

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**

**JULIANO DORNELLES GOULART**

**ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS COM  
COMPÓSITO CONTENDO FIBRAS DE JUTA ATRAVÉS DO MÉTODO DOS  
ELEMENTOS FINITOS**

**Alegrete  
2015**

**JULIANO DORNELLES GOULART**

**ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS COM  
COMPÓSITO CONTENDO FIBRAS DE JUTA ATRAVÉS DO MÉTODO DOS  
ELEMENTOS FINITOS**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de Engenharia Civil  
da Universidade Federal do Pampa, como  
requisito parcial para obtenção do Título de  
Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Telmo Egmar Camilo Deifeld

**Alegrete  
2015**

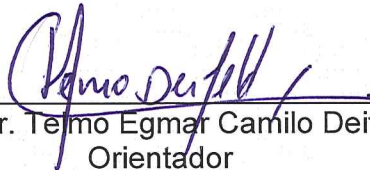
**JULIANO DORNELLES GOULART**

**ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS COM  
COMPÓSITO CONTENDO FIBRAS DE JUTA ATRAVÉS DO MÉTODO DOS  
ELEMENTOS FINITOS**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de Engenharia Civil  
da Universidade Federal do Pampa, como  
requisito parcial para obtenção do Título de  
Bacharel em Engenharia Civil.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 4 de dezembro de 2015.

Banca examinadora:



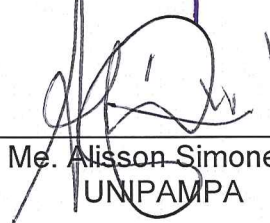
---

Prof. Dr. Teimo Egmar Camilo Deifeld  
Orientador  
UNIPAMPA



---

Prof. Dr. Ederli Marangon  
UNIPAMPA



---

Prof. Me. Alisson Simonetti Milani  
UNIPAMPA

## **AGRADECIMENTO**

Ao chegar ao fim de mais essa etapa de minha vida, gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos...

À Deus por tornar tudo possível.

À minha família, principalmente aos meu pais Juliano e Sandra e meu irmão Leandro, pelo amor, apoio e incentivo em toda a minha vida.

À avó Maria Otília, minha eterna gratidão, pela paciência, compreensão, amor e carinho.

À minha namorada e sobretudo amiga Bárbara, pelo apoio, amor e carinho.

Aos professores, colegas e funcionários da UNIPAMPA pelo apoio, atenção e colaboração.

Ao meu orientador, Prof. Telmo Egmar Camilo Deifeld, pela orientação e pelo constante estímulo durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

“Seja você quem for, seja qual for a posição social que você tenha na vida, a mais alta ou a mais baixa, tenha sempre como meta muita força, muita determinação e sempre faça tudo com muito amor e com muita fé em Deus, que um dia você chega lá. De alguma maneira você chega lá”.

Ayrton Senna

## RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar um modelo numérico capaz de investigar, de forma mais realista, o comportamento de vigas de concreto armado reforçadas à flexão, considerando a linearidade física dos materiais. Neste contexto, este trabalho apresenta uma abordagem numérica da fratura baseada no Método dos Elementos Finitos. Esta abordagem numérica da fratura constitui o método denominado interfaces coesivas. Sua descrição é apresentada, bem como sua implementação na análise, para o modo de ruptura detectado. Foram simuladas duas vigas, a primeira sendo uma viga de referência sem aplicação do reforço, e a segunda, uma viga reforçada com compósitos a base de fibra de juta na região tracionada do elemento estrutural.

Para verificar a precisão do modelo numérico desenvolvido, comparam-se os resultados numéricos com resultados experimentais. Nessas comparações, obtiveram-se aproximações consideravelmente boas, entre os resultados numéricos e experimentais.

Palavras-chave: Reforço estrutural de vigas, elementos finitos, mecânica da fratura, linearidade física dos materiais, modelagem computacional, concreto armado.

## ABSTRACT

The objective of this labour is present a numerical model able to investigate more realist the behavior of reinforced concrete beams strengthened in bending, considering the linearity of the materials In this context this work presents a numerical approach to fracture based on the Finite Element Method. This numeric approach fracture is the method called cohesive interfaces. Their description is given and its implementation in the analysis for the detected failure mode. Two beams were simulated the first one being a reference beam without the application of the reinforcement and the second a beam reinforced composites jute fiber base in the tensioned region of the structural element.

To verify the accuracy of the numerical model developed if we compare the numerical results with experimental results. These comparisons we obtained pretty good approximations between the numerical and experimental results.

Keywords: Structural reinforcement of beams, finite elements, fracture mechanics, linearity of the materials, computer modeling, reinforced concrete.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Seção típica de vigas reforçadas por encamisamento .....	11
Figura 2 – Geometria dos cabos de protensão .....	13
Figura 3 – Modos de ruptura em vigas reforçadas com chapas de aço .....	14
Figura 4 – Reforço de vigas com chapas metálicas: colagem e chumbamento .....	15
Figura 5 – Exemplos de compósitos: reforço unidirecional e bidirecional .....	15
Figura 6 – Aspecto visual de tecidos de reforço com diferentes tipos de fibras .....	16
Figura 7 – Diagrama tensão-deformação de fibras e metais.....	17
Figura 8 – Diferentes tipos de elementos finitos.....	22
Figura 9 – Divisão de um meio contínuo em elementos finitos .....	24
Figura 10 – Diagrama tensão-deformação de fibras e metais.....	25
Figura 11 – Diferentes tipos de elementos finitos.....	26
Figura 12 – Divisão de um meio contínuo em elementos finitos .....	27
Figura 13 – Diagrama tensão-deformação de fibras e metais.....	28
Figura 14 – Diferentes tipos de elementos finitos.....	29
Figura 15 – Modelo distribuído para a armadura.....	32
Figura 16 – Modelo incorporado para a armadura .....	32
Figura 17 – Modelo discreto para a armadura.....	33
Figura 18 – Representação do modelo discreto para a armadura .....	33
Figura 19 – Modos de fraturamento .....	35
Figura 20 – Zona de Processos Inelásticos em estruturas de concreto .....	36
Figura 21 – Mecanismos da Zona de Processo de Fratura.....	37
Figura 22 – Modelo de fissuras discretas .....	44
Figura 23 – Modelo de fissuras distribuídas.....	46
Figura 24 – Elementos de interface.....	47
Figura 25 – Ensaio de flexão sob três pontos para obter a energia de fratura .....	48
Figura 26 – Geometria do elemento Plane 183.....	49
Figura 27 – Geometria do elemento Beam 3 .....	50
Figura 28 – Geometria do elemento Inter 203.....	51
Figura 29 – Esquematização de deformação do elemento Inter 203 .....	51
Figura 30 – Viga V2R já reforçada, pronta para ser ensaiada.....	53
Figura 31 – Esquema estrutural simplificado das vigas V1Ref e V2 .....	53
Figura 32 – Detalhamento das armaduras das vigas V1Ref e V2.....	53



Figura 33 – Mapa de fissuração da viga V1Ref.....	54
Figura 34 – Visão expandida dos elementos coesivos de interface .....	55
Figura 35 – Geometria básica das vigas V1Ref e V2.....	57
Figura 36 – Malha empregada para a discretização das vigas V1Ref e V2 .....	58
Figura 37 – Discretização das armadura utilizadas nas vigas V1Ref e V2 .....	58
Figura 38 – Condição de suporte das vigas V1Ref e V2.....	59
Figura 39 – Carregamento das vigas implementado através de deslocamentos ....	59
Figura 40 – Demonstração dos elementos finitos tracionados a serem reparados .	61
Figura 41 – Comprimentos de entalhes analisados para viga V1Ref.....	65
Figura 42 – Carga vs. deslocamento para os diferentes tamanhos de entalhes.....	66
Figura 43 – Ruptura da viga V1Ref com o uso do entalhe pequeno .....	67
Figura 44 – Malhas livres empregadas na análise da viga V1Ref.....	68
Figura 45 – Carga vs. deslocamento para as diferentes malhas analisadas .....	68
Figura 46 – Comprimento das fissuras obtidas no ensaio experimental da V1Ref .	70
Figura 47 – Extração do comprimento de fissura através do modelo numérico .....	70
Figura 48 – Comparativo da viga V1Ref em relação aos deslocamentos verticais. 71	
Figura 49 – Comparativo da viga V1Ref em relação aos carregamentos .....	73
Figura 50 – Carga vs. deslocamento vertical no centro do vão da viga V1Ref .....	74
Figura 51 – Comprimento das fissuras obtidas no ensaio experimental da V2.....	76
Figura 52 – Comparativo da viga V2 nas diferentes etapas do ensaio .....	77
Figura 53 – Abertura da primeira interface coesiva da V2, com carga de 14,78 kN	78
Figura 54 – Carga vs. deslocamento vertical no centro do vão da viga V2.....	78
Figura 55 – Diagrama de carga vs. tempo da viga V2 .....	79
Figura 56 – Carga vs. deslocamento vertical no centro do vão da viga V2R.....	80

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades típicas das resinas mais usadas .....	18
Tabela 2 – Propriedades e características de fibras vegetais e convencionais .....	23
Tabela 3 – Fibras de origem vegetal mais comercializadas (2010) .....	24
Tabela 4 – Proporção da matriz cimentícia e da fibra de juta no compósito .....	58
Tabela 5 – Localização das fissuras nas vigas V1Ref e V2 .....	60
Tabela 6 – Incrementos de deslocamentos para a viga V1Ref .....	63
Tabela 7 – Incrementos de deslocamentos para a viga V2 e V2R.....	63
Tabela 8 – Comparação em termos de deslocamentos dos dados numéricos e experimentais da viga V1Ref.....	71
Tabela 9 – Comparação em termos de carregamentos dos dados numéricos e experimentais da viga V1Ref.....	73
Tabela 10 – Comparação em termos de carregamentos dos dados numéricos e experimentais da viga V2 .....	77
Tabela 11 – Comparação dos dados numéricos e experimentais da viga V2R .....	80

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Propriedades típicas de algumas fibras.....	17
Quadro 2 – Tipos de fibra de vidro e suas principais aplicações.....	21

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
<b>1.2 Objetivo geral .....</b>	<b>14</b>
<b>1.3 Objetivo específico .....</b>	<b>14</b>
<b>1.4 Justificativa.....</b>	<b>14</b>
<b>2.1 Métodos de reforço para vigas de concreto armado .....</b>	<b>16</b>
<b>2.1.1 Reforço pelo aumento da seção transversal .....</b>	<b>16</b>
<b>2.1.2 Reforço por protensão externa.....</b>	<b>17</b>
<b>2.1.3 Reforço por colagem de chapa de aço.....</b>	<b>18</b>
<b>2.1.4 Reforço de estruturas de concreto com materiais compósitos.....</b>	<b>20</b>
<b>2.1.4.1 Fibras de carbono .....</b>	<b>24</b>
<b>2.1.4.2 Fibras de aramida.....</b>	<b>24</b>
<b>2.1.4.3 Fibras de vidro.....</b>	<b>25</b>
<b>2.1.4.4 Fibras vegetais .....</b>	<b>26</b>
<b>2.1.4.4.1 Fibra de Juta .....</b>	<b>28</b>
<b>2.1.4.5 Regra das misturas .....</b>	<b>30</b>
<b>2.1.5 Mecanismos de falha dos materiais compósitos .....</b>	<b>31</b>
<b>2.2 Método dos elementos finitos.....</b>	<b>32</b>
<b>2.2.1 Modelo de elementos finitos para o concreto .....</b>	<b>34</b>
<b>2.2.2 Modelo de elementos finitos para a armadura .....</b>	<b>37</b>
<b>2.2.2.1 Modelo discreto de armadura .....</b>	<b>39</b>
<b>2.3 Mecânica da fratura.....</b>	<b>39</b>
<b>2.3.1 Modos de fraturamento.....</b>	<b>40</b>
<b>2.3.3 Representação da fissuração via método dos elementos finitos .....</b>	<b>44</b>
<b>2.3.3.1 Modelo de fissuração discreta.....</b>	<b>44</b>
<b>2.3.3.2 Modelo de fissuração distribuída .....</b>	<b>45</b>
<b>2.3.3.3 Interfaces coesivas aplicadas ao método dos elementos finitos .....</b>	<b>46</b>
<b>2.3.4 Energia de fraturamento do concreto.....</b>	<b>48</b>
<b>2.4 Escolha do software.....</b>	<b>49</b>
<b>2.4.1 Plane 183.....</b>	<b>49</b>
<b>2.4.2 Beam 3.....</b>	<b>50</b>
<b>2.4.3 Inter 203.....</b>	<b>50</b>

<b>3 METODOLOGIA .....</b>	<b>52</b>
3.1 Introdução.....	52
3.2 Vigas experimentais de Dellatorre.....	52
3.3 Implementação computacional .....	54
3.3.1 Representação das fissuras.....	54
3.3.2 Propriedades dos materiais .....	56
3.3.2.1 Propriedades do sistema de reforço estrutural .....	57
3.3.3 Modelo numérico.....	58
3.3.3.1 Geração da malha.....	59
3.3.3.2 Condições de contorno .....	61
3.3.3.3 Carregamentos das vigas.....	61
3.3.3.4 Execução do reforço à flexão na viga V2R .....	62
<b>4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS .....</b>	<b>64</b>
4.1 Introdução.....	64
4.1.1 Efeito do comprimento característico dos entalhes E, C e D.....	64
4.1.2 Efeito da malha nas zonas das interfaces coesivas.....	66
4.2 Simulação numérica da viga V1Ref .....	68
4.2.1 Análise dos resultados da viga V1Ref em termos de deslocamentos.....	69
4.2.2 Análise dos resultados da viga V1Ref em termos de carregamentos .....	71
4.3 Simulação numérica da viga V2.....	74
4.4 Simulação numérica da viga V2R .....	78
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>81</b>
5.1 Sugestões para trabalhos futuros .....	82
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>83</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os problemas patológicos e a necessidade de reabilitação afetam as construções desde os primórdios das civilizações e dependem principalmente da qualidade da edificação construída. Entretanto, durante sua vida útil, os materiais, componentes e elementos utilizados na construção civil, interagem com o ambiente, constituído muitas vezes por agentes agressivos que apresentam variados níveis de agressividade (BEBER, 2003). Some-se a isto a necessidade de reabilitar certas estruturas devido a outros fatores que não estejam relacionados com a qualidade ou a durabilidade da edificação, mas sim com a mudança do uso da estrutura, com a inviabilidade de demolição e reconstrução ou com a necessidade de ampliação da estrutura (REIS, 1998). Dentro deste contexto, cresce também em importância o estudo das patologias e das técnicas de recuperação e reforço das estruturas.

Para Souza e Ripper (1998), a Patologia da Estruturas pode ser entendida como a parte da engenharia, que estuda as origens, as formas de manifestação, as consequências e os mecanismos de ocorrência das falhas e dos sistemas de degradação das estruturas.

Quando uma construção não é mais capaz de atender de maneira adequada às suas funções, é preciso reabilitá-la, ou seja, torná-la apta novamente a satisfazer com segurança à demanda da sociedade. Atualmente, existem muitas técnicas para a recuperação e o reforço das estruturas de concreto armado. Em se tratando de vigas, objeto de estudo deste trabalho, pode-se destacar: o aumento da seção transversal, a protensão externa e o reforço por colagem de materiais compósitos sintéticos e naturais (ALMEIDA T., 2001).

A escolha por um dos citados tipos de intervenção passa, necessariamente, por fatores técnicos e econômicos como: eficiência do reforço, condições e custos de realização da obra e disponibilidade local de mão-de-obra adequada, além de materiais e equipamentos (SIMÕES, 2007).

Neste contexto, existe hoje um interesse crescente nos materiais compósitos que utilizam fibras vegetais como agentes de reforço. Esse interesse está relacionado ao seu baixo custo, densidade menor do que as fibras de vidro, além de serem fontes renováveis, não abrasivas, biodegradáveis e amplamente disponíveis em território nacional (PIRES, 2009).

Visando o aproveitamento de recursos naturais disponíveis em território nacional e buscando-se alternativas que sejam economicamente viáveis para o reforço de matrizes poliméricas, optou-se pelas fibras de juta. Estas fibras foram escolhidas por apresentarem elevadas propriedades específicas associada ao seu baixo custo, além de possuir uma cadeia produtiva bem estabelecida no Brasil.

## **1.2 Objetivo geral**

Dar continuidade ao trabalho “Reforço de vigas de concreto armado submetidas à flexão com compósito contendo fibras de juta”, desenvolvido por Dellatorre (2015), fazendo uso de modelos numéricos para simular o comportamento de fissuração, através de interfaces coesivas e de fissuras do tipo discretas. Esta análise será feita por modelagem em software baseado em elementos finitos.

## **1.3 Objetivo específico**

- Implementação do modelo numérico para análise de estruturas bidimensionais (2D) de concreto armado, no software ANSYS®;
- Avaliar a eficiência da técnica de reforço à flexão com compósito contendo fibras de juta na parte tracionada;
- Verificar a abertura de fissuras durante o processo de carregamento, com base na aplicação da Mecânica da Fratura e do Método dos Elementos Finitos;
- Comparação dos resultados numéricos obtidos pelo modelo numérico implementado com os resultados obtidos no trabalho experimental, para fins de refinamento do modelo numérico implementado.

## **1.4 Justificativa**

Nos últimos anos, diversos centros de pesquisa, que têm se dedicado ao desenvolvimento de novas alternativas para o reforço de estruturas de concreto armado, buscando estender a vida útil das estruturas. Neste contexto, a utilização de compósitos de fibras de naturais no reforço de estruturas de concreto armado representa uma solução interessante.

A aplicação desta técnica de reforço, em substituição àquelas tradicionalmente empregadas, impõe a necessidade de conhecer suas propriedades e seu comportamento sob as mais diversas condições. No entanto, a grande maioria dos estudos gerados a partir destas técnicas, são embasados em análises experimentais.

Portanto, são poucos os estudos que focalizam o estudo computacional do comportamento estrutural destas estruturas reforçadas. Assim, este trabalho tem por objetivo a modelagem computacional de elementos constituídos por concreto armado reforçado com compósitos de fibras de juta através da utilização de um modelo bidimensional, capaz de representar e prever comportamento desta estrutura.



## **2 REVISÃO DE LITERATURA**

### **2.1 Métodos de reforço para vigas de concreto armado**

O reforço estrutural está geralmente associado como solução de prejuízos causados pela mudança de utilização de certa estrutura ou como uma alternativa para o melhoramento de sua capacidade para suportar determinado conjunto de solicitações (BEBER, 2003).

No entanto, antes de se definir a técnica de reforço a ser empregada, é fundamental levantar as causas que levaram à necessidade de reforço, de maneira a assegurar a vida útil da estrutura após a intervenção (ALMEIDA T., 2001).

A escolha de uma técnica de reforço adequada não será eficiente se o que foi planejado não for executado adequadamente. Além disso, Santos (2006) afirma que o bom desempenho e a durabilidade de uma estrutura reforçada dependem da boa aderência entre o material de reforço e o substrato.

Na flexão de vigas, geralmente a reabilitação está associada a insuficiência da armadura de tração ou por deficiência nos mecanismos de resistência à compressão, quer seja pela baixa resistência do concreto ou por insuficiência de armadura na zona comprimida (ALMEIDA T., 2001).

As técnicas de reforço à flexão de vigas de concreto armado mais utilizadas são: reforço por aumento da seção transversal, protensão externa, reforço por colagem de materiais (chapas de aço ou polímeros reforçados com fibras).

Cada uma dessas técnicas possuem suas vantagens e desvantagens, devendo-se avaliá-las de forma a escolher aquela que represente a melhor relação custo-benefício e possa ser executada dentro do prazo requerido.

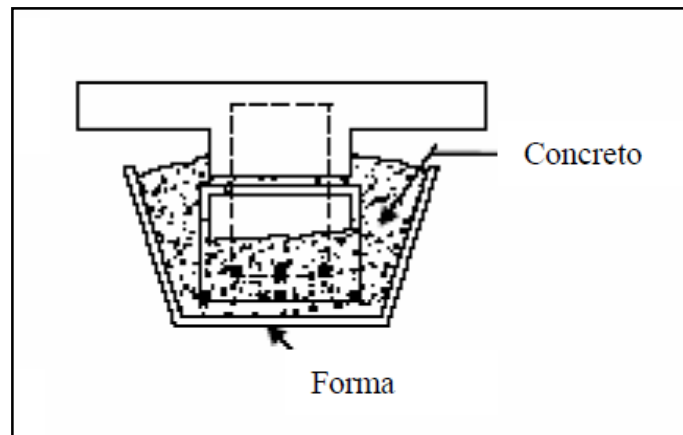
A seguir são comentados alguns aspectos importantes destas técnicas.

#### **2.1.1 Reforço pelo aumento da seção transversal**

Este método de reforço consiste no acréscimo de uma nova camada de concreto ou argamassa armada, a qual irá incrementar a seção do elemento deficiente e, deste modo, resistir a tensões adicionais, e sua eficiência depende da ligação entre as partes antiga e nova (SIMÕES, 2007).

A aderência necessária para o perfeito desempenho da estrutura encamisada (Figura 1) pode ser um fator de encarecimento dessa técnica de reforço, principalmente quando se recorre ao uso de agentes adesivos (SANTOS, 2006).

Figura 1 – Seção típica de vigas reforçadas por aumento da seção transversal



Fonte: Santos (2006, p.59)

Segundo Almeida T. (2001), as principais vantagens deste método é o amplo conhecimento dos materiais e das técnicas a serem empregadas, além do menor custo quando comparado a outras técnicas de reforço e a rapidez na execução.

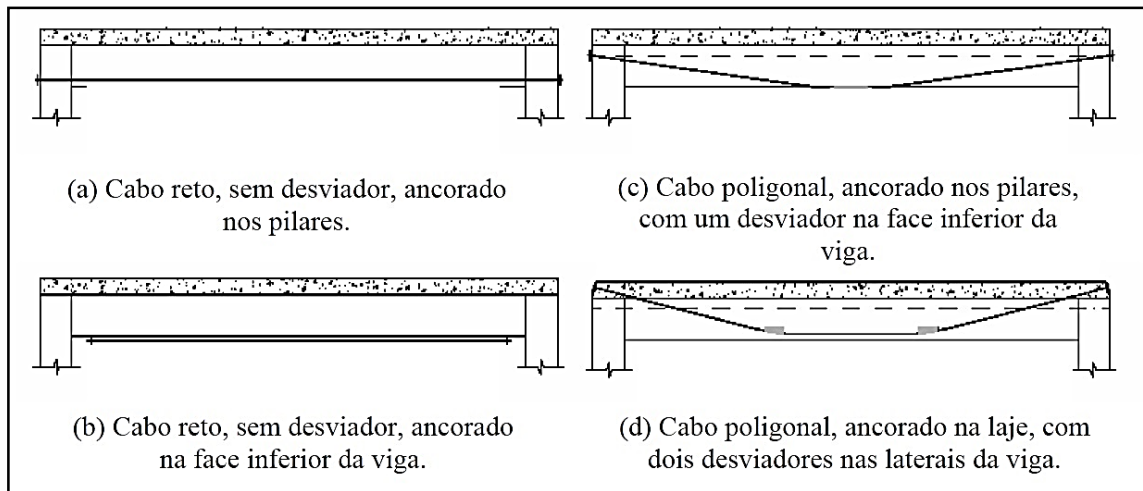
No entanto, o risco de corrosão das armaduras, devido a cobrimentos reduzidos, e a conseqüente deterioração do concreto do reforço e o aumento da carga permanente sobre a estrutura caracterizam-se como as principais desvantagens desta técnica de reforço estrutural (PINTO, 2000).

### 2.1.2 Reforço por protensão externa

Conforme Pfeil (1983), a protensão pode ser definida como um artifício que introduz em uma estrutura um estado prévio de tensões capaz de aumentar sua resistência ou seu comportamento sob diversas solicitações de carga.

Conforme Almeida T. (2001), o diferencial da protensão externa (Figura 2) quando comparada a outras técnicas de reforço é seu caráter ativo, logo, o reforço age sobre a estrutura antes mesmo que a viga se deforme. Além disso, a protensão melhora o comportamento em serviço e aumenta a capacidade resistente das vigas.

Figura 2 – Geometria dos cabos de protensão



Fonte: Almeida T. (2001, p.17)

As vantagens mais relevantes desta técnica de reforço são a relativa simplicidade do método construtivo; a ausência de problemas com o cobrimento dos cabos; a possibilidade de inspeção e eventual reposição dos cabos durante a vida útil (BEBER, 2003).

Entretanto, por estar situado no exterior dos elementos estruturais, apresentam-se como desvantagens desta técnica, a sua vulnerabilidade à ação do fogo, da corrosão eletroquímica e atos de vandalismo (BEBER, 2003).

### 2.1.3 Reforço por colagem de chapa de aço

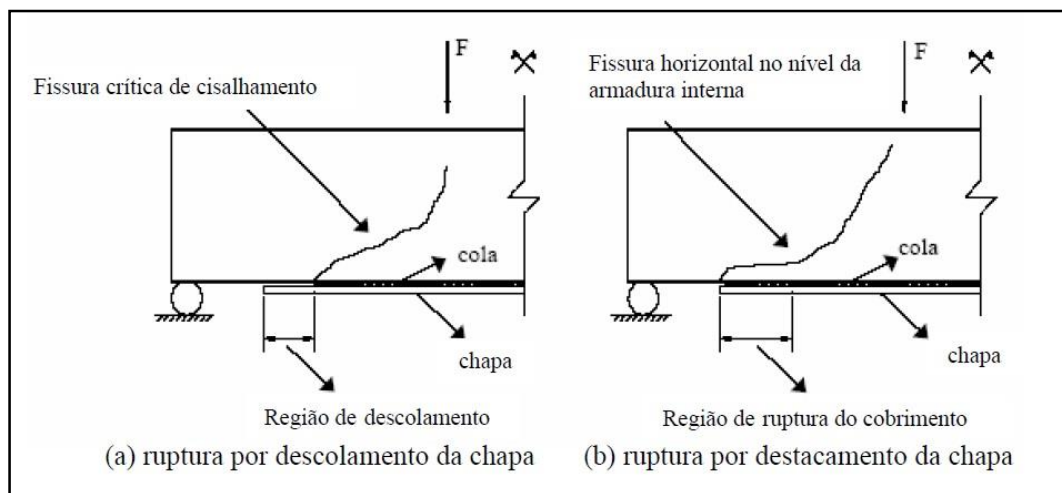
Desde a década de 60, o reforço com chapas de aço coladas em vigas de concreto armado tem sido utilizado na África do Sul, Japão e em vários países da Europa. A técnica é adequada nos casos onde há deficiência nas armaduras existentes, sem haver deficiência nas dimensões dos elementos estruturais e na qualidade do concreto (BEBER, 2003).

Devido à pequena interferência que causam nas dimensões arquitetônicas, ao baixo peso próprio introduzido na estrutura, à facilidade de execução e limpeza na aplicação, além da rápida reutilização da estrutura, a técnica de reforço de vigas por intermédio da colagem de chapas de aço no concreto tem sido a solução adotada com maior frequência (SIMÕES, 2007).

No entanto, diversos estudos relacionados a esta técnica apresentam alguns inconvenientes, listados a seguir:

- a) corrosão do aço;
- b) impossibilidade de visualizar fissuras na região sob a chapa;
- c) tendência de destacamento dos bordos da chapa devido à concentração de tensões (Figura 3);
- d) alto custo do adesivo;
- e) necessidade de suportes durante o tempo de cura do mesmo e limitação do comprimento das chapas que pode dar origem à necessidade de execução de emendas.

Figura 3 – Modos de ruptura em vigas reforçadas com chapas de aço



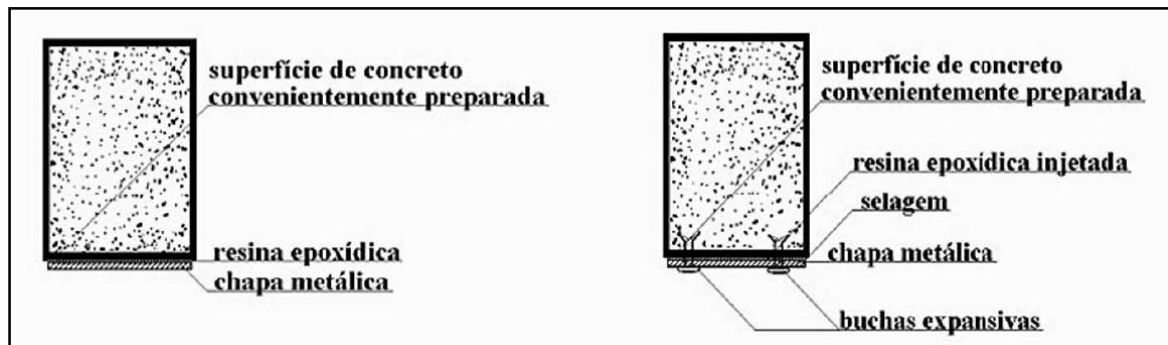
Fonte: Simões (2007, p.7)

A transferência de tensões desejada entre o aço e o concreto (Figura 4), depende de uma série de medidas que devem ser tomadas junto à incorporação do reforço. De acordo com Souza e Ripper (1998), a rugosidade do concreto é um fator fundamental para que aderência química entre os materiais seja garantida.

Segundo os autores, depois da obtenção de uma superfície uniformemente rugosa, esta deve ser limpa e seca, para a posterior aplicação da resina epóxica. As exigências pertinentes a placa de aço envolvem a remoção de óleos e gorduras do material, seguido da decapagem por jato abrasivo. Finalmente, as placas podem ser posicionadas junto a estrutura, sendo submetidas a uma pressão constante, durante o tempo de prescrição da resina, que não deverá ser inferior a 24 horas.

O Comitê Euro-Internacional Du Béton (CEB, 1983) recomenda a utilização de chapas de aço com espessura máxima de 3,0 mm, sendo a espessura máxima da camada de resina epóxica de 1,5 mm e proteção da região reforçada contra fogo.

Figura 4 – Reforço de vigas com chapas metálicas: colagem e chumbamento

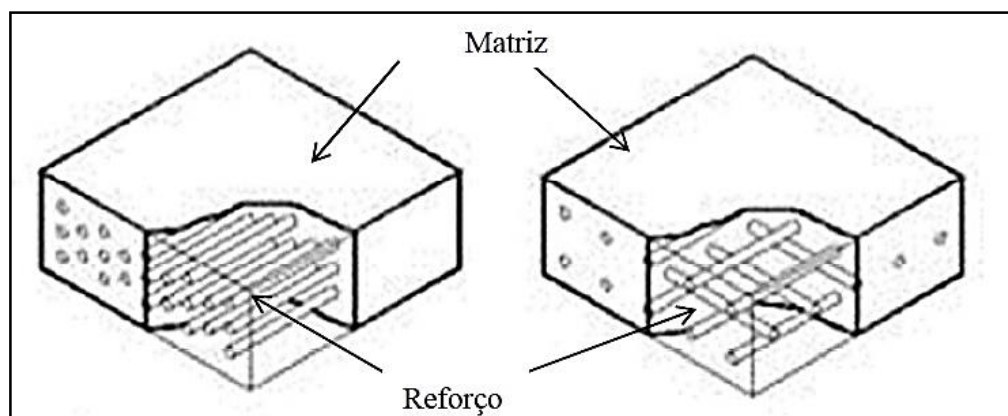


Fonte: Souza e Ripper (1998, p.148)

#### 2.1.4 Reforço de estruturas de concreto com materiais compósitos

Os materiais compósitos podem ser definidos como misturas não solúveis de dois ou mais constituintes com composições distintas que estabeleçam entre si uma interface reconhecida, cujas propriedades se combinam e não podem ser obtidas simplesmente pela soma dos diferentes materiais individualmente, em que um dos materiais garante a ligação: matriz; e a outra a resistência: fibras (ALMEIDA N., 2012).

Figura 5 – Exemplos simplificados de compósitos: reforço unidirecional e bidirecional



Fonte: Almeida N. (2012, p.7)

O crescente aumento do emprego de materiais compósitos está associado com os seguintes motivos: elevada resistência à tração, boa resistência à corrosão, a ataques químicos e a cargas dinâmicas; peso reduzido; boa capacidade de deformação; disponibilidade em várias formas, tipos e dimensões. Porém, ao contrário do aço, apresentam comportamento linear – elástico até a ruptura, sem patamar de escoamento, trazendo uma possível redução de ductilidade nos elementos reforçados (CARNEIRO, 2004).

Segundo Veiga (2014), a escolha entre as várias opções de materiais, tanto da matriz como das fibras, está associada a vários fatores, tais como, desempenho, custo, condições de processamento e disponibilidade.

#### a) Fibras

As fibras são responsáveis pela resistência e rigidez do compósito, que varia em função do tipo, tamanho, grau de concentração e disposição das mesmas na matriz. Pode-se afirmar que a resistência à tração e o módulo de elasticidade apresentam seus valores máximos na direção longitudinal das fibras, e esses valores vão diminuindo ao se afastar da direção principal até o mínimo que corresponde à direção perpendicular à longitudinal das fibras (SALLABERRY, 2005; ARAÚJO, 2002).

As principais fibras para reforço de estruturas de concreto, utilizadas comercialmente são as de vidro, carbono e aramida (Figura 6).

Figura 6 – Aspecto visual de tecidos de reforço fabricados com diferentes tipos de fibras: (a) Fibra de carbono; (b) Fibra de vidro; (c) Fibra de aramida



Fonte: Garcez (2007, p.18)

Elas têm suas propriedades detalhadas no Quadro 1, sendo seguidas, pela relação tensão-deformação das fibras comparadas ao aço CA-50 e ao aço de protensão (Figura 7).

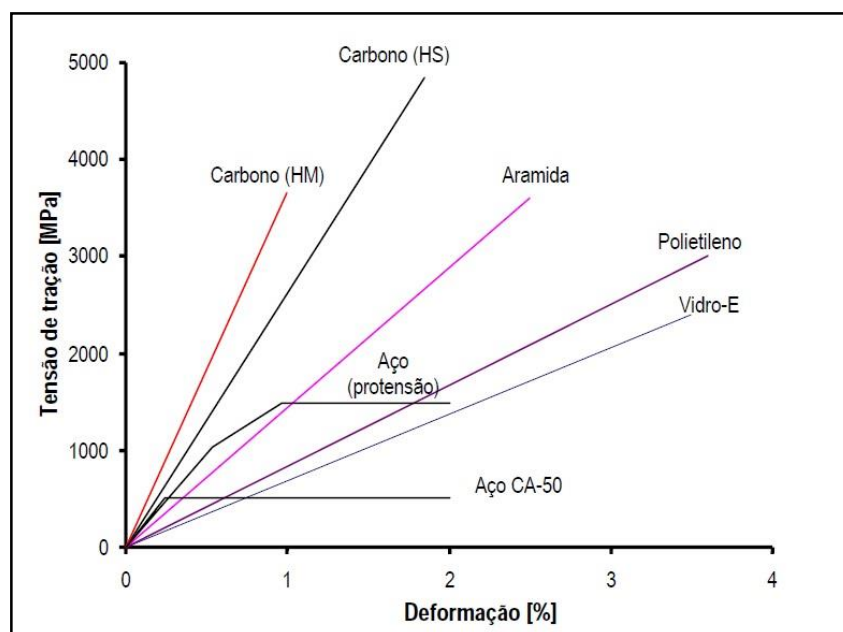
As propriedades mecânicas e físicas variam significativamente entre os diversos tipos de fibra e podem variar consideravelmente também para o mesmo tipo de fibra (ARAÚJO, 2002).

Quadro 1 – Propriedades típicas de algumas fibras

Propriedade	Vidro-E	Aramida (A) Kevlar 49™	Carbono de elevada resistência (HS)	Carbono de elevado módulo (HM)	Aço CA-50
Resistência à tração [MPa]	2400	3600	3300-5000	1500-4700	500 (escoamento) 550 (ruptura)
Módulo de elasticidade [GPa]	70	130	230-300	345-590	210
Deformação na ruptura [%]	3,5	2,5	1,5-2,2	0,6-1,4	0,2 (escoamento) 6 (ruptura)
Peso específico [kN/m³]	25,6	14,4	18	19	78,5
Coeficiente de dilatação térmica [ $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ]	5,0	-2 (longitudinal)	-1 (longitudinal)	-1 (longitudinal)	12 (longitudinal)
		+59 (transversal)	+17 (transversal)		
Custo da fibra [US\$/kg]	2	22	15-22	90	1

Fonte: Beber (2003, p.27)

Figura 7 – Diagrama tensão-deformação de fibras e metais



Fonte: Beber (2003, p.27)

Todos os fatores levam a crer que as fibras de carbono constituem um eficiente reforço para materiais poliméricos. Entretanto, o único fator limitante situa-se na questão econômica, já que possuem um alto custo de produção quando comparado a outras fibras ou métodos de reforço.

#### b) Matriz

A matriz polimérica possui diversas funções. Sucintamente, ela tem responsabilidade pela união e manter o correto posicionamento das fibras que compõe o material compósito, a fim de garantir a adequada transferência de esforços de fibra para fibra (SALLABERRY, 2005).

Segundo Beber (2003), a matriz protege as fibras, formando uma camada contra a abrasão, umidade, oxidação e agentes agressivos de natureza química e biológica presentes no ambiente.

Atualmente, existe uma grande variedade de matrizes disponíveis para a fabricação de compósitos de PRF. As matrizes poliméricas podem ser originadas a partir de resinas termorrígidas e termoplásticas.

As resinas mais utilizadas nos PRF são as termorrígidas da classe dos poliésteres insaturados, dos vinilésteres e dos epóxidos. As resinas epóxi são bastante usadas nos compósitos de alta performance pela extensa gama de propriedades físicas e mecânicas, apesar do alto custo (ARAÚJO, 2002). Algumas propriedades mecânicas importantes na caracterização de matrizes poliméricas dos compósitos são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Propriedades típicas das resinas mais usadas

Tipo de Resina	Resistencia à Tração (MPa)	Modulo de elasticidade (GPa)	Peso específico (kg/m <sup>3</sup> )	Retração na cura (%)
Poliéster	35 - 104	2,1 - 3,5	1100 - 1400	5 - 12
Vinil éster	73 - 81	3,0 - 3,5	1100 - 1300	5 - 10
Epóxi	55 - 130	2,8 - 4,1	1200 - 1300	1 - 5

Fonte: Araújo (2002, p.8)



As resinas termorrígidas quando curadas, possuem alto grau de polimerização das moléculas e endurecimento irreversível. Quando exposto a temperaturas elevadas após o endurecimento, não fundem e nem se decompõe. Essas resinas impregnam facilmente às fibras, sem necessitar de condições especiais como grandes pressões ou altas temperaturas, e oferecem melhor estabilidade química e térmica, além de apresentar menor retração e relaxação quando comparadas às resinas termoplásticas (SALLABERRY, 2005).

#### **2.1.4.1 Fibras de carbono**

Inicialmente utilizados para a reabilitação de elementos submetidos a abalos sísmicos, os polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC) ou “*carbon fiber reinforced polymers*” (CFRP) têm sido utilizados com sucesso como reforço à flexão, ao cisalhamento e à compressão de pilares pela técnica de confinamento (SALLABERRY, 2005).

A durabilidade, a leveza e a variabilidade de comprimento são características do compósito que contribuem de forma fundamental para a sua boa aceitação, sendo que essa técnica pouco altera a geometria das peças reforçadas. No entanto, a eficiência dessa técnica de reforço sofre considerável influência dos seguintes fatores: orientação e disposição das fibras, número de camadas de reforço e presença de dispositivos de amarração (SANTOS, 2006).

Em contrapartida, Carneiro (2004) explica que as fibras de carbono reduzida e elevada condutibilidade elétrica, que pode causar corrosão do tipo galvânica quando em contato com materiais metálicos.

O método de reforço estrutural de elementos de concreto por incremento de compósitos de fibras de carbono é de execução rápida, fácil e limpa. Portanto, na visão de Araújo (2002), essas vantagens podem compensar o custo do compósito, que chega a ser cerca de dez vezes o do aço.

#### **2.1.4.2 Fibras de aramida**

São as mais populares fibras de origem orgânica. Em geral, são conhecidas como *kevlar*<sup>®</sup>, marca registrada da *DuPont*, sendo reconhecida mundialmente pela

produção de materiais compósitos utilizados em coletes à prova de bala e na indústria aeronáutica.

De modo geral, as fibras de aramida podem ser consideradas como portadoras de propriedades intermediárias em relação às outras fibras estudadas neste trabalho, tanto no aspecto estrutural, quanto na parte econômica. Ainda que as fibras sejam caracterizadas por apresentarem ruptura frágil, as fibras de aramida possuem a vantagem de ter um comportamento menos frágil na ruptura, característica almejada em materiais com fins estruturais (GARCEZ, 2007).

Segundo Carneiro (2004), as fibras de aramida possuem baixa densidade, condutibilidade elétrica e retração, altas resistências à tração e ao impacto e moderada resistência a ataques químicos, no entanto, degradam-se por exposição à radiação ultravioleta.

#### **2.1.4.3 Fibras de vidro**

As fibras de vidro são largamente utilizadas para aplicações em engenharia civil, principalmente pela excelente relação custo de produção/propriedades mecânicas. Sendo utilizadas em larga escala na forma de tecidos bidirecionais no reforço de elementos estruturais.

As fibras de vidro podem ser divididas em dois grupos. O primeiro com módulo de elasticidade de cerca de 70 GPa e resistência entre 1000 e 2000 MPa, como por exemplo as fibras do tipo E, A, C e E-CR. O segundo grupo possui módulo de elasticidade de cerca de 85 GPa, com resistência à tração entre 2000 e 3000 MPa, como por exemplo as fibras do tipo R, S e AR. Estas fibras e suas principais aplicações são apresentadas no Quadro 2. (BEBER, 2003 *apud* HOLLAWAY; LEEMING<sup>1</sup>, 1999).

---

<sup>1</sup> HOLLAWAY, L. C.; LEEMING, M. B. **Strengthening of reinforced concrete structures using externally onded FRP composites in structural and civil engineering**. 1 ed. Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 1999. 327 p.

Quadro 2 – Tipos de fibra de vidro e suas principais aplicações

Tipo de fibra	Principal aplicação
<i>E</i>	aplicações usuais, baixo conteúdo de álcalis (< 1%)
<i>A</i>	elevado conteúdo de álcalis (10-15%)
<i>C</i>	excelente resistência à corrosão, utilizado para acabamento de superfícies
<i>E-CR</i>	livre de boro, boa resistência à corrosão por ácidos
<i>R, S</i>	excelentes propriedades mecânicas, utilizados para aplicações de alto desempenho
<i>AR</i>	resistente à ação de álcalis, empregado em concretos reforçados com fibras

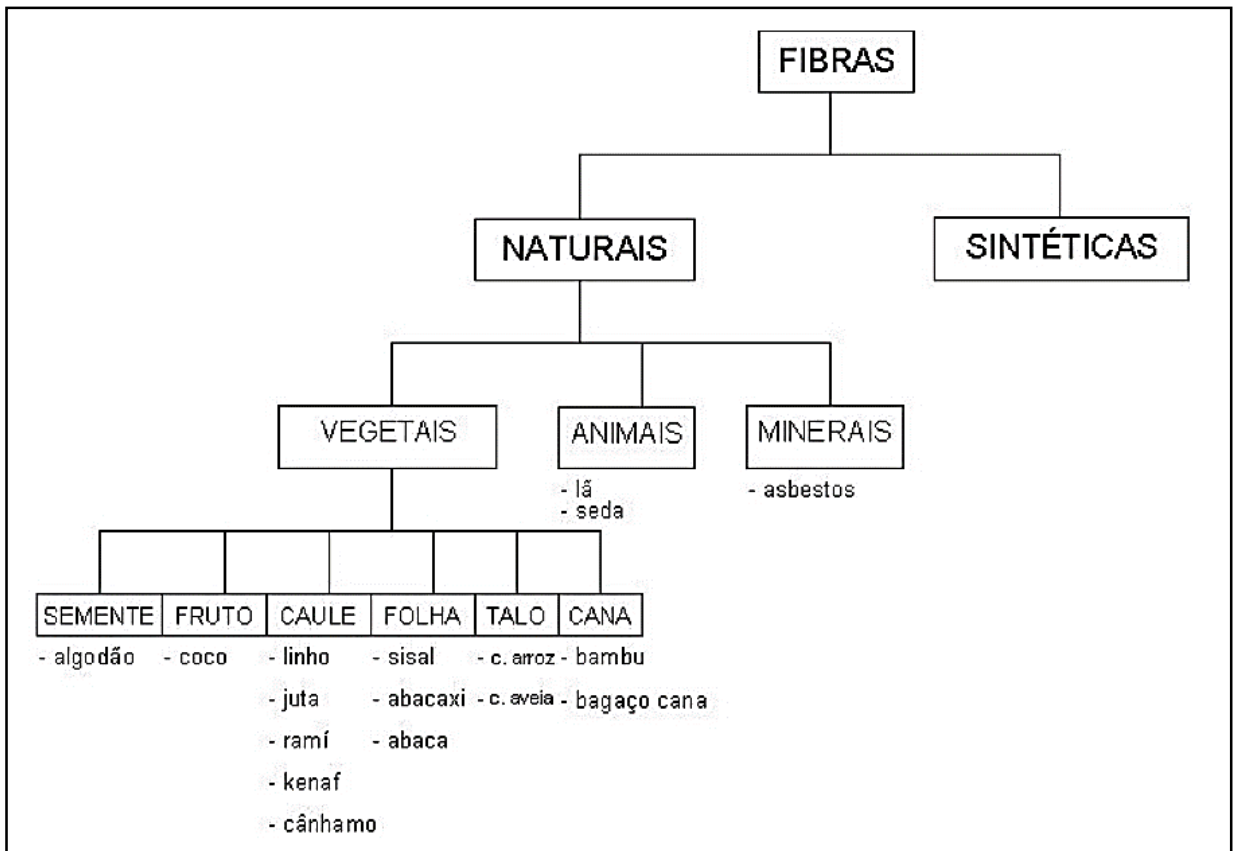
Fonte: Beber (2003, p.25)

Em termos gerais, as fibras de vidro possuem boa capacidade de deformação, boa resistência e baixo custo, mas baixas resistências à fadiga, à abrasão e à fluência, menor rigidez e fraca capacidade de aderência a polímeros, e se degradam na presença de água, ácidos e solução alcalina. (CARNEIRO, 2004).

#### 2.1.4.4 Fibras vegetais

De modo geral, as fibras vegetais podem ser classificadas de várias formas. No entanto, a Figura 8, apresenta uma classificação que separa as fibras vegetais de acordo com a sua origem na planta: fibras de semente, de fruto, de caule, de folha, de talo e de cana. (PIRES, 2003).

Figura 8 – Classificação das fibras vegetais e alguns exemplos



Fonte: Pires (2009, p.7)

As principais vantagens das fibras vegetais em relação às fibras sintéticas tradicionais são: matéria-prima em abundância e de rápida renovação, baixo custo, baixa densidade, boas propriedades específicas, não-tóxicas e biodegradáveis. No entanto, as fibras vegetais possuem como desvantagens a falta de uniformidade das propriedades, que dependem da origem das fibras, da região do plantio e da habilidade manual durante a colheita e a alta absorção de umidade (SILVA, 2003).

A Tabela 2 apresenta um comparativo das propriedades mecânicas e características de fibras vegetais e fibras de reforço convencionais.

Tabela 2 – Propriedades e características de fibras vegetais e fibras convencionais

Fibra	Diâmetro (µm)	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Resistência à tração (MPa)	Módulo de elasticidade (GPa)	Alongamento (%)
Algodão	16 – 21	1,5 – 1,6	287 – 597	5,5 – 12,6	7 – 8
Juta	200	1,3	393 – 773	26,5	1,5 – 1,8
Linho	---	1,5	345 – 1035	27,6	2,7 – 3,2
Cânhamo	---	---	690	---	1,6
Rami	---	1,5	400 – 938	61,4 – 128	3,6 – 3,8
Sisal	50 - 300	1,45	511 – 635	9,4 – 22	3 - 7
Coco	100 - 450	1,15 – 1,45	131 - 175	4 – 13	15 - 40
Vidro – E	8 - 14	2,5	2000 - 3500	70	1,8 – 3,2
Vidro – S	10	2,5	4590	86	5,7
Kevlar-49	12	1,48	2800 – 3792	131	2,2 – 2,8
Carbono	7 - 10	1,6 – 1,9	4000	230 – 240	1,4 – 1,8

Fonte: Adaptado de Mohanty; Misra; Drzal (2005, p.41)

Nas aplicações onde o custo for o fator principal em relação as propriedades mecânicas, as fibras vegetais são uma boa alternativa de matéria-prima frente às fibras sintéticas.

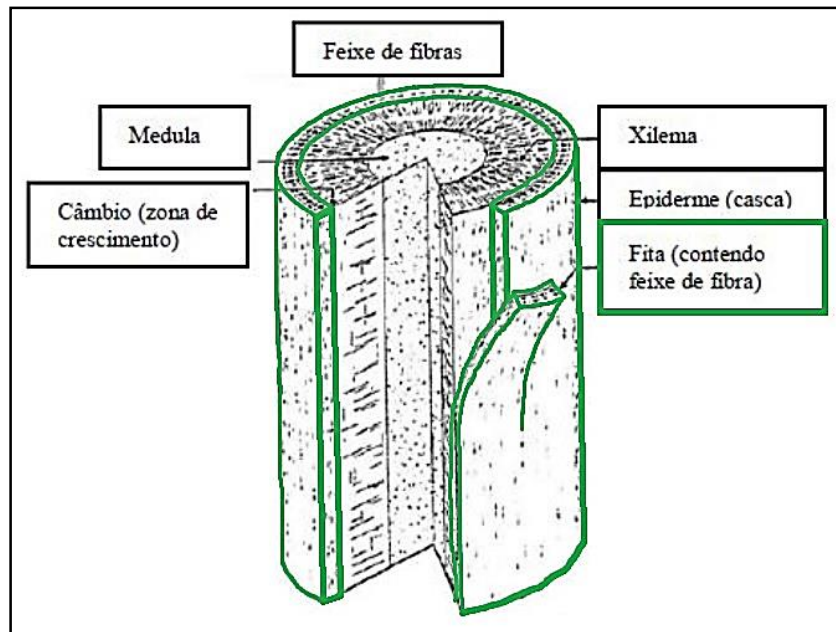
#### 2.1.4.4.1 Fibra de Juta

Juta é o nome comum dado as fibras extraídas do caule das plantas pertencentes ao gênero botânico *Corchorus*.

A juta cresce em locais de baixa altitude e com elevada umidade, apesar de poder ser cultivada em várias condições climáticas. A planta de juta é longa, macia e brilhante, com um comprimento de 1 a 4 metros (ALMEIDA N., 2012).

Segundo o International Jute Study Group (IJSG, 2012), a parede celular da fibra varia em espessura. As fibras finais são grosseiras, geralmente com diâmetros de 20 a 25 µm. As fibras são compostas por 10 ou mais fibras sobrepostas e unidas por material não-celuloso, normalmente a lignina. Na Figura 9, consta a constituição de um caule de uma planta de juta.

Figura 9 – Diagrama da anatomia do caule da juta



Fonte: Adaptado de Pires (2009, p.7)

De acordo com a Food and Agriculture Organization (FAO, 2013), a fibra de juta é 100% biodegradável, sendo que, um hectare de juta consome aproximadamente 15 toneladas de dióxido de carbono e produz cerca de 11 toneladas de oxigênio, tendo como vantagem a não liberação de gases tóxicos na queima. O International Year of Natural Fibres (IYNF, 2012) afirma que a fibra de juta é a 3ª fibra de origem vegetal mais produzida e comercializada mundialmente, conforme pode-se observar na Tabela 3.

Tabela 3 – Fibras de origem vegetal mais comercializadas (2010)

Fibra	Produção no mundo (10 <sup>3</sup> ton)
Cana-de-açúcar	75 000
Bambu	30 000
Juta	2 300
Kenaf	970
Linho	830
Sisal	378
Cânhamo	214
Coco	100
Rami	100
Abacá	70
Erva	700

Fonte: Veiga (2014, p.12)

Como descrito por Pires (2009), o processo de produção tem duração aproximada de cinco dias e não faz uso de nenhum processo químico. Após o corte dos talos, procede-se a limpeza das hastes, que são reunidas em feixes e colocadas em água corrente ou parada, caracterizando a etapa de maceração ou afogamento. A seguir, as fibras são facilmente desprendidas da casca e lavadas. As fibras são então golpeadas na água e submetidas a uma segunda lavagem, para depois serem estendidas em varais de secagem. Enfim, as fibras são encaminhadas para processamento, onde são produzidas bobinas ou tecidos. Algumas das etapas deste processo estão ilustradas na Figura 10.

Figura 10 – Ciclo de produção da juta: Colheita (1), Secagem (2), Processamento (3) e Produto final (4)



Fonte: Pires (2009, p.12)

#### 2.1.4.5 Regra das misturas

Um material compósito é feito através da combinação de dois ou mais materiais para fornecer uma combinação única de propriedades. Entretanto, os seus

constituintes permanecem distintos ao nível molecular, trabalham juntos, mas permanecem em suas formas originais (CALLISTER, 2007).

Os compósitos reforçados com fibras não dependem somente das propriedades das fibras e da matriz, como também do nível de interação entre a matriz e as fibras, que irá definir o nível de transmissão da carga aplicada da matriz para a fibra (CALLISTER, 2007).

Portanto, para que se desenvolva uma melhora expressiva na resistência do compósito, as fibras devem ser contínuas e alinhadas. Dessa forma, uma vez que os compósitos forem constituídos apenas das fases fibra e matriz é possível calcular a sua resistência, e o módulo de elasticidade, para a direção de alinhamento das fibras (CALLISTER, 2007).

As equações 1 e 2, relacionam estas propriedades com as características das fibras e da matriz.

$$\sigma_c = \sigma_m \cdot V_m + \sigma_f \cdot V_f \quad \dots(1)$$

$$E_c = E_m \cdot V_m + E_f \cdot V_f \quad \dots(2)$$

Em que:  $\sigma$  é resistência,  $E$  o módulo de elasticidade e  $V$  é a fração volumétrica, e os índices  $m$  e  $f$  se referem a matriz e as fibras, respectivamente.

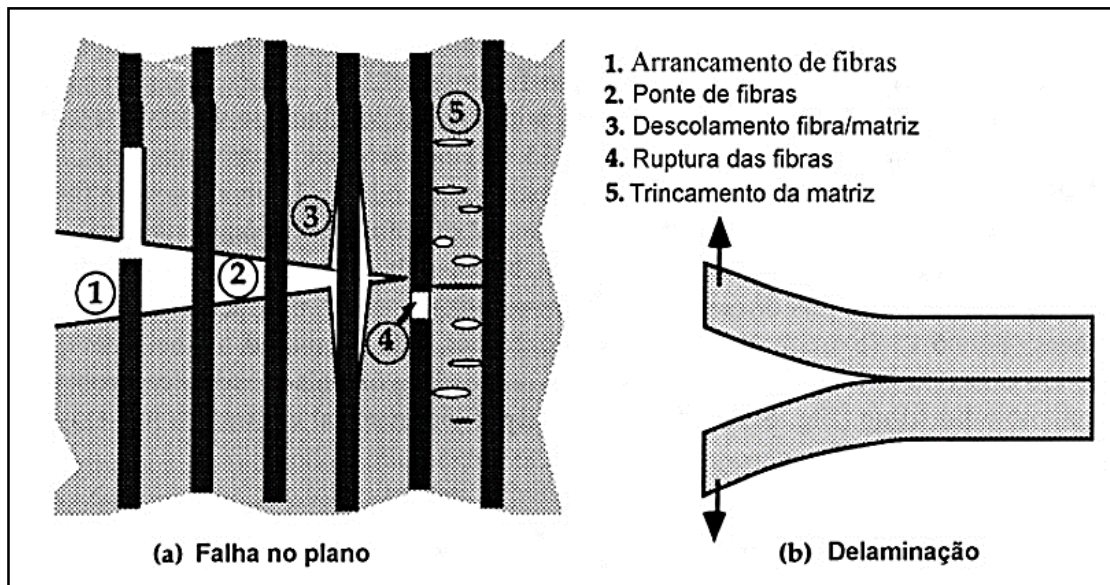
### 2.1.5 Mecanismos de falha dos materiais compósitos

Um dos métodos de se caracterizar as propriedades mecânicas dos materiais compósitos é a análise dos mecanismos de falha. Usualmente, a falha dos materiais compósitos ocorre tendendo a ser progressiva, com falhas subcríticas dispersas ao longo do material, constituindo-se assim numa vantagem. A caracterização das propriedades mecânicas de materiais compósitos não é uma tarefa simples. Os mecanismos de falha local que podem ocorrer durante a fratura de um compósito com fibras são: (1) arrancamento das fibras (ou pull-out); (2) efeito denominado como ponte de fibras (fiber bridging), em que as superfícies de uma trinca são interligadas por fibras; (3) deslocamento interfacial matriz/fibras, seguido da ruptura das fibras; (4)



ruptura das fibras e; (5) trincamento da matriz. Na Figura 11 são demonstrados os vários mecanismos de falha que podem ocorrer de modo catastrófico em compósitos reforçados com fibras contínuas e orientadas (SILVA, 2003).

Figura 11 – Mecanismos de falha em materiais compósitos



Fonte: Silva (2003, p.15)

Estes mecanismos podem atuar simultaneamente durante o processo de fratura do compósito. A importância de cada mecanismo no processo de fratura dependerá do tipo de compósito em estudo, do tipo de carregamento aplicado e orientação das fibras. A falha quando ocorre na interface fibra/matriz é chamada de falha adesiva, e quando ela ocorre na fibra ou na matriz é chamada de falha coesiva. Essas duas falhas podem ocorrer simultaneamente ou isoladamente, promovendo falhas por descolamento, extração de fibras, delaminação, além do efeito ponte de fibras (PIRES, 2009).

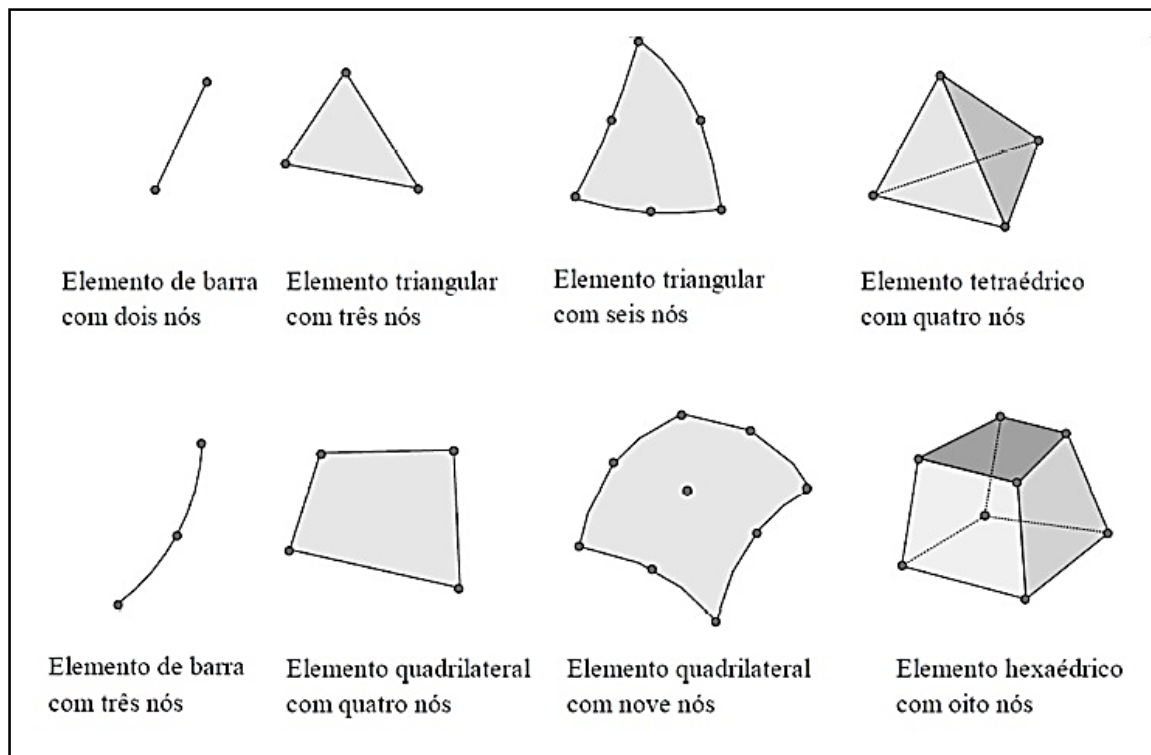
## 2.2 Método dos elementos finitos

Diante o avanço dos estudos sobre problemas não-lineares abordados pela Mecânica das Estruturas, faz-se necessário a utilização de métodos eficazes que possibilitem simular numericamente as estruturas e os fenômenos relacionados aos carregamentos externos atuantes. Sendo assim, o Método dos Elementos Finitos

(MEF), possui grande destaque no meio acadêmico e profissional, por ser um método eficaz que proporciona modelagens realísticas, eficientes e de aplicação prática na engenharia (GROSSI, 2006).

Segundo Bono (2008), o MEF se baseia na discretização do domínio da estrutura em subdomínios, chamados elementos, de dimensões finitas, que possuem um formato simples, podendo ser triangular, quadrilateral, cúbico, dentre outros, a depender da dimensão e do tipo de questão a ser analisada, conforme é mostrado na Figura 12.

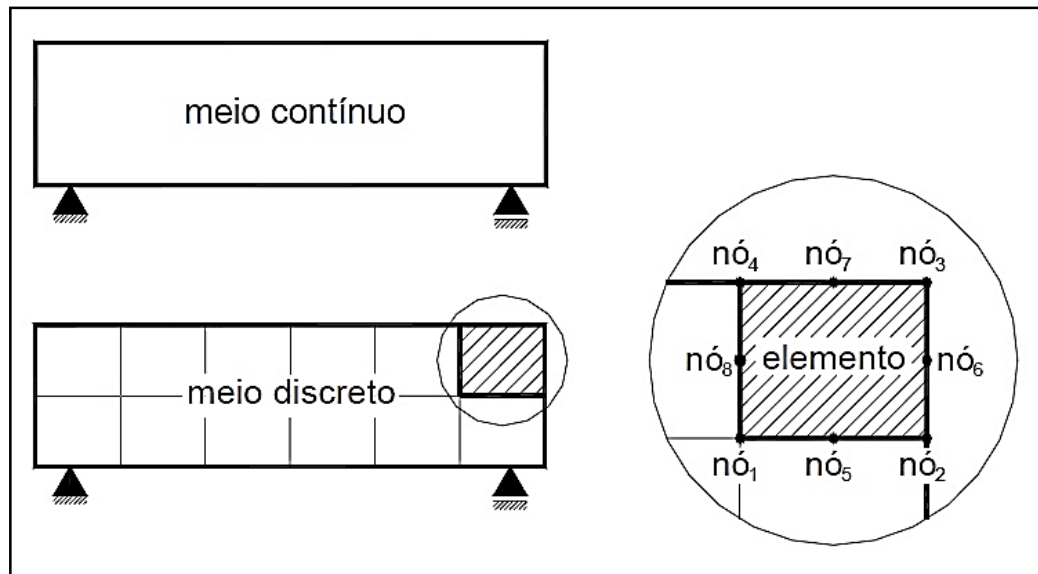
Figura 12 – Diferentes tipos de elementos finitos



Fonte: Bono (2008, p.100)

No entanto, o método dos elementos finitos não consiste apenas na discretização de um sólido em uma associação de elementos discretos (Figura 13), mas também obter as deformações específicas do material, através de funções contínuas que representem o campo de deslocamentos do domínio de um elemento, que permitem definir o estado de tensões do conjunto da estrutura.

Figura 13 – Divisão de um meio contínuo em elementos finitos



Fonte: Adaptado de Marins Neto (2007, p.35)

Por sua grande amplitude de atuação, atualmente existem diversos tipos de elementos já programados. Neste trabalho será utilizado o programa de computador de elementos finitos ANSYS.

### 2.2.1 Modelo de elementos finitos para o concreto

O modelo de elementos finitos empregado para simular o comportamento do concreto é o modelo padrão bidimensional para o estado plano de tensões com solução em deslocamentos, largamente empregado em análise não-linear de estruturas de concreto, simular tanto o comportamento do material intacto como o com fissuração distribuída. (D'ÁVILA, 2003).

Descreve-se neste trabalho a formulação em MEF para um elemento finito isoparamétrico quadrangular da família Serendipity: o linear, de quatro nós, conforme mostrado na Figura 14.

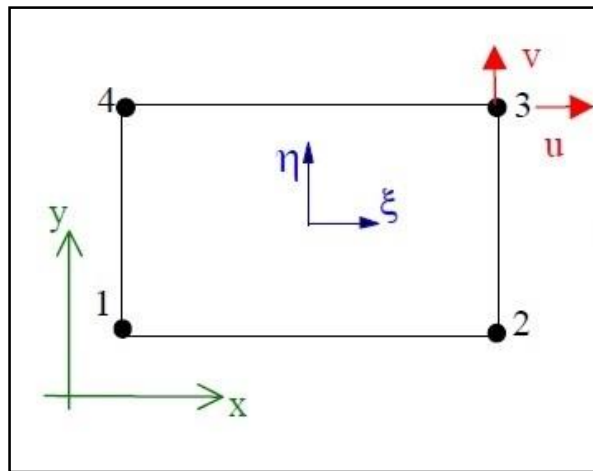
O princípio fundamental da formulação do elemento finito isoparamétrico é obter uma relação entre os deslocamentos do elemento em qualquer ponto e os deslocamentos nodais do elemento diretamente com o uso de funções de interpolação ou de forma (BATHE, 1996).

O campo de deslocamentos no interior desse elemento é obtido através dos deslocamentos nodais, a partir da expressão

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = NU^e \quad \dots(3)$$

em que,  $U^e$  é o vetor de deslocamentos nodais do elemento e  $N$  é a matriz de interpolação do elemento.

Figura 14 – Elemento isoparamétrico quadrangular linear



Fonte: Adaptado de D'ávila (2003, p.42)

A matriz  $N$  é composta pelas funções de interpolação de cada nó,  $N_i(\xi, \eta)$ , em função das coordenadas normalizadas  $(\xi, \eta)$ . Segundo Owen e Hinton (1977), as funções de interpolação para o elemento da Figura 14 são dadas por:

$$N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi_i)(1 + \eta_i), \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad \dots(4)$$

em que  $\xi_i$  e  $\eta_i$  são as coordenadas naturais do nó em questão.

As coordenadas cartesianas  $(x, y)$  de um ponto no interior dos elementos isoparamétricos são determinadas empregando-se as mesmas funções de interpolação utilizadas na interpolação dos deslocamentos, resultando

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = N \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} N_i & 0 \\ 0 & N_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \end{Bmatrix} \quad \dots(5)$$

em que  $(x_i, y_i)$  são as coordenadas cartesianas do nó  $i$  e  $n$  é o número de nós do elemento.

O campo de deformações no interior do elemento é obtido a partir do campo de deslocamentos

$$\varepsilon = \mathbf{B}\mathbf{U}^e \quad \dots(6)$$

sendo  $\mathbf{B}$  a matriz deformação-deslocamento, composta pelas submatrizes  $\mathbf{B}_i$  de cada nó, definidas por

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad \dots(7)$$

A matriz de rigidez do elemento,  $\mathbf{K}_c$ , é determinada numericamente por

$$\mathbf{K}_c = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} t |\mathbf{J}| d\xi d\eta \quad \dots(8)$$

em que  $\mathbf{D}$  é a matriz constitutiva elástica para estado plano de tensão,  $t$  é a espessura do elemento e  $|\mathbf{J}|$  é o determinante da matriz Jacobiana do elemento, definida por

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \quad \dots(9)$$

A integração numérica da matriz  $\mathbf{K}_c$  é feita através da Regra de Gauss, sendo utilizados 2x2 pontos para o elemento linear.

Finalmente, o sistema de equações de equilíbrio global da estrutura, depois de somar todas as contribuições elementares do concreto e da armadura, resulta

$$KU = P \quad \dots(10)$$

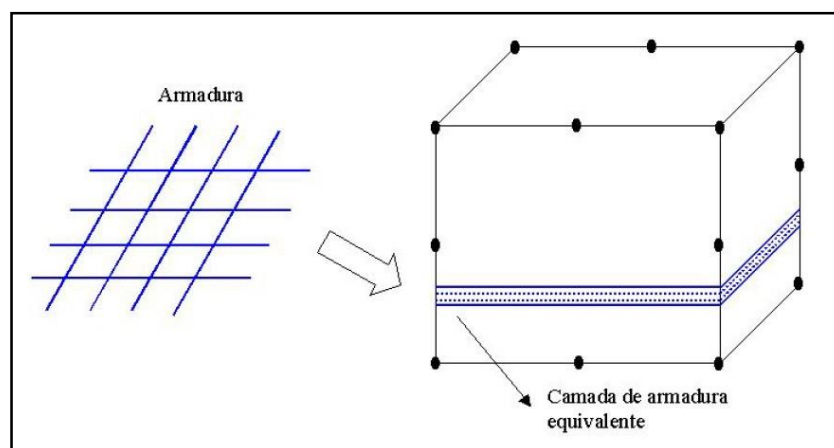
em que  $K$  é a matriz de rigidez global,  $U$  é o vetor dos deslocamentos nodais e  $P$  é o vetor de cargas nodais aplicadas sobre a estrutura. A solução deste sistema fornece os deslocamentos nodais para o carregamento aplicado.

### 2.2.2 Modelo de elementos finitos para a armadura

Como descrito por Bono (2008), a inclusão da armadura em um modelo de elementos finitos, para a análise não-linear de peças de concreto armado, deve ser de forma simples e precisa. Dessa forma, pode-se utilizar três métodos para representar as barras de armadura em um modelo de elementos finitos: o modelo distribuído, o modelo incorporado e o modelo discreto.

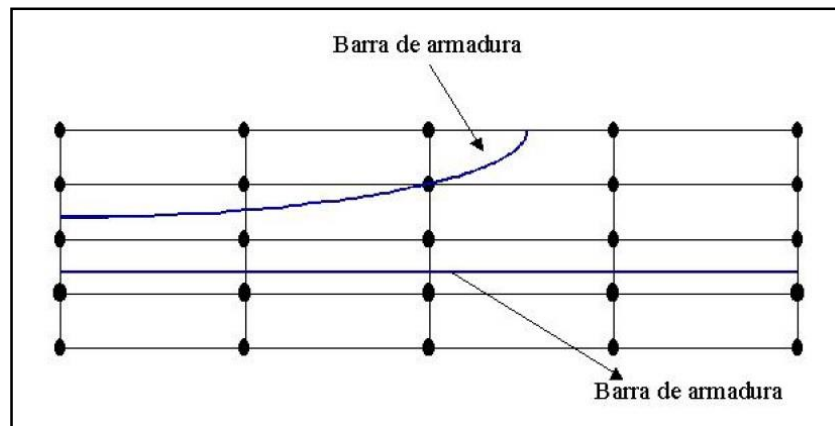
O modelo distribuído consiste na distribuição uniforme do aço no elemento de concreto, admitindo-se aderência perfeita entre os materiais. Em síntese, uma camada bidimensional com espessura e área equivalentes, exerce a função do conjunto de barras. Este modelo é apropriado quando a armadura está densamente distribuída, como acontece em placas e cascas (BONO, 2008), conforme ilustrado pelo Figura 15.

Figura 15 – Modelo distribuído para a armadura



No modelo incorporado, as barras são representadas por linhas de um material mais rígido no interior do elemento de concreto. Sendo assim, pode-se colocar várias barras de aço em posições arbitrárias dentro do elemento finito de concreto, partindo do pressuposto que exista perfeita aderência entre estes materiais (MOREIRA, 2002), como se pode observar na Figura 16.

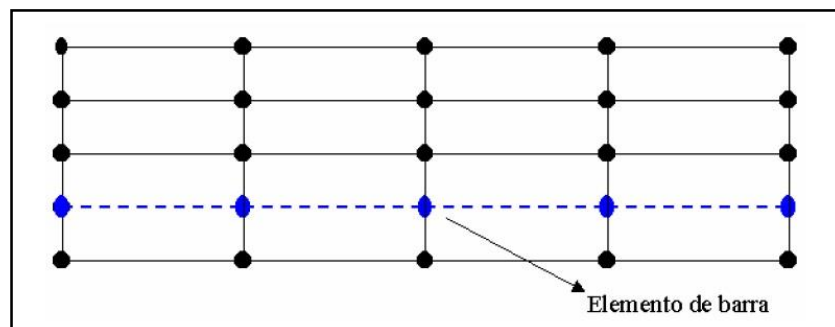
Figura 16 – Modelo incorporado para a armadura



Fonte: Bono (2008, p.115)

No modelo discreto, a armadura é representada por elementos de barra, cujo os nós das extremidades coincidem com os da malha de elementos finitos de concreto. Este modelo tem a desvantagem da malha de elementos finitos de concreto ser um fator limitante no posicionamento das barras de aço (BONO, 2008), conforme ilustrado na Figura 17.

Figura 17 – Modelo discreto para a armadura



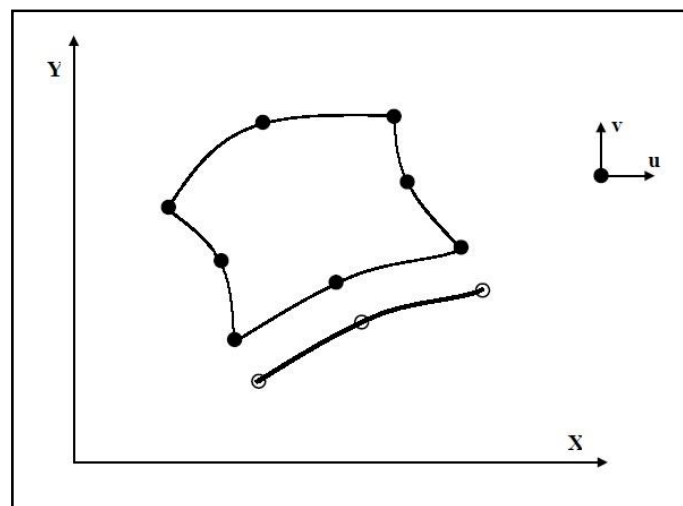
Fonte: Bono (2008, p.114)

O modelo que apresenta os melhores resultados é o incorporado. No entanto, o modelo adotado neste trabalho é o discreto, pois a versão utilizada do ANSYS não possui o recurso do modelo incorporado.

### 2.2.2.1 Modelo discreto de armadura

Este modelo considera elementos unidimensionais de barra conectados aos nós e também às arestas dos elementos de concreto, conforme ilustrado na Figura 18. A rigidez do elemento discreto é somada à rigidez do elemento de concreto, nos respectivos graus de liberdade. Este enfoque tem a vantagem de considerar possíveis deslocamentos da armadura em relação ao concreto envolvente, uma vez que as barras só afetam os graus de liberdade em que incidem (SIMÃO, 2003).

Figura 18 – Representação do modelo discreto para a armadura



Fonte: Simão (2003, p.19)

Para a modelagem das barras de armadura pelo modelo discreto faz-se desnecessário a apresentação de uma formulação básica do MEF, uma vez que, existem na biblioteca do software ANSYS, elementos de barra pré-programados voltados para aplicações rotineiras em estruturas bidimensionais.

## 2.3 Mecânica da fratura

Quando se aplica um determinado carregamento em uma estrutura, sabe-se que, para cada material, o estado atual de tensões da estrutura depende somente do estado de deformação corrente, ou seja, a tensão é função da deformação obtida.



Para a determinação da distribuição de deslocamento ou tensões em uma estrutura sob um carregamento externo, deve-se obter a solução para as equações básicas da teoria da elasticidade (MILLER, 2008).

No entanto, a presença de uma trinca causa alterações na forma como essas tensões se distribuem, havendo uma concentração de energia nas proximidades da ponta da trinca, e a Mecânica da Fratura propõe-se a modelar estes fenômenos.

Para Bittencourt (1999, p. 19):

A Mecânica da Fratura é uma disciplina de Engenharia que quantifica as condições, sob as quais, um sólido, sob ação de um carregamento, pode ir ao colapso devido à propagação de uma fissura contida nesse sólido.

Antes do conhecimento dos princípios da mecânica da fratura, a elaboração de projetos de uma forma geral baseava-se estritamente nos fundamentos da Resistência dos Materiais, sendo comum o emprego de altos fatores de segurança, dificultando o adequado entendimento das falhas ocorridas (MILLER, 2008).

As teorias da mecânica da fratura foram desenvolvidas primeiramente para materiais com comportamento linear elástico e eram, portanto, aplicadas apenas a materiais que rompiam com pouca ou nenhuma deformação plástica, caracterizando a teoria da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFEL) (LIMA, 2011).

Em função dessa limitação e tendo em vista o crescente aumento do emprego de materiais de elevada ductilidade nos ramos da engenharia, Walsh em 1976, confirmou a necessidade de uma teoria não linear quando estudou vigas fissuradas de diferentes tamanhos e geometrias similares, provando que a clássica MFEL não se adequava para todas as estruturas de concreto. (BAZANT; OH, 1983).

Surgiu então a Mecânica Não Linear das Fraturas (MNLF).

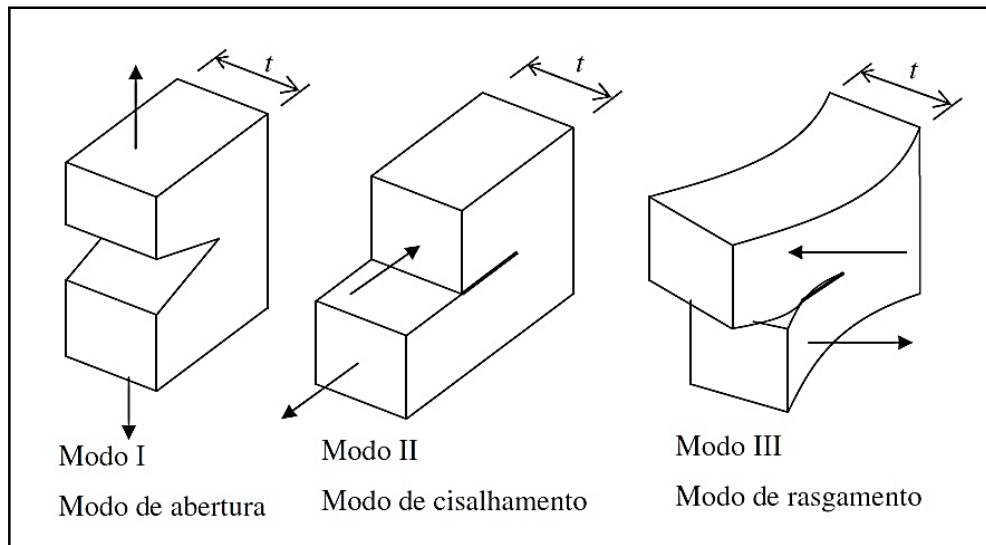
### **2.3.1 Modos de fraturamento**

Na Mecânica da Fratura, as fissuras podem se propagar em um sólido de três modos diferentes. Estes modos são classificados pelos movimentos da superfície superior da trinca com relação à superfície inferior. O Modo I é conhecido como “opening mode” ou “modo de abertura”, já que as superfícies se movimentam de modo a promover a abertura da ponta da fissura em relação ao seu plano, sem qualquer variação angular. O Modo II é conhecido como “modo de cisalhamento no plano” ou

“shear mode”, onde as faces deslizam na direção do comprimento da fissura. Por fim, o Modo III é conhecido como “modo de rasgamento” ou “tearing mode”, onde as superfícies deslizam em sentidos opostos, fora do plano da trinca (SATO, 2009).

Tais modos são apresentados esquematicamente pela Figura 19.

Figura 19 – Modos de fundamentais de fratura



Fonte: Lens (2009, p. 22)

Conforme Broek (1984), quando a peça for solicitada com dois ou mais modos simultaneamente, as fissuras rapidamente irão escolher a direção de propagação do Modo I. Por isso, a maioria dos casos combinados é simplificada ao primeiro modo de fraturamento e, dessa maneira, poucos são os casos que não podem ser analisados como Modo I.

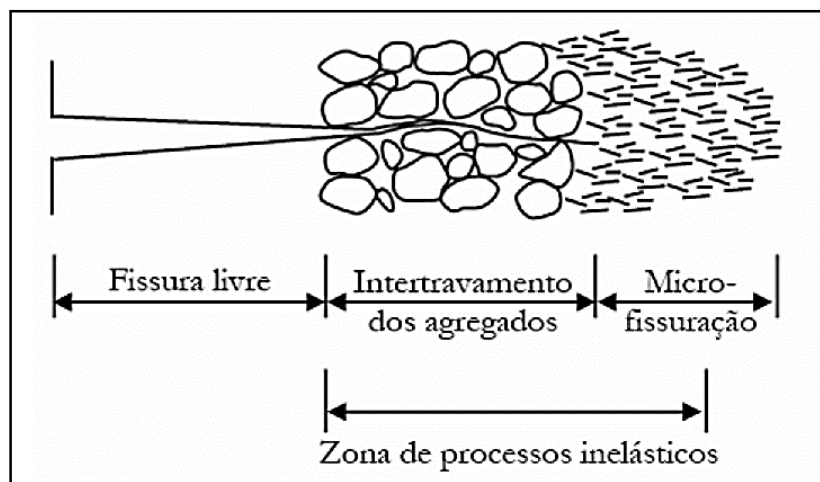
### 2.3.2 Comportamento do concreto

Segundo Lens (2009), o concreto é um material quase-frágil, com elevada resistência à compressão e baixa resistência à tração. Logo, o mecanismo de falha do concreto pode ser dividido em três fases, a seguir:

- formação, desenvolvimento e coalescência de microfissuras;
- formação de pontes entre as faces da fissura pelos grãos de agregados;
- formação de uma macrofissura, com possibilidade de engrenamento dos agregados.

No concreto observa-se uma zona de processos inelásticos, de grandes dimensões à frente da fissura (Figura 20), o que torna essa área representativa no cálculo das tensões. Dessa maneira, para poder aplicar a MFEL ao concreto é necessário que a zona de processos inelásticos à frente da fissura seja desprezível quando comparada com as outras dimensões do elemento estrutural, o que requer que o elemento estrutural tenha grandes dimensões, como por exemplo, as barragens (SOUZA, 2001).

Figura 20 – Zona de Processos Inelásticos em estruturas de concreto



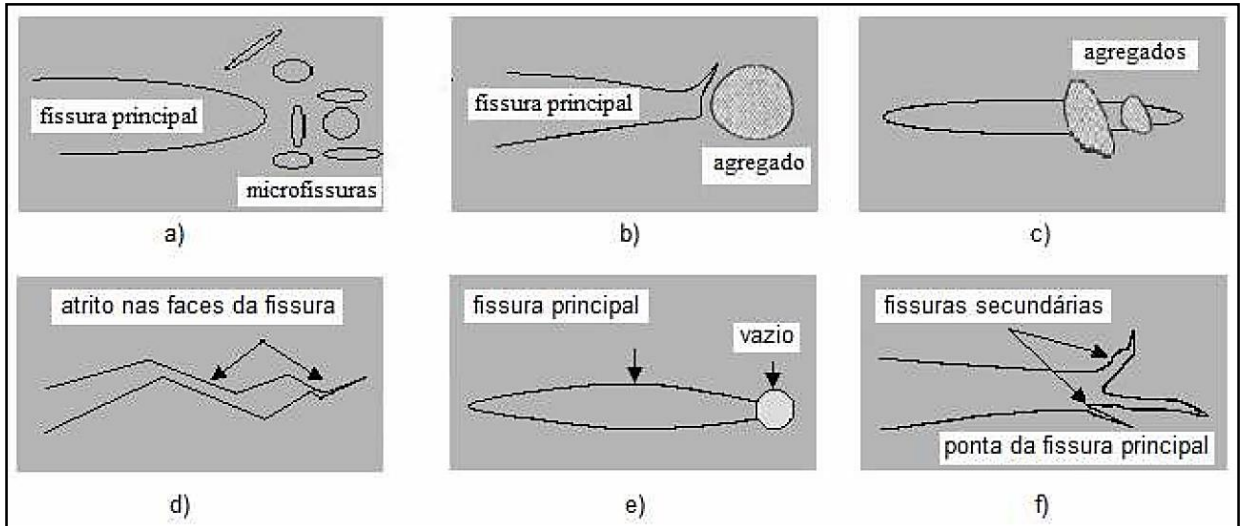
Fonte: Adaptado de Miller (2008, p.52)

A zona de processos de inelásticos consome grande parte da energia oriunda do carregamento aplicado na estrutura e é regida por mecanismos complexos. Dentre estes mecanismos destacam-se:

- microfissuras, mudança de direção da propagação da fissura;
- costura das faces da fissura pela presença do agregado;
- rugosidade das superfícies da fissura;
- alargamento da ponta da fissura devido à presença de vazios e por último;
- ramificação da fissura.

Estes mecanismos são representados de forma esquemática na Figura 21.

Figura 21 – Mecanismos da Zona de Processo de Fratura: a) microfissuras; b) mudança de direção de propagação da fissura; c) costuras das faces da fissura; d) rugosidade das superfícies da fissura; e) incorporação de vazios na ponta da trinca e f) ramificação da ponta da fissura



Fonte: Lens (2009, p.24)

As microfissuras existentes na Figura 21a concentram-se na extremidade de uma fissura principal, diminuindo a densidade à medida que se distânciam da ponta da fissura. Essas microfissuras, apresentam orientação aleatória em relação ao plano da fissura principal e são responsáveis pelo início do comportamento não linear do concreto. A mudança de direção de propagação da fissura, ilustrado na Figura 21b, deve-se a presença de um agregado graúdo com resistência à fratura elevada e região de interface reduzida, provocando a mudança de direção da propagação da fissura. O mecanismo que pode ser analisado na Figura 21c, são as costuras, neste caso, o agregado continua a transmitir tensão entre as faces da fissura, até que ocorra a ruptura ou arrancamento do mesmo. Na Figura 21d, o mecanismo ilustrado é o atrito nas faces da fissura causado pela rugosidade superficial da mesma, provocando uma mudança de direção na propagação da fissura. A presença de vazios na direção de propagação da fissura, ilustrada na Figura 21e, acarreta a expansão da ponta da fissura e o respectivo alívio no campo das tensões nesta região. Por fim na Figura 21f, observa-se a ramificação da ponta da fissura, o que provoca demanda maior de energia para propagação em várias direções; isso acontece devido à heterogeneidade das propriedades do concreto (LENS, 2009).

Diante do exposto acima, pode-se concluir que o fraturamento do concreto pode ser estudado, tanto pela mecânica da fratura elástica linear, quanto pela mecânica não linear das fraturas. Se uma fissura está inserida em um meio elástico de dimensões, significativamente, superiores às dimensões da zona de processos inelásticos, a primeira hipótese é plenamente plausível. Entretanto, se as dimensões da estrutura forem reduzidas, a importância da zona de fraturamento, passa a ser mais decisiva no estudo da propagação de uma fissura (BITTENCOURT, 1999).

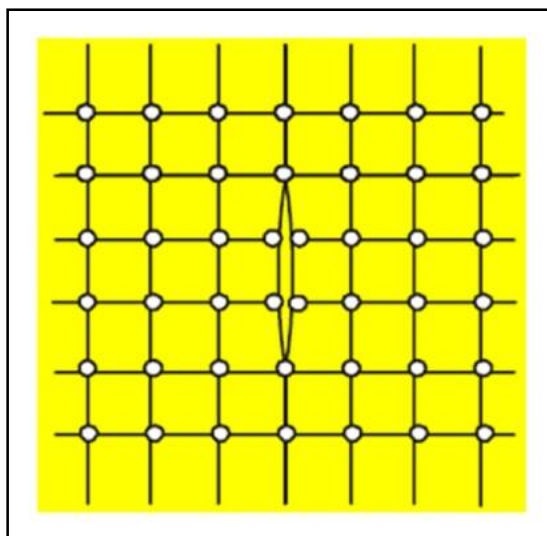
### 2.3.3 Representação da fissuração via método dos elementos finitos

Historicamente, existem duas linhas distintas para representação da fissuração do concreto no contexto dos elementos finitos: a dos modelos de fissura discretas e a dos modelos de fissuras distribuídas (D'ÁVILA, 2003).

#### 2.3.3.1 Modelo de fissuração discreta

No modelo de fissuração discreta (Figura 22), a malha de elementos finitos é nos nós onde a fissura ocorre. No instante, que um nó é separado, uma carga limite é transferida entre os dois nós, dessa forma, a conexão entre esses dois nós pode ser comparada a um elemento de mola, com uma rigidez variável em função da distância entre os nós.

Figura 22 – Modelo de fissuras discretas



Fonte: Bittencourt (1999, p.44)

Segundo Bittencourt (1999), há basicamente três problemas a serem resolvidos:

- determinar a zona de localização e a direção da fissura inicial;
- determinar como a fissura se propaga;
- determinar a direção de propagação da fissura.

Além disso, Lens (2009) afirma que, o comportamento do concreto submetido a tensões de tração, pode ser determinado de maneira realística levando em consideração as seguintes características:

- resistência à tração uniaxial do concreto,  $f_t$ ;
- energia de fratura do concreto,  $G_F$ ;
- relações tensão-deformação até a tensão limite de ruptura;
- relações tensão-abertura de fissura após ter sido atingida a tensão limite relacionada a energia de fraturamento do concreto.

Assim, estrutura intacta é carregada até que o critério de fissuração seja excedido em pelo menos um ponto. Caso as tensões principais de tração, em dois elementos adjacentes excedam a resistência à tração do concreto, então uma fissura é definida ao longo do contorno comum dos dois elementos. Logo, ao longo da fissura são criados dois pontos nodais desconectados onde inicialmente existia apenas um, alterando a malha inicialmente imposta (LYRA, 2011).

Segundo Bittencourt (1999), a principal vantagem da abordagem discreta é que ela modela realisticamente o processo de fraturamento. Os efeitos como a ancoragem do aço no concreto e as restrições impostas pelos agregados nos deslocamentos por cisalhamento podem ser consideradas de modo mais natural. Por outro lado, em função das alterações feitas na malha, o modelo exige uma reestruturação do sistema de equações e uma completa reavaliação no campo de tensões e deformações.

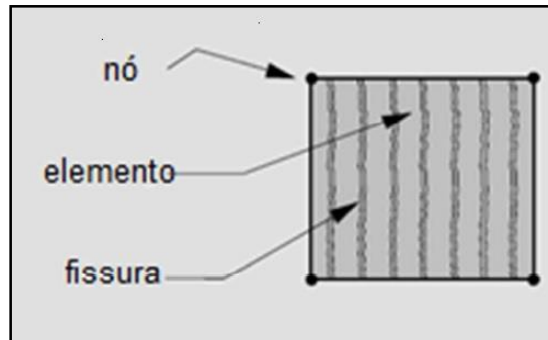
### **2.3.3.2 Modelo de fissuração distribuída**

Nos modelos de fissuração distribuída, a fissura é modelada através de uma alteração na equação constitutiva do contínuo nas vizinhanças da fissura. A descontinuidade do campo de deslocamentos causada pela fissura é espalhada ao longo do elemento (BRISOTTO, 2006).

Nesta representação, a matriz de rigidez é reduzida a uma matriz ortotrópica quando um elemento é fissurado, assim a rigidez na direção principal de tração se

reduzirá a zero gradualmente. Em geral, admite-se que a fissura se inicia quando a tensão principal máxima atinge a resistência à tração do concreto. (LYRA, 2011).

Figura 23 – Modelo de fissuras distribuídas



Fonte: Adaptado de Lyra (2011, p.18)

De acordo com Bittencourt (1999), as principais vantagens da abordagem distribuída são:

- a topologia da malha não é alterada, mantendo-se a continuidade do campo de deslocamentos durante todo o processo, o que se harmoniza com a própria natureza do MEF;
- a rotação dos eixos principais durante a análise pode ser admitida.

Por outro lado, o modelo de fissuração distribuída possui um inconveniente relacionado ao tamanho das malhas. Logo, quando uma estrutura é modelada com elementos finitos grandes, cada elemento tem um grande efeito na matriz de rigidez global da estrutura. Assim, quando um único elemento tem a sua matriz de rigidez reduzida devido à fissura, a rigidez da estrutura é bruscamente reduzida (LYRA, 2011).

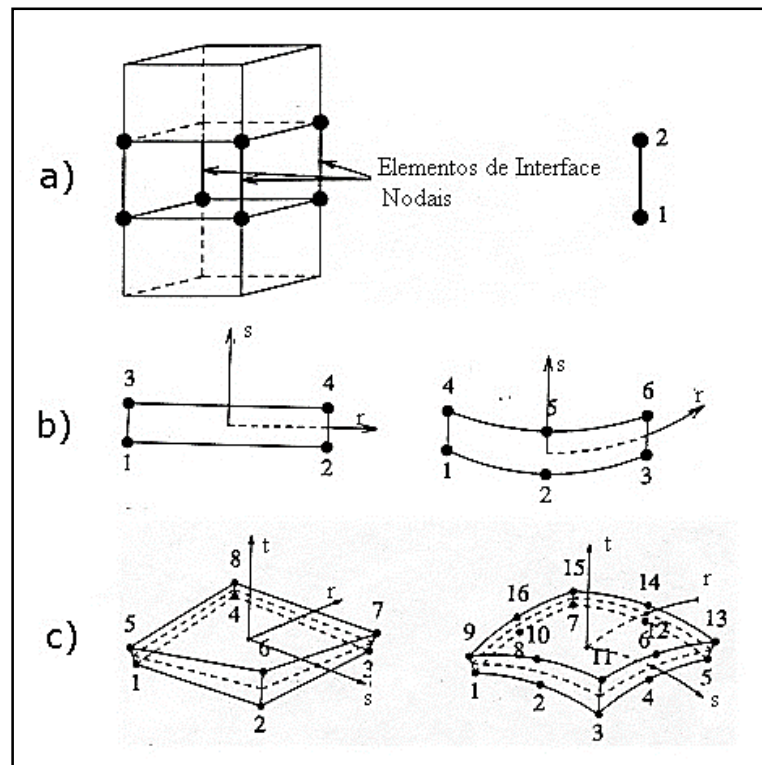
### 2.3.3.3 Interfaces coesivas aplicadas ao método dos elementos finitos

Segundo Bueno (1999), grande parte das estruturas em Engenharia Civil apresentam descontinuidades geométricas, que são modeladas com muito êxito por meio dos elementos finitos de interface. O elemento de interface tem a finalidade de transmitir esforços entre os dois corpos ou partes do mesmo corpo entre as quais se encontra. Estes elementos têm ampla aplicação na modelagem de fissuras discretas, com efeito de intertravamento entre agregados ou efeitos de ponte entre fibras, além

de poderem simular modelos de interação solo-estrutura e fundações elásticas não lineares.

Os elementos de interface podem simular descontinuidades nodais, no plano e no espaço, conforme ilustra a Figura 24.

Figura 24 – Elementos de interface: nodal (a), de linha do tipo linear e do quadrático (b) e de superfície do tipo linear e quadrático (c)



Fonte: Adaptado de Bueno (1999, p.53)

Basicamente, as interfaces coesivas permitem controlar a abertura de eventuais fissuras que venham a aparecer, por meio de critérios de propagação que relacionam os deslocamentos e as tensões aplicadas nos elementos adjacentes, dessa forma, a ruptura é alcançada, uma vez que as forças de ligação ultrapassem os parâmetros de resistência do material (Quinino, 2004).

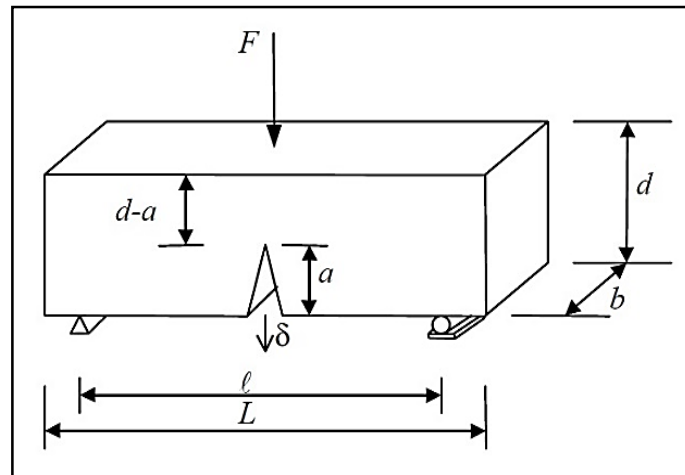
Adotando o modelo de fissura discreta, utilizou-se como base neste trabalho, o método das interfaces coesivas. Dessa forma, a energia de fratura do concreto ( $G_F$ ), foi adotada como parâmetro fundamental para definir o comportamento da interface coesiva.



### 2.3.4 Energia de fraturamento do concreto

As propriedades de fratura do concreto em modo I puro têm sido caracterizadas normalmente com grande êxito, através de ensaios de vigas com entalhe central, bi apoiadas, com carga concentrada no meio do vão, usualmente denominado ensaio de flexão a três pontos (Figura 25), recomendado pela norma RILEM TC-50 FMC da International Union of Testing and Research Laboratories for Materials and Structures.

Figura 25 – Ensaio de flexão sob três pontos de carga quantificação da energia de fratura  $G_F$



Fonte: Araújo (2002, p.80)

Entretanto, quando não realizado o ensaio recomendado pelo RILEM, é possível estimar valores de energia de fraturamento do concreto em  $\text{Nm/m}^2$ , através da equação empírica apresentada pelo CEB-FIP MC90, a seguir:

$$G_F = \gamma \cdot f_{cm}^{0,7} \quad \dots(11)$$

em que  $f_{cm}$  é a resistência média à compressão do concreto em  $\text{N/mm}^2$  e  $\gamma$  é um coeficiente que depende do diâmetro máximo do agregado  $d_{\text{máx}}$  em mm que está sendo utilizado.

$$\gamma = 2,828 \cdot e^{0,0454 \cdot d_{\text{máx}}} \quad \dots(12)$$

## 2.4 Escolha do software

Dentre a ampla variedade de ferramentas disponíveis na análise numérica de estruturas destacam-se os softwares, que são elaborados tendo como base o método dos elementos finitos.

O ANSYS® é um software numérico capaz de solucionar com grande rapidez e eficiência problemas que em geral se tornam de extrema dificuldade de ser realizado por pessoas, fornecendo soluções gráficas que facilitam a visualização e entendimento do problema.

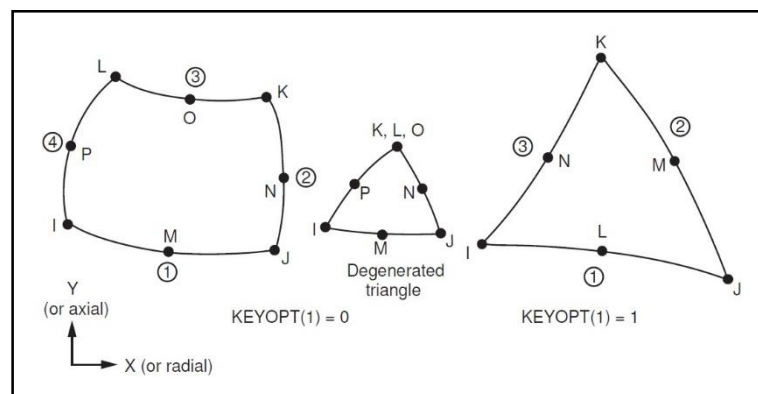
A partir do ANSYS podem ser modeladas estruturas por elementos unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais de tal forma que representem da melhor forma possível a estrutura na resolução de todo processo.

O programa oferece diversos elementos, destinados a vários tipos de estruturas. Nesse trabalho utilizou-se três tipos de elementos. Os mesmos são descritos a seguir:

### 2.4.1 Plane 183

O elemento Plane 183 (Figura 26) é largamente utilizado na modelagem de estruturas sólidas no plano bidimensional. Este elemento possui oito nós, permitindo translações na direção dos eixos x e y, caracterizando dois graus de liberdade por nó. Além disso, o elemento possui plasticidade, fluência, expansão, rigidez e grandes capacidades de deformação (ANSYS, 2005).

Figura 26 – Geometria do elemento Plane 183



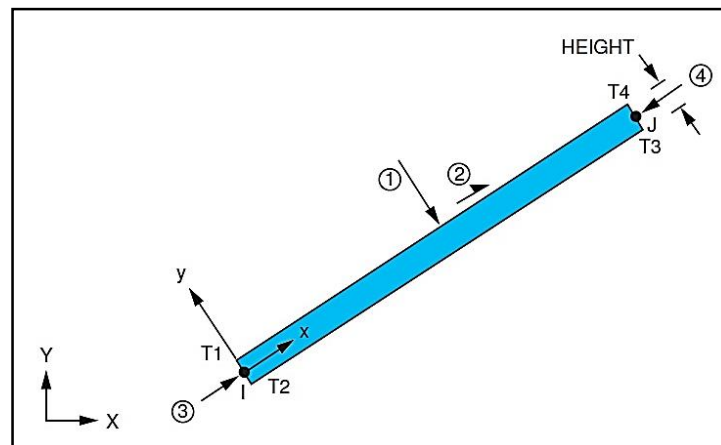
Fonte: ANSYS (2005, p.1197)

Nesse trabalho utilizou-se o elemento Plane 183 para simular o concreto da viga, os aparelhos de apoio/suporte da viga, o reforço estrutural e, por fim, os aparelho de aplicação do carregamento.

### 2.4.2 Beam 3

O Beam 3 (Figura 27) é um elemento uniaxial, bidimensional, linear com capacidades de atuar na tração, compressão e flexão. O elemento possui três graus de liberdade por nó, sendo elas, duas translações segundo os eixos x e y, e uma rotação em torno do eixo z (ANSYS, 2005).

Figura 27 – Geometria do elemento Beam 3



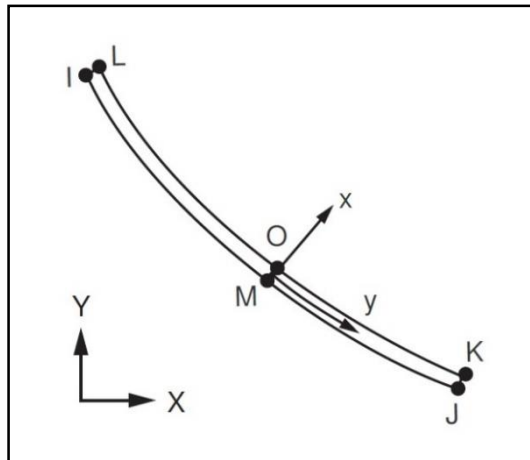
Fonte: ANSYS (2005, p.167)

Nesse trabalho utilizou-se o elemento Beam 3 na representação das armaduras longitudinais e transversais.

### 2.4.3 Inter 203

O Inter 203 (Figura 28) é um elemento de interface bidimensional quadrático, amplamente utilizado na modelagem de interfaces coesivas entre dois grupos de elementos. Cada nó do elemento Inter 203 possui dois graus de liberdade, sendo elas, duas translações segundo os eixos x e y.

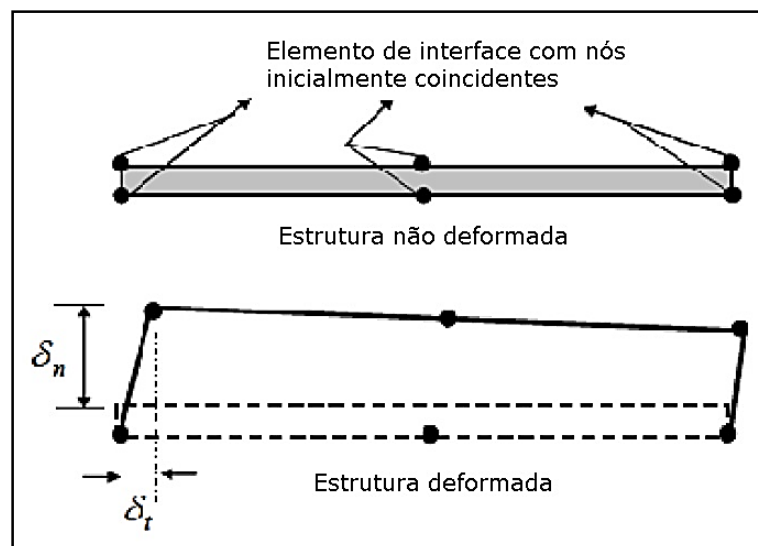
Figura 28 – Geometria do elemento Inter 203



Fonte: ANSYS (2005, p.1437)

Quando usado juntamente com elementos quadráticos, assim como Plane 183, o Inter 203 têm a capacidade de simular a superfície de interface e o processo de ruptura subsequente. A separação entre as superfícies é simulada por um deslocamento crescente entre os nós, dentro o próprio elemento de interface, conforme ilustrado na Figura 29.

Figura 29 – Esquematização de deformação do elemento Inter 203



Fonte: Adaptado de ANSYS (2005, p.1437)

Nesse trabalho utilizou-se o elemento Inter 203, na modelagem da zona de propagação da fissura dentro do concreto.

## **3 METODOLOGIA**

### **3.1 Introdução**

Neste capítulo são apresentados os procedimentos necessários para incorporar os modelos numéricos, descritos no capítulo anterior, na modelagem numérica para a análise não-linear de estruturas de concreto armado.

A verificação dos modelos numéricos propostos neste trabalho, foi realizada comparando-se os resultados obtidos experimentalmente para vigas de concreto armado de Dellatorre (2015). Estes resultados experimentais foram apresentados por Dellatorre (2015) e referem-se a um estudo sobre a eficiência do reforço à flexão, de duas vigas de concreto armado.

Além disso, é apresentada a utilização do programa ANSYS, para a criação dos modelos numéricos, além de esclarecer as motivações encontradas para a definição dos parâmetros empregados, como também são explanadas detalhadamente as medidas tomadas para gerar a geometria dos elementos estruturais, os carregamentos, o sistema de reforço à flexão e o modo de fissuração implementado.

### **3.2 Vigas experimentais de Dellatorre**

Dellatorre (2015), testou experimentalmente duas vigas de concreto armado: uma sem reforço, e a outra reforçada à flexão com um compósito de fibra de juta, apenas na região tracionada.

A viga sem reforço foi denominada de V1Ref.

Já a viga com reforço foi submetida a duas etapas de ensaio:

- Primeira etapa: ensaio realizado até pré-fissuração da viga (até o limite de abertura de fissura de 0,3 mm), sem a execução do reforço, denominada V2;

- Segunda etapa: ensaio realizado a partir da pré-fissuração até a ruptura, com a viga já reforçada, denominada de V2R.

A viga V2R foi reforçada somente à flexão, com um compósito de matriz argamassada contendo duas camadas de fibras de juta, com 3 cm de espessura, 15 cm de largura e 270 cm de comprimento, conforme ilustra a Figura 30.

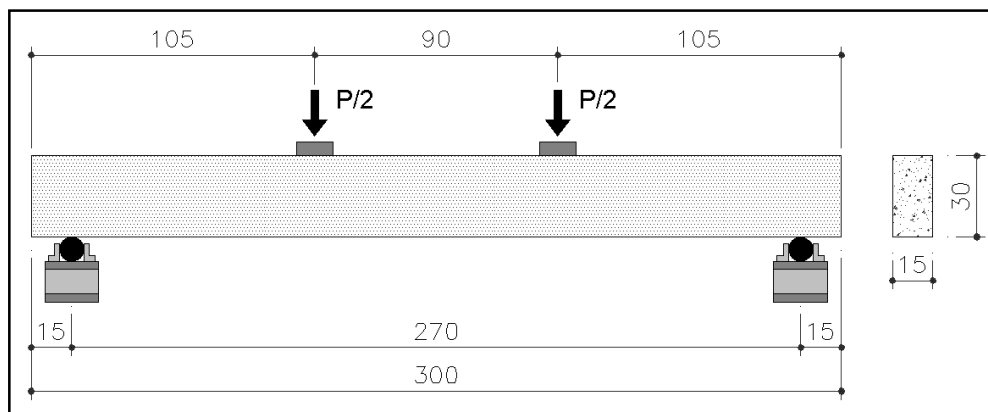
Figura 30 – Viga V2R já reforçada, pronta para ser ensaiada



Fonte: Dellatorre (2015, p. 57)

As vigas possuem seção transversal de 15 x 30 cm e comprimento de 300 cm, sendo bi apoiadas, com um apoio de primeiro gênero e outro do segundo gênero, e em seguida submetidas a duas cargas concentradas afastadas 45 cm do meio do vão da viga, uma para a esquerda e a outra para a direita, com espaçamento de 90 cm entre as duas cargas, conforme ilustrado na Figura 31.

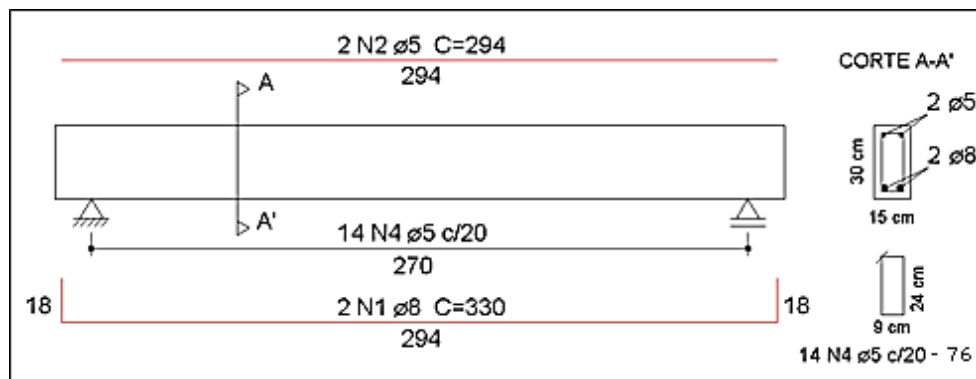
Figura 31 – Esquema estrutural simplificado das vigas V1Ref e V2



Fonte: Adaptado de Dellatorre (2015, p.36)

A armadura longitudinal inferior (Figura 32) é composta por duas barras de aço CA-50, com 8 mm de diâmetro. A área de aço adotada, permitiu avaliar o desempenho do reforço sem que as vigas apresentassem ruptura frágil por esmagamento do concreto. A armadura superior, por sua vez, é composta por duas barras de aço CA-60, com diâmetro de 5 mm. A armadura transversal consiste de estribos de aço CA-60, com 5 mm de diâmetro e espaçamento uniforme de 20 cm, ao longo de todo o comprimento da viga. As resistências médias à compressão do concreto para as vigas V1Ref e V2, aos 28 dias, foram respectivamente de 32,1 MPa e 32,4 MPa.

Figura 32 – Detalhamento das armaduras das vigas V1Ref e V2



Fonte: Adaptado de Dellatorre (2015, p.38)

### 3.3 Implementação computacional

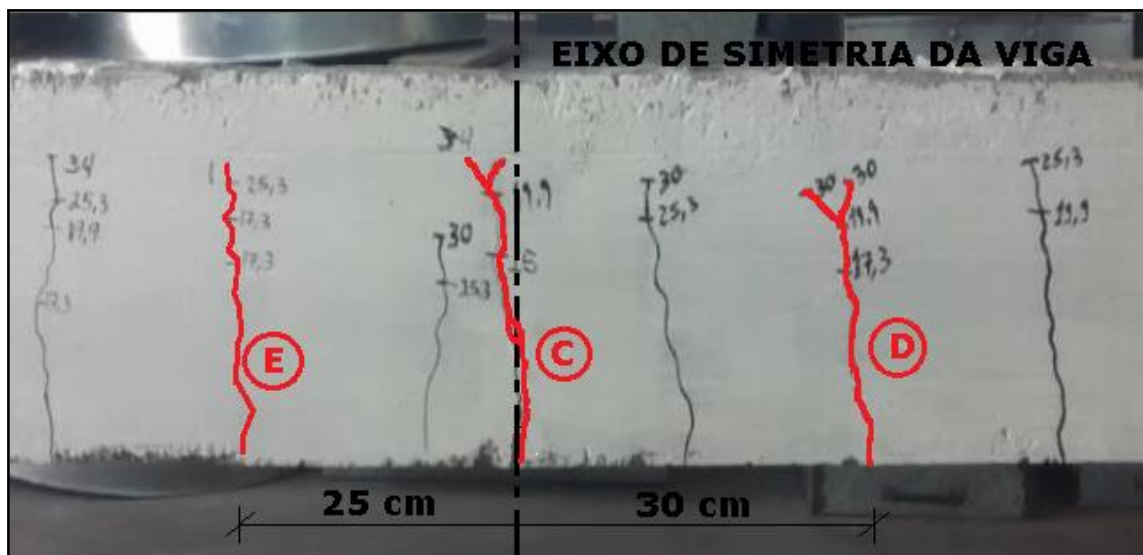
A implementação dos modelos numéricos, inicia-se primeiramente, explicando as simplificações adotadas na representação do processo de fissuração das vigas de concreto armado. Posteriormente, são elucidados os passos adotados neste trabalho para o desenvolvimento da modelagem computacional.

#### 3.3.1 Representação das fissuras

Com o intuito de encontrar um modelo computacional eficaz, com baixo custo de processamento e de fácil convergência dos resultados numéricos, neste trabalho foram definidas alguns fatores simplificadores na representação da fissuração nas vigas de concreto armado, listados a seguir:

a) A partir do mapa de fissuração das vigas ensaiadas por Dellatorre (2015), foram escolhidas as fissuras E (Esquerda), C (Central) e D (Direita), por serem mais representativas para a análise numérica desta pesquisa, como ilustra a Figura 33.

Figura 33 – Mapa de fissuração da viga V1Ref



Fonte: Adaptado de Dellatorre (2015, p. 57)

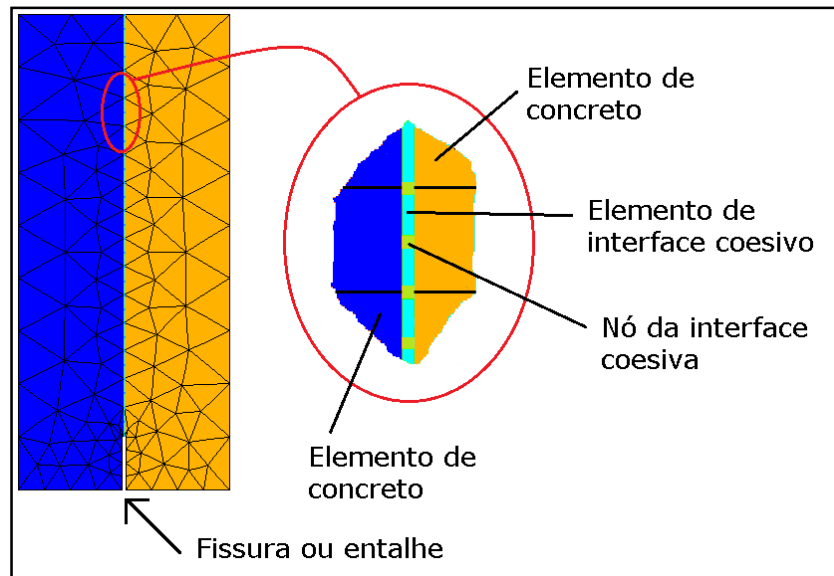
A escolha das fissuras E (Esquerda), C (Central) e D (Direita), deve-se principalmente por estarem localizadas na zona central da viga, perpendicularmente as linhas das tensões principais onde ocorre a predominância das tensões normais, justificando as propagações retilíneas das fissuras. Logo, o modo de ruptura das fissuras E, C e D podem ser classificadas através da Mecânica da Fratura como Modo de abertura, ou simplesmente o Modo I.

b) O comportamento de fratura é aqui analisado usando o MEF, juntamente com elementos coesivos entre as faces de todos os elementos finitos, havendo a predefinição do caminho de propagação da fissura, através do uso de elementos de interface coesivos, conforme ilustrado na Figura 34.

c) As três fissuras foram representadas fazendo uso de zonas de interfaces coesivas, acompanhadas de descontinuidades na geometria da viga. Essas descontinuidades, são comumente denominados de entalhes. Neste trabalho estas descontinuidades foram modelados contendo 2 mm de abertura e 60 mm de altura.



Figura 34 – Visão expandida dos elementos coesivos de interface



Fonte: Elaboração própria.

### 3.3.2 Propriedades dos materiais

São utilizados os seguintes parâmetros como dados para os modelos numéricos simulados neste trabalho:

✓ Viga de concreto:

Espessura: 15 cm;

Módulo de elasticidade longitudinal: 33,5 GPa;

Coefficiente de Poisson: 0,20;

Energia de fratura: 88,7 N/m;

✓ Armaduras:

Módulo de elasticidade longitudinal: 210,0 GPa;

Coefficiente de Poisson: 0,35;

Armatura longitudinal inferior:

Diâmetro da barra de aço: 8 mm;

Área de aço: 1,00 cm<sup>2</sup>;

Inércia em relação ao eixo Z: 4,02E-10 m<sup>2</sup>.

Armatura longitudinal superior e transversal:

Diâmetro da barra de aço: 5 mm;

Área de aço: 0,39 cm<sup>2</sup>;

Inércia em relação ao eixo Z: 6,14E-11 m<sup>2</sup>.

- ✓ Aparelhos de apoio e de carregamento:

    Espessura: 15 cm;

    Módulo de elasticidade longitudinal: 210,0 GPa;

    Coeficiente de Poisson: 0,20.

Vale destacar que, neste estudo foi assumido a perfeita ligação/aderência entre os materiais. Logo, para fornecer o perfeito vínculo, os nós dos elementos de armadura foram ligados aos nós dos elementos de concreto adjacentes, solidarizando-os.

### 3.3.2.1 Propriedades do sistema de reforço estrutural

O módulo de elasticidade do reforço estrutural com compósito a base de fibra de juta, foi obtida através da Regra das Misturas, conforme explanado no item 2.1.4.5 deste trabalho. Sabendo que, tanto o módulo de elasticidade da matriz cimentícia, quanto o das fibras não foram determinados experimentalmente, fez-se necessário utilizar valores encontrados na literatura.

Conforme observado, a Tabela 2 apresenta o valor de 26,5 GPa para fibra de juta.

Quanto a matriz, os valores do módulo de elasticidade foram retirados do estudo de Melo Filho (2012), onde é apresentado o valor de 24 GPa para uma matriz cimentícia com traço idêntico ao da matriz utilizado no estudo experimental de Dellatorre (2015). A matriz utilizada em ambos os estudos possui o traço, em massa, de 1:1 (aglomerantes: areia), com os aglomerantes divididos em 50% de cimento Portland CP II – F e 50% de Metacaulim HP–Ultra e relação água-cimento de 0,4.

A proporção de cada material na mistura do compósito é apresentada na Tabela 4.

Tabela 4 – Proporção da matriz cimentícia e da fibra de juta na mistura do compósito

<b>Material</b>	<b>Proporção (%)</b>
Matriz cimentícia	86,66
Fibra de juta	13,33

Fonte: Elaboração própria

Através da equação 2, pôde-se determinar o módulo de elasticidade do compósito. As propriedades finais do reforço estrutural utilizadas neste estudo, são apresentadas abaixo:

Módulo de elasticidade longitudinal: 25,8 GPa;

Espessura: 15 cm;

Coefficiente de Poisson: 0,20.

### 3.3.3 Modelo numérico

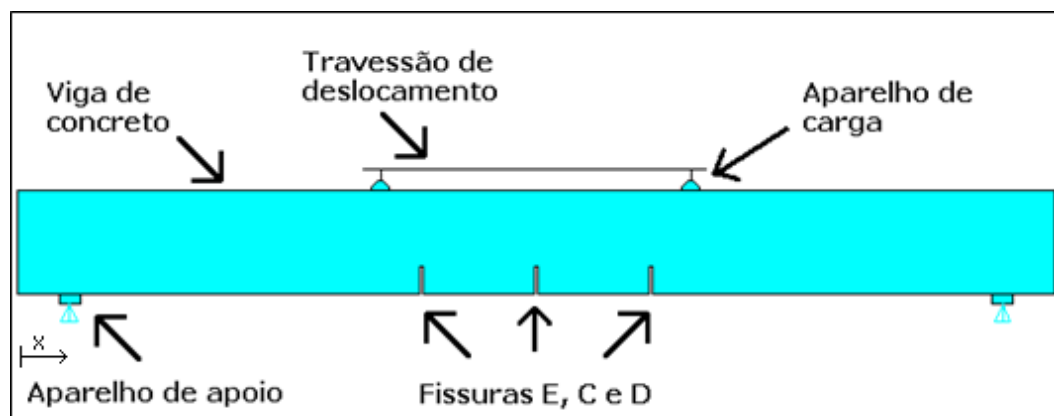
Conforme apresentado no item 2.4 do capítulo 2 deste trabalho, os elementos que foram utilizados para criar os modelos das vigas V1Ref e V2, são os seguintes:

- Plane 183, para o concreto das vigas, reforço estrutural, além dos os aparelhos de apoio e de carregamento;
- Beam 3, para as armaduras transversais e longitudinais;
- Inter 203, para as interfaces de ruptura das vigas.

Ambas as vigas foram são modelados no plano bidimensional. No entanto, os elementos supracitados foram devidamente escolhidos, de tal forma que, a espessura fosse um dos parâmetros de entrada dos mesmos. Este artifício teve como objetivo principal a diminuição do custo computacional de processamento, como também, a aproximação mais real dos ensaios experimentais de Dellatorre (2015).

A geometria básica da viga, juntamente com a definição dos componentes do problema em questão, são representadas na Figura 35.

Figura 35 – Geometria básica das vigas V1Ref e V2



Fonte: Elaboração própria

Como pode ser observado na Figura 35, as fissuras estão simetricamente distribuídas ao longo das vigas V1Ref e V2. A localização das mesmas são apresentadas na Tabela 5, tendo como origem a face lateral esquerda da viga.

Tabela 5 – Localização das fissuras nas vigas V1Ref e V2

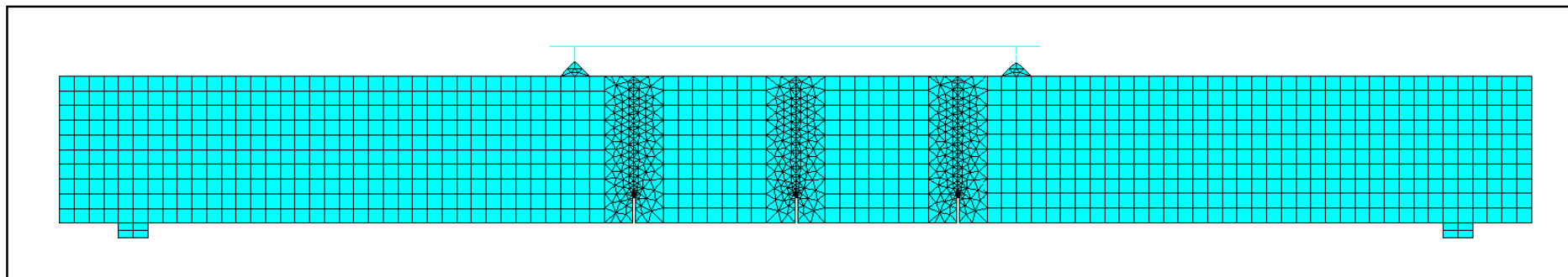
Localização	Fissuras		
	Esquerda (E)	Central (C)	Direita (D)
Eixo X	1,17 m	1,50 m	1,83 m

Fonte: Elaboração própria.

### 3.3.3.1 Geração da malha

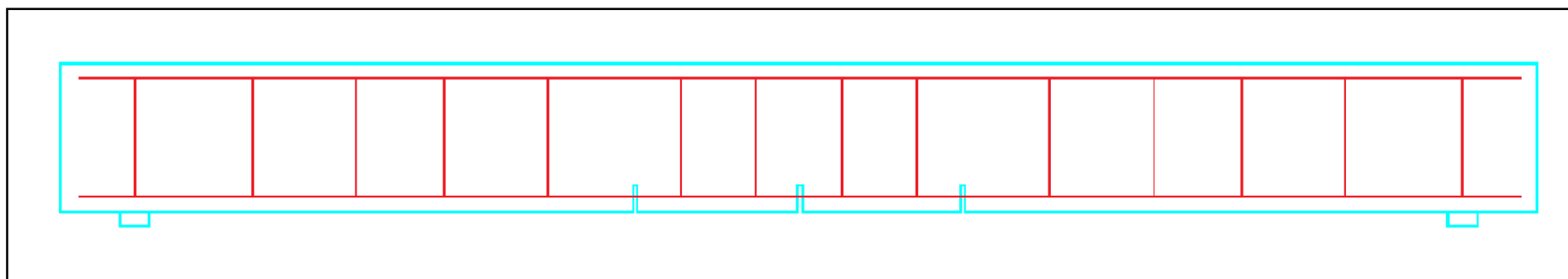
Para as vigas foram criados elementos quadráticos com tamanho de 3 x 3 cm, com exceção das áreas próximas as três fissuras, onde é preciso que a dimensão dos elementos, nestas regiões, seja bem pequena. Por isso, a malha possui um maior grau de refinamento nas regiões em que as fissuras estão situadas, conforme pode-se perceber na Figura 36. Já a Figura 37, mostra a discretização dos elementos de armadura, que foram modelados com o Link 8.

Figura 36 – Malha empregada para a discretização das vigas V1Ref e V2



Fonte: Elaboração própria

Figura 37 – Discretização das armadura longitudinais e transversais utilizadas nas vigas V1Ref e V2



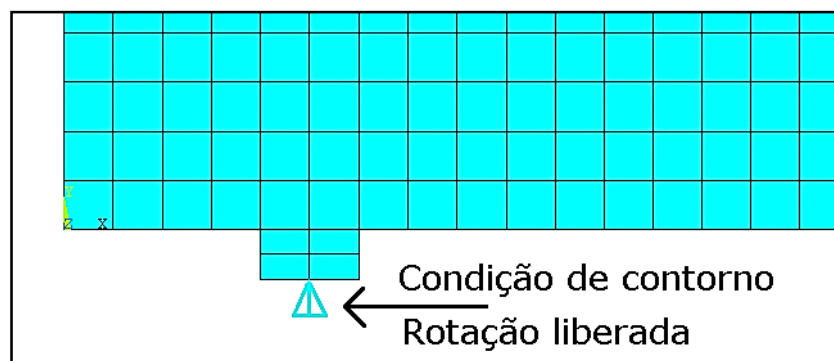
Fonte: Elaboração própria

### 3.3.3.2 Condições de contorno

O aparelhos de apoios foram modelados de tal modo que as condições de contorno fossem as mesmas das vigas experimentais. Portanto, para cada aparelho de apoio, foi dado a um único nó a restrição de deslocamentos ao longo do eixo Y.

Logo, ao utilizar-se deste artifício, as vigas ficaram aptas a absorver rotações em seus aparelhos de apoio. A condição de suporte é mostrada na Figura 38.

Figura 38 – Condição de suporte das vigas V1Ref e V2

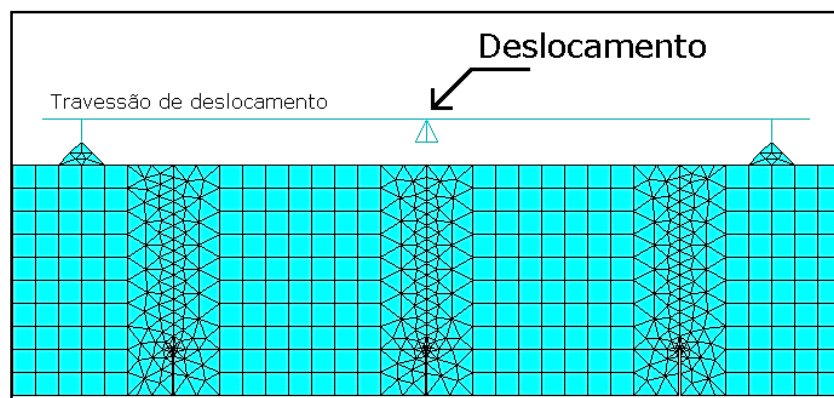


Fonte: Elaboração própria

### 3.3.3.3 Carregamentos das vigas

A carga é aplicada a viga como um deslocamento vertical. O deslocamento é aplicado em um nó do travessão de deslocamento, que por sua vez, distribui uniformemente o carregamento recebido nos dois aparelhos de carga da viga.

Figura 39 – Carregamento das vigas implementado através de deslocamentos



Fonte: Elaboração própria

A aplicação dos deslocamentos foi realizado de forma incremental acumulativa, simulando o funcionamento da máquina de ensaios verticais, EMIC DL 20000, que foi utilizada nos ensaios experimentais de Dellatorre (2015). A listagem dos passos de deslocamento, sub passos e deslocamentos incrementais acumulativos por viga, são apresentados nas Tabelas 6 e 7.

Tabela 6 – Incrementos de deslocamentos para a viga V1Ref

Viga	Passo de deslocamento	Nº de sub passos	Deslocamento acumulado (mm)
V1Ref	1	20	1,50
	2	20	2,89
	3	20	4,57
	4	20	6,54
	5	50	9,21
	6	50	12,50

Fonte: Elaboração própria

Tabela 7 – Incrementos de deslocamentos para a viga V2 e V2R

Viga	Passo de deslocamento	Nº de sub passos	Deslocamento acumulado (mm)
V2	1	20	1,56
	2	20	2,48
	3	20	3,36
	4	50	4,12
	5	10	0,00
V2R	6	30	4,18
	7	30	9,88
	8	30	16,8

Fonte: Elaboração própria

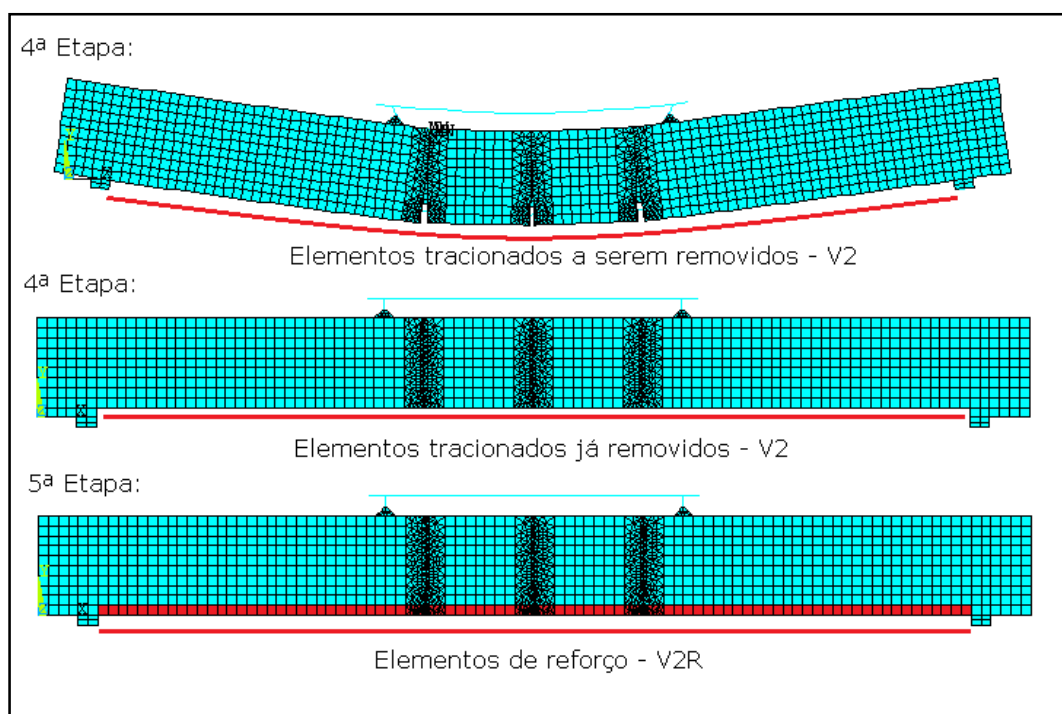
### 3.3.3.4 Execução do reforço à flexão na viga V2R

Conforme descrito no item 3.2, no ensaio experimental, a viga V2 antes de ser reforçada foi pré-fissurada e, em seguida descarregada, para que fosse realizado o reforço à flexão na zona tracionada da viga.

A seguir, é apresentado o método implementado neste trabalho para simular as etapas do reforço estrutural.

- 1ª Etapa: Início do ensaio na viga V2;
- 2ª Etapa: Incrementos de deslocamentos, de forma gradual, até o valor correspondente ao limite de fissuração encontrado no estudo experimental;
- 3ª Etapa: Descarregamento da viga V2, visando a aplicação do reforço, sem a existência de tensões solicitantes remanescentes;
- 4ª Etapa: Seleção e remoção dos elementos finitos localizados na zona tracionada (Figura 40) da viga V2;

Figura 40 – Demonstração dos elementos finitos tracionados a serem reparados



Fonte: Elaboração própria

- 5ª Etapa: Adição dos elementos finitos de reforço na zona tracionada (Figura 40), contendo as propriedades do material compósito.



## 4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

### 4.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se os estudos numéricos do presente trabalho, comparando os resultados obtidos com os dados experimentais e teóricos de Dellatorre (2015).

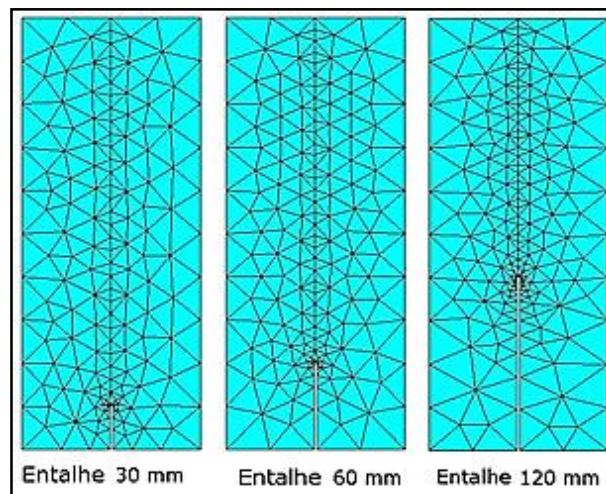
Similarmente ao estudo experimental, a viga V1Ref serviu de referência para o refinamento/calibragem dos modelos numéricos apresentados neste trabalho. Por conta disso, foram analisados separadamente os efeitos causados pela variação da altura da descontinuidade geométrica (entalhe) na viga, como também a influência da malha nas zonas de interfaces coesivas.

Ao examinar os efeitos causados pelo ajuste das propriedades mecânicas da viga V1Ref, foi possível compreender melhor a influência de cada componente do modelo.

#### 4.1.1 Efeito do comprimento característico dos entalhes E, C e D

Neste item, foram analisados os efeitos dos comprimentos das descontinuidades geométricas, que simulam as fissuras E, C e D no processo numérico de fratura. Para a presente análise, foram utilizados comprimentos de 30 mm, 60 mm e 20 mm, conforme pode ser observado na Figura 41.

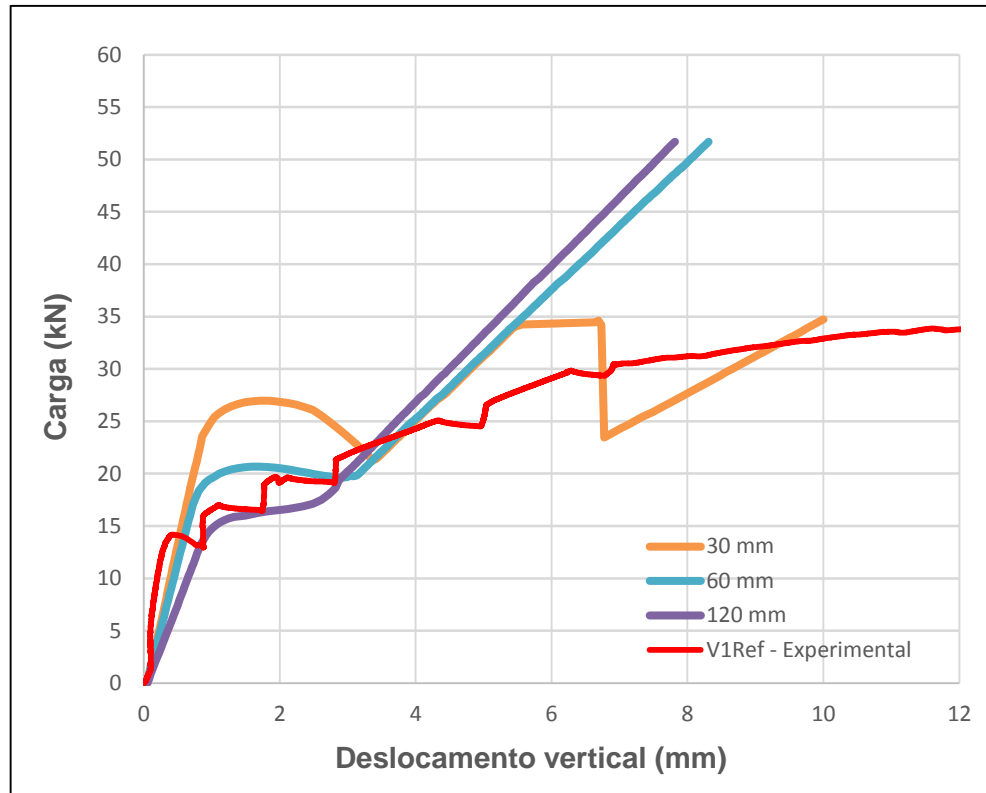
Figura 41 – Comprimentos das descontinuidades geométricas analisadas para viga V1Ref



Fonte: Elaboração própria

Os resultados de carga vs. deslocamento, considerando os comprimentos das discontinuidades geométricas supracitadas, podem ser vistos na Figura 42.

Figura 42 – Carga vs. deslocamento para os diferentes comprimentos das discontinuidades geométricas da viga V1Ref



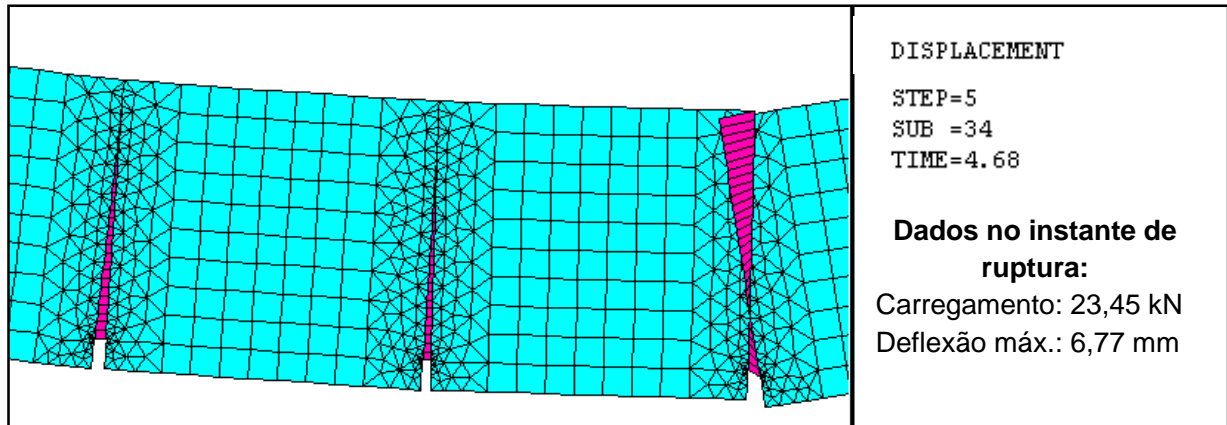
Fonte: Elaboração própria

Conforme já mencionado na metodologia deste estudo, este trabalho faz uso de discontinuidades geométricas na zona tracionada da viga. Este artifício tem por objetivo facilitar o início da propagação as interfaces coesivas, devido as concentrações de tensões que são geradas nas zonas onde as discontinuidades geométricas estão localizadas. No entanto, o processo de escolha das dimensões destas discontinuidades, consiste em ser uma tarefa baseada em séries de tentativa e erro, o que demanda tempo e certa dose de intuição.

Dessa forma, ao analisar a curva carga vs. deslocamento obtida na simulação da viga V1Ref utilizando o comprimento de 30 mm, nota-se que dentre as três hipóteses impostas, é esta que mantém primeira fase da curva durante maior carregamento, atingindo 25,00 kN sem que haja perda de rigidez da estrutura. No entanto, é a única a apresentar a ruptura da viga (Figura 43), como pode ser

observado pela mudança abrupta de inclinação no fim da terceira fase da curva em questão (Figura 42).

Figura 43 – Ruptura da viga V1Ref para a descontinuidade geométrica de 30 mm



Fonte: Elaboração própria

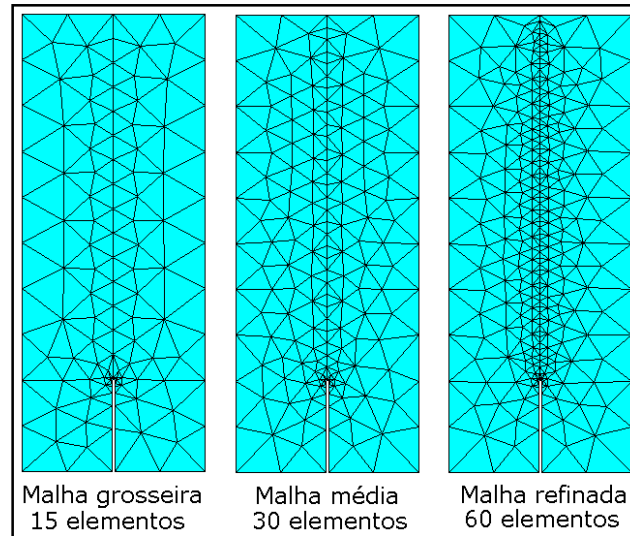
Por sua vez, as curvas carga-deslocamento para os comprimentos de 60 e 120 mm apresentam notável semelhança nos seus resultados, aproximando-se também dos obtidos experimentalmente.

Portanto, as descontinuidades geométricas com comprimento de 60 mm, foram as escolhidas para representarem as fissuras E, C e D neste estudo. A escolha passa principalmente pelo objetivo de simular de forma mais realística possível o estudo de Dellatorre (2015), uma vez que, um comprimento de entalhe de 120 mm em relação à altura da viga de 300 mm, representaria uma redução em área de 40% nas seções transversais onde os entalhes estão localizados.

#### 4.1.2 Efeito da malha nas zonas das interfaces coesivas

Com o intuito de verificar a influência da malha no processo numérico de fratura, foram analisadas uma grosseira, outra média e uma mais refinada, nas zonas onde estão localizadas as fissuras E, C e D, conforme pode ser visto na Figura 44.

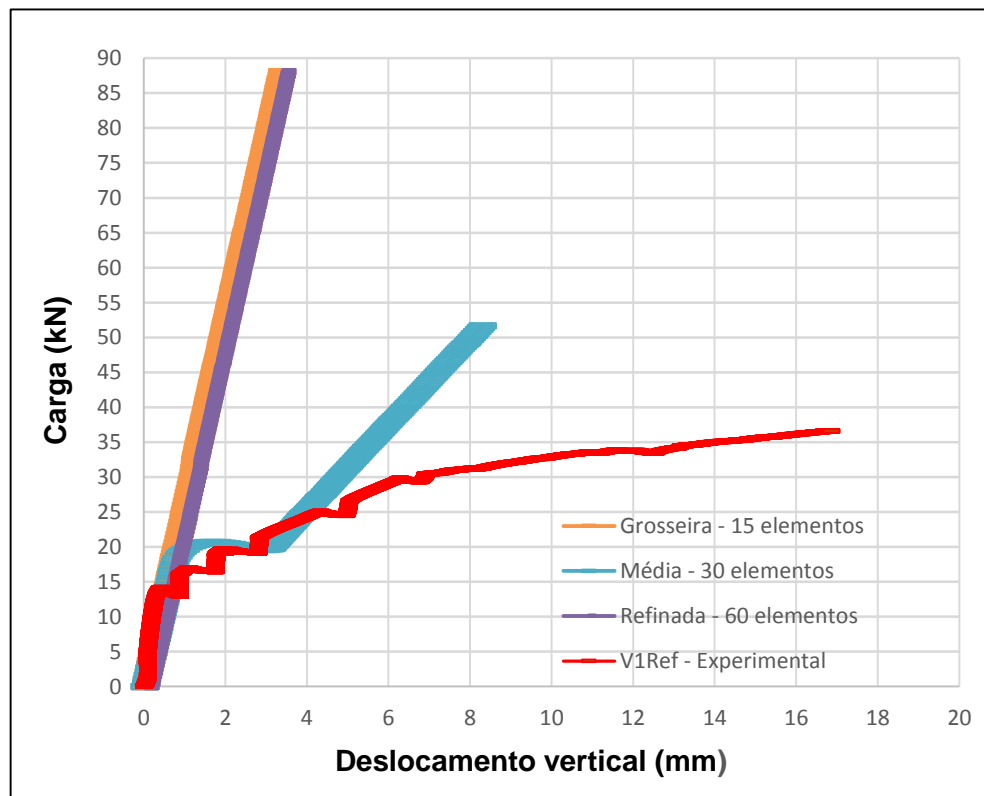
Figura 44 – Malhas livres empregadas na análise da viga V1Ref



Fonte: Elaboração própria

Na Figura 45 são apresentados os resultados de carga vs. deslocamento, considerando a abertura de fissura de 2,00 mm e o comprimento da descontinuidade geométrica de 60 mm, constante para todas as malhas.

Figura 45 – Carga vs. deslocamento para os diferentes tipos de malhas analisadas



Fonte: Elaboração própria

Comparando os resultados apresentados na Figura 45, fica evidente a importância de considerar-se a rigidez das interfaces coesivas como uma variável fundamental na resolução desta problemática.

Pode-se perceber que, ao utilizar tanto a malha grosseira, quanto a refinada, os resultados de carga-deslocamento são idênticos e diferem significativamente dos dados experimentais, no entanto, cada resultado decorre de particularidades distintas.

Vale salientar que as três análises foram feitas com os mesmos patamares de deslocamento e número de sub passos. Logo, é possível que a solução fornecida pelo programa ANSYS para o uso da malha grosseira, não tenha convergido a níveis satisfatórios, uma vez que, a abertura das interfaces coesivas só ocorrem quando são estabelecidos passos de cargas muito pequenos. Entretanto, isso só é conseguido após várias séries de tentativa e erro.

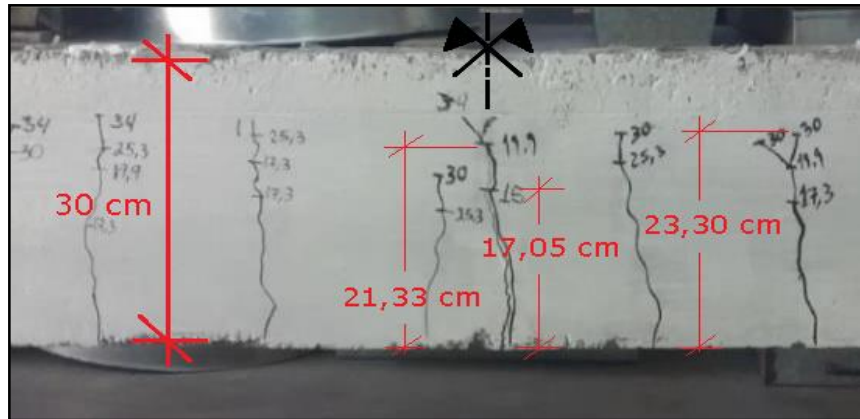
Em relação aos resultados da malha refinada, Quinino (2004) explica que esse efeito pode ser proveniente do número de elementos finitos que compõem a malha e, conseqüentemente, as interfaces coesivas. Com o refinamento da malha, as interfaces trabalham em conjunto umas com as outras, permitindo que o material absorva cargas com valores maiores que as esperadas.

Por fim, conforme observado na Figura 45, que a malha média forneceu os resultados mais coerentes e próximos ao modelo experimental, dessa forma, sendo utilizada em todas as análises deste trabalho.

## **4.2 Simulação numérica da viga V1Ref**

A Figura 46 ilustra de forma aproximada e simplificada, os comprimentos das fissuras ocorridas durante o ensaio da viga V1Ref. Estas medidas estão relacionadas aos pontos cruciais do procedimento experimental: como o surgimento da primeira fissura, o limite de fissuração e a carga máxima de ensaio.

Figura 46 – Comprimento das fissuras obtidas no ensaio experimental da V1Ref



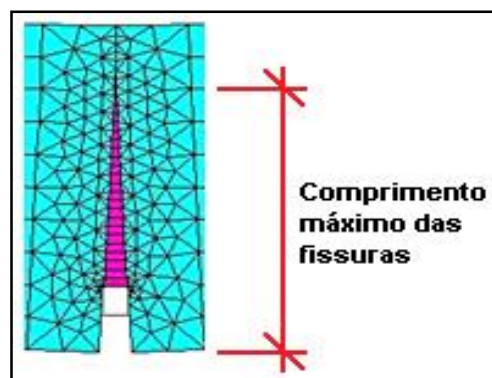
Fonte: Elaboração própria

As comparações dos resultados numéricos com os experimentais, foram realizadas tendo como parâmetros os carregamentos e deslocamentos verticais no centro da viga. Para dar maior embasamento ao estudo, é feita a análise comparativa dos carregamentos numéricos e experimentais com os resultados do cálculo da capacidade resistente à flexão teórica da viga V1Ref, apresentado por Dellatorre (2015). Dessa forma, para cada comparação foram analisados os aspectos físicos e mecânicos mais relevantes em cada etapa do ensaio.

#### 4.2.1 Análise dos resultados da viga V1Ref em termos de deslocamentos

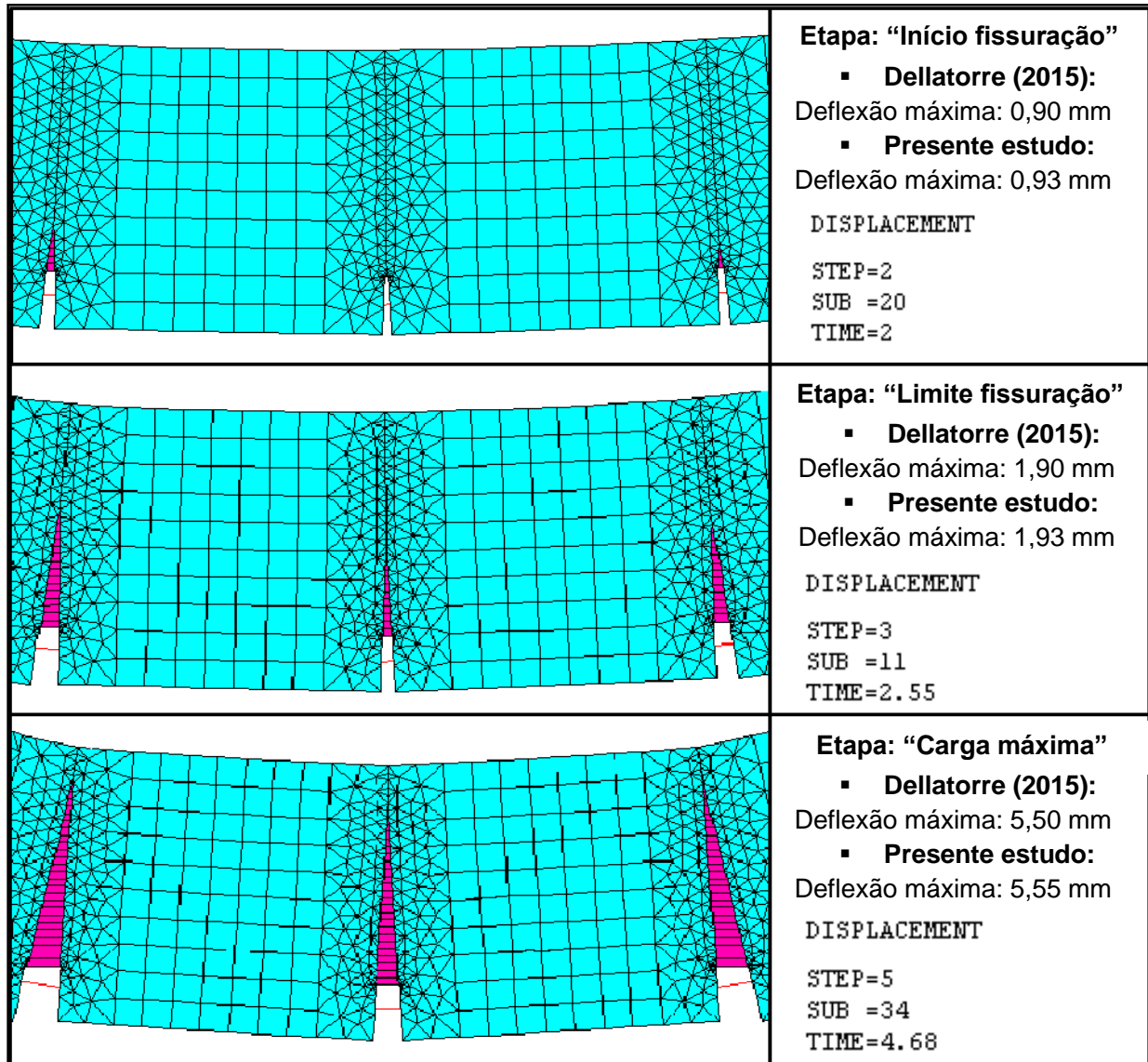
Neste item, foram confrontados os dados numéricos, experimentais e teóricos no instante em que, ambos os estudos compartilham do mesmo deslocamento vertical no centro da viga V1Ref, conforme ilustra a Figura 48 e a Tabela 8. A Figura 47, ilustra como foram extraídos do modelo computacional estes comprimentos das fissuras.

Figura 47 – Extração do comprimento de fissura através do modelo numérico



Fonte: Elaboração própria

Figura 48 – Comparativo da viga V1Ref em relação aos deslocamentos verticais



Fonte: Elaboração própria

Tabela 8 – Comparação em termos de deslocamentos dos dados numéricos, experimentais e teóricos da viga V1Ref

Resultados	Início da fissuração			Limite de fissuração			Carga máxima		
	T	E	N	T	E	N	T	E	N
Deflexão máxima (mm)	0,20	0,90	<b>0,93</b>	0,50	1,90	<b>1,93</b>	1,85	5,50	<b>5,55</b>
Carregamento(kN)	15,20	15,00	<b>19,67</b>	20,00	19,90	<b>20,35</b>	28,90	28,90	<b>35,08</b>
Comprimento máx. das fissuras (cm)	-	17,05	<b>10,88</b>	-	23,30	<b>19,64</b>	-	23,30	<b>27,61</b>

T – Teórico, E – Experimental e N – Numérico.

Fonte: Elaboração própria

De acordo com os dados obtidos experimentalmente por Dellatorre (2015), na etapa de início do processo de fissuração a carga foi de 15,00 kN, sendo 32,66% menor que a carga obtida no estudo numérico, de 19,90 kN. Na etapa do limite de fissuração, a carga obtida no ensaio experimental, de 19,90 kN, sendo 2,26% menor que a carga do estudo numérico, de 20,35 kN. Por fim, na etapa da carga última de ensaio, a carga experimental, de 28,90 kN, sendo 21,38% menor que a carga do estudo numérico, de 35,08 kN, que corresponde ao mesmo deslocamento.

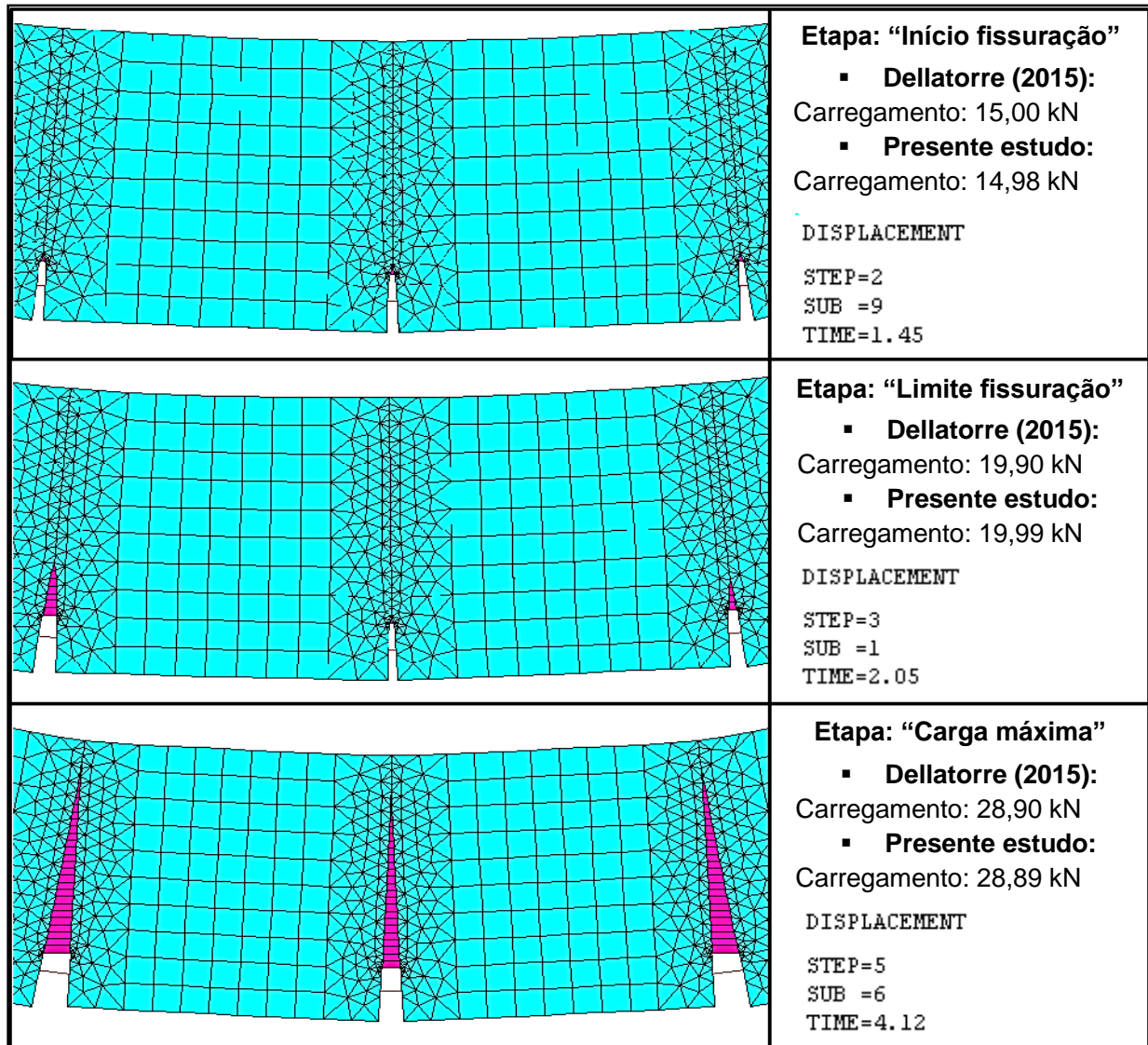
Em relação aos resultados de carregamento, pode-se perceber que os dados experimentais e numéricos começam a convergir a partir da etapa do limite de fissuração, uma vez que, a metodologia empregada neste estudo abrange a imposição de entalhes na estrutura da viga, eliminando por consequência, o processo de surgimento das fissuras.

#### **4.2.2 Análise dos resultados da viga V1Ref em termos de carregamentos**

Analogamente ao item anterior, neste tópico foram confrontados os dados numéricos, experimentais e teóricos no instante em que, ambos os estudos compartilham do mesmo carregamento para a viga V1Ref, conforme ilustra a Figura 49 e na Tabela 9.



Figura 49 – Comparativo da viga V1Ref em relação aos carregamentos



Fonte: Elaboração própria

Tabela 9 – Comparação em termos de carregamentos dos dados numéricos, experimentais e teóricos da viga V1Ref

Resultados	Início da fissuração			Limite de fissuração			Carga máxima		
	T	E	N	T	E	N	T	E	N
Carregamento(kN)	15,20	15,00	<b>14,98</b>	20,00	19,90	<b>19,99</b>	28,90	28,90	<b>28,89</b>
Deflexão máxima (mm)	0,20	0,90	<b>0,60</b>	0,50	1,90	<b>0,96</b>	1,85	5,50	<b>4,55</b>
Comprimento máx. das fissuras (cm)	-	17,05	<b>6,89</b>	-	23,30	<b>11,67</b>	-	23,30	<b>27,61</b>

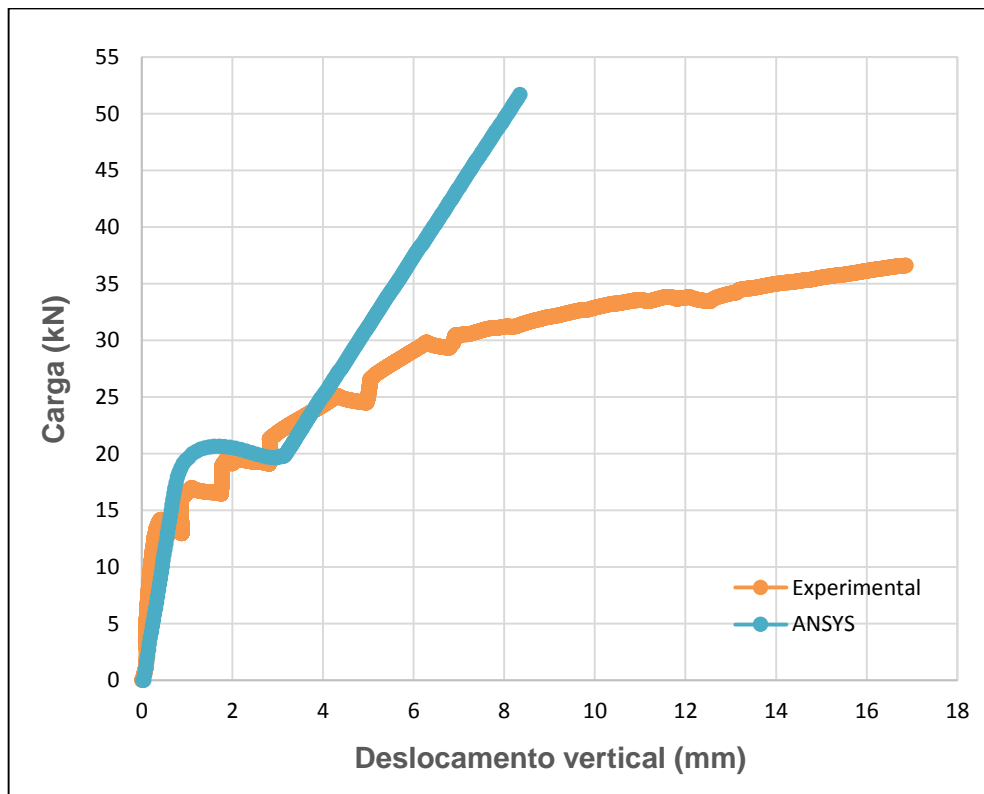
T – Teórico, E – Experimental e N – Numérico.

Fonte: Elaboração própria

Ao analisar a etapa de início da fissuração, é possível constatar que em ambos os modelos o início da propagação das fissuras deu-se sob o carregamento de aproximadamente 15,00 kN. Entretanto, para que isso ocorresse, o modelo experimental precisou obter uma deflexão máxima de 0,90 mm, enquanto, a abertura da primeira interface coesiva no modelo numérico deu-se sob deflexão de 0,60 mm. Este fato, evidencia a rigidez superior do modelo numérico, na primeira etapa do ensaio. Conforme pode ser observado na etapa de limite de fissuração, a viga V1Ref apresenta um comportamento semelhante ao da primeira etapa. Onde, o modelo numérico continua com valores inferiores, tanto para deflexão, quanto para o comprimento das fissuras. No entanto, na etapa da carga máxima, os resultados numéricos apresentam significativas mudanças em relação as fases anteriores. No estudo numérico, a deflexão obtida para o mesmo carregamento do estudo experimental foi de 4,55 mm, sendo apenas 20,87% menor que o comparativo (5,50 mm).

Afim de ilustrar com maior clareza, as etapas dos ensaios, na Figura 50, é apresentado o diagrama de carga vs. deslocamento para a viga em questão.

Figura 50 – Carga vs. deslocamento vertical no centro do vão da viga V1Ref



Fonte: Elaboração própria

Ao analisar a Figura 50 e a morfologia das fissuras na Figura 49, é possível constatar três fases básicas em relação ao comportamento mecânico da viga V1Ref no decorrer do processo de carregamento.

A primeira fase da curva do modelo numérico, mostra-se linear até o carregamento de aproximadamente 20,00 kN, caracterizando um regime linear-elástico da estrutura. No entanto, conforme a Tabela 9, percebe-se que as etapas de início de fissuração e de limite de fissuração se encontram nesta fase da curva. O fato do início destas etapas estarem nesta fase da curva possivelmente explica os valores de comprimentos de fissuras inferiores aos do estudo experimental, devido a rigidez elevada do modelo numérico nesta parte da modelagem.

Já a segunda fase, a curva apresenta uma significativa mudança na inclinação, além de uma redução abrupta da rigidez da estrutura, observada pela tangente da curva. Justamente nesta fase, acontece a propagação das interfaces coesivas em sua plenitude, sem que haja incremento de carregamento. Ou seja, ao atingir aproximadamente o carregamento de 20,00 kN e deflexão de 1,00 mm, a viga V1Ref começa a defletir com carregamento constante e invariável, até alcançar o valor de deflexão de 3,00 mm, chegando a valores de deflexão máxima no centro da viga de 200% a mais que os obtidos na fase anterior.

A terceira fase da curva, apresenta novamente uma visível mudança na inclinação da curva, caracterizando um ganho de rigidez que difere do comportamento experimental. Pode-se perceber nesta fase, que para um mesmo carregamento, os deslocamentos obtidos através da simulação computacional são menores que os obtidos experimentalmente. Logo, nesta fase da curva não é possível correlacionar nenhum dado entre os dois estudos.

Isso talvez seja proveniente de uma deficiência das relações constitutivas implementadas neste trabalho, que contemplam apenas a linearidade das propriedades mecânicas dos materiais, desconsiderando os valores limites de resistência.

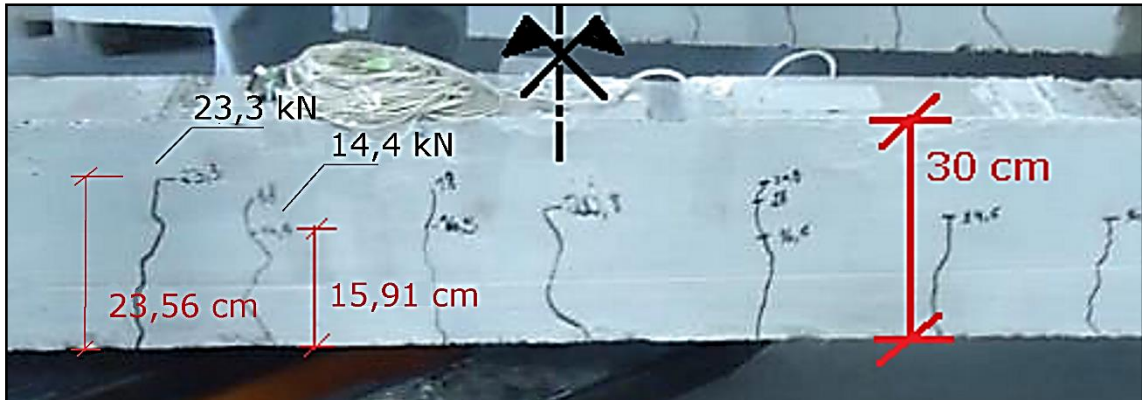
### **4.3 Simulação numérica da viga V2**

A viga V2, teve seu comportamento analisado dentro da etapa teórica do limite de fissuração, tendo como base os carregamentos experimentais e teóricos obtidos

por Dellatorre (2015), apresentados e implementados neste trabalho através da Tabela 7.

A Figura 51 mostra de forma aproximada e simplificada, os comprimentos das fissuras ocorridas durante o ensaio da viga V2.

Figura 51 – Comprimento das fissuras obtidas no ensaio experimental da V2

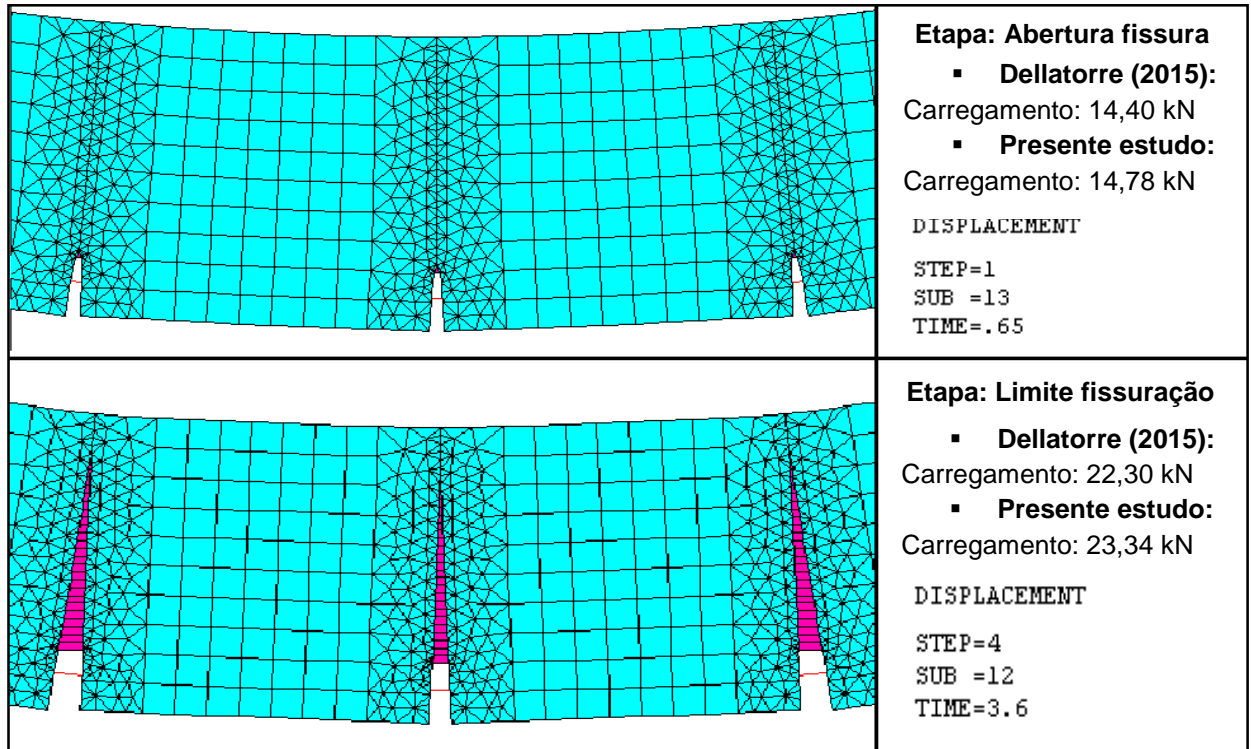


Fonte: Elaboração própria

Dessa forma, a Figura 52 ilustra, o comportamento do modelo numérico, em termos de deslocamentos e comprimentos de fissuras, nos instantes em que foi solicitado pelos carregamentos, de 14,4 kN e 23,3 kN<sup>(2)</sup>, autores das fissuras mostradas na Figura 51.

<sup>2</sup> Devido a visibilidade comprometida do comprimento de fissura correspondente ao carregamento de 22,3 kN na Figura 49, o comprimento de fissura foi extraído do carregamento imediatamente superior a este, de 23,3 kN.

Figura 52 – Comparativo da viga V2 nas diferentes etapas do ensaio



Fonte: Elaboração própria

Tabela 10 – Comparação em termos de carregamentos dos dados numéricos, experimentais e teóricos da viga V2

Resultados	Início da fissuração			Limite de fissuração		
	T	E	N	T	E	N
Carregamento(kN)	15,20	14,40	<b>14,78</b>	20,00	22,30	<b>23,34</b>
Deflexão máxima (mm)	0,20	1,30	<b>0,59</b>	0,50	5,10	<b>3,63</b>
Comprimento máx. das fissuras (cm)	-	15,91	<b>6,89</b>	-	23,56	<b>26,01</b>

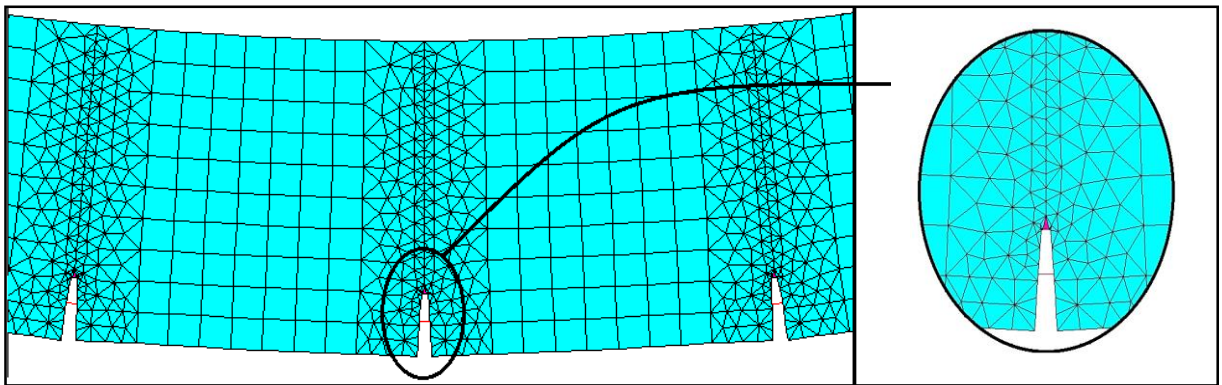
T – Teórico, E – Experimental e N – Numérico.

Fonte: Elaboração própria

Ao confrontar os resultados de ambos os estudos, conforme apresenta a Tabela 10, tendo como referência os carregamentos, pode-se observar que na etapa de início de fissuração a deflexão máxima experimental foi de 1,30 mm, sendo 54,61% maior que a deflexão obtida no estudo numérico, de 0,59 mm. Na etapa do limite de fissuração, a deflexão máxima obtida no ensaio experimental foi de 5,10 mm, sendo 28,82% maior que a deflexão do estudo numérico, de 3,63 mm.

Em relação aos comprimentos de fissura, na etapa de início de fissuração há uma diferença de 56,69% entre os resultados numérico e experimental. No entanto, é possível perceber na Figura 53, que a primeira interface coesiva da viga V2 é aberta devido ao carregamento de 14,78 kN, semelhantemente ao estudo de Dellatorre (2015), que apresentou a abertura da primeira fissura pelo carregamento de 14,40 kN.

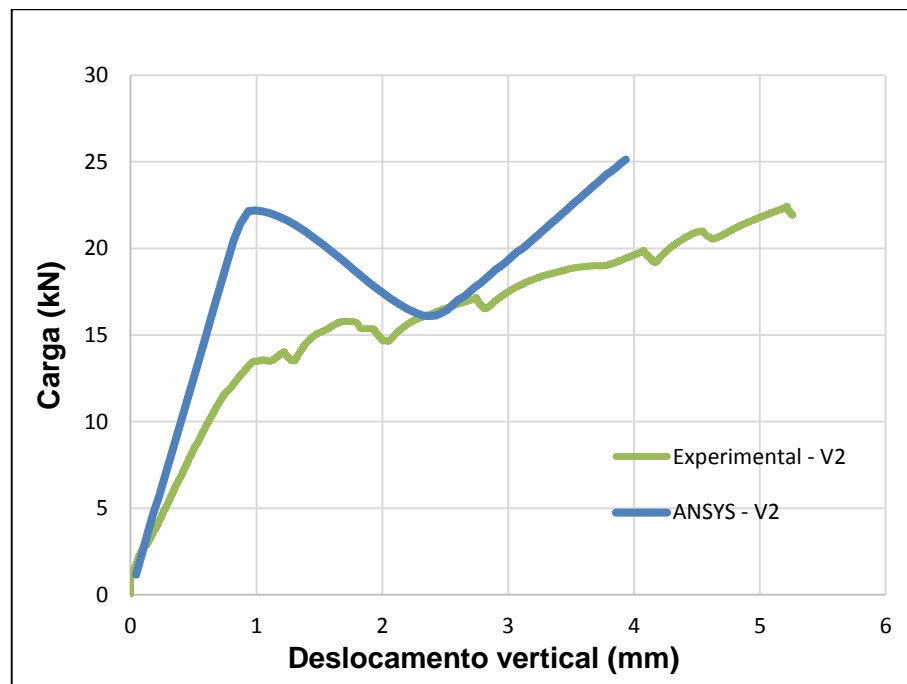
Figura 53 – Abertura da primeira interface coesiva da viga V2, com carga de 14,78 kN



Fonte: Elaboração própria

Na figura 54, é apresentado o diagrama de carga vs. deslocamento da viga V2.

Figura 54 – Carga vs. deslocamento vertical no centro do vão da viga V2

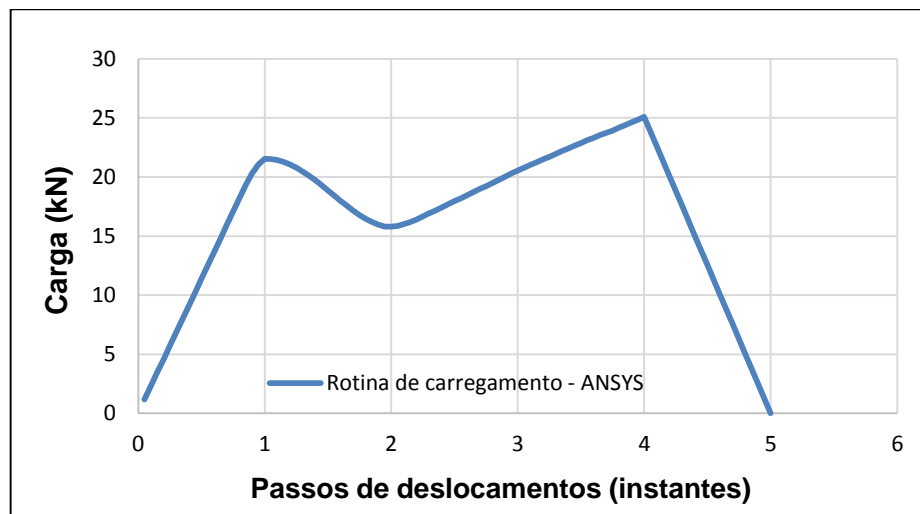


Fonte: Elaboração própria

O diagrama carga-deslocamento da viga V2, ilustrado na Figura 52, confirma o desempenho similar ao do modelo numérico V1Ref, evidenciando três fases distintas de comportamento da estrutura no decorrer do ensaio.

A viga V2 após ser ensaiada até a etapa de limite de fissuração, foi descarregada, visando a aplicação do reforço. Para melhor compreensão, a Figura 55 mostra o gráfico de carga vs. tempo, empregada na simulação numérica desta viga.

Figura 55 – Diagrama de carga vs. tempo da viga V2



Fonte: Elaboração própria

Como pode ser observado, entre os passos de deslocamento 4 e 5, acontece o processo de descarregamento da viga V2.

#### 4.4 Simulação numérica da viga V2R

Após fissurada, a viga V2 teve sua superfície inferior tracionada substituída por outra, íntegra e com as propriedades correspondentes ao compósito a base de fibra de juta, sendo então denominada de V2R.

Dessa forma, a viga V2R foi colocada sob carregamento, para que fosse possível analisar a eficiência do reforço estrutural.

Por mais que o comprimento de fissura não seja um parâmetro fundamental na análise do comportamento da viga V2R, uma vez que a mesma já se encontra fissurada, é preciso salientar que não foi possível extrair resultados dos comprimentos

de fissuras propagadas, devido a falhas das interfaces coesivas durante esta etapa da simulação numérica.

Em seu estudo experimental, Dellatorre (2015) extraiu os resultados da viga V2R com base nos carregamentos da viga V2, para fins de análise dos resultados.

A Tabela 11 compara os dados numéricos e experimentais da viga V2R.

Tabela 11 – Comparação dos dados numéricos, experimentais da V2R

Resultados	Início da fissuração		Limite de fissuração		Carga máxima	
	Experim.	Numérico	Experim.	Numérico	Experim.	Numérico
Carregamento	14,50 kN	14,26 kN	22,30 kN	22,31 kN	28,90 kN	28,45 kN
Deflexão máxima	2,90 mm <sup>(*)</sup>	3,35 mm	5,09 mm <sup>(*)</sup>	4,00 mm	7,00 mm <sup>(**)</sup>	5,00 mm

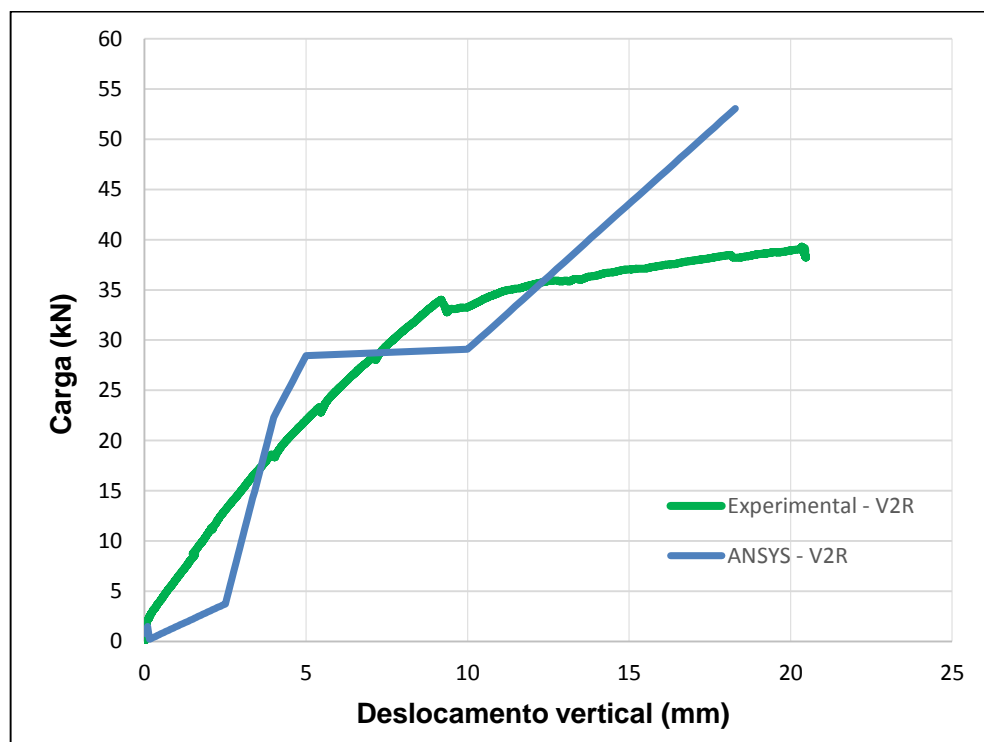
(\*) – Dados extraídos da viga V2R, obtidos para as mesmas cargas da viga V2.

(\*\*) – Dado extraído da viga V2R, obtido para a mesma carga da viga V1Ref.

Fonte: Elaboração própria

Para melhor entendimento dos resultados, a Figura 55 apresenta os diagramas de carga vs. deslocamento vertical da viga V2R.

Figura 55 – Carga vs. deslocamento vertical no centro do vão da viga V2R



Fonte: Elaboração própria



A curva obtida numericamente neste estudo, que considera a aderência perfeita entre o compósito do reforço e o concreto, apresenta rigidez um pouco maior, caminhando próxima da curva experimental (até a carga de aproximadamente 35 kN), no entanto, tem uma forma mais irregular.

A partir da carga de 35 kN, a curva obtida pelo programa ANSYS, começa a diferenciar da curva experimental, apresentando comportamento não compatível com a realidade. Conforme já mencionado na análise dos resultados da viga V1Ref, esse comportamento, explica-se devido ao comportamento linear das leis constitutivas implementadas neste estudo.

Apesar disso, é possível observar a notória contribuição dos elementos de reforço durante o ensaio da viga V2R.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi o desenvolvimento de modelos numéricos para simular o comportamento de fissuração de vigas de concreto armado submetidas a esforços de flexão, através de um modelo de fissura do tipo discreta e, além disso, avaliar a eficiência do reforço com compósito contendo fibras e juta.

A análise numérica foi verificada através de três modelos: V1Ref, V2 e V2R. Os resultados provenientes das análises mostram a forma com que as fissuras se originam e, conseqüentemente, se propagam ao longo da altura da viga, bem como a variação causada na rigidez estrutural. Além disto, foram analisados a influência de parâmetros que eventualmente venham interferir no processo de fraturamento, buscando investigar suas variações na simulação numérica, correlacionando-os com efeitos físicos. Por exemplo, podem ser citados o refinamento da malha empregada nas zonas de elementos de interface e o comprimento característico dos entalhes.

Após a realização de diversas simulações numéricas em estruturas de concreto submetidas ao fraturamento, algumas considerações importantes podem ser feitas:

- De maneira geral, os modelos forneceram resultados aproximados aos resultados experimentais, embora alguns dos dados obtidos não sejam plenamente satisfatórios no que tange a rigidez da estrutura;

- A representação das fissuras por meio de entalhes, denominados E, C e D, obteve êxito no que tange a mecânica da fratura, no entanto, para obter melhor conclusão do comportamento das curvas carga-deformação do concreto das vigas em questão, é necessário a implementação de mais fissuras;

- Pode-se dizer que os deslocamentos verticais observados nas simulações alcançaram a mesma ordem de grandeza dos deslocamentos observados experimentalmente, embora, na maioria das vezes, não se aproximaram com a exatidão esperada;

- A simulação do fraturamento coesivo por meio do Método dos Elementos Finitos utilizando elemento de interface, mostrou-se eficiente, embora seus resultados sejam muito dependentes da malha de elementos finitos utilizada;

- A utilização de leis constitutivas que contemplam apenas a linearidade física dos materiais, interferiu nas relações carga-deslocamento, como também na capacidade da carga dos modelos, conforme pôde ser observado nas comparações com os modelos experimentais;

- Apesar de não ter sido determinada experimentalmente, os valores de energia específica de fratura do modo I, fornecida pelo CEB-FIP, 1993, não comprometeram os resultados deste estudo;

- A aplicação do sistema de reforço conduziu a melhorias significativas no desempenho da viga V2R.

Pode-se dizer que o objetivo principal desta monografia foi atingido, uma vez que as ferramentas computacionais utilizadas para as análises não-lineares de problemas de engenharia estrutural na área de concreto foram entendidas com êxito. Este estudo foi contributivo não só no aspecto de utilização do programa ANSYS, mas também no entendimento efetivo de problemas clássicos da modelagem computacional e da mecânica da fratura.

### **5.1 Sugestões para trabalhos futuros**

A seguir, são feitas algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Implementação de leis constitutivas que contemplem a não linearidade física dos materiais, de modo a representar mais adequadamente o comportamento de diversos materiais, como o concreto, por exemplo;

- Implementação de análises que possibilitem o tratamento dos efeitos de aderência entre o concreto e as armaduras, de forma a buscar uma resposta mais realista do conjunto;

- Implementar um número maior de zonas coesivas, afim de reproduzir de forma mais próxima da realidade o procedimento experimental.

- Simulação numérica tridimensional de estruturas de concreto armado submetidas à flexão;

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA N., M. B. G. **Estudo estrutural de compósitos de matriz polimérica reforçados com fibras de juta**. 2012. 216 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Mecânica) – Universidade do Porto, Porto, 2012.

ALMEIDA T., G. M. **Reforço de vigas de concreto armado por meio de cabos externos protendidos**. 2001. 201 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

ARAÚJO, C. M. **Reforço de vigas de concreto à flexão e ao cisalhamento com tecidos de fibra de carbono**. 2002. 153 f. Tese (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.

BATHE, K. T. **Finite element procedures**. New Jersey: A Simon & Schuster Company Englewood Cliffs, 1996.

BAZANT, Z. e OH, B., Crack band theory for fracture of concrete. **Materials and Structures**, v. 16, p. 155-177, 1983.

BEBER, A. J. **Comportamento estrutural de vigas de concreto armado reforçadas com compósito de fibras de carbono**. 2003. 317 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

BITTENCOURT, T. N. **Faturamento do concreto estrutural: aspectos teóricos, computacionais e experimentais, e suas aplicações**. 1999. 240 f. Tese (Concurso de Livre Docência) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

BONO, G. F. F. **Modelos constitutivos para análise tridimensional de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 2008. 208 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

BROEK, D., **Elementary engineering fracture mechanics**, Dordrecht: Martinus Nijhoff Publishers, 1984.

CARNEIRO, L. A. V. **Reforço de vigas e pilares de concreto com materiais compósitos de resina e fibras**. 2004. 437 f. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (CEB), “**Assessment on Concrete Structures and Design Procedures for Upgrading**”. Boletim informativo nº 162, p. 288, 1983.

D'ÁVILA, V. M. R. **Estudo sobre modelos de fissuração de peças de concreto armado via método dos elementos finitos**. 2003. 287 f. Dissertação (Doutor em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

DELLATORRE, E. **Reforço de vigas de concreto armado submetidas à flexão com compósito contendo fibras de juta**. 2015. 86p. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2015.

GARCEZ, M. R. **Alternativas para melhoria no desempenho de estruturas de concreto armado reforçadas pela colagem de polímeros reforçados com fibras**. 2007. 267 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

GROSSI, B. F. **Uma contribuição para a modelagem numérica do concreto com fibras curtas de aço**. 2006. 227 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

Jute. **Food and Agriculture Organization of the United Nations**. Disponível em: <<http://www.fao.org/economic/futurefibres/fibres/jute/en> >. Acesso em: 17 jun. 2015.

Jute, Kenaf & Roselle Plants. **International Jute Study Group**. Disponível em: <http://www.jute.org/plant.htm> >. Acesso em: 18 jun. 2015.

LENS, L. N. **Modelos para análise de fratura do concreto simples empregando interfaces coesivas**. 2009. 114 f. Tese (Doutor em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

LIMA, T. R. S. **Desenvolvimento de metodologia para determinação de curvas de resistência à fratura de materiais elasto-plásticos pela análise do campo deformacional à frente da ponta da trinca**. 2011. 305 f. Tese (Doutor em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

MARINS NETO, J. **Análise numérica não-linear de estruturas de concreto armado considerando o fenômeno da aderência entre o aço e o concreto**. 2007. 214 f. Dissertação (Doutor em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

MILLER, K. P. **Estudo da fluência em vigas de concreto reforçado com fibras de aço, com aplicação de conceitos da mecânica da fratura**. 2008. 305 f. Dissertação (Mestre em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

MOHANTY, A. K.; MISRA, M.; DRZAL, L. T. **Natural fibers, biopolymers, and biocomposites**. Boca Raton, FL: Taylor & Francis Group, 2005. Disponível em: <[http://books.google.com.br/books?hl=pt-R&lr=&id=AwXugfY2oc4C&oi=fnd&pg=PP1&dq=Mohanty,+A.+K.,+Misra,+M.,+Drzal,+L.+T.+%E2%80%9CNatural+fibers,+biopolymers,+and+biocomposites%E2%80%9D.+Boca+Raton:+Taylor+%26+Francis,+2005.&ots=gKQ7LC5dQQ&sig=6jXK5AZXGZo\\_ExOAxUr5BcBlb-g#v=onepage&q&f=false](http://books.google.com.br/books?hl=pt-R&lr=&id=AwXugfY2oc4C&oi=fnd&pg=PP1&dq=Mohanty,+A.+K.,+Misra,+M.,+Drzal,+L.+T.+%E2%80%9CNatural+fibers,+biopolymers,+and+biocomposites%E2%80%9D.+Boca+Raton:+Taylor+%26+Francis,+2005.&ots=gKQ7LC5dQQ&sig=6jXK5AZXGZo_ExOAxUr5BcBlb-g#v=onepage&q&f=false)>. Acesso em: 17 jun. 2015.

MOREIRA, M. M. M. **Análise interativa de situações de reforço e recuperação de peças de concreto armado, empregando o método dos elementos finitos**. 2002. 166 f. Dissertação (Mestre em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

OWEN, D.R.J.; HINTON, E. **Finite element programming**. Londres: Academic, 1977.

Natural fibres. **International Year of Natural Fibres**. Disponível em: < <http://www.naturalfibres2009.org/en/index.html> >. Acesso em: 17 jun. 2015.

PASA, V. F. **Análise do comportamento de estruturas de concreto reforçado com fibras de aço via método dos elementos finitos**. 2007. 158 f. Dissertação (Mestre em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de Aço**: dimensionamento prático, de acordo com a NBR 8800:2008. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

PINTO, C. T. M. P. **Reforço à flexão de vigas de concreto armado com fibras de carbono**. 2000. 154 f. Tese (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.

PIRES, E. N. **Efeito do tratamento de superfície em fibras de juta no comportamento mecânico de compósitos de matriz epóxi**. 2009. 73 f. Dissertação (Mestre em Ciência e Engenharia de Materiais) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.

QUININO, U. C. M. **Uso do método das interfaces coesivas na análise da simulação do comportamento de fratura em materiais frágeis**. 2004. 129 f. Tese (Mestre em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

REIS, A. P. A. **Reforço de vigas de concreto armado por meio de barras de aço adicionais ou chapas de aço e argamassa de alto desempenho**. 1998. 239 f. Dissertação (Mestre em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

SALLABERRY, R. D. **Limite de deformação das fibras de carbono usadas no reforço à flexão de vigas de concreto armado**. 2005. 162 f. Tese (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

SANTOS, E. W. F. **Reforço de vigas de concreto armado à flexão por encamisamento parcial**. 2006. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

SATO, M. **Modelagem de problemas da mecânica da fratura e propagação de trincas em fadiga**. 2009. 148 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Mecânica) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009.

SILVA, R. V. **Compósito de resina poliuretano derivada de óleo de mamona e fibras vegetais**. 2003. 157 f. Dissertação (Doutor em Ciências e Engenharia de Materiais) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

SIMÃO, W. I. S. **Modelos de armadura e aderência para análise não-linear de estruturas de concreto armado**. 2003. 126 f. Dissertação (Mestre em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal do Minas Gerais, Belo Horizonte, 2003.

SIMÕES, M. L. F. **Reforço à flexão de vigas de concreto armado por encamisamento parcial**. 2007. 182 f. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

SOUZA, R. A. **Análise de fraturamento em estruturas de concreto utilizando programas de análise estrutural**. 2001. 273 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

SOUZA, V. C. M.; RIPPER, T. **Patologias, recuperação e reforço de estruturas de concreto**. São Paulo: Editora PINI, 1998.

VEIGA, N. A. **Comportamento à fratura em modo I de compósitos de matriz polimérica, reforçados com fibras de juta**. 2014. 112 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Mecânica) – Universidade do Porto, Porto, 2014.