

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

MARLON JACQUES OLIVEIRA

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS FORMADOS POR
BARRAS NA SIMULAÇÃO DE PROCESSO DE RUPTURA DE MATERIAIS QUASE
FRÁGEIS**

**Alegrete
2017**

MARLON JACQUES OLIVEIRA

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS FORMADOS POR
BARRAS NA SIMULAÇÃO DE PROCESSO DE RUPTURA DE MATERIAIS QUASE
FRÁGEIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Vicente Bergamini Puglia

**Alegrete
2017**

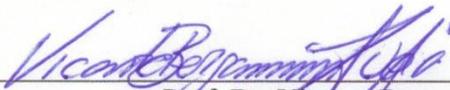
MARLON JACQUES OLIVEIRA

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS FORMADOS
POR BARRAS NA SIMULAÇÃO DE PROCESSO DE RUPTURA DE
MATERIAIS QUASE FRÁGEIS**

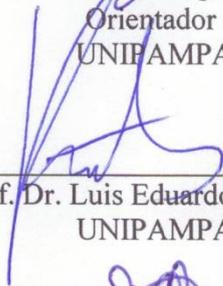
Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Engenharia
Mecânica da Universidade Federal do
Pampa, como requisito parcial para
obtenção do Título de Bacharel em
Engenharia Mecânica.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 3 de julho de 2017

Banca examinadora:



Prof. Dr. Vicente Bergamini Puglia
Orientador
UNIPAMPA



Prof. Dr. Luis Eduardo Kostas
UNIPAMPA



Prof. Dr. Ederi Marangon
UNIPAMPA

49 Oliveira, Marlon Jacques Oliveira

Aplicação do Método dos Elementos Discretos formado por barras na simulação do processo de ruptura de materiais quase-frágeis / Marlon Jacques Oliveira.

63 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Federal do Pampa, BACHAREL EM ENGENHARIA MECÂNICA, 03/07/2017.
"Orientação: Vicente Bergamini Puglia".

1. Materiais heterogêneos quase frágeis. 2. LDEM. 3. Tensão e deformação
I. Aplicação do Método dos Elementos Discretos formado por barras na simulação do processo de ruptura de materiais quase-frágeis.

Dedico este trabalho aos meus pais, pois forneceram um amplo apoio durante a minha formação, a eles a minha gratidão.

AGRADECIMENTO

Agradeço ao Altíssimo Deus por ter me concedido vida, saúde e perseverança ao longo desses anos de vida.

Ao meu pai Jacques, a minha mãe Ercília e ao meu irmão Welton por terem muita paciência comigo durante esse período de graduação.

Ao professor Vicente Bergamini Puglia que prontamente aceitou a ser meu orientador e pela sua intensa contribuição e paciência para a realização desse trabalho.

Aos demais, professores, amigos e colegas que colaboraram de maneira significativa com a minha formação profissional e pessoal durante esses anos de convivência.

“O conhecimento dirige a prática; no entanto a prática aumenta o conhecimento”.

Thomas Fuller

RESUMO

Os materiais classificados como heterogêneos quase frágeis, dentre eles a cerâmica, possui uma natureza aleatória que deve ser analisada para representar corretamente as suas propriedades mecânicas. Quando esses materiais são submetidos a estados de tensões e deformações, em situações particulares, pode ocorrer a falha catastrófica da estrutura. O método dos elementos discretos formado por barras (*Lattice Discrete Element Method*- LDEM) é um algoritmo computacional que permite simular o comportamento dos materiais heterogêneos quase frágeis até a sua ruptura. O método consiste em representar as massas concentradas dos materiais em pontos nodais e a sua rigidez em elementos unidimensionais. O objetivo desse trabalho é comparar os valores das propriedades mecânicas de materiais cerâmicos refratários obtidos por meio de estudos experimentais com os resultados fornecidos pelo método dos elementos discretos formados por barras (LDEM) como também realizar carregamento de tração e compressão em modelos de diferentes tamanhos variando as suas condições de contorno. Como resultado desse trabalho é possível observar a convergência de resultados obtidos com a simulação com o LDEM com os resultados obtidos experimentalmente e verificar a influência das condições de contorno adotadas nos resultados finais.

Palavras-Chave: Materiais heterogêneos quase frágeis, Método Elementos discretos formados por barras (LDEM), Tensão e deformação.

ABSTRACT

The materials classified as heterogeneous almost fragile, among them the ceramics, has a random nature that must be analyzed to represent correctly its mechanical properties. When these materials are submitted to states of stresses and deformations, in particular situations, a catastrophic failure of the structure may occur. The method of discrete elements formed by bars (Lattice Discrete Element Method - LDEM) is a computational algorithm that allows simulating the behavior of almost fragile heterogeneous materials until their rupture. The method consists of representing as concentrated masses of materials in nodal points and their rigidity in one-dimensional elements. The objective of this work is to compare the values of the mechanical properties of refractory ceramic materials obtained through experimental studies with the results provided by the by Lattice Discrete Element Method (LDEM) as well as load tensile and compression loads in models of different sizes varying its boundary conditions. As a result of this work it is possible to observe the convergence of results obtained with a simulation with the LDEM with the results obtained experimentally and to verify the influence of the boundary conditions adopted in the final results.

Keywords: heterogeneous materials quasi-fragile, Lattice Discrete Elements Method, Stress and strain.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo cúbico de Método dos Elementos Discretos.....	18
Figura 2 – Trinca elíptica em uma placa.....	21
Figura 3 – Placa infinita usada por Griffith.....	23
Figura 4 – Os Três modos existentes de fratura.....	24
Figura 5 – Amostra cúbica presente no LDEM – (a) amostra cubica básica e (b) prisma formado por vários módulos cúbicos básicos.....	26
Figura 6 - Esquema simplificado de funcionamento do LDEM.....	28
Figura 7 – Sólido cubico de dimensão $LxLxL$	29
Figura 8 – Módulo do LDEM de dimensões $LxLxL$	29
Figura 9 – Lei constitutiva bilinear.....	31
Figura 10 – Perturbação da malha.....	36
Figura 11 – Vistas do modelo simulado, (a) vista superior, (b) vista frontal e (c) vista lateral.....	39
Figura 12 – Curvas características do ensaio de tração direta.....	40
Figura 13 – Modo de fratura do material submetido ao carregamento de tração direta.....	40
Figura 14 – Esquema das condições de contorno impostas no engaste e deslocamento prescrito.....	41
Figura 15 – Modelos submetidos ao carregamento de compressão e tração uniaxial, (a) vista superior, (b) modelo 32x32x24mm, (c) modelo 32x64x24mm e (d) modelo 32x128x24mm.....	42
Figura 16 – Esquema das condições de engaste e carregamento na simulação numérica, (a) tração uniaxial e (b) compressão uniaxial.....	43
Figura 17 – Tipo de engaste dos modelos.....	43
Figura 18 - Condições de contorno adotadas na simulação numérica.....	44
Figura 19 - Curvas tensão vs. deformação 80% de Argila Caulim e 20% de Sílica, resultados experimentais e numéricos.....	45
Figura 20 - Energia presentes durante a simulação numérica.....	46
Figura 21 - Configuração final do corpo de prova após a simulação numérica.....	46
Figura 22 - Curvas tensão vs deformação, resultado experimental (3F) e numérico (LDEM).....	47

Figura 23 - Curvas tensão vs deformação, resultado experimental (6F) e numérico (LDEM).....	47
Figura 24 - Curvas tensão vs deformação, resultado experimental (9F) e numérico (LDEM).....	48
Figura 25 - Segunda condição de contorno adotada para a simulação numérica.....	48
Figura 26 - Curvas tensão vs deformação 80% de Argila Caulim e 20% de Sílica, resultados experimentais e numéricos para uma segunda condição de contorno adotada.....	49
Figura 27 - Energia envolvidas durante a simulação numérica para a segunda condição de contorno.....	50
Figura 28 - Aparência do corpo de prova após o término da simulação.....	50
Figura 29 – Energia de Dano vs Deformação em função das condições de engaste e carregamento.....	51
Figura 30 – Modelo 32x32x24 mm submetido ao carregamento de tração.....	52
Figura 31 – Energia de Dano vs Deformação para o modelo 32x32x24 mm submetido ao carregamento de tração.....	52
Figura 32 - Modelo 32x64x24 mm submetido ao carregamento de tração.....	53
Figura 33 - Energia de Dano vs Deformação para o modelo 32x64x24 mm submetido ao carregamento de tração.....	53
Figura 34 - Modelo 32x128x24 mm submetido ao carregamento de tração.....	54
Figura 35 - Energia de Dano vs Deformação para o modelo 32x128x24 mm submetido ao carregamento de tração.....	54
Figura 36 – Configuração final da fratura do modelo 32x32x24mm, submetido ao carregamento de tração.....	55
Figura 37 - Configuração final da fratura do modelo 32x64x24mm, submetido ao carregamento de tração.....	55
Figura 38 - Configuração final da fratura do modelo 32x128x24mm, submetido ao carregamento de tração.....	55
Figura 39 - Modelo 32x32x24 mm submetido ao carregamento de compressão....	56
Figura 40 - Energia de Dano vs Deformação para o modelo 32x32x24 mm submetido ao carregamento de compressão.....	57
Figura 41 - Modelo 32x64x24 mm submetido ao carregamento de compressão.....	57

Figura 42 - Energia de Dano vs Deformação para o modelo 32x64x24 mm submetido ao carregamento de compressão.....	58
Figura 43 - Modelo 32x128x24 mm submetido ao carregamento de compressão...	59
Figura 44 - Energia de Dano vs Deformação para o modelo 32x128x24 mm submetido ao carregamento de compressão.....	59
Figura 45 – Aspecto de ruptura taça cone dos modelos (a) 32x32x24 mm e (b) 32x64x24 mm, (c) 32x128x24mm.....	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dimensões dos modelos utilizados na simulação em LDEM.....	38
Tabela 2 - Nomenclatura das cerâmicas refratárias.....	39
Tabela 3 - Propriedades dos elementos cúbicos para as cerâmicas R, 3F, 6F e 9F.....	41
Tabela 4 - Modelos para a tração e compressão uniaxial.....	42
Tabela 5 - Propriedades mecânicas obtidas experimentalmente e através do LDEM.....	45
Tabela 6 - Propriedades mecânicas obtidas experimentalmente e através do LDEM, com uma segunda condição de contorno adotada.....	49

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LDEM – Método dos Elementos Discretos formado por barras

$\sigma_{eq\ máx}$ - Tensão máxima equivalente

$\sigma_{eq\ rup}$ - Tensão de escoamento ou ruptura do material

F - Condições de contorno

T* - Temperatura

F* - Velocidade aplicada da carga

a – Comprimento da trinca

W - Potencial das forças externas aplicada sobre o corpo;

U - Energia de deformação interna;

γ - Energia de superfície do material;

A - Área de superfície da trinca formada em uma placa de espessura B com uma trinca interna de comprimento $2a$.

r – Raio na ponta da trinca

σ_{cal} – Tensão na ponta da trinca

X_{cal} - Parâmetro calculado,

X_{mat} - Parâmetro característico do material

B – Espessura analisada

σ_f - Tensão aplicada que provoca a ruptura da placa;

E - Módulo de Young

γ_p - Trabalho plástico

K - Fator de intensidade de tensão

σ_{ij} - Tensor das tensões;

K_I - Fator de intensidade de Tensões para o Modo I;

$f_{ij}(\theta)$ - Função relativa à geometria e forma do carregamento do corpo sólido;

θ - Ângulo que define a posição do ponto considerado, relativamente a um sistema de coordenadas polares posicionados na raiz da trinca

σ - Tensão existente na estrutura no local da trinca considerando a ausência da mesma

φ - Coeficiente dependente da geometria do problema em questão

K_{IC} - Tenacidade a fratura modo I

$f(a_c/W)$ - Parametro de carregamento e de forma

J - Constantes determinadas empiricamente

b_0 - Constantes determinadas empiricamente

b - Tamanho da amostra.

L - comprimento do lado do módulo cúbico

m_{modulo} – Massa do módulo

ρ – Densidade do material

A_l - area longitudinal

C_p - Velocidade de propagação das ondas longitudinais

G_f - Energia especifica de fratura

ε – Deformação

ν – Coeficiente de Poisson

R_f - Fator de falha

M – Matriz massa

C – Matriz de amortecimento

$W(G_f)$ – Função de Weibull

$\vec{F}_r(t)$ – Vetor que contém as Forças nodais internas

$\vec{P}(t)$ – Vetor que contém as Forças nodais externas

\ddot{x} – Vetor aceleração

\dot{x} – Vetor velocidade

A - Área real de fratura

μ – Média

s - Desvio padrão

Kr - Coeficiente da propriedade do material

x_n, y_n, z_n - Coordenadas nodais

r_x, r_y, r_z - Número aleatório com distribuição normal

$CV(G_f)$ - Coeficiente de variação da tenacidade

β - Parâmetros de escala

γ - Parâmetros de forma.

LCO - Comprimento da barra

Γ - Energia dissipada pela fratura

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
1.1 Objetivos.....	18
1.2 Organização do Trabalho.....	18
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	20
2.1 Mecânica da fratura	19
2.2 Fator de Intensidade de tensão.....	23
2.3 Método dos Elementos Discretos	25
2.4 Modelo constitutivo não linear	27
2.5 Lei constitutiva bilinear ou modelo de Hillerborg.....	30
2.6 Parâmetros aleatórios nas propriedades do material simulado	33
2.7 Perturbação da malha.....	34
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	36
4 METODOLOGIA.....	37
4.1 Simulação do carregamento de tração direta de um material cerâmico	37
4.2 Simulação numérica para um carregamento de tração e compressão uniaxial sob diferentes condições de engaste.....	42
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	43
5.1 Comparação dos resultados do ensaio de tração direta com os resultados obtidos com o LDEM.....	44
5.2 Carregamento de Tração uniaxial	51
5.3 Carregamento de compressão uniaxial	55
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	60
6.1 Conclusões.....	61
6.2 Trabalhos Futuros	62
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	63

1 INTRODUÇÃO

A mecânica da fratura é uma área da mecânica dos sólidos que despertou um grande interesse por parte da comunidade acadêmica ao longo dos anos, pois tem se observado que existem situações em que a falha de componentes estruturais tenha ocorrido a partir de trincas com tensões muito abaixo daquelas estabelecidas como limites de projetos.

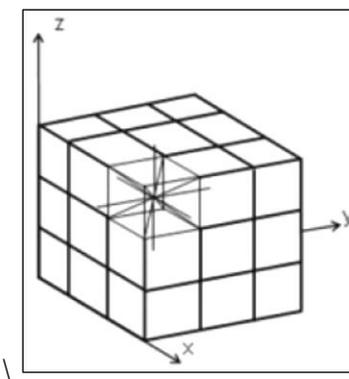
Este tipo de falha é classificado como fratura frágil, que é ocasionada por concentradores de tensões que atuam no sentido de restringir a deformação plástica.

A mecânica da fratura visa determinar as condições específicas que uma trinca, pode levar a falha repentina de um componente em tensões admissíveis durante o seu regime de trabalho.

Com o avanço da informática no decorrer da segunda metade do século 20, um conjunto de métodos computacionais foi implantado para solucionar os problemas relacionados com a mecânica dos sólidos, dentre eles pode-se citar o método dos elementos discretos.

O Método dos Elementos Discretos formados por barras (LDEM) permite simular a ruptura dos materiais quase frágeis. Esse método consiste em discretizar o meio contínuo em barras que compõem treliças dispostas no espaço, onde as massas estão concentradas nos nós e as rigidezes das barras representam o comportamento do meio contínuo.

Figura 1 – Modelo cúbico de Método dos Elementos Discretos.



Fonte: Adaptado de Puglia (2014, p. 2).

Este trabalho apresenta um estudo que correlaciona às propriedades mecânicas de materiais classificados como frágeis, obtidos por meio da literatura e comparados com os resultados obtidos através do Método de Elementos Discretos formados por barras (LDEM).

1.1 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é realizar simulações utilizando o Método dos Elementos Discretos formados por barras (LDEM) para avaliar se os resultados obtidos estão próximo aos encontrados na literatura como também avaliar as condições de contorno as quais o ensaio é realizado.

Os objetivos específicos são:

- Simular um ensaio de tração direta e comparar com os resultados obtidos experimentalmente por Stochero (2015).
- Realizar simulações numéricas de carregamento de tração e compressão uniaxial em modelos de diferentes tamanhos para verificar a influência das condições de contorno impostas nos resultados obtidos.
- Visualizar as configurações de fraturas dos modelos para o carregamento de tração e compressão uniaxial.

1.2 Organização do Trabalho

O trabalho desenvolvido contém seis capítulos, sendo o primeiro capítulo a introdução.

O capítulo dois apresenta a fundamentação teórica, que se inicia pela mecânica da fratura seguido pelo Método dos Elementos Discretos formado por barras (LDEM).

No terceiro capítulo é apresentado à revisão bibliográfica, sobre os estudos que foram realizados com o Método de Elementos Discretos formado por barras (LDEM).

O capítulo quatro caracteriza a metodologia empregada na simulação utilizando o LDEM

No quinto capítulo são apresentados os resultados e discussões das simulações numéricas de tração e compressão.

No sexto capítulo são mostradas as conclusões desse trabalho como também as sugestões para futuros trabalhos.

Por fim, são apresentadas as referências bibliográficas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo apresenta uma breve explanação teórica, que se inicia pela mecânica da fratura, seguida pelo efeito de escala e por último, o método dos elementos discretos formados por barras (LDEM).

2.1 Mecânica da fratura

Em projetos realizados em engenharia é frequentemente evitada a ocorrência de falhas por deformação plástica, pois o coeficiente de segurança estabelecido está em função da razão entre a tensão de escoamento ou ruptura do material isotrópico pela tensão admissível equivalente de serviço da estrutura. A tensão equivalente admissível pode ser obtida através da teoria de Tresca, de von Misses ou entre outras teorias presentes na literatura.

No âmbito da resistência dos materiais, desconsidera-se a possibilidade da existência de defeitos e descontinuidades, como também os seus efeitos, que possam existir no material. Essa definição é estabelecida pela equação 1, que apresenta as variáveis envolvidas no cálculo da tensão admissível equivalente com a tensão de escoamento ou ruptura do material.

$$\sigma_{eq\ máx}(F, Geometria) \leq \sigma_{material}(material, T^*, F^*) \quad \dots(1)$$

Sendo:

$\sigma_{eq\ máx}$: Tensão máxima equivalente;

$\sigma_{eq\ rup}$: Tensão de escoamento ou ruptura do material;

F: Condições de contorno;

T^* : Temperatura;

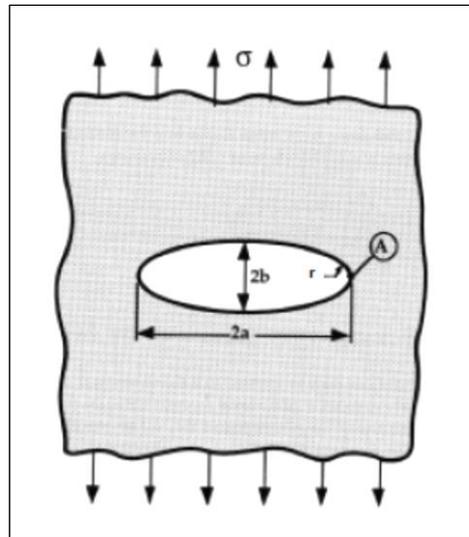
F^* : Velocidade aplicada da carga.

O foco principal da mecânica da fratura é determinar se uma trinca poderá levar a uma fratura repentina da estrutura analisada e possibilitar a determinação o quanto a estrutura está segura com a sua presença. Outro aspecto relevante da mecânica da fratura consiste em fornecer ao projetista a tenacidade do material, que por sua vez, permite conceber projetos que conciliam a segurança e a viabilidade econômica.

A existência de defeitos pode ser inerente ao material, ao processo de fabricação ou originado durante o serviço da estrutura. Em regiões de alta concentração de tensão como em filetes, redução brusca de seção, rasgo de chaveira e outras descontinuidades é comum o aparecimento de trincas.

Em uma placa com uma trinca elíptica central (figura 2), tracionada pelos extremos superior e inferior, cujo comprimento é muito maior que $2b$ e a largura muito maior que $2a$ (placa infinita), Inglis (1913) mostrou que a tensão na ponta da trinca é expressa pela equação 2, onde σ é a tração aplicada à placa e $r = b^2/a$ é o raio de curvatura da ponta da elipse.

Figura 2 – Trinca elíptica em uma placa.



Fonte: Adaptado de Colpo (2016, p. 23).

$$\sigma_{cal} = \sigma \left(1 + 2 \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}} \right) \quad \dots(2)$$

Caso considere uma trinca com ponta aguda (raio de curvatura igual à zero), a máxima tensão calculada em sua ponta tenderá ao infinito, porém isso não ocorre na realidade, pois existem estruturas que possuem trincas e resistem com segurança a valores de tensões finitas.

Em estruturas com defeitos, deve-se considerar os critérios da mecânica da fratura, que compara os parâmetros do material e da estrutura, desconsiderando a comparação das tensões equivalentes. Um parâmetro alternativo X é estabelecido, sendo X_{cal} , parâmetro calculado, menor que X_{mat} (equação 3), parâmetro característico do material, o que garante a integridade da estrutura trincada. O parâmetro X_{cal} depende da condição de contorno (F), da geometria e do

tamanho da trinca. O X_{mat} depende da espessura analisada (B), da temperatura (T^*) e da velocidade de aplicação da carga (F^*).

$$X_{calc}(F, Geometria, a) = X_{mat}(B, T^*, F^*) \quad \dots(3)$$

Em situações onde existe a possibilidade de ocorrer fratura desconsiderando a deformação plástica, a metodologia presente na mecânica da fratura linear elástica (MFLE) é empregada.

Griffith (1920) é considerado o precursor no desenvolvimento da teoria da Mecânica da Fratura. Ele realizou uma série de experimentos envolvendo fibras de vidro de diferentes espessuras e observou que quanto menor a espessura maior era a resistência oferecida pela fibra de vidro, valor que se aproximava do valor teórico. Resultado que o levou a concluir que quanto maior a espessura do material menor a sua resistência mecânica, em função de uma maior probabilidade da presença de defeitos ou trincas no seu interior ou em sua superfície.

Em seus estudos Griffith observou que quando uma trinca surge em uma placa de material elástico submetido à tração, um balanço de energia ocorre, com o aumento da energia de superfície relacionado com a presença da trinca e com o decréscimo da energia potencial, que engloba o trabalho realizado pelas forças externas e a liberação da energia elástica armazenada. A equação 4 representa esse balanço energético.

$$\frac{dw}{dA} - \frac{dU}{dA} = \gamma \quad \dots(4)$$

Sendo:

w : Potencial das forças externas aplicada sobre o corpo;

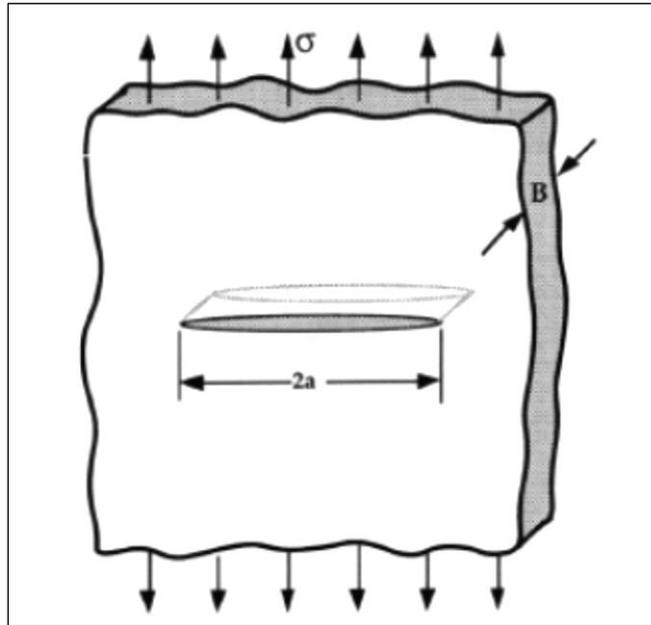
U : Energia de deformação interna;

γ : Energia de superfície do material;

A : Área de superfície da trinca formada em uma placa de espessura B com uma trinca interna de comprimento $2a$.

Analisando novamente a placa infinita contendo uma trinca central elíptica cujo comprimento é igual a $2a$ (figura 3), sujeita a uma tensão uniforme. A equação 5, deduzida por Griffith, fornece a tensão na trinca para o estado plano de tensão.

Figura 3 – Placa infinita usada por Griffith.



Fonte: Adaptado de Kostaski (2008, p. 10).

$$\sigma_f = \frac{\sqrt{2E\gamma_s}}{\sqrt{\pi a}} \quad \dots(5)$$

Sendo:

σ_f : Tensão aplicada que provoca a ruptura da placa;

a : Comprimento da trinca;

E : Módulo de Young;

A teoria de Griffith era somente utilizada em materiais frágeis, o que restringia em muito a sua aplicação. A solução foi encontrada através dos estudos realizados por Orowan e Irwin (1948) que modificaram a equação 5 com a inclusão da parcela do trabalho plástico γ_p , resultando na equação 6.

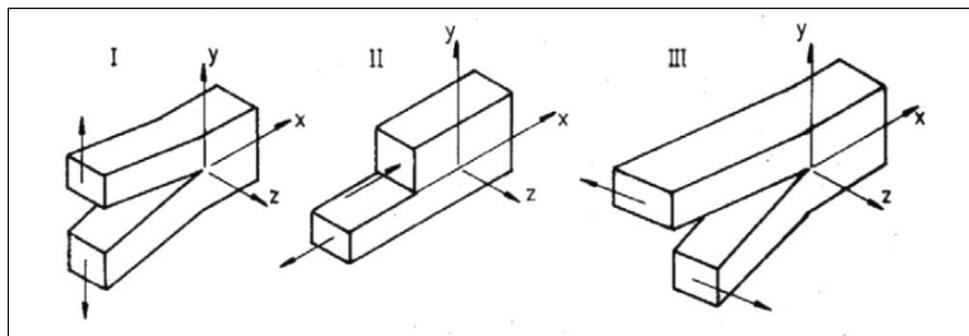
$$\sigma_f = \frac{\sqrt{2E(\gamma_s + \gamma_p)}}{\sqrt{\pi a}} \quad \dots(6)$$

2.2 Fator de Intensidade de tensão

Westergaard (1927) através dos conceitos presentes na teoria de elasticidade estabeleceu a natureza de como as tensões se distribuem na ponta da trinca por meio de análise de tensões.

Com base na solução desenvolvida por Westergaard, Irwin (1957) introduziu o fator de intensidade de tensão K, que pode ser definido como o parâmetro que amplia a tensão local frente à raiz da trinca. Em função do deslocamento da superfície da trinca, os materiais sólidos possuem três modos básicos de fratura (figura 4).

Figura 4 – Os Três modos existentes de fratura.



Fonte: Adaptado de Puglia (2014, p. 12).

- I. No modo I, o carregamento principal é de tração, que é aplicado na direção do eixo y. O modo de fratura mais comum de ser encontrado e simulado é o modo I, por esse motivo todo o desenvolvimento a seguir é realizado considerando esse modo de fratura.
- II. O modo II corresponde ao carregamento de cisalhamento puro, pois a duas superfícies tende a deslizar uma sobre a outra na direção do eixo x.
- III. O modo III corresponde ao carregamento de torção

Irwin determinou através da equação 7, para o modo I, o campo de tensões adjacentes à ponta da trinca, considerando que r tenha um valor pequeno.

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot f_{ij}(\theta) \quad \dots(7)$$

Sendo:

σ_{ij} : Tensor das tensões;

K_I : Fator de intensidade de Tensões para o Modo I;

$f_{ij}(\theta)$: Função relativa à geometria e forma do carregamento do corpo sólido;

(θ) : Ângulo que define a posição do ponto considerado, relativamente a um sistema de coordenadas polares posicionados na raiz da trinca.

O fator de intensidade de tensão é função do carregamento e da geometria, o seu módulo pode ser encontrado através da equação 8.

$$K_I = \varphi \sigma \sqrt{\pi a} \quad \dots(8)$$

Sendo:

σ : Tensão existente na estrutura no local da trinca considerando a ausência da mesma;

φ : Coeficiente dependente da geometria do problema em questão;

a : Comprimento da trinca observada.

A partir do momento que o fator de intensidade de tensão ultrapassa um valor limite, conhecido como Tenacidade à fratura (K_{IC}), a trinca se propagara pela estrutura. A tenacidade à fratura, representada pela equação 9, é uma propriedade mecânica do material cuja unidade é $MPa \cdot m^{1/2}$

$$K_{IC} = \sigma_f \sqrt{\pi a_c} \cdot f(a_c/W) \quad \dots(9)$$

Sendo:

σ_f : Tensão de ruptura aplicada externamente;

a_c : Tamanho crítico da trinca;

K_{IC} : Tenacidade a fratura modo I;

$f(a_c/W)$: Parametro de carregamento e de forma.

Em materiais cujo comportamento na ponta da trinca não é mais compatível com os critérios presentes na elasticidade linear, então a fratura não pode ser modelada de acordo com

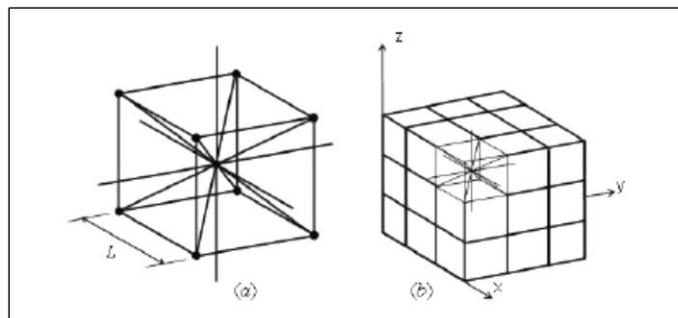
a MFLE, nessa situação se emprega as metodologias presentes na Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP), dentre elas a técnica do CTOD e a integral J.

2.3 Método dos Elementos Discretos

Na grande maioria das vezes os problemas presentes na mecânica dos sólidos são resolvidos com a adoção da hipótese do meio contínuo, que fornecem soluções que satisfazem as condições de contorno imposta. Contudo na iminência de ruptura do sólido, torna-se complexa a aplicação da hipótese do meio contínuo. O método dos elementos discretos não utiliza a hipótese do meio contínuo na modelagem de problemas que envolvam materiais susceptíveis a fratura.

O método dos Elementos Discretos representa o meio contínuo através de um arranjo espacial de barras na configuração de treliças cuja rigidez equivale ao meio a ser modelado, onde as massas estão concentradas em nós. A figura 5 mostra o sistema cúbico de comprimento L, cada módulo cúbico básico é formado por 20 barras e 9 nós com três graus de liberdade que corresponde aos três componentes do vetor deslocamento em um sistema de referencia global.

Figura 5 – Amostra cúbica presente no LDEM – (a) amostra cubica básica e (b) prisma formado por vários módulos cúbicos básicos.



Fonte: Adaptado de Puglia (2014, p. 21).

A soma total da massa concentradas no nós é igual a massa do módulo, $m_{modulo} = \rho \cdot L^3$, ρ é a densidade do material. Dessa maneira, a metade da massa do módulo é aplicado ao nó central do módulo cubico, $m_{modulo} = 0,5\rho \cdot L^3$, a outra metade é distribuida uniformemente entre os oito nós dos vértices.

No caso de um material elástico isotrópico, os elementos longitudinais, determinam os eixos dos módulos e conecta os nós no centro dos módulos, possuem área longitudinal A_l ,

calculada pela equação 10. Similarmente a área dos elementos da diagonal é calculada pela equação 11.

$$A_l = \phi L^2 \quad \dots(10)$$

$$A_d = \frac{2}{\sqrt{3}} \delta \cdot \phi \cdot L^2 \quad \dots(11)$$

Nos sólidos isotrópicos, as funções $\phi=(9+8\delta)/(18+24\delta)$ e $\delta=9\nu(4-8\nu)$ possuem uma equivalência completa entre o modelo discreto com o meio contínuo isotrópico, quando o módulo de $\nu = 0,25$. Quando $\nu \neq 0,25$, diferenças surgem em termos de corte, contudo em um intervalo de $0,20 \leq \nu \leq 0,30$ essas diferenças podem ser desconsideradas, sendo ν o coeficiente de Poisson do sólido. Para valores fora desse intervalo, uma diferente matriz de elementos para formar o módulo cúbico deve ser utilizada (Nayfeh e Hefzy, 1978).

Para cada nó é aplicado a segunda lei de Newton, com o propósito de obter o sistema de equações.

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + \vec{F}_r(t) - \vec{P}(t) = 0 \quad \dots(12)$$

Sendo \ddot{x} e \dot{x} respectivamente os vetores de aceleração e velocidade nodais, M é a matriz de massas nodais e C a de amortecimento, nesse caso particular as duas matrizes são consideradas diagonais. $\vec{F}_r(t)$ e $\vec{P}(t)$ são os vetores que representam respectivamente as forças nodais internas e externas.

A cada incremento de tempo as coordenadas nodais são atualizadas, que por sua vez, grandes deslocamentos são contabilizados de forma eficiente e natural. O Método dos Elementos Discretos formados por barras (LDEM) tem uma ampla flexibilidade para a modelagem de falhas que podem ser inseridas como características próprias ou como efeito da nucleação e difusão da trinca.

Um intervalo de tempo Δt mínimo no processo de integração assegura a estabilidade do método de integração, calculado pela equação 13.

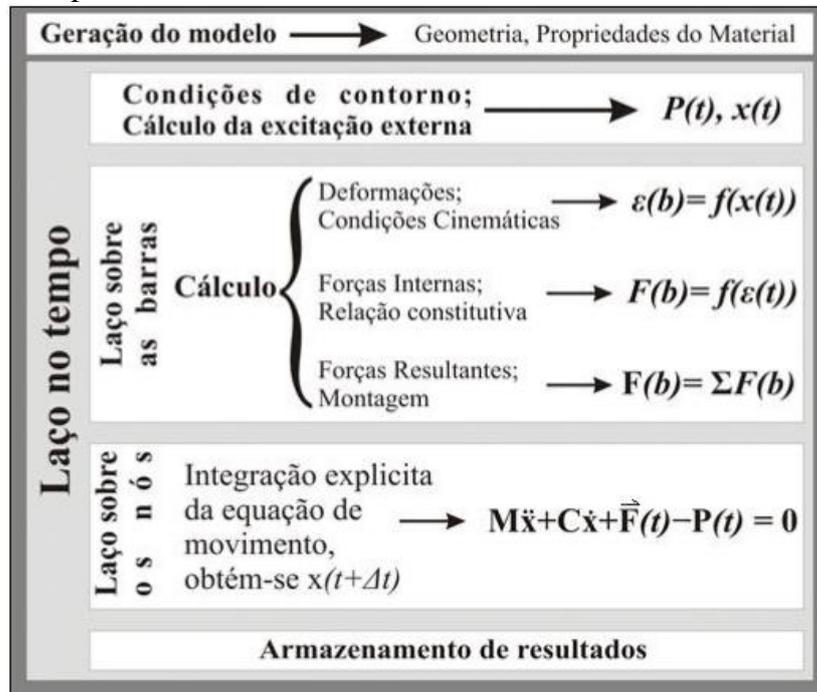
$$\Delta t \leq \frac{0,6L}{C_p} \quad \dots(13)$$

Onde C_p é a velocidade de propagação das ondas longitudinais, dado pela equação 14

$$C_p = \sqrt{E} / \sqrt{\rho} \quad \dots(14)$$

Hayashi (1982) verificou a convergência de soluções utilizando o LDEM tanto em problemas de elasticidade linear como também em problemas de instabilidade elástica. A figura 6 ilustra um esquema do funcionamento do LDEM.

Figura 6 - Esquema simplificado de funcionamento do LDEM.

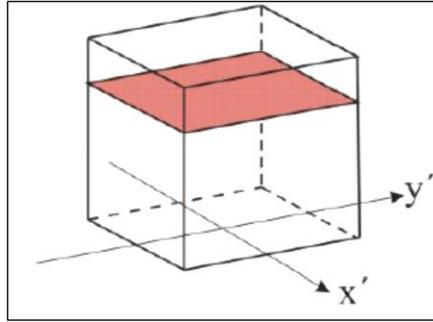


Fonte: Adaptado de Puglia (2014, p. 23).

2.4 Modelo constitutivo não linear

O modelo leva em consideração a energia dissipada da fratura no processo de ruptura, sendo que a energia dissipada na ação de ruptura do material contínuo seja análoga a sua representação discreta. A energia dissipada pela fratura de um cubo de dimensões $L \times L \times L$ (figura 7) é calculada pela equação 15.

Figura 7 – Sólido cubico de dimensão $L \times L \times L$.



Fonte: Adaptado de Puglia (2014, p. 24).

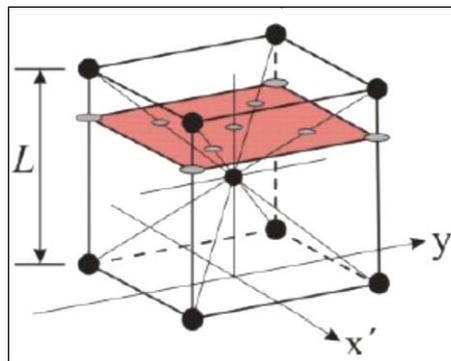
$$\Gamma = G_f \Lambda = G_f L^2 \quad \dots(15)$$

Onde Λ é a área de fratura atual. Entretanto a energia dissipada quando o módulo do LDEM de dimensões $L \times L \times L$ é fraturado em duas partes, considera-se a contribuição de cinco elementos longitudinais (quatro coincidentes com os eixos do módulo e um interno) e quatro elementos diagonais ($L_d = 2/(\sqrt{3} L)$). A energia dissipada pela fratura de um módulo do LDEM é obtida através da equação 16.

$$\Gamma_{DEM} = G_f \left(4.0,25. C_A + C_A + 4. C_A. \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 \right) L^2 \quad \dots(16)$$

Os quatro elementos dos eixos são considerados no primeiro termo da soma, o elemento longitudinal interno é considerado no segundo termo e a contribuição dos quatros elementos diagonais é considerado no terceiro termo.

Figura 8 – Módulo do LDEM de dimensões $L \times L \times L$.



Fonte: Adaptado de Puglia (2014, p. 24).

C_A é um parâmetro de escala necessário para garantir a equivalência entre Γ e Γ_{DEM} . Portanto as equações 15 e 16 se resultam em:

$$G_f L^2 = G_f \left(\frac{22}{3} C_A \right) L^2 \quad \dots(17)$$

É fundamental que $C_A = 3/22$ para que exista a equivalência entre Γ e Γ_{DEM} . Para as barras longitudinais e diagonais a área de fratura equivalente $A_i^f = C_A L_i^2$ é descrita pela equação 18.

$$A_i^f = (3/22)L^2, A_d^f = (4/22)L^2 \quad \dots(18)$$

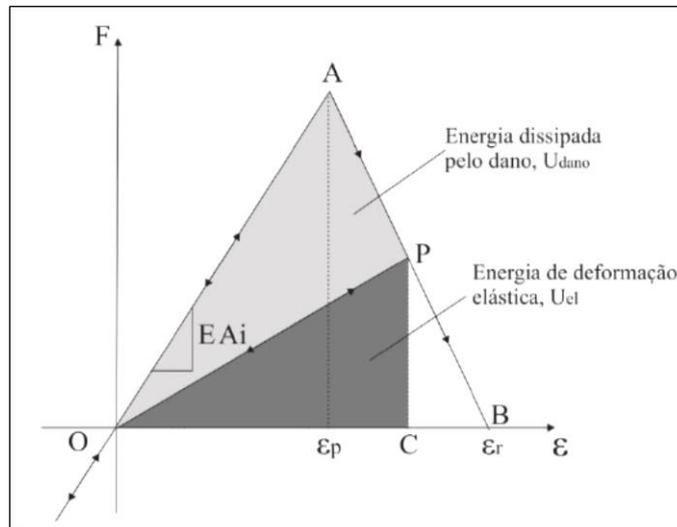
No momento que o elemento se rompe, nascem às áreas de fraturas equivalentes, indicadas pela equação 18, que liberam a respectiva energia de fratura. A energia de fratura depende da área fraturada e da equação constitutiva do material

2.5 Lei constitutiva bilinear ou modelo de Hillerborg

O modelo bilinear proposto por Rocha et al (1991), ilustrada na figura 9, para materiais quase-frágeis. O modelo bilinear de Hillerborg é apresentado pela equação 19, sendo ε_p e ε_r as deformações crítica de limite e de falha, respectivamente.

$$f(\varepsilon) = \begin{cases} EA_i \varepsilon & se \quad \varepsilon \leq \varepsilon_p \\ EA_i \varepsilon_p \frac{\varepsilon_r - \varepsilon}{\varepsilon_r - \varepsilon_p} & se \quad \varepsilon_p < \varepsilon \leq \varepsilon_r \\ 0 & se \quad \varepsilon \geq \varepsilon_r \end{cases} \quad \dots(19)$$

Figura 9 – Lei constitutiva bilinear.



Fonte: Adaptado de Colpo (2016, p. 48).

A densidade de energia mínima para fraturar a área de influência do elemento é calculada através da área do triângulo OAB, mostrado pela figura 9. A área do triângulo OPC, representa a densidade de energia para fraturar a área de influência do elemento, por fim a densidade de energia dissipada pelo dano é calculada pela área do triângulo OAP. A falha do elemento se concretiza quando o módulo da energia dissipada pelo dano se iguala a energia de fratura. Sob o efeito de carga de compressão, o material tem um comportamento elástico linear e sua falha ocorre por tração indireta.

Os parâmetros constitutivos importantes no Método dos Elementos Discretos formado por barras (LDEM) são: F é a força axial e ε a deformação específica no elemento. A rigidez do elemento é calculada através do produto do módulo de Young (E) pela área de seção transversal A do elemento. O comprimento do módulo cúbico básico é igual a L . As áreas dos elementos longitudinais e diagonais são respectivamente A_l e A_d , cujo valor é fornecido respectivamente pelas equações 10 e 11.

Cada elemento é especificado por duas áreas, uma relacionada à rigidez e a outra como de fratura equivalente, sendo elas funções exclusivas da discretização. O módulo de Young (E) como também a energia específica de fratura (G_f) são particularidades de cada material. O valor da deformação axial aonde o elemento perde a sua capacidade de carga, é conhecido como deformação limite ε_p . Este valor deve ser encontrado para satisfazer a condição que falhando o elemento, a densidade de energia dissipada seja igual ao produto da área fraturada do elemento A_i^f , multiplicado pela energia específica de fratura G_f , dividido pelo comprimento do elemento, L_i . A equação 20 mostra em termos matemáticos o que foi descrito acima.

$$\int_0^{\varepsilon_r} F(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{G_f A_i^f}{L_i} \quad \dots(20)$$

Caso o elemento selecionado seja longitudinal ou diagonal, o sub-índice i deve ser substituído por l ou d , respectivamente.

A deformação crítica de falha (ε_p) é a máxima deformação que o elemento atinge antes do começo do dano, ponto A da figura 9. A relação existente entre a energia específica de fratura G_f e a deformação crítica de falha é dada pela equação 21, modelada de acordo com a Mecânica da Fratura Linear Elástica.

$$\varepsilon_p = R_f \sqrt{\frac{G_f}{E}} \quad \dots(21)$$

Sendo R_f o fator de falha, que é influenciado com a presença de um defeito intrínseco de tamanho a , que é pré-determinado e pode ser considerado como propriedade do material. O parâmetro adimensional Y depende do tamanho e do tipo de trinca. O fator de falha é obtido pela equação 22.

$$R_f = \frac{1}{Y\sqrt{a}} \quad \dots(22)$$

Através da distribuição aleatória na energia específica de fratura G_f , qualquer desordem nas propriedades do material pode ser introduzida.

Quando a deformação limite ε_r é atingida, correspondente ao ponto B da figura 9, o elemento perde a sua capacidade de carregamento. Através da constante K_r a deformação limite pode ser relacionada com a deformação crítica de falha. A constante K_r esta contida na equação 23.

$$\varepsilon_r = K_r \varepsilon_p \quad \dots(23)$$

A equação 24 mostra um conjunto de relações que envolvem os parâmetros da fratura, da deformação limite ε_r e a constante K_r .

$$\frac{G_f A_i^f}{L_i} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_p E A_i}{2} = \frac{K_r \varepsilon_p^2 E A_i}{2} \quad \dots(24)$$

Caso os elementos estejam orientados na longitudinal ou diagonal, o sub-índice i pode ser trocados por l ou d , respectivamente. Por intermédio da equação 25 obtém-se o coeficiente K_r , que depende das propriedades do material e do comprimento do elemento L_i .

$$K_r = \left(\frac{G_f}{E \varepsilon_p^2} \right) \left(\frac{A_i^f}{A_i} \right) \left(\frac{2}{L_i} \right) \quad \dots(25)$$

Segundo Riera e Rocha (1991) a estabilidade do algoritmo é garantida na condição de $K_r \geq 1$. É fundamental definir o comprimento crítico do elemento através da equação 26.

$$L_{cr} = 2 \left(\frac{G_f}{E \varepsilon_p^2} \right) \left(\frac{A_i^f}{A_i} \right) \quad \dots(26)$$

Para os elementos longitudinais na equação 27, o coeficiente (A_l^f/A_l) é igual a $3/22 \phi$. No caso dos elementos diagonais o coeficiente (A_d^f/A_d) é igual a $3/11 \phi$. Para o caso particular de um continuo isotrópico com coeficiente $\nu = 0,25$. As funções serão $\delta = 1,125$ e $\phi = 0,4$, cujo resultado é $(A_l^f/A_l) \approx (A_d^f/A_d) \approx 0,34$. Por motivo de praticidade, é utilizado nos elementos longitudinais e diagonais um único valor de comprimento crítico do elemento. A condição de estabilidade que fora antes apresentada, pode ser expressa como:

$$K_r = \frac{L_{cr}}{L_i} \geq 1 \rightarrow L_i \leq L_{cr} \quad \dots(27)$$

Portanto existe um valor máximo do comprimento do elemento que mantém a estabilidade da RCE, pois os parâmetros utilizados na definição da RCE são propriedades exclusivamente dependentes do material, da discretização ou simultaneamente de ambos. O DEM usa a lei de dano escalar para detalhar o comportamento uniaxial dos elementos, o modelo completo leva em consideração o dano anisotrópico, pois possui elementos orientados nas diferentes direções espaciais.

2.6 Parâmetros aleatórios nas propriedades do material simulado

Iturrioz et al. (2009, 2011) e Miguel et al. (2010) modelaram a aleatoriedade presentes nas propriedades do material, considerando a tenacidade do material G_f como um campo aleatório com uma função de Weibull do tipo III, dada pela equação 29.

$$W(G_f) = 1 - e^{-(G_f/\beta)^\gamma} \quad \dots(28)$$

Sendo W e γ , respectivamente os parâmetros de escala e forma. O valor médio e desvio padrão são calculados pelas equações 29 e 30, respectivamente.

$$E(G_f) = \overline{G_f} = \beta[\Gamma(1 + 1/\gamma)] \quad \dots(29)$$

$$\sigma^2(G_f) = C_V(G_f) = \beta[\Gamma(1 + 1/\gamma) - \Gamma^2(1 + 1/\gamma)]^{1/2} \quad \dots(30)$$

Sendo Γ a função Gama representada por $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$. A equação 31 é utilizada para simular os valores pseudoaleatórios de G_f .

$$G_f = \frac{[-\ln(1 - u)]^{1/\gamma}}{\beta} \quad \dots(31)$$

Onde u um número estocástico com probabilidade de distribuição uniforme no intervalo entre 0 e 1.

É adequado estabelecer G_f em uma função média $\overline{G_f}$ com um parâmetro aleatório φ , como é descrito pela equação 32.

$$G_f = \varphi \overline{G_f} \quad \dots(32)$$

O parâmetro aleatório φ apresenta uma distribuição Weibull de dois parâmetros e média 1. O valor de φ é calculado pela equação 33.

$$\varphi = \frac{[-\ln(1 - u)]^{1/\gamma}}{\Gamma(1 + 1/\gamma)} \quad \dots(33)$$

O parâmetro de forma γ é obtido através do coeficiente de variação (CV), que é previamente determinado. O valor de γ que satisfaça a equação 34 é encontrado através de iterações.

$$CV(G_f) = \frac{[\Gamma(1 + 2/\gamma) - \Gamma^2(1 + 1/\gamma)]^{1/2}}{\Gamma(1 + 1/\gamma)} \quad \dots(34)$$

Com a substituição das equações 31 e 33 na equação 32 o parâmetro de escala β é encontrado.

$$\beta = \frac{\overline{G_f}}{\Gamma(1 + 1/\gamma)} \quad \dots(35)$$

No LDEM a aleatoriedade em ε_p é mais simples de programar do que em G_f , pois G_f pode ser escrito em função de ε_p . Conforme mostra a equação 36.

$$\varepsilon_p^2 = \frac{G_f R_f}{E(1 - \nu^2)} \quad \dots(36)$$

2.7 Perturbação da malha

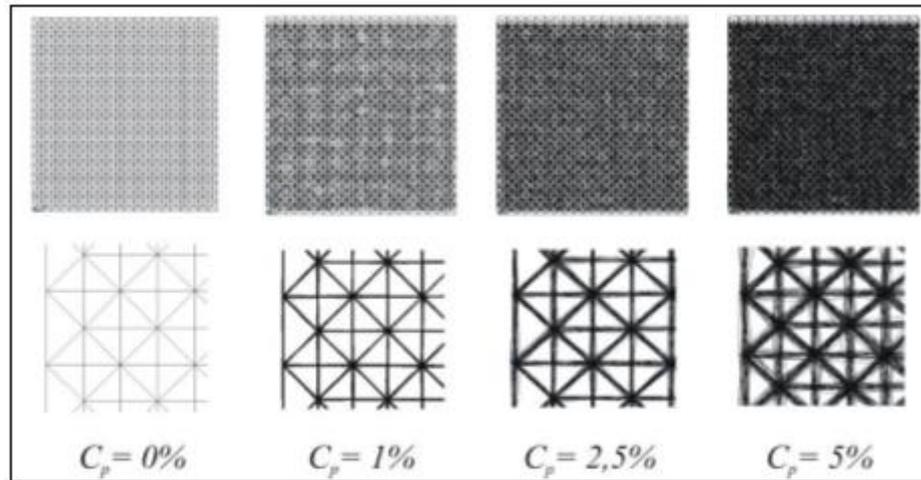
A perturbação da malha ocorre no instante, em que cada nó do modelo discretizado pelo DEM é deslocado em cada direção dos eixos coordenados. Consequentemente a variável aleatória que determina a perturbação permanece com uma distribuição normal, com média e coeficiente de variação definidos. A Relação Constitutiva Elementar (RCE) está relacionada com o comprimento do elemento e uma variabilidade nas propriedades resultantes do modelo é inserida. Considera-se que a perturbação provoca o deslocamento dos nós do modelo cúbico em relação a sua posição inicial. A equação 37 define a perturbação presente na malha.

$$(x_n + r_x L; y_n + r_y L; z_n + r_z L) \quad \dots(37)$$

As coordenadas nodais iniciais são definidas pelas variáveis x_n, y_n, z_n , os números aleatórios r_x, r_y e r_z possui uma distribuição normal com média zero e coeficiente de variação

C_p . O comprimento dos elementos longitudinais na célula cúbica é representado por L . A figura 10 ilustra uma malha com diferentes níveis de imperfeições.

Figura 10 – Perturbação da malha.



Fonte: Adaptado de Puglia (2014, p. 30).

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentados os trabalhos realizados na área da fratura com o Método dos Elementos Discretos formados por barras (LDEM).

Rios, Riera e Iturrioz (2002) reproduziram o ensaio de tração realizado por Van Vliet de cinco corpos de prova de concreto através de modelo numérico com o Método dos Elementos Discretos (DEM), cujo propósito foi quantificar e posteriormente explicar o efeito de escala nos corpos de provas ensaiados. Com esse estudo foi possível reproduzir corretamente os resultados experimentais como também as causas adicionais do efeito de escala, cita-se a combinação do efeito derivado da mecânica de fratura e o efeito Weibull.

Kosteski et al. (2010) abordou o assunto do efeito de escala e da localização de tensão, cujas respostas em LDEM foram avaliadas

Iturrioz (1995) sugere que o campo aleatório G_f é criado pela distribuição de probabilidade de Weibull, como mostra a equação 38, sendo β e γ parâmetros de escala e de forma.

$$f_w(G_f) = 1 - e^{\left[-\left(\frac{G_f}{\beta}\right)^\gamma\right]} \quad \dots(38)$$

Segundo Iturrioz (1995), uma das limitações presentes no Método dos Elementos Discretos (DEM) é a relação que existe entre a distribuição das propriedades mecânicas do material adotado com a dimensão da discretização empregada na simulação.

Rios (2002) afirma que é necessário incluir a não aleatoriedade do material no modelo para o caso de materiais quase-frágeis, através da inserção de aleatoriedade na demarcação das propriedades mecânicas, nas propriedades geométricas ou nas duas por meio da técnica de Representação Espectral, que utiliza os critérios de simulação de Monte Carlo.

No trabalho desenvolvido em 1995 por Riera e Iturrioz, o LDEM foi utilizado para determinar a resposta dinâmica de placas e cascas, cujos resultados obtidos foram comparados com os alcançados de forma experimental, para garantir a precisão e a confiabilidade do LDEM.

. Rodrigues et al. (2016) utilizou o LDEM em simulações de três casos de danos em materiais quase- frágeis.

4 METODOLOGIA

Esta seção apresenta os procedimentos realizados com o Método dos Elementos Discretos formado por barras (LDEM). Primeiramente é desenvolvida a metodologia para comparar os resultados obtidos no ensaio experimental de tração direta realizado por Stochero (2015) com os resultados obtidos por meio do LDEM. Uma outra metodologia é descrita, para simular um carregamento de compressão e tração uniaxial em diferentes tamanhos de modelos para verificar a sua influência das condições de contorno nos resultados obtidos e visualizar a configuração final de cada modelo.

4.1 Simulação do carregamento de tração direta de um material cerâmico

Em um primeiro momento, são feitos modelos com as dimensões similares que foram adotadas no trabalho de Stochero (2015), apresentados na Tabela 1. Nesta condição é aplicado um carregamento de tração até a fratura completa dos modelos.

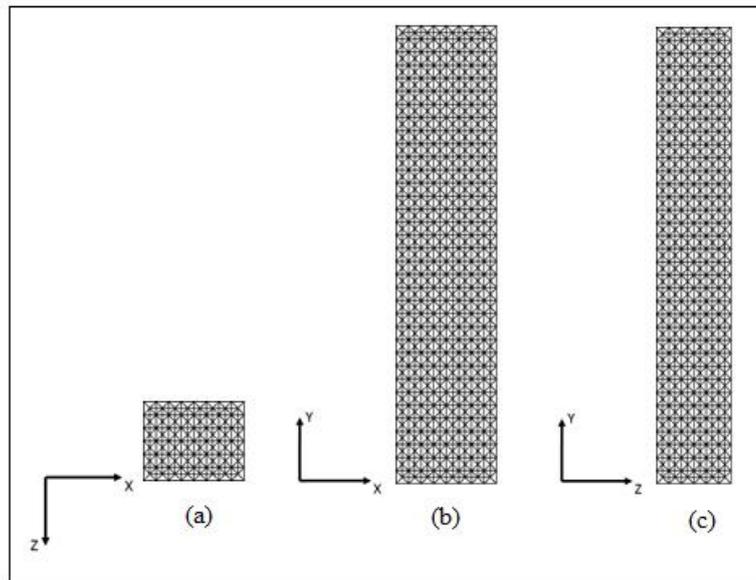
Tabela 1 - Dimensões dos modelos utilizados na simulação em LDEM

Altura	140 mm
Largura	32 mm
Comprimento	24 mm

Fonte: A autoria própria

Em seguida são comparados os resultados experimentais do ensaio de tração direta de materiais cerâmicos com os resultados obtidos com o LDEM. A figura 11 mostra o modelo simulado com o LDEM.

Figura 11 – Vistas do modelo simulado, (a) vista superior, (b) vista frontal e (c) vista lateral.



Fonte: Autoria própria.

Em seu trabalho, Stochero (2015) prepara cinco formulações de cerâmicas refratárias. A primeira formulação é com argila caulim, a segunda com 80% de argila caulim e 20% de sílica, também conhecida como mistura de referência. Na terceira, quarta e quinta formulação, Stochero (2015) faz a substituições da mistura por fibras de aço em teores volumétricos respectivamente de 3%, 6% e 9%, conforme mostra a tabela 2.

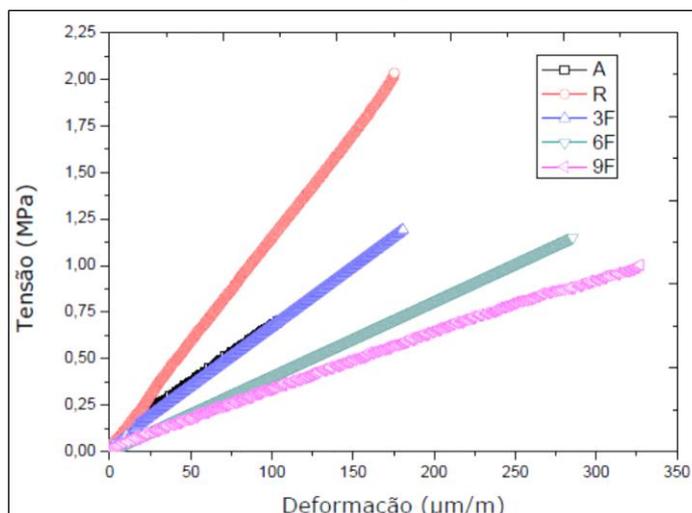
Tabela 2 - Nomenclatura das cerâmicas refratárias

Nomenclatura	Cerâmica refratária
A	100% de argila caulim
R	80% de argila caulim e 20% de sílica ou Mistura (R)
3F	Mistura (R) com substituição de 3 % de fibra de aço
6F	Mistura (R) com substituição de 6 % de fibra de aço
9F	Mistura (R) com substituição de 9 % de fibra de aço

Fonte: Autoria própria

As figuras 12 e 13 apresentam, respectivamente, as curvas típicas obtidas por Stochero (2015) no ensaio de tração direta e o seu modo de fratura característico.

Figura 12 – Curvas características do ensaio de tração direta.



Fonte: Adaptado de Stochero (2015, p. 91).

Figura 13 – Modo de fratura do material submetido ao carregamento de tração direta.



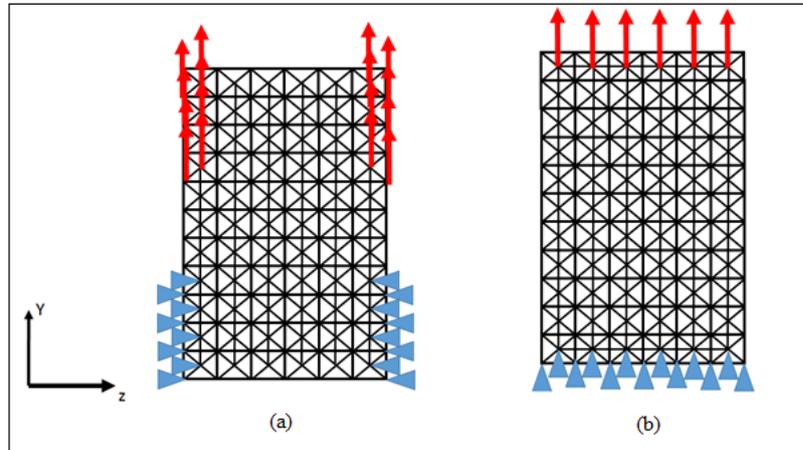
Fonte: Stochero (2015, p. 93).

Para a simulação em LDEM são escolhidas as cerâmicas R, 3F, 6F e 9F. São introduzidas duas condições de contornos, referentes ao engaste e o local de aplicação do carregamento de tração, cujo objetivo é verificar se há alguma influência significativa no resultado da simulação em função das condições de contornos adotadas, como mostra a figura 14. Nesse trabalho somente no modelo da cerâmica R é aplicada as duas condições de contorno referente ao engaste e ao deslocamento prescritos, nos demais modelos é aplicada a condição de contorno ilustrada na figura 14 (a). Em ambos os casos o carregamento é do tipo deslocamento prescrito, aplicado com uma velocidade baixa, nessa condição o carregamento é considerado quase estático.

Na figura 14 (a) e 14 (b), os engastes são colocados em todos os nós da interface e no centro do módulo cúbico com restrição na direção de x, y e z. Os deslocamentos prescritos são aplicados somente nos centros dos módulos cúbicos da interface, contribuindo de maneira significativa para a estabilidade do modelo durante a integração numérica.

Na figura 14 (a) são adotadas condições de carregamento e engaste, similares aos utilizados nos ensaios laboratoriais de Stochero (2015). A figura 14 (b) ilustra um carregamento prescrito aplicado na extremidade superior do prisma com engaste em sua extremidade inferior.

Figura 14 – Esquema das condições de contorno impostas no engaste e deslocamento prescrito.



Fonte: Autoria própria.

A tabela 3 contém as propriedades do elemento cúbico utilizado no LDEM, para essa simulação numérica, o módulo de Young (E) e a densidade são as mesmas utilizadas no trabalho de Stochero (2015), as demais propriedades foram inseridas para reproduzir a curva o mais próximo possível do ensaio experimental.

Tabela 3 - Propriedades dos elementos cúbicos para as cerâmicas R, 3F, 6F e 9F

Propriedades	Mistura R	3F	6F	9F
Módulo de Young (E)	11,5 GPa	6,5 GPa	4 GPa	3,5 GPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0,25	0,25	0,25	0,25
Densidade (ρ)	2300kg/m ³	2400 kg/m ³	2500 kg/m ³	2600 kg/m ³
Comprimento da barra (LCO)	4mm	4 mm	4 mm	4 mm
Energia específica de fratura (G_f)	7N/m	4 N/m	5 N/m	6 N/m

Fonte: Autoria própria

4.2 Simulação numérica para um carregamento de tração e compressão uniaxial sob diferentes condições de engaste

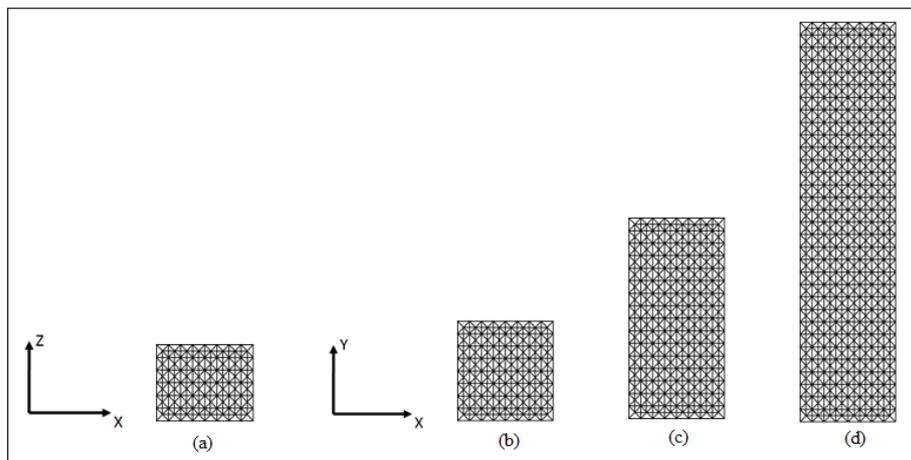
Para estas simulações são selecionados três modelos que possuem o mesmo nível de discretização e diferem entre si, somente em uma dimensão geométrica (eixo y). Sob carregamento de tração uniaxial, em cada modelo é aplicado quatro condições de contornos e três condições de contornos para a compressão uniaxial. Os modelos são submetidos a compressão e a tração uniaxial na direção do eixo y com deslocamento prescrito aplicado lentamente, cujo propósito é garantir que os efeitos da energia cinética fossem desprezíveis quando comparados aos efeitos da energia elástica e da energia de dano. A tabela 4 contém os tamanhos dos modelos que são ilustrados pela figura 15. Os modelos possuem as mesmas propriedades da cerâmica R, presentes na tabela 3.

Tabela 4 - Modelos para a tração e compressão uniaxial.

Comprimento de barra (<i>LCO</i>) igual a 4 mm		
Modelo	Quantidade de módulo cúbicos	Tamanho do modelo (mm)
1	8x8x6	32x32x24
2	8x16x6	32x64x24
3	8x32x6	32x128x24

Fonte: Autoria própria

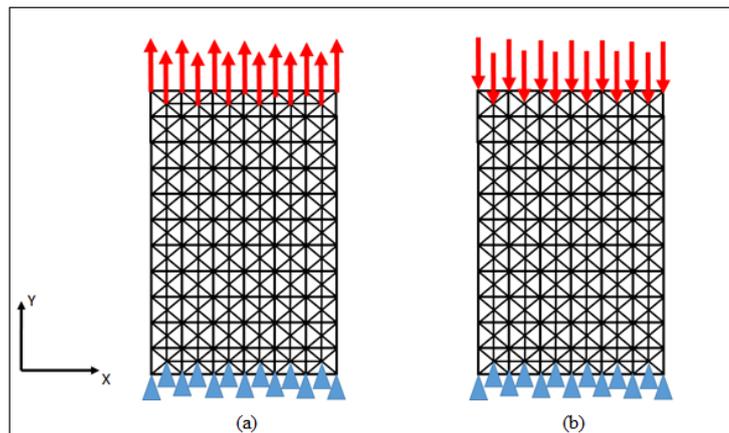
Figura 15 – Modelos submetidos ao carregamento de compressão e tração uniaxial, (a) vista superior, (b) modelo 32x32x24mm, (c) modelo 32x64x24mm e (d) modelo 32x128x24mm.



Fonte: Autoria própria.

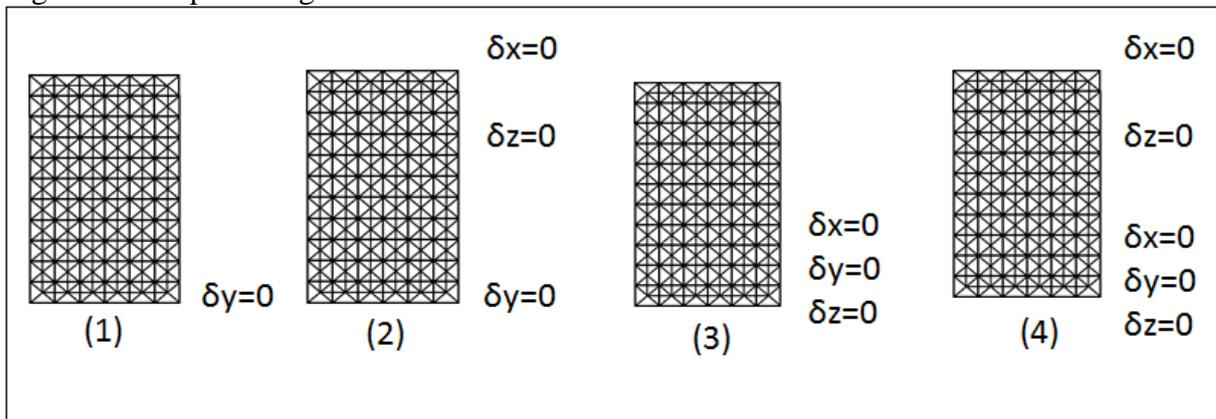
O engaste é aplicado no nó central e no nó da interface do módulo cúbico inferior, no módulo cúbico superior ele é aplicado somente em situações específicas. A figura 16 mostra os nós onde são aplicados os engaste e os deslocamentos prescritos são representados por δ . A figura 17, apresenta o tipo de engaste utilizados nos modelos durante a simulação com o LDEM.

Figura 16 – Esquema das condições de engaste e carregamento na simulação numérica, (a) tração uniaxial e (b) compressão uniaxial.



Fonte: Autoria própria.

Figura 17 – Tipo de engaste dos modelos.



Fonte: Autoria própria.

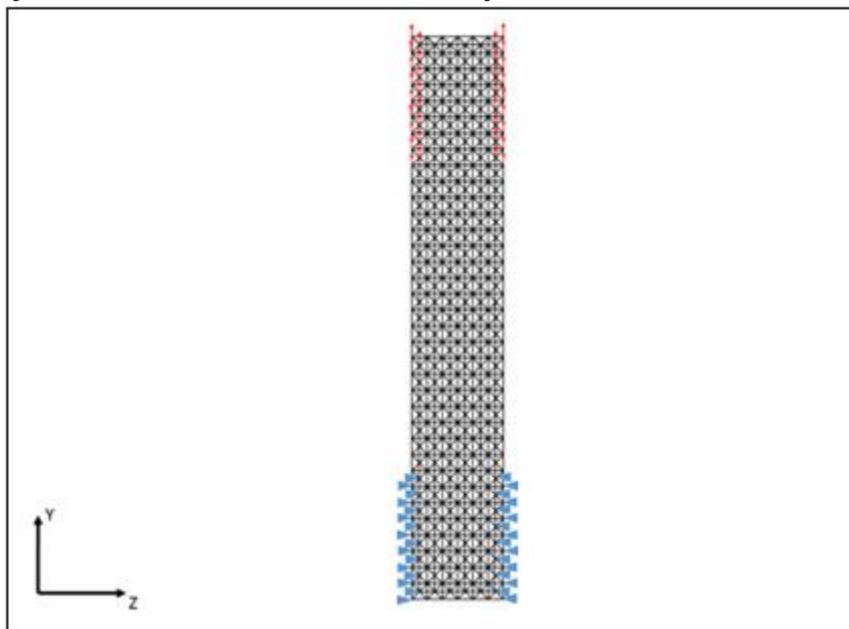
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são exibidos os resultados alcançados neste trabalho com o LDEM. Em um primeiro momento são mostrados os resultados da simulação numérica e comparados com os resultados obtidos por Stochero (2015) com o ensaio de tração direta, posteriormente são realizadas simulações de tração e compressão de modelos com diferentes tamanhos para verificar a influência das condições de contorno nos resultados finais.

5.1 Comparação dos resultados do ensaio de tração direta com os resultados obtidos com o LDEM

A figura 18 ilustra as condições de contorno adotadas por Stochero (2105) no ensaio de tração direta e implementadas na simulação numérica.

Figura 18 - Condições de contorno adotadas na simulação numérica.



Fonte: Autoria própria.

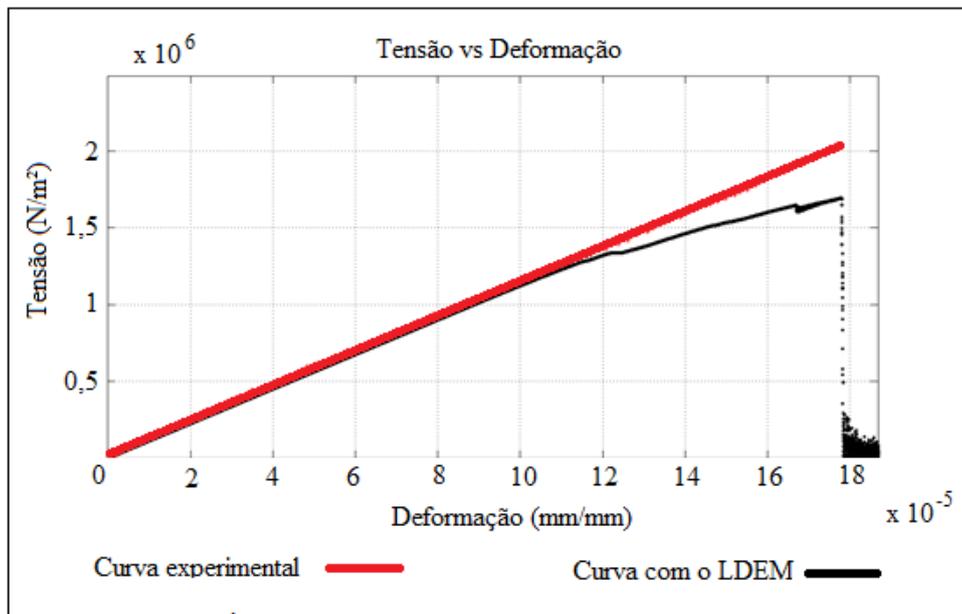
A figura 19 ilustra a sobreposição do gráfico tensão vs. deformação obtido de forma experimental com o obtido através do LDEM. Nota-se que as curvas numéricas e experimentais apresentam comportamento muito próximo uma da outra, porém é possível observar que o valor da tensão de ruptura na simulação numérica é menor que no ensaio experimental. A tabela 5 contém as tensões e deformações de ruptura experimental e da simulação numérica realizada.

Tabela 5 - Propriedades mecânicas obtidas experimentalmente e através do LDEM.

Ensaio de tração direta	Tensão de ruptura	Deformação de ruptura
Experimental	2,03MPa	176 μ m/m
LDEM	1,70MPa	177 μ m/m

Fonte: Autoria própria

Figura 19 - Curvas tensão vs. deformação 80% de Argila Caulim e 20% de Sílica, resultados experimentais e numéricos.

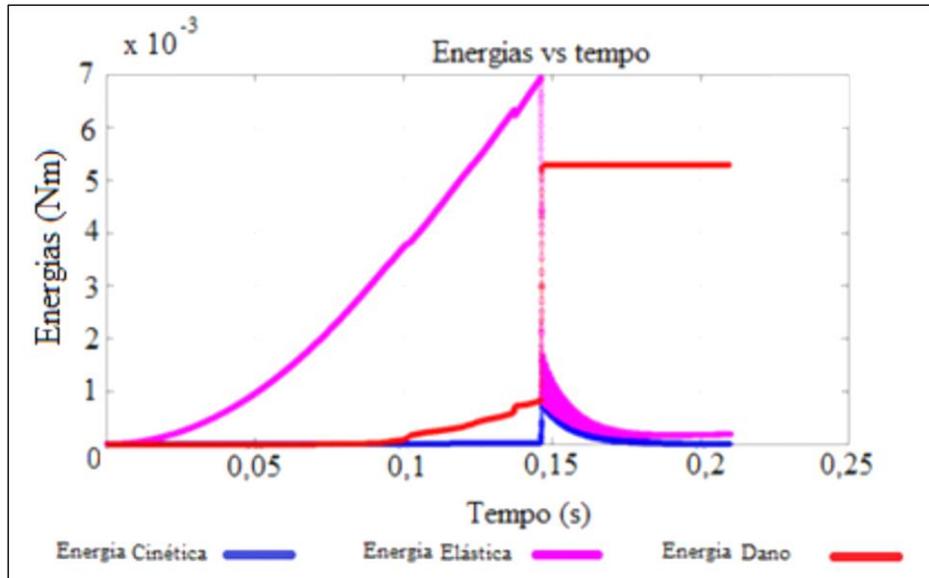


Fonte: Autoria própria.

A figura 20 mostra as energias envolvidas durante a simulação do ensaio de tração com o LDEM. Durante o processo de carga, a condição de carregamento estático é satisfeita, pois a energia cinética se manteve em níveis muito mais inferiores caso comparada com os valores das outras energias presentes, como a energia elástica e a energia de dano. No momento em que ocorre a ruptura do modelo simulado, observa-se uma grande variação no aumento da energia cinética e uma queda acentuada da energia elástica. A partir do tempo de 0,1 segundo se inicia

a fragilização do modelo, por esse motivo observa-se uma diminuição da inclinação da sua curva tensão vs deformação.

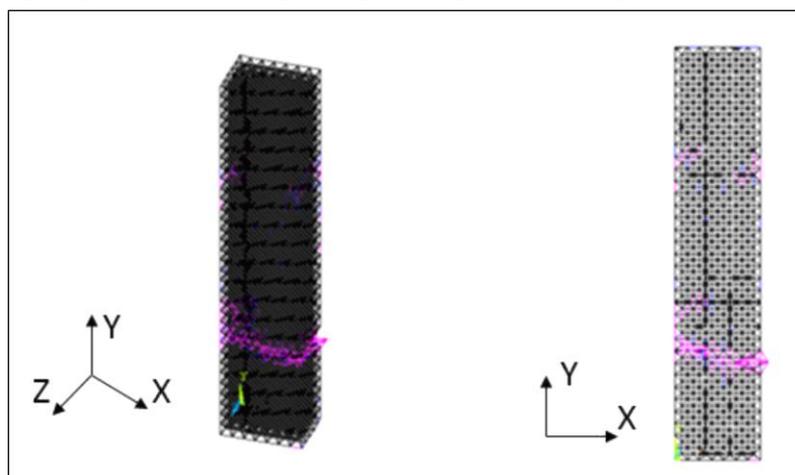
Figura 20 - Energia presentes durante a simulação numérica.



Fonte: Autoria própria.

A figura 21 mostra o modelo após o término da simulação com o LDEM. As barras não danificadas são representadas por preto e as barras rompidas em magenta. Observa-se que a propagação de trincas é semelhante as trincas difundidas em materiais frágeis.

Figura 21 - Configuração final do corpo de prova após a simulação numérica.

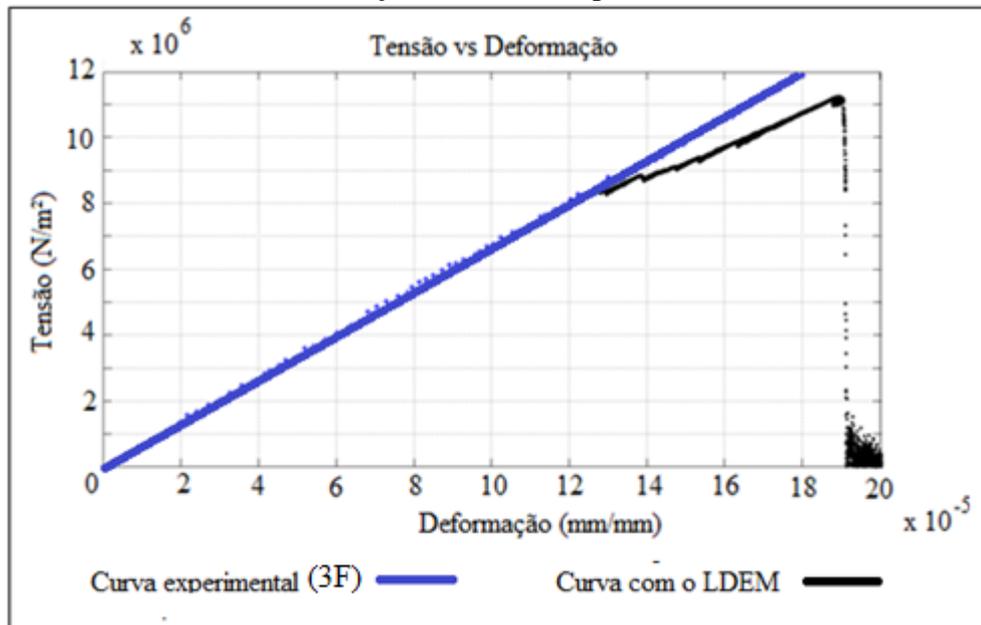


Fonte: Autoria própria.

As demais curvas de Tração vs. Deformação modeladas com o LDEM com base nos resultados experimentais obtidos por Stochero (2015) são apresentadas a seguir.

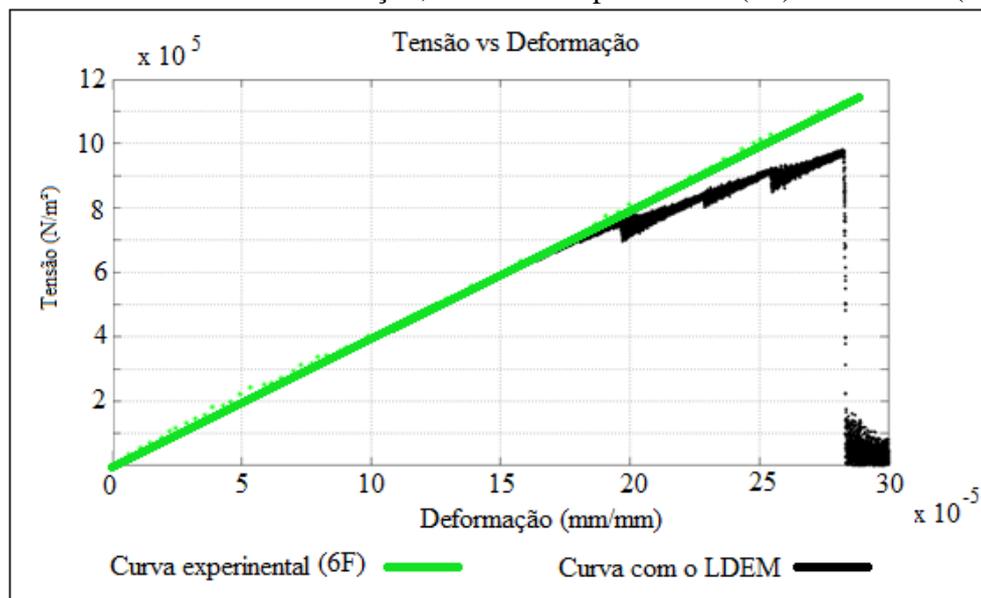
Os gráficos tensão vs deformação são apresentados nessa ordem: 3F, 6F e 9F, respectivamente pelas figuras 22, 23 e 24.

Figura 22 - Curvas tensão vs deformação, resultado experimental (3F) e numérico (LDEM).



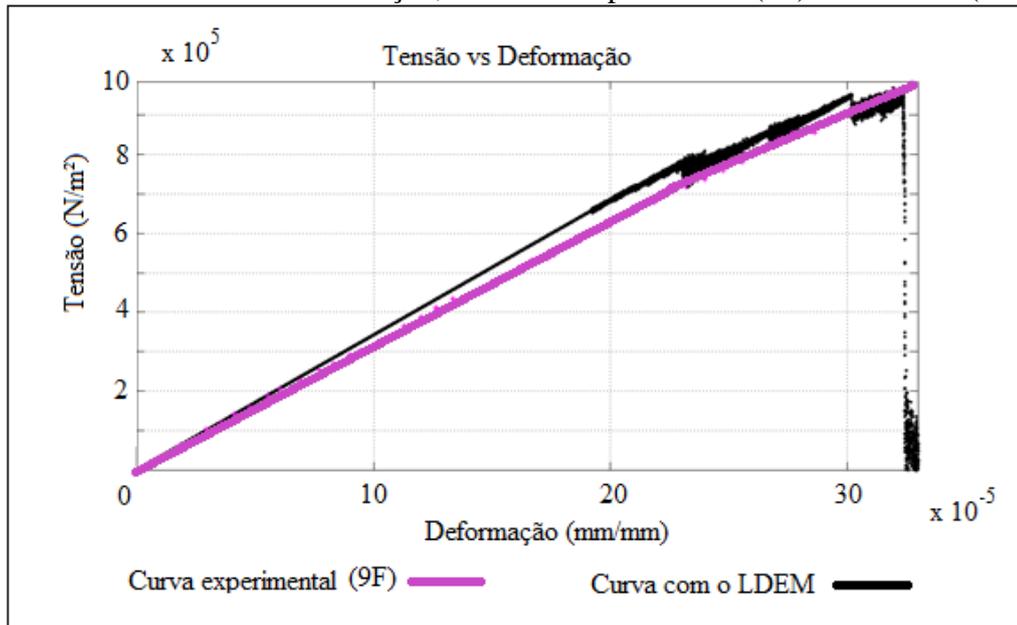
Fonte: Autoria própria.

Figura 23 - Curvas tensão vs deformação, resultado experimental (6F) e numérico (LDEM).



Fonte: Autoria própria.

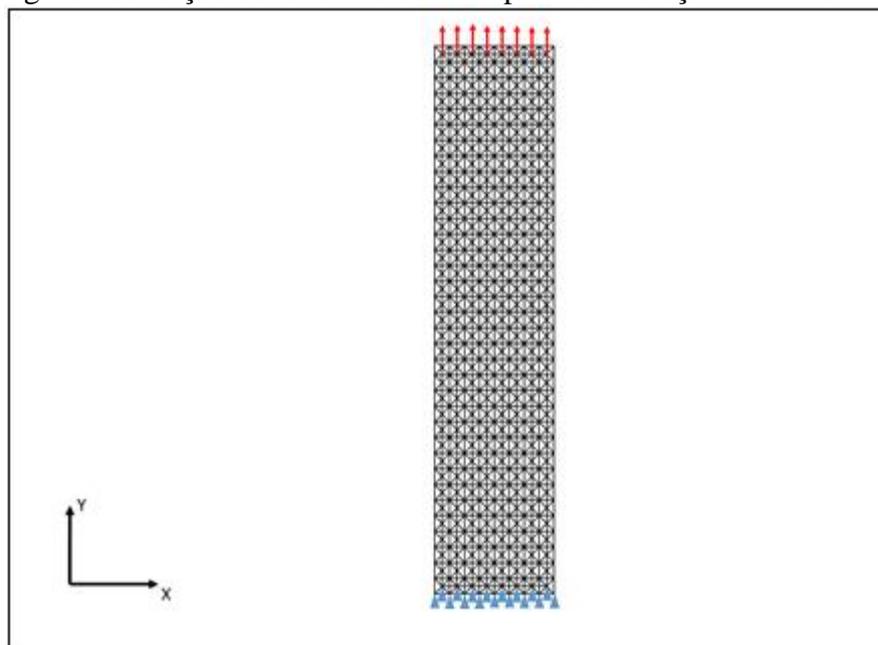
Figura 24 - Curvas tensão vs deformação, resultado experimental (9F) e numérico (LDEM).



Fonte: Autoria própria.

Outra simulação numérica, com as mesmas propriedades do modelo R, é realizada para verificar se as condições de contorno adotadas, no que se refere ao local do engaste e do carregamento prescrito, possam influenciar nos resultados gerados com o LDEM. Para essa simulação é aplicado um carregamento prescrito na extremidade superior do prisma com engaste em sua extremidade inferior, conforme mostra a figura 25.

Figura 25 - Segunda condição de contorno adotada para a simulação numérica.



Fonte: Autoria própria.

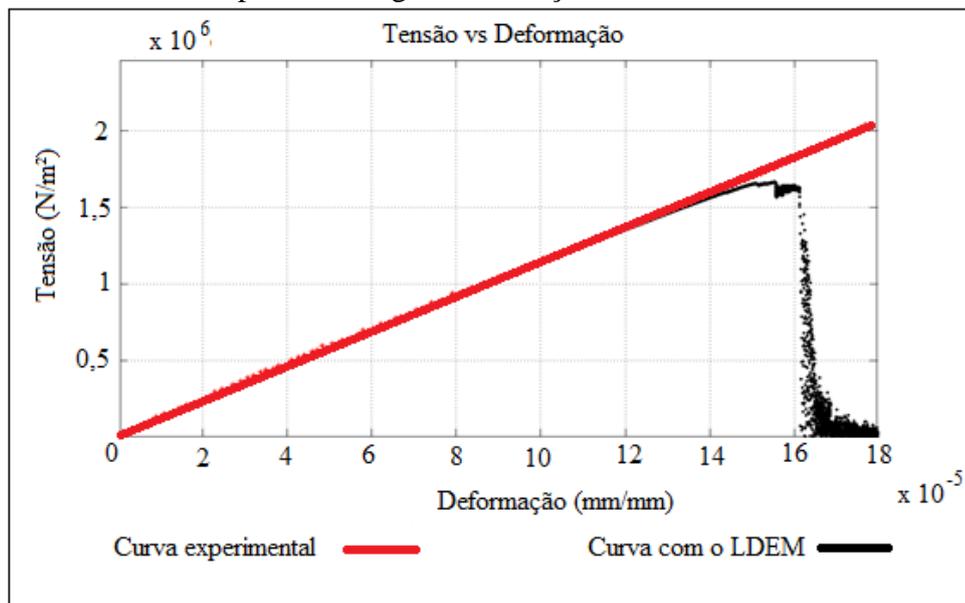
Como na simulação anterior, é realizado a sobreposição do gráfico tensão vs deformação obtido experimentalmente com o obtido pelo LDEM, ilustrado pela figura 26. Observa-se que ambas as curvas, apresentam um comportamento semelhante, mas é possível afirmar que a tensão juntamente com a deformação de ruptura na simulação numérica, como na simulação anterior, é menor que no ensaio experimental. A tabela 6 mostra as intensidades de tensão e de deformação de ruptura.

Tabela 6 - Propriedades mecânicas obtidas experimentalmente e através do LDEM, com uma segunda condição de contorno adotada.

Ensaio de tração direta	Tensão de ruptura	Deformação de ruptura
Experimental	2,03 MPa	176 $\mu\text{m/m}$
LDEM	1,63 MPa	161 $\mu\text{m/m}$

Fonte: Autoria própria.

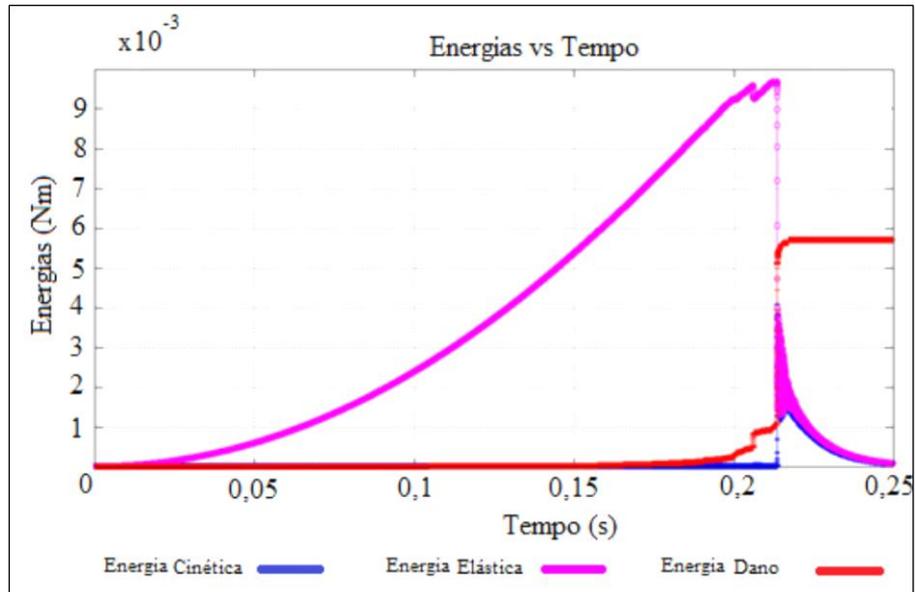
Figura 26 - Curvas tensão vs deformação 80% de Argila Caulim e 20% de Sílica, resultados experimentais e numéricos para uma segunda condição de contorno adotada.



Fonte: Autoria própria.

Os deslocamentos prescritos foram efetuados lentamente, para garantir que os efeitos da inércia e da energia cinética fossem excluídos antes do rompimento total do corpo. A figura 27 mostra as energias envolvidas durante a simulação numérica.

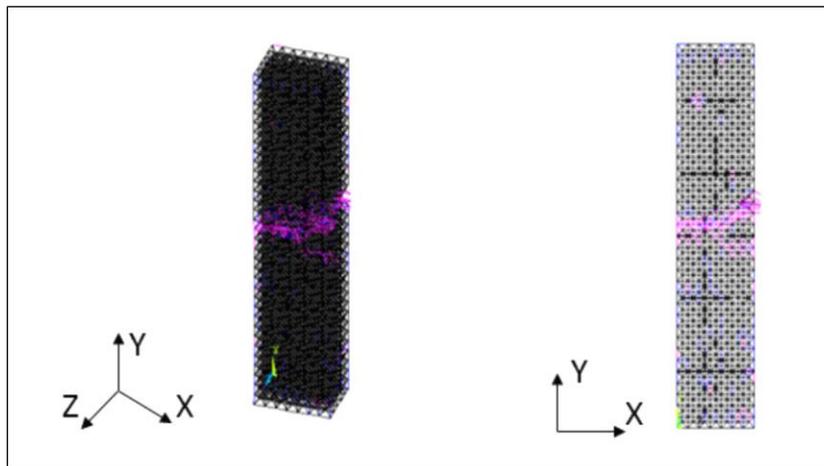
Figura 27 - Energia envolvidas durante a simulação numérica para a segunda condição de contorno.



Fonte: Autoria própria.

Após o término da simulação numérica, a figura 28 ilustra o estado final do modelo. As barras não danificadas estão em cor preta, as fragilizadas em azul e as que romperam estão em cor magenta. Como na simulação anterior, a propagação das trincas é semelhante as observadas em materiais frágeis.

Figura 28 - Aparência do corpo de prova após o término da simulação.

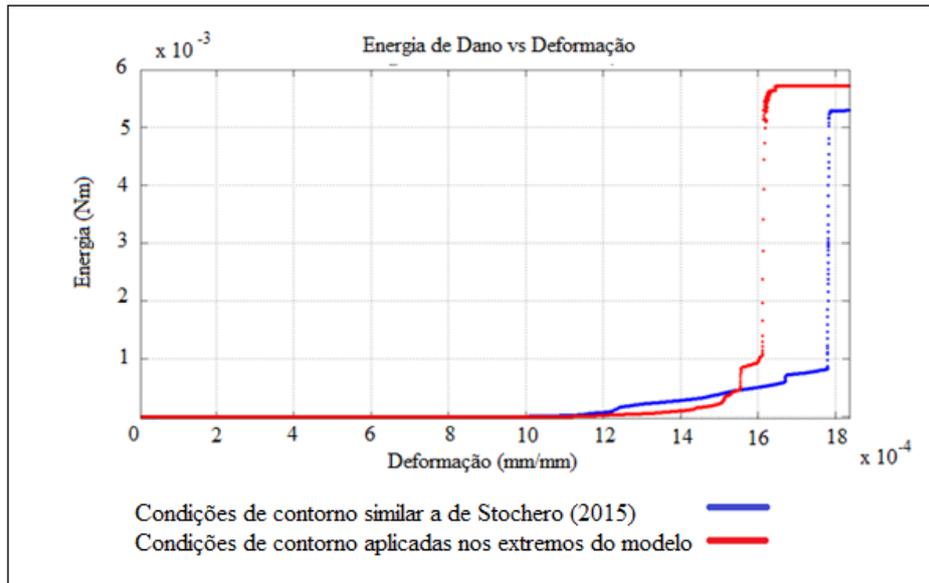


Fonte: Autoria própria.

A figura 29 apresenta a comparação do gráfico Energia de dano vs deformação dos modelos com as condições de contorno similares a de Stochero (2015) e com as condições de

contorno aplicada nos extremos do modelo. . Nessas condições o início da fragilização dos modelos está em função das condições de engaste e carregamento adotadas.

Figura 29 – Energia de Dano vs Deformação em função das condições de engaste e carregamento



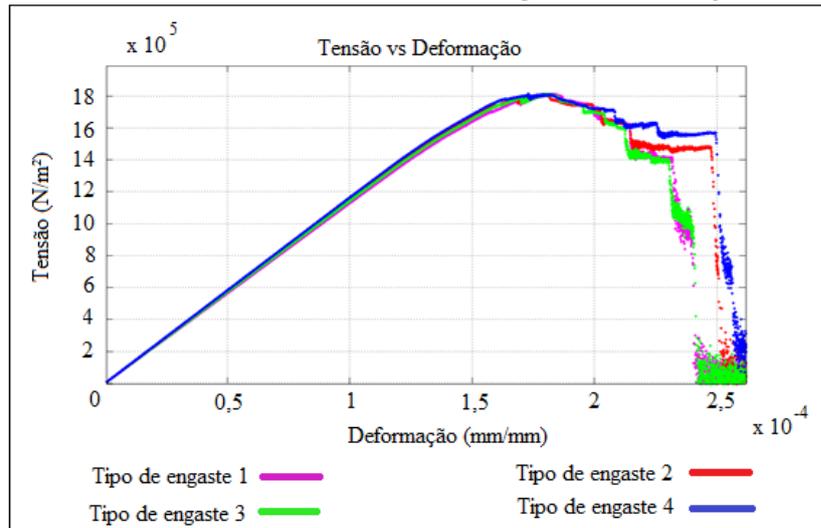
Fonte: Autoria própria.

5.2 Carregamento de Tração uniaxial

Nesta seção é descrito os resultados alcançados através do carregamento de tração uniaxial dos modelos 32x32x24 mm, 32x64x24 mm e 32x128x24 mm

Para as diferentes condições de engaste e carregamento para o modelo 32x32x24 mm todas as curvas mostram um comportamento muito próximo uma das outras, pois os valores de deformação e tensão de ruptura não apresentam uma diferença significativa em função das condições de contorno impostas (figura 30).

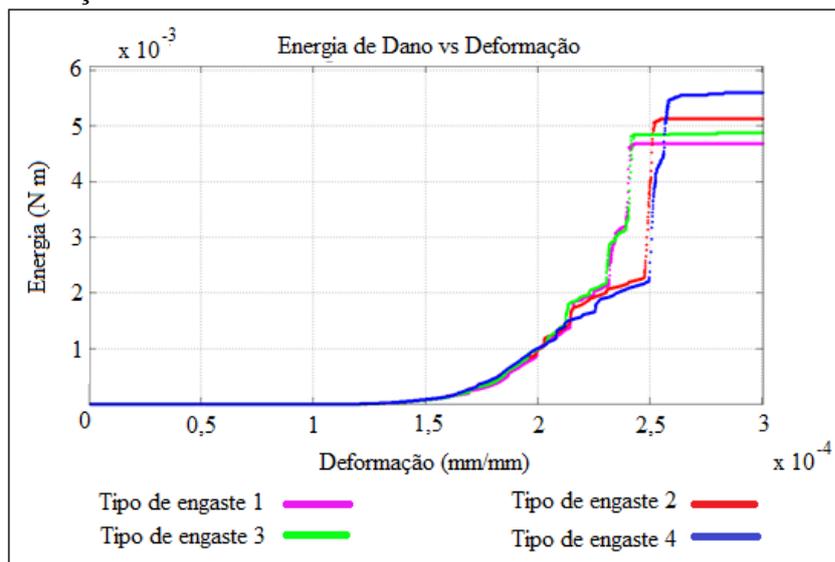
Figura 30 – Modelo 32x32x24 mm submetido ao carregamento de tração.



Fonte: Autoria própria.

A condição de engaste 4 possui maior energia de dano dentre os demais modelos (figura 31), o que demonstra que o modelo dissipou maior quantidade de energia durante a sua fragilização antes do seu completo rompimento.

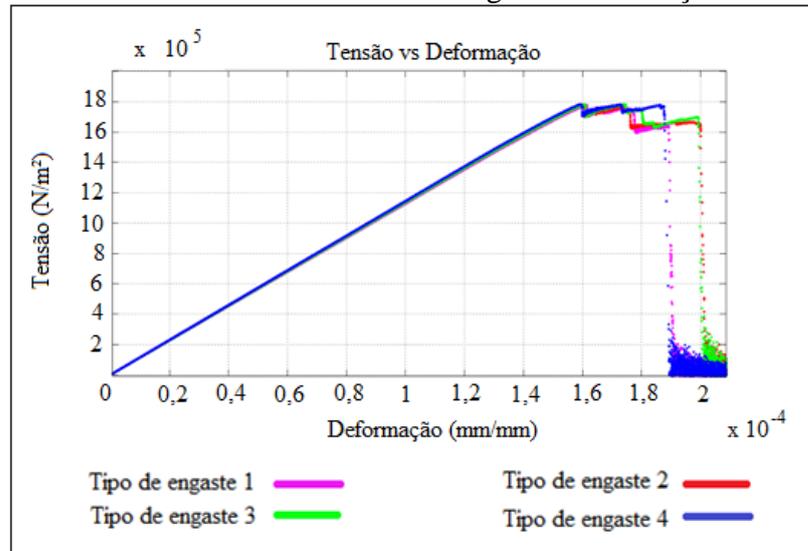
Figura 31 – Energia de Dano vs Deformação para o modelo 32x32x24 mm submetido ao carregamento de tração.



Fonte: Autoria própria.

A figura 32 apresenta a gráfico tensão vs. deformação do modelo 32x64x24 mm, nota-se que as curvas possuem comportamento similar uma das outras, apresentando uma pequena diferença entre as deformações e as tensões de rupturas.

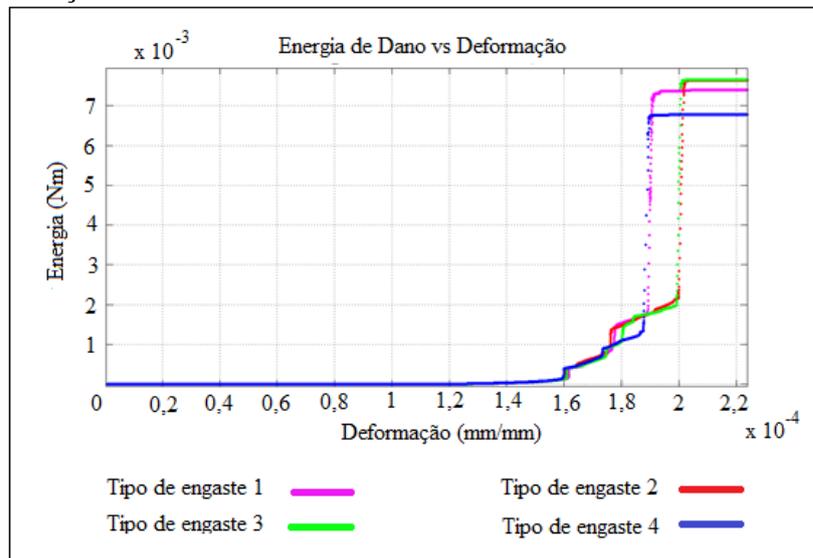
Figura 32 - Modelo 32x64x24 mm submetido ao carregamento de tração.



Fonte: Autoria própria.

Esse modelo 32x64x24 mm a condição de engaste 3 dissipa uma maior quantidade de energia de dano antes de sua ruptura total, ilustrado pela figura 33.

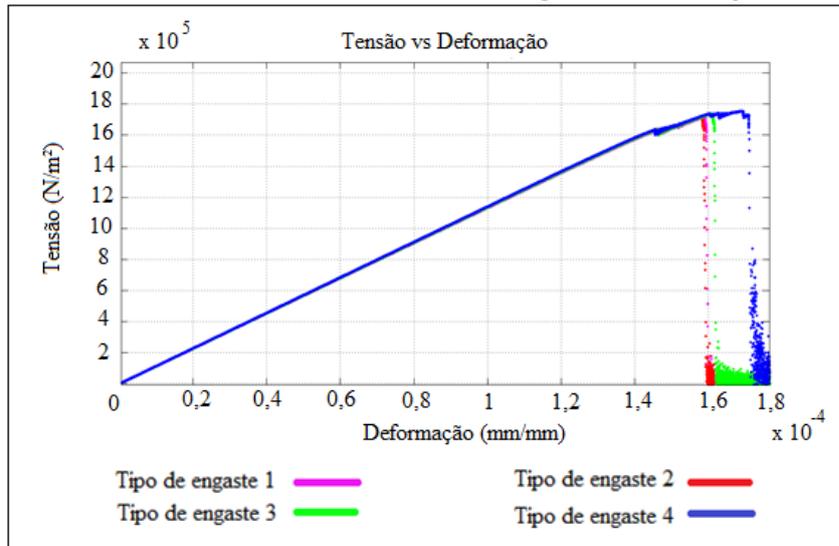
Figura 33 - Energia de Dano vs Deformação para o modelo 32x64x24 mm submetido ao carregamento de tração.



Fonte: Autoria própria.

Observa-se na figura 34 que a condição de engaste 4 apresenta um valor de deformação e tensão de ruptura maior, para o modelo 32x128x24 mm, em comparação as demais condições de engastes adotadas, pois este tipo de condição oferece maior estabilidade ao modelo durante a aplicação do deslocamento prescrito.

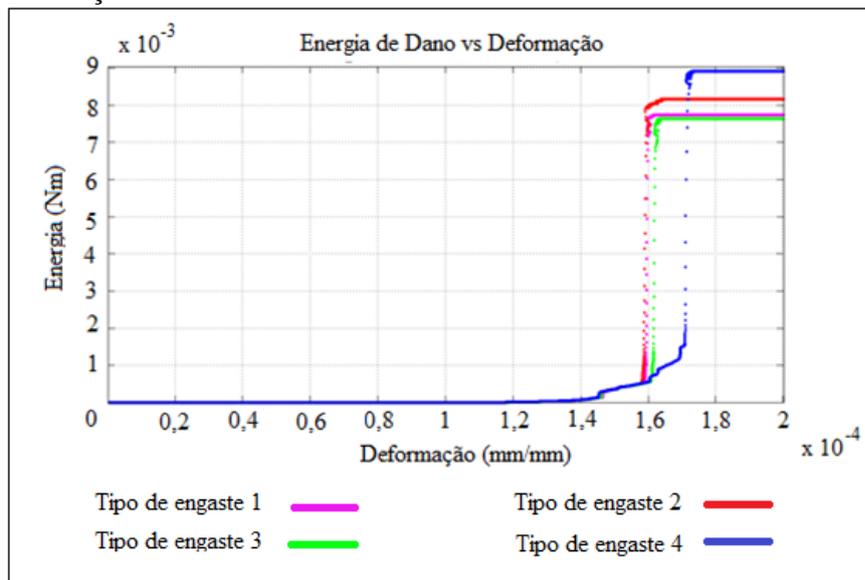
Figura 34 - Modelo 32x128x24 mm submetido ao carregamento de tração.



Fonte: Autoria própria

Com essa condição de engaste, o modelo dissipa uma maior quantidade de energia de dano com uma maior deformação em relação as demais condições impostas, possibilitando que o modelo adquira uma maior resistência antes do seu completo rompimento (figura 35).

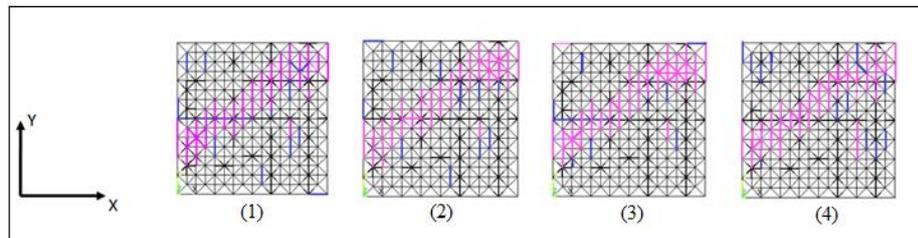
Figura 35 - Energia de Dano vs Deformação para o modelo 32x128x24 mm submetido ao carregamento de tração.



Fonte: Autoria própria.

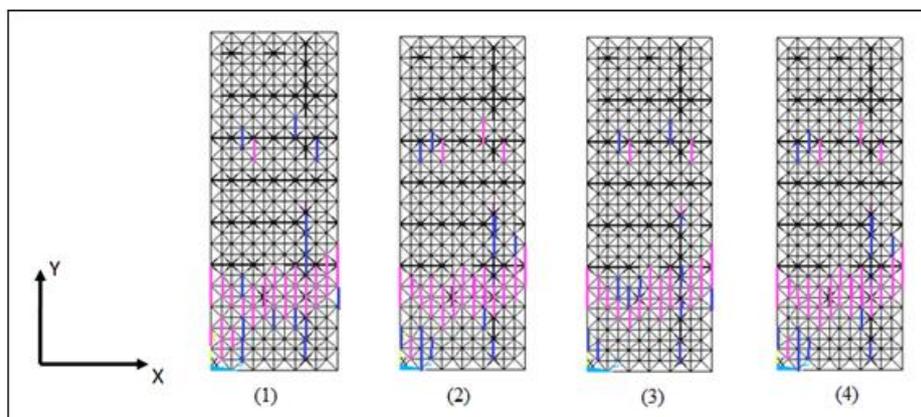
As figuras 36, 37 e 38 apresentam os modelos com as suas condições de engaste, representadas por números, e as suas respectivas configurações de fraturas representadas pela cor magenta e em azul as barras fragilizadas.

Figura 36 – Configuração final da fratura do modelo 32x32x24mm, submetido ao carregamento de tração.



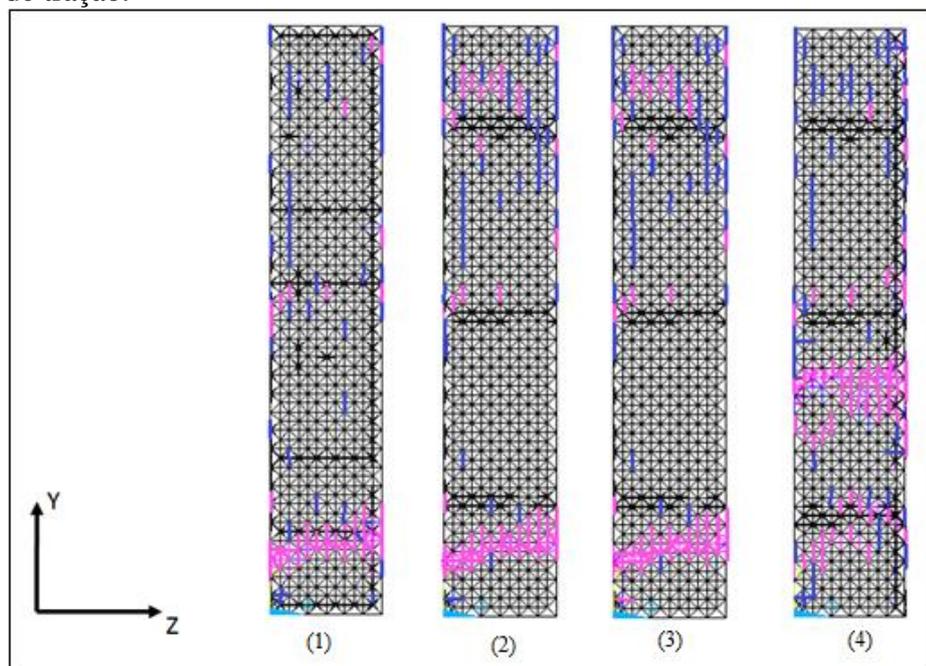
Fonte: Autoria própria.

Figura 37 - Configuração final da fratura do modelo 32x64x24mm, submetido ao carregamento de tração.



Fonte: Autoria própria.

Figura 38 - Configuração final da fratura do modelo 32x128x24mm, submetido ao carregamento de tração.



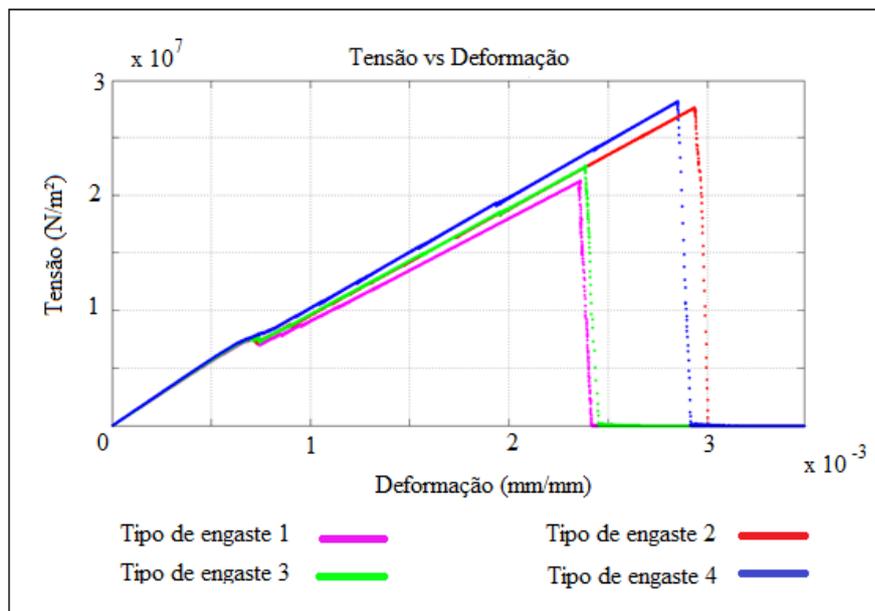
Fonte: Autoria própria.

5.3 Carregamento de compressão uniaxial

Os resultados alcançados através do carregamento de compressão uniaxial dos modelos 32x32x24 mm, 32x64x24 mm e 32x128x24 mm é descrito a seguir.

Percebe-se pelo gráfico tensão vs deformação que houve uma diferença considerável entre os resultados do modelo 32x32x24mm ao variar as suas condições de engaste. A maior diferença entre as tensões de rupturas está entre a condição de engaste 1 e a condição de engaste 4, como mostra a figura 39.

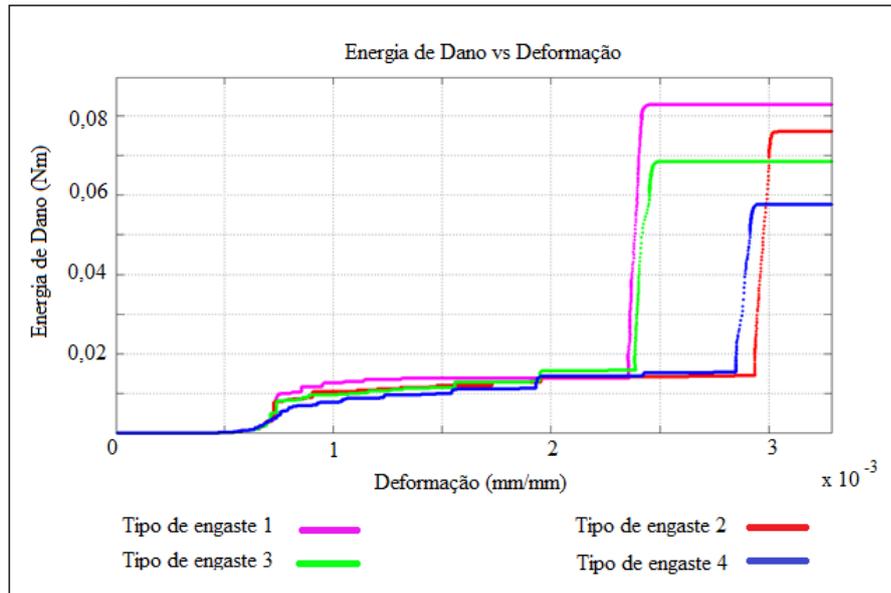
Figura 39 - Modelo 32x32x24 mm submetido ao carregamento de compressão.



Fonte: Autoria própria.

Com a condição de engaste 1, o modelo dissipa uma maior quantidade de energia de dano em comparação aos demais modelos, o que lhe confere uma menor resistência mecânica (figura 40).

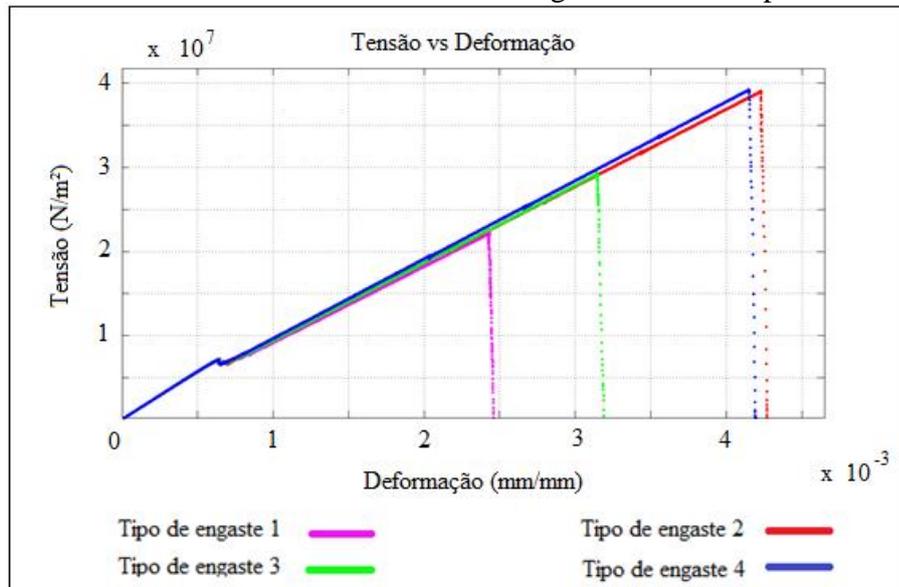
Figura 40 - Energia de Dano vs Deformação para o modelo 32x32x24 mm submetido ao carregamento de compressão.



Fonte: Autoria própria.

A condição de engaste 1 proporciona para o modelo 32x64x24 mm uma menor resistência mecânica durante o carregamento de compressão, o que se traduz em uma menor deformação e tensão de ruptura em relação aos demais modelos simulados (figura 41).

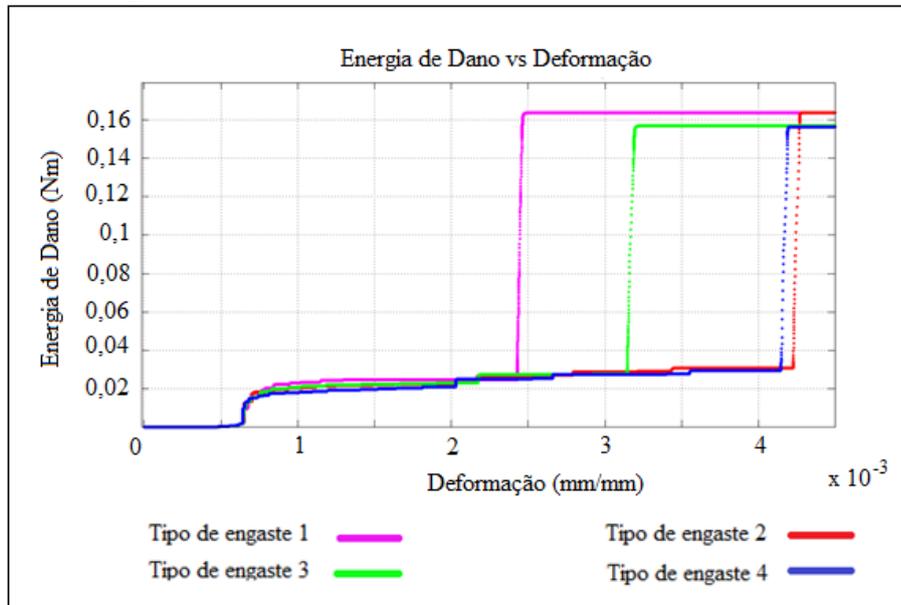
Figura 41 - Modelo 32x64x24 mm submetido ao carregamento de compressão.



Fonte: Autoria própria.

Observa-se na figura 42, que a condição de engaste 2 dissipa energia de dano por último em comparação aos demais tipos de engastes, o que proporciona uma maior deformação e tensão de ruptura.

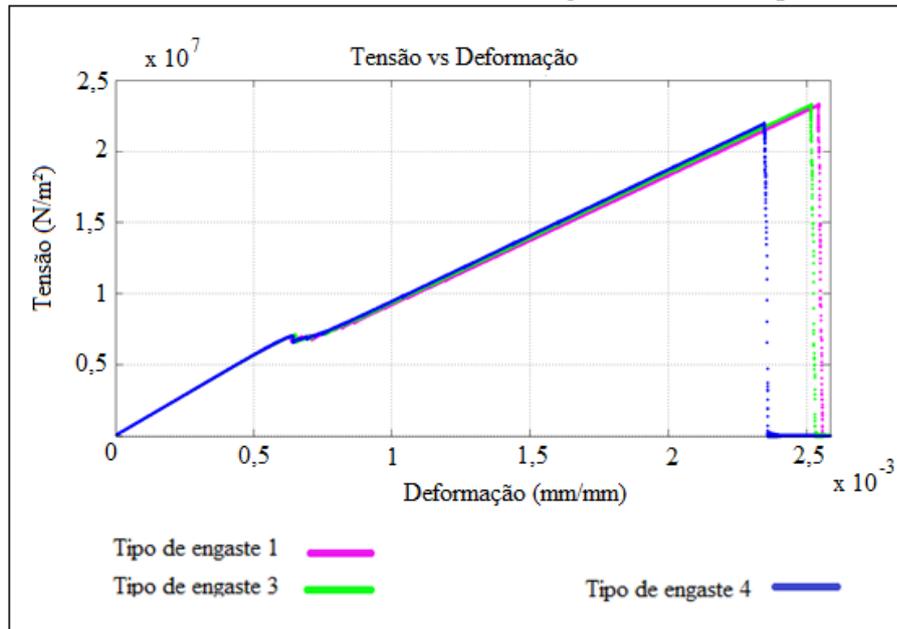
Figura 42 - Energia de Dano vs Deformação para o modelo 32x64x24 mm submetido ao carregamento de compressão.



Fonte: Autoria própria.

Para o modelo 32x128x24 mm (figura 43) é aplicado a condição de engaste 1, 3 e 4, observa-se que a condição de engaste 4 apresenta uma menor deformação e tensão de ruptura do modelo, em comparação com as outras curvas dos demais modelos.

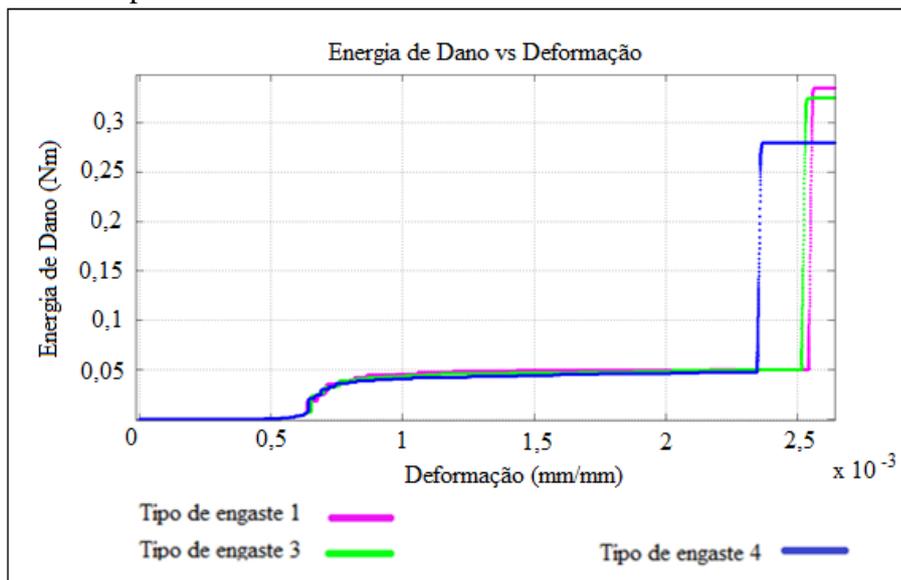
Figura 43 - Modelo 32x128x24 mm submetido ao carregamento de compressão.



Fonte: Autoria própria.

Pela figura 44, nota-se que a condição de engaste 4 proporciona ao modelo uma menor energia de dano e uma maior taxa de fragilização em comparação as condições de engaste 1 e 3.

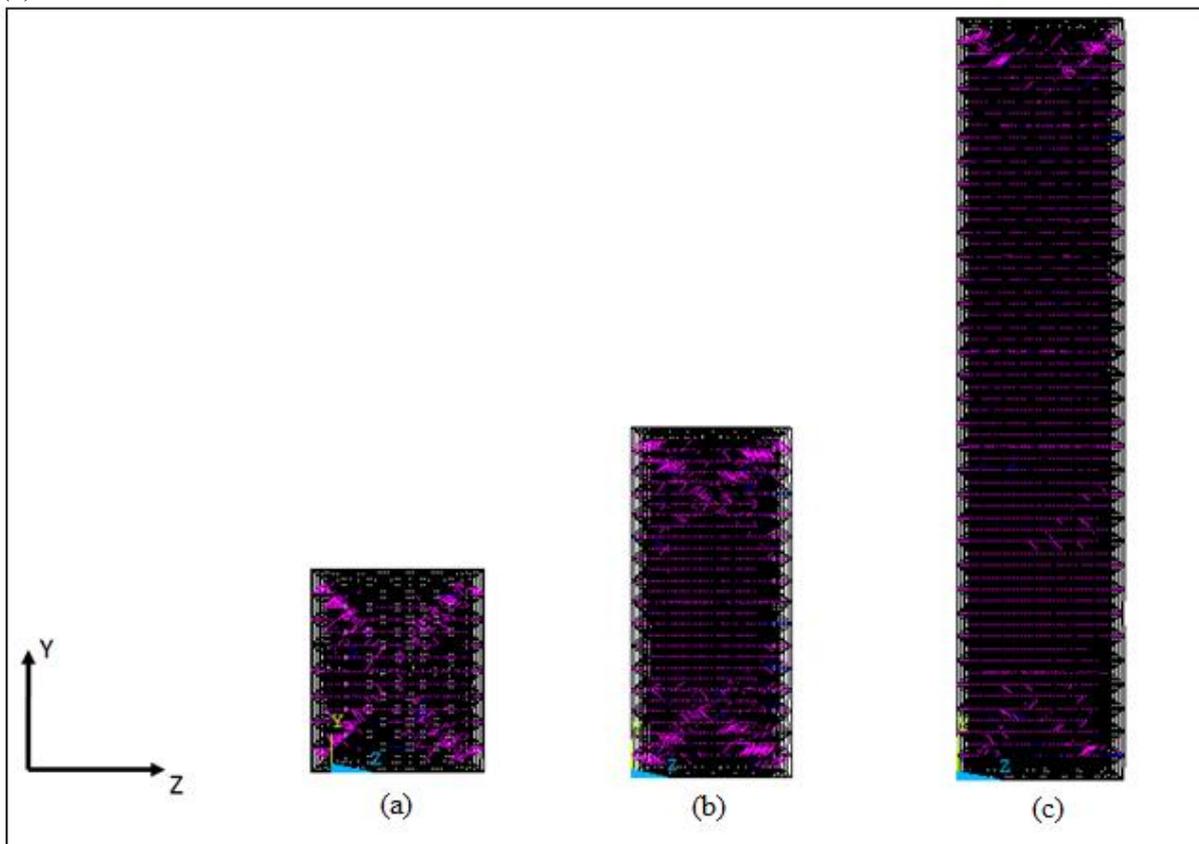
Figura 44 - Energia de Dano vs Deformação para o modelo 32x128x24 mm submetido ao carregamento de compressão.



Fonte: Autoria própria.

Os modelos 32x32x24, 32x64x24 mm e 32x128x24 mm apresentam um aspecto de ruptura taça cone (figura 45) resultante da compressão uniaxial com a condição de engaste 4.

Figura 45 – Aspecto de ruptura taça cone dos modelos (a) 32x32x24 mm e (b) 32x64x24 mm, (c) 32x128x24mm.



Fonte: Autoria própria.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresenta as conclusões obtidas nesse trabalho com as simulações numéricas realizadas com o LDEM, como também apresenta algumas propostas para trabalhos futuros.

6.1 Conclusões

O Método dos Elementos Discretos formado por barras (LDEM), foi empregado nesse trabalho para avaliar o comportamento dos modelos sob o carregamento de tração e compressão uniaxial.

As seguintes conclusões são apresentadas:

- Em relação ao gráfico Tensão *vs* Deformação obtida pelo ensaio experimental de tração direta, houve a necessidade de calibrar a energia específica de fratura (G_f) para que a curva obtida através da simulação numérica se assemelhasse com a curva experimental.

- Ao variar as condições de engaste dos modelos simulados com o carregamento de tração e compressão uniaxial, houve em alguns casos, variações consideráveis nas curvas tensão *vs* deformação,

- É possível observar que a configuração final da fratura de compressão e tração uniaxial dos modelos são similares as encontradas nos ensaios experimentais.

- As diferentes condições de contorno adotadas nos modelos submetidos ao carregamento de tração uniaxial não tiveram uma grande influência nos resultados finais (gráficos de tensão *vs* deformação e energia de dano *vs* deformação). No entanto, nas simulações de compressão uniaxial houve uma maior influência das condições de contorno. Isso demonstra que tanto no ensaio experimental como na simulação numérica, as condições de contorno adotadas podem influenciar significativamente nos resultados finais.

Portanto, o Método dos Elementos Discretos formados por barras (LDEM), é uma excelente ferramenta para a simulação de ensaios mecânicos de materiais quase frágeis, pois permite reproduzir satisfatoriamente os resultados obtidos de forma experimental.

6.2 Trabalhos Futuros

Ao longo do desenvolvimento desse trabalho foi possível observar casos que podem ser implementados com o Método dos Elementos Discretos formados por barras (LDEM), dentre eles, pode-se citar:

- O cálculo do fator de intensidade de tensão estático de uma placa de material isotrópico e anisotrópico em estado plano de deformação.

- Realizar simulações de cisalhamento com modelos com diferentes densidades de malhas, para verificar o aspecto e o ponto onde ocorre a fratura.

- Reproduzir os ensaios de compressão e flexão presentes no trabalho de Stochero (2015) com o LDEM.

- Variar o campo aleatório das propriedades dos materiais e verificar a sua influência nas simulações de ensaios mecânicos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIRCK, G. **Análise do processo de dano em material quase frágil através da simulação de um modelo de barras**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, D. G. **Ciência e Engenharia de Materiais: Uma introdução**. 8ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

CARPINTERI, A., FERRO, G., Anomalous and irregular mechanical behaviour in heterogeneous materials: Snap-back instabilities and fractal cracking. **Journal of the Mechanical Behavior of Materials**, v. 11, p. 23-29, 1999.

COLPO, A, B. Análise numérica e experimental do efeito de escala em materiais quase frágeis. **ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DO EFEITO DE ESCALA EM MATERIAIS QUASE FRÁGEIS**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia – PPEng da Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2015.

EFFITING, C. **Mecânica da fratura aplicada aos materiais dúcteis e frágeis**. Dissertação de Mestrado, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2004.

ITURRIOZ, I. **Aplicação do método dos elementos discretos ao estudo de estruturas laminares de concreto armado**. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 1995.

KOSTESKI, L, E. **Aplicaciones del método de Elementos Discretos em mecânica de fractura estática y dinâmica**. Dissertação de Mestrado, Departamento de mecânica aplicada da Universidad Nacional del Nordeste, Argentina, 2008.

MARANGON, E. **Caracterização Material e Estrutural de concretos autoadensáveis reforçados com fibras de aço**. Tese de Doutorado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil (COPPE) da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2011.

MARCHIORI, D, G. **A mecânica da fratura elástica linear e o modelo coesivo na previsão do faturamento de rochas.** Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

PUGLIA, V, B. **Estudo da ruptura em materiais heterogêneos quase frágeis aplicando o Método dos Elementos Discretos formado por barras juntamente com a técnica de emissão acústica.** Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

PUGLIA, B.V.; ITURRIOZ, I; RIERA, J.D.; KOSTESKI, L. **Random field generation of the material properties in the truss-like discrete element method,** Mecânica Computacional, Cílamce-Mecom 2010, v. XXIX, p. 6793-6807, 2010.

RIOS, R, D. **Aplicações do Método dos elementos discretos em Estruturas de Concreto.** Tese (doutorado). Universidade Federal de Rio Grande do Sul, UFRGS, 2002.

ROCHA, M. M. **Ruptura e Efeitos de Escala em Materiais não Homogêneos.** Tese de Mestrado, CPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 1989.

STOCHERO, N, P. **Desenvolvimento de cerâmica refratária com fibra de aço e sílica residual proveniente da queima da casca de arroz.** Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia – PPEng da Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2015.