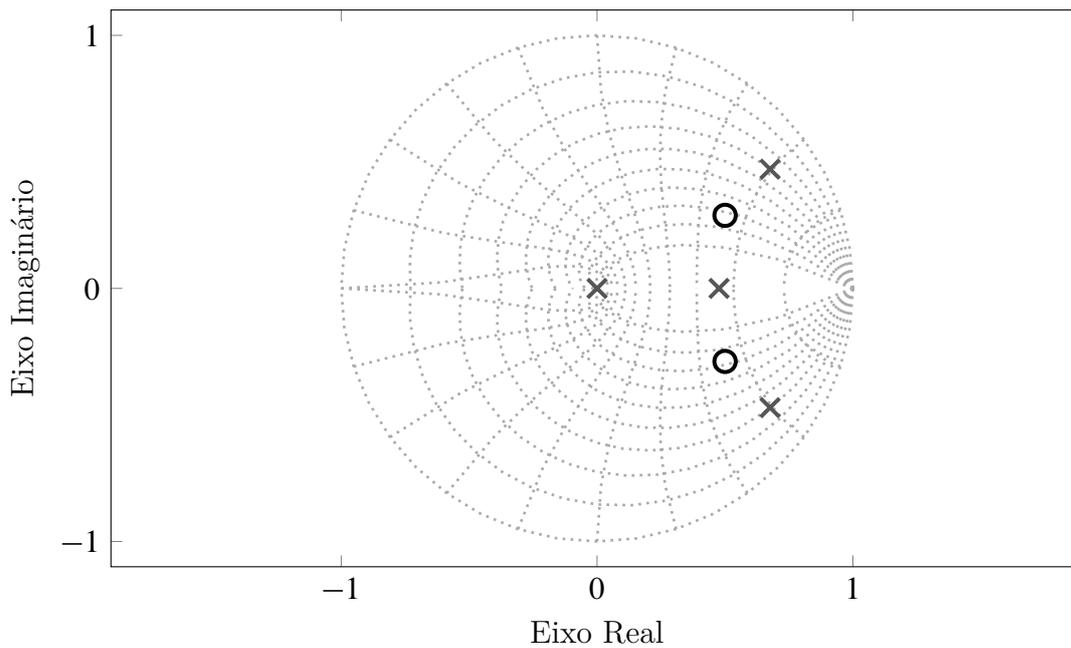


Fig. 14 – Diagrama de pólos e zeros para $\Delta(z)$ considerando i_C como variável intermediária.

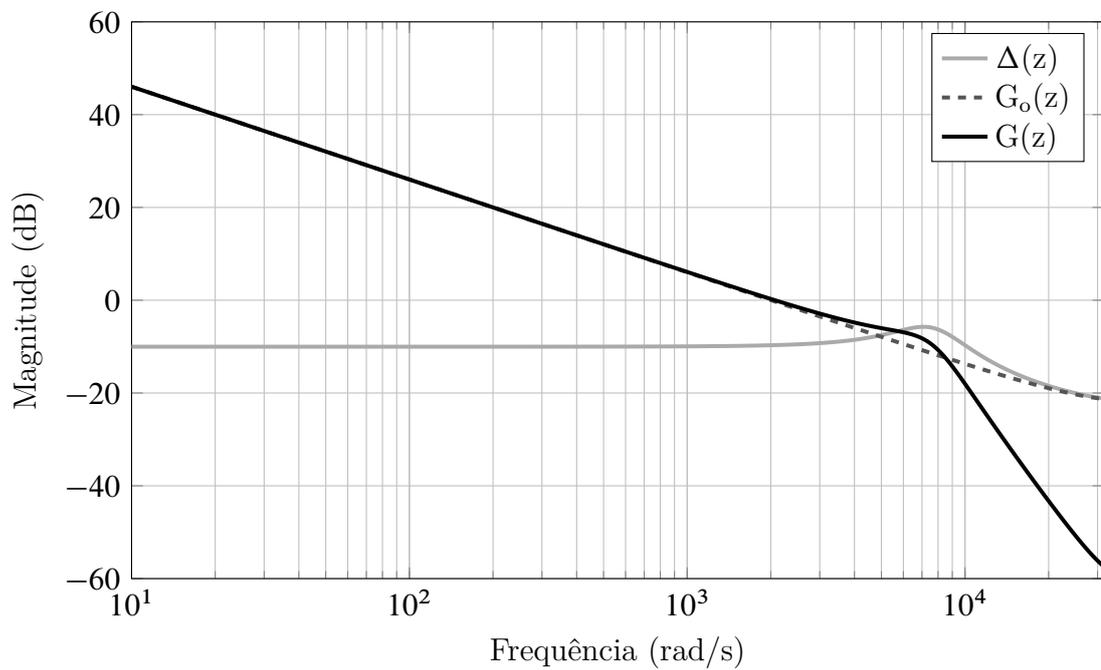


Fig. 15 – Margem de ganho para $G(z)$, $G_o(z)$ e $\Delta(z)$ considerando i_C como variável intermediária.

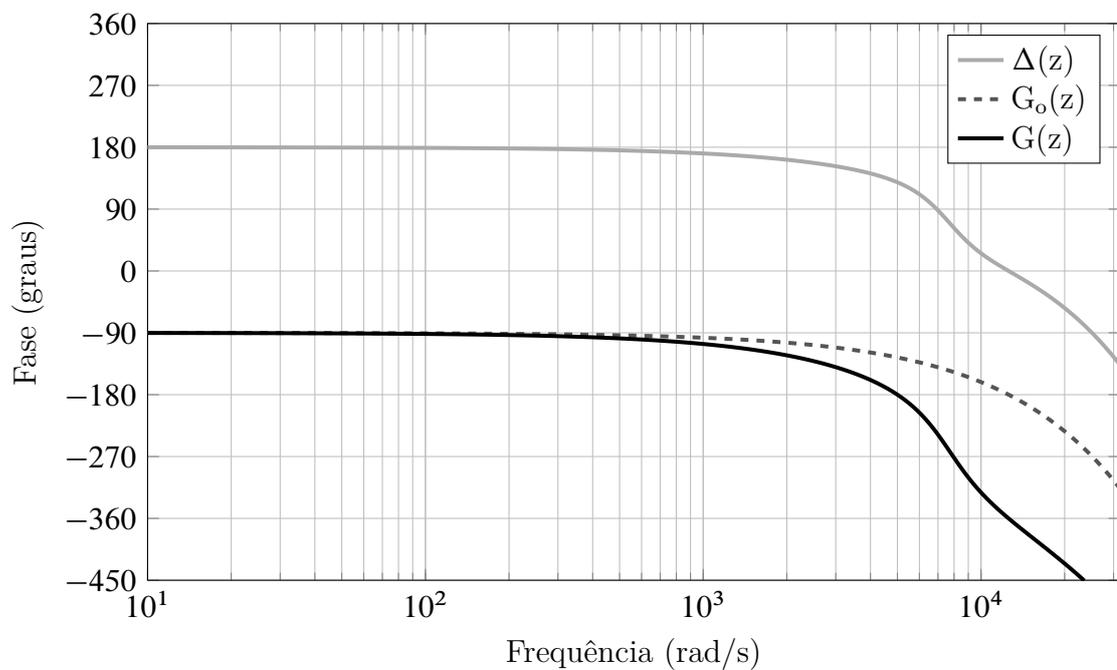


Fig. 16 – Margem de fase para $G(z)$, $G_o(z)$ e $\Delta(z)$ considerando i_C como variável intermediária.

As Fig. 17, Fig. 18 e Fig. 19 levam em consideração a corrente do capacitor como variável de controle para a malha interna e apresentam, respectivamente, a margem de ganho e de fase para $G(z)$, $G_o(z)$ e $\Delta(z)$ e o diagrama de pólos e zeros para $\Delta(z)$.

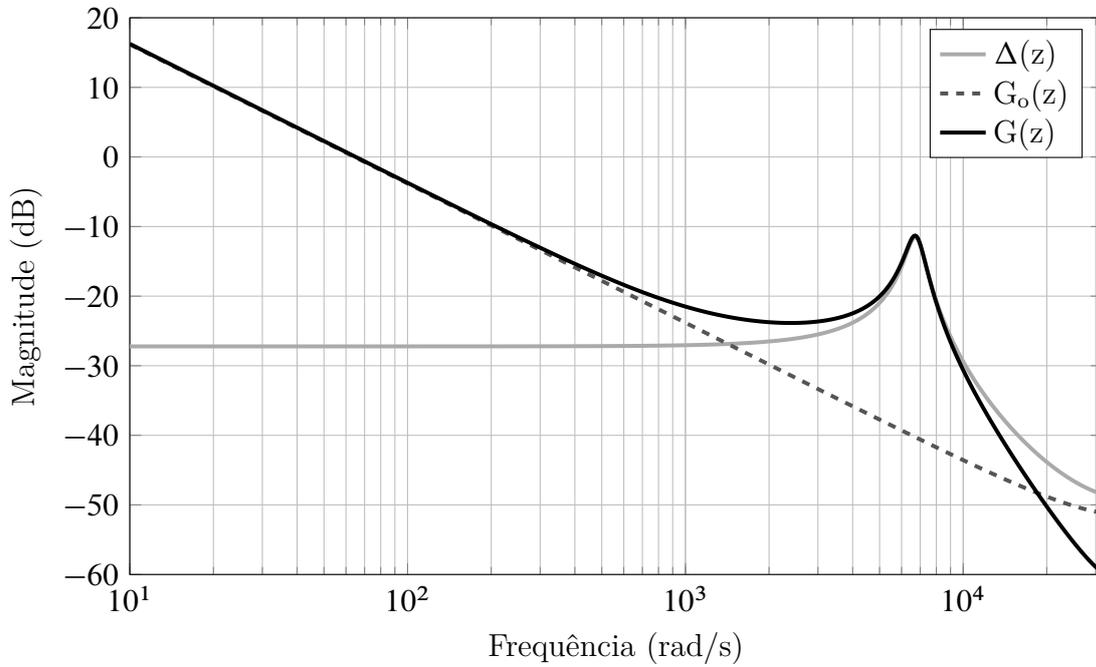


Fig. 17 – Margem de ganho para $G(z)$, $G_o(z)$ e $\Delta(z)$ para v_C como variável intermediária.

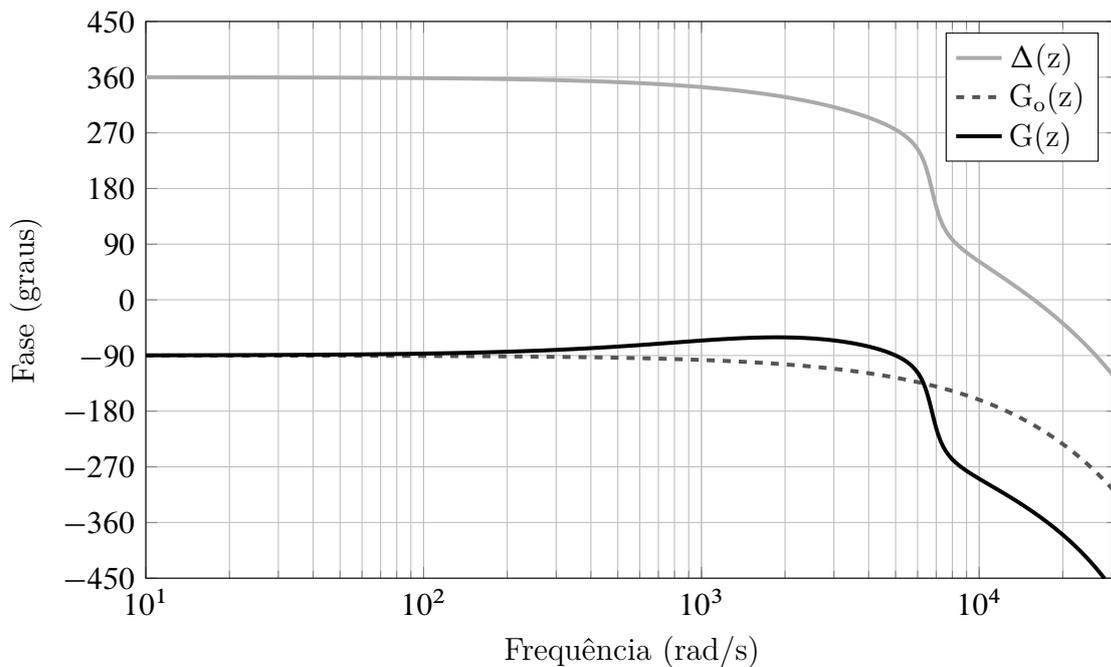


Fig. 18 – Margem de fase para $G(z)$, $G_o(z)$ e $\Delta(z)$ para v_C como variável intermediária.

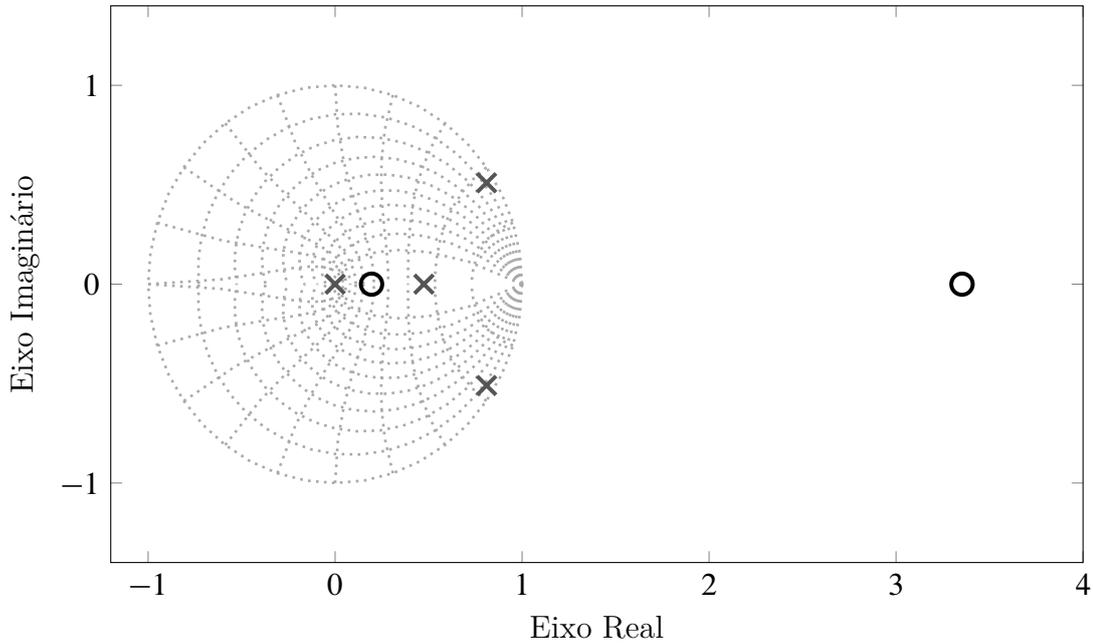


Fig. 19 – Diagrama de pólos e zeros para $\Delta(z)$ para v_C como variável intermediária.

Para análise, considere a estrutura da Fig. 11. Em um primeiro momento, desconsidere-se o distúrbio de tensão da rede V_g e projeta-se a ação de controle $U \equiv U_p$ para o caso de parâmetros conhecidos. De (2.27) ou de (2.29) obtém-se a equação de diferença

$$I_2(k+1) = I_2(k) + b_p U(k), \quad (3.11)$$

com $b_p = T_s/L_g$.

O desafio do *MRAC* é projetar o controlador de forma que a saída da planta siga assintoticamente a saída de um modelo de referência. Como a planta e o modelo de referência devem ser de mesma ordem, tem-se o modelo de referência

$$I_{2m}(k+1) = a_m I_{2m}(k) + b_m I_2^*(k), \quad (3.12)$$

com $|a_m| \leq 1$ para estabilidade.

Se a lei de controle for estabelecida como sendo

$$U(k) = \theta_1^* I_2(k) + \theta_2^* I_2^*(k), \quad (3.13)$$

com

$$\begin{aligned} \theta_1^* &= \frac{a_m - 1}{b_p}, \\ \theta_2^* &= \frac{b_m}{b_p}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

então tem-se

$$I_2(k+1) = a_m I_2(k) + b_m I_2^*(k), \quad (3.15)$$

o que implica que $I_{2m} = I_2$, casando a planta de malha fechada com o modelo de referência. Entretanto, como o parâmetro L_g é incerto, não se pode calcular os ganhos do controlador dados por (3.14). Para lidar com esta incerteza, a lei de controle é estabelecida como sendo

$$U(k) = \theta_1(k)I_2(k) + \theta_2(k)I_2^*(k), \quad (3.16)$$

onde θ_1 e θ_2 são estimados adaptativamente.

Para projetar o algoritmo adaptativo, escreve-se a equação de rastreamento do erro. Substituindo (3.16) em (3.11) a malha fechada pode ser escrita como

$$\begin{aligned} I_2(k+1) &= I_2(k) + b_p (\theta_1^* I_2(k) + \theta_2^* I_2^*(k)) \\ &+ b_p ((\theta_1(k) - \theta_1^*) I_2(k) + (\theta_2(k) - \theta_2^*) I_2^*(k)). \end{aligned} \quad (3.17)$$

Utilizando (3.12) e (3.17) o erro de rastreamento $e = I_2 - I_{2m}$ é dado por

$$e(k+1) = a_m e(k) + b_p \phi^T(k) \omega(k), \quad (3.18)$$

onde $\phi(k) = [\theta_1(k) - \theta_1^* \quad \theta_2(k) - \theta_2^*]^T$ e

$$\omega(k) = [I_2(k) \quad I_2^*(k)]^T. \quad (3.19)$$

Definindo $\zeta(k) = b_m/(z - a_m)\omega(k)$ e utilizando (3.18) pode-se escrever a função de transferência

$$e(k) = \rho^* \left(\frac{b_m}{z - a_m} [\theta^T(k)\omega(k)] - \theta^{*T} \zeta(k) \right), \quad (3.20)$$

onde $\rho^* = b_p/b_m$.

Observa-se que (3.20) não pode ser usado em uma lei adaptativa para o parâmetro $\theta(k)$ devido ao desconhecimento de ρ^* e θ^* . Para resolver este problema, o erro de estimação é definido como

$$\epsilon(k) = e(k) - \rho(k) \left(\frac{b_m}{z - a_m} [\theta^T(k)\omega(k)] - \theta^T(k)\zeta(k) \right). \quad (3.21)$$

Substituindo (3.20) em (3.21) e adicionando o termo $-\rho^*\theta^T(k)\zeta(k) + \rho^*(k)\theta^T(k)\zeta(k)$, tem-se

$$\epsilon(k) = \rho^* \phi^T(k)\zeta(k) + \tilde{\rho}(k)\xi(k), \quad (3.22)$$

onde $\tilde{\rho}(k) = \rho(k) - \rho^*$ e $\xi(k) = \theta^T(k)\zeta(k) - b_m/(z - a_m)[\theta^T\omega](k)$.

Da teoria de controle, a função definida positiva

$$V = |\rho^*| \phi^T \Gamma^{-1} \phi + \gamma^{-1} \tilde{\rho}^2 \quad (3.23)$$

que envolve os erros paramétricos, pode ser minimizada definindo as seguintes regras adaptativas para θ e ρ :

$$\theta(k+1) = \theta(k) - \text{sgn}(\rho^*) \frac{\Gamma \epsilon(k) \zeta(k)}{m^2(k)}, \quad (3.24a)$$

$$\rho(k+1) = \rho(k) - \frac{\gamma \epsilon(k) \xi(k)}{m^2(k)}, \quad (3.24b)$$

onde $\text{sgn}(\rho^*)$ denota o sinal do parâmetro fixo ρ^* , $0 < \gamma < 2$, $0 < \Gamma = \Gamma^T < 2/\rho_0 I_{dim\theta}$, $\rho_0 \geq |b_p/b_m|$ sendo $I_{dim\theta}$ a matriz identidade de mesma dimensão do vetor θ . Em (3.24) o sinal de normalização m é dado por

$$m(k) = \sqrt{1 + \zeta^T(k) \zeta(k) + \xi^2(k)}. \quad (3.25)$$

É possível provar que utilizando (3.22), (3.23) e (3.24) tem-se

$$V(k+1) - V(k) \leq -c \frac{\epsilon^2(k)}{m^2(k)}, \quad (3.26)$$

com $c > 0$, o que implica na convergência do erro de estimação ϵ para zero e na convergência de θ e ρ para um valor limitado, como em (TAO, 2003).

Como evidenciado pela Fig. 11, percebe-se que a corrente da rede I_2 está sujeita a um distúrbio exógeno de tensão da rede V_g . Para compensar este efeito, pode-se aumentar o vetor (3.19) de forma que

$$U_p^* = \theta_1(k) I_2(k) + \theta_2(k) I_2^*(k) + \theta_3(k) \text{sen}(\omega_{g1} t) + \theta_4(k) \text{cos}(\omega_{g1} t). \quad (3.27)$$

A prova de estabilidade detalhada cobrindo o caso do vetor (3.19) aumentado é conforme consta no Anexo B.

4 Resultados

A comprovação da teoria desenvolvida nos capítulos anteriores é feita através da demonstração de resultados de simulação e experimentais. As simulações são feitas utilizando o software MATLAB, da empresa *MathWorks*[®]. Mais especificamente, o *toolbox* Simulink é o componente central para realização das simulações. O filtro LCL é descrito como uma função de transferência conforme o Capítulo 2, o conversor e a fonte são simulados usando modelos disponíveis no Simulink. A plataforma dSPACE serve como uma interface entre o circuito real e o MATLAB, dispondo de 16 conversores analógico-digitais (*A/D*) de 16 bits de resolução e 8 conversores digitais-analógicos (*D/A*) de 16 bits de resolução, através dos quais são adquiridas as medidas feitas em tempo real no circuito. Acompanha a plataforma o programa *ControlDesk*, que permite a criação de instrumentos virtuais para apresentação e armazenamento das leituras dos conversores *A/D*. Uma vez computada, a ação de controle é transcrita em comando de acionamento das chaves do conversor e então enviada via *D/A* para o conversor.

Os resultados experimentais são obtidos utilizando uma bancada composta por um conversor SEMIKRON *SKS 50f B6U+E1CIF+B6CI 29V* com 380V de tensão e 50A de corrente nominais. A interface dSPACE utilizada é o modelo *ds1103*. O processador que a unidade possui é um *PowerPC* modelo *PPC 750GX* com clock de 1GHz. A unidade conta ainda com um *DSP* escravo modelo *TMS320F240* com uma unidade de lógica e aritmética de ponto flutuante de 32 bits. As medidas da corrente do capacitor e da corrente do lado da rede foram feitas utilizando sensores de Efeito Hall. A Fig. 20 apresenta a disposição dos elementos da bancada.

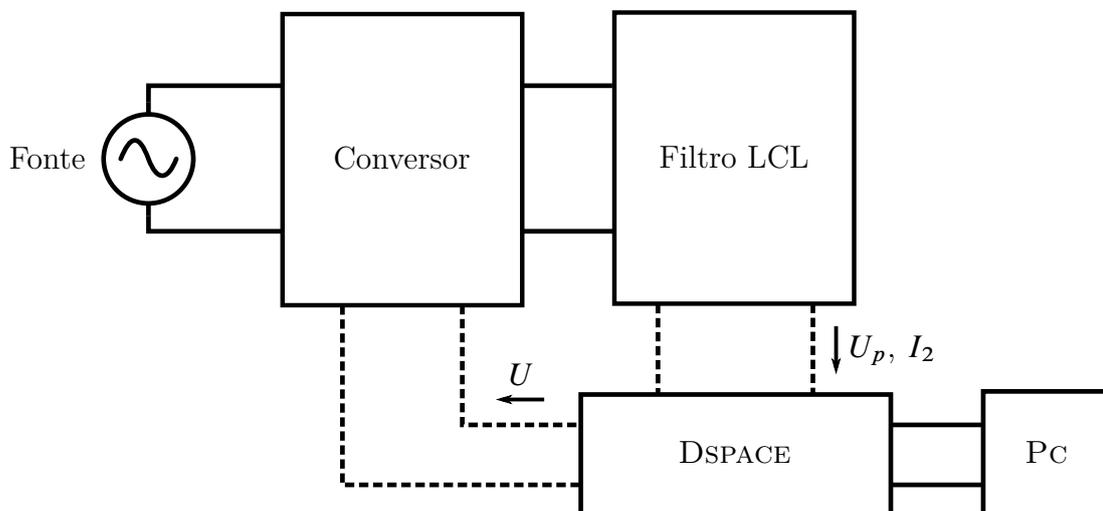


Fig. 20 – Diagrama que representa os elementos da bancada.

4.1 Resultados de Simulação

O Simulink dispõe de muitos blocos cujos modelos matemáticos são geralmente aceitos como precisos o suficiente para representar elementos do mundo real. Por isso, os modelos da linha de transmissão, transformador e fonte são utilizados neste trabalho para representar o comportamento de elementos reais.

A ação de controle é implementada na simulação via código escrito em linguagem própria do MATLAB, chamada *linguagem .m*. Existe um bloco no Simulink chamado *Subsystem*, que recebe sinais de entrada e permite que esses sinais sejam manipulados via código para gerarem sinais de saída. Este bloco é utilizado para implementar a ação de controle projetada nos capítulos anteriores.

Como a simulação é implementada em tempo discreto, os principais passos realizados são os seguintes:

1. *Inicialização*: no início da simulação, são carregados os valores iniciais para as variáveis;
2. *Amostragem das variáveis*: as variáveis são amostradas para a realização dos cálculos preliminares da ação de controle;
3. *Conversão de coordenadas abc para $\alpha\beta 0$* : é aplicada a transformação de desacoplamento nas variáveis;
4. *Cálculo da ação de controle*: a ação de controle é calculada e o estado atual das variáveis é armazenado como sendo o estado anterior para a próxima iteração da simulação;
5. *Acionamento do conversor*: a ação de controle é modulada por largura de pulso e as chaves do conversor são acionadas.

O projeto do controlador é conforme o Capítulo 3. O modelo de referência projetado é da forma

$$W_m(z) = \frac{(1 - p_1)(1 - p_2)}{(z - p_1)(z - p_2)}, \quad (4.1)$$

com $p_1 = p_2 = 0, 2$.

4.1.1 Resultados para corrente do capacitor como variável intermediária

A Tabela 1 resume os parâmetros utilizados no projeto. Os valores de inicialização são baseadas nos valores ideais, ou seja, aqueles que fazem com que os valores dos ganhos adaptativos θ sejam θ^* (valores para a condição de casamento). Os valores de inicialização

dos ganhos adaptativos, neste caso, são dados por 4.2.

$$\begin{aligned}\theta^T &= [-0,03, -0,36, -0,57, -0,01, 0,16, 0,02] \text{ e} \\ \omega &= [0, 0, 0, 0, 0, 0]^T.\end{aligned}\quad (4.2)$$

Tabela 1 – Valores dos parâmetros do sistema utilizados no projeto, com i_C como variável intermediária.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
L_1	2mH	L_2	2mH
C	$40\mu\text{F}$	$f_s = 1/T_s$	12kHz
γ_d	0,0098	γ	0,99
δ_0	0,8	K_P	8

As Fig. 21-23 apresentam o comportamento do sistema na inicialização. A Fig. 21 apresenta a comparação da corrente da rede i_2 com a referência i_2^* . A Fig. 22 apresenta o comportamento da ação de controle U durante a inicialização, e a Fig. 23 demonstra o comportamento dos ganhos adaptativos θ na inicialização.

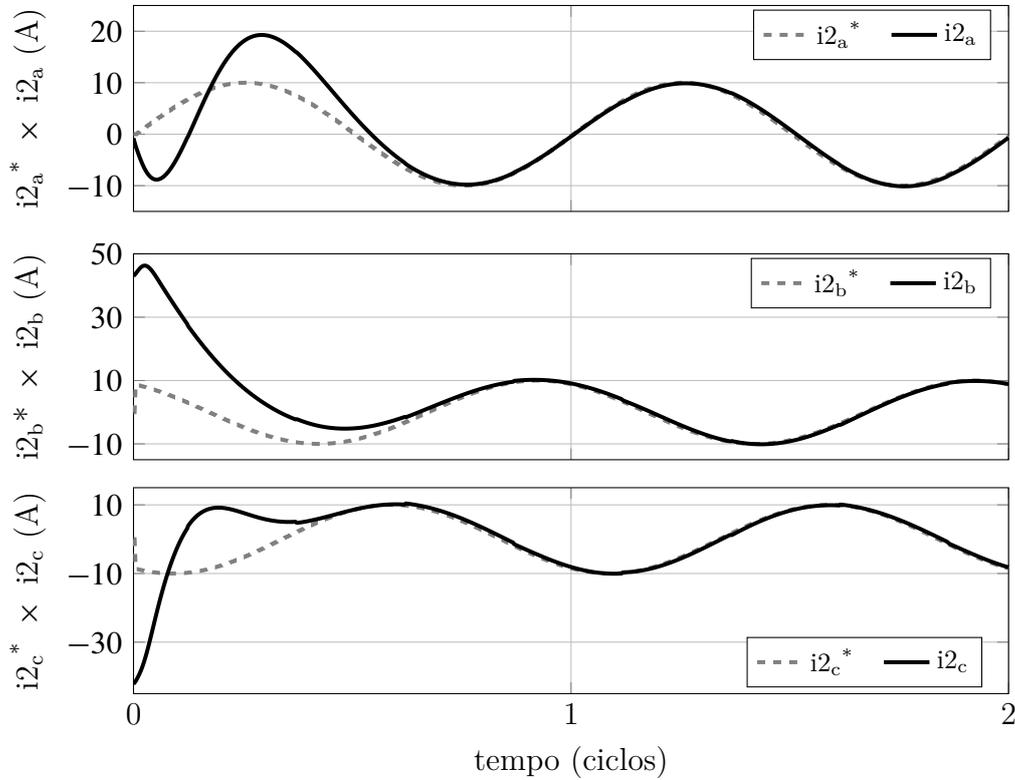


Fig. 21 – Comportamento da corrente da rede i_2 na inicialização do sistema quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C .

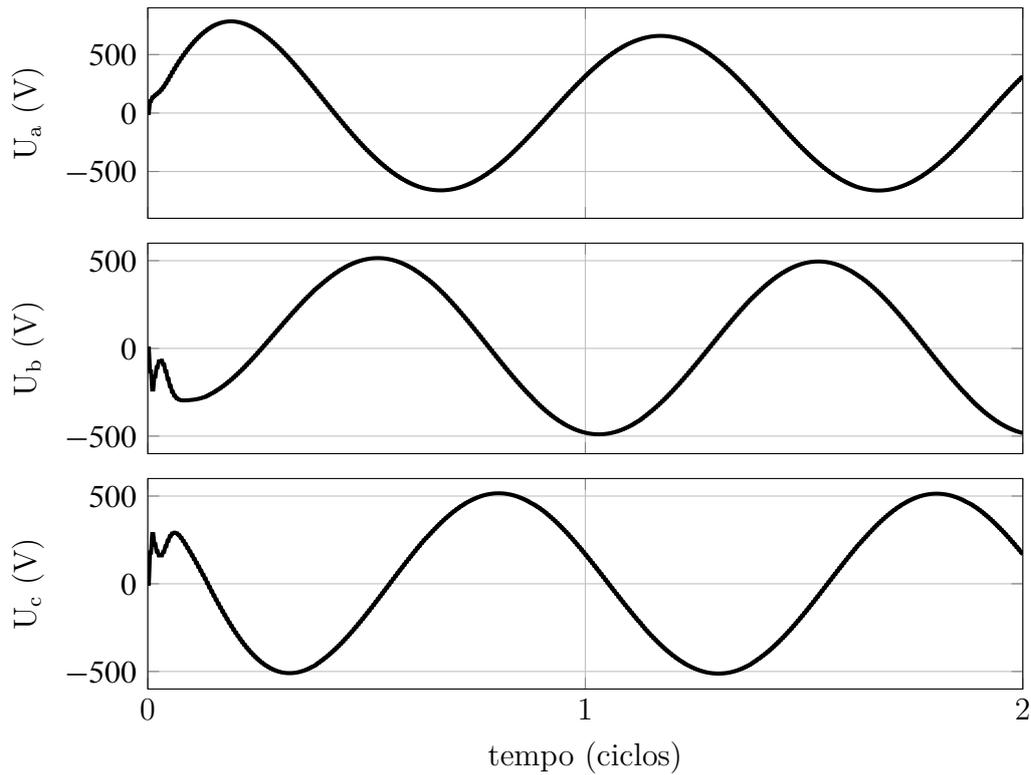


Fig. 22 – Comportamento da ação de controle na inicialização do sistema quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C .

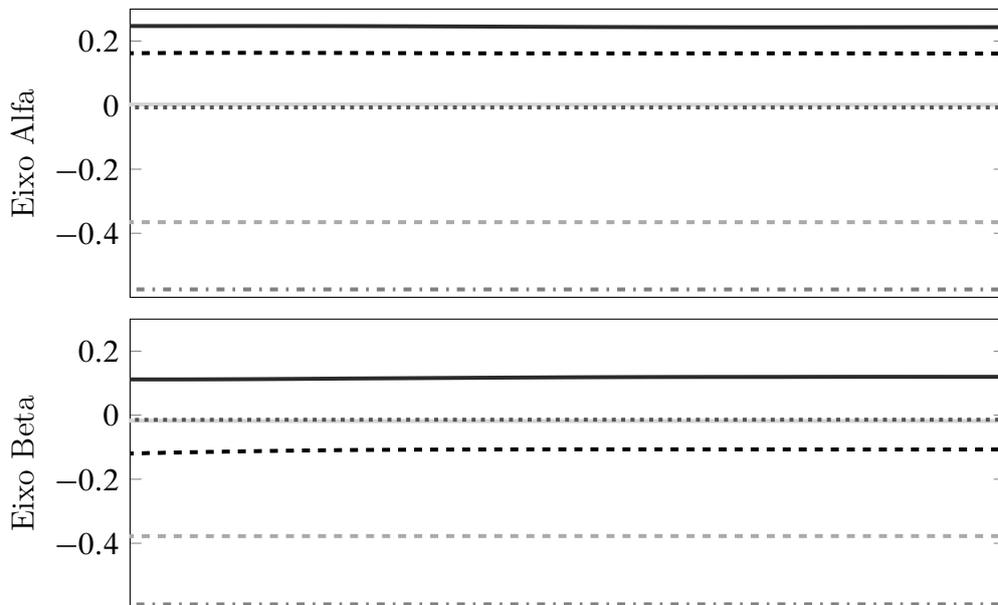


Fig. 23 – Comportamento dos ganhos adaptativos θ na inicialização do sistema quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C .

As Fig. 24-26 apresentam a reação dos parâmetros do sistema a um degrau na referência no instante $t = 2$ ciclos. A Fig. 24 apresenta a corrente da rede i_2 , a Fig. 25 apresenta a ação de controle U , e a Fig. 26 apresenta o comportamento dos ganhos adaptativos θ .

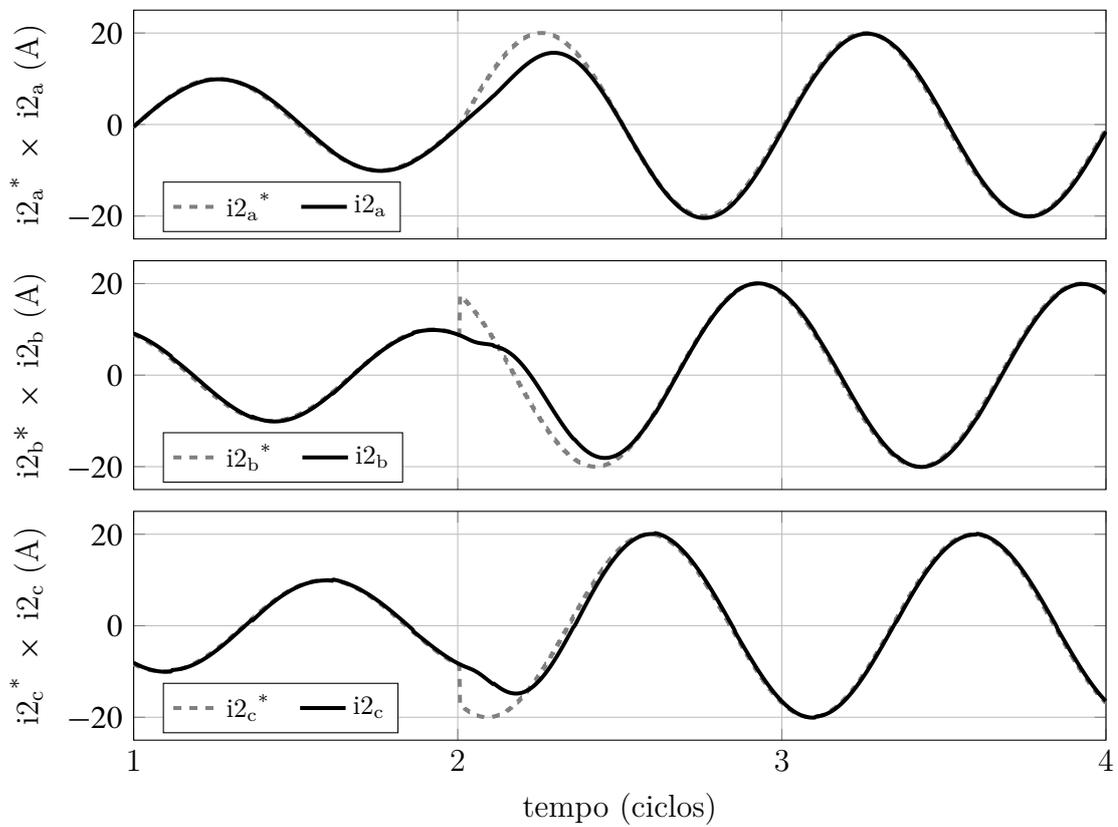


Fig. 24 – Resposta da corrente da rede i_2 ao degrau na referência quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C .

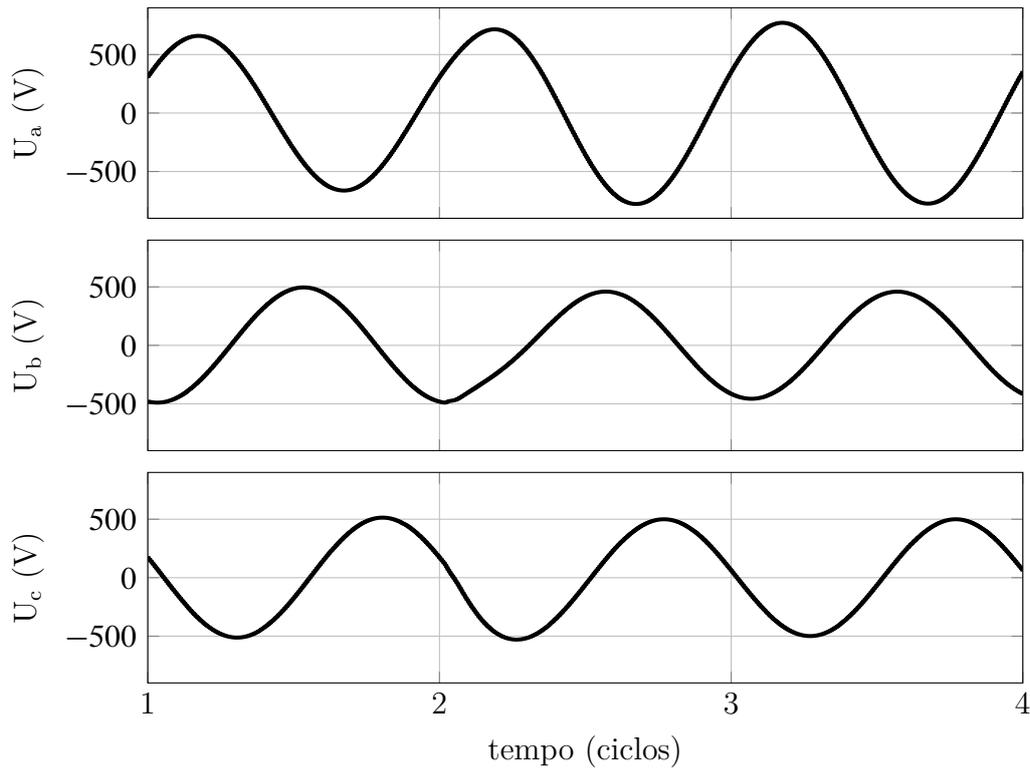


Fig. 25 – Resposta da ação de controle ao degrau na referência quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C .

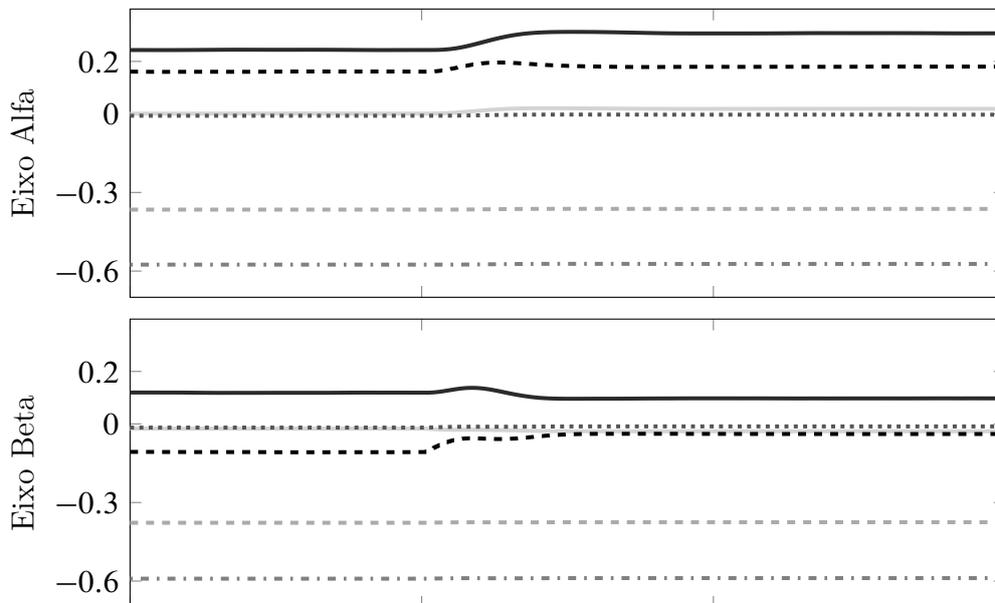


Fig. 26 – Resposta dos ganhos adaptativos θ ao degrau na referência quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C .

As Fig. 27-29 apresentam a reação dos parâmetros do sistema à inversão de fase na referência no instante $t = 2$ ciclos. A Fig. 27 apresenta a corrente da rede i_2 , a Fig. 28 apresenta a ação de controle U , e a Fig. 29 apresenta o comportamento dos ganhos adaptativos θ .

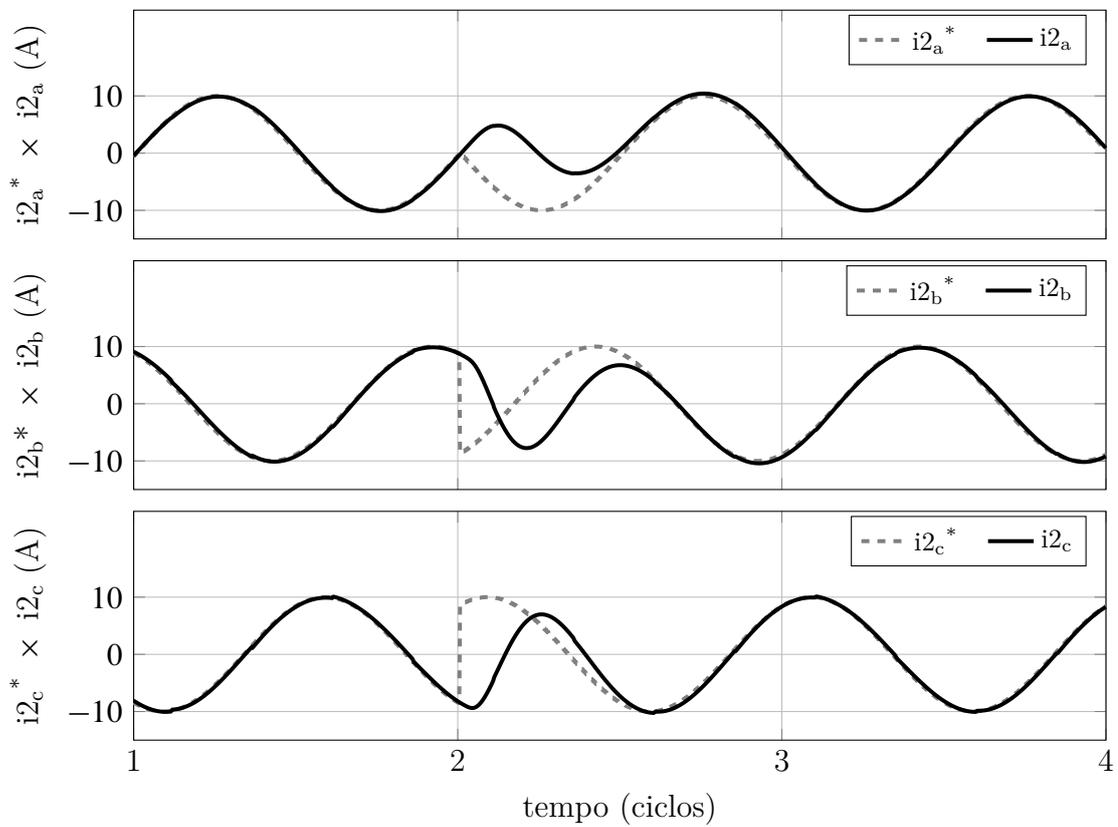


Fig. 27 – Resposta da corrente da rede i_2 à inversão de fase na referência quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C .

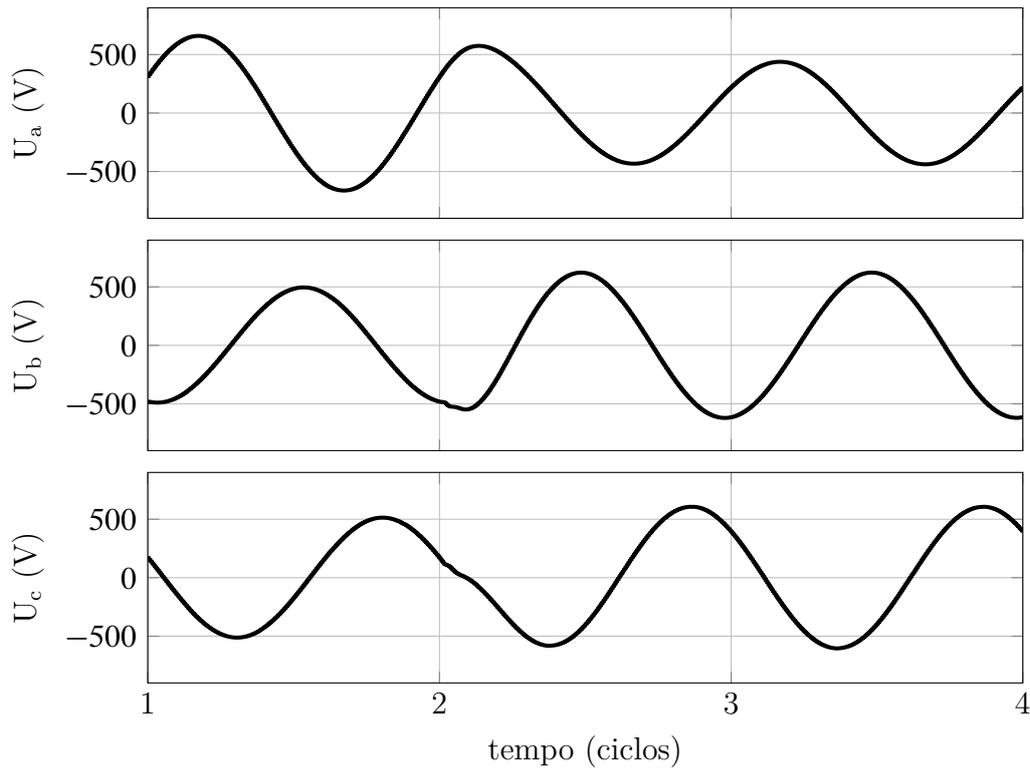


Fig. 28 – Ação de controle na presença de inversão de fase na referência quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C .

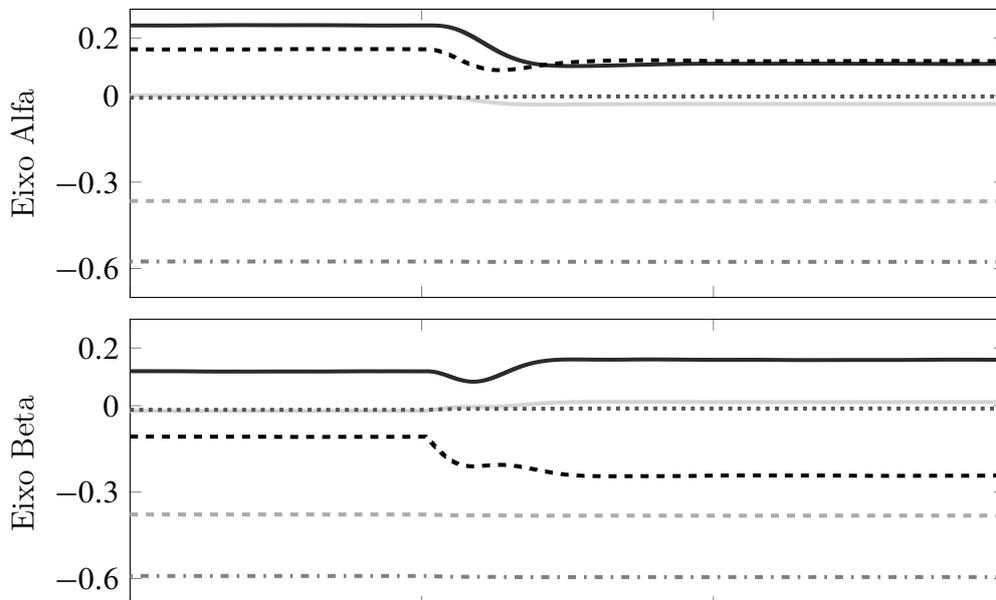


Fig. 29 – Comportamento dos ganhos adaptativos θ mediante a inversão de fase na referência quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C .

As Fig. 30-32 apresentam a reação dos parâmetros do sistema a um curto-circuito na fase a no instante $t = 2$ ciclos. A Fig. 30 apresenta a corrente da rede i_2 , a Fig. 31 apresenta a ação de controle U , e a Fig. 32 apresenta o comportamento dos ganhos adaptativos θ .

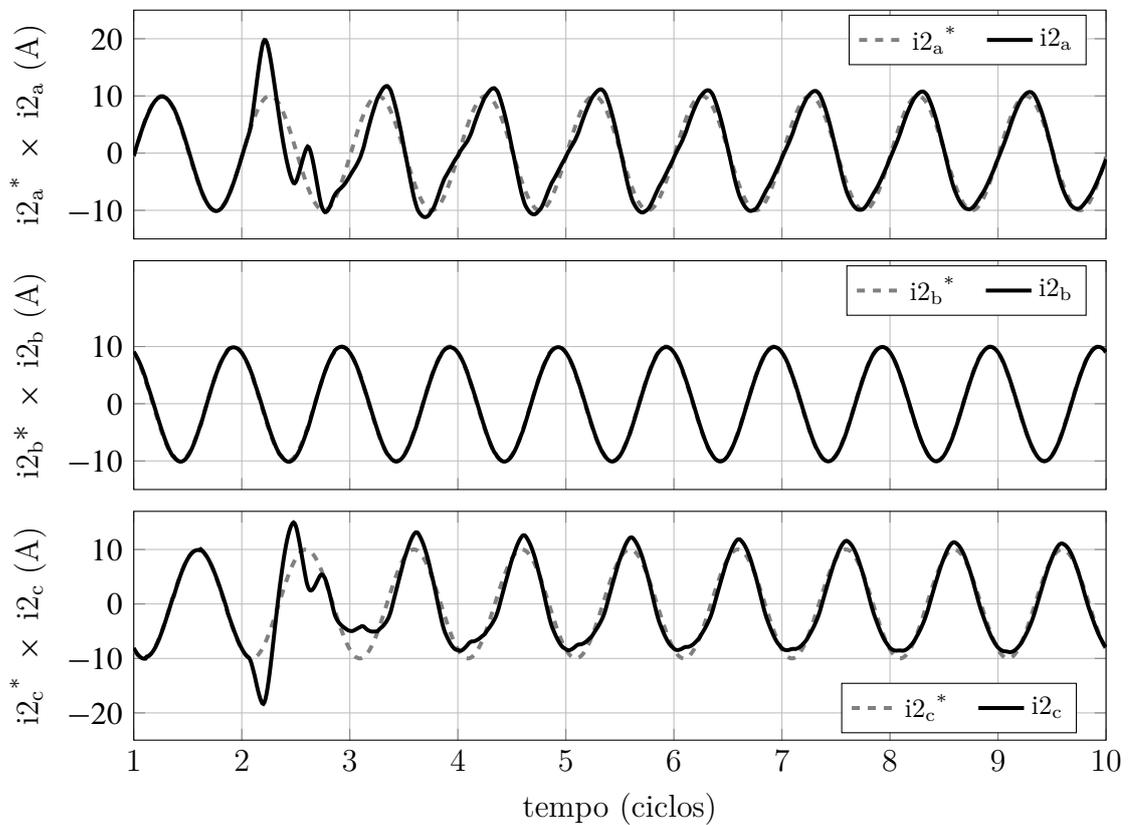


Fig. 30 – Resposta da corrente da rede i_2 a um curto-circuito na fase a quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C .

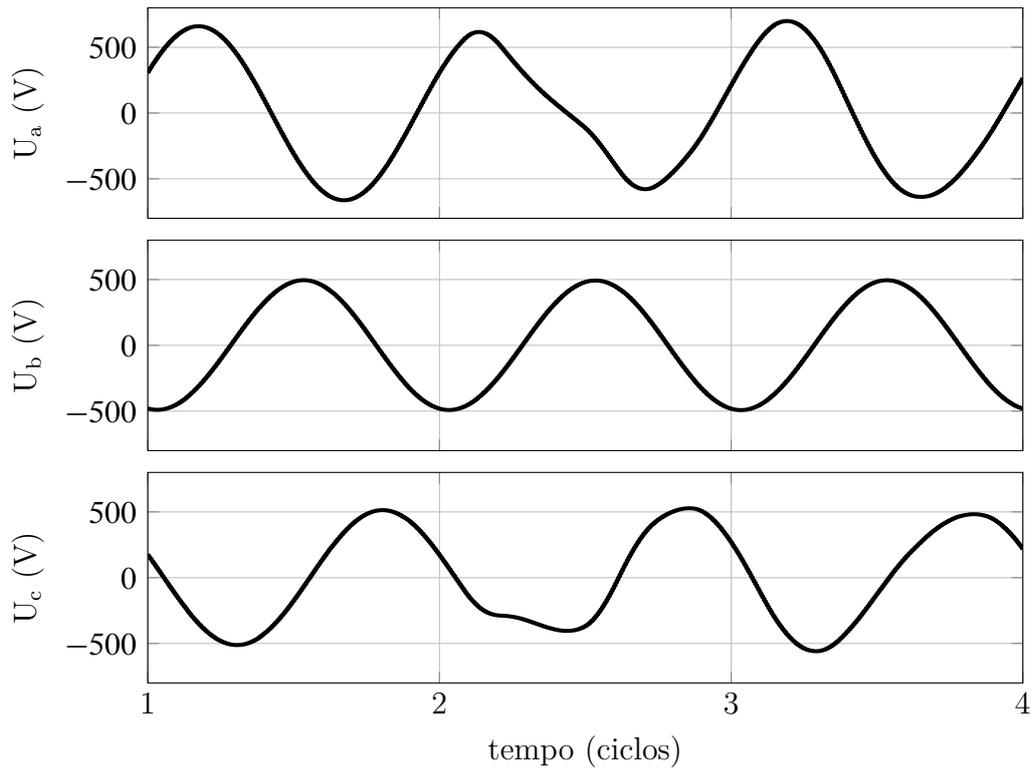


Fig. 31 – Ação de controle na presença de curto-circuito na fase a quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C .

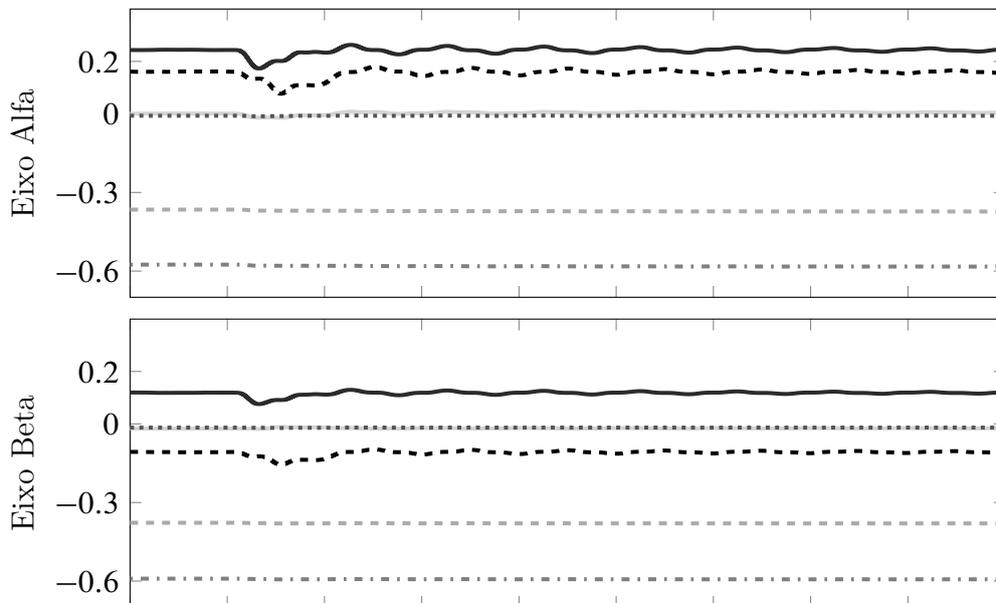


Fig. 32 – Resposta dos ganhos adaptativos θ ao curto-circuito na fase a quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C .

As Fig. 33-35 apresentam a reação dos parâmetros do sistema a uma variação abrupta na indutância da rede L_g no instante $t = 2$ ciclos. A Fig. 33 apresenta a corrente da rede i_2 , a Fig. 34 apresenta a ação de controle U , e a Fig. 35 apresenta o comportamento dos ganhos adaptativos θ .

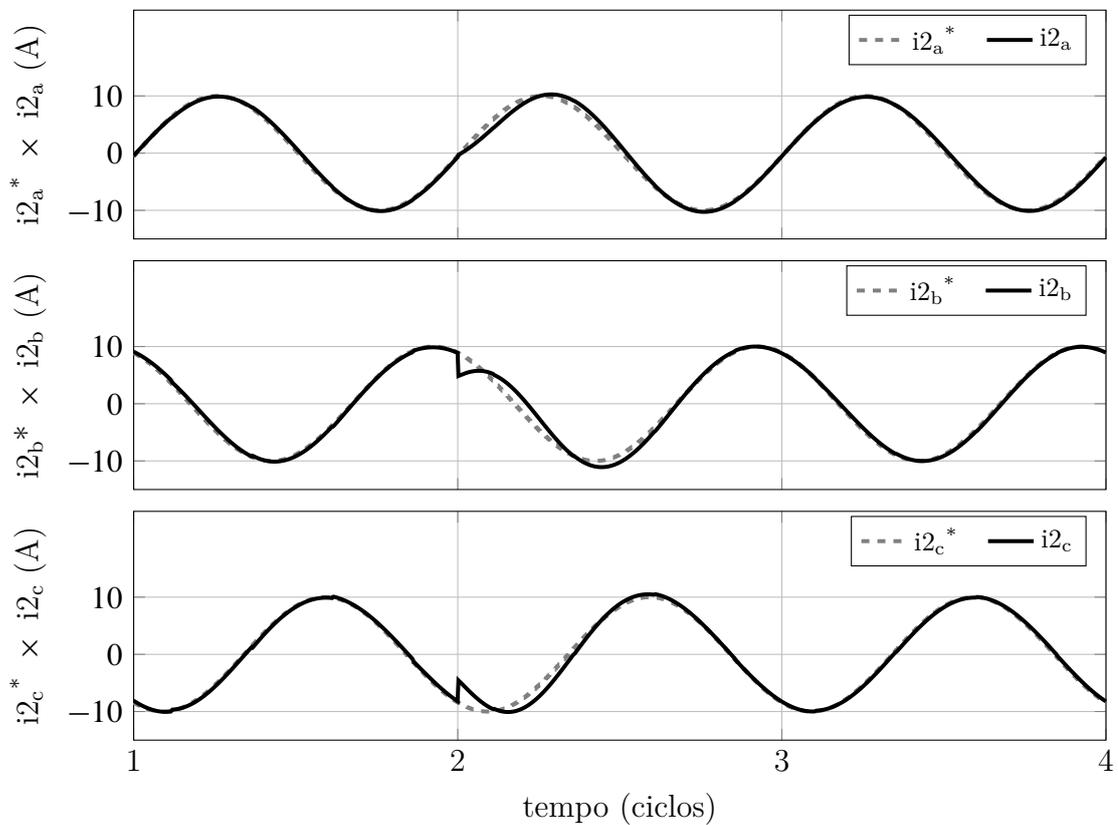


Fig. 33 – Resposta da corrente da rede i_2 à variação abrupta da indutância L_g quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C .

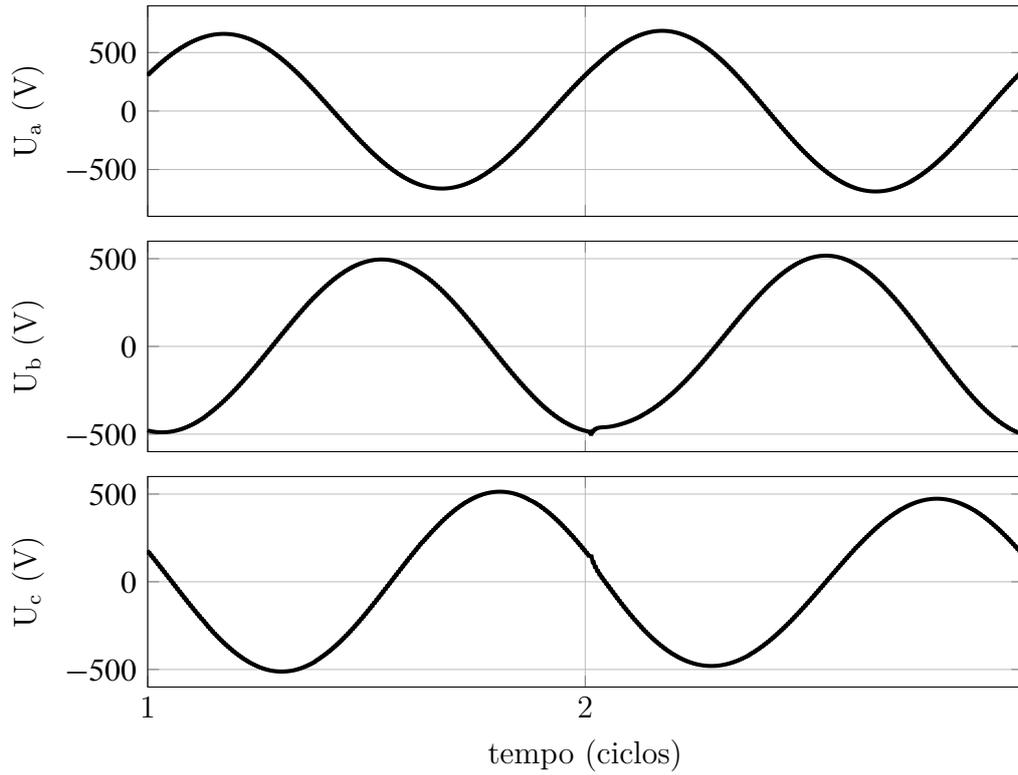


Fig. 34 – Ação de controle na presença de variação abrupta da indutância da rede L_g quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C .

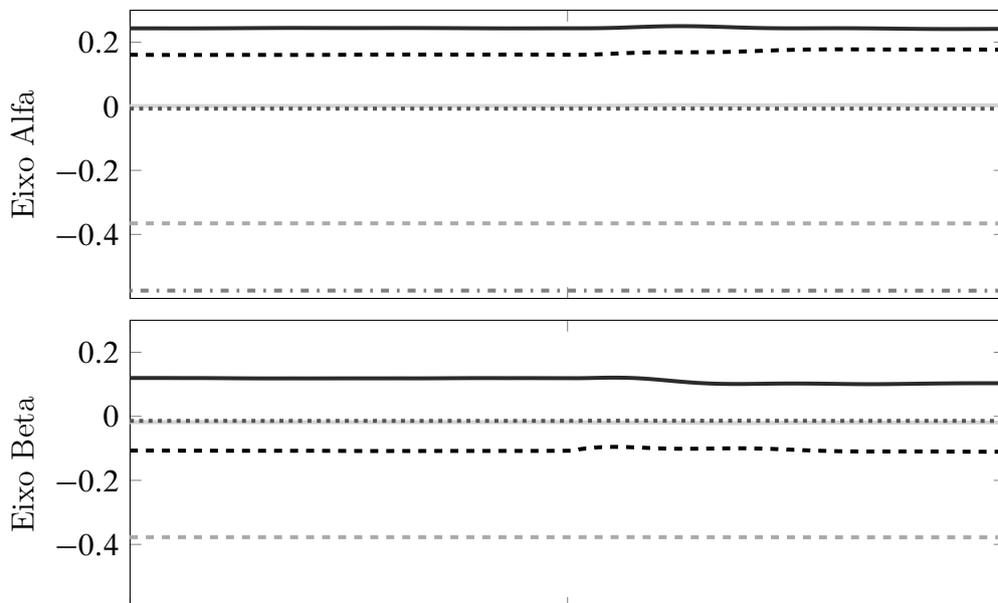


Fig. 35 – Resposta dos ganhos adaptativos θ à variação abrupta da indutância da rede L_g quando a variável intermediária é a corrente do capacitor i_C .

4.1.2 Resultados para tensão do capacitor como variável intermediária

No caso em que se usa a tensão do capacitor como variável intermediária, o desempenho de rastreamento da referência fica bastante prejudicado quando o sistema é conectado contra a rede. Por isso, os resultados de simulação obtidos foram para um ensaio de curto-circuito do filtro, isto é, os terminais do filtro que seriam conectados à rede elétrica são curto-circuitados. Neste caso, como não há o distúrbio da rede para ser compensado, e apenas quatro ganhos adaptativos são suficientes para controlar o sistema.

A Tabela 2 resume os parâmetros utilizados no projeto. Os valores de inicialização são baseadas nos valores ideais, ou seja, aqueles que fazem com que os valores dos ganhos adaptativos θ sejam θ^* (valores para a condição de casamento). Em uma situação onde a indutância da rede é incerta, não faz sentido falar em valores θ^* . No entanto, desde que o sistema seja submetido a uma referência persistentemente excitante, os ganhos adaptativos tenderão aos θ^* , de forma que os valores de inicialização não possuem uma grande relevância para o bom funcionamento do sistema.

Os valores de inicialização dos ganhos adaptativos, neste caso, são dados por 4.3, isto é,

$$\begin{aligned}\theta^T &= [0,97, -1,07, 2,22, 16,03] \text{ e} \\ \omega &= [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T.\end{aligned}\tag{4.3}$$

Tabela 2 – Valores dos parâmetros do sistema utilizados no projeto, com v_C como variável intermediária.

Parâmetro	Valor
L_1	2mH
L_2	2mH
C	40 μ F
$f_s = 1/T_s$	12kHz
γ_d	0,0098
γ	0,99
δ_0	0,8
$K_P * K_D$	3

As Fig. 36-38 apresentam o comportamento do sistema na inicialização. A Fig. 36 apresenta a comparação da corrente da rede i_2 com a referência i_2^* . A Fig. 37 apresenta o comportamento da ação de controle U durante a inicialização, e a Fig. 38 demonstra o comportamento dos ganhos adaptativos θ na inicialização.

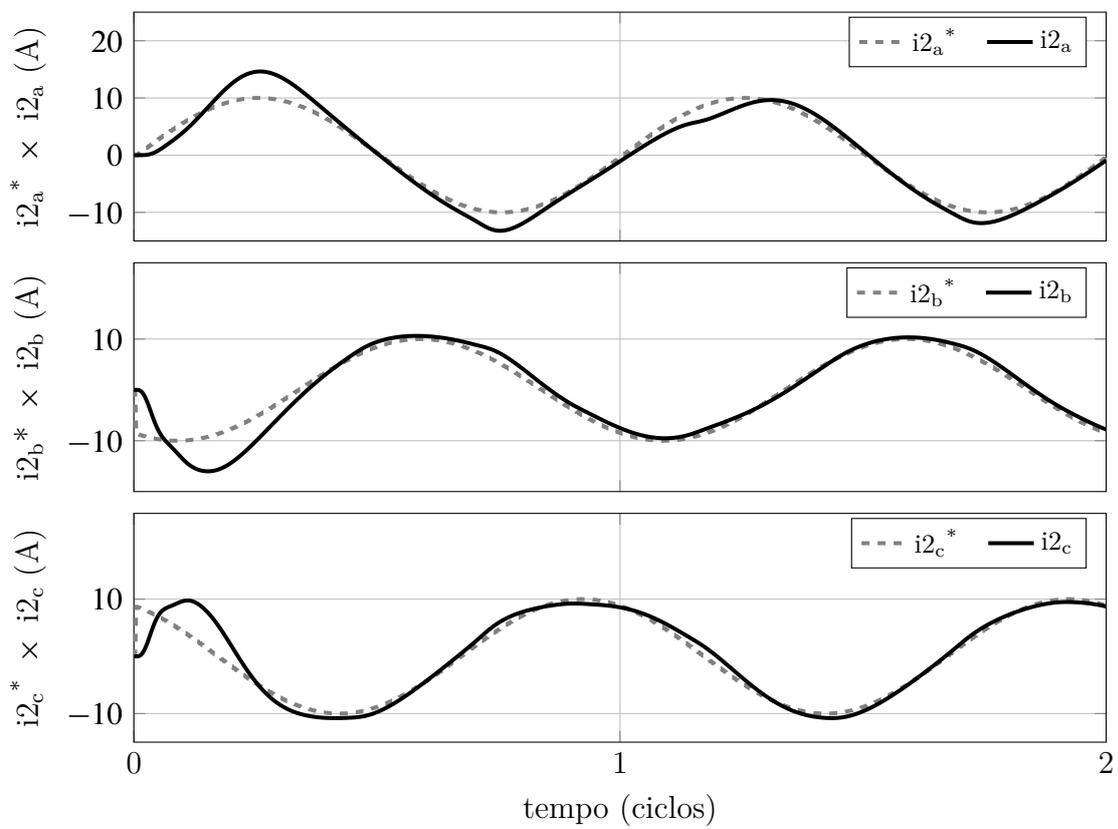


Fig. 36 – Comportamento da corrente da rede i_2 na inicialização do sistema quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C .

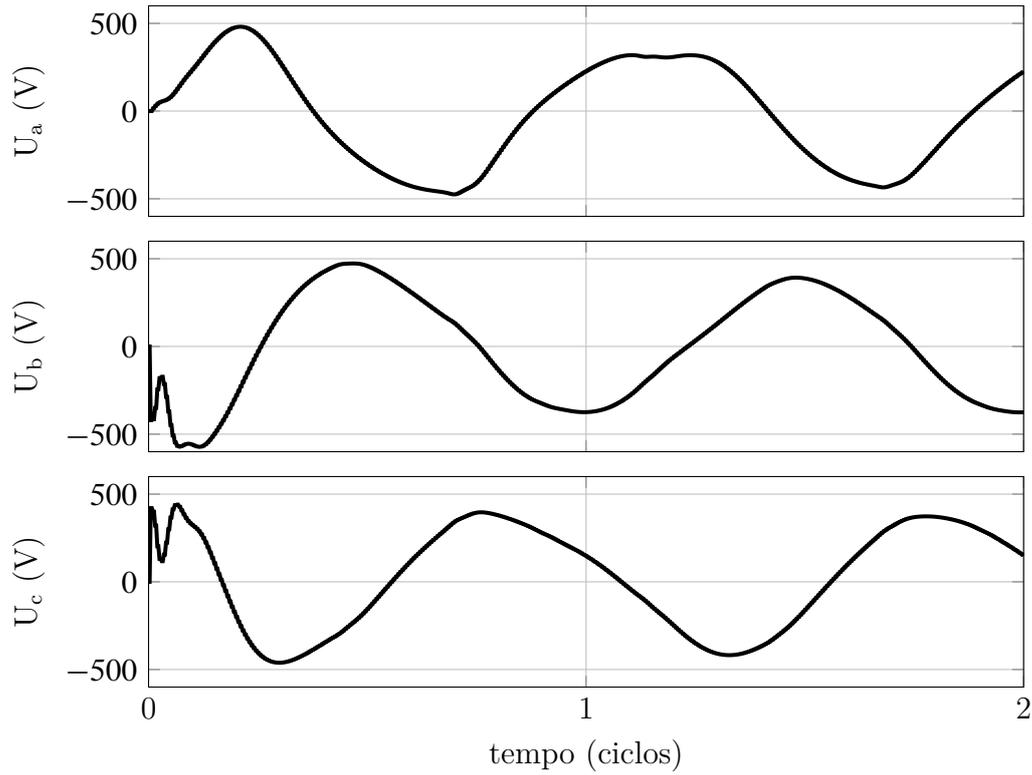


Fig. 37 – Comportamento da ação de controle na inicialização do sistema quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C .



Fig. 38 – Comportamento dos ganhos adaptativos θ na inicialização do sistema quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C .

As Fig. 39-41 apresentam a reação dos parâmetros do sistema a um degrau na referência no instante $t = 2$ ciclos. A Fig. 39 apresenta a corrente da rede i_2 , a Fig. 40 apresenta a ação de controle U , e a Fig. 41 apresenta o comportamento dos ganhos adaptativos θ .

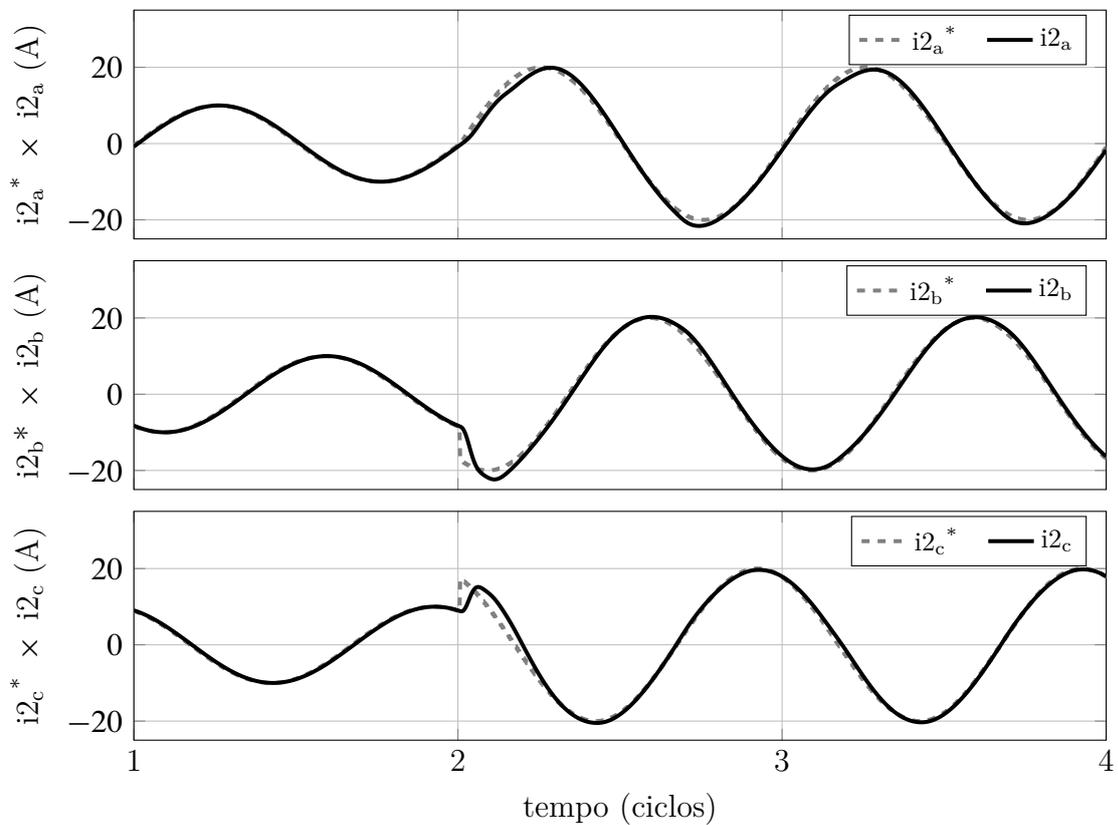


Fig. 39 – Resposta da corrente da rede i_2 ao degrau na referência quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C .

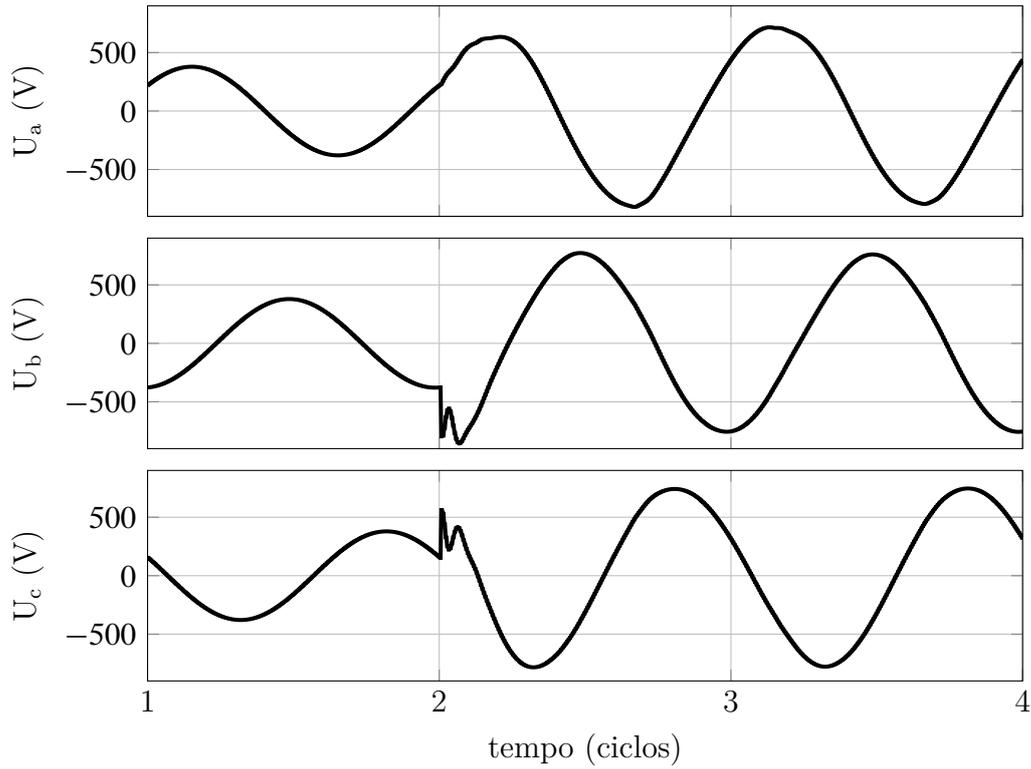


Fig. 40 – Resposta da ação de controle ao degrau na referência quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C .

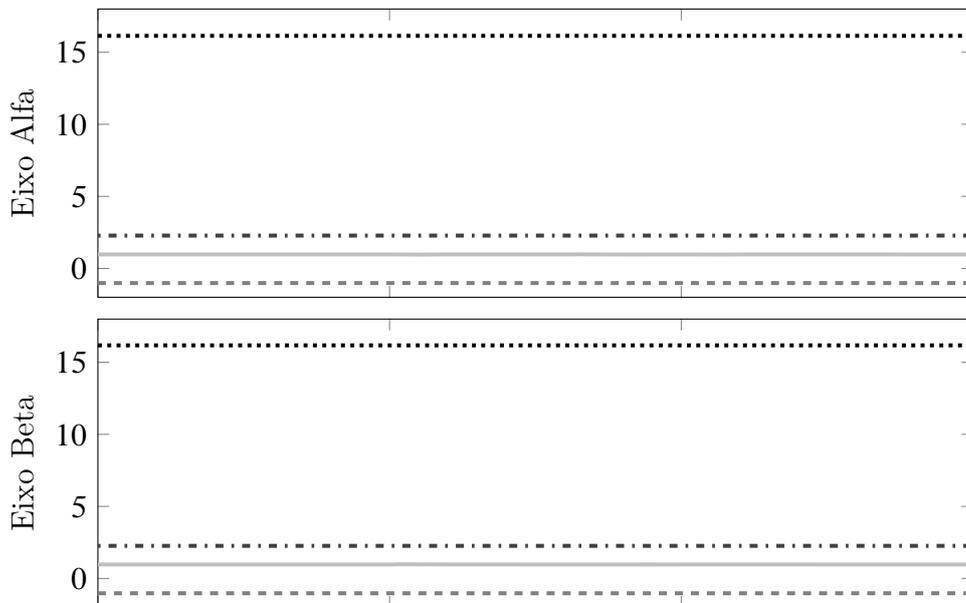


Fig. 41 – Resposta dos ganhos adaptativos θ ao degrau na referência quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C .

As Fig. 42-44 apresentam a reação dos parâmetros do sistema à inversão de fase na referência no instante $t = 2$ ciclos. A Fig. 42 apresenta a corrente da rede i_2 , a Fig. 43 apresenta a ação de controle U , e a Fig. 44 apresenta o comportamento dos ganhos adaptativos θ .

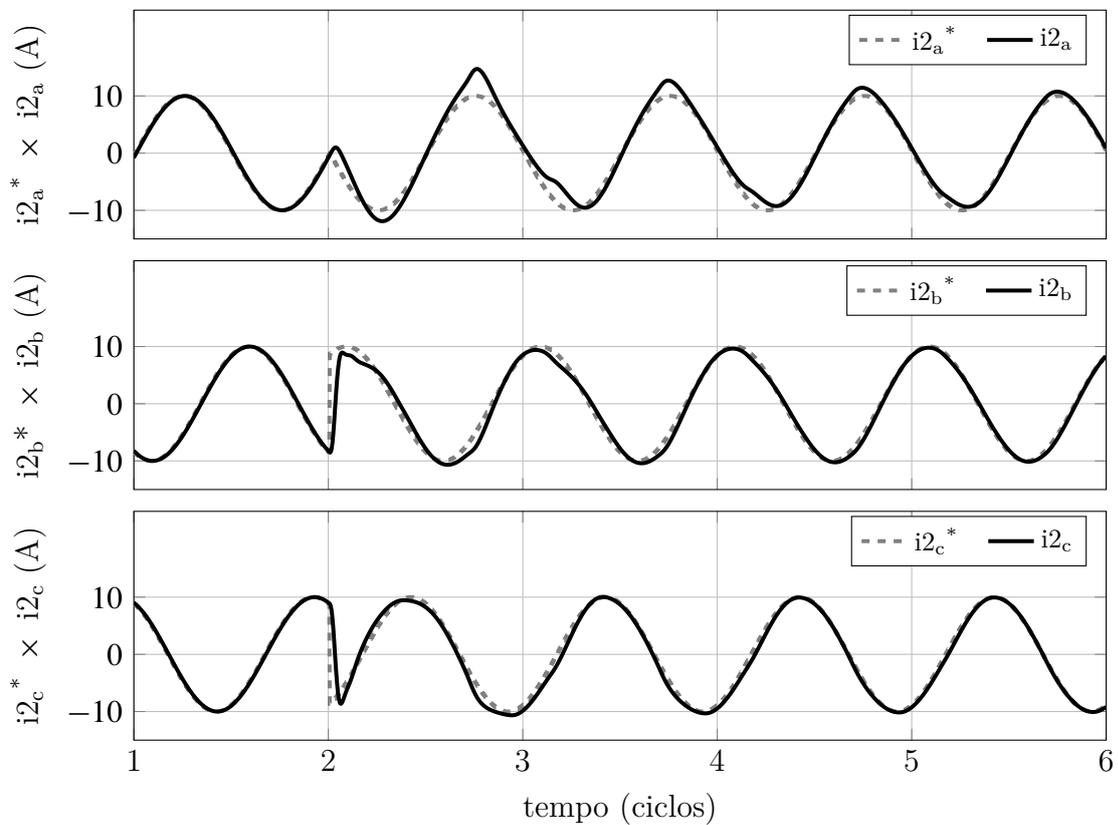


Fig. 42 – Resposta da corrente da rede i_2 à inversão de fase na referência quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C .

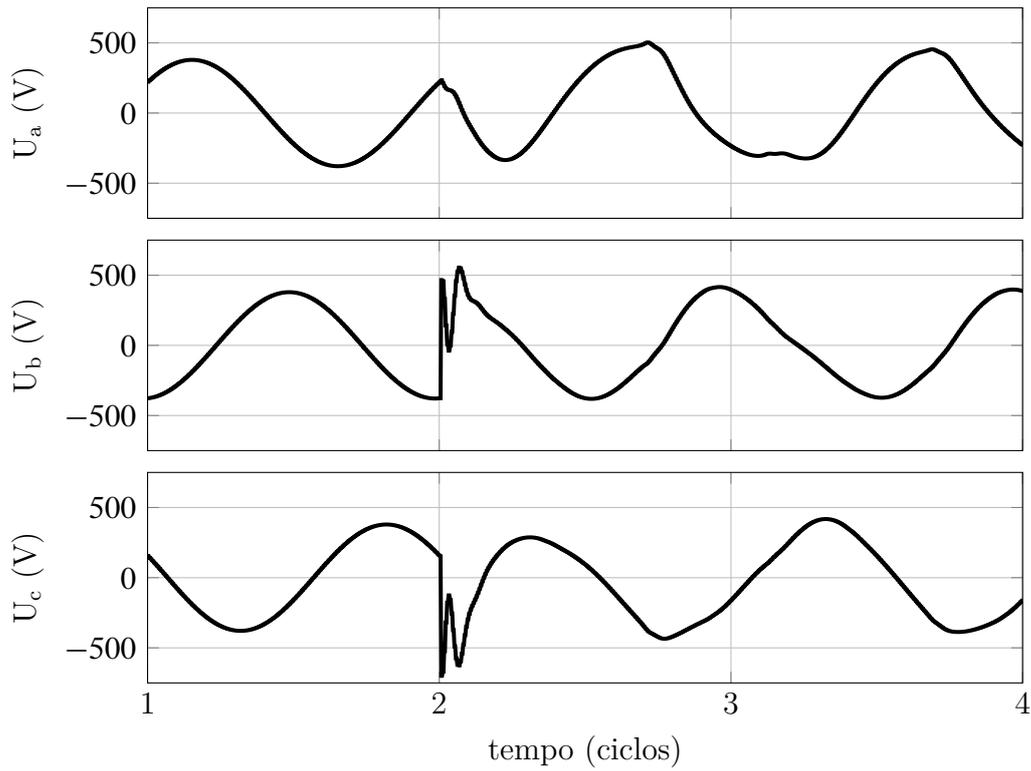


Fig. 43 – Ação de controle na presença de inversão de fase na referência quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C .

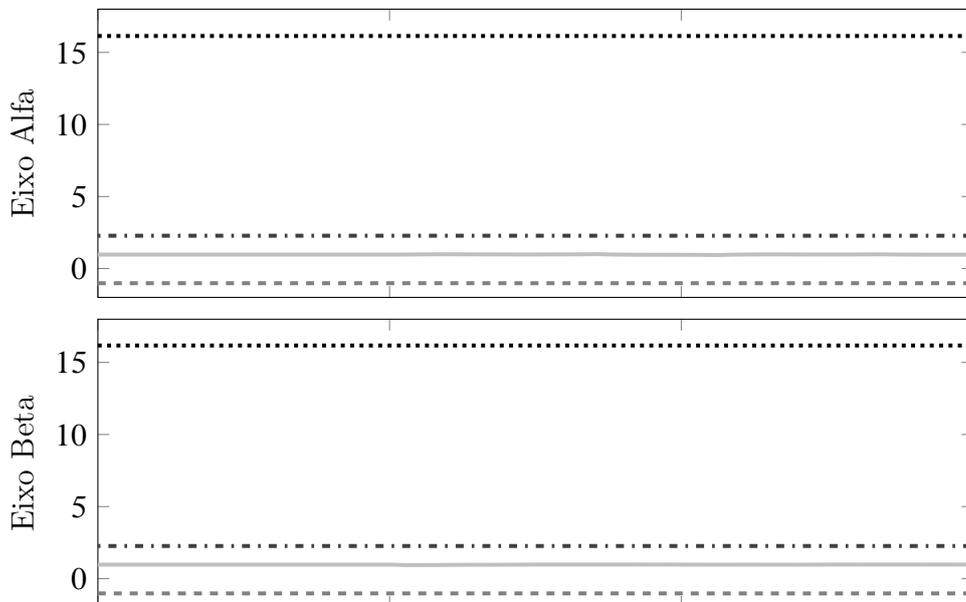


Fig. 44 – Comportamento dos ganhos adaptativos θ mediante a inversão de fase na referência quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C .

As Fig. 45-47 apresentam a reação dos parâmetros do sistema a uma variação abrupta na indutância da rede L_g no instante $t = 2$ ciclos. A Fig. 45 apresenta a corrente da rede i_2 , a Fig. 46 apresenta a ação de controle U , e a Fig. 47 apresenta o comportamento dos ganhos adaptativos θ .

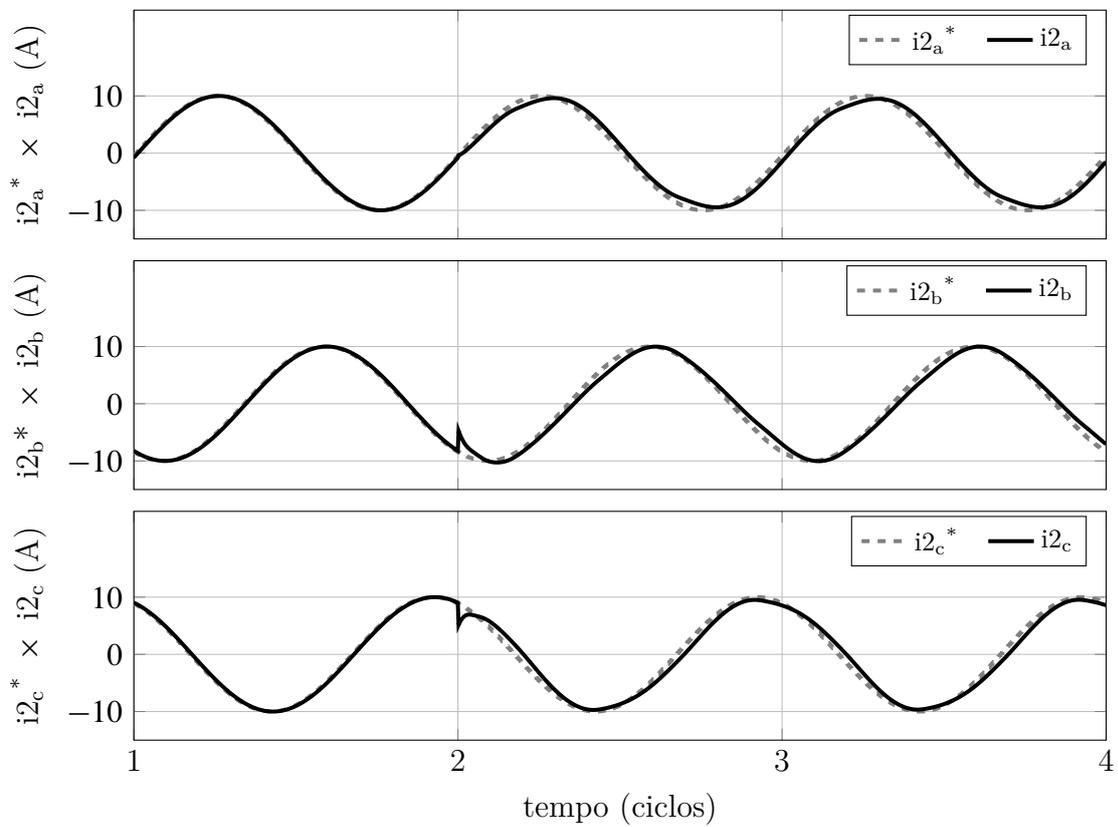


Fig. 45 – Resposta da corrente da rede i_2 à variação abrupta da indutância L_g quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C .

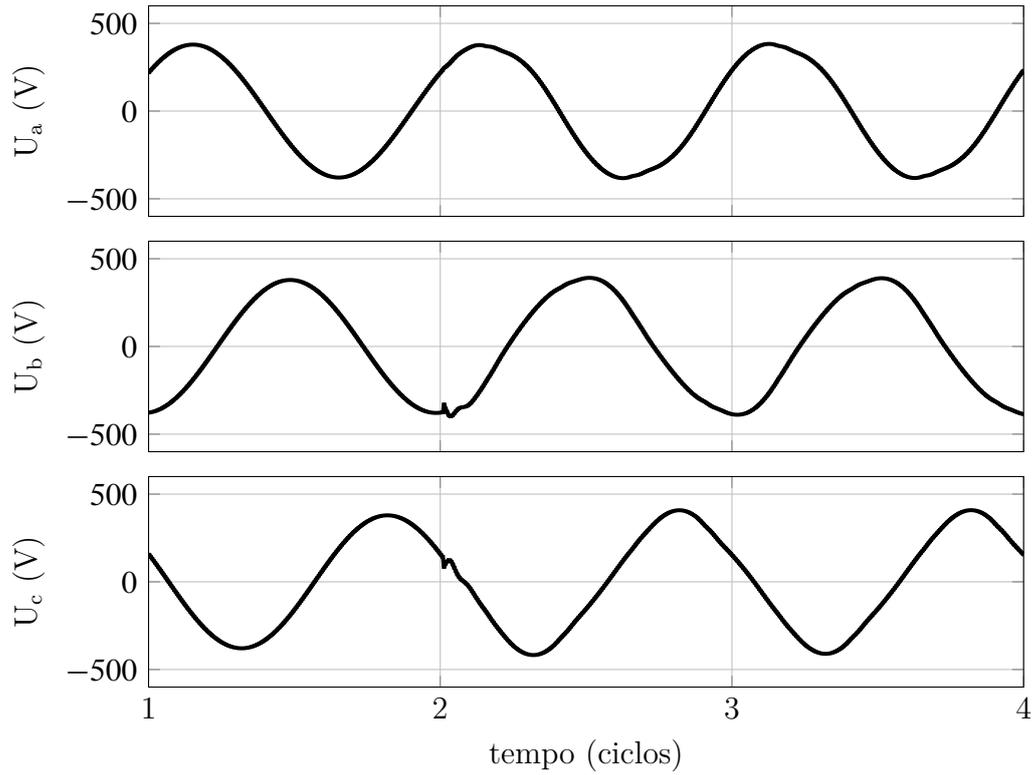


Fig. 46 – Ação de controle na presença de variação abrupta da indutância da rede L_g quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C .



Fig. 47 – Resposta dos ganhos adaptativos θ à variação abrupta da indutância da rede L_g quando a variável intermediária é a tensão do capacitor v_C .

4.2 Resultados Experimentais

Os resultados experimentais foram obtidos utilizando os parâmetros da Tabela 3. Os parâmetros são diferentes daqueles usados na etapa de simulação em função dos componentes (indutores e capacitor) disponíveis no laboratório. Os valores de inicialização dos ganhos adaptativos são conforme 4.4, e o modelo de referência é dado por 4.5.

$$\begin{aligned}\theta^T &= [0, 0, -1, 36, 1, 36] \\ \omega &= [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T\end{aligned}\quad (4.4)$$

$$W_m(z) = \frac{(1 - p_1)(1 - p_2)}{(z - p_1)(z - p_2)}, \quad (4.5)$$

com $p_1 = p_2 = 0,5$.

Tabela 3 – Valores dos parâmetros do sistema utilizados no experimento.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
L_1	1mH	L_2	0,5mH
C	$40\mu\text{F}$	$f_s = 1/T_s$	12kHz
γ_d	0,01	γ	0,95
δ_0	0,98	K_P	3,35

Devido às condições da bancada disponível no laboratório, não foi possível realizar um ensaio conectando o conversor à rede elétrica. Realizou-se, no entanto, um ensaio com os terminais do filtro que seriam conectados à rede elétrica em curto-circuito. Além disso, considerando a teoria de Componentes Simétricas e a transformação de Clarke apresentadas no capítulo 2, é suficiente ensaiar um sistema monofásico para comprovação experimental. A variável intermediária escolhida é a corrente do capacitor, devido aos melhores resultados de simulação obtidos. Os resultados experimentais obtidos neste trabalho, portanto, foram para um sistema monofásico com os terminais do filtro curto-circuitados.

A plataforma dSPACE apresenta como principal vantagem o fato de que se encarrega de converter o código escrito em linguagem *.m* do MATLAB para linguagem *c* utilizada pelo DSP, permitindo que o projetista trabalhe com uma linguagem de mais alto nível. Dessa forma, o procedimento para realização do experimento utilizando a plataforma dSPACE é composto pelos passos a seguir:

1. *Simulação*: o sistema é simulado utilizando os blocos do Simulink para representar os elementos reais;
2. *Ajuste*: a simulação é ajustada para comunicar com a plataforma dSPACE. Isso é feito incluindo blocos de uma biblioteca específica da plataforma no Simulink. São

necessários um bloco que representa os A/Ds , disponibilizando em sua saída a medida das grandezas reais do sistema, e um bloco que recebe a ação de controle em forma de PWM para acionamento das chaves do conversor. Dessa forma, a simulação fica reduzida a apenas o bloco do controlador e os blocos da plataforma;

3. *Carregamento*: uma vez que o MATLAB está configurado para trabalhar junto com a dSPACE, basta iniciar a simulação configurada para execução *em tempo real* para que a plataforma transforme o arquivo de simulação em código para o DSP;
4. *Experimento*: o início da simulação no MATLAB em tempo real dará início ao experimento. Nesta etapa, é interessante que o programa *ControlDesk* esteja em execução com instrumentos virtuais preparados para visualizar a leitura das variáveis de interesse.

As Fig. 48-50 apresentam a reação da corrente da rede i_2 à variações nas condições de operação. A Fig. 48 apresenta a corrente da rede i_2 durante a inicialização do sistema, a Fig. 49 apresenta a reação da corrente da rede à inversão de fase na referência no instante $t = 8,982s$, e a Fig. 50 apresenta a reação da corrente da rede à variação abrupta da indutância da rede L_g , que passa de $2,14mH$ para zero (a indutância da rede foi curto-circuitada, restando apenas o indutor do filtro $L_2 = 0,5mH$) no instante $t = 10,298s$.

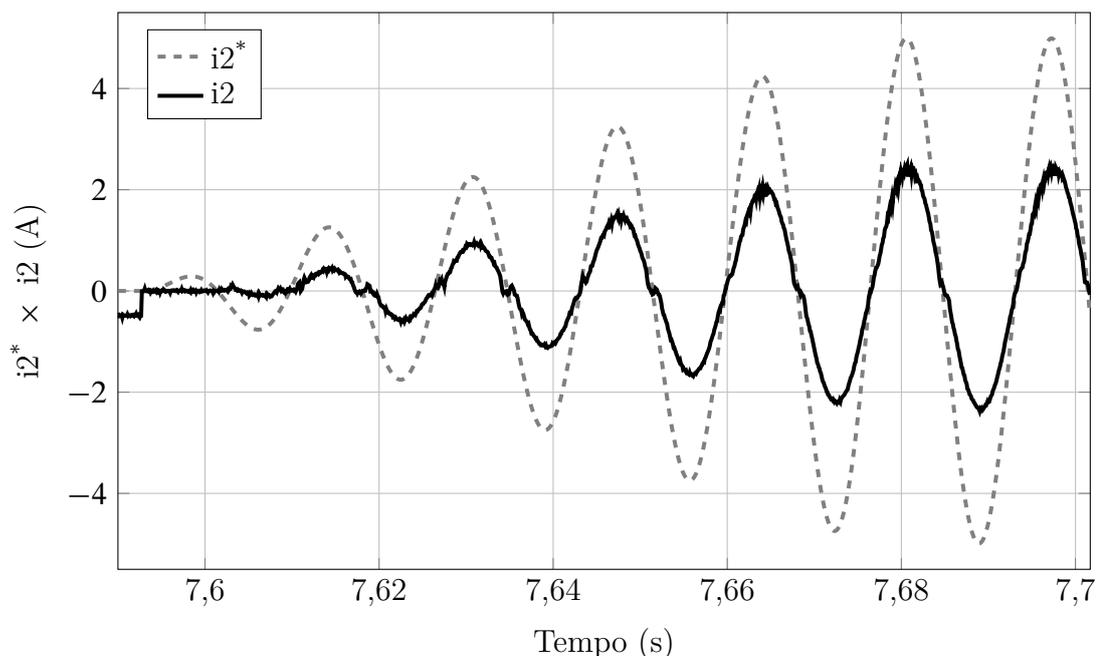


Fig. 48 – Comparação entre a referência e a corrente medida na inicialização do sistema.

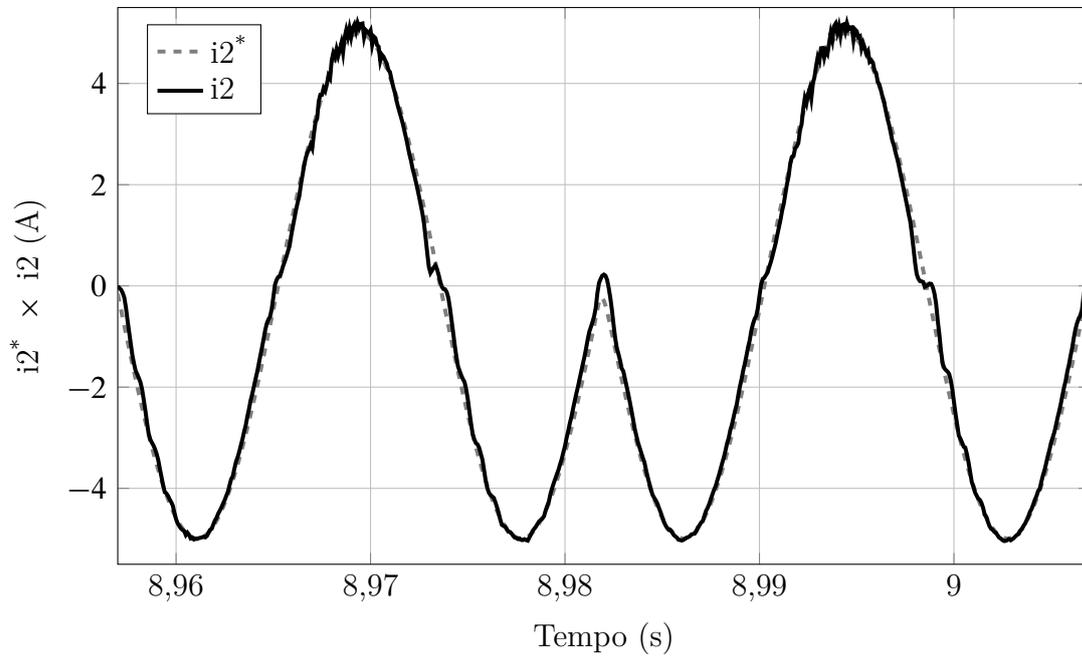


Fig. 49 – Resposta da corrente da rede à inversão de fase na referência.

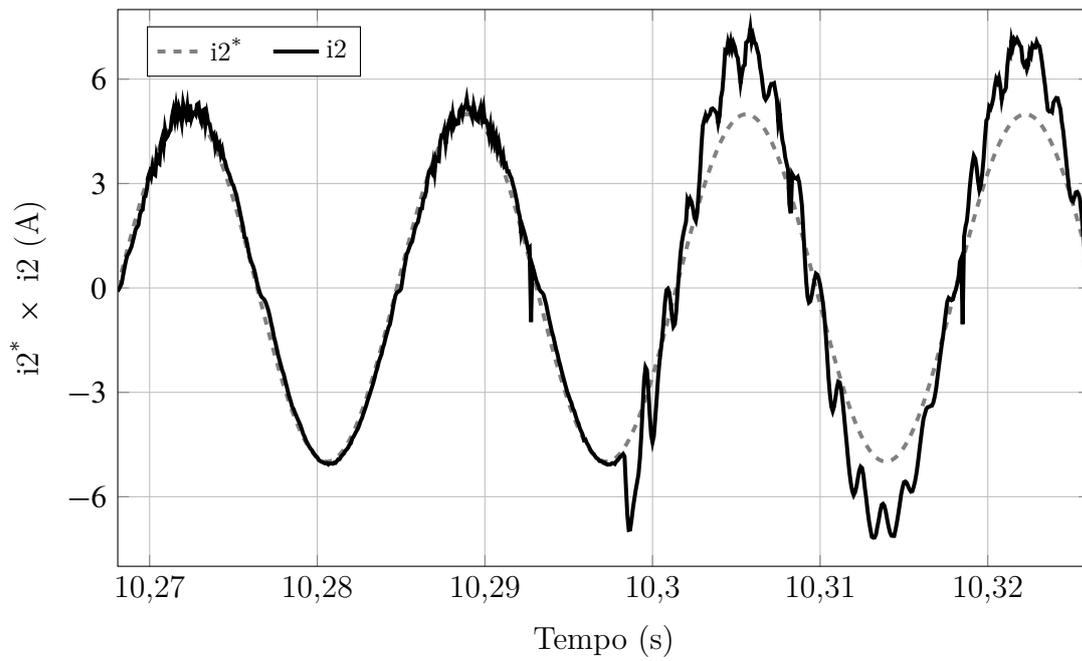


Fig. 50 – Resposta da corrente da rede à variação abrupta da indutância.

As Fig. 51-53 apresentam a reação dos parâmetros do sistema a uma variação abrupta na indutância da rede L_g no instante $t = 10,298s$. A Fig. 51 apresenta a reação da ação de controle U , a Fig. 52 apresenta a resposta dos ganhos adaptativos θ , e a Fig. 53 apresenta o comportamento do normalizador m .

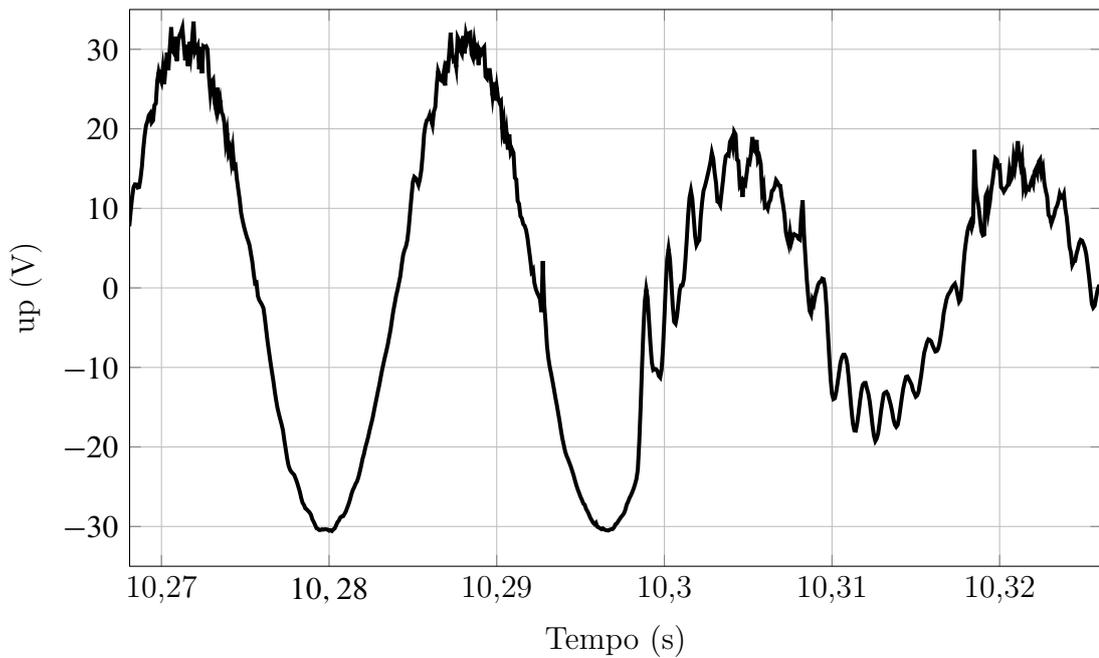


Fig. 51 – Resposta da ação de controle à variação abrupta da indutância.

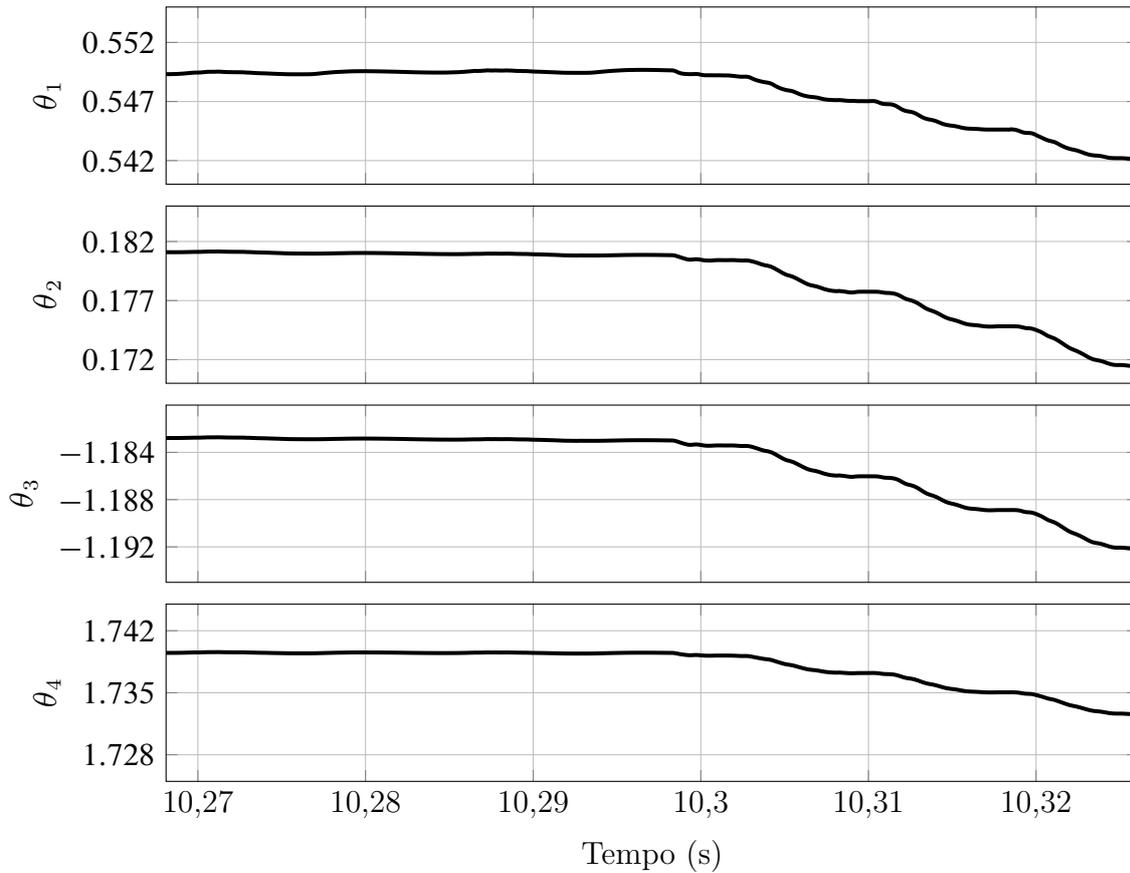


Fig. 52 – Variação dos ganhos θ devido à variação na indutância da rede.

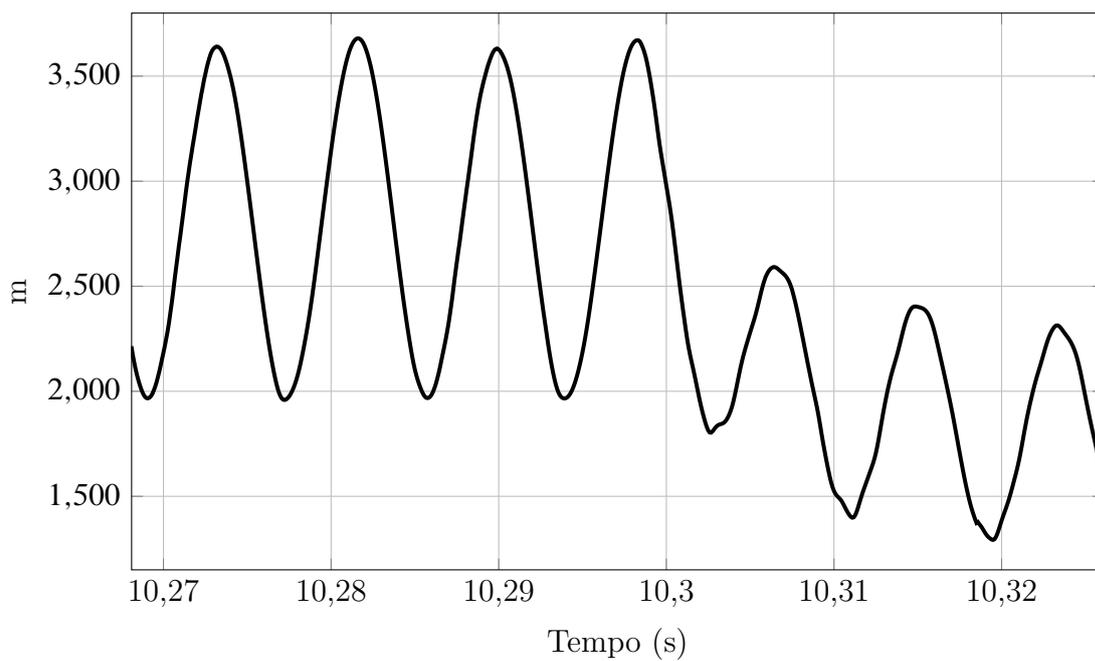


Fig. 53 – Resposta do normalizador m à variação abrupta da indutância.

As Fig. 54-56 apresentam o comportamento dos parâmetros do sistema no regime permanente após a variação da indutância da rede L_g . A Fig. 54 apresenta a corrente da rede i_2 , a Fig. 55 apresenta a ação de controle U , e a Fig. 56 apresenta o comportamento do normalizador m .

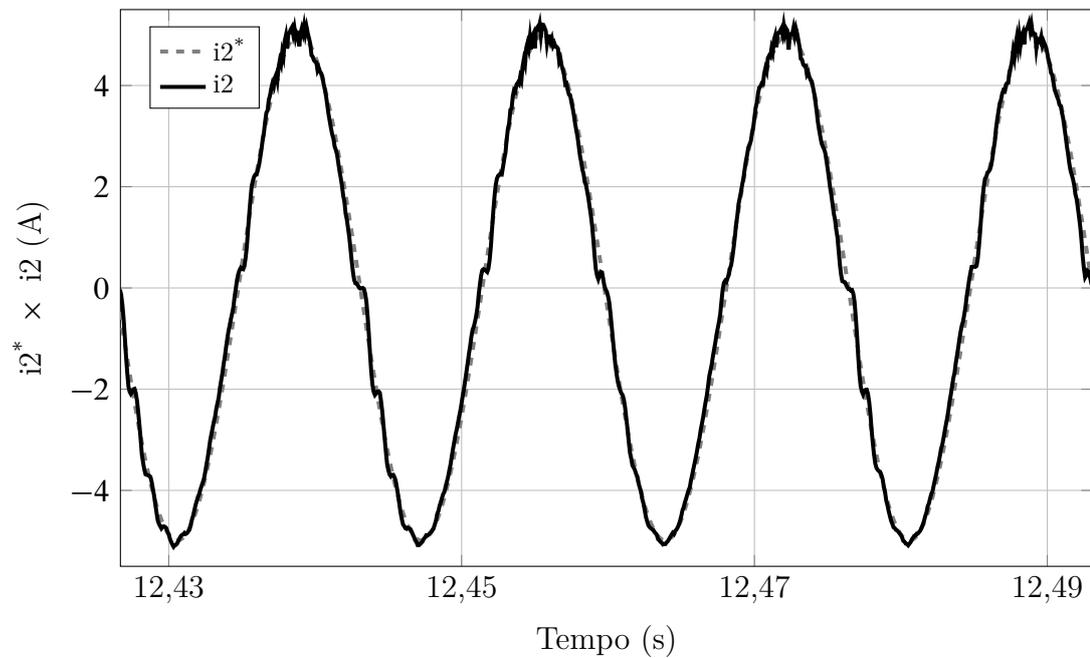


Fig. 54 – Corrente da rede no regime permanente após o transitório de variação de indutância da rede.

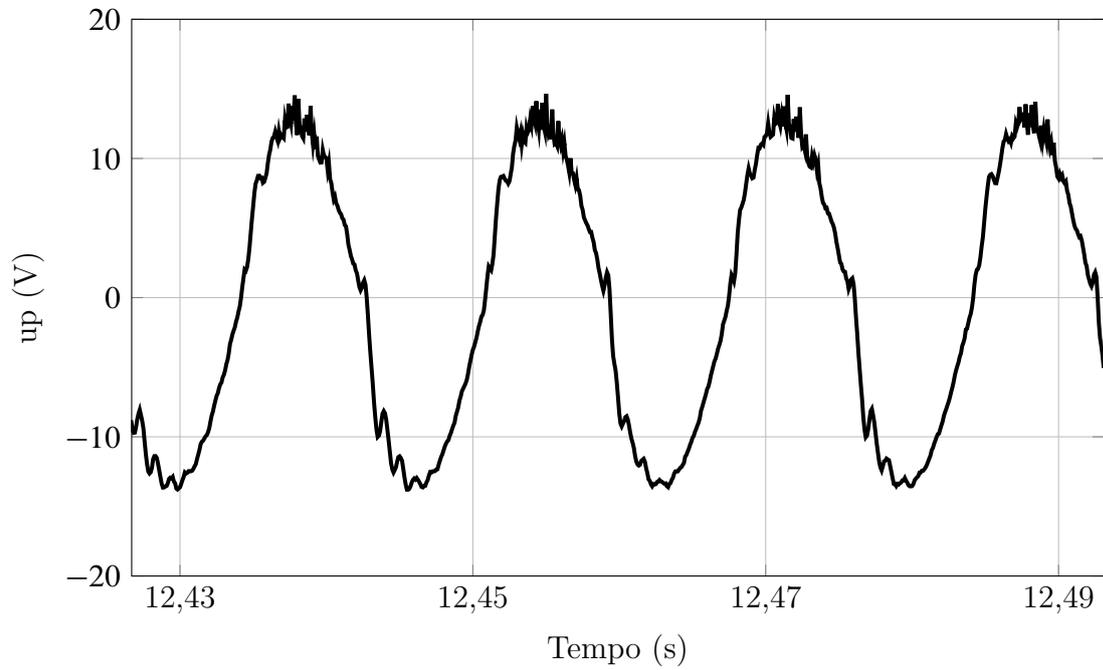


Fig. 55 – Ação de controle no regime permanente após a variação da indutância da rede.

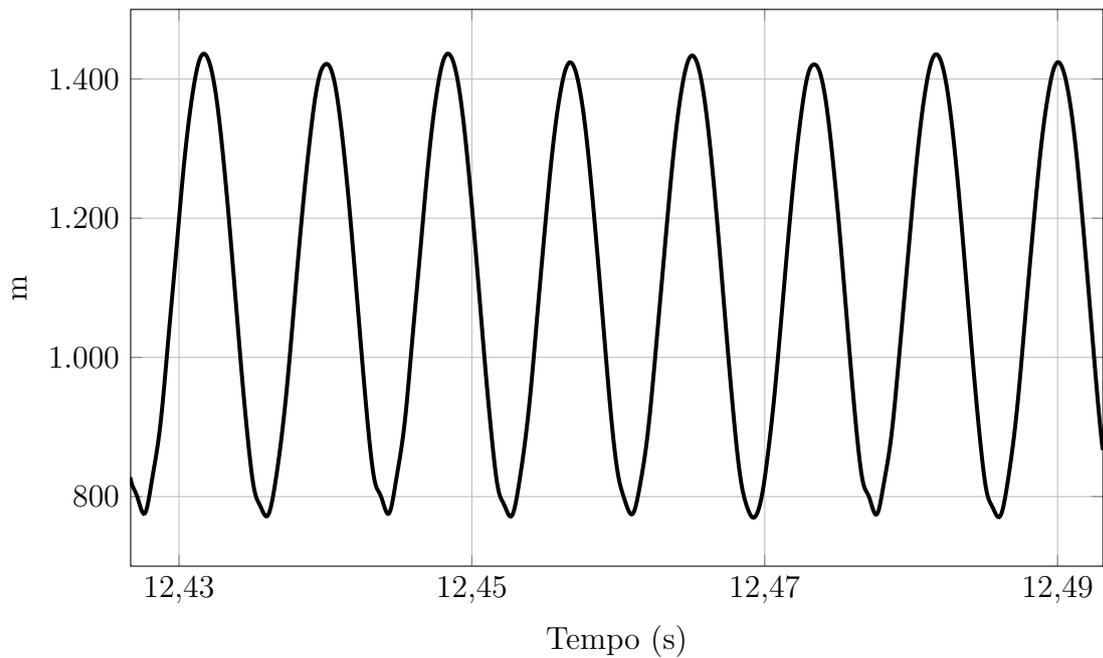


Fig. 56 – Normalizador no regime permanente após a variação da indutância da rede.

5 Conclusões

Os resultados apresentados no Capítulo 4 mostram que o sistema funciona satisfatoriamente com o projeto proposto para os controladores. A escolha da variável intermediária impacta sensivelmente o desempenho do sistema, como pode-se perceber comparando os resultados obtidos para as possíveis escolhas da variável intermediária. Os resultados obtidos para a tensão do capacitor do filtro como variável intermediária se mostraram bastante inferiores aos obtidos para a corrente do capacitor do filtro como variável intermediária. O principal motivo para isso é que o requisito principal para o correto funcionamento de controladores em uma estrutura multimalha é que a variável controlada na malha interna responda mais rapidamente ao distúrbio do que a variável controlada na malha mais externa. Sabe-se que a tensão do capacitor do filtro é a integral da corrente do capacitor do filtro, o que implica que responde mais lentamente ao distúrbio da corrente da rede. Isto explica o fato de não ser possível simular o sistema conectado à rede elétrica utilizando a tensão do capacitor do filtro como variável intermediária, visto que o desempenho de rastreamento da referência é completamente degradado devido à resposta lenta da variável ao distúrbio.

No caso de utilizar a corrente do capacitor do filtro como variável intermediária, os resultados deixam claro o bom desempenho do sistema. Mesmo na presença de uma variação brusca da indutância da rede elétrica, o sistema é capaz de rapidamente se adaptar e manter o rastreamento da referência. A modelagem adotada é vantajosa, visto que permite um bom desempenho utilizando apenas quatro ganhos adaptativos (ou seis, no caso da conexão contra a rede elétrica).

Os resultados experimentais obtidos corroboram os resultados de simulação, embora sejam para o caso monofásico e para o filtro LCL com os terminais que seriam conectados à rede elétrica curto-circuitados. Não se pode obter resultados experimentais do sistema conectado contra a rede devido ao laboratório não dispor do equipamento necessário para garantir a segurança da conexão.

Ainda assim, os resultados obtidos tornam possível concluir que a proposta de metodologia de projeto é válida e a abordagem é bem sucedida para o caso do filtro LCL. Foram apresentados resultados de simulação para a tensão do capacitor do filtro como variável intermediária e resultados de simulação e experimentais para o caso da corrente do capacitor do filtro como variável intermediária.

O trabalho desenvolvido nesta Dissertação gerou duas publicações em congresso internacional: (DURGANTE; STEFANELLO, 2012) e (DURGANTE; PLOTZKI; STEFANELLO, 2013).

5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Existem diversas abordagens possíveis para projetar a estrutura multimalha além da apresentada neste trabalho. A análise de alternativas seria uma colaboração relevante, sendo duas candidatas interessantes as apresentadas a seguir.

O desempenho das estratégias de controle multimalha depende muito da sintonização dos controladores no laço interno e externo. Existem métodos de sintonização baseados em resposta em frequência, mas estes são tediosos de aplicar devido à necessidade de cálculos via tentativa e erro. O método proposto por (KRISHNASWAMY et al., 1990) apresenta gráficos de sintonização, que predizem a configuração do controlador primário. Este método, no entanto, é limitado às configurações PI/P e ao modelo de primeira ordem mais tempo morto (FOPDT) em uma gama limitada de parâmetros.

5.1.1 Controle multimalha com estrutura IMC

Um procedimento de projeto mais sistemático é conforme o apresentado por (LEE; OH, 2002). Este procedimento prevê dois passos para o projeto de controladores multimalha: primeiramente, o controlador secundário é sintonizado com base no modelo dinâmico do processo interno. Posteriormente, o controlador primário é sintonizado com base no modelo dinâmico do processo externo. O método é analítico e elimina o processo de tentativa e erro.

A estrutura geral considerada para análise é a dada na Fig. 57. É importante deixar claro que a estrutura é do tipo controle por modelo interno (do inglês *Internal Model Control - IMC*).

Considerando que $\tilde{p}_2 = p_2$ e que $\tilde{P}_p = q_2 p_2 p_1$, as funções de transferência de malha fechada para os laços interno e externo são:

$$y_2 = q_2 p_2 r_2 + (1 - q_2 p_2) p_{d2} d_2 \quad (5.1)$$

$$y_1 = p_2 q_2 p_1 r_1 + (1 - p_2 q_2) p_1 (1 - p_2 q_2 p_1 q_1) p_{d2} d_2 + (1 - p_2 q_2 p_1 q_1) p_{d1} d_1 \quad (5.2)$$

O primeiro passo do procedimento é o projeto do controlador secundário. Esse controlador deve ser projetado para rejeitar rapidamente distúrbios que entrem na malha interna. Devido a isto, a variável secundária deve seguir sua referência o mais rápido possível.

Para análise, considere um modelo geral da planta da malha interna:

$$p_2(s) = p_{2m}(s) p_{2a}(s) \quad (5.3)$$

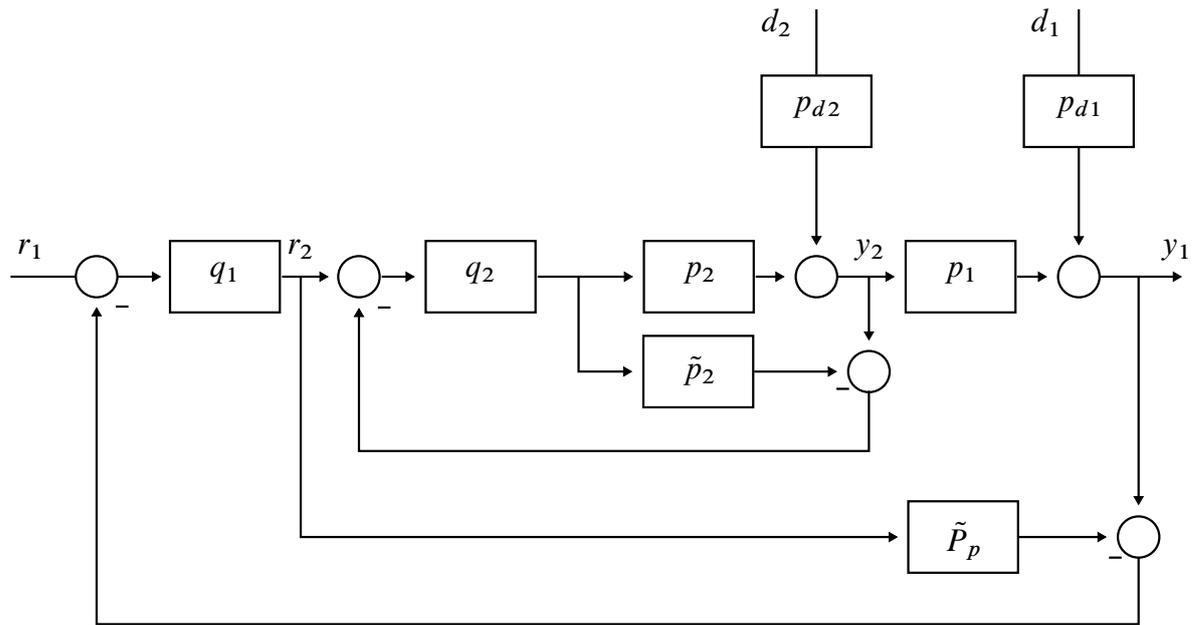


Fig. 57 – Estrutura geral de sistema de controle multimalha.

Esse modelo é dividido em duas partes: p_{2m} , a parte do modelo que é invertida pelo controlador, e p_{2a} , a porção do modelo não invertida pelo controlador, e que possui zeros no semiplano direito e atrasos de tempo.

Para obter uma boa resposta de uma planta instável, ou que seja estável mas com pólos próximos a zero, o controlador da malha secundária deve satisfazer às seguintes condições:

- Se a planta p_2 tiver pólos instáveis up_1^2, up_2^2, \dots , então q_2 deve ter zeros em up_1^2, up_2^2, \dots
- Se a planta p_{d2} tiver polos instáveis dup_1^2, dup_2^2, \dots ou pólos próximos à zero, então $1 - p_2q_2$ deve ter zeros em dup_1^2, dup_2^2, \dots ou nos pólos próximos a zero.

O controlador q_2 é projetado da seguinte forma:

$$q_2 = p_{2m}^{-1} f_2 \quad (5.4)$$

Dessa forma, a primeira condição é satisfeita automaticamente, pois p_{2m}^{-1} é o inverso da parcela da planta que contém pólos instáveis. Para satisfazer a segunda condição, é necessário projetar o filtro f_2 , como segue:

$$f_2 = \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i s^i + 1}{(\lambda_2 s + 1)^{2m}} \quad (5.5)$$

Os valores de α em (5.5) são determinados de forma a cancelar os pólos instáveis de p_{d2} , e m é o número de pólos cancelados. A equação (5.5) é um filtro com constante de tempo λ ajustável.

5.1.2 Controlador adaptativo com estrutura IMC

Além da estratégia apresentada por (LEE; OH, 2002), existe a estratégia proposta por (SILVA; DATTA, 1999), que trata de um controlador adaptativo por modelo interno. Uma boa contribuição seria avaliar a utilização desta proposta para o controlador da malha externa, objetivando uma abordagem mais simples em relação à apresentada neste trabalho.

Referências

- ABDEL-RAHIM, N.; QUAICOE, J. E. A Single-Phase Voltage-Source Utility Interface System for Weak AC Network Applications. *Applied Power Electronics Conference and Exposition*, v. 1, p. 93–99, February 1994. Citado na página 34.
- AHMED, K. H.; FINNEY, S. J.; WILLIAMS, B. W. Passive Filter Design for Three-Phase Inverter Interfacing in Distributed Generation. *Compatibility in Power Electronics*, p. 1–9, June 2007. Citado na página 29.
- DANNEHL, J.; FUCHS, F. W.; HANSEN, S. PWM Rectifier with LCL-Filter using different Current Control Structures. *European Conference on Power Electronics and Applications*, p. 1–10, September 2007. Citado na página 28.
- DANNEHL, J. et al. Investigation of Active Damping Approaches for PI-Based Current Control of Grid-Connected Pulse Width Modulation Converters With LCL Filters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 46, n. 4, p. 1509–1517, July/August 2010. Citado na página 49.
- DANNEHL, J.; WESSELS, C.; FUCHS, F. W. Limitations of Voltage-Oriented PI Current Control of Grid-Connected PWM Rectifiers With LCL Filters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 2, p. 380–388, February 2009. Citado na página 29.
- DUESTERHOEFT, W. C.; SCHULZ, M. W.; CLARKE, E. Determination of Instantaneous Currents and Voltages by Means of Alpha, Beta and Zero Components. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, v. 70, n. 2, p. 1248–1255, July 1951. Citado na página 41.
- DURGANTE, M. H.; PLOTZKI, H. F. B.; STEFANELLO, M. Combined active damping with adaptive current control for converters with lcl filters. In: *Industrial Electronics Society, IECON 2013 - 39th Annual Conference of the IEEE*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 520–525. ISSN 1553-572X. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 87.
- DURGANTE, M. H.; STEFANELLO, M. Multi loop deadbeat+repetitive and adaptive control for power converters with lcl filters. In: *IECON 2012 - 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 5955–5960. ISSN 1553-572X. Citado na página 87.
- FORTESCUE, C. L. Method of Symmetrical Co-Ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, v. 37, n. 2, p. 1027–1140, July 1918. Citado na página 41.
- GABE, I. J. et al. Stability Analysis of Grid-Connected Voltage Source Inverters with LCL-Filters using Partial State Feedback. *European Conference on Power Electronics and Applications*, p. 1–10, September 2007. Citado na página 29.
- GEROMEL, J. C. Optimal Linear Filtering Under Parameter Uncertainty. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 47, n. 1, p. 168–175, January 1999. Citado na página 30.

- GERVASIO, F. et al. Dynamic analysis of active damping methods for lcl-filter-based grid converters. In: *Industrial Electronics Society, IECON 2013 - 39th Annual Conference of the IEEE*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 671–676. ISSN 1553-572X. Citado na página 29.
- KARSHENAS, H. R.; SAGHAFI, H. Performance Investigation of LCL Filters in Grid Connected Converters. *IEEE PES Transmission and Distribution Conference and Exposition Latin America*, p. 1–6, March 2006. Citado na página 28.
- KAZMIERKOWSKI, M. P.; MALESANI, L. Current Control Techniques for Three-Phase Voltage-Source PWM Converters: A Survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 45, n. 5, p. 691–703, October 1998. Citado na página 29.
- KIMBALL, J. W. *Digital Control Techniques for Switching Power Converters*. Tese (Doutorado) — University of Illinois at Urbana-Champaign, 2008. Citado na página 29.
- KRISHNASWAMY, P. R. et al. When To Use Cascade Control. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 29, n. 10, p. 2163–2166, October 1990. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 88.
- LEE, Y.; OH, S. Enhanced Control with a General Cascade Control Structure. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 41, n. 11, p. 2679–2688, May 2002. Citado 2 vezes nas páginas 88 e 90.
- LINDGREN, M.; SVENSSON, J. Control of a Voltage-source Converter Connected to the Grid through an LCL-filter - Application to Active Filtering. *Power Electronics Specialists Conference*, v. 1, p. 229–235, May 1998. Citado na página 28.
- LISERRE, M.; BLAABJERG, F.; HANSEN, S. Design and Control of an LCL-Filter-Based Three-Phase Active Rectifier. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 41, n. 5, p. 1281–1291, September 2005. Citado na página 28.
- LISERRE, M.; BLAABJERG, F.; TEODORESCU, R. Grid Impedance Estimation via Excitation of LCL-Filter Resonance. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 43, n. 5, p. 1401–1407, September/October 2007. Citado na página 29.
- LOH, P. C.; HOLMES, D. G. Analysis of multiloop control strategies for LC/CL/LCL-filtered voltage-source and current-source inverters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 41, n. 2, p. 644–654, March/April 2005. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 49.
- MALESANI, L.; MATTAVELLI, P.; BUSO, S. Robust Dead-Beat Current Control for PWM Rectifiers and Active Filters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 35, n. 3, p. 613–620, May/June 1999. Citado na página 30.
- MALESANI, L. et al. Improved Current Control Technique of VSI PWM Inverters with Constant Modulation Frequency and Extended Voltage Range. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 27, n. 2, p. 365–369, March/April 1991. Citado na página 30.
- MANSOOR, A. et al. Predicting the Net Harmonic Currents Produced by Large Number of Distributed Single-Phase Computer Loads. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 10, n. 4, p. 2001–2006, October 1995. Citado na página 27.

MASSING, J. R. *Controle Adaptativo de Corrente Aplicado a Conversores Estáticos Conectados à Rede Elétrica*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Maria, 2013. Citado na página 39.

MORENO, J. C. et al. A Robust Predictive Current Control for Three-Phase Grid-Connected Inverters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 6, p. 1993–2004, June 2009. Citado na página 29.

OGATA, K. *Discrete-Time Control Systems*. second. Rio de Janeiro: Prentice-Hall, 1995. Citado na página 50.

PARKER, S. G.; MCGRATH, B. P.; HOLMES, D. G. Regions of Active Damping Control for LCL Filters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 50, n. 1, p. 424–432, January 2014. ISSN 0093-9994. Citado na página 43.

RIBEIRO, E. R. *Filtros Ativos Série Para a Compensação de Harmônicas de Tensão*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2003. Citado na página 28.

SANTIPRAPAN, P.; AREERAK, K.-L.; AREERAK, K.-N. Mathematical Model and Control Strategy on DQ Frame for Shunt Active Power Filters. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, p. 353–361, 2011. Citado na página 29.

SASAKI, H.; MACHIDA, T. A New Method to Eliminate AC Harmonic Currents by Magnetic Flux Compensation - Considerations on Basic Design. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-90, n. 5, p. 2009–2019, September 1971. Citado na página 27.

SHEN, G. et al. An Improved Control Strategy for Grid-Connected Voltage Source Inverters With an LCL Filter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 23, n. 4, p. 1899–1906, July 2008. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 42.

SHEN, G. et al. A New Feedback Method for PR Current Control of LCL-Filter-Based Grid-Connected Inverter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 6, p. 2033–2041, June 2010. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 31.

SILVA, G. J.; DATTA, A. Adaptive Internal Model Control: The Discrete-Time Case. In: . [S.l.: s.n.], 1999. v. 1, p. 547–555. Citado na página 90.

SMITH, C. A.; CORRIPIO, A. *Princípios e Prática do Controle Automático de Processo*. third. Rio de Janeiro: LTC, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 47.

STEFANELLO, M. *Controle Adaptativo Robusto de Estrutura Variável por Modelo de Referência Aplicado a Filtros Ativos de Potência*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Maria, 2010. Citado na página 105.

TANG, Y. et al. Generalized Design of High Performance Shunt Active Power Filter With Output LCL Filter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 59, n. 3, p. 1443–1452, March 2012. Citado na página 97.

TAO, G. *Adaptive Control Design and Analysis*. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 57 e 100.

TEODORESCU, R. et al. A New Control Structure for Grid-Connected LCL PV Inverters with Zero Steady-State Error and Selective Harmonic Compensation. *Applied Power Electronics Conference and Exposition*, v. 1, p. 580–586, 2004. Citado na página 28.

TSAKALIS, K.; IOANNOU, P. *Linear time-varying systems: control and adaptation*. [S.l.]: Prentice Hall, 1993. ISBN 9780130129239. Citado na página 101.

WU, E.; LEHN, P. W. Digital Current Control of a Voltage Source Converter With Active Damping of LCL Resonance. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 21, n. 5, p. 1364–1373, September 2006. Citado na página 29.

YANG, S. et al. A Robust Control Scheme for Grid-Connected Voltage-Source Inverters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 58, n. 1, p. 202–212, January 2011. Citado na página 29.

YAO, Q.; HOLMES, D. G. A Simple, Novel Method for Variable-Hysteresis-Band Current Control of a Three Phase Inverter with Constant Switching Frequency. *Industry Applications Society Annual Meeting*, p. 1122–1129, October 1993. Citado na página 30.

ÅSTRÖM, K.; HAGANDER, P.; STERNBY, J. Zeros of sampled systems. In: *Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes, 1980 19th IEEE Conference on*. [S.l.: s.n.], 1980. v. 19, p. 1077–1081. Citado na página 44.

Anexos

ANEXO A – Procedimento de Projeto do Filtro *LCL*

O projeto de um filtro LCL pode ser feito de várias maneiras, dependendo do objetivo do projetista. O procedimento de projeto apresentado em (TANG et al., 2012) é muito utilizado, por ser generalizado, simples e em valores *por unidade*, o que torna simples a escalabilidade do sistema. Os passos deste procedimento são:

1. Definir qual a ordem k mais alta das correntes harmônicas que precisam ser compensadas. A frequência de ressonância ω_{res} deve ser função da frequência fundamental nominal ω_n :

$$\frac{k\omega_n}{0,3} \leq \omega_{res} \leq \frac{k\omega_n}{0,25} \quad (\text{A.1})$$

2. A frequência de comutação deve ser pelo menos duas vezes maior que a frequência de ressonância. Valores maiores podem ser usados para uma melhor atenuação harmônica, mas resultarão em mais perdas.
3. Valores de impedância, capacitância e indutância base devem ser definidos. Dessa forma, a impedância base Z_b é função da tensão nominal V e da potência nominal P :

$$Z_b = \frac{V^2}{P} \quad (\text{A.2})$$

Os valores da capacitância e indutância base são, respectivamente:

$$C_b = \frac{1}{\omega_n Z_b} \quad (\text{A.3})$$

$$L_b = \frac{Z_b}{\omega_n} \quad (\text{A.4})$$

4. As indutâncias do lado do conversor L_{ff} e da rede L_{fg} devem ser iguais para produzir a menor frequência de ressonância possível, e a máxima atenuação de harmônicas de comutação. Além disso, é recomendável que o valor total em *por unidade* dos dois indutores seja igual ao valor do capacitor do filtro C_f . Desta forma:

$$L_{ff} = L_{fg} = \frac{1}{4k} L_b \quad (\text{A.5})$$

$$C_f = \frac{1}{2k} C_b \quad (\text{A.6})$$

5. O valor comercial de capacitor mais próximo ao valor encontrado em (A.6) deve ser escolhido, e os valores de indutância ajustados de acordo. A frequência de ressonância recalculada com os valores ajustados deve, no entanto, estar de acordo com (A.1).

ANEXO B – Análise de Estabilidade Robusta do Algoritmo Adaptativo

B.1 Descrição da Planta e do Modelo de Referência

Considere a planta SISO, LTI

$$y(k) = G(z) \cdot u(k) = G_o(z) \cdot u(k) + \Delta(z) \cdot u(k), \quad (\text{B.1})$$

onde:

$$G_o(z) = k_p \frac{Z_o(z)}{P_o(z)}. \quad (\text{B.2})$$

$G(z)$ é uma função de transferência estritamente própria, $Z_o(z)$ e $P_o(z)$ são polinômios mônicos e o sinal do ganho k_p é assumido como sendo conhecido. Além disso, o comportamento desejado da planta em malha fechada é descrito por um modelo de referência, dado pela função de transferência

$$y_m(k) = W_m(z) \cdot r(k) = \frac{k_m}{P_m(z)} r(k), \quad (\text{B.3})$$

onde $P_m(z)$ é um polinômio mônico e $k_m > 0$.

O objetivo do Controle por Modelo de Referência ou MRC (do inglês *Model Reference Control*) é determinar a entrada u da planta de forma que sua saída y rastreie a saída do modelo de referência y_m tão próximo quanto possível, desde que mantendo os sinais de malha fechada limitados.

Caso existam incertezas paramétricas, utiliza-se uma técnica de controle adaptativo que resulta no Controlador Adaptativo por Modelo de Referência ou MRAC (do inglês *Model Reference Adaptive Control*). É necessário definir uma Lei de Controle e uma Lei de Adaptação Paramétrica para projetar a entrada u da planta. No caso de plantas com dinâmicas não-modeladas, é necessário modificar a lei de adaptação paramétrica de forma a garantir a robustez do controlador. Neste caso, diz-se que o controlador é MRAC robusto.

As hipóteses feitas sobre a planta e o modelo de referência são as seguintes:

$H_1)$ $Z_o(z)$ é um polinômio mônico, Schur de grau m conhecido;

$H_2)$ $P_o(z)$ é mônico de grau n conhecido e $n^* = n - m \geq 1$ é o grau relativo da planta nominal $G_o(z)$;

$H_3)$ São conhecidos o sinal do ganho k_p e o limite superior de $|k_p|$, $k_{p0} \geq |k_p|$;

H_4) $\Delta(z)$ é uma função de transferência estável e estritamente própria;

H_5) É conhecido um limite superior $\delta_0 \in (0, 1)$ tal que $\Delta(z)$ possui todos os seus pólos confinados num círculo aberto de raio $|z| \geq \sqrt{\delta_0}$;

H_6) $P_m(z)$ é um polinômio mônico, Schur de grau n^* .

As hipóteses H_1 , H_2 e H_3 são necessárias para garantir a estabilidade do controlador projetado e para o projeto do ganho da lei de adaptação paramétrica. As hipóteses H_4 e H_5 são necessárias para garantir a limitação dos sinais de malha fechada e a robustez da lei de adaptação paramétrica. A hipótese H_6 é usada para a escolha de um modelo de referência adequado.

B.2 Estrutura do Algoritmo Adaptativo

Em casos onde os estados da planta não são medidos é possível a utilização de estimadores, de onde resulta a estrutura para a lei de controle (TAO, 2003)

$$u = \theta^T \omega, \quad (\text{B.4})$$

na qual os vetores θ e ω são definidos como

$$\begin{aligned} \theta^T &= [\theta_1^T, \theta_2^T, \theta_3, \theta_4] \text{ e} \\ \omega &= [\omega_1 \quad \omega_2 \quad y \quad r]^T. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

A Fig. 58 apresenta a estrutura geral do sistema de controle.

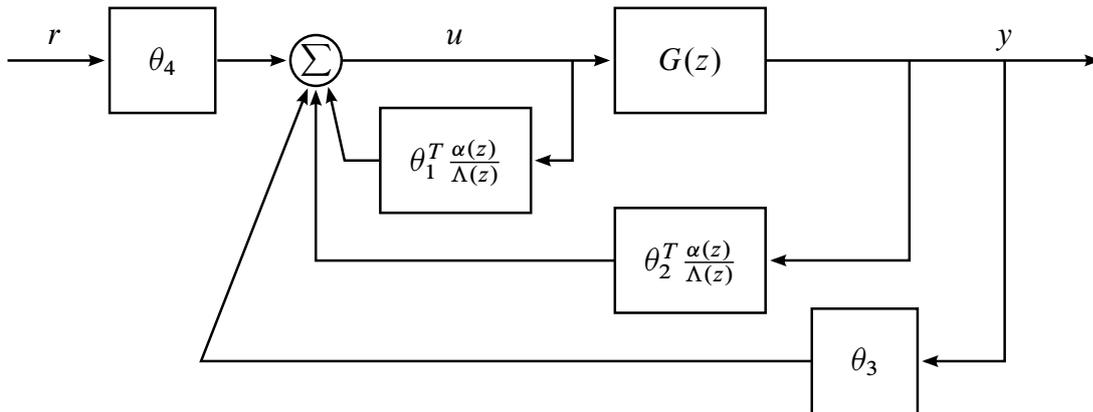


Fig. 58 – Estrutura do controlador MRAC.

A entrada u e a saída y da planta são usadas para gerar os sinais ω_1 e ω_2 dados por

$$\omega_1(k) = \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} u(k) \text{ e } \omega_2(k) = \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} y(k) \quad (\text{B.6})$$

com $\Lambda(z)$ estável e $\alpha(z)$ dados por

$$\alpha(z) = \left[z^{n-2}, \dots, z, 1 \right] \text{ e } \Lambda(z) = z^{n-1} + \lambda_{n-2}z^{n-2} + \dots + \lambda_1z + \lambda_0.$$

Nota-se que a dimensão de α e Λ é definida com base no grau da planta. Considerando que a planta $G(z)$ pode ser descrita em termos de uma parte conhecida $G_o(z)$ e uma parte com dinâmicas não-modeladas do tipo aditiva, estável e estritamente própria $\Delta(z)$ tem-se

$$G(z) = G_o(z) + \Delta(z). \quad (\text{B.7})$$

Define-se o modelo de referência como sendo

$$y_m = W_m(z)r.$$

É necessário garantir que o grau relativo da planta $G_o(z)$ e do modelo de referência $W_m(z)$ sejam iguais para que seja possível resolver a condição de casamento (TSAKALIS; IOANNOU, 1993). Dessa forma, garante-se que existe um conjunto de ganhos $\theta = \theta^*$ tal que a saída da planta y é igual a saída do modelo de referência y_m quando $\Delta(z) = 0$.

Para a obtenção dos sinais necessários para a implementação do controlador adaptativo, parte-se da definição da lei de controle assumindo a existência de um conjunto de ganhos $\theta = \theta^*$. Assim

$$\begin{aligned} u(k) &= \theta^T \omega = \theta^T \omega + \theta^{*T} \omega - \theta^{*T} \omega \\ u(k) &= \phi^T \omega + \theta^{*T} \omega \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

onde:

$$\phi = \theta - \theta^*.$$

De (B.8):

$$u(k) = \phi^T \omega + \theta_1^{*T} \omega_1 + \theta_2^{*T} \omega_2 + \theta_3^* y(k) + \theta_4 r.$$

Considerando (B.6) tem-se

$$u(k) = \phi^T \omega + \theta_1^{*T} \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} u(k) + \left(\theta_2^{*T} \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} + \theta_3^* \right) y(k) + \theta_4^* r.$$

Definindo

$$\begin{aligned} F_1 &= \theta_1^{*T} \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} \\ F_2 &= \theta_2^{*T} \frac{\alpha(z)}{\Lambda(z)} + \theta_3^* \end{aligned}$$

e considerando que $y(k) = G(z)u(k)$, obtém-se

$$(1 - F_1(z) - F_2(z)G(z)) u(k) = \phi^T \omega + \theta_4^* r. \quad (\text{B.9})$$

Levando em conta que, na ausência de dinâmicas não modeladas, existe um conjunto de ganhos $\theta = \theta^*$ tal que $\phi = 0$ e $y = y_m$, têm-se:

$$y(k) = G_o(z)u(k) = y_m = W_m(z)r \quad (\text{B.10})$$

Então de (B.9):

$$(1 - F_1(z) - F_2(z)G(z))u(k) = \theta_4^* r \quad (\text{B.11})$$

Como $r = W_m(z)^{-1}y_m$, e definindo $\rho^* = 1/\theta_4^*$:

$$\rho^* W_m(z) (1 - F_1(z) - F_2(z)G(z)) u(k) = y_m = G_o(z)u(z)$$

O que resulta em:

$$G_o(z) = \rho^* W_m(z) (1 - F_1(z) - F_2(z)G(z)) \quad (\text{B.12})$$

De (B.1) e (B.12) resulta:

$$[1 - F_1(z) - F_2(z) (G_o(z) + \Delta(z))] u(k) = \phi^T \omega + \theta_4^* r$$

$$(1 - F_1(z) - F_2(z)G_o(z)) u(k) = \phi^T \omega + \theta_4^* r + F_2(z)\Delta(z)u(k) \quad (\text{B.13})$$

Substituindo (B.12) em (B.1), obtém-se

$$y(k) = \rho^* W_m(z) (1 - F_1(z) - F_2(z)G_o(z)) u(k) + \Delta(z)u(k). \quad (\text{B.14})$$

Substituindo (B.13) em (B.14) resulta

$$y(k) = \rho^* W_m(z) [\phi^T \omega + \theta_4^* r + F_2(z)\Delta(z)u(k)] + \Delta(z)u(k) \text{ ou}$$

$$y(k) = \rho^* W_m(z) [\phi^T \omega + \theta_4^* r] + (\rho^* W_m(z) \cdot F_2(z) + 1) \cdot \Delta(z)u(k).$$

Definindo

$$\bar{\Delta}(z) = (\rho^* W_m(z) F_2 + 1) \Delta(z)$$

também

$$\eta(k) = \bar{\Delta}(z)u(k)$$

tem-se que:

$$y(k) = \rho^* W_m(z) [\phi^T(k)\omega(k) + \theta_4^* r(k)] + \eta(k)$$

com $y_m(k) = W_m(z)r(k)$ e $\rho^* = 1/\theta_4^*$:

$$e_1(k) = y(k) - y_m(k) = \rho^* W_m(z) [\phi^T(k)\omega(k)] + \eta(k). \quad (\text{B.15})$$

Para sistemas discretos não se pode garantir que $W_m(z)$ será estritamente positivo e real (*SPR*), não sendo possível a utilização do erro tal como dado em (B.15) para o

projeto da lei de adaptação paramétrica, visto que não é possível provar que o algoritmo resultante é estável. Portanto, define-se uma equação de erro aumentado e_a para o qual será possível demonstrar a estabilidade do algoritmo. O erro aumentado é dado por

$$e_a = \rho^* \phi^T \zeta + \tilde{\rho} \cdot e_2 + \eta \quad (\text{B.16})$$

onde:

e_2 é o sinal de aumento do erro;

$\tilde{\rho}$ é o erro na estimação da divisão do ganho da planta pelo ganho do modelo de referência;

$$\zeta(k) = W_m(z)\omega(k).$$

Para a implementação, é possível expressar o erro aumentado em uma forma computável:

$$e_a = e_1 + \rho \cdot e_2 \quad (\text{B.17})$$

A partir de (B.16) pode-se obter o seguinte algoritmo de adaptação paramétrica

$$\begin{aligned} \theta(k+1) &= \theta(k) - \text{sgn}(k_p) \gamma_d \frac{\zeta(k) \cdot e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} \\ \rho(k+1) &= \rho(k) - \gamma \frac{e_2(k) \cdot e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} \\ \bar{m}^2 &= m^2(k) + \zeta^T(k) \zeta(k) + e_2^2(k) \\ m^2(k+1) &= \delta_0(m^2(k) - 1) + u^2(k) + y^2(k) + 1 \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

onde:

γ e γ_d são ganhos das leis de adaptação, e

δ_0 é uma constante utilizada no normalizador para o projeto da robustez das leis de adaptação.

B.3 Análise de Estabilidade Robusta

Considerando uma função definida positiva:

$$\begin{aligned} V(k) &= \frac{|\rho^*|}{\gamma_d} \phi^T(k) \phi(k) + \frac{1}{\gamma} \tilde{\rho}^2(k) \\ \Delta V(k) &= V(k+1) - V(k) \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

Isto é:

$$\Delta V(k) = \frac{|\rho^*|}{\gamma_d} \phi^T(k+1)\phi(k+1) - \frac{|\rho^*|}{\gamma_d} \phi^T(k)\phi(k) + \frac{1}{\gamma} \tilde{\rho}^2(k+1) - \frac{1}{\gamma} \tilde{\rho}^2(k) \quad (\text{B.20})$$

Como $\phi = \theta - \theta^*$ e $\tilde{\rho} = \rho - \rho^*$:

$$\phi(k+1) = \phi(k) - \text{sgn}(k_p) \gamma_d \frac{\zeta(k) \cdot e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} \quad (\text{B.21})$$

$$\tilde{\rho}(k+1) = \tilde{\rho}(k) - \gamma \frac{e_2(k) \cdot e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} \quad (\text{B.22})$$

Substituindo (B.21) e (B.22) em (B.20), obtém-se:

$$\begin{aligned} \Delta V(k) = & \frac{|\rho^*|}{\gamma_d} \left[\phi^T(k) - \text{sgn}(k_p) \gamma_d \frac{\zeta^T(k) \cdot e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} \right] \cdot \left[\phi(k) - \text{sgn}(k_p) \gamma_d \frac{\zeta(k) \cdot e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} \right] \\ & - \frac{|\rho^*|}{\gamma_d} \phi^T(k)\phi(k) + \frac{1}{\gamma} \left[\tilde{\rho}(k) - \gamma \frac{e_2(k) \cdot e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} \right] - \frac{1}{\gamma} \tilde{\rho}^2(k) \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

Que pode ser simplificado para:

$$\begin{aligned} \Delta V(k) = & |\rho^*| \left[-2 \cdot \text{sgn}(k_p) \cdot e_a(k) \frac{\phi^T(k)\zeta(k)}{\bar{m}^2(k)} + \gamma_d \cdot e_a^2(k) \frac{\zeta^T(k)\zeta(k)}{\bar{m}^2(k) \cdot \bar{m}^2(k)} \right] \\ & - 2 \cdot e_2(k) \cdot \frac{\tilde{\rho}(k) \cdot e_1(k)}{\bar{m}^2(k)} + \gamma \frac{e_2^2(k) \cdot e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k) \cdot \bar{m}^2(k)} \end{aligned}$$

Que pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \Delta V(k) = & -2 \cdot \text{sgn}(k_p) |\rho^*| e_a(k) \frac{\phi^T(k) \cdot \zeta(k)}{\bar{m}^2(k)} - 2 \cdot e_2(k) \frac{\tilde{\rho}(k) \cdot e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} \\ & + \left(|\rho^*| \gamma_d \frac{\zeta^T(k) \cdot \zeta(k)}{\bar{m}^2(k)} + \gamma \frac{e_2^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \right) \frac{e_a^2}{\bar{m}^2(k)} \end{aligned}$$

Levando em conta que $\text{sgn}(k_p) \cdot |\rho^*| = \rho^*$ e introduzindo um termo $+\eta - \eta$, obtém-se:

$$\begin{aligned} \Delta V(k) = & -2 \frac{e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} \left[\rho^* \phi^T(k)\zeta(k) + \tilde{\rho}(k)e_2(k) + \eta - \eta \right] \\ & + \left(|\rho^*| \gamma_d \frac{\zeta^T(k) \cdot \zeta(k)}{\bar{m}^2(k)} + \gamma \frac{e_2^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \right) \frac{e_a^2}{\bar{m}^2(k)} \end{aligned}$$

Considerando que $e_a(k) = \rho^* \cdot \phi^T(k)\zeta(k) + \tilde{\rho}(k) \cdot e_2(k) + \eta$, obtém-se:

$$\Delta V(k) = -2 \frac{e_a(k)^2}{\bar{m}^2(k)} + 2 \frac{e_a(k)}{\bar{m}^2(k)} \eta + \left(|\rho^*| \gamma_d \frac{\zeta^T(k) \cdot \zeta(k)}{\bar{m}^2(k)} + \gamma \frac{e_2^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \right) \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2(k)}$$

Que pode ser reescrito como:

$$\Delta V(k) = - \left(1 - \frac{|\rho^*| \gamma_d \zeta^T(k) \cdot \zeta(k) + \gamma e_2^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \right) \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2} + 2 \frac{e_a(k) \cdot \eta}{\bar{m}^2} - \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2}$$

Que, por sua vez, pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \Delta V(k) = & - \left(1 - \frac{|\rho^*| \gamma_d \zeta^T(k) \cdot \zeta(k) + \gamma e_2^2(k)}{\bar{m}^2(k)} \right) \frac{e_a^2(k)}{\bar{m}^2} \\ & - \left(\frac{e_a(k)}{\bar{m}} - \frac{\eta}{\bar{m}} \right)^2 + \frac{\eta^2}{\bar{m}^2} \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

Teorema B.3.1. *A estrutura de controle (B.3) - (B.6) e (B.17) com o algoritmo adaptativo (B.18) garante a limitação dos seguintes sinais na malha fechada (STEFANELLO, 2010):*

- i) $|\eta|/m \leq \Delta_0$ onde $\Delta_0 \in \mathcal{L}_\infty$;
- ii) e_a/\bar{m} , $e_a m/\bar{m}^2$, $e_a/\bar{m}^2 \in \mathcal{S}(\Delta_0^2/h^2)$ e $h \in (0, 1)$;
- iii) $|\Delta\theta_i(k)| \in \mathcal{S}((\gamma_d + \lambda\gamma_s)^2 \Delta_0^2/h^2) \forall k > 0, i = 1, \dots, 2n_0$ onde $\Delta\theta_i(k) = \theta_i(k) - \theta_i(k-1)$ e $h \in (0, 1)$;
- iv) $\|\omega_1\|/m$, $\|\omega_2\|/m \in \mathcal{L}_\infty$;
- v) $|y|/m$, $|u|/m \in \mathcal{L}_\infty$;
- vi) $\|\omega\|/m \in \mathcal{L}_\infty$;
- vii) $\|\zeta\|/m \in \mathcal{L}_\infty$;
- viii) $e_2/m \in \mathcal{L}_\infty$;
- ix) $m^2(k+1)/m^2(k) \in \mathcal{L}_\infty$.