

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA – UNIPAMPA  
CAMPUS ALEGRETE  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**THIAGO BRAZEIRO CARLOS**

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL DE UMA LAJE LISA COM  
PROTENSÃO NÃO ADERENTE**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – TCC II**

**Alegrete**

**2013**

**THIAGO BRAZEIRO CARLOS**

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL DE UMA LAJE LISA COM  
PROTENSÃO NÃO ADERENTE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil, da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA, RS), como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: M. Sc. André Lubeck

**Alegrete**

**2013**

**THIAGO BRAZEIRO CARLOS**

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL DE UMA LAJE LISA COM  
PROTENSÃO NÃO ADERENTE**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de Engenharia  
Civil, da Universidade Federal do Pampa  
(UNIPAMPA, RS), como requisito parcial  
para obtenção do Título Bacharel em  
Engenharia Civil.

Dissertação defendida e aprovada em: 26 de março de 2013.

Banca examinadora:

---

Prof. M. Sc. André Lubeck  
Orientador - UNIPAMPA

---

D. Sc. Almir Barros da S. Santos Neto  
Professor - UNIPAMPA

---

M. Sc. Magnos Baroni  
Professor - UNIPAMPA

## RESUMO

No início do século XX, foram feitas as primeiras aplicações da protensão em elementos estruturais, tendo grande desenvolvimento de sua tecnologia pelo francês Eugène Freyssinet. A primeira obra protendida, no Brasil, foi a ponte do Galeão no Rio de Janeiro, construída em 1949, cujo projeto foi desenvolvido na França pelo próprio Eugène. Com base na construção civil contemporânea, em função das características mercadológicas, progressivamente, tem-se procurado um melhor desempenho dos materiais e sistemas construtivos, levando os materiais a estados mais próximos dos seus limites. O sistema de protensão possibilita que projetistas trabalhem de maneira mais ousada e com maior liberdade arquitetônica, vãos maiores, atendendo a necessidade do mercado atual. Pensando nisso, este trabalho tem o objetivo de analisar, dimensionar e detalhar um sistema construtivo de lajes lisas com protensão não aderente, a fim de empregá-lo ao projeto das bibliotecas da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA). Para tal, serão feitas as verificações dos estados limites para a estrutura, seguindo as normas brasileiras NBR 6118 (2007), NBR 6120 (1980), NBR 8681 (2002) e a norma americana ACI 423 (1983), visando garantir a estabilidade da laje analisada. Com a intenção de complementar o trabalho, desenvolveram-se detalhamentos da peça protendida, propiciando meios necessários para a execução da mesma. Para expressar os resultados, desenvolveu-se um memorial de cálculos, contendo análise, cálculos e verificações. As verificações dos estados limites de serviço da laje, mostraram-se satisfatórias quanto suas exigências, inclusive às relativas aos estados limites últimos. Feito isso, obteve-se a armadura ativa e passiva necessária para manter a estrutura estável. Os resultados foram passíveis ao detalhamento da estrutura, podendo, o sistema de lajes protendidas, ser aplicado nas bibliotecas da UNIPAMPA.

Palavras chaves: Concreto protendido, protensão não aderente, análise estrutural, dimensionamento.

## ABSTRACT

In the early twentieth century, were done the first applications of prestressing in structural elements, with great development of its technology by Frenchman Eugène Freyssinet. The first prestressed work in Brazil was the Galeao's bridge in Rio de Janeiro, built in 1949, whose design was developed in France by Eugène. Based on contemporary civil construction, according to the marketing characteristics, progressively, it has been sought a better performance of materials and construction systems, leading the materials to closer conditions to their limits. The prestressing system enables designers to work in a more daring way and with greater architectural freedom, larger spans, corresponding to current market need. Thinking about it, this work aims to analyze, to measure and to detail a constructive system of flat slabs with nonstick prestressing in order to use it at the libraries project of the Federal University of Pampa (UNIPAMPA). Verifications of limit conditions for the structure will be made, following some Brazilian and American standards, aiming to guarantee the stability of it. With the intention of complementing the work, were developed detailing of prestressed part, providing necessary resources for implementing it, if the system is adhered by the University. To express the results, it was developed a calculating memorial, containing analysis, calculations and verifications, which allowed the detailing of the system, represented in the form of figures. The verifications of serviceability limit, conditions to rupture, fissuration, shearing, arrows and decompression, were satisfactory as to their limits, even those relating to the ultimate limit conditions. Having done this, there was obtained active and passive armature required to maintain the stable structure. The results were liable to the details of the structure.

Keywords: prestressed concrete, nonstick prestressing, structural analysis, detailing, calculations memorial.

## SUMÁRIO

1.INTRODUÇÃO .....	10
1.1 Objetivos .....	13
1.1.1 Objetivo Geral .....	13
1.1.2 Objetivos Específicos .....	13
1.2 Estrutura do Trabalho.....	13
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	15
2.1 Lajes Utilizadas em Sistemas Protendidos.....	15
2.2 Classificação do Sistema de Protensão .....	19
2.2.1 Quanto a Aderência de Protensão .....	19
2.2.1.1 Protensão Aderente.....	19
2.2.1.2 Protensão Não Aderente .....	20
2.2.2 Quanto o Nível de Protensão .....	21
2.2.2.1 Protensão Parcial .....	21
2.2.2.2 Protensão Limitada .....	22
2.2.2.3 Protensão Completa.....	22
2.3 Materiais Utilizados na Protensão de Lajes.....	23
2.4 Punção .....	24
2.5 Perdas de Protensão.....	24
2.6 Métodos de Cálculo e Análise .....	25
2.6.1 Método das Cargas Equilibrantes .....	26
2.6.2 Método dos Pórticos Equivalentes .....	26
2.6.2.1 Método dos Pórticos Equivalentes Proposto pela NBR 6118.....	27
2.6.2.2 Método dos Pórticos Equivalentes Proposto pelo ACI 318 .....	29
2.6.3 Método dos Elementos Finitos .....	30
2.7 Modelos de Processos de Cálculo .....	31
3.MATERIAIS E MÉTODOS.....	32
3.1 Materiais.....	32
3.1.1 Projetos .....	32
3.1.2 Análise estrutural.....	37
3.1.3 Normas.....	37
3.2 Métodos (Procedimentos) .....	38
3.2.1 Parâmetros Iniciais e Caracterização dos Materiais.....	38

3.2.2	Análise de Esforços na Laje .....	41
3.2.3	Memorial de Cálculo – Dimensionamentos, Verificações e Detalhamentos.....	43
2		
3.2.4.1	Definição das Faixas de Distribuição de Momentos .....	43
3.2.4.2	Definição da Espessura e Cobrimento Nominal da Laje .....	44
3.2.4.3	Determinação de Carregamentos Atuantes .....	47
3.2.4.4	Determinação da Carga a ser Equilibrada com a Protensão.....	49
3.2.4.5	Determinação da Força de Protensão e Quantidade de Cabos de Protensão .....	50
3.2.4.6	Cálculo das Cargas Balanceadas .....	52
3.2.4.7	Verificações das Tensões dos Estados Limites de Serviço (ELS) e Estados Limites Últimos (ELU).....	54
3.2.5	Detalhamento da Laje e Armaduras .....	55
3.2.6	Estrutura Analítica De Cálculo.....	56
4.	RESULTADOS .....	57
4.1	Memorial de Cálculos para o Pórtico A – Dimensionamentos, Verificações e Detalhamentos .....	57
4.1.1	Determinação da Carga a ser Equilibrada com a Protensão.....	57
4.1.2	Cálculo da Excentricidade e Perfil dos Cabos .....	57
4.1.3	Determinação da Força de Protensão Necessária (P) .....	58
4.1.4	Determinação da Quantidade de Cabos de Protensão .....	59
4.1.5	Análise de Esforços na Estrutura Protendida .....	60
4.1.6	Método do Pórtico Equivalente (NBR 6118/2007).....	61
4.1.7	Cálculo das Cargas Balanceadas para o Pórtico A.....	62
4.1.8	Diagramas de Momentos Fletores para as Combinações de Carregamentos referentes ao Pórtico A .....	66
4.1.9	Análise do Efeito da Rigidez dos Pilares .....	75
4.1.10	Cálculo dos Momentos nas Faixas de Distribuição da Laje .....	76
4.1.11	Distribuição da Armadura de Protensão na Laje .....	78
4.1.12	Verificação Quanto ao Estado Limite de Serviço (ELS) .....	79
4.1.13	Verificação Quanto ao Estado Limite Último (ELU).....	87
4.1.14	Verificação Quanto ao Estado Limite Último de Ruptura por Flexão.....	88

4.1.15 Cálculo das Armaduras .....	89
4.1.16 Verificação Quanto ao Estado Limite Último de Ruptura por Cisalhamento .....	97
4.1.17 Verificação Quanto ao Estado Limite de Deformação Excessiva – Flechas.....	101
4.2 Memorial de Cálculos para o Pórtico B – Dimensionamentos, Verificações e Detalhamentos .....	103
4.2.1 Método do Pórtico Equivalente (NBR 6118/2007).....	103
4.2.2 Cálculo das Cargas Balanceadas .....	105
4.2.3 Diagramas de Momentos Fletores para as Combinações de Carregamentos.....	106
4.2.4 Análise do Efeito da Rigidez dos Pilares .....	107
4.2.5 Cálculo dos Momentos nas Faixas de Distribuição da Laje .....	107
4.2.6 Distribuição da Armadura de Protensão na Laje .....	109
4.2.7 Verificação Quanto ao Estado Limite de Serviço (ELS) .....	110
4.2.8 Verificação Quanto ao Estado Limite Último (ELU).....	115
4.2.9 Verificação Quanto ao Estado Limite Último de Ruptura por Flexão.....	115
4.2.10 Cálculo das Armaduras .....	115
4.2.11 Verificação Quanto ao Estado Limite Último de Ruptura por Cisalhamento .....	123
4.2.12 Verificação Quanto ao Estado Limite de Deformação Excessiva – Flechas.....	127
4.3.1 Detalhamentos .....	129
4.3.2 Perfil do cabo de protensão para o pórtico A .....	129
4.3.3 Perfil do cabo de protensão para o pórtico B .....	130
4.3.4 Armadura de protensão.....	130
4.3.5 Armadura passiva negativa .....	131
4.3.6 Armadura passiva positiva .....	131
4.3.7 Armadura de fretagem.....	132
4.3.8 Armadura de reforço de borda .....	134
5. CONCLUSÕES .....	135
5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	135
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	136

**ANEXOS**

ANEXO 01 – PLANTA DE DETALHEMENTOS DA ARMADURA ATIVA ...	139
ANEXO 02 – PLANTA DE DETALHEMENTOS DAS ARMADURAS PASSIVAS.....	140

## 1. INTRODUÇÃO

No tocante às obras civis, em função das características mercadológicas, progressivamente, têm-se buscado novas técnicas de construir a partir de inovações na tecnologia dos materiais e sistemas estruturais mais eficientes, a fim de obter um desempenho melhorado desses, pois os leva a estados de maior proximidade aos seus limites. Diante disso, surge a possibilidade de projetistas trabalharem de maneira mais ousada.

Outra preocupação está na busca por maior rapidez de execução. Há, também, a procura por maior liberdade arquitetônica, como tipologias estruturais que permitam vencer vãos maiores sem a necessidade de vigas, conservando o conforto e segurança para os usuários (FRANCO, 2002).

Dentro desse contexto, abre-se a possibilidade da utilização do concreto protendido, pois esse, segundo Schmid (2009), vem sendo aplicado em estruturas de edificações de maior magnitude, devido sua capacidade de adequação a vãos livres de grandes dimensões com elementos de altura reduzida.

No início do século XX, foram feitas as primeiras aplicações da protensão em elementos estruturais, tendo grande desenvolvimento de sua tecnologia pelo francês Eugène Freyssinet. A primeira obra protendida, no Brasil, foi a ponte do Galeão no Rio de Janeiro, construída em 1949, cujo projeto foi desenvolvido na França pelo próprio Eugène (LEONHARDT, 1983).

A norma brasileira que rege o projeto de estruturas de concreto, NBR 6118 (2007), define elementos de concreto protendido, como:

*“aqueles nos quais parte das armaduras é previamente alongada por equipamentos especiais de protensão com a finalidade de, em condições de serviço, impedir ou limitar a fissuração e os deslocamentos da estrutura e propiciar o melhor aproveitamento de aços de alta resistência no estado limite último (ELU)”.*

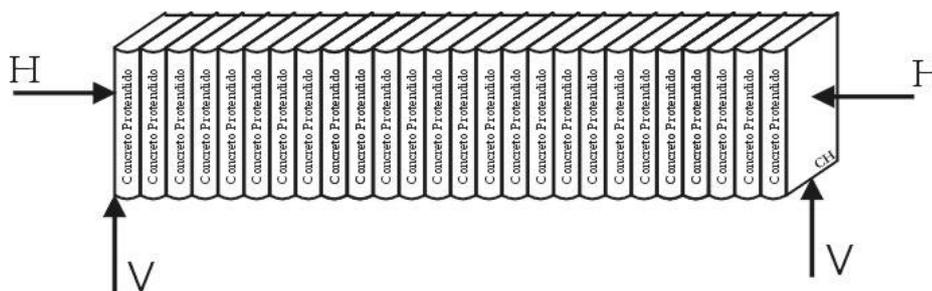
A protensão pode ser definida basicamente como a aplicação prévia de tensões em um elemento estrutural, com o objetivo de equilibrar tensões que prejudicam o uso desejado (PFEIL, 1998).

O sistema de protensão permite um equilíbrio das tensões de tração geradas no concreto. Essas tensões geradas pela protensão dos cabos podem variar de acordo com a excentricidade adotada nesses, desse modo, é recomendável sempre

usar a máxima excentricidade para os cabos, proporcionando um maior rendimento das propriedades do aço de protensão (VERÍSSIMO, G. S. & CÉSAR Jr, 1997).

É possível explicar o conceito de protensão com um exemplo casual e simples, como ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Conjunto de livros equilibrados pela aplicação de forças normais



Fonte: ISHITANI, LEOPOLDO & FRANÇA, 2002, p. 2

A força normal que se aplica a um conjunto de livros quando queremos elevá-los gera uma força de atrito entre as faces dos livros capaz de superar sua força peso; mantendo o equilíbrio de tensões (ISHITANI, LEOPOLDO & FRANÇA, 2002).

Conforme Moraes (1999), o princípio da protensão é atribuído à eliminação parcial ou total das tensões de tração na peça através das aplicações prévias de forças de compressão, levando em conta a teoria da fissuração. Assim, torna-se possível fazer o dimensionamento de estruturas admitindo o seu Estado Limite de Serviço.

Segundo a NBR 6118 (2007), existem basicamente dois sistemas em relação ao instante de aplicação da protensão: com pré-tração e com pós-tração. No primeiro, a armadura de protensão é tracionada antes do lançamento do concreto na estrutura. No sistema de pós-tração, a armadura de protensão é tracionada após o endurecimento do concreto. O sistema de pós-tração, classifica-se quanto à aderência entre os cabos e o concreto em protensão aderente e não aderente.

O sistema de protensão não aderente apresenta a vantagem de ser facilmente aplicado no canteiro de obras, evitando custos com transporte de peças pré-tensionadas da fábrica para o canteiro de obras. Também permite a execução de vãos contínuos e o direcionamento da força de protensão, (CAUDURO, 2003).

A NBR 6118 (2007) cita mais uma possibilidade de classificação da protensão que leva em consideração o nível de aplicação, esses são discriminados em três tipos: protensão parcial, limitada e completa.

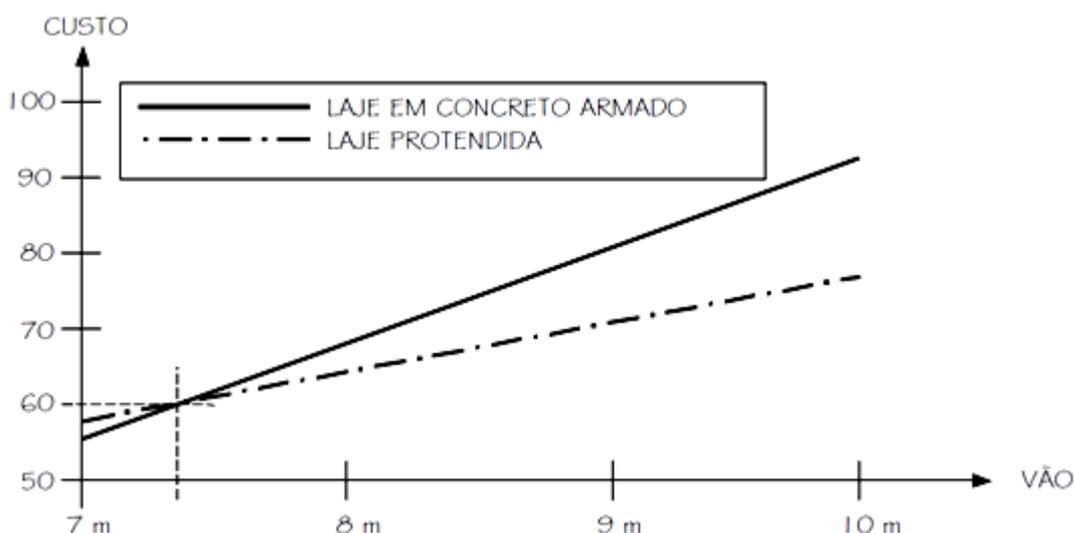
O uso do sistema construtivo com protensão não aderente tem se destacado frente às soluções tradicionais, bem como o uso do concreto armado, devido sua superioridade técnica. É possível destacar como uma das principais superioridades desse sistema a sua ótima relação custo-benefício (SCHMID, 2009).

No caso de lajes lisas (não utiliza vigas), segundo Buchaim (2007) e Emerick (2005), a utilização do concreto protendido como sistema estrutural, possui as seguintes vantagens frente ao uso do sistema estrutural em concreto armado que utiliza lajes e vigas:

- Possibilidade de maiores vãos com lajes mais esbeltas, redução no número de pilares, aumentando área útil e número de vagas para estacionamentos, e também, maior liberdade arquitetônica;
- Lajes com espessuras menores, eliminação do uso de vigas, reduzindo a altura total da edificação, possibilitando maior número de pavimentos para uma altura fixa e minoração de cargas na edificação;
- Majoração da agilidade em desformas e retirada de escoramentos, reduzindo significativamente o tempo de execução;
- Redução de flechas e fissuração;
- Aumento no ganho de resistência ao cisalhamento (puncionamento) na região dos pilares, com o posicionamento dos cabos de aço nessa região, para lajes lisas ou cogumelo;
- Maior economia de vãos superiores à aproximadamente 7 metros.

A vantagem econômica de lajes protendidas comparada às de concreto armado pode ser ilustrada através da Figura 2, com uma relação de custo x vão.

Figura 2 – Comparação de custos por vão entre lajes protendidas e de concreto armado



Fonte: Emerick, 2005, p. 3.

## 1.1 Objetivos

### 1.1.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem o objetivo de analisar, dimensionar e detalhar um sistema estrutural de lajes lisas com protensão não aderente para aplicação nas bibliotecas da Universidade Federal do Pampa.

Para tal é necessário alcançar os objetivos específicos dados a seguir:

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Apresentar um memorial de cálculo de uma laje lisa protendida com cordoalhas não aderentes;
- Realizar a análise estrutural das lajes lisas protendidas compatibilizadas ao projeto das bibliotecas dos campi da UNIPAMPA, utilizando o método do pórtico equivalente da NBR 6118 (2007);
- Verificar e Dimensionar a peça para os estados limites último e de serviço;
- Detalhar as lajes protendidas para uma possível execução.

## 1.2 Estrutura do Trabalho

O Capítulo 1 deste trabalho, traz uma introdução do sistema de protensão, abrangendo o histórico, princípios, conceitos e algumas vantagens desse sistema diante do concreto armado. Também são expostos os objetivos geral e específicos do trabalho.

No Capítulo 2, apresenta-se uma revisão bibliográfica referente ao sistema de concreto protendido em lajes, demonstrando os tipos de protensão existentes. Também é abordada algumas características do sistema e alguns aspectos de dimensionamento presentes em normas.

Posteriormente, no Capítulo 3, apresentam-se os materiais e métodos, onde é estão descritos quais materiais foram usados no desenvolvimento do trabalho e quais os métodos foram utilizados.

No Capítulo 4, são descritos os resultados do trabalho, mostrando as análises feitas na estrutura protendida de lajes, dimensionamentos e detalhamentos da mesma. Para isso, foram descritos alguns parâmetros utilizados para o dimensionamento e verificações da laje. Depois disso, foram feitos os detalhamentos referentes à peça de acordo com os dimensionamentos. Os itens do Capítulo 4 formam o memorial de cálculos proposto nos objetivos do trabalho.

Por fim, as conclusões encontram-se no Capítulo 5, onde foram expostos algumas considerações sobre os resultados obtidos no trabalho.

## **2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 Lajes Utilizadas em Sistemas Protendidos**

De acordo com Cauduro e Leme (1999), no sistema construtivo de lajes em concreto protendido, atualmente, existem alguns esquemas estruturais utilizados, como as lajes lisas, que podem ter ou não aumentos de espessura na região dos pilares (capitéis), lajes com vigas e lajes nervuradas com o uso de capitéis e com faixas protendidas.

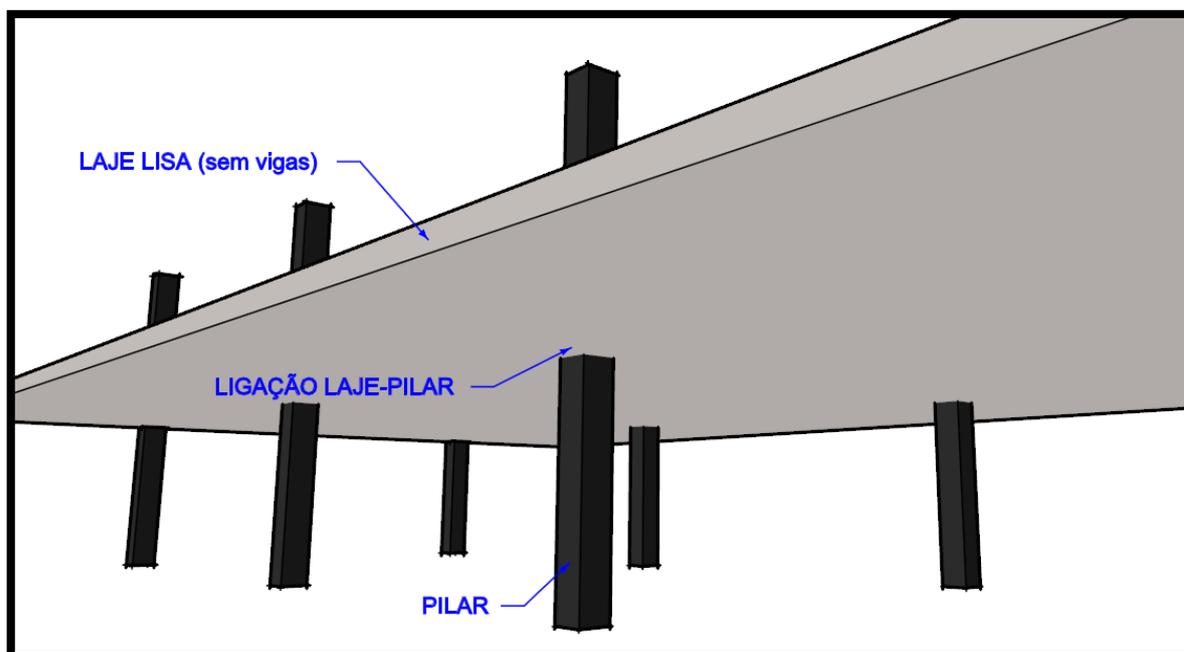
As lajes lisas, sem capitéis, conforme Loureiro (2006), possuem vantagens estéticas, funcionais e construtivas, porém são recomendadas para os vãos de até 8,00 m. Um dos fatores que limitam a resistência desse tipo de laje se dá na ligação laje-pilar, onde ocorre o punçamento, que geralmente ocasiona aumentos na espessura da laje para que a mesma resista ao fenômeno.

Para ampliar a resistência à punção pode ser feito o uso dos capitéis ou utilizar a tipologia de vigas-faixa protendidas. A utilização deste sistema estrutural de laje possibilita maior liberdade arquitetônica, redução cargas e da altura total da edificação, devido à ausência de vigas, gerando maior agilidade na execução. As lajes lisas protendidas também permitem a redução de flechas e fissurações, ganhos de resistência à punção na região dos pilares e, para vãos superiores a 7 metros, tem-se maior economia. Para fazer a comparação entre as alternativas estruturais que podem ser empregadas, não se deve tomar como base apenas o consumo de materiais por metro quadrado, mas também é necessário analisar juntamente todos os aspectos envolvidos, como: flexibilidade arquitetônica, tempo de execução, reaproveitamento de fôrmas, entre outros (EMERICK, 2005).

Em relação ao consumo de materiais, para vãos entre pilares de 7 a 10 metros, a solução com laje lisa apoiada diretamente sobre pilares se torna uma alternativa bastante competitiva. Já para os vãos superiores, soluções de lajes com nervuras ou uso de capitéis na região dos pilares, começam a se tornar mais interessantes (SCHMID, 2009).

As Figuras 3 a 7, ilustram os esquemas estruturais mais utilizados nas lajes protendidas, inclusive o sistema de lajes lisas.

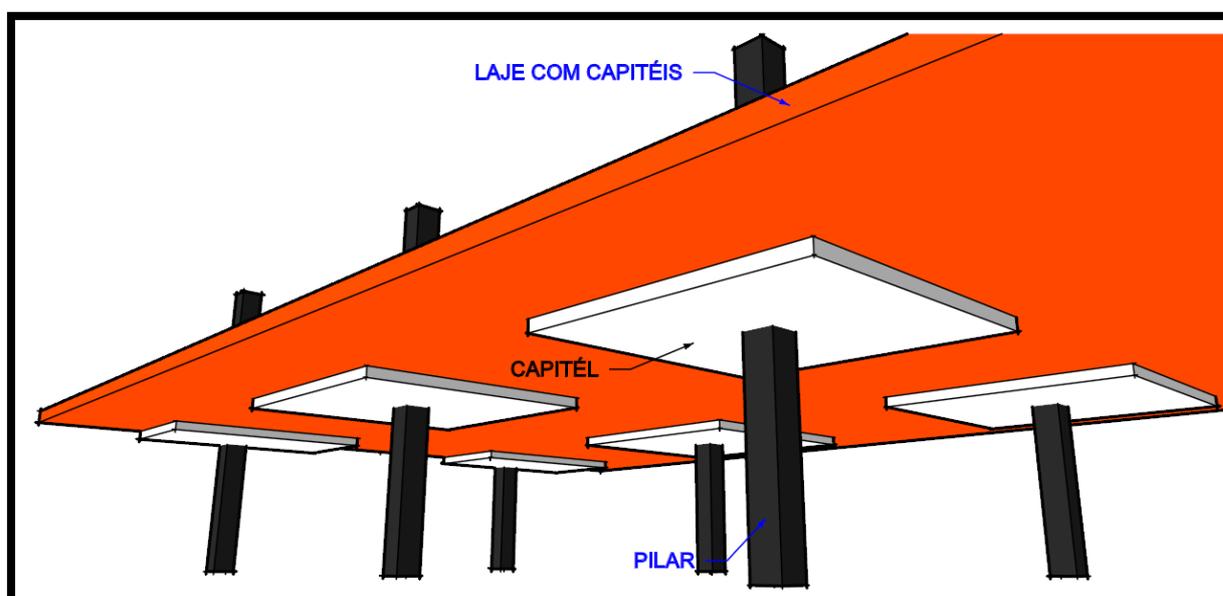
Figura 3 – Esquema estrutural de uma laje lisa



Fonte: Adaptado de PARISENTI (2011).

Na Figura 3, é ilustrado o esquema estrutural de uma laje lisa, da qual não necessita o uso de vigas, ou seja, é sobreposta diretamente nos pilares da edificação. Um ponto de destaque nessa tipologia, são os pontos na região dos pilares, onde geralmente ocorrem grandes tensões cisalhantes, gerando a punção nesses pontos. O fenômeno de punção está explicado no Item 2.4.

Figura 4 – Esquema estrutural de uma laje lisa com engrossamento na região dos pilares

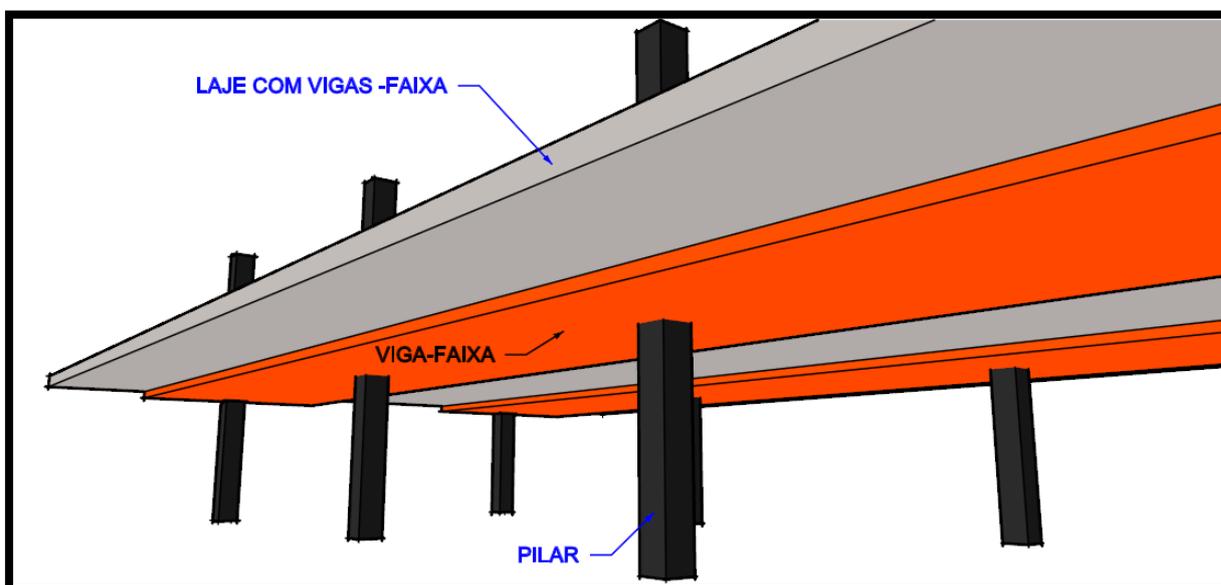


Fonte: Adaptado de PARISENTI (2011).

Para evitar a punção na região dos apoios ou com a intenção de absorver as tensões que geram o corte nesses pontos, conforme Schmid (2009), podem ser criados engrossamentos nos pontos de apoios, chamados capitéis, conforme ilustrado na Figura 4, que é o aumento localizado da espessura da laje.

Outra opção é a criação de vigas nessa região, denominadas vigas faixa, as quais também são engrossamentos de espessuras na laje de forma contínua na faixa dos apoios, gerando assim a formação de vigas ao longo das mesmas, demonstrado na Figura 5 (SCHMID, 2009).

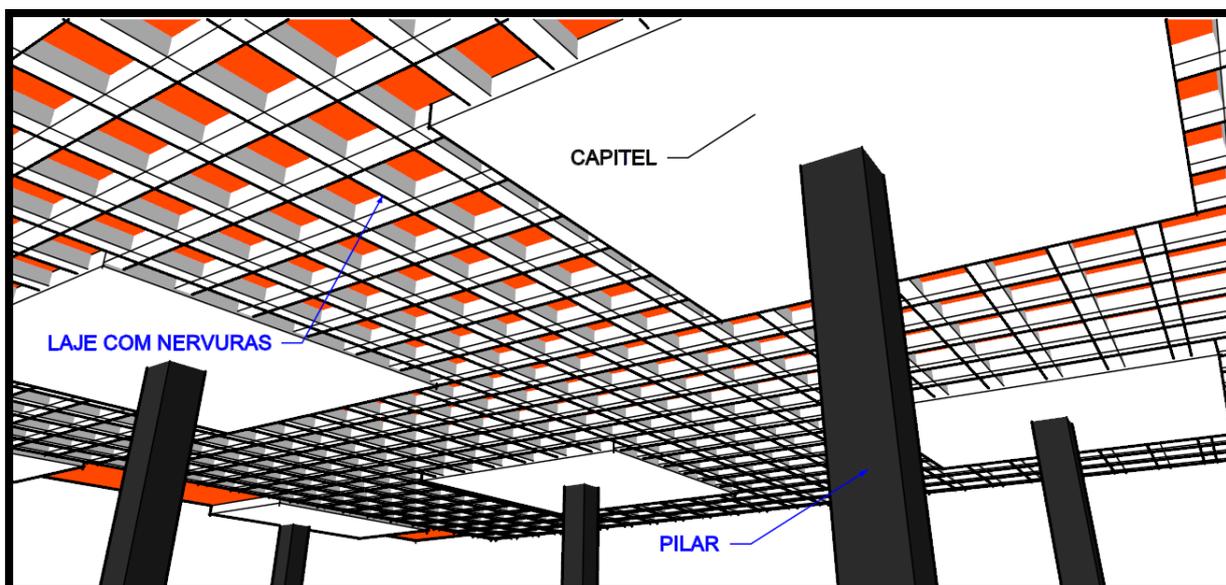
Figura 5 – Esquema estrutural de uma laje com vigas faixa



Fonte: Adaptado de SCHMID (2009).

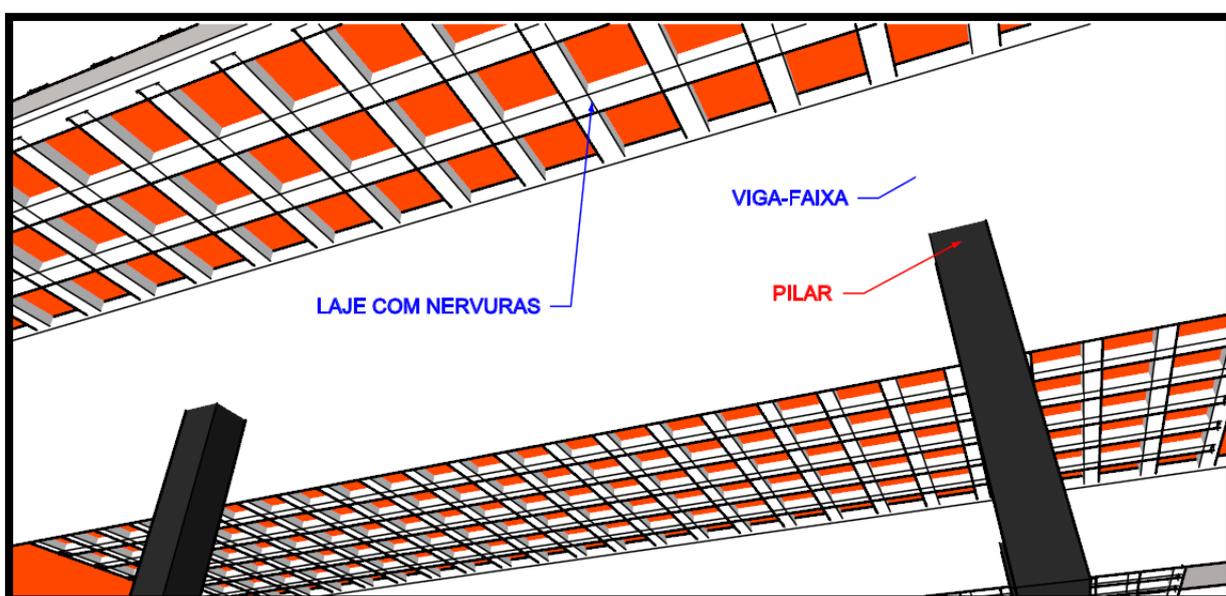
Na Figura 6, pode ser observada outra tipologia estrutural bastante utilizada sob protensão, que é a exploração de lajes com nervuras e capitéis. Nesse tipo de laje, segundo Loureiro (2006), é mais viável economicamente para vãos grandes entre pilares, em torno dos 13 metros, pois essa tipologia de laje possui significativa redução de peso.

Figura 6 – Esquema estrutural de uma laje nervurada com engrossamento na região dos pilares



Fonte: Adaptado de PARISENTI (2011).

Figura 7 – Esquema estrutural de uma laje nervurada com faixas protendidas



Fonte: Adaptado de SCHMID (2009).

Outra hipótese de tipologia estrutural utilizado em lajes é o sistema misto de nervuras em concreto armado com vigas-faixa em concreto protendido, demonstrado na Figura 7. Dessa forma, a estrutura deve ser calculada em dois processos, onde um deles é considerado as faixas como vigas protendidas, ou seja, com os cabos de

protensão em uma só direção que recebem a estrutura de concreto armado nervurada, conforme recomendações presentes na norma ACI 318 (2008).

## **2.2 Classificação do Sistema de Protensão**

### **2.2.1 Quanto a Aderência de Protensão**

Em relação a aderência dos cabos de protensão em relação ao concreto, o sistema de protensão classifica-se em protensão aderente e não aderente (LOUREIRO, 2006).

#### **2.2.1.1 Protensão Aderente**

No sistema com protensão aderente, os cabos são colocados dentro de bainhas metálicas sendo injetadas nas mesmas natas de cimento após a operação de protensão. Assim, cordoalhas aderem à pasta de cimento injetada e por meio das bainhas metálicas aderem ao concreto do elemento estrutural (VERÍSSIMO & CÉSAR, 1998).

Segundo a NBR 6118 (2007), o sistema de protensão aderente pode ser dividido em dois:

**“Concreto com armadura ativa pré-tracionada (protensão com aderência inicial):** Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é feito utilizando-se apoios independentes do elemento estrutural, antes do lançamento do concreto, sendo a ligação da armadura de protensão com os referidos apoios desfeita após o endurecimento do concreto; a ancoragem no concreto realiza-se só por aderência.

**Concreto com armadura ativa pós-tracionada (protensão com aderência posterior):** Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é realizado após o endurecimento do concreto, sendo utilizadas, como apoios, partes do próprio elemento estrutural, criando posteriormente aderência com o concreto de modo permanente, através da injeção das bainhas.”

Para ilustrar o sistema de protensão, na Figura 8 é possível visualizar a etapa de execução de uma laje com protensão aderente.

Figura 8 – Execução de uma laje com o sistema de protensão aderente



Fonte: RUDLOFF, CATÁLOGO DE CONCRETO PROTENDIDO, 2012, p. 7.

### 2.2.1.2 Protensão Não Aderente

Para este sistema, as cordoalhas ficam envolvidas por uma camada de graxa e bainhas de polietileno. A ligação entre as cordoalhas e o elemento estrutural ocorre somente nas regiões das ancoragens (SCHMID, 2009).

A graxa permite que as cordoalhas sejam protendidas após a concretagem, além de proteger o aço contra corrosão. Para cada uma das extremidades dos cabos existentes há uma ancoragem, sendo esses dispositivos de fixação os que recebem toda concentração de tensões, devido à inexistência de aderência (RUDLOFF INDUSTRIAL LTDA., 2012).

A NBR 6118 (2007) define a protensão não aderente como:

*“Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é realizado após o endurecimento do concreto, sendo utilizados, como apoios, partes do próprio elemento estrutural, mas não sendo criada aderência com o concreto, ficando a armadura ligada ao concreto apenas em pontos localizados.”*

Na Figura 9 é possível visualizar a etapa de execução de uma laje com protensão não aderente.

Figura 9 – Execução de uma laje com protensão não aderente e detalhe da seção transversal do cabo de protensão



Fonte: RUDLOFF, CATÁLOGO DE CONCRETO PROTENDIDO, 2012, p. 9.

## 2.2.2 Quanto o Nível de Protensão

Como já comentado anteriormente, a NBR 6118 (2007), também estabelece uma classificação para a protensão de peças de concreto em relação ao nível de protensão aplicado. Nos itens 2.2.2.1, 2.2.2.2 e 2.2.2.3 são explicadas brevemente as situações em que devem ser aplicados os diferentes níveis de protensão.

### 2.2.2.1 Protensão Parcial

Segundo a NBR 6118 (2007), a protensão parcial ocorre quando, para combinação frequente de ações, é respeitado o Estado Limite de Abertura de Fissuras, com abertura característica menor ou igual a 0,2 milímetros.

### 2.2.2.2 Protensão Limitada

A protensão limitada ocorre quando, para combinação quase permanente de ações, é respeitado o Estado Limite de Descompressão, além de, para combinação frequente de ações, é respeitado o Estado Limite de Formação de Fissuras.

### 2.2.2.3 Protensão Completa

A protensão completa ocorre quando, para combinação frequente de ações, é respeitado o Estado Limite de Descompressão, e também é respeitado o Estado Limite de Formação de Fissuras. Os níveis de protensão estão relacionados com os níveis de intensidade da força de protensão que, por sua vez, são função da proporção de armadura ativa utilizada em relação à passiva (NBR 6118, 2007).

O Quadro 1 relaciona os níveis de protensão com as classes de agressividade ambiental e as classificações quanto aos Estados Limites de Serviço relacionados com o nível de fissuração permitido. Também classifica quais tipos de combinações deve-se utilizar para cada caso.

Quadro 1 – Classificação dos níveis de protensão de acordo com as classes de agressividade ambiental

Tipo Estrutural de Concreto	Classe de Agressividade Ambiental (CAA)
Concreto Protendido (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós tração com CAA I e II
Concreto Protendido (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós tração com CAA III e IV
Concreto Protendido (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV

Fonte: Adaptado da NBR 6118 (2007).

Onde:

Classe de agressividade (CAA):

- I – fraca;
- II – média;
- III – forte;
- IV – muito forte.

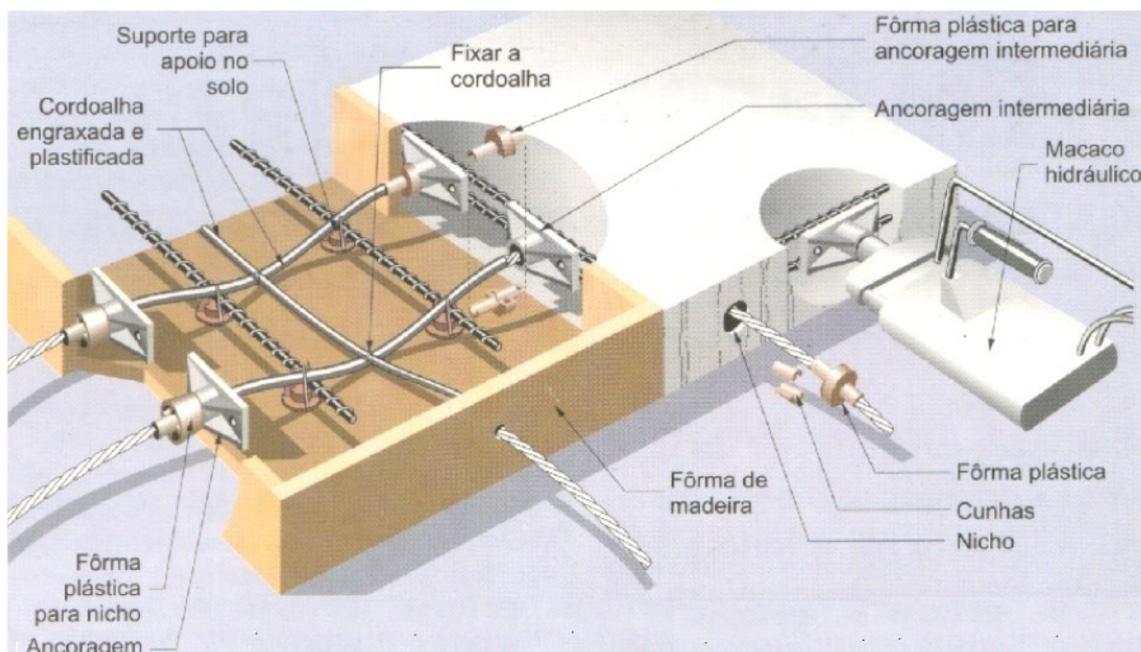
### 2.3 Materiais Utilizados na Protensão de Lajes

Como já mencionado anteriormente, a protensão nas lajes, de acordo com a aderência cabo-concreto, pode ser feita pelo sistema aderente e não aderente. Existem algumas diferenças entre os dois sistemas quanto à utilização de materiais. No caso de lajes lisas com protensão não aderente, conforme Cauduro (2003), os principais materiais utilizados no sistema, assim como também os que o complementam o mesmo auxiliando na sua montagem, são:

- Concreto;
- Armadura de protensão (ativa);
- Armadura passiva;
- Cordoalha não aderente;
- Ancoragens;
- Nichos plásticos;
- Outros materiais e equipamentos para executar a protensão.

A Figura 10 ilustra a montagem de uma laje protendida com cordoalhas engraxadas:

Figura 10 – Montagem típica de uma laje lisa protendida com cordoalhas engraxadas



Fonte: Revista Técnica, 1997.

## 2.4 Punção

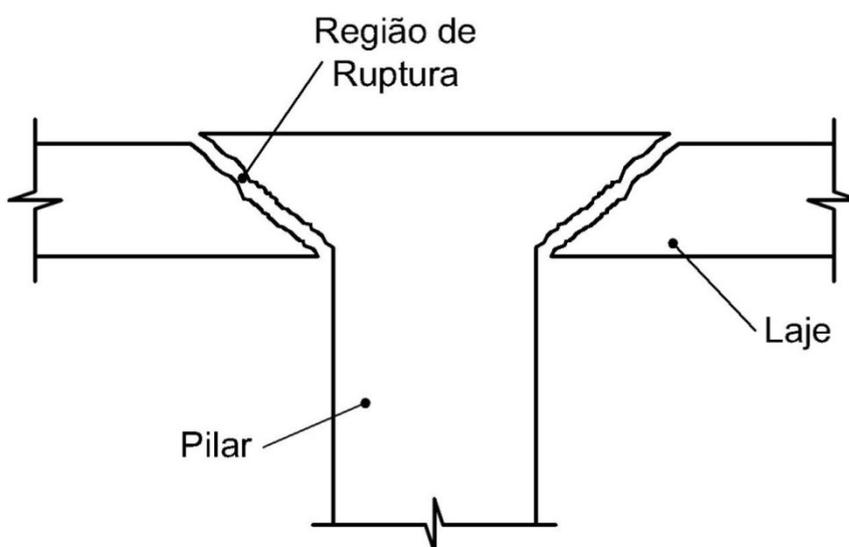
A punção em lajes protendidas, deve ser obrigatoriamente considerada, pois a região de ligação pilar-laje possui grandes tensões de cisalhamento, que geram o efeito cortante nas regiões dos pilares. O esforço cortante na região dos pilares causa uma ruptura brusca, sem aviso, extremamente perigosa à estrutura. Principalmente o sistema de lajes protendidas lisas, é o que oferece maior vulnerabilidade à punção. Para os casos em que a tensão admissível cisalhante seja inferior a resistência de cálculo, será necessário o uso de armadura de cisalhamento. Para ampliar a resistência à punção, pode-se modificar a espessura ou a tipologia estrutural da laje, como a utilização de vigas-faixa na região dos pilares, uso de capitéis, etc. (EMERICK, 2005).

De acordo com a NBR 6118 (2007):

*“Devem ser cuidadosamente estudadas as ligações das lajes com os pilares, com especial atenção aos casos em que não haja simetria de forma ou de carregamento da laje em relação ao apoio. Obrigatoriamente devem ser considerados os momentos de ligação entre laje e pilares extremos.”*

Na Figura 11, é ilustrado o rompimento de uma ligação laje-pilar em concreto.

Figura 11 – Colapso de uma laje de concreto por puncionamento na região dos pilares



Fonte: Adaptado de REVISTA IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS (2013).

## 2.5 Perdas de Protensão

Durante a protensão de uma peça surgem perdas de tensões devido a diversos fatores. Existem dois tipos de perdas de protensão, são as perdas imediatas, que surgem no ato da protensão e as perdas deferidas, que ocorrem ao longo da vida útil da estrutura (HANAI, 2005).

Segundo Veríssimo (1997), as perdas iniciais estão ligadas basicamente a deformação imediata ou elástica do concreto, atrito do cabo com a bainha e devido a acomodação das ancoragens. Já as perdas deferidas, ocorridas ao longo do tempo, resultam da retração do concreto, fluência do concreto e da relaxação do aço.

De acordo com Pfeil (1988), no caso da protensão não aderente, nota-se experimentalmente que as perdas por atrito dos cabos nos macacos e ancoragens são da ordem de 5%, podendo haver compensações com aumento da pressão exercida pelo macaco na protensão. As perdas classificam-se em dois grupos, perdas imediatas (iniciais) e perdas progressivas (finais):

Perdas imediatas, que se verificam durante a operação de estiramento e ancoragem dos cabos, e podem ser subdivididas em:

- Perdas por atrito;
- Perdas nas ancoragens;
- Perdas por encurtamento elástico do concreto.

Perdas progressivas, que acontecem ao longo da vida útil da estrutura, e podem ser provocadas por:

- Retração e fluência do concreto;
- Relaxação do aço.

Segundo Emerick (2005), para o cálculo de elementos protendidos é essencial que sejam consideradas essas perdas. Para estimar as perdas no dimensionamento desses elementos, deve-se fazer uma sequência de cálculos ou são feitas estimativas. Geralmente é adotado inicialmente 6% para as perdas iniciais e 12% para as perdas finais.

## 2.6 Métodos de Cálculo e Análise

O cálculo e análise de lajes lisas protendidas podem ser feitos por diferentes métodos. Dentre eles, destacam-se os métodos: Cargas Equilibrantes, Pórticos Equivalentes, tanto em lajes lisas como lajes cogumelo, e Elementos Finitos.

### **2.6.1 Método das Cargas Equilibrantes**

O método das cargas equilibrantes consiste em substituir o cabo de protensão pelo conjunto autoequilibrado de forças que o mesmo exerce sobre o concreto. A protensão é tratada, então, como um carregamento externo aplicado à estrutura de concreto. As cargas equivalentes da protensão, constituem-se de duas parcelas para os casos mais comuns de cabos parabólicos ancorados no centro de gravidade das seções extremas. As parcelas decorrentes das cargas verticais são uniformemente distribuídas, devido à mudança de direção dos cabos e as decorrentes das forças concentradas aplicadas através das ancoragens. Na realização do cálculo dos esforços gerados pela protensão, é considerado inicialmente somente o carregamento vertical equivalente aplicado à estrutura. Posteriormente, acrescenta-se a parcela corresponde à pré-compressão introduzida no concreto pelas forças horizontais concentradas nas ancoragens (LOUREIRO, 2006).

Conforme Emerick (2005), esse método consiste em determinar a força de protensão necessária e o traçado dos cabos em elevação para equilibrar uma determinada parcela de carregamento externo atuante. A partir da carga balanceada, são obtidos os esforços atuantes, que por sua vez são compostos de duas parcelas, a primeira refere-se ao efeito isostático da protensão e a segunda ao efeito hiperestático, que são, consoante a esse mesmo autor, reações geradas da restrição dos deslocamentos verticais da laje nos pontos de ligação laje-pilar.

Esse método, segundo Loureiro (2006), possui uma vantagem no que diz respeito aos esforços calculados com o carregamento vertical equivalente, pois já incluem os esforços secundários ou hiperestáticos de protensão para estruturas hiperestáticas.

### **2.6.2 Método dos Pórticos Equivalentes**

O método do pórtico equivalente é indicado para o cálculo de momentos e esforços cortantes para lajes protendidas, consistindo basicamente em dividir a laje em pórticos planos.

Os principais métodos usados para o cálculo de lajes lisas são três, são eles:

- Método dos pórticos equivalentes proposto pela NBR 6118 (2007);
- Método dos pórticos equivalentes proposto pelo ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008);

- Métodos dos Elementos Finitos.

### **2.6.2.1 Método dos Pórticos Equivalentes Proposto pela NBR 6118 (2007)**

No método dos pórticos equivalentes, de acordo com a NBR 6118 (2007), propõe-se que:

*“A análise estrutural de lajes lisas e cogumelo deve ser realizada mediante emprego de procedimento numérico adequado, por exemplo, diferenças finitas, elementos finitos e elementos de contorno.*

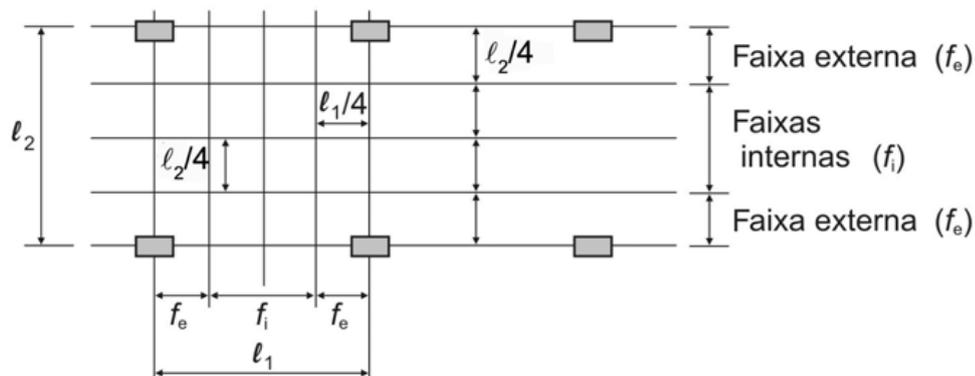
*Nos casos em que os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e com vãos pouco diferentes, o cálculo dos esforços pode ser realizado pelo processo elástico aproximado, com redistribuição, que consiste em adotar em cada direção pórticos múltiplos, para obtenção dos esforços solicitantes.*

*Para cada pórtico deve ser considerada a carga total. A distribuição dos momentos, obtida em cada direção, segundo as faixas indicadas na Figura 12, deve ser feita da seguinte maneira:*

- a) 45% dos momentos positivos para as duas faixas internas;*
- b) 27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;*
- c) 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;*
- d) 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.*

*Devem ser cuidadosamente estudadas as ligações das lajes com os pilares, com especial atenção aos casos em que não haja simetria de forma ou de carregamento da laje em relação ao apoio. Obrigatoriamente devem ser considerados os momentos de ligação entre laje e pilares extremos.”*

Figura 12 - Faixas de laje para distribuição dos esforços nos pórticos múltiplos segundo a NBR 6118 (2007)

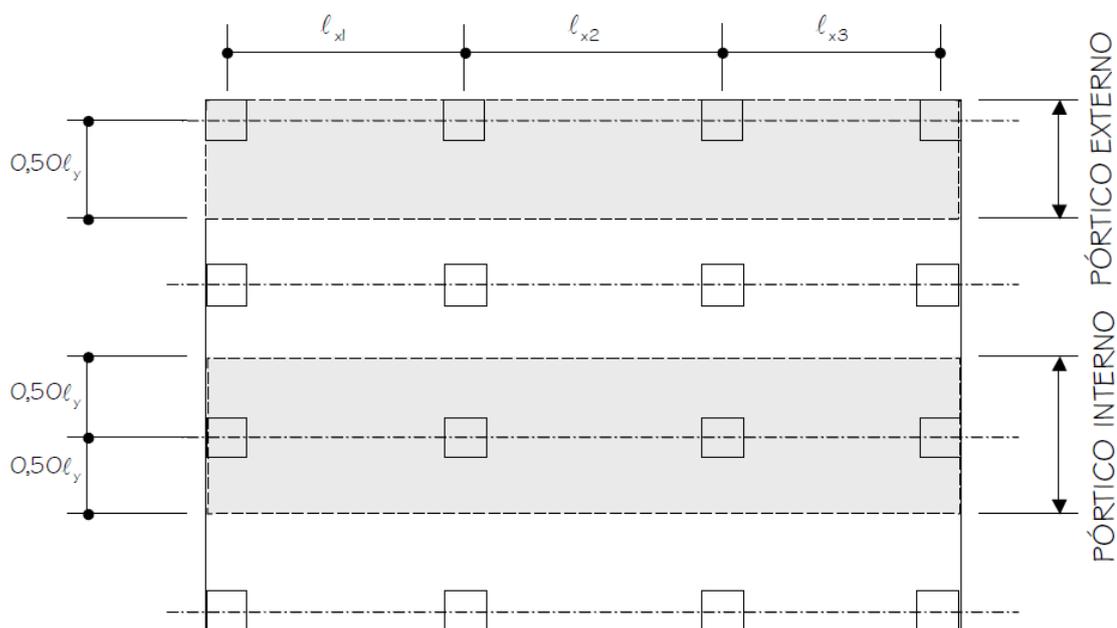


Fonte: NBR 6118 (2007).

Segundo Loureiro (2006), no cálculo dos esforços devido às cargas verticais, os pórticos poderão ser considerados em cada pavimento isoladamente, tendo os pilares superiores e inferiores engastados nas suas extremidades, considerando a atuação do carregamento total para as duas direções de forma separada.

O método do pórtico equivalente, conforme NBR 6118 (2007), parte da divisão da estrutura para cada direção em uma série de pórticos com colunas e barras horizontais, no qual as inércias serão iguais as da laje limitada pela metade da distância entre duas linhas de pilares. Na Figura 13, apresenta-se a definição dos pórticos da direção X para a laje em estudo. Analogamente, podem ser obtidos os pórticos para direção Y. Para o cálculo da reação vertical em cada pilar, geralmente, adota-se a maior reação obtida, considerando-se o pórtico nas direções X e Y, não devendo ser somada as duas reações.

Figura 13 - definição dos pórticos segundo NBR 6118 (2007)



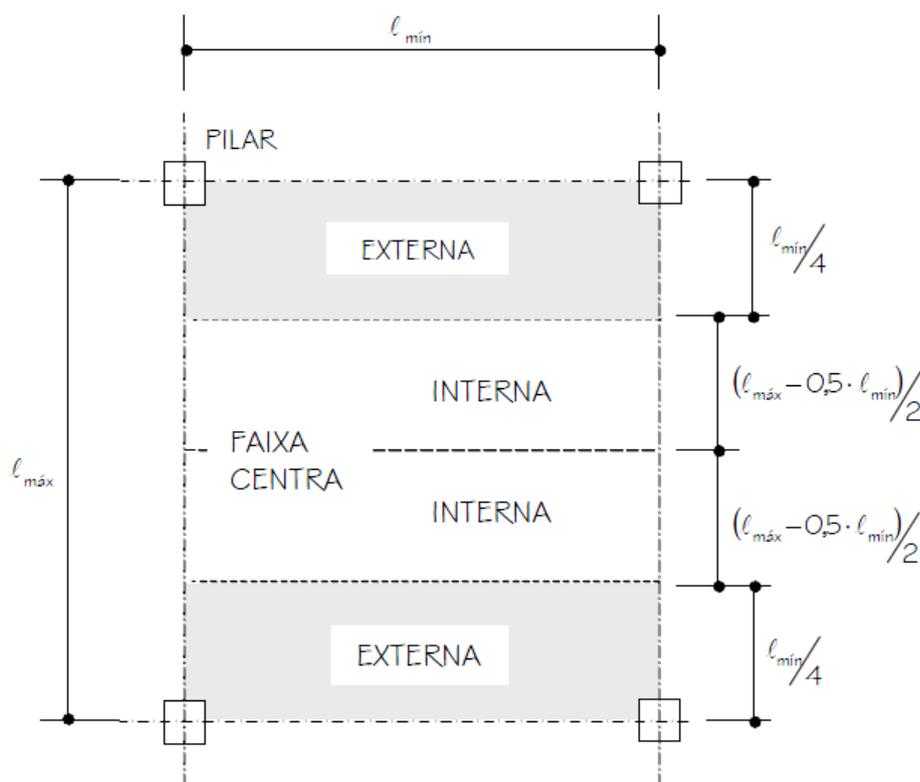
Fonte: EMERICK, 2005, p. 82.

### 2.6.2.2 Método dos Pórticos Equivalentes Proposto pelo ACI 318

O método dos pórticos equivalentes proposto pelo ACI 318 (2008), assemelha-se ao método proposto pela NBR 6118 (2007), apresentando algumas particularidades.

Uma delas está na definição das faixas de distribuição dos momentos. A NBR 6118 (2007) considera para as faixas, 25% do vão na direção do pórtico, já para o ACI, as faixas são definidas em 25% do menor vão da laje. A rigidez na região dos apoios é outra particularidade do ACI que difere da norma brasileira. No ACI é possível aumentar a rigidez na região dos pilares em razão da existência de capitéis, engrossamentos de laje e até mesmo devido a própria existência do pilar.

Figura 14 - definição dos pórticos segundo NBR 6118 (2007)



Fonte: EMERICK, 2005, p. 79.

O método do pórtico equivalente, conforme a norma americana ACI 318 (2008), não consiste apenas em dividir a laje em pórticos planos, nas direções longitudinal e transversal. Na modelagem do pórtico equivalente, as rigidezes dos pilares são modificadas para levar em consideração o funcionamento das lajes em duas direções. Para modificar a rigidez dos pilares devem-se utilizar alguns critérios propostos no ACI 318 (2008).

### 2.6.3 Método dos Elementos Finitos

Na análise de estruturas mais complexas, é adequado o uso do método de elementos finitos para a determinação das tensões e deformações das lajes protendidas apoiadas diretamente sobre pilares. Esse método consiste em transformar o sólido contínuo em uma associação de elementos discretos e escrevê-los em forma de equações de compatibilidade e equilíbrio (BONO, 2008).

## 2.7 Modelos de Processos de Cálculo

Neste item serão abordados esquemas de cálculo para lajes protendidas, propostos por Emerick (2005) e Schmid (2009).

Conforme Emerick (2005), para o cálculo e dimensionamento de lajes protendidas deve-se seguir uma sequência básica, descrita a seguir:

- Determinação da carga a ser equilibrada com a protensão;
- Determinação da força de protensão necessária e da excentricidade dos cabos;
- Cálculo da quantidade de cabos;
- Verificação das tensões em serviço (Estados Limites de Serviço);
- Verificação da ruptura (Estados Limites Últimos).

Já Schmid (2009), acrescenta alguns pontos preliminares na descrição da sequência para o cálculo de lajes protendidas. Ele relata que qualquer que seja o processo escolhido, o cálculo das lajes planas protendidas precisar ser desenvolvido na seguinte sequência:

- Escolha da opção com ou sem aderência;
- Distribuição dos pilares e escolha da espessura da laje em função do vão, do cobrimento e da resistência ao fogo desejado;
- Fixação das características dos materiais a serem empregados;
- Determinação das cargas;
- Cálculo dos esforços solicitantes;
- Escolha da protensão, isto é, da carga a ser "balanceada", e arranjo dos cabos;
- Cálculo dos momentos secundários devidos à protensão;
- Verificação do ELU para a flexão com o dimensionamento da armadura passiva necessária;
- Verificação do ELU para o puncionamento;
- Verificação dos Estados Limites de Serviço;
- Detalhamento da armadura passiva mínima.

### **3. MATERIAIS E MÉTODOS**

#### **3.1 Materiais**

##### **3.1.1 Projetos**

Esta pesquisa propõe direcionar a análise estrutural de uma laje protendida não aderente à aplicação em um caso real, isto é, nas bibliotecas da Universidade Federal do Pampa/ RS, que encontram-se em fase de projeto. Portanto, para isso, foram utilizados os projetos arquitetônicos das bibliotecas, cedidos pela Universidade, a fim de fazer o levantamento de dados referentes às disposições geométricas, como vãos, cotas, disposições de pilares. A análise foi delineada a partir dos dados citados, juntamente com os dados característicos pertinentes aos materiais de execução.

As Figuras 15, 16 e 17, ilustram respectivamente, croquis do pavimento superior, do corte A-A' e do corte B-B' referentes às bibliotecas. Pode-se observar, que para a análise da laje, foi utilizada a área interna da biblioteca (hachurada, Figura 15), onde será localizada a área de estudo e pesquisa. Os demais ambientes apesar de relevantes, não foram objeto deste estudo. A biblioteca possui dois pavimentos, com uma região de pé-direito duplo.

As dimensões de vãos estão descritas nos pórticos equivalentes discutidos posteriormente.

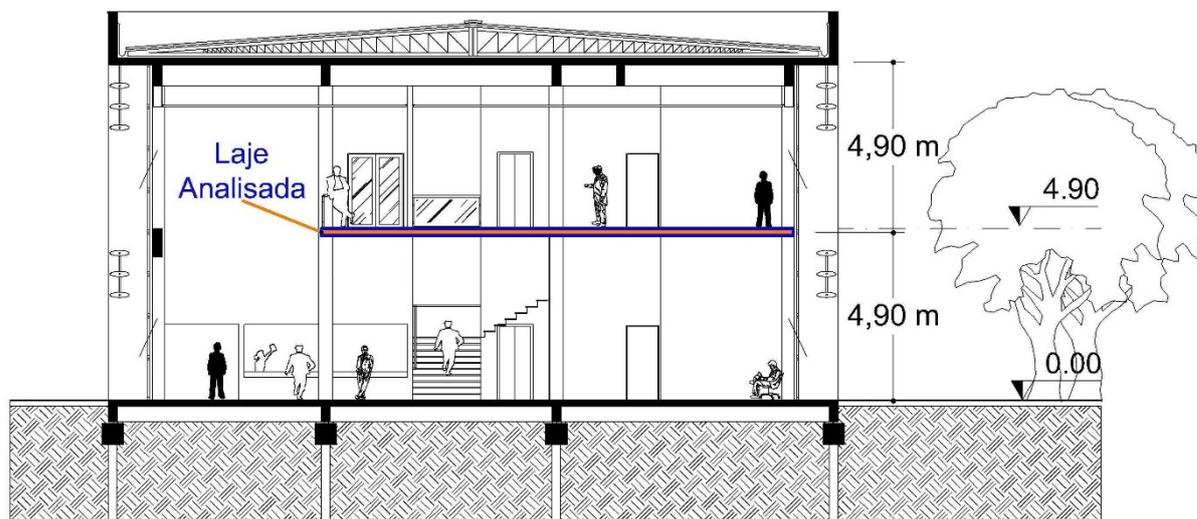
Figura 15 – Croqui do pavimento superior da biblioteca da Universidade Federal do Pampa.



Fonte: Adaptado dos Projetos Arquitetônicos das bibliotecas da UNIPAMPA.

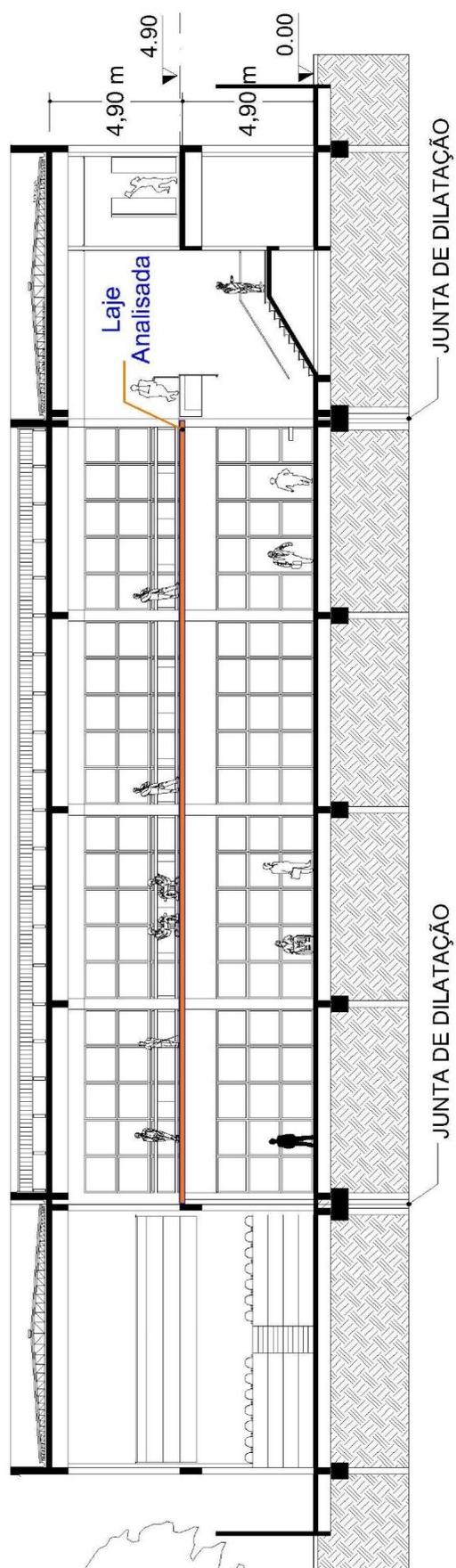
Para verificação das dimensões da laje, foi desenvolvido o pórtico equivalente para os dois sentidos da laje, descritos no Item 3.2.2.

Figura 16 – Corte A-A' da biblioteca da Universidade Federal do Pampa.



Fonte: Adaptado dos Projetos Arquitetônicos das bibliotecas da UNIPAMPA.

Figura 17 – Corte B-B' da biblioteca da Universidade Federal do Pampa.



Fonte: Adaptado dos Projetos Arquitetônicos das bibliotecas da UNIPAMPA.

Também, para que seja possível uma pré-visualização das bibliotecas, foram desenvolvidas maquetes eletrônicas com perspectivas em terceira dimensão, com intenção ilustrativa, conforme as Figuras 18, 19 e 20, servindo também como material de auxílio no desenvolvimento da pesquisa.

Figura 18 – Perspectiva A: Vista lateral da biblioteca da Universidade Federal do Pampa.



Fonte: Criado com base nos projetos arquitetônicos das bibliotecas da UNIPAMPA.

Figura 19 – Perspectiva B: Vista frontal da biblioteca da Universidade Federal do Pampa



Fonte: Criado com base nos projetos arquitetônicos das bibliotecas da UNIPAMPA.

Figura 20 – Perspectiva C: Vista do acesso principal da biblioteca da Universidade Federal do Pampa



Fonte: Criado com base nos projetos arquitetônicos das bibliotecas da UNIPAMPA.

### 3.1.2 Análise estrutural

Para realizar a análise de esforços na laje protendida, propôs-se a utilização do Método dos Pórticos Equivalentes da NBR 6118 (2007), explicado no Item 2.6.2.1, que consiste na divisão da estrutura para cada direção em pórticos com colunas e barras horizontais, no qual as inércias serão iguais as da laje limitada pela metade da distância entre duas linhas de pilares.

Para auxiliar na obtenção dos diagramas de esforços na laje, foi utilizado o software educacional *Ftool* (2008), versão 2.12, que consiste em numa ferramenta de análise de esforços bidimensional.

### 3.1.3 Normas

Na análise e dimensionamento utilizou-se-se a norma NBR 6118 (2007). Também para a combinação de carregamentos e determinação de cargas atuantes na estrutura, respectivamente, a NBR 8681 (2002) e NBR 6120 (1980) foram empregadas. Para efeito de determinação de tensões médias de compressão na laje, foram utilizadas algumas recomendações por parte da norma americana, ACI 423 (1983). Critérios comuns utilizados por projetistas, como Emercik (2005), também foram considerados na análise.

### 3.2 Métodos (procedimentos)

Para possibilitar o desenvolvimento da proposta desta pesquisa, fez-se necessário primeiramente ter todos os dados e parâmetros pertinentes ao caso em estudo.

A partir disso, foram desenvolvidas as análises, dimensionamentos e detalhamentos necessários.

Nos itens seguintes, tem-se uma descrição mais detalhada de todos os processos seguidos.

#### 3.2.1 Parâmetros Iniciais e Caracterização dos Materiais

Para que fosse possível a análise e o dimensionamento da laje, fez-se necessário o levantamento de todos os dados pertinentes ao caso, como a geometria da peça e as disposições de vãos e pilares.

Também para o dimensionamento foram necessários os dados referentes aos materiais utilizados, como resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ), tipo de aço para armaduras passivas e ativas, entre outros.

Na escolha da resistência característica do concreto para o cálculo, foram seguidas as recomendações da NBR 6118 (2007).

Portanto, para os parâmetros iniciais, tem-se:

- **Idade de cura do concreto utilizada no ato da protensão**

É utilizada a idade de 5 dias, pois nessa idade o concreto já atingiu uma resistência superior à 70% da sua resistência final de compressão, que já é adequada ao ato da protensão.

- **Resistência característica do concreto à compressão ( $f_{ck}$ )**

Adota-se  $f_{ck} = 30 \text{ Mpa}$ , pois, conforme NBR 6118 (2007), é o valor mínimo que pode ser considerado para lajes com armadura ativa.

Também é necessário calcular a resistência característica aos 5 dias (idade da protensão), de acordo com a equação extraída da NBR 6118 (2007) a seguir:

$$f_{ck,5} = 30 \exp\left\{0,25\left[1 - \left(\frac{28}{5}\right)^{\frac{1}{2}}\right]\right\}$$

$$f_{ck,5} = 21 \text{ MPa (idade de protensão)}$$

Onde:

$f_{ck}$  – resistência característica do concreto à compressão;

$f_{ck,5}$  – resistência característica do concreto à compressão na idade de cura de 5 dias.

▪ **Resistência característica do concreto à tração ( $f_{ctk}$ )**

É calculada a resistência característica à tração do concreto de acordo com a formulação extraída da NBR 6118 (2007) a seguir:

$$f_{ctk} = 0,21(f_{ck})^{\frac{2}{3}}$$

$$f_{ctk} = 0,21(30)^{\frac{2}{3}}$$

$$f_{ctk} = 2,03 \text{ MPa}$$

Na idade de protensão também é calculada a resistência característica à tração do concreto de acordo com a formulação extraída da NBR 6118 (2007) a seguir:

$$f_{ctk,5} = 0,21(f_{ck,5})^{\frac{2}{3}}$$

$$f_{ctk,5} = 0,21(21)^{\frac{2}{3}}$$

$$f_{ctk,5} = 1,60 \text{ MPa (idade de protensão)}$$

Onde:

$f_{ctk}$  – resistência característica do concreto à tração;

$f_{ctk,5}$  – resistência característica do concreto à tração na idade de cura de 5 dias.

▪ **Resistência média à tração ( $f_{ctm}$ )**

A resistência característica média à tração do concreto de acordo com a formulação extraída da NBR 6118 (2007) a seguir:

$$f_{ctm} = 0,30(f_{ck})^{\frac{2}{3}}$$

$$f_{ctm} = 0,30(30)^{\frac{2}{3}}$$

$$f_{ctm} = 2,9 \text{ MPa}$$

Onde:

$f_{ctm}$  – resistência característica média do concreto à tração.

- **Módulo de elasticidade do aço de protensão ( $E_p$ )**

Adota-se  $E_p = 196$  GPa. (NBR 6118/2003).

- **Módulo de elasticidade do concreto aos 28 dias ( $E_{c28}$ ), módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ) e o módulo aos 5 dias ( $E_{c5}$ )**

Os módulos de elasticidade do concreto são calculados de acordo com as formulações extraídas da NBR 6118 (2007) a seguir:

$$E_{c28} = 5600\sqrt{f_{ck}}$$

$$E_{c28} = 30.672,4 \text{ MPa}$$

$$E_{cs} = 0,85 E_c$$

$$E_{cs} = 26.071,6 \text{ MPa}$$

$$E_{c5} = 5600\sqrt{f_{ck,5}}$$

$$E_{c5} = 25.662,4 \text{ MPa}$$

Onde:

$E_{c28}$  – módulo de elasticidade do concreto aos 28 dias;

$E_{cs}$  – módulo de elasticidade secante;

$E_{c5}$  – módulo de elasticidade do concreto aos 5 dias.

- **Armadura ativa utilizada**

Monocordoalhas não aderentes engraxadas, aço CP 190 RB (relaxação baixa),  $\varnothing$  12,7mm.

- **Armadura passiva utilizada**

Aço CA-50

- **Seção dos Pilares:**

Os pilares utilizados, foram os mesmos pré-dimensionados no projeto arquitetônico dos prédios das bibliotecas, sendo 40x40cm.

Os parâmetros iniciais e caracterização dos materiais, são resumidos no Quadro 2.

Quadro 2 – Parâmetros iniciais e caracterização dos materiais utilizados.

IDADE UTILIZADA P/ PROTENSÃO	5 dias
RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO À COMPRESSÃO ( $f_{ck}$ )	30 MPa
RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO À COMPRESSÃO NA IDADE DA PROTENSÃO ( $f_{ck,5}$ )	21 MPa
RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO À TRAÇÃO ( $f_{ctk}$ )	2,03 MPa
RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO À COMPRESSÃO NA IDADE DA PROTENSÃO ( $f_{ctk,5}$ )	1,60 MPa
RESISTÊNCIA MÉDIA À TRAÇÃO ( $f_{ctm}$ )	2,90 MPa
MÓDULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO ( $E_c$ )	27.600 MPa
MÓDULO DE ELASTICIDADE DO AÇO DE PROTENSÃO ( $E_p$ )	196 GPa
ARMADURA ATIVA UTILIZADA (MONOCORDOALHAS ENGRAXADAS)	Aço CP 190 RB – Ø 12,7mm.
ARMADURA PASSIVA UTILIZADA	Aço CA-50
SEÇÃO DOS PILARES	40 X 40cm

Fonte: Autoria própria.

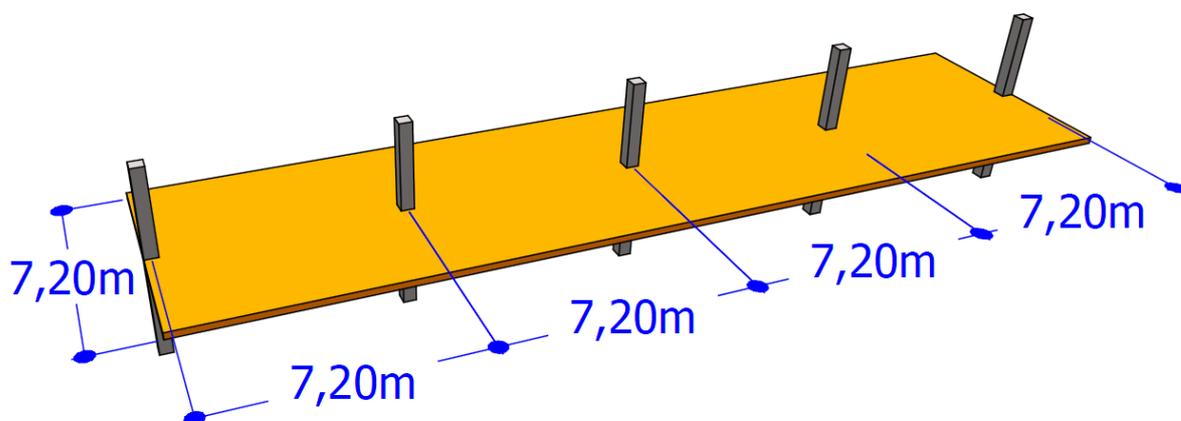
### 3.2.2 Análise de Esforços na Laje

A Análise foi feita através Método dos Pórticos Equivalentes com auxílio do software *Ftool* (2008), versão 2.12.

Foram analisados dois pórticos, um na direção x (pórtico A), e outro na direção y (pórtico B), conforme as Figuras 21.a e 21.b, os quais forneceram as características necessárias para que seja desenvolvida a análise.

- **Pórtico Equivalente para a Direção X (Pórtico A)**

Figura 21.a – Pórtico equivalente para o projetos das bibliotecas em relação ao pórtico A.



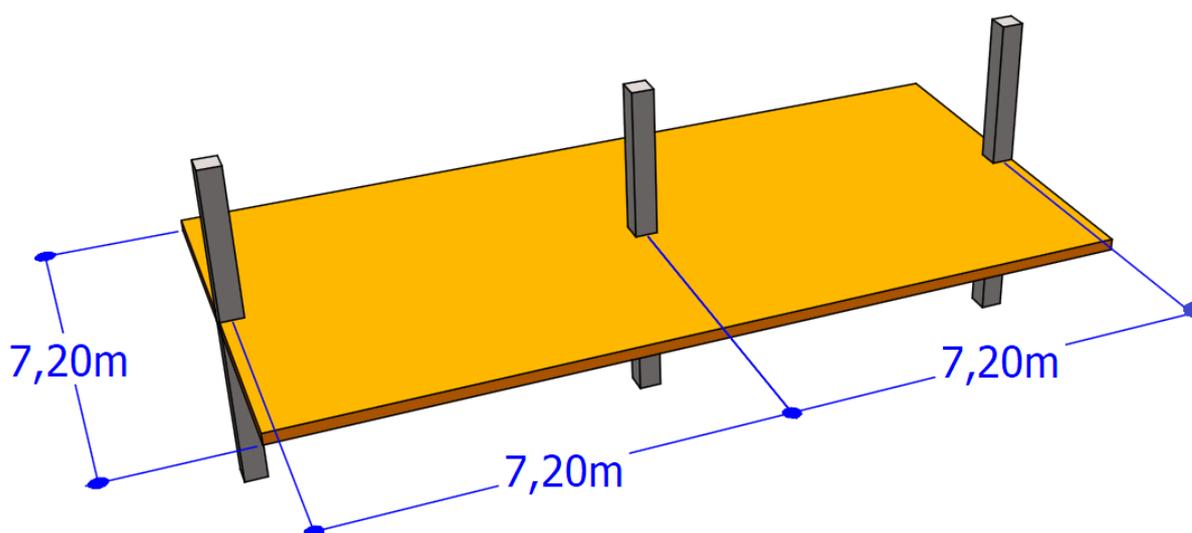
Fonte: Autoria própria

No pórtico A, conforme ilustrado na Figura 21.a, existem 4 vãos entre pilares simétricos com 7,20 m, tendo dois vãos extremos e 2 vãos internos.

Já para o pórtico B (Figura 21.b), os vãos possuem a mesma geometria, porém existem apenas 2 vãos entre pilares, sendo os dois vãos extremos.

- **Pórtico Equivalente para a Direção Y (Pórtico B)**

Figura 21.b – Pórtico equivalente para o projetos das bibliotecas em relação ao pórtico B.



Fonte: Autoria própria

Com isso, foi possível obter os esforços decorrentes das cargas aplicadas e as combinações de carregamento para cada direção.

### **3.2.3 Memorial de Cálculo – Dimensionamentos, Verificações e Detalhamentos**

Após coletados todos os dados e parâmetros necessários, pertinentes ao caso estudado, foi possível desenvolver um memorial de cálculo para a laje lisa protendida com cordoalhas não aderentes, correspondente às bibliotecas da UNIPAMPA. O memorial de cálculo contém todos os cálculos para o dimensionamento e verificações necessárias para a laje.

A partir das considerações feitas por Emerick (2005) e Schmid (2009), foi estabelecido um modelo padrão simplificado para o desenvolvimento do memorial, conforme é descrito a seguir:

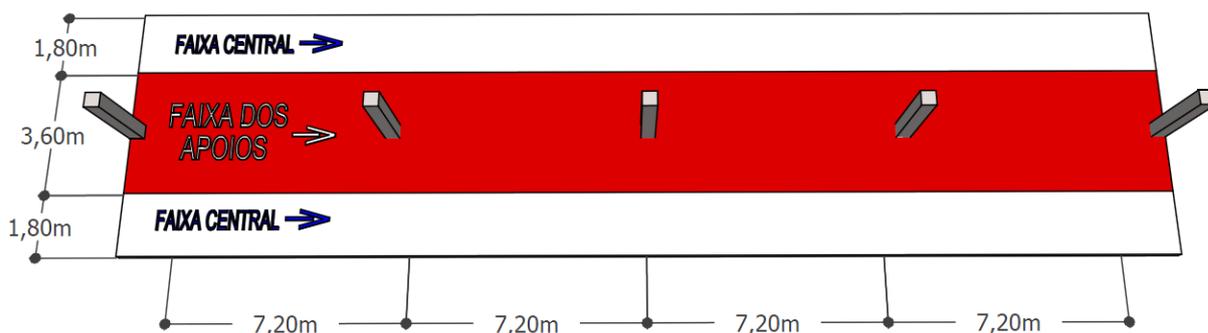
- Definição das faixas de distribuição de momentos;
- Determinação de carregamentos atuantes;
- Definição da espessura e cobertura nominal da laje;
- Determinação da carga a ser equilibrada com a protensão;
- Determinação da força de protensão e quantidade de cabos de protensão;
- Cálculo das cargas balanceadas;
- Verificações das tensões dos Estados Limites de Serviço (ELS) e Estados Limites Últimos (ELU).
- Detalhamentos da estrutura protendida.

#### **3.2.4.1 Definição das Faixas de Distribuição de Momentos**

Através dos dados iniciais e caracterização dos materiais, conforme Item 3.2.1, tornou-se possível dar início ao processo de cálculo, começando pela definição das faixas (interna e externa) para a distribuição dos momentos

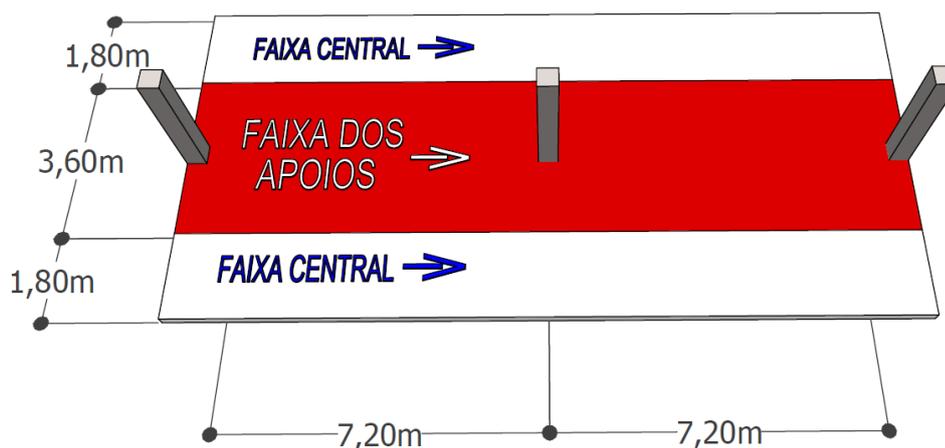
Na definição das mesmas, foi considerado o processo descrito na norma brasileira, NBR 6118 (2007), que define as faixas de distribuição de momento como 25% do menor vão da laje. A distribuição para os pórticos A e B referentes às bibliotecas são ilustrados conforme as Figuras 22.a e 22.b.

Figura 22.a – Faixas de distribuição dos momentos para o projetos das bibliotecas em relação ao pórtico A.



Fonte: Autoria própria

Figura 22.b – Faixas de distribuição dos momentos para o projetos das bibliotecas em relação ao pórtico B.



Fonte: Autoria própria

É possível notar nas Figuras 22.a e 22.b, que para os dois pórticos foram obtidas faixas de dimensões iguais, tanto para faixa dos apoios como as centrais, sendo obtida uma faixa de 3,60 m de largura para a faixa dos apoios e 1,80 para cada uma das faixas centrais.

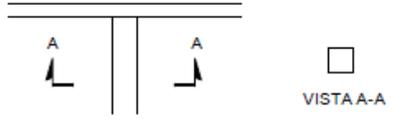
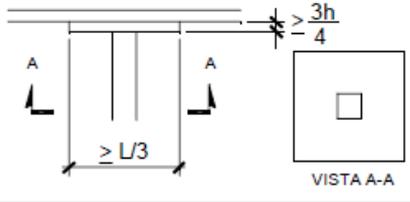
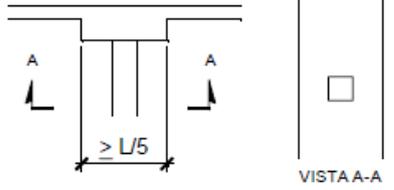
### 3.2.4.2 Definição da Espessura e Cobrimento Nominal da Laje

Na definição da espessura da laje, utilizou-se como base a Figura 23, proposta por Emerick (2005), podendo ser utilizada para lajes lisas e cogumelo, com ou sem capitel, em concreto protendido e armado. O método é utilizado fazendo a relação vão/espessura de acordo com o tipo de laje e carregamento. É o mais

recomendável à estrutura em estudo, pois é indicado para lajes com sobrecargas superiores a  $2,5 \text{ KN/m}^2$ , tendo em vista que a laje utilizada para o funcionamento de uma biblioteca tem carregamento superior a  $2,5 \text{ KN/m}^2$ . Os demais métodos trabalham com sobrecargas mais baixas.

A Figura 23, trata da conjunção de conceitos encontrados na literatura.

Figura 23 – Relação de vão/espessura de acordo com o tipo de laje e carregamento

TIPO DA SEÇÃO	CARREGAMENTO TOTAL (kN/m <sup>2</sup> )	RELAÇÃO VÃO/ESPESSURA (6m ≤ L ≤ 13m)	
		LAJE	VIGA
1) LAJE LISA 	2,5	40	
	5,0	36	
	10,0	30	
2) LAJE C/ ENGROSSAMENTO 	2,5	44	
	5,0	40	
	10,0	34	
3) LAJE MACIÇA COM VIGA FAIXA 	2,5	45	25
	5,0	40	22
	10,0	35	18

**NOTA:** Carregamento total com exceção do peso próprio.

Fonte: EMERICK, 2005, p. 37.

Desse modo, como a sobrecarga atuante na laje das bibliotecas é de  $6,0 \text{ KN/m}^2$  e o tipo de laje é lisa, fez-se a interpolação entre as sobrecargas  $5,0$  e  $10,0 \text{ KN/m}^2$ , que constam na figura. Assim, foi obtida a relação  $L/h = 35$ , a qual foi utilizada para a determinação da espessura da laje, a seguir.

Para a definição do cobrimento nominal das armaduras adotado, foram utilizados os critérios presentes na NBR 6118 (2007), estabelecendo a relação da classe de agressividade ambiental (CAA) do local, conforme os Quadros 3 e 4.

Quadro 3 – Classes de agressividade ambiental

Classe de Agressividade Ambiental	Agressividade	Classificação Geral do Tipo de Ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana	Pequeno
III	Forte	Marinha	Grande
		Industrial	
IV	Muito Forte	Industrial	Elevado
		Respingos de Maré	

Fonte: Adaptado da NBR 6118 (2007).

A classe de agressividade ambiental adotada foi a Fraca (CAA I), pois as bibliotecas estão locadas em ambiente pouco agressivo (insignificante), pouco urbanizado tendo em seu entorno significativa área sem urbanização. Desse modo, pode-se classificar o tipo de ambiente como rural.

Quadro 4 – Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal.

Tipo de Estrutura	Componente ou Elemento	Classe de Agressividade Ambiental (CAA)			
		I	II	III	IV
		Cobrimento Nominal (mm)			
Concreto Armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
Concreto Protendido	Todos	30	35	45	55

Fonte: Adaptado da NBR 6118 (2007).

Conforme interpolação feita entre os valores presentes na Figura 23,  $L/h = 36$  para sobrecargas de  $5,0 \text{ KN/m}^2$  e  $L/h = 30$  para sobrecargas de  $10,0 \text{ KN/m}^2$ , a relação vão / espessura obtida foi de  $h = l/35$ . Dessa forma, a espessura para a laje estudada resulta em 21 cm:

$$h = \frac{720}{35} \quad h = 21 \text{ cm}$$

A espessura calculada será mantida para todos os vãos a fim de manter a homogeneidade da estrutura, e obviamente para todos os pórticos gerados.

Poder-se-ia adotar uma espessura menor, desde que se façam as verificações necessárias de punção e deformações.

Conforme a classe de agressividade ambiental adotada para o cálculo – CAA I, o cobrimento nominal adotado para armadura ativa ( $c_a$ ) foi de 30 mm e para a armadura passiva ( $c_p$ ) foi de 20 mm, portanto, tem-se:

$$c_a = 30 \text{ mm} \quad c_p = 20 \text{ mm}$$

Os resultados obtidos, referentes a espessura e cobrimento nominal da laje, estão resumidos no Quadro 5.

Quadro 5 – Espessura e cobrimento nominal para armadura ativa e passiva da laje.

<b>ESPESSURA DA LAJE</b>	<b>720 cm/35 = 21 cm</b>
<b>COBRIMENTO ARMADURA ATIVA</b>	<b>30 mm</b>
<b>COBRIMENTO ARMADURA PASSIVA</b>	<b>20 mm</b>

Fonte: Autoria própria.

### 3.2.4.3 Determinação de Carregamentos Atuantes

No cálculo dos carregamentos que atuam sobre a laje, foram determinadas as cargas permanentes e acidentais, com base na norma NBR 6120 (1980).

A partir da definição da espessura da laje e do revestimento determinou-se a carga permanente na mesma. Adotou-se espessura de 21 cm em função do vão, conforme Item 3.2.4.2. Já o revestimento cerâmico, resulta em um carregamento de  $1,20 \text{ KN/m}^2$ , calculado em relação a um piso cerâmico aplicado e a camada de regularização em argamassa de cal, cimento e areia.

Para a determinação da carga de utilização, levou-se em consideração que a laje destina-se à uma biblioteca, onde há estantes de livros ( $q = 6,0 \text{ KN/m}^2$ ).

Não há divisórias na laje, e nas extremidades da laje há esquadrias metálicas com vidro, as quais serão desprezadas para o cálculo dos carregamentos.

No cálculo dos carregamentos, foi considerado o peso específico dos materiais, conforme a NBR 6120 (1980).

Portanto as cargas ficam:

- **Cargas Permanentes:**

$$\text{Peso Próprio} = \gamma_C \cdot e_{laje}$$

$$\text{Peso Próprio} = 25 \text{ KN/m}^3 \cdot 0,21 \text{ m}$$

$$\text{Peso Próprio} = 5,25 \text{ KN/m}^2$$

$$\text{Revestimentos} = \gamma_A \cdot e_{arg} + \gamma_P \cdot e_{piso}$$

$$\text{Revestimentos} = (21 \text{ KN/m}^2 \cdot 0,05 \text{ m}) + (18 \text{ KN/m}^3 \cdot 0,008 \text{ m})$$

$$\text{Revestimentos} = 1,20 \text{ KN/m}^2$$

- **Cargas Acidentais:**

$$\text{Carga de Utilização} = 6,0 \text{ KN/m}^2$$

- **Carregamento Total:**

$$Q \cong 12,5 \text{ KN/m}^2$$

Onde:

$\gamma_C$  = peso específico do concreto armado;

$\gamma_A$  = peso específico da argamassa de cal, cimento e areia;

$\gamma_P$  = peso específico da lajota cerâmica;

$e_{laje}$  = espessura da laje;

$e_{arg}$  = espessura da argamassa de regularização;

$e_{piso}$  = espessura do piso cerâmico;

$Q$  = carregamento total na laje.

Os resultados obtidos, referentes aos carregamentos atuantes na laje, estão resumidos no Quadro 6.

Quadro 6 – Carregamentos atuantes na laje.

<b>CARGAS PERMANENTES</b>	<b>Peso Próprio = 5,25 KN/m<sup>2</sup></b>
	<b>Revestimentos = 1,2 KN/m<sup>2</sup></b>
<b>CARGAS ACIDENTAIS</b>	<b>Carga de Utilização = 6 KN/m<sup>2</sup></b>
<b>CARREGAMENTO TOTAL</b>	<b>~ 12,5 KN/m<sup>2</sup></b>

Fonte: Autoria própria.

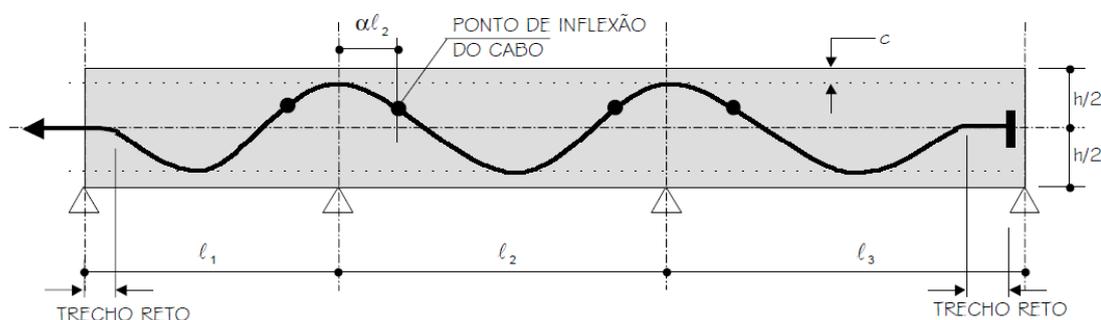
### 3.2.4.4 Determinação da Carga a ser Equilibrada com a Protensão

Para continuar o desenvolvimento do cálculo da laje protendida, determinou-se a carga que a ser equilibrada com a protensão. Para isso foi adicionado 10% do carregamento total no peso próprio, o qual será equilibrado com a protensão. Esse critério é proposto por Emerick (2005).

A determinação da carga a ser equilibrada com a protensão está descrita no Item 4.1.1.

Depois disso, foi determinado também o traçado vertical dos cabos, respeitando as exigências de cobrimento, conforme NBR 6118 (2007). Os traçados são parabólicos, respeitando as recomendações descritas nas Figuras 24 e 25 a seguir:

Figura 24 – Determinação do traçado vertical dos cabos



Fonte: EMERICK, 2005, p. 44

Onde:

$$\alpha_1 = 5\% \text{ a } 15\%$$

$c$  = cobrimento conforme classe de agressividade (NBR 6118/2003)

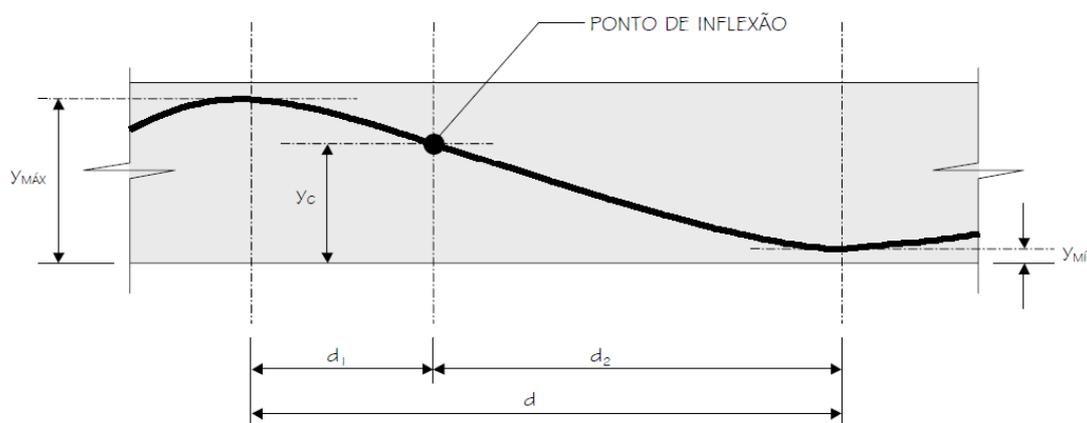
O valor utilizado para o coeficiente  $\alpha$ , foi adotado em 10%.

O detalhe do traçado dos cabos pode ser visto no Item 4.1.2.

Para os trechos retos, foi seguida a recomendação da NBR 6118 (2007), a qual admite que o comprimento desses segmentos não deva ser inferior 50 cm.

Para o cálculo das coordenadas do ponto de inflexão, foi seguido o esquema da Figura 25.

Figura 25 – Croqui esquemático da determinação do ponto de inflexão



Fonte: EMERICK, 2005, p. 44.

Para determinar a coordenada “ $y_c$ ”, utilizou-se a equação, descrita em Emerick (2005), dada a seguir:

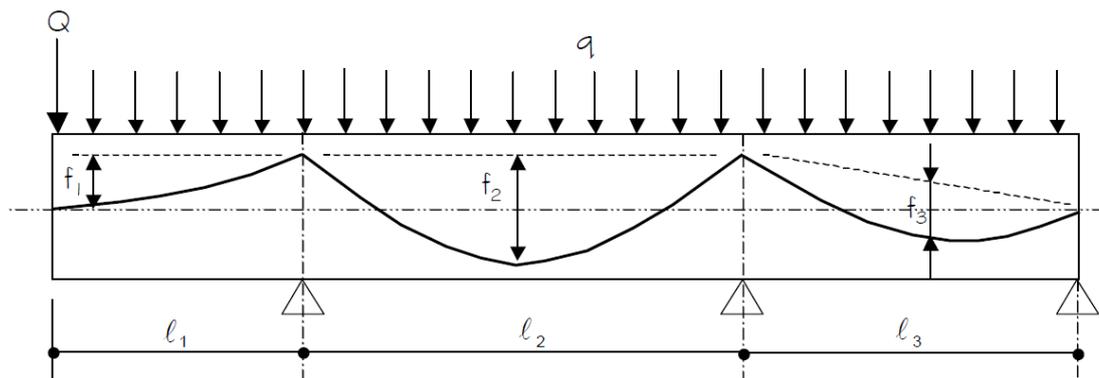
$$y_c = y_{MÍN} + d_2/d \cdot (y_{MÁX} - y_{MÍN}) \quad \dots\text{equação (1)}$$

O cálculo das coordenadas do ponto de inflexão, em relação a laje estudada, estão presentes no Item 4.1.2 deste trabalho.

### 3.2.4.5 Determinação da Força de Protensão e Quantidade de Cabos de Protensão

Para que se possa determinar a quantidade de cabos, foi necessário determinar a força de protensão necessária para a estrutura, desse modo foi utilizado o método proposto por Emerick (2005), a seguir:

Figura 26 – Determinação da força de protensão necessária



Fonte: EMERICK, 2005, p. 66.

Utilizando as seguintes equações:

- Para o balanço:  $P = ql_1^2/2f_1 + Ql_1/f_1$  ...equação (2)
- Para o vão interno:  $P = ql_2^2/8f_2$  ...equação (3)
- Para o vão externo:  $P = ql_3^2/8f_3$  ...equação (4)

Para o cálculo das flechas dos cabos,  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ , foi considerado a excentricidade máxima do cabo nos vãos da seção transversal da laje.

Esse método não considera o efeito da inversão da curvatura dos cabos sobre os pilares.

Feito isso, tornou-se possível determinar o número de cabos de protensão, simplesmente, adotando um tipo de cordoalha engraxada, relacionando a resistência admissível das cordoalhas com a força de protensão necessária, considerando as perdas finais de protensão.

Devem ser respeitados alguns limites para as tensões geradas na saída do aparelho de tração devido a protensão, assim, foi seguida a recomendação da NBR 6118 (2007), que estabelece para o sistema de pós-tração os seguintes limites:

*“[...] a tensão  $\sigma_{pi}$  da armadura de protensão na saída do aparelho de tração deve respeitar os limites  $0,74f_{ptk}$  e  $0,87f_{pyk}$ , para aços da classe de relaxação normal, e  $0,74f_{ptk}$  e  $0,82 f_{pyk}$  para aços da classe de relaxação baixa”*

Onde:

$f_{ptk}$  – tensão característica de ruptura do aço;

$f_{pyk}$  – tensão característica de escoamento (convencional) do aço.

Para casos em que se constatem irregularidades na protensão, decorrentes de falhas executivas nos elementos estruturais com pós-tração, a NBR 6118 (2007) estabelece uma tolerância de majoração de até 10% no limite das tensões nos cabos, até o limite de 50% dos cabos, desde que seja garantida a segurança da estrutura, principalmente na região das ancoragens. A norma também diz que, para cordoalhas de Ø12,7 mm com aço CP190 RB, utiliza-se uma força de protensão inicial de 14 tf em cada cordoalha, e para cordoalhas de Ø 15,2 mm utiliza-se 19,7 tf, inicialmente.

#### **3.2.4.6 Cálculo das Cargas Balanceadas**

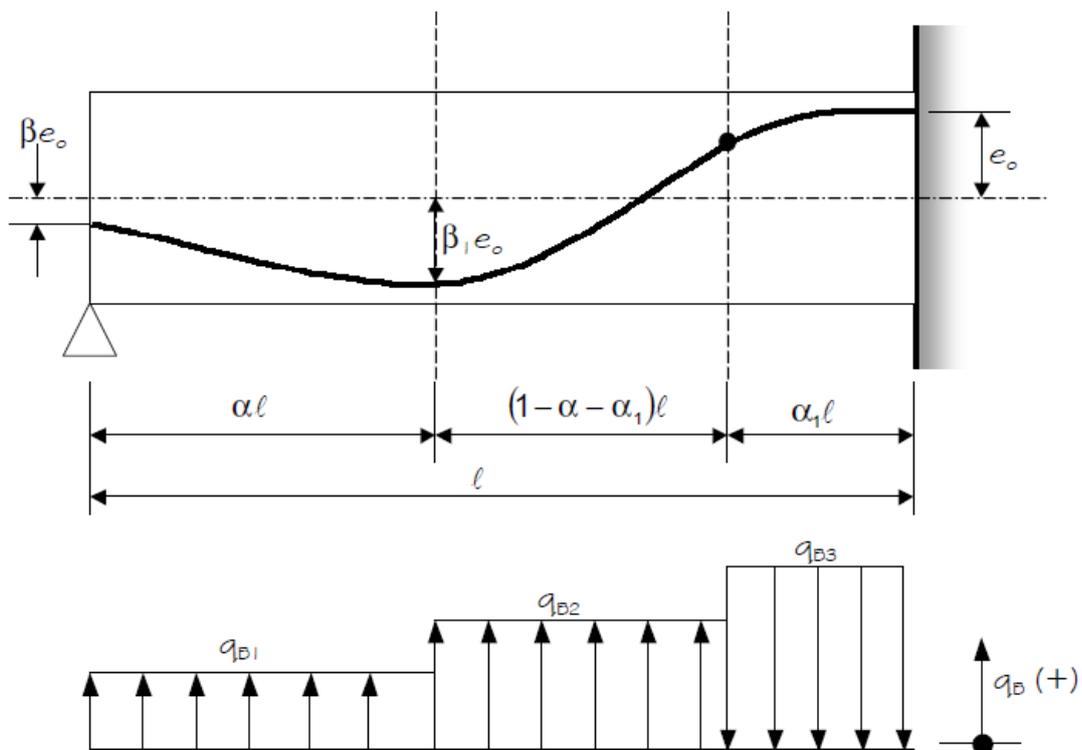
Após determinada a força de protensão necessária e a quantidade de cordoalhas, fez-se o cálculo da carga balanceada de acordo com a protensão determinada. Para isso, foi utilizado o esquema a seguir proposto por Naaman (apud Emerick, 2005), que considera o efeito da inversão de curvatura dos cabos sobre os pilares.

Para o cálculo, também, foram definidas as perdas de protensão, adotadas em 6% para as iniciais e 12% para as finais, conforme recomendações dadas por Emerick (2005)

No cálculo das cargas balanceadas, foi considerado que alguns parâmetros se diferenciam para cada tipo de vão. Neste processo foram feitos cálculos para vãos internos e externos, não existindo balanços, as Figuras 27 e 28 ilustram o processo.

▪ Para vãos de extremidade:

Figura 27 – Cálculo das cargas balanceadas com a protensão para vãos de extremidade



Fonte: Emerick, 2005, p. 71.

Utilizando as seguintes equações:

$$q_{B1} = 2F_e \cdot (\beta_1 - \beta) \cdot e_o / (\alpha \cdot l)^2 \quad \dots \text{equação (5)}$$

$$q_{B2} = 2F_e \cdot \lambda \cdot e_o / l^2 \quad \dots \text{equação (6)}$$

$$q_{B3} = - 2F_e \cdot \mu \cdot e_o / l^2 \quad \dots \text{equação (7)}$$

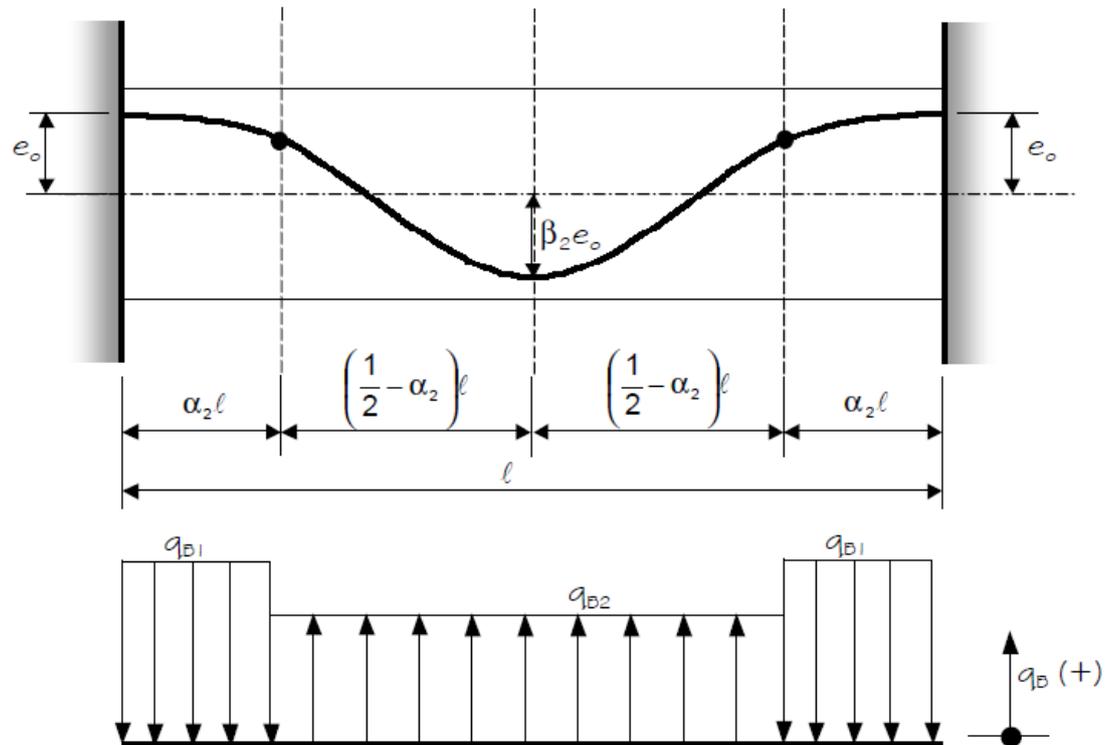
Onde:

$$\lambda = 1 + \beta_1 / (1 - \alpha) \cdot (1 - \alpha - \alpha_1) \quad \dots \text{equação (8)}$$

$$\mu = 1 + \beta_1 / (1 - \alpha) \cdot \alpha_1 \quad \dots \text{equação (9)}$$

- Para vãos de internos:

Figura 28 – Cálculo das cargas balanceadas com a protensão para vãos internos



Fonte: Emerick, 2005, p. 72.

Utilizando as seguintes equações:

$$q_{B1} = - 4F_e \cdot (1 + \beta_2) \cdot e_o / \alpha_2 \cdot l^2 \quad \dots \text{equação (10)}$$

$$q_{B2} = 4F_e \cdot (1 + \beta_2) \cdot e_o / (0,5 - \alpha_2) \cdot l^2 \quad \dots \text{equação (11)}$$

Os valores usuais para as constantes são:

$$\alpha_2 \text{ e } \alpha_1 = 0,05 \text{ a } 0,15;$$

$$\alpha = 0,5 - \text{meio do vão};$$

$$\beta = 0 - \text{o cabo é ancorado no C.G. da laje.}$$

### 3.2.4.7 Verificações das Tensões dos Estados Limites de Serviço (ELS) e Estados Limites Últimos (ELU)

Obtidas as tensões atuantes na laje protendida, a partir da análise estrutural, foram feitas às verificações dos Estados Limites de Serviço (ELS) e Estados Limites Últimos (ELU), utilizando as normas NBR 6118 (2007) e ACI 423 (1983).

Durante o processo de verificação de tensões, também foi determinada a distribuição dos cabos. Também calculou-se a armadura passiva, armadura de cisalhamento (caso necessária), conforme NBR 6118 (2007), armadura de reforço de borda e armadura de fretagem.

### **3.2.5 Detalhamento da Laje e Armaduras**

Por fim, depois de realizados todos os cálculos necessários ao dimensionamento da estrutura, foi feito o detalhamento da laje e suas respectivas armaduras.

Nesta etapa, foram detalhados os seguintes itens:

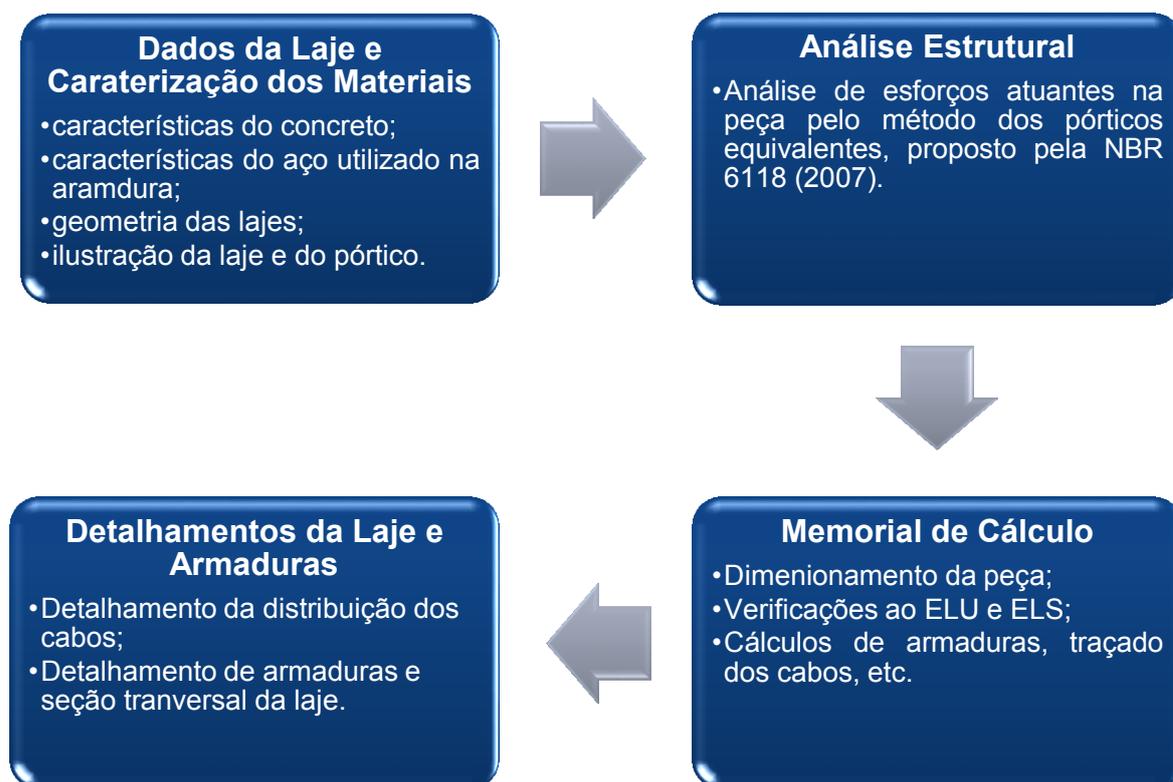
- Distribuição dos cabos na laje;
- Armaduras passivas positivas e negativas;
- Armadura de cisalhamento (caso haja);
- Armadura de reforço de borda;
- Armadura de fretagem;
- Detalhe da seção transversal da laje com a disposição das armaduras.

Os detalhamentos serão úteis para a fase executiva da peça pretendida.

### 3.2.6 Estrutura Analítica de Cálculo

A Figura 29, mostra os procedimentos analíticos seguidos para o desenvolvimento do cálculo da laje com protensão não aderente de forma resumida.

Figura 29 – Estrutura analítica dos procedimentos para o cálculo da laje protendida.



Fonte: Autoria própria.

No próximo capítulo serão apresentados os resultados obtidos ao aplicar o equacionamento apresentado.

## 4. RESULTADOS

### 4.1 Memorial de Cálculos para o Pórtico A – Dimensionamentos, Verificações e Detalhamentos

Utilizando os parâmetros iniciais, serão feitas as verificações necessárias à estabilidade da estrutura, o dimensionamento e os detalhamentos da mesma para o pórtico A.

#### 4.1.1 Determinação da Carga a ser Equilibrada com a Protensão

Para equilibrar o carregamento com a protensão, será adicionado 10% do carregamento total ao peso próprio.

Portanto:

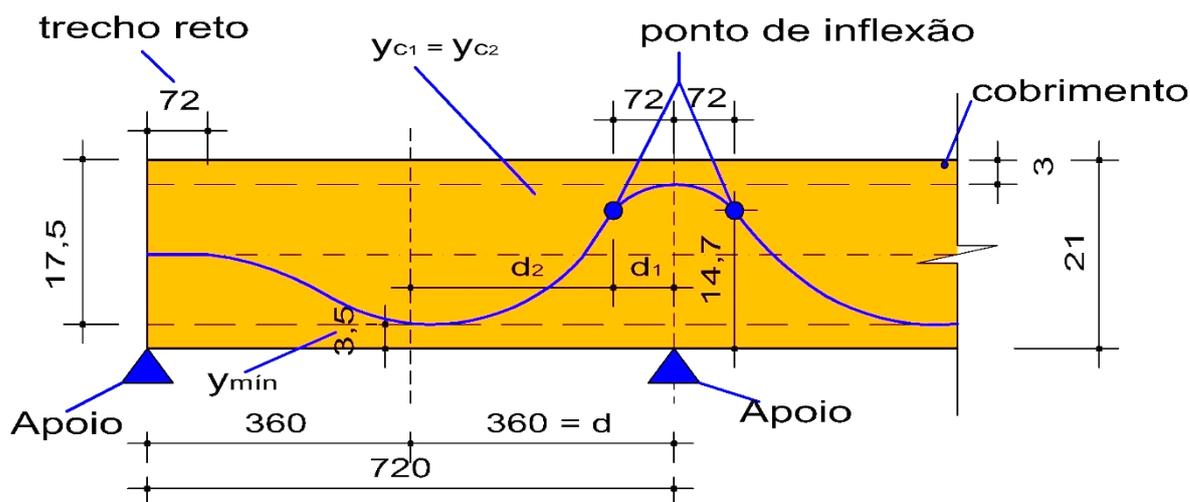
$$q = 0,1Q + Pp \quad q = 0,1 \cdot 12,5 + 5,25 \quad q = 6,50 \text{ KN/m}^2$$

#### 4.1.2 Cálculo da Excentricidade e Perfil dos Cabos

Para o cálculo da excentricidade do cabo foram utilizados os maiores valores possíveis, pois assim há um melhor aproveitamento do material.

##### a) Perfil dos cabos

Figura 30 – Perfil longitudinal dos cabos de protensão



Unidade: cm

Sem escala

**b) Determinação das coordenadas “ $y_{c1}$  e  $y_{c2}$ ” do ponto de inflexão dos cabos**

A partir dos valores mostrados anteriormente na Figura 30, pode ser feito o cálculo das coordenadas dos pontos de inflexão. Tal dimensão também é ilustrada na Figura 30.

$$y_{c1} = y_{c2} = y_{MÍN} + \frac{d_2}{d} \cdot (y_{MÁX} - y_{MÍN})$$

$$y_{c1} = y_{c2} = 3,5 + \left\{ \left( \frac{360 - 72}{360} \right) \cdot (17,5 - 3,5) \right\}$$

$$y_{c1} = y_{c2} = 14,7 \text{ cm}$$

**4.1.3 Determinação da Força de Protensão Necessária (P)**

Levando-se em conta uma faixa de largura unitária, foram calculadas as forças de protensão necessárias para o vão interno e para o vão extremo. O efeito da inversão da curvatura dos cabos foi desconsiderada.

Para o cálculo de  $f_2$ ,  $f_3$ , foi considerado a excentricidade máxima do cabo no vão da seção transversal da laje. Verificando a excentricidade dos mesmo no perfil do cabo (Item 4.1.2), obtém-se os seguintes resultados:

$$f_2 = 13 \text{ cm}$$

$$f_3 = 8,6 \text{ cm}$$

**a) Para o vão interno:**

$$P_i = ql_1^2 / 8f_2 \quad P_i = \frac{650 \cdot 7,2^2}{8 \cdot 0,13} \quad P_i = 32.400,0 \text{ Kgf/m} = 324,0 \text{ KN/m}$$

**b) Para o vão extremo:**

$$P_e = ql_2^2 / 8f_3 \quad P_e = \frac{650 \cdot 7,2^2}{8 \cdot 0,086} \quad P_e = 48.976,7 \text{ Kgf/m} = 489,8 \text{ KN/m}$$

Onde:

$l_1$  = comprimento do vão interno;

$l_2$  = comprimento do vão extremo;

$P_i$  = força de protensão necessária para equilibrar o vão interno;

$P_e$  = força de protensão necessária para equilibrar o vão extremo;

$f_2$  = flecha do cabo no vão interno;

$f_3$  = flecha do cabo no vão extremo.

#### 4.1.4 Determinação da Quantidade de Cabos de Protensão e Força de Protensão Efetiva

##### a) Quantidade de Cordoalhas

Adotando inicialmente uma força de protensão  $F_p = 14tf/cordoalha$  (140 KN/cordoalha) e perdas finais de protensão de 12%:

$$N^{\circ} \text{ de cordoalhas} = l \cdot \frac{P_e}{\text{perdas} \cdot F_p}$$

$$N^{\circ} \text{ de cordoalhas} = 7,2 \cdot \frac{48.976,7}{0,88 \cdot 14000}$$

$$N^{\circ} \text{ decordoalhas} = 28,62$$

Onde:

$l$  = largura transversal do pórtico equivalente;

$P_e$  = força de protensão necessária para equilibrar o vão extremo;

$\text{perdas}$  = perdas finais de protensão;

$F_p$  = força de protensão aplicada por cordoalha.

Portanto, serão dispostas 29  $\varnothing$  12,7mm – aço CP 190 RB. A quantidade de cabos será usada igualmente para os dois pórticos, pois os mesmos são simétricos.

Foi admitido para o cálculo do número de cordoalhas, a força de protensão necessária para equilibrar o vão extremo ( $P_e$ ), ainda assim, poderia ser feito o cálculo para o vão interno, o que resultaria em uma menor quantidade de cabos, porém, seria inviável, pois seriam necessárias ancoragens intermediárias devido a diferença na quantidade de cabos por vão, aumentando custos e tempo de execução.

##### b) Força de Protensão Efetiva ( $F_e$ )

Para o cálculo da força de protensão efetiva, é considerada a quantidade de cabos atuantes na laje (calculada no sub Item “a”), as perdas iniciais e finais e a capacidade resistente referente ao tipo de cordoalha adotada. Para isso, considerando os dados da laje, é possível obter a força de protensão efetiva com a protensão inicial e final através das equação dada.

Dados:

*Perdas Iniciais = adotado 6%*

*Perdas Finais = adotado 12%*

*Nº de Cordoalhas = 29 Ø 12,7mm*

*Capacidade resistente da cordoalha = 14 tf / cordoalha*

Equação:

$$F_e = \text{perdas} \cdot n^\circ \text{ de cordoalhas} \cdot \text{capacidade resistente por cordoalha}$$

- **Com a protensão inicial ( $F_{ei}$ ):**

$$F_{ei} = 0,94 \cdot 29 \cdot 14000 = 381.640 \text{ kgf} = 381,6 \text{ tf}$$

- **Com a protensão final ( $F_{ef}$ ):**

$$F_{ef} = 0,88 \cdot 29 \cdot 14000 = 357.280 \text{ kgf} = 357,3 \text{ tf}$$

#### 4.1.5 Análise de Esforços na Estrutura Protendida

- **Combinações de Ações de Serviço e Últimas**

Para a análise dos esforços, foram feitas as seguintes combinações últimas e de serviço, conforme a NBR 8681 (2002), expostas no Quadro 7:

Quadro 7 – Combinações de Ações de Serviço e Últimas utilizadas no cálculo da laje.

QUASE PERMANENTE DE SERVIÇO (A)	$P_p + R + 0,6Q_u + q_{Bf(i,n)}$
FREQUENTE DE SERVIÇO (B)	$P_p + R + 0,7Q_u + q_{Bf(i,n)}$
RARA DE SERVIÇO (C)	$P_p + R + Q_u + q_{Bf(i,n)}$
ÚLTIMA DE AÇÕES (D)	$1,4(P_p + R) + 1,4(Q_u)$
RUPTURA NO ATO DA PROTENSÃO (E)	$P_p + 1,1q_{Bi(i,n)}$

Fonte: Autoria própria.

Onde:

$P_p$  = Peso Próprio;

$R$  = Revestimentos;

$Q_u$  = Carga de Utilização;

$q_{Bi(i,n)}$  = Carga equilibrada com a protensão inicial para a região “i” do vão “n”;

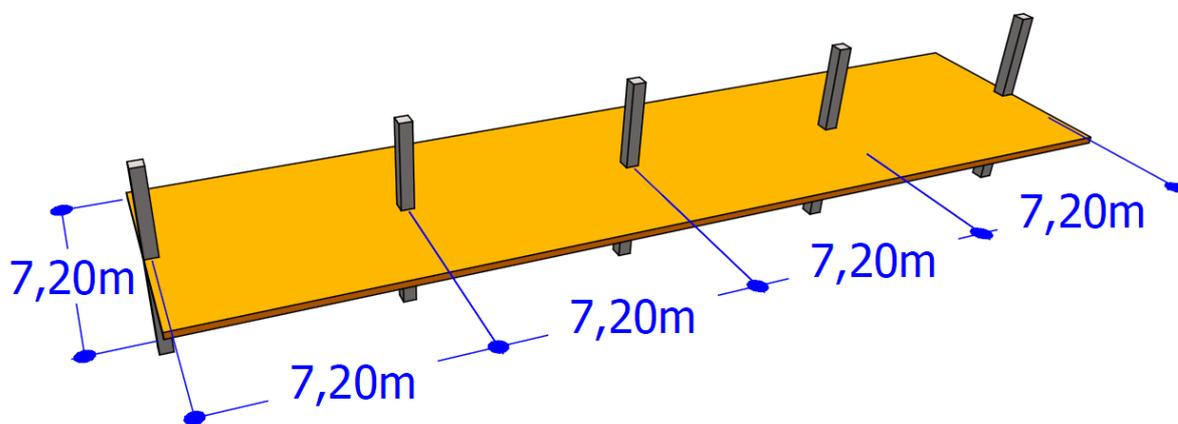
$q_{Bf(i,n)}$  = Carga equilibrada com a protensão final para a região “i” do vão “n”.

As cargas balanceadas finais ( $q_{Bf}$ ) e iniciais ( $q_{Bi}$ ), dependem do vão e da região onde é aplicada, podendo para os vãos extremos, haver três diferentes cargas balanceadas ( $q_{B(1,ext)}$ ,  $q_{B(2,ext)}$ ,  $q_{B(3,ext)}$ ), e para os vãos internos duas cargas balanceadas ( $q_{B(1,int)}$ ,  $q_{B(2,int)}$ ), as quais, no cálculo resultante das combinações são consideradas em cada região dos vãos.

#### 4.1.6 Método do Pórtico Equivalente (NBR 6118/2003)

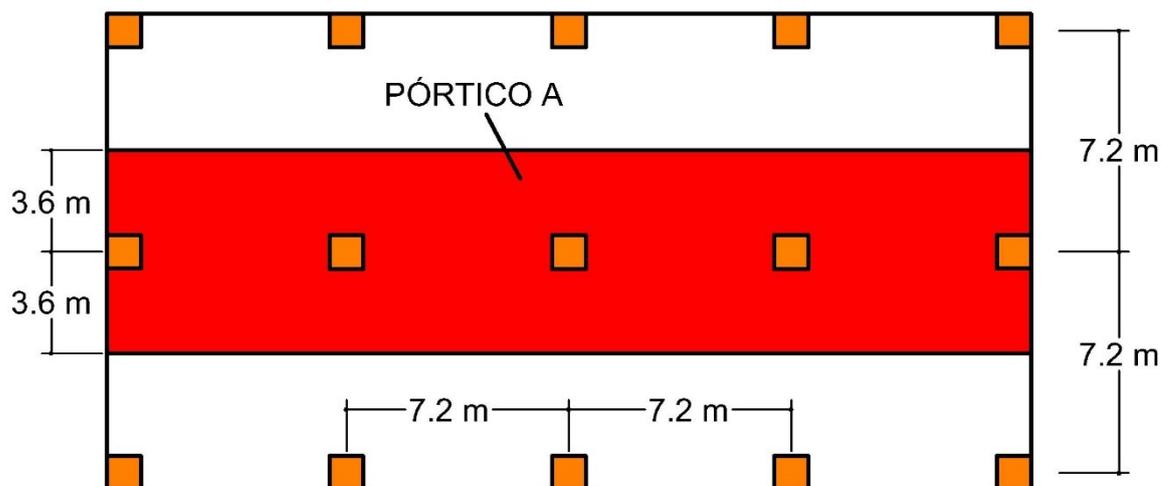
##### a) Definição do Pórtico Equivalente A (direção x)

Figura 31 – Pórtico equivalente para a direção x (pórtico A) em perspectiva.



Fonte: autoria própria

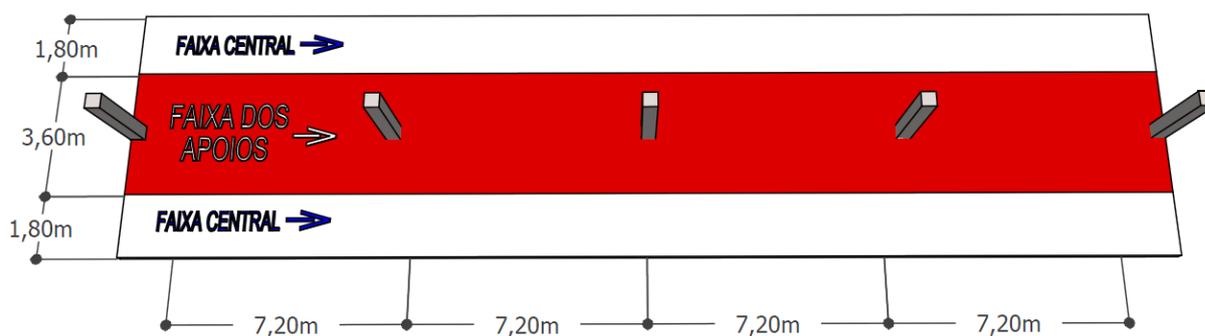
Figura 32 – Pórtico equivalente para a direção x (pórtico A) em vista de topo.



Fonte: autoria própria

#### b) Definição das Faixas de Distribuição dos momentos

Figura 33 - definição das faixas de distribuição dos momentos para o pórtico A



Fonte: autoria própria

#### 4.1.7 Cálculo das Cargas Balanceadas para o Pórtico A

Admitindo perdas imediatas de 6% e finais de 12%.

Utilizando as equações e os parâmetros descritos no Item 3.2.4.6, são feitos os cálculos das cargas balanceadas para os vãos de extremidade e internos.

**a) Cargas Balanceadas 1( $q_{B1}$ ), 2 ( $q_{B2}$ ) e 3 ( $q_{B3}$ ) para os vãos de extremidade:**

Utilizando a equação (8) descrita no Item 3.2.4.6, calcula-se:

$$\lambda = 1 + \beta_1 / (1 - \alpha) \cdot (1 - \alpha - \alpha_1)$$

$$\lambda = 1 + 1/(1 - 0,5) \cdot (1 - 0,5 - 0,1) = 10$$

Utilizando a equação (9) descrita no Item 3.2.4.6, calcula-se:

$$\mu = 1 + \beta_1 / (1 - \alpha) \cdot \alpha_1$$

$$\mu = 1 + 1/(1 - 0,5) \cdot 0,1 = 40$$

Cálculo da excentricidade do cabo, conforme a equação a seguir:

$$e_o = \frac{h - (2 \cdot y_{CG})}{2}$$

$$e_o = \frac{21 \text{ cm} - (2 \cdot 4,0 \text{ cm})}{2} = 6,5 \text{ cm}$$

Cálculo do coeficiente  $\beta_1$ :

Analisando a Figura 27, é possível perceber que na região da excentricidade máxima do cabo para o vão, a excentricidade é ajustada pelo coeficiente  $\beta_1$ , no entanto, como nesse caso, considera-se a máxima excentricidade possível para o cabo, deste modo o coeficiente de ajuste  $\beta_1$  será igual a 1.

$$\beta_1 \cdot e_o = e_o$$

$$\beta_1 = 1$$

Cálculo do coeficiente  $\beta$ :

O do coeficiente  $\beta$  será nulo, pois o cabo está ancorado no C.G. da laje.

$$\beta = 0$$

Portanto, os dados para o cálculo das cargas balanceadas são os seguintes:

$$F_{ei} = 381.640 \text{ kgf (Item 4.1.4);}$$

$$F_{ef} = 357.280 \text{ kgf (Item 4.1.4);}$$

$$\beta = 0;$$

$$\beta_1 = 1;$$

$$\beta_2 = 1;$$

$$e_o = 6,5 \text{ cm};$$

$$\alpha = \text{adotado } 0,5, \text{ recomendado};$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \text{adotado } 0,1, \text{ recomendado};$$

$$\lambda = 10;$$

$$\mu = 40.$$

Utilizando as equações (5), (6) e (7), descritas no Item 3.2.4.6, calculam-se as cargas balanceadas para os vãos de extremidade:

▪ **Com a protensão inicial:**

$$q_{B1} = 2F_{ei} \cdot (\beta_1 - \beta) \cdot e_o / (\alpha \cdot l)^2$$

$$q_{B1i} = \frac{2 \cdot (0,94 \cdot 29 \cdot 14000) \cdot (1 - 0) \cdot 0,065}{(0,5 \cdot 7,2)^2}$$

$$q_{B1i} = 3.828,2 \text{ Kgf/m}$$

$$q_{B2} = 2F_{ei} \cdot \lambda \cdot e_o / l^2$$

$$q_{B2i} = \frac{2 \cdot (0,94 \cdot 29 \cdot 14000) \cdot (10) \cdot 0,065}{7,2^2}$$

$$q_{B2i} = 9.570,4 \frac{\text{Kgf}}{\text{m}}$$

$$q_{B3} = -2F_{ei} \cdot \mu \cdot e_o / l^2$$

$$q_{B3i} = \frac{-2 \cdot (0,94 \cdot 29 \cdot 14000) \cdot (40) \cdot 0,065}{7,2^2}$$

$$q_{B3i} = -38.281,8 \text{ Kgf/m}$$

▪ **Com a protensão final:**

$$q_{B1} = 2F_{ef} \cdot (\beta_1 - \beta) \cdot e_o / (\alpha \cdot l)^2$$

$$q_{B1f} = \frac{2 \cdot (0,88 \cdot 29 \cdot 14000) \cdot (1 - 0) \cdot 0,065}{(0,5 \cdot 7,2)^2}$$

$$q_{B1f} = 3.583,8 \text{ Kgf/m}$$

$$q_{B2} = 2F_{ef} \cdot \lambda \cdot e_o / l^2$$

$$q_{B2f} = \frac{2 \cdot (0,88 \cdot 29 \cdot 14000) \cdot (10) \cdot 0,065}{7,2^2}$$

$$q_{B2f} = 8959,6 \text{Kgf/m}$$

$$q_{B3} = -2F_{ef} \cdot \mu \cdot e_o / l^2$$

$$q_{B3f} = \frac{-2 \cdot (0,88 \cdot 29 \cdot 14000) \cdot (40) \cdot 0,065}{7,2^2}$$

$$q_{B3f} = -35.838,3 \text{Kgf/m}$$

Onde:

$F_{ei}$  = força de protensão efetiva, considerando as perdas iniciais;

$F_{ef}$  = força de protensão efetiva, considerando as perdas finais;

$e_o$  = excentricidade do cabo;

$\alpha$  = coeficiente de ajuste da coordenada longitudinal do ponto de inflexão para a região do vão;

$\alpha_1 = \alpha_2$  = coeficiente de ajuste da coordenada longitudinal do ponto de inflexão para o a região dos apoios;

$y_{CG}$  = distância do C.G. do cabo até face da laje;

$h$  = altura da laje;

$\beta, \beta_1, \beta_2$  = Coeficientes de ajuste de excentricidade do cabo.

## b) Cargas Balanceadas 1( $q_{B1}$ ) e 2 ( $q_{B2}$ ) para os vãos internos:

### ▪ Com a protensão inicial:

$$q_{B1} = -4F_{ei} \cdot (1 + \beta_2) \cdot e_o / \alpha_2 \cdot l^2$$

$$q_{B1i} = \frac{-4 \cdot (0,94 \cdot 29 \cdot 14000) \cdot (1 + 1) \cdot 0,065}{0,1 \cdot 7,2^2}$$

$$q_{B1i} = -38.281,8 \text{Kgf/m}$$

$$q_{B2} = 4F_{ei} \cdot (1 + \beta_2) \cdot e_o / (0,5 - \alpha_2) \cdot l^2$$

$$q_{B2i} = \frac{4 \cdot (0,94 \cdot 29 \cdot 14000) \cdot (1 + 1) \cdot 0,065}{(0,5 - 0,1) \cdot 7,2^2}$$

$$q_{B2i} = 9.570,4 \text{Kgf/m}$$

▪ **Com a protensão final:**

$$q_{B1} = - 4F_{ef} \cdot (1 + \beta_2) \cdot e_o / \alpha_2 \cdot l^2$$

$$q_{B1f} = \frac{- 4 \cdot (0,88 \cdot 29 \cdot 14000) \cdot (1 + 1) \cdot 0,065}{0,1 \cdot 7,2^2}$$

$$q_{B1f} = -35.838,3Kgf/m$$

$$q_{B2} = 4F_{ef} \cdot (1 + \beta_2) \cdot e_o / (0,5 - \alpha_2) \cdot l^2$$

$$q_{B2f} = \frac{4 \cdot (0,88 \cdot 29 \cdot 14000) \cdot (1 + 1) \cdot 0,065}{(0,5 - 0,1) \cdot 7,2^2}$$

$$q_{B2f} = 8.959,6Kgf/m$$

Onde:

$F_{ei}$  = força de protensão efetiva, considerando as perdas iniciais;

$F_{ef}$  = força de protensão efetiva, considerando as perdas finais;

$e_o$  = excentricidade do cabo

$\alpha_1 = \alpha_2$  = coeficiente de ajuste da coordenada longitudinal do ponto de inflexão para o a região dos apoios;

$\beta, \beta_1, \beta_2$  = Coeficientes de ajuste de excentricidade do cabo.

#### 4.1.8 Diagramas de Momentos Fletores para as Combinações de Carregamentos referentes ao Pórtico A

Os diagramas de momentos fletores foram obtidos de acordo com as cargas que foram balanceadas (Item 4.1.7), equilibrando as mesmas com os carregamentos atuantes na laje. Para essas cargas foram utilizadas as combinações descritas no Item 4.1.5, a fim de chegar nos momentos mais críticos ao dimensionamento e verificações da peça.

- **Resumo das cargas balanceadas obtidas para o pórtico A:**

Quadro 8 – Resumo das cargas balanceadas para o pórtico A.

	Vão Interno (KN/m)	Vão Externo (KN/m)
<b>COM A PROTENSÃO INICIAL (6% de perdas)</b>	$q_{b1} = - 382,8$	$q_{b1} = 38,3$
	$q_{b2} = 95,7$	$q_{b2} = 95,7$
		$q_{b3} = - 382,8$
<b>COM A PROTENSÃO FINAL (12% de perdas)</b>	$q_{b1} = - 358,4$	$q_{b1} = 35,8$
	$q_{b2} = 89,6$	$q_{b2} = 89,6$
		$q_{b3} = - 358,4$

Fonte: autoria própria.

Partindo das cargas balanceadas obtidas, é feito o equilíbrio dos carregamentos de acordo com cada combinação de carregamento, distribuindo-os no pórtico para obtenção dos esforços, conforme os sub itens a e b, a seguir, através da ferramenta Ftool (versão 2.12, 2008). O Quadro 9, mostra os cálculos das combinações, levando em consideração as cargas balanceadas de cada região, referentes aos vãos internos, e o Quadro 10 para os vãos extremos.

Quadro 9 – Cálculo das combinações de carregamento, considerando as cargas balanceadas obtidas por região dos vãos internos, referentes ao pórtico A.

<b>COMBINAÇÕES DE CARREGAMENTO EQUILIBRADAS COM AS CARGAS BALANCEADAS POR REGIÃO – VÃOS INTERNOS – PÓRTICO A</b>			
<b>QUASE PERMANENTE DE SERVIÇO (a):</b> $Pp.L + R.L + 0,6Qu.L \pm q_{Bf(i,n)}$	Região 1 ( $q_{Bf(1,int)}$ )	$5,25.7,2 + 1,20.7,2 + 0,6.6,0.7,2 + 358,4$	<b>430,76 KN/m</b>
	Região 2 ( $q_{Bf(2,int)}$ )	$5,25.7,2 + 1,20.7,2 + 0,6.6,0.7,2 - 89,6$	<b>- 17,24 KN/m</b>
<b>FREQUENTE DE SERVIÇO (b):</b> $Pp.L + R.L + 0,7Qu.L \pm q_{Bf(i,n)}$	Região 1	$5,25.7,2 + 1,20.7,2 + 0,7.6,0.7,2 + 358,4$	<b>435,08 KN/m</b>
	Região 2	$5,25.7,2 + 1,20.7,2 + 0,7.6,0.7,2 - 89,6$	<b>- 12,92 KN/m</b>
<b>RARA DE SERVIÇO (c):</b> $Pp.L + R.L + Qu.L \pm q_{Bf(i,n)}$	Região 1	$5,25.7,2 + 1,20.7,2 + 6,0.7,2 + 358,4$	<b>448,04 KN/m</b>
	Região 2	$5,25.7,2 + 1,20.7,2 + 6,0.7,2 - 89,6$	<b>0 (nula)</b>
<b>ÚLTIMA DE AÇÕES (d):</b> $1,4(Pp + R) .L + 1,4(Qu) .L$	Região 1 e 2	$1,4.(5,25 + 1,20).7,2 + 1,4.(6,0).7,2$	<b>125,50 KN/m</b>
<b>RUPTURA NO ATO DA PROTENSÃO (e):</b> $Pp.L \pm 1,1q_{Bi(i,n)}$	Região 1	$5,25.7,2 + 1,1.(382,8)$	<b>455,88 KN/m</b>
	Região 2	$5,25.7,2 + 1,1.(- 95,7)$	<b>- 67,47 KN/m</b>

Fonte: autoria própria.

Quadro 10 – Cálculo das combinações de carregamento, considerando as cargas balanceadas obtidas por região dos vãos internos, referentes ao pórtico A.

<b>COMBINAÇÕES DE CARREGAMENTO EQUILIBRADAS COM AS CARGAS BALANCEADAS POR REGIÃO – VÃOS EXTREMOS – PÓRTICO A</b>			
<b>QUASE PERMANENTE DE SERVIÇO (a):</b> $Pp.L + R.L + 0,6Qu.L \pm q_{Bf(i,n)}$	Região 1 ( $q_{Bf(1,ext)}$ )	$5,25.7,2 + 1,20.7,2 + 0,6.6,0.7,2 - 35,8$	<b>36,52 KN/m</b>
	Região 2 ( $q_{Bf(2,ext)}$ )	$5,25.7,2 + 1,20.7,2 + 0,6.6,0.7,2 - 89,6$	<b>- 17,24 KN/m</b>
	Região 3 ( $q_{Bf(3,ext)}$ )	$5,25.7,2 + 1,20.7,2 + 0,6.6,0.7,2 + 358,4$	<b>430,76 KN/m</b>
<b>FREQUENTE DE SERVIÇO (b):</b> $Pp.L + R.L + 0,7Qu.L \pm q_{Bf(i,n)}$	Região 1	$5,25.7,2 + 1,20.7,2 + 0,7.6,0.7,2 - 35,8$	<b>- 40,84 KN/m</b>
	Região 2	$5,25.7,2 + 1,20.7,2 + 0,7.6,0.7,2 - 89,6$	<b>- 12,92 KN/m</b>
	Região 3	$5,25.7,2 + 1,20.7,2 + 0,7.6,0.7,2 + 358,4$	<b>435,08 KN/m</b>
<b>RARA DE SERVIÇO (c):</b> $Pp.L + R.L + Qu.L \pm q_{Bf(i,n)}$	Região 1	$5,25.7,2 + 1,20.7,2 + 6,0.7,2 - 35,8$	<b>53,80 KN/m</b>
	Região 2	$5,25.7,2 + 1,20.7,2 + 6,0.7,2 - 89,6$	<b>0 (nula)</b>
	Região 3	$5,25.7,2 + 1,20.7,2 + 6,0.7,2 + 358,4$	<b>448,04 KN/m</b>
<b>ÚLTIMA DE AÇÕES (d):</b> $1,4(Pp + R) .L + 1,4(Qu) .L$	Região 1, 2 e 3	$1,4.(5,25 + 1,20).7,2 + 1,4.(6,0).7,2$	<b>125,50 KN/m</b>
<b>RUPTURA NO ATO DA PROTENSÃO (e):</b> $Pp.L \pm 1,1q_{Bi(i,n)}$	Região 1	$5,25.7,2 + 1,1.(- 38,3)$	<b>- 4,33 KN/m</b>
	Região 2	$5,25.7,2 + 1,1.(- 95,7)$	<b>- 67,47 KN/m</b>
	Região 3	$5,25.7,2 + 1,1.(382,8)$	<b>458,88 KN/m</b>

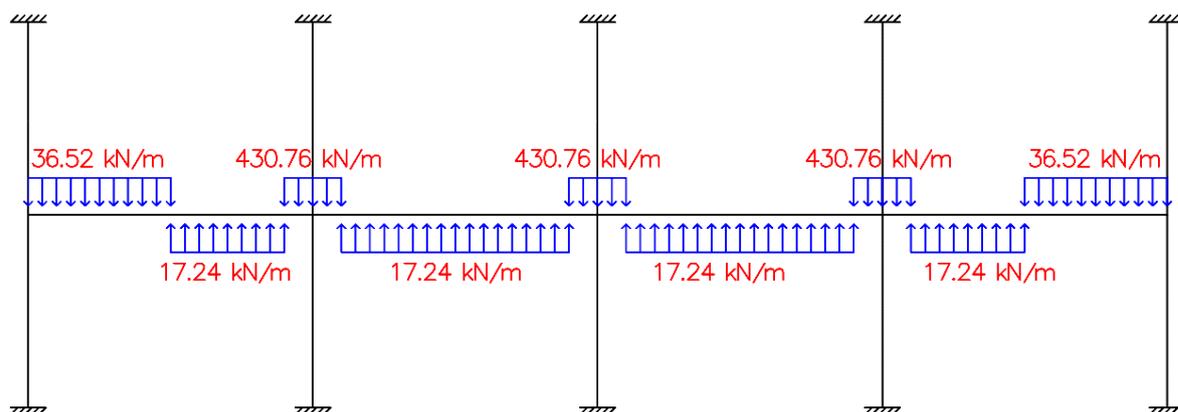
Fonte: autoria própria.

Os carregamentos obtidos para cada combinação, nos Quadros 9 e 10, são mostrados nas Figuras 35, 37, 39, 41 e 43, extraídas da ferramenta Fttol (2008), utilizada. A partir desses carregamentos, são gerados os diagramas de momentos para as combinações relativas ao pórtico A, exibidos nas Figuras 36, 38, 40, 42 e 44.

**a) Para a combinação quase permanente de serviço (a):**

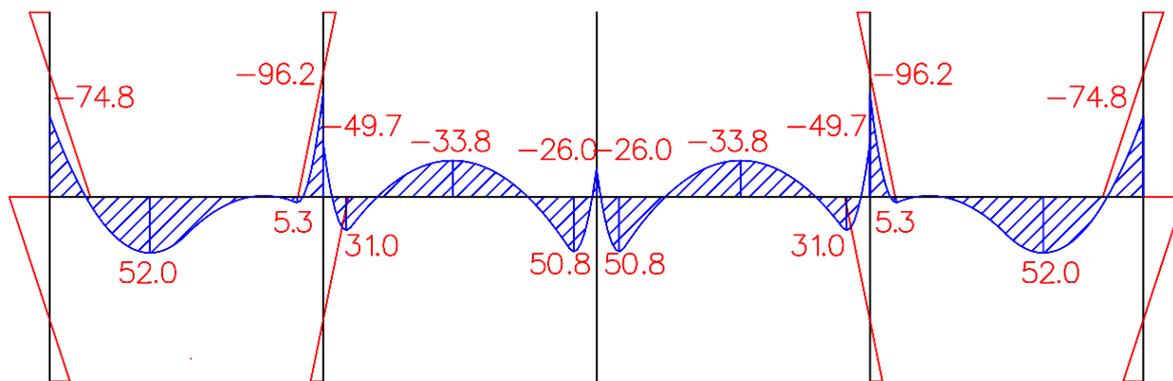
De acordo com a combinação (a), os carregamentos equilibrados com as cargas balanceadas, permanentes e sobrecargas são distribuídos no pórtico da Figura 35, a seguir:

Figura 35 – carregamentos equilibrados distribuídos no pórtico A para a combinação (a)



▪ **Diagrama resultante dos carregamentos equilibrados:**

Figura 36 – digrama de momentos fletores para a combinação quase permanente de serviço (a)

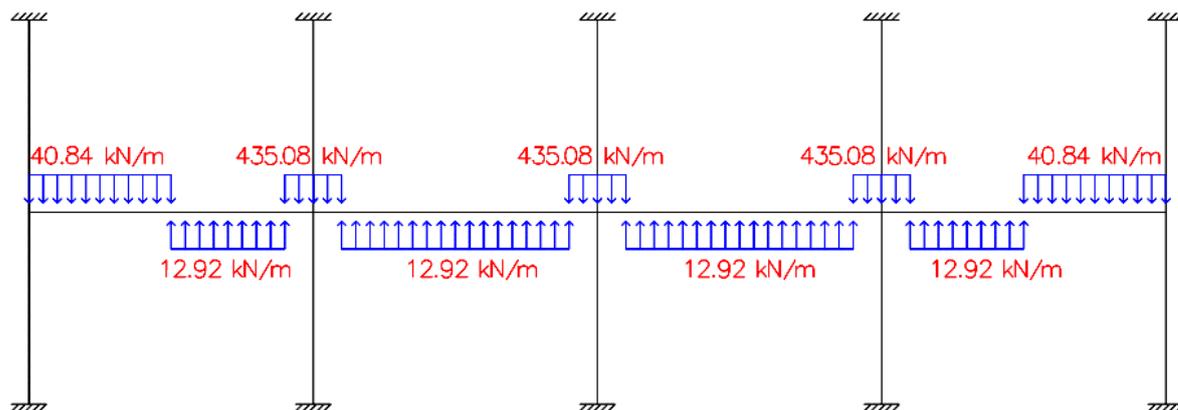


Unidade: KN.m

**b) Para a combinação frequente de serviço (b):**

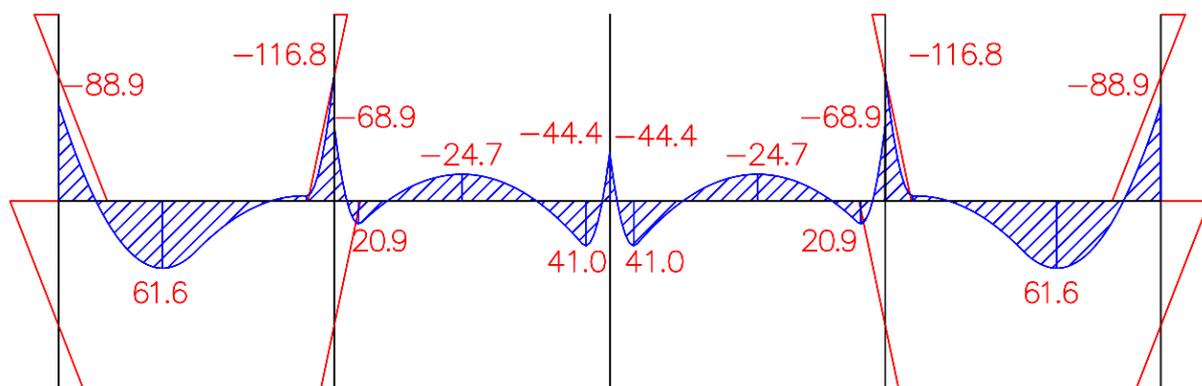
De acordo com a combinação (b), os carregamentos equilibrados com as cargas balanceadas, permanentes e sobrecargas são distribuídos no pórtico da Figura 37, a seguir:

Figura 37 – carregamentos equilibrados distribuídos no pórtico A para a combinação (b)



▪ **Diagrama resultante dos carregamentos equilibrados:**

Figura 38 – digrama de momentos fletores para a combinação frequente de serviço (b)

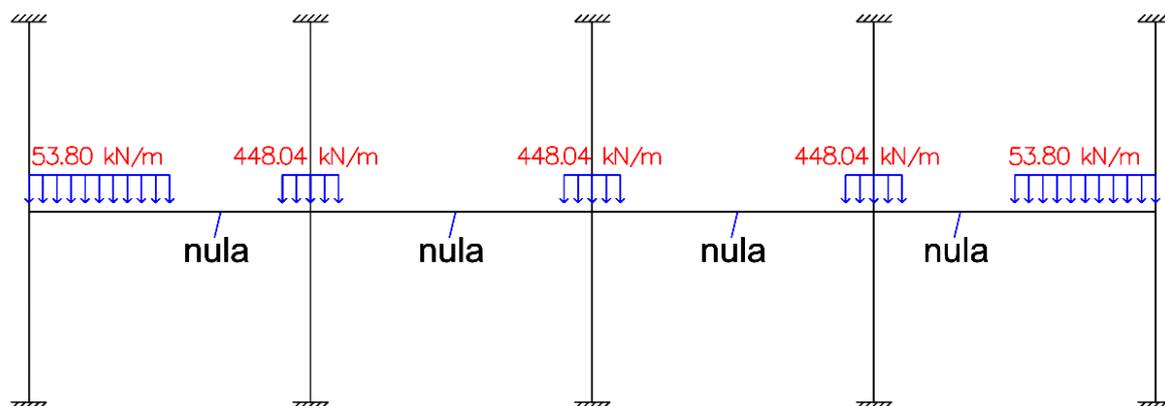


Unidade: KN.m

**c) Para a combinação rara de serviço (c):**

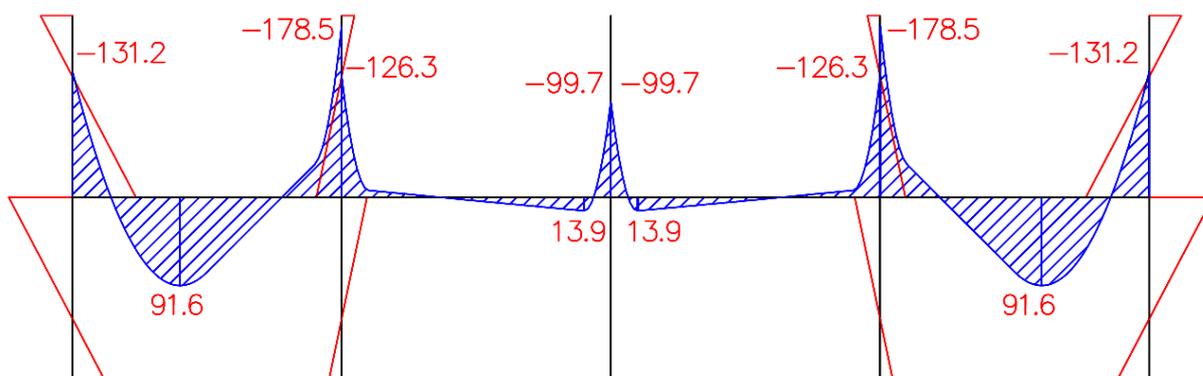
De acordo com a combinação (c), os carregamentos equilibrados com as cargas balanceadas, permanentes e sobrecargas são distribuídos no pórtico da Figura 39, a seguir:

Figura 39 – carregamentos equilibrados distribuídos no pórtico A para a combinação (c)



▪ **Diagrama resultante dos carregamentos equilibrados:**

Figura 40 – digrama de momentos fletores para a combinação rara de serviço (c)

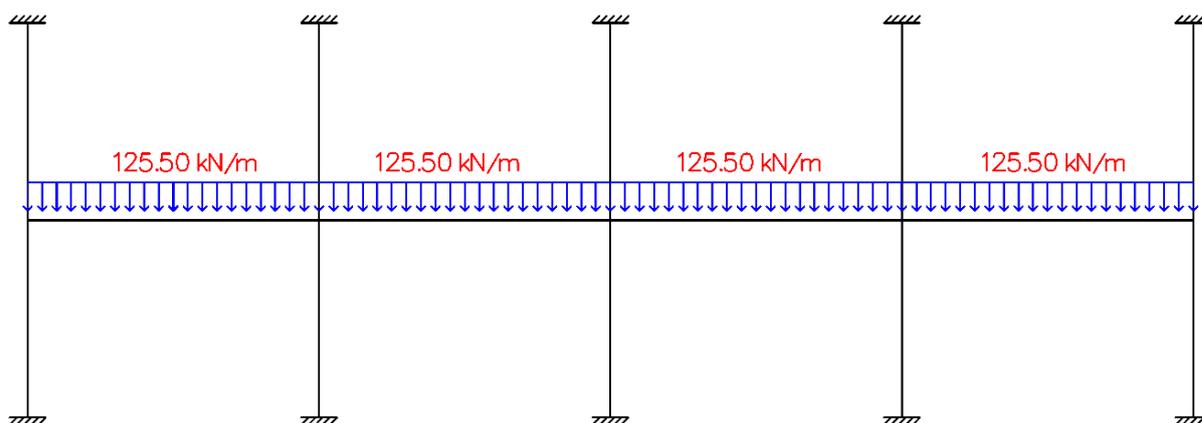


Unidade: KN.m

**d) Para a combinação última de ações (d):**

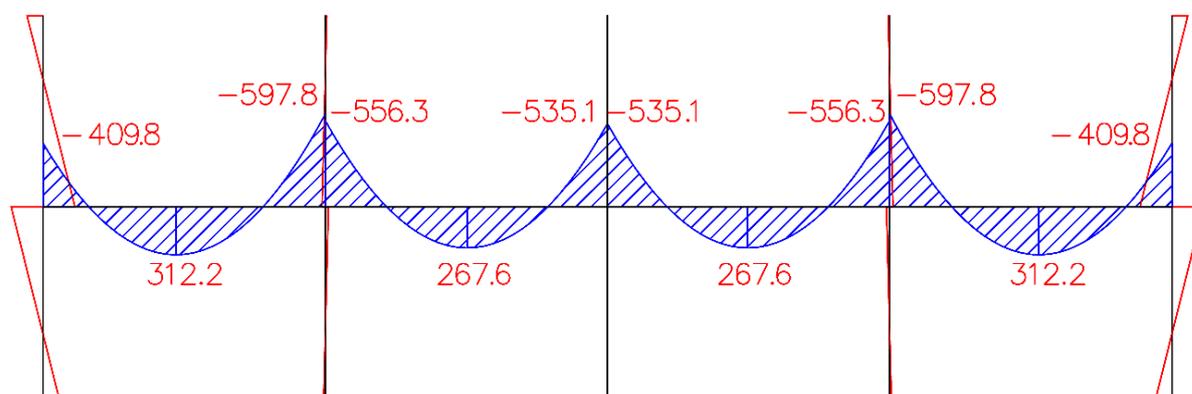
De acordo com a combinação (d), os carregamentos equilibrados com as cargas balanceadas, permanentes e sobrecargas são distribuídos no pórtico da Figura 41, a seguir:

Figura 41 – carregamentos equilibrados distribuídos no pórtico A para a combinação (d)



▪ **Diagrama resultante dos carregamentos equilibrados:**

Figura 42 – digrama de momentos fletores para a combinações última de ações (d)

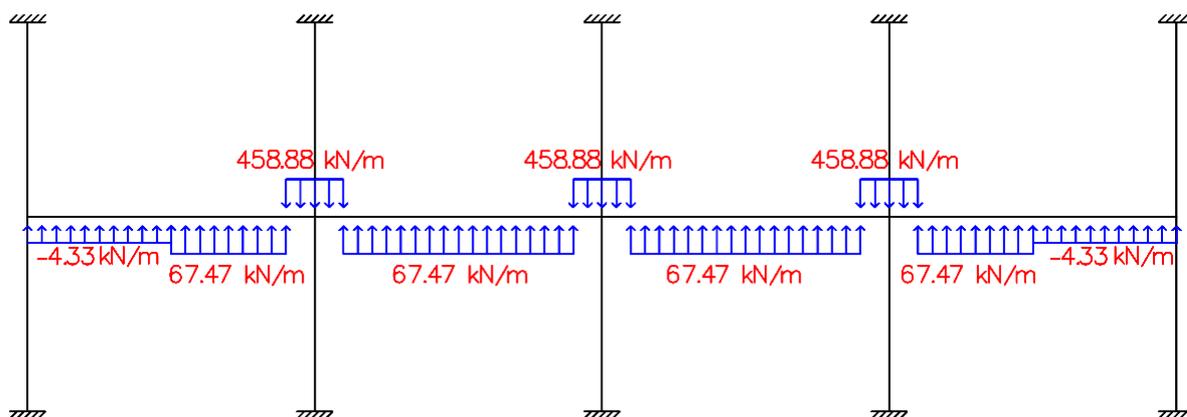


Unidade: KN.m

**e) Para a combinação de ruptura no ato da protensão (e):**

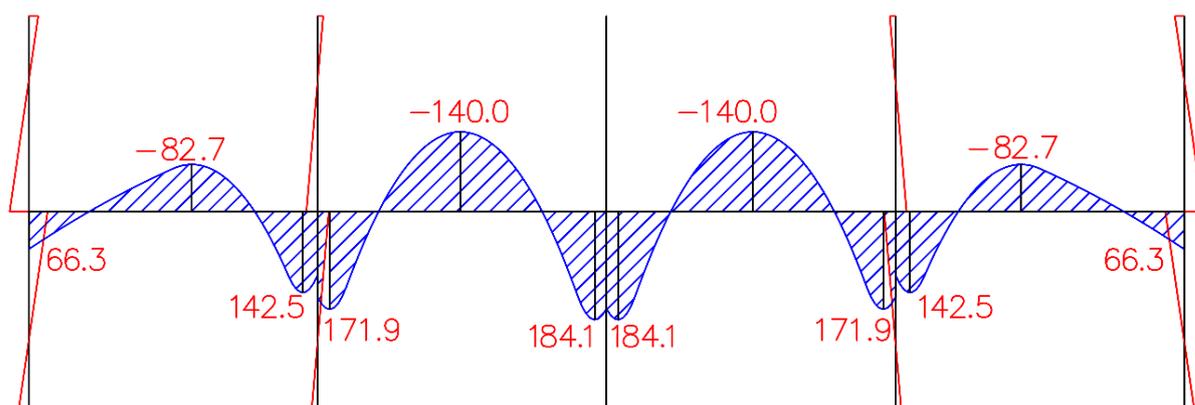
De acordo com a combinação (e), os carregamentos equilibrados com as cargas balanceadas, permanentes e sobrecargas são distribuídos no pórtico da Figura 43, a seguir:

Figura 43 – carregamentos equilibrados distribuídos no pórtico A para a combinação (e)



▪ **Diagrama resultante dos carregamentos equilibrados:**

Figura 44 – digrama de momentos fletores para a combinação de ruptura no ato da protensão (e)



Unidade: KN.m

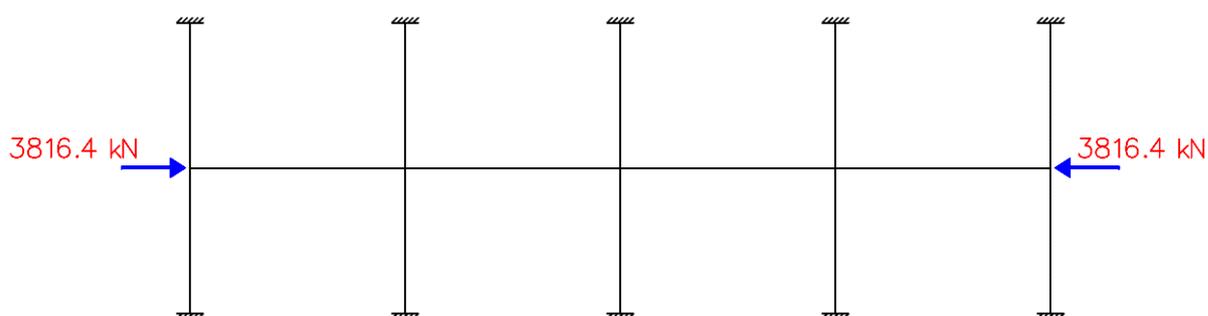
#### 4.1.9 Análise do Efeito da Rigidez dos Pilares

Deve ser feita uma análise de retenção de protensão devido a rigidez dos pilares. De acordo com a inércia dos mesmos, a força de protensão que é aplicada, pode sofrer perdas. Considerando isso, é aplicado um esforço normal no pórtico, com auxílio do software Ftool, como é ilustrado na Figura 45.

A força de protensão aplicada é calculada no Item 4.1.4:

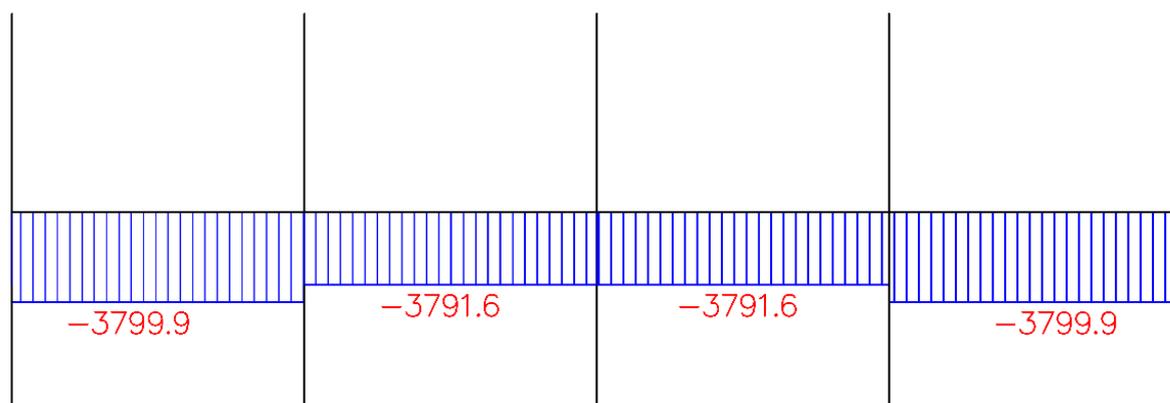
$$F_{ei} = 0,94 \cdot 29 \cdot 14000 = 381.640 \text{ kgf} = 381,6 \text{ tf}$$

Figura 45 – Aplicação da força normal de protensão no pórtico A da laje



Após analisar o efeito de rigidez dos pilares na força de protensão, notou-se, como mostra a Figura 46, que a retenção de protensão devido a rigidez dos pilares é muito pequena, podendo ser desprezada.

Figura 46 – Digrama de esforços normais na laje



Unidade: KN.m

#### 4.1.10 Cálculo dos Momentos nas Faixas de Distribuição da Laje

##### a) Para a combinação quase permanente de serviço (a).

A partir da Figura 36, são obtidos os máximos momentos positivos e negativos para a combinação (a):

$$M_{MÁX}^+ = 52,0 \text{ KN.m}$$

$$M_{MÁX}^- = 96,2 \text{ KN.m}$$

$$M_1 = 0,375 \frac{96,2}{0,25 \cdot 7,2} = 20,1 \text{ KN.m/m} \quad M_2 = 0,25 \frac{96,2}{0,5 \cdot 7,2} = 6,7 \text{ KN.m/m}$$

$$M_3 = 0,275 \frac{52,0}{0,25 \cdot 7,2} = 7,9 \text{ KN.m/m} \quad M_4 = 0,45 \frac{52,0}{0,5 \cdot 7,2} = 6,5 \text{ KN.m/m}$$

##### b) Para a combinação frequente de serviço (b)

A partir da Figura 38, são obtidos os máximos momentos positivos e negativos para a combinação (b):

$$M_{MÁX}^+ = 61,6 \text{ KN.m}$$

$$M_{MÁX}^- = 116,8 \text{ KN.m}$$

$$M_1 = 0,375 \frac{116,8}{0,25 \cdot 7,2} = 24,3 \text{ KN.m/m} \quad M_2 = 0,25 \frac{116,8}{0,5 \cdot 7,2} = 8,1 \text{ KN.m/m}$$

$$M_3 = 0,275 \frac{61,6}{0,25 \cdot 7,2} = 9,4 \text{ KN.m/m} \quad M_4 = 0,45 \frac{61,6}{0,5 \cdot 7,2} = 7,7 \text{ KN.m/m}$$

##### c) Para a combinação rara de serviço (c)

A partir da Figura 40 são obtidos os máximos momentos positivos e negativos para a combinação (c):

$$M_{MÁX}^+ = 91,6 \text{ KN.m}$$

$$M_{MÁX}^- = 178,5 \text{ KN.m}$$

$$M_1 = 0,375 \frac{178,5}{0,25 \cdot 7,2} = 37,2 \text{ KN.m/m} \quad M_2 = 0,25 \frac{178,5}{0,5 \cdot 7,2} = 12,4 \text{ KN.m/m}$$

$$M_3 = 0,275 \frac{91,6}{0,25 \cdot 7,2} = 14,0 \text{ KN.m/m} \quad M_4 = 0,45 \frac{91,6}{0,5 \cdot 7,2} = 11,5 \text{ KN.m/m}$$

**d) Para a combinação última de ações (d)**

A partir da Figura 42, são obtidos os máximos momentos positivos e negativos para a combinação (d):

$$M_{MÁX}^+ = 312,2 \text{ KN.m}$$

$$M_{MÁX}^- = 597,8 \text{ KN.m}$$

$$M_1 = 0,375 \frac{597,8}{0,25 \cdot 7,2} = 124,5 \text{ KN.m/m} \quad M_2 = 0,25 \frac{597,8}{0,5 \cdot 7,2} = 41,5 \text{ KN.m/m}$$

$$M_3 = 0,275 \frac{312,2}{0,25 \cdot 7,2} = 47,7 \text{ KN.m/m} \quad M_4 = 0,45 \frac{312,2}{0,5 \cdot 7,2} = 39,0 \text{ KN.m/m}$$

**e) Para a combinação de ruptura no ato da protensão (e)**

A partir da Figura 44, são obtidos os máximos momentos positivos e negativos para a combinação (e):

$$M_{MÁX}^+ = 184,1 \text{ KN.m}$$

$$M_{MÁX}^- = 140,0 \text{ KN.m}$$

$$M_1 = 0,375 \frac{184,1}{0,25 \cdot 7,2} = 38,3 \text{ KN.m/m} \quad M_2 = 0,25 \frac{184,1}{0,5 \cdot 7,2} = 12,78 \text{ KN.m/m}$$

$$M_3 = 0,275 \frac{140,0}{0,25 \cdot 7,2} = 21,4 \text{ KN.m/m} \quad M_4 = 0,45 \frac{140,0}{0,5 \cdot 7,2} = 17,5 \text{ KN.m/m}$$

Os resultados obtidos, referentes aos momentos de distribuição para a laje, no pórtico A, estão resumidos no Quadro 11.

Quadro 11 – Momentos obtidos para as faixas de distribuição da laje, referentes ao pórtico A.

	PÓRTICO A (KN.m/m)	
QUASE PERMANENTE DE SERVIÇO (A)	$M_1 = 20,1$ $M_3 = 7,9$	$M_2 = 6,7$ $M_4 = 6,5$
FREQUENTE DE SERVIÇO (B)	$M_1 = 24,3$ $M_3 = 9,4$	$M_2 = 8,1$ $M_4 = 7,7$
RARA DE SERVIÇO (C)	$M_1 = 37,2$ $M_3 = 14,0$	$M_2 = 12,4$ $M_4 = 11,5$
ÚLTIMA DE AÇÕES (D)	$M_1 = 124,5$ $M_3 = 47,7$	$M_2 = 41,5$ $M_4 = 39,0$
RUPTURA NO ATO DA PROTENSÃO (E)	$M_1 = 38,3$ $M_3 = 21,4$	$M_2 = 12,8$ $M_4 = 17,5$

Fonte: Autoria própria.

Onde:

$M_1$  e  $M_3$  = momentos calculados para a faixa apoios

$M_2$  e  $M_4$  = momentos calculados para a faixa central

#### 4.1.11 Distribuição da Armadura de Protensão na Laje

Os cabos de protensão obtidos serão distribuídos, conforme critério prescrito na norma americana ACI 423 (1983), adotando-se 35% de sua totalidade nas faixas centrais e os outros 65% nas faixas dos apoios. É possível perceber que o critério admite que deve haver uma concentração maior de aço na região dos pilares, tal região que é mais crítica quanto às tensões cisalhantes.

Portanto, considerando cordoalhas de 12,7mm – aço CP 190 RB, admite-se seguinte distribuição da armadura ativa na laje para a faixa dos apoios e para a faixa central, conforme o Quadro 12.

Quadro 12 – Distribuição da armadura de protensão nas faixas da laje.

NA FAIXA DOS APOIOS	19 Ø 12,7mm – Aço CP 190 RB
EM CADA FAIXA CENTRAL	5 Ø 12,7mm – Aço CP 190 RB

Fonte: Autoria própria.

Assim, com as 5 cordoalhas para cada faixa central calculada, que resulta em 10 cordoalhas nas duas faixas centrais, mais as 19 cordoalhas distribuídas na faixa dos apoios, totalizam-se as 29 cordoalhas calculadas para os pórticos no Item 4.1.4.

#### 4.1.12 Verificação Quanto ao Estado Limite de Serviço (ELS)

##### a) Verificação das tensões médias de compressão na laje

De acordo com o ACI 423 (1983), a tensão de compressão na laje deve estar limitada em  $0,86 \text{ MPa} \leq \sigma_c \leq 3,5 \text{ MPa}$ .

##### ▪ Protensão inicial na faixa dos pilares ( $l=3,6 \text{ m}$ ):

$$\sigma_{c,m\acute{e}dia} = \frac{F_{ai}}{h \cdot l_p}$$

$$\sigma_{c,m\acute{e}dia,p,5} = \frac{19 \cdot 14000 \cdot 0,94}{21 \cdot 360} = \frac{33,07 \text{ kgf}}{\text{cm}^2} = 3,31 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c,m\acute{e}dia,p,5} = 3,31 \text{ MPa} \blacktriangleright 0,86 \text{ MPa} \leq \sigma_{c,m\acute{e}dia} \leq 3,5 \text{ MPa} \blacktriangleright \text{OK!}$$

Em que:

$F_{ai}$  = cordoalhas (região dos pilares) X resist. de uma cordoalha X perdas iniciais

Onde:

$\sigma_{c,m\acute{e}dia,p,5}$  = tensão de compressão média atuante na laje para a região dos apoios aos 5 dias;

$F_{ai}$  = força de protensão efetiva para a região dos pilares considerando as perdas iniciais;

$h$  = altura da laje;

$l_p$  = largura da faixa de distribuição dos momentos da laje para a região dos pilares.

- **Protensão inicial na faixa central (l=1,8 m):**

$$\sigma_{c,média} = \frac{F_{ci}}{h \cdot l_c}$$

$$\sigma_{c,média,c,5} = \frac{5 \cdot 14000 \cdot 0,94}{21 \cdot 180} = 17,40 \text{ kgf/cm}^2 = 1,74 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c,média,c,5} = \mathbf{1,74 \text{ MPa}} \blacktriangleright 0,86 \text{ MPa} \leq \sigma_{c,média} \leq 3,5 \text{ MPa} \blacktriangleright \text{OK!}$$

Em que:

$F_{ci}$  = cordoalhas (faixa central) X resist. de uma cordoalha X perdas iniciais

Onde:

$\sigma_{c,média,c,5}$  = Tensão de compressão média atuante na laje para a região central aos 5 dias;

$F_{Pci}$  = Força de protensão efetiva para a região central considerando as perdas iniciais;

$h$  = altura da laje;

$l_c$  = largura da faixa de distribuição dos momentos da laje para a região central.

- **Para a protensão final na faixa dos pilares:**

$$\sigma_{c,média} = \frac{F_{af}}{h \cdot l_p}$$

$$\sigma_{c,média,p} = \frac{19 \cdot 14000 \cdot 0,88}{21 \cdot 360} = 30,96 \text{ kgf/cm}^2 = 3,10 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c,média,p} = \mathbf{3,10 \text{ MPa}} \blacktriangleright 0,86 \text{ MPa} \leq \sigma_{c,média} \leq 3,5 \text{ MPa} \blacktriangleright \text{OK!}$$

Em que:

$F_{af}$  = cordoalhas (região dos pilares) X resist. de uma cordoalha X perdas finais

Onde:

$\sigma_{c,média,p}$  = Tensão de compressão média atuante na laje para a região dos apoios aos 28 dias;

$F_{af}$  = Força de protensão efetiva para a região dos apoios considerando as perdas finais;

$h$  = altura da laje;

$l_p$  = largura da faixa de distribuição dos momentos da laje para a região dos pilares.

- **Para a protensão final na faixa central:**

$$\sigma_{c,média} = \frac{F_{cf}}{h \cdot l_c}$$

$$\sigma_{c,média,c} = \frac{5 \cdot 14000 \cdot 0,88}{21 \cdot 180} = 16,29 \text{ kgf/cm}^2 = 1,63 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c,média,c} = 1,63 \text{ MPa} \blacktriangleright 0,86 \text{ MPa} \leq \sigma_{c,média} \leq 3,5 \text{ MPa} \blacktriangleright \text{OK!}$$

Em que:

$F_{cf}$  = cordoalhas (faixa central) X resist. de uma cordoalha X perdas finais

Onde:

$\sigma_{c,média,c}$  = Tensão de compressão média atuante na laje para a região central aos 28 dias;

$F_{cf}$  = Força de protensão efetiva para a região central considerando as perdas finais;

$h$  = altura da laje;

$l_c$  = largura da faixa distribuição de momentos da laje para a região central.

**b) Verificação das tensões no concreto na idade de protensão (5 dias)**

- **Tensão limite de tração:**

$$\sigma_{t,lim.5} = 0,5 \cdot \sqrt{f'_{ci}} = 0,5 \cdot \sqrt{21} = 2,3 \text{ MPa}$$

- **Tensão limite de compressão para a zona do momento negativo:**

$$\sigma_{cn,lim.5} = 0,4 \cdot f'_{ci} = 0,4 \cdot 21 = 8,4 \text{ MPa}$$

- **Tensão limite de compressão para a zona do momento positivo:**

$$\sigma_{cp,lim,5} = 0,6 \cdot f'_{ci} = 0,6 \cdot 21 = 12,6 \text{ MPa}$$

Onde:

$f'_{ci}$  = resistência característica do concreto na idade "i" dias;

$\sigma_{t,lim,5}$  = tensão de tração máxima admissível do concreto na idade de 5 dias;

$\sigma_{cn,lim,5}$  = tensão de compressão máxima admissível do concreto na idade de 5 dias, referente a zona do momento positivo na laje;

$\sigma_{cp,lim,5}$  = tensão de compressão máxima admissível do concreto na idade de 5 dias, referente a zona do momento negativo na laje.

**c) Verificação das tensões em serviço no concreto após as perdas de protensão**

- **Tensão limite de tração:**

$$\sigma_{t,lim} = 0,5 \cdot \sqrt{f'_c} = 0,5 \cdot \sqrt{30} = 2,7 \text{ MPa}$$

- **Tensão limite de compressão para a zona do momento negativo:**

$$\sigma_{cn,lim} = 0,4 \cdot f'_c = 0,3 \cdot 30 = 9,0 \text{ MPa}$$

- **Tensão limite de compressão para a zona do momento positivo:**

$$\sigma_{cp,lim} = 0,6 \cdot f'_c = 0,45 \cdot 30 = 13,5 \text{ MPa}$$

Onde:

$f'_c$  = resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ );

$\sigma_{t,lim}$  = tensão de tração máxima admissível do concreto na idade de 28 dias;

$\sigma_{cn,lim}$  = tensão de compressão máxima admissível do concreto na idade de 28 dias, referente a zona do momento positivo na laje;

$\sigma_{cp,lim}$  = tensão de compressão máxima admissível do concreto na idade de 28 dias, referente a zona do momento negativo na laje.

**d) Verificação das tensões para a combinação de ruptura no ato da protensão**

**d.1) Para a compressão na zona do momento negativo**

- Para a faixa do pilares:

$$W_p = \frac{360 \cdot 21^2}{6} = 26.460 \text{ cm}^3$$

$$A_p = 360 \cdot 21 = 7.560 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_i = \frac{19 \cdot 14000 \cdot 0,94}{7560} = 33,07 \text{ kgf/cm}^2$$

$$M = 214.000 \cdot 3,6 = 770.400 \text{ kgf.cm}$$

$$\sigma = 33,07 + \frac{770.400}{26460} = 62,19 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 6,22 \text{ MPa} < \sigma_{cn,lim.5} \blacktriangleright \text{OK! (menor que a tensão limite, ver Item b)}$$

- Para a faixa central:

$$W_c = \frac{180 \cdot 21^2}{6} = 13.230 \text{ cm}^3$$

$$A_p = 180 \cdot 21 = 3.780 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_i = \frac{5 \cdot 14000 \cdot 0,94}{3780} = 17,40 \text{ kgf/cm}^2$$

$$M = 175.000 \cdot 1,8 = 315.000 \text{ kgf.cm}$$

$$\sigma = 17,40 + \frac{315.000}{13230} = 41,21 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 4,12 \text{ MPa} < \sigma_{cn,lim.5} \blacktriangleright \text{OK! (menor que a tensão limite, ver Item b)}$$

**d.2) Para a compressão na zona do momento positivo**

- Para a faixa do pilares:

$$M = 383.000 \cdot 3,6 = 1.378.800 \text{ kgf.cm}$$

$$\sigma = 33,07 + \frac{1.378.800}{26460} = 85,18 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 8,52 \text{ MPa} < \sigma_{cp,lim.5} \blacktriangleright \text{OK! (menor que a tensão limite, ver Item b)}$$

- Para a faixa central:

$$M = 127.800 \cdot 1,8 = 230.040 \text{ kgf.cm}$$

$$\sigma = 17,40 + \frac{230.040}{13230} = 34,79 \frac{kgf}{cm^2}$$

$\sigma = 3,48 \text{ MPa} < \sigma_{cp,lim.5} \blacktriangleright$  OK! (menor que a tensão limite, ver Item b)

### **d.3) Para a tração na zona mais crítica**

- **Para a faixa do pilares:**

$$\sigma = 33,07 - \frac{1.378.800}{26460} = -19,04 \frac{kgf}{cm^2}$$

$\sigma = -1,90 \text{ MPa (tração)} < \sigma_{t,lim.5} \blacktriangleright$  OK! (menor que a tensão limite, ver Item b)

- **Para a faixa central:**

$$\sigma = 17,40 - \frac{230.040}{13230} = 0,01 \frac{kgf}{cm^2}$$

$\sigma = 0,0 \text{ MPa (nula)} < \sigma_{t,lim.5} \blacktriangleright$  OK! (menor que a tensão limite, ver Item b)

### **e) Verificação das tensões para a combinação rara de serviço (após as perdas por protensão)**

#### **e.1) Para a compressão na zona do momento negativo**

- **Para a faixa do pilares:**

$$W_p = \frac{360 \cdot 21^2}{6} = 26.460 \text{ cm}^3$$

$$A_p = 360 \cdot 21 = 7.560 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_i = \frac{19 \cdot 14000 \cdot 0,88}{7560} = 30,96 \text{ kgf/cm}^2$$

$$M = 372.000 \cdot 3,6 = 1.339.200 \text{ kgf.cm}$$

$$\sigma = 30,96 + \frac{1.339.200}{26460} = 81,6 \frac{kgf}{cm^2}$$

$\sigma = 8,16 \text{ MPa} < \sigma_{cn,lim} \blacktriangleright$  OK! (menor que a tensão limite, ver Item c)

- **Para a faixa central:**

$$W_c = \frac{180 \cdot 21^2}{6} = 13.230 \text{ cm}^3$$

$$A_p = 180 \cdot 21 = 3.780 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_i = \frac{5 \cdot 14000 \cdot 0,88}{3780} = 16,30 \text{ kgf/cm}^2$$

$$M = 124.000 \cdot 1,8 = 223.200 \text{ kgf.cm}$$

$$\sigma = 16,30 + \frac{223.200}{13230} = 33,17 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$\sigma = 3,32 \text{ MPa} < \sigma_{cn,lim}$  ► OK! (menor que a tensão limite, ver Item c)

**e.2) Para a compressão na zona do momento positivo**

- Para a faixa do pilares:

$$M = 140.000 \cdot 3,6 = 504.000 \text{ kgf.cm}$$

$$\sigma = 30,96 + \frac{504.000}{26460} = 50,0 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$\sigma = 5,00 \text{ MPa} < \sigma_{cp,lim}$  ► OK! (menor que a tensão limite, ver Item c)

- Para a faixa central:

$$M = 115.000 \cdot 1,8 = 207.000 \text{ kgf.cm}$$

$$\sigma = 16,30 + \frac{207.000}{13230} = 32,0 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$\sigma = 3,20 \text{ MPa} < \sigma_{cp,lim}$  ► OK! (menor que a tensão limite, ver Item c)

**e.3) Para a tração na zona mais crítica**

- Para a faixa do pilares:

$$\sigma = 30,96 - \frac{1.339.200}{26460} = -19,7 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$\sigma = -1,97 \text{ MPa (tração)} < \sigma_{t,lim}$  ► OK! (menor que a tensão limite, ver Item c)

- Para a faixa central:

$$\sigma = 16,30 - \frac{223.200}{13230} = -0,60 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$\sigma = -0,06 \text{ MPam (tração)} < \sigma_{t,lim}$  ► OK! (menor que a tensão limite, ver Item c)

**f) Verificação das tensões de tração para a combinação quase permanente de serviço, quanto ao Estado Limite de Descompressão (ELS-D)**

**f.1) Para a tração na zona do momento positivo**

- Para a faixa do pilares:

$$M = 79.000 \cdot 3,6 = 284.400 \text{ kgf.cm}$$

$$\sigma = 30,96 - \frac{284.400}{26460} = 20,21 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$\sigma = 2,02 \text{ MPa}$  (compressão)  $< \sigma_{t,lim}$  ► OK! (menor que a tensão limite, ver Item c)

- Para a faixa central:

$$M = 65.000 \cdot 1,8 = 117.000 \text{ kgf.cm}$$

$$\sigma = 16,30 - \frac{117.000}{13230} = 7,46 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$\sigma = 0,75 \text{ MPa}$  (compressão)  $< \sigma_{t,lim}$  ► OK! (menor que a tensão limite, ver Item c)

**g) Verificação das tensões de tração para a combinação frequente de serviço, quanto ao Estado Limite de Fissuração Inaceitável (ELS-W)****g.1) Para a tração na zona do momento positivo**

- Para a faixa do pilares:

$$M = 243.000 \cdot 3,6 = 874.800 \text{ kgf.cm}$$

$$\sigma = 30,96 - \frac{874.800}{26460} = -2,10 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = -0,21 \text{ MPa (tração)} < \sigma_{t,lim} \text{ ► OK!}$$

- Para a faixa central:

$$M = 81.000 \cdot 1,8 = 145.800 \text{ kgf.cm}$$

$$\sigma = 16,30 - \frac{145.800}{13230} = 5,28 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 0,53 \text{ MPa (compressão)} < \sigma_{t,lim} \text{ ► OK!}$$

A resistência à tração no concreto ( $f_{ctk}$ ) é de 2,03 MPa, conforme o Item 3.2.1. Portanto, a laje atende ao ELS-W. A seção está atuando no Estádio I.

#### 4.1.13 Verificação Quanto ao Estado Limite Último (ELU)

##### a) Verificação das tensões máximas para a combinação de ruptura no ato da protensão, quanto ao Estado Limite Último

- Tensão limite de compressão:

$$\sigma_{Cu,lim} = 0,70 \cdot f_{ck,5} = 0,70 \cdot 21 = 14,7 \text{ MPa (compressão)}$$

Considerando o momento  $M_1=38,3 \text{ KN.m/m}$ , calculado para a faixa dos apoios, referente a combinação de ruptura no ato da protensão, é calculada a tensão de compressão atuante na peça:

$$M = 383.000 \cdot 3,6 = 1.378.800 \text{ kgf.cm}$$

$$\sigma = 33,07 + \frac{1.378.800}{26460} = 85,18 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 8,52 \text{ MPa} < \sigma_{Cu,lim} \blacktriangleright \text{OK! (menor que a tensão limite de compressão } \sigma_{Cu,lim})$$

A laje resiste aos esforços de compressão referentes ao ELU no ato da protensão.

- Tensão limite de tração:

$$\sigma_{Tu,lim} = 1,20 \cdot f_{ctk,5} = 1,20 \cdot 1,60 = 1,92 \text{ MPa (tração)}$$

Considerando o momento  $M_1=38,3 \text{ KN.m/m}$ , calculado para a faixa dos apoios, referente a combinação de ruptura no ato da protensão, é calculada a tensão de tração atuante na peça:

$$\sigma = 33,07 - \frac{1.378.800}{26460} = -19,04 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = -1,90 \text{ MPa (tração)} < \sigma_{Tu,lim} \blacktriangleright \text{OK! (menor que a tensão limite de tração } \sigma_{Tu,lim})$$

Portanto, como foi obtido, no cálculo das tensões atuantes na peça, 8,52 MPa de compressão e 1,90 MPa de tração, tendo seus limites, respectivamente de 14,7 MPa e 1,92 MPa, a laje atende ao ELU no ato da protensão.

#### 4.1.14 Verificação Quanto ao Estado Limite Último de Ruptura por Flexão

Para as verificações e os cálculos das armaduras ativas, serão utilizados os momentos referentes a combinação última de ações, por ser o estado mais crítico à flexão da peça, conforme NBR 8681 (2002).

##### a) Tensão na Armadura de Protensão

- Força de protensão de cálculo ( $P_d$ ):

$$P_d = \gamma_p \cdot P_k = 1,0 \cdot (0,88 \cdot 14000) = 12.320 \text{ kgf/cabo}$$

- Tensão do concreto no CG da armadura de protensão ( $\sigma_{cp}$ ):

$$\sigma_{cp} = \frac{P_d}{b \cdot h} + 12 \cdot \frac{P_d \cdot e_p^2}{b \cdot h^3}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{12.320}{100 \cdot 21} + 12 \cdot \frac{12.320 \cdot 6,5^2}{100 \cdot 21^3} = 12,61 \frac{\text{kgf/cm}^2}{\text{cabo}}$$

- Força de neutralização ( $P_n$ ):

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_c} = \frac{196,0}{30,6} = 7,1$$

$$P_n = P_d + \alpha_p \cdot A_p \cdot |\sigma_{cp}|$$

$$P_n = 12.320 + 7,1 \cdot 0,987 \cdot 12,61 = 12.408,4 \text{ kgf/cabo}$$

- Verificação da tensão na armadura de protensão ( $\sigma_{p,A}$ ) na faixa dos apoios para  $L/h < 35$ :

$$\sigma_{pn} = \frac{P_n}{A_p} = \frac{12.408,4}{0,987} = 12.571,8 \frac{\text{kgf/cm}^2}{\text{cabo}}$$

$$\rho_{p,A} = \frac{A_{p,A}}{b_w \cdot d} = \frac{5,21}{100 \cdot 17} = 0,306\%$$

$$\sigma_{p,A} = \sigma_{pn} + 700 + \frac{f_{ck}}{100 \cdot \rho_p} \leq \sigma_{pe} + 4200 \leq f_{pyk}$$

$$\sigma_{p,A} = \frac{12.571 \cdot 19}{3,6} + 700 + \frac{30}{100 \cdot 0,00306} \leq \frac{19 \cdot 0,88 \cdot 14000}{3,6 \cdot 0,987} + 4200$$

$$\sigma_{p,A} = 67.145,0 \text{ kgf/cm}^2 \leq 70.078,7 \text{ kgf/cm}^2$$

- Tensão de cálculo na armadura de protensão para a faixa dos apoios ( $\sigma_{pd,A}$ ):

$$\sigma_{pd,A} = \frac{\sigma_{p,A}}{\gamma}$$

$$\sigma_{pd,A} = \frac{67145}{1,15} = 58.387,0 \text{ kgf/cm}^2$$

- Verificação da tensão na armadura de protensão ( $\sigma_{p,C}$ ) na faixa central para  $L/h < 35$ :

$$\sigma_{pn} = \frac{P_n}{A_p} = \frac{12.408,4}{0,987} = 12.571,8 \frac{\text{kgf/cm}^2}{\text{cabo}}$$

$$\rho_{p,C} = \frac{A_{p,C}}{b_w \cdot d} = \frac{2,74}{100 \cdot 17} = 0,161\%$$

$$\sigma_{p,C} = \sigma_{pn} + 700 + \frac{f_{ck}}{100 \cdot \rho_p} \leq \sigma_{pe} + 4200 \leq f_{pyk}$$

$$\sigma_{p,C} = \frac{12.571 \cdot 5}{1,8} + 700 + \frac{30}{100 \cdot 0,00161} \leq \frac{5 \cdot 0,88 \cdot 14000}{1,8 \cdot 0,987} + 4200$$

$$\sigma_{p,C} = 35.806,0 \text{ kgf/cm}^2 \leq 38.873,0 \text{ kgf/cm}^2$$

- Tensão de cálculo na armadura de protensão para a faixa central ( $\sigma_{pd,C}$ ):

$$\sigma_{pd,C} = \frac{\sigma_{pd,C}}{\gamma}$$

$$\sigma_{pd,C} = \frac{35806}{1,15} = 31.135,7 \text{ kgf/cm}^2$$

#### 4.1.15 Cálculo das Armaduras

##### 4.1.15.1 Armadura Passiva Negativa

Para o cálculo das armaduras passivas, serão utilizados os momentos referentes a combinação última de ações.

##### a) Para a faixa dos apoios

- Área de aço de protensão nas faixas dos apoios ( $A_{p,A}$ ):

$$A_{p,A} = \frac{n \text{ de cordoalhas} \cdot \text{área de uma cordoalha}}{\text{vão}} = 5,21 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{p,A} = \frac{19 \cdot 0,987 \text{ cm}^2}{3,60 \text{ m}} = 5,21 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Taxa de armadura de protensão para a faixa dos apoios:

$$\rho_{P,A} = 0,306\%$$

- Área de aço mínima para a faixa dos apoios ( $A_{S,\min}^-$ ):

A área de aço mínima deve atender os seguintes valores mínimos:

$$\rho_{\min} = 0,173\% - \text{NBR 6118 (2007)}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq \rho_{\min} - 0,2\rho_P = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,00173 - 0,2 \cdot 0,00306$$

$$A_S \geq 1,9 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq 0,5 \cdot \rho_{\min} = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,5 \cdot 0,00173$$

$$A_S \geq 1,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_S \geq 0,00075 \cdot h \cdot l$$

$$A_S \geq 11,34 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, para a faixa dos apoios,  $A_{S,\min}^- = 11,34 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

- Momento de Cálculo ( $M_{d,A}^-$ ) para a faixa dos apoios:

Para o efeito hiperestático gerado na estrutura, considera-se um acréscimo na ordem de 15% nos momentos negativos e positivos.

$$M_{d,A}^- = -12.450 + (0,15 \cdot 12.450) = -10.582,5 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

- Tensão de cálculo na armadura de protensão ( $\sigma_{pd,A}$ ):

$$\sigma_{pd,A} = 58.387,0 \text{ kgf}/\text{cm}^2$$

- Equilíbrio da seção:

$$|M_{d,A}^-| \leq |M_{d,res}| = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{1,4} \cdot b \cdot 0,8x \cdot (d - 0,4x)$$

$$1.058.250 = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x \cdot (17 - 0,4x)$$

$$x^2 - 42,5x + 181,56$$

$$x = 4,82 \text{ cm}$$

$$R_{C,C} = R_{T,P} + R_{T,S}$$

$$R_{C,C} = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x$$

$$R_{C,C} = 14.571,43 \cdot 4,82 = 70.234,3 \text{ kgf}$$

$$R_{T,S} = R_{C,C} - R_{T,P}$$

$$R_{T,P} = \sigma_{pd,A} \cdot A_p = 50.387 \cdot 0,987$$

$$R_{T,P} = 57.628,0 \text{ kgf}$$

$$R_{T,P} < R_{C,C}$$

Como a parcela resistida pela armadura de protensão ( $R_{T,P}$ ) é menor que a resultante de compressão no concreto ( $R_{C,C}$ ), a seção necessita da parcela resistida pela armadura passiva ( $R_{T,S}$ ) para entrar em equilíbrio.

Assim, a força que deve ser resistida pela armadura passiva é:

$$R_{T,S} = 70.234,3 - R_{T,P}$$

$$R_{T,S} = 70.234,3 - 57.628,0$$

$$R_{T,S} = 12.606,3 \text{ kgf}$$

- Área de aço negativa necessária ( $A_{S,A}^-$ ) para o aço CA-50, em um metro para a faixa dos apoios:

$$A_{S,A}^- = \frac{R_{T,S}}{f_{yd}}$$

$$f_{yd} = \frac{50}{1,15} = 43,478 \text{ KN/cm}^2$$

$$A_{S,A}^- = \frac{12.606,3}{4347,8} = 2,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, para a armadura negativa na faixa dos apoios (3,60m), foi obtido  $A_{S,A}^- = 2,90 \text{ cm}^2/\text{m}$ . Como  $A_{S,A}^- < A_{S,\text{mín}}^-$ , adota-se a área de aço mínima.

$$A_{S,A}^- = 11,34 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (mínima)}$$

Utilizando  $\varnothing 16\text{mm}$ , tem-se:

$$n^\circ \text{ de barras} = \frac{11,34 \cdot 3,6}{2,0106} = 23 \varnothing 16\text{mm}$$

$$s = \frac{360}{23} = 15\text{cm}$$

Portanto, a distribuição da armadura negativa na faixa dos apoios (3,60 m) fica: **23  $\varnothing 16\text{mm}$  c/15cm.**

**b) Para a faixa central**

- Área de aço de protensão na faixa central ( $A_{P,C}$ ):

$$A_{P,C} = \frac{5 \cdot 0,987 \text{ cm}^2}{1,80 \text{ m}} = 2,74 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Taxa de armadura de protensão para a faixa central:

$$\rho_{P,C} = 0,161\%$$

- Área de aço mínima para a faixa central ( $A_{S,\text{mín}}^-$ ):

A área de aço mínima deve atender os seguintes valores mínimos:

$$\rho_{\text{mín}} = 0,173\% - \text{NBR 6118 (2007)}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq \rho_{\text{mín}} - 0,2\rho_P = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,00173 - 0,2 \cdot 0,00161$$

$$A_S \geq 2,4 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq 0,5 \cdot \rho_{\text{mín}} = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,5 \cdot 0,00173$$

$$A_S \geq 1,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, para a faixa central,  $A_{S,\text{mín}}^- = 2,4 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

- Momento de Cálculo ( $M_{d,C}^-$ ) para a faixa central:

Para o efeito hiperestático gerado na estrutura, considera-se um acréscimo na ordem de 15% nos momentos negativos e positivos.

$$M_{d,C}^- = -4.150 + (0,15 \cdot 4.150) = -3.527,5 \text{ kgf.cm}$$

- Tensão de cálculo na armadura de protensão ( $\sigma_{pd,C}$ ):

$$\sigma_{pd,C} = 31.135,7 \text{ kgf/cm}^2$$

- Equilíbrio da seção:

$$|M_{d,C}^-| \leq |M_{d,res}| = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{1,4} \cdot b \cdot 0,8x \cdot (d - 0,4x)$$

$$352.750 = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x \cdot (17 - 0,4x)$$

$$x^2 - 42,5x + 60,52$$

$$x = 1,48 \text{ cm}$$

$$R_{C,C} = R_{T,P} + R_{T,S}$$

$$R_{C,C} = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x$$

$$R_{C,C} = 14.571,43 \cdot 1,48 = 21565,7 \text{ kgf}$$

$$R_{T,S} = R_{C,C} - R_{T,P}$$

$$R_{T,P} = \sigma_{pd,C} \cdot A_p = 31.135,7 \cdot 0,987$$

$$R_{T,P} = 30.730,9 \text{ kgf}$$

$$\mathbf{R_{T,P} > R_{C,C}}$$

Como a parcela resistida pela armadura de protensão ( $R_{T,P}$ ) é maior que a resultante de compressão no concreto ( $R_{C,C}$ ), a parcela resistida pela armadura ativa é suficiente para manter o equilíbrio na seção, não sendo necessário o cálculo da parcela resistida pela armadura passiva ( $R_{T,S}$ ), apenas utiliza-se a armadura mínima.

$$\mathbf{A_{S,C}^- = 2,4 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (mínima)}}$$

Utilizando  $\varnothing 10\text{mm}$ , tem-se:

$$n^{\circ} \text{de barras} = \frac{2,4 \cdot 1,8}{0,7854} = \mathbf{6 \varnothing 10\text{mm}}$$

$$s = \frac{180}{6} = \mathbf{30\text{cm}}$$

Portanto, a distribuição da armadura negativa na faixa central (1,80 m) fica:  $\mathbf{6 \varnothing 10 \text{ mm c/ } 30\text{cm}}$ .

#### 4.1.15.2 Armadura Passiva Positiva

##### a) Para a faixa dos apoios

- Área de aço mínima para a faixa dos apoios ( $A_{S,\text{mín}}^+$ ):

A área de aço mínima deve atender os seguintes valores mínimos:

$$\rho_{\text{mín}} = 0,173\% - \text{NBR 6118 (2007)}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq \rho_{\text{mín}} - 0,2\rho_p = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,00173 - 0,2 \cdot 0,00306$$

$$A_S \geq 1,9 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq 0,5 \cdot \rho_{\text{mín}} = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,5 \cdot 0,00173$$

$$A_S \geq 1,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, para a faixa dos apoios,  $\mathbf{A_{S,\text{mín}}^+ = 1,9 \text{ cm}^2/\text{m}}$ .

- Momento de Cálculo ( $M_{d,A}^+$ ) para a faixa central:

Para o efeito hiperestático gerado na estrutura, considera-se um acréscimo na ordem de 15% nos momentos negativos e positivos.

$$M_{d,A}^+ = 1,15 \cdot 4.770 = 5.485,5 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

- Tensão de cálculo na armadura de protensão ( $\sigma_{pd,C}$ ):

$$\sigma_{pd,A} = 58.387,0 \text{ kgf/cm}^2$$

- Equilíbrio da seção:

$$|M_{d,A}^+| \leq |M_{d,res}| = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{1,4} \cdot b \cdot 0,8x \cdot (d - 0,4x)$$

$$548.550 = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x \cdot (17 - 0,4x)$$

$$x^2 - 42,5x + 94,11$$

$$x = 2,34 \text{ cm}$$

$$R_{C,C} = R_{T,P} + R_{T,S}$$

$$R_{C,C} = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x$$

$$R_{C,C} = 14.571,43 \cdot 2,34 = 34.097,1 \text{ kgf}$$

$$R_{T,S} = R_{C,C} - R_{T,P}$$

$$R_{T,P} = \sigma_{pd,A} \cdot A_p = 58.387 \cdot 0,987$$

$$R_{T,P} = 57.628,0 \text{ kgf}$$

$$R_{T,P} > R_{C,C}$$

Como a parcela resistida pela armadura de protensão ( $R_{T,P}$ ) é maior que a resultante de compressão no concreto ( $R_{C,C}$ ), a parcela resistida pela armadura ativa é suficiente para manter o equilíbrio na seção, não sendo necessário o cálculo da parcela resistida pela armadura passiva ( $R_{T,S}$ ), apenas utiliza-se a armadura mínima.

$$A_{S,A}^+ = 1,9 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (mínima)}$$

Utilizando Ø8mm, tem-se:

$$n^{\circ} \text{de barras} = \frac{1,9 \cdot 3,6}{0,5027} = 14 \text{ } \varnothing 8 \text{ mm}$$

$$s = \frac{360}{14} = 25 \text{ cm}$$

Portanto, a distribuição da armadura positiva na faixa dos apoios (3,60 m) fica: **14 Ø 8mm c/ 25cm**.

**b) Para a faixa central**

- Área de aço mínima para a faixa central ( $A_{S,\text{mín}}^+$ ):

A área de aço mínima deve atender os seguintes valores mínimos:

$$\rho_{\text{mín}} = 0,173\% - \text{NBR 6118 (2007)}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq \rho_{\text{mín}} - 0,2\rho_P = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,00173 - 0,2 \cdot 0,00161$$

$$A_S \geq 2,4 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq 0,5 \cdot \rho_{\text{mín}} = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,5 \cdot 0,00173$$

$$A_S \geq 1,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, para a faixa central,  $A_{S,\text{mín}}^+ = 2,4 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

- Momento de Cálculo ( $M_{d,C}^+$ ) para a faixa central:

Para o efeito hiperestático gerado na estrutura, considera-se um acréscimo na ordem de 15% nos momentos negativos e positivos.

$$M_{d,C}^+ = 1,15 \cdot 3.990 = 4.588,5 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

- Tensão de cálculo na armadura de protensão ( $\sigma_{pd,C}$ ):

$$\sigma_{pd,C} = 31.135,7 \text{ kgf}/\text{cm}^2$$

- Equilíbrio da seção:

$$|M_{d,C}^+| \leq |M_{d,res}| = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{1,4} \cdot b \cdot 0,8x \cdot (d - 0,4x)$$

$$458.850 = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x \cdot (17 - 0,4x)$$

$$x^2 - 42,5x + 78,72$$

$$x = 1,94 \text{ cm}$$

$$R_{C,C} = R_{T,P} + R_{T,S}$$

$$R_{C,C} = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x$$

$$R_{C,C} = 14.571,43 \cdot 1,94 = 28.268,6 \text{ kgf}$$

$$R_{T,S} = R_{C,C} - R_{T,P}$$

$$R_{T,P} = \sigma_{pd,C} \cdot A_p = 31.135,7 \cdot 0,987$$

$$R_{T,P} = 30.731,0kgf$$

$$R_{T,P} > R_{C,C}$$

Como a parcela resistida pela armadura de protensão ( $R_{T,P}$ ) é maior que a resultante de compressão no concreto ( $R_{C,C}$ ), a parcela resistida pela armadura ativa é suficiente para manter o equilíbrio na seção, não sendo necessário o cálculo da parcela resistida pela armadura passiva ( $R_{T,S}$ ), apenas utiliza-se a armadura mínima.

$$A_{S,C}^+ = 2,4cm^2/m \text{ (mínima)}$$

Utilizando  $\varnothing 8mm$ , tem-se:

$$n^{\circ} \text{de barras} = \frac{2,4 \cdot 1,8}{0,5027} = 9 \varnothing 8mm$$

$$s = \frac{180}{9} = 20cm$$

Portanto, a distribuição da armadura positiva na faixa central (1,80 m) fica: **9  $\varnothing 8mm$  c/ 20cm.**

O Quadro 13, resume as armaduras passivas negativas e positivas para as faixas centrais e dos apoios da laje, obtidas nos Itens 4.1.15.1 e 4.1.15.2, referentes ao pórtico A.

Quadro 13 – Armaduras passivas positivas e negativas para as faixas da laje, referentes ao pórtico A.

		PÓRTICO A
<b>ARMADURA PASSIVA POSITIVA</b>	FAIXA DOS APOIOS	<b>14 <math>\varnothing 8mm</math> c/ 25cm (mín.)</b>
	FAIXA CENTRAL	<b>9 <math>\varnothing 8mm</math> c/ 20cm (mín.)</b>
<b>ARMADURA PASSIVA NEGATIVA</b>	FAIXA DOS APOIOS	<b>23 <math>\varnothing 16mm</math> c/ 15cm (mín.)</b>
	FAIXA CENTRAL	<b>6 <math>\varnothing 10mm</math> c/ 30cm (mín.)</b>

Fonte: Autoria própria.

De acordo com os cálculos, foram necessárias apenas as quantidades mínimas de armadura positivas e negativas para ambas as faixas de distribuição da laje.

#### 4.1.16 Verificação Quanto ao Estado Limite Último de Ruptura por Cisalhamento

##### 4.1.16.1 Reações nos pilares internos 2 ( $R_{P2}$ ) e 4 ( $R_{P4}$ ), para a combinação última de ações

Para visualizar a localização dos pilares na laje, utiliza-se os Anexos 1 e 2.

As reações obtidas nos pilares, com o auxílio da ferramenta Ftool (2008), são:

$$R_{P2} = R_{P4} = 466,3 \text{ KN}$$

Os pilares P2 e P4 são iguais devido a simetria da laje, tendo sido obtidas reações iguais aos mesmos.

Para os pilares internos, como os carregamentos são simétricos, não haverá momentos nas ligações laje-pilar, portanto, será considerado apenas as forças normais.

##### a) Verificação da tensão de compressão na diagonal do concreto, para o perímetro dos pilares 2 e 4:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$$

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{\text{perímetro}_p \cdot d}$$

$$\text{perímetro}_p = 40 \cdot 4 = 160 \text{ cm}$$

$$\tau_{Sd} = \frac{46.630}{160 \cdot 17} = 17,14 \text{ kgf/cm}^2 = 1,71 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left( \frac{1 - f_{ck}}{250} \right) f_{cd} = 0,27 \cdot 0,88 \cdot \frac{30}{1,4} = 5,09 \text{ MPa}$$

Como, a diagonal do concreto, para os pilares 2 e 4, atende às solicitações submetidas.

**b) Verificação das tensões à necessidade de armadura de cisalhamento (perímetro afastado “2d” do pilar), para os pilares 2 e 4:**

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$$

$$\text{perímetro}_p = 40 \cdot 4 + 4\pi \cdot 17 = 373,63 \text{ cm}$$

$$\tau_{Sd} = \frac{46.630}{373,63 \cdot 17} = 7,34 \text{ kgf/cm}^2 = 0,73 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$$

$$\rho_x = \rho_y = \frac{A_{S1}}{b_w \cdot d} = \frac{14,4 \cdot 1,23}{140,5 \cdot 17} = 0,0074$$

$$\rho = \sqrt{0,0074 \cdot 0,0074} = 0,0074$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{17}} \right) \cdot (100 \cdot 0,0074 \cdot 30)^{1/3} = 0,76 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$ , não é necessária a utilização de armadura de cisalhamento (punção) para os pilares 2 e 4, pois a seção já está em equilíbrio.

**4.1.16.2 Reações no pilar interno 3 ( $R_{P3}$ ), para a combinação última de ações**

Para visualizar a localização dos pilares na laje, utiliza-se os Anexos 1 e 2. A reação obtida no pilar, com o auxílio da ferramenta Ftool (2008), é:

$$R_{P3} = 448,9 \text{ KN}$$

**a) Verificação da tensão de compressão na diagonal do concreto, para o perímetro do pilar 3:**

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$$

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{\text{perímetro}_p \cdot d}$$

$$\text{perímetro}_p = 40 \cdot 4 = 160 \text{ cm}$$

$$\tau_{Sd} = \frac{44.890}{160 \cdot 17} = 16,50 \text{ kgf/cm}^2 = 1,65 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left( \frac{1 - f_{ck}}{250} \right) f_{cd} = 0,27 \cdot 0,88 \cdot \frac{30}{1,4} = 5,09 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$ , a diagonal do concreto, para o pilar 3, atende às solicitações submetidas.

**b) Verificação das tensões à necessidade de armadura de cisalhamento (perímetro afastado "2d" do pilar), para o pilar 3:**

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$$

$$\text{perímetro}_p = 40 \cdot 4 + 4\pi \cdot 17 = 373,63 \text{ cm}$$

$$\tau_{Sd} = \frac{44.890}{373,63 \cdot 17} = 7,10 \text{ kgf/cm}^2 = 0,71 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$$

$$\rho_x = \rho_y = \frac{A_{S1}}{b_w \cdot d} = \frac{14,4 \cdot 1,23}{140,5 \cdot 17} = 0,0074$$

$$\rho = \sqrt{0,0074 \cdot 0,0074} = 0,0074$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{17}} \right) \cdot (100 \cdot 0,0074 \cdot 30)^{1/3} = 0,76 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$ , não é necessária a utilização de armadura de cisalhamento (punção) para o pilar3, pois a seção já está em equilíbrio.

**4.1.16.3 Reações nos pilares externos 1 ( $R_{P1}$ ) e 5 ( $R_{P5}$ ), para a combinação última de ações**

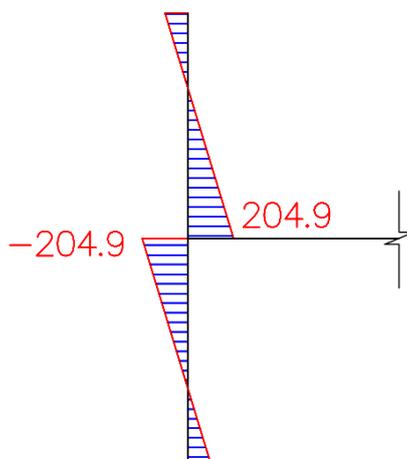
Para visualizar a localização dos pilares na laje, utiliza-se os Anexos 1 e 2.

As reações obtidas nos pilares, com o auxílio da ferramenta Ftool (2008), são:

$$R_{P1} = R_{P5} = 212,8 \text{ KN}$$

Como os pilares são externos, surgem momentos ( $M_{Sd}$ ) na ligação laje pilar para a direção dos vãos, que devem ser considerados, portanto para as verificações será considerado o momento  $M_{Sd} = 409,8 \text{ KN.m}$ , conforme a Figura 47:

Figura 47 – diagrama de momentos obtidos ligação laje-pilar, para os pilares externos 1 e 5, considerando a combinação última de ações.



$$M_{Sd} = 204,9 + 204,9 = 409,8 \text{ KN.m}$$

O momento para outra direção é nulo, pois os carregamentos laterais são simétricos.

**a) Verificação da tensão de compressão na diagonal do concreto, para o perímetro dos pilares 1 e 5:**

$$\tau_{Sd,E} \leq \tau_{Rd2}$$

$$\tau_{Sd,E} = \frac{F_{Sd}}{\text{perímetro}_p \cdot d} + \frac{K \cdot M_{Sd}}{W_p \cdot d}$$

$$\frac{b_p}{l_p} = \frac{40}{40} = 1$$

$K = 0,6$  – (para a relação  $l/b=1$ ) - NBR 6118 (2007)

$$W_p = 4 \cdot \left[ \left( \frac{b_p}{2} \right)^2 + \left( \frac{b_p}{2} \cdot \frac{l_p}{2} \right) \right]$$

$$W_p = 4 \cdot \left[ \left( \frac{40}{2} \right)^2 + \left( \frac{40}{2} \cdot \frac{40}{2} \right) \right] = 3.200 \text{ cm}^2$$

$$\text{perímetro}_p = 40 \cdot 4 = 160 \text{ cm}$$

$$\tau_{Sd,E} = \frac{21.280}{160 \cdot 17} + \frac{0,6 \cdot 409.800}{3200 \cdot 17} = 12,53 \text{ kgf/cm}^2 = 1,25 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left( \frac{1 - f_{ck}}{250} \right) f_{cd} = 0,27 \cdot 0,88 \cdot \frac{30}{1,4} = 5,09 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$ , a diagonal do concreto, para os pilares 1 e 5, atende às solicitações submetidas.

**b) Verificação das tensões à necessidade de armadura de cisalhamento (perímetro afastado “2d” do pilar), para os pilares 1 e 5:**

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,76 \text{ MPa}$$

$$\frac{b_p}{l_p} = \frac{40}{40} = 1$$

$$K = 0,6 - (\text{para a relação } l/b=1) - \text{NBR 6118 (2007)}$$

$$W_{P,C} = \frac{b_p^2}{2} + (b_p \cdot l_p) + (4l_p \cdot d) + 16d^2 + (2\pi \cdot d \cdot b_p)$$

$$W_{P,C} = \frac{40^2}{2} + (40 \cdot 40) + (4 \cdot 40 \cdot 17) + (16 \cdot 17^2) + (2\pi \cdot 17 \cdot 40)$$

$$W_{P,C} = 14.016,6$$

$$\text{perímetro}_P = 40 \cdot 4 + 4\pi \cdot 17 = 373,63 \text{ cm}$$

$$\tau_{Sd,E} = \frac{F_{Sd}}{\text{perímetro}_P \cdot d} + \frac{K \cdot M_{Sd}}{W_{P,C} \cdot d}$$

$$\tau_{Sd,E} = \frac{21.280}{373,63 \cdot 17} + \frac{0,6 \cdot 409.800}{14016,6 \cdot 17} = 4,40 \text{ kgf/cm}^2 = 0,44 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{Sd,E} \leq \tau_{Rd1}$ , não é necessária a utilização de armadura de cisalhamento (punção) para os pilares 1 e 5, pois a seção já está em equilíbrio.

#### 4.1.17 Verificação Quanto ao Estado Limite de Deformação Excessiva–Flechas

Feita a análise da estrutura a partir do pórtico equivalente, foi possível obter as flechas na laje, tanto para direção x como para y. Para tal usou-se o programa computacional *Ftool* (versão 2.12, 2008).

**a) Flecha considerando a combinação quase permanente de serviço ( $w_a$ ):**

$$w_a = 22,2 \text{ mm}$$

**b) Flecha considerando a combinação frequente de serviço ( $w_b$ ):**

$$w_b = 23,2 \text{ mm}$$

**c) Verificação dos limites de deslocamento:**

Considera-se a flecha para a pior situação,  $w_b = 23,2 \text{ mm}$ .

A flecha obtida deve atender os seguintes limites:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{l}{350} = \frac{7200}{350} = 20,57 \text{ mm} \\ 25\text{mm} \end{array} \right.$$

Portanto, a laje atende aos limites de deslocamento.

A partir dos Itens 4.1.12 ao 4.1.17, com exceção do Item 4.1.15, observou-se que a laje atendeu a todas exigências quanto às tensões referentes aos Estados Limites de Serviço (ELS) e aos Estados Limites Últimos (ELU) para o pórtico A, conforme é exposto nos Quadros 14 e 15.

Quadro 14 – Verificações quanto aos Estados Limites de Serviço (ELS) na laje, para o pórtico

A.

	<b>PÓRTICO A</b>
<b>TENSÕES MÉDIAS DE COMPRESSÃO NA LAJE</b>	<b>ATENDE</b>
<b>TENSÕES DE TRAÇÃO NO CONCRETO</b>	<b>ATENDE</b>
<b>TENSÕES DE COMPRESSÃO NO CONCRETO</b>	<b>ATENDE</b>
<b>TENSÕES DE TRAÇÃO – ESTADO LIMITE DE DESCOMPRESSÃO (ELS-D)</b>	<b>ATENDE</b>
<b>TENSÕES DE TRAÇÃO – ESTADO LIMITE DE FISSURAÇÃO (ELS-W)</b>	<b>ATENDE</b>

Fonte: Autoria própria.

Quadro 15 – Verificações quanto aos Estados Limites Últimos (ELS) na laje, para o pórtico A.

	PÓRTICO A
TENSÕES DE TRAÇÃO NO ATO DA PROTENSÃO	ATENDE
TENSÕES DE COMPRESSÃO NO ATO DA PROTENSÃO	ATENDE
TENSÕES DE CISALHAMENTO	ATENDE
DESLOCAMENTOS	ATENDE

Fonte: Autoria própria.

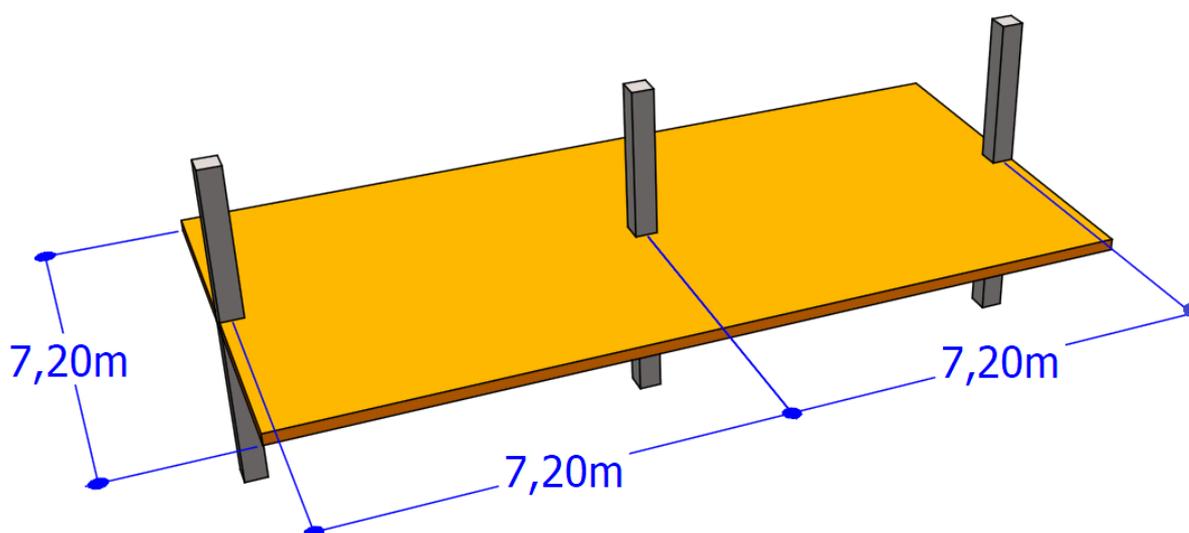
## 4.2 Memorial de Cálculos para o Pórtico B – Dimensionamentos, Verificações e Detalhamentos

Os itens 4.1.1, ao 4.1.5, definidos anteriormente para o pórtico A, serão utilizados de forma igual para o desenvolvimento da análise do pórtico B.

### 4.2.1 Método do Pórtico Equivalente (NBR 6118/2003)

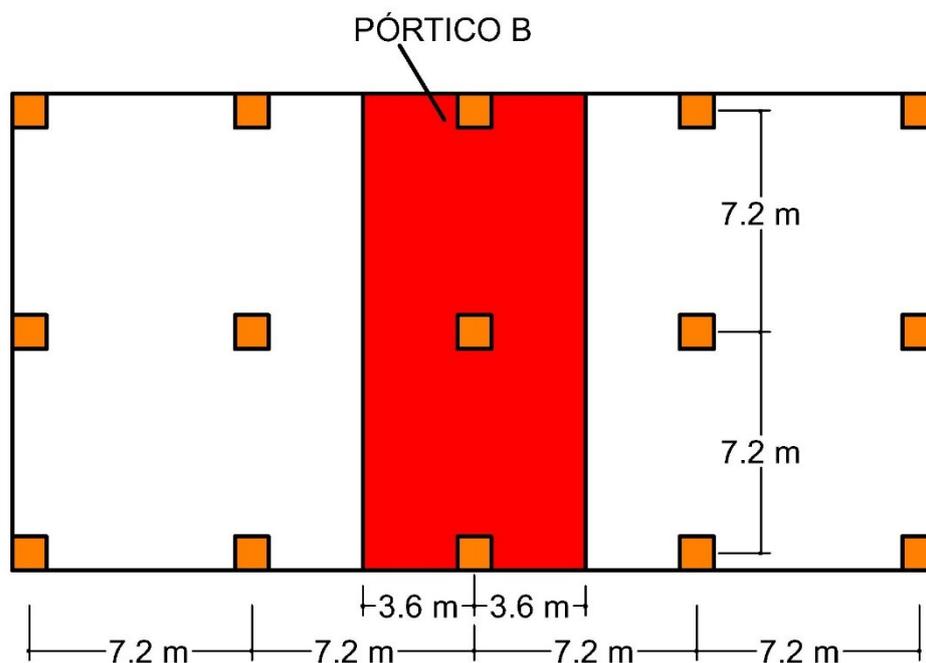
#### a) Definição do Pórticos Equivalente B (direção y)

Figura 48 – pórtico equivalente para a direção y (pórtico B) em perspectiva.



Fonte: autoria própria

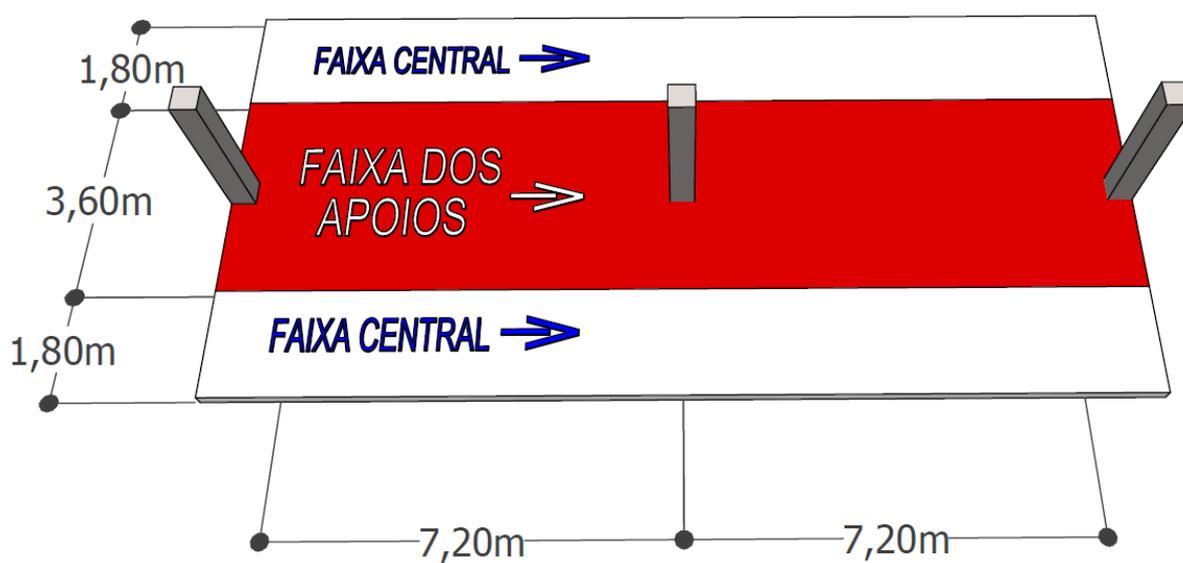
Figura 49– Pórtico equivalente para a direção y (pórtico B) em vista de topo.



Fonte: autoria própria

## b) Definição das Faixas de Distribuição dos momentos

Figura 50 - definição das faixas de distribuição dos momentos para o pórtico B.



Fonte: autoria própria

#### 4.2.2 Cálculo das Cargas Balanceadas

Para o Pórtico B, as cargas balanceadas são iguais as calculadas para os vãos de extremidade que no pórtico B, pois os dois vãos existentes tem a mesma dimensão que os do pórtico A e são calculados apenas como extremos, ou seja, não há vãos internos. Portanto, as cargas balanceadas para o pórtico B, são apenas as de vão de extremidade.

##### a) Cargas Balanceadas para os vãos de extremidade:

###### ▪ Com a protensão inicial:

$$q_{B1i} = 3.828,2 \text{ Kgf/m}$$

$$q_{B2i} = 9.570,4 \text{ Kgf/m}$$

$$q_{B3i} = -38.281,8 \text{ Kgf/m}$$

###### ▪ Com a protensão final:

$$q_{B1f} = 3.583,8 \text{ Kgf/m}$$

$$q_{B2f} = 8.959,6 \text{ Kgf/m}$$

$$q_{B3f} = -35.838,3 \text{ Kgf/m}$$

###### ▪ Resumo das cargas balanceadas obtidas para o pórtico B:

Quadro 4 – Resumo das cargas balanceadas para o pórtico B.

	Vão Externo (KN/m)
COM A PROTENSÃO INICIAL (6% de perdas)	$q_{b1} = 38,3$
	$q_{b2} = 95,7$
	$q_{b3} = -382,8$
COM A PROTENSÃO FINAL (12% de perdas)	$q_{b1} = 35,8$
	$q_{b2} = 89,6$
	$q_{b3} = -358,4$

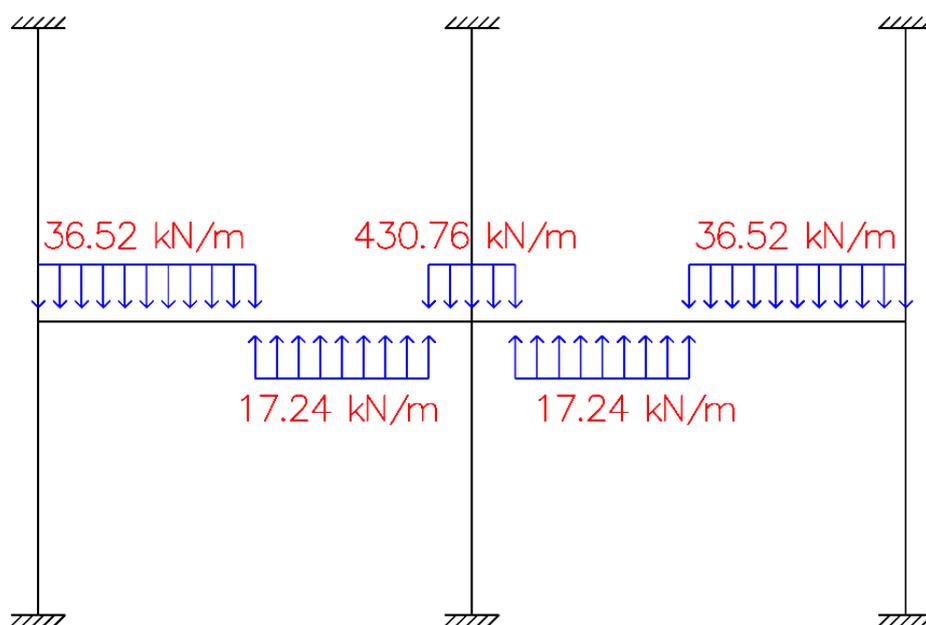
Fonte: autoria própria.

### 4.2.3 Diagramas de Momentos Fletores para as Combinações de Carregamentos

#### a) Para a combinação (a):

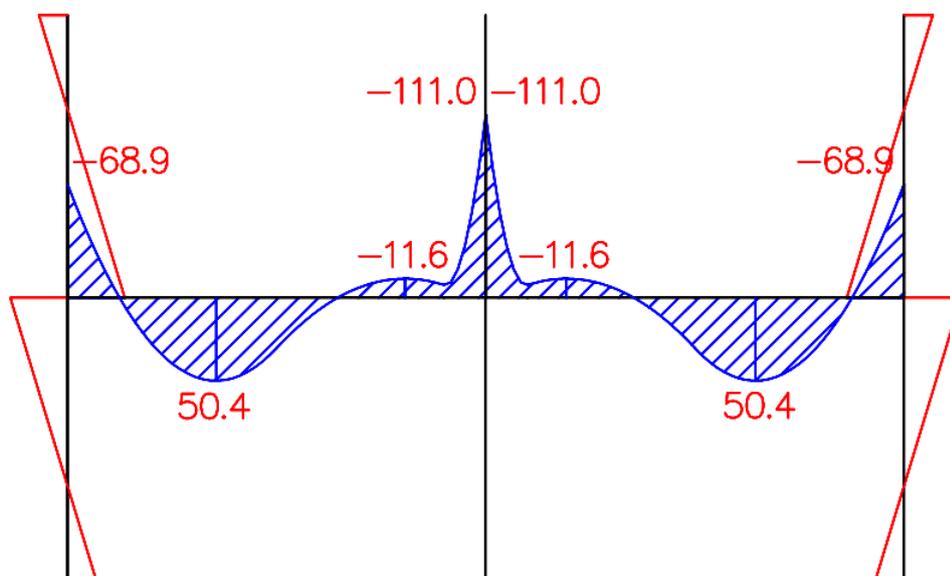
- De acordo com a combinação (a), os carregamentos equilibrados com as cargas balanceadas, permanentes e sobrecargas são distribuídos no pórtico da Figura 51, a seguir:

Figura 51 – carregamentos equilibrados distribuídos no pórtico B para a combinação (a)



▪ **Diagrama resultante dos carregamentos equilibrados:**

Figura 52 – digrama de momentos fletores para a combinação quase permanente de serviço (a)



Unidade: KN.m

Para as demais combinações, os diagramas não foram expostos no desenvolvimento do trabalho, apenas foram extraídos os valores para inserir no Item 4.2.5, a seguir.

#### 4.2.4 Análise do Efeito da Rigidez dos Pilares

Para o pórtico B, a retenção da protensão devido ao efeito de rigidez dos pilares é muito pequena, idem ao pórtico A, podendo ser desprezada.

#### 4.2.5 Cálculo dos Momentos nas Faixas de Distribuição da Laje

Através da análise dos diagramas para o pórtico B, os quais não estão expostos no trabalho, obtém-se os seguintes momentos para as faixas da laje:

**a) Para a combinação quase permanente de serviço (a)**

$$M_{MÁX}^+ = 50,4 \text{ KN.m}$$

$$M_{MÁX}^- = 111,0 \text{ KN.m}$$

$$M_1 = 0,375 \frac{111,0}{0,25 \cdot 7,2} = 23,12 \text{ KN.m/m} \quad M_2 = 0,25 \frac{111,0}{0,5 \cdot 7,2} = 7,71 \text{ KN.m/m}$$

$$M_3 = 0,275 \frac{50,4}{0,25 \cdot 7,2} = 7,7 \text{ KN.m/m} \quad M_4 = 0,45 \frac{50,4}{0,5 \cdot 7,2} = 6,3 \text{ KN.m/m}$$

**b) Para a combinação frequente de serviço (b)**

$$M_{MÁX}^+ = 59,8 \text{ KN.m}$$

$$M_{MÁX}^- = 132,1 \text{ KN.m}$$

$$M_1 = 0,375 \frac{132,1}{0,25 \cdot 7,2} = 27,5 \text{ KN.m/m} \quad M_2 = 0,25 \frac{132,1}{0,5 \cdot 7,2} = 9,2 \text{ KN.m/m}$$

$$M_3 = 0,275 \frac{59,8}{0,25 \cdot 7,2} = 9,1 \text{ KN.m/m} \quad M_4 = 0,45 \frac{59,8}{0,5 \cdot 7,2} = 7,5 \text{ KN.m/m}$$

**c) Para a combinação rara de serviço (c)**

$$M_{MÁX}^+ = 89,1 \text{ KN.m}$$

$$M_{MÁX}^- = 195,2 \text{ KN.m}$$

$$M_1 = 0,375 \frac{195,2}{0,25 \cdot 7,2} = 40,7 \text{ KN.m/m} \quad M_2 = 0,25 \frac{195,2}{0,5 \cdot 7,2} = 13,6 \text{ KN.m/m}$$

$$M_3 = 0,275 \frac{89,1}{0,25 \cdot 7,2} = 13,6 \text{ KN.m/m} \quad M_4 = 0,45 \frac{89,1}{0,5 \cdot 7,2} = 11,1 \text{ KN.m/m}$$

**d) Para a combinação última de ações (d)**

$$M_{MÁX}^+ = 305,5 \text{ KN.m}$$

$$M_{MÁX}^- = 611,0 \text{ KN.m}$$

$$M_1 = 0,375 \frac{611,0}{0,25 \cdot 7,2} = 127,3 \text{ KN.m/m} \quad M_2 = 0,25 \frac{611,0}{0,5 \cdot 7,2} = 42,4 \text{ KN.m/m}$$

$$M_3 = 0,275 \frac{305,5}{0,25 \cdot 7,2} = 46,7 \text{ KN.m/m} \quad M_4 = 0,45 \frac{305,5}{0,5 \cdot 7,2} = 38,2 \text{ KN.m/m}$$

**e) Para a combinação de ruptura no ato da protensão (e)**

$$M_{MÁX}^+ = 130,9 \text{ KN.m}$$

$$M_{MÁX}^- = 87,6 \text{ KN.m}$$

$$M_1 = 0,375 \frac{130,9}{0,25 \cdot 7,2} = 27,3 \text{ KN.m/m} \quad M_2 = 0,25 \frac{130,9}{0,5 \cdot 7,2} = 9,1 \text{ KN.m/m}$$

$$M_3 = 0,275 \frac{87,6}{0,25 \cdot 7,2} = 13,4 \text{ KN.m/m} \quad M_4 = 0,45 \frac{87,6}{0,5 \cdot 7,2} = 11,0 \text{ KN.m/m}$$

Os resultados obtidos, referentes aos momentos de distribuição para a laje, no pórtico A, estão resumidos no Quadro 16.

Quadro 16 – Momentos obtidos para as faixas de distribuição da laje, referentes ao pórtico A.

	<b>PÓRTICO B (KN.m/m)</b>	
<b>QUASE PERMANENTE DE SERVIÇO (A)</b>	<b><math>M_1 = 23,1</math> <math>M_3 = 7,7</math></b>	<b><math>M_2 = 7,7</math> <math>M_4 = 6,3</math></b>
<b>FREQUENTE DE SERVIÇO (B)</b>	<b><math>M_1 = 27,5</math> <math>M_3 = 9,1</math></b>	<b><math>M_2 = 9,2</math> <math>M_4 = 7,5</math></b>
<b>RARA DE SERVIÇO (C)</b>	<b><math>M_1 = 40,7</math> <math>M_3 = 13,6</math></b>	<b><math>M_2 = 13,6</math> <math>M_4 = 11,1</math></b>
<b>ÚLTIMA DE AÇÕES (D)</b>	<b><math>M_1 = 127,3</math> <math>M_3 = 46,7</math></b>	<b><math>M_2 = 42,4</math> <math>M_4 = 38,2</math></b>
<b>RUPTURA NO ATO DA PROTENSÃO (E)</b>	<b><math>M_1 = 27,3</math> <math>M_3 = 13,4</math></b>	<b><math>M_2 = 9,1</math> <math>M_4 = 11,0</math></b>

Fonte: Autoria própria.

Onde:

$M_1$  e  $M_3$  = momentos calculados para a faixa apoios

$M_2$  e  $M_4$  = momentos calculados para a faixa central

#### 4.2.6 Distribuição da Armadura de Protensão na Laje

Quadro 17 – Distribuição da armadura de protensão nas faixas da laje.

<b>NA FAIXA DOS APOIOS</b>	<b>19 Ø 12,7mm – Aço CP 190 RB</b>
<b>EM CADA FAIXA CENTRAL</b>	<b>5 Ø 12,7mm – Aço CP 190 RB</b>

Fonte: Autoria própria.

#### 4.2.7 Verificação Quanto ao Estado Limite de Serviço (ELS)

##### a) Verificação das tensões médias de compressão na laje

De acordo com o ACI 423 (1983), a tensão de compressão na laje deve estar limitada em  $0,86 \text{ MPa} \leq \sigma_c \leq 3,5 \text{ MPa}$ .

Como para o pórtico A, o pórtico B também atende às tensões médias de compressão na laje, pois o cálculo é o mesmo.

##### b) Verificação das tensões no concreto nos dias iniciais

- Tensão limite de tração:

$$\sigma_{t,lim.5} = 2,3 \text{ MPa}$$

- Tensão limite de compressão para a zona do momento negativo:

$$\sigma_{cn,lim.5} = 8,4 \text{ MPa}$$

- Tensão limite de compressão para a zona do momento positivo:

$$\sigma_{cp,lim.5} = 12,6 \text{ MPa}$$

Onde:

$\sigma_{t,lim.5}$  = tensão de tração máxima admissível do concreto na idade de 5 dias.

$\sigma_{cn,lim.5}$  = tensão de compressão máxima admissível do concreto na idade de 5 dias, referente a zona do momento positivo na laje.

$\sigma_{cp,lim.5}$  = tensão de compressão máxima admissível do concreto na idade de 5 dias, referente a zona do momento negativo na laje.

##### c) Verificação das tensões em serviço no concreto após as perdas de protensão

- Tensão limite de tração:

$$\sigma_{t,lim} = 2,7 \text{ MPa}$$

- Tensão limite de compressão para a zona do momento negativo:

$$\sigma_{cn,lim} = 9,0 \text{ MPa}$$

- Tensão limite de compressão para a zona do momento positivo:

$$\sigma_{cp,lim} = 13,5 \text{ MPa}$$

Onde:

$\sigma_{t,lim}$  = tensão de tração máxima admissível do concreto na idade de 5 dias.

$\sigma_{cn,lim}$  = tensão de compressão máxima admissível do concreto na idade de 5 dias, referente a zona do momento positivo na laje.

$\sigma_{cp,lim}$  = tensão de compressão máxima admissível do concreto na idade de 5 dias, referente a zona do momento negativo na laje.

**d) Verificação das tensões para a combinação de ruptura no ato da protensão**

**d.1) Para a compressão na zona do momento negativo**

- Para a faixa dos pilares:

$$W_P = \frac{360 \cdot 21^2}{6} = 26.460 \text{ cm}^3$$

$$A_P = 360 \cdot 21 = 7.560 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_i = \frac{19 \cdot 14000 \cdot 0,94}{7560} = 33,07 \text{ kgf/cm}^2$$

$$M = 134.000 \cdot 3,6 = 482.400 \text{ kgf. cm}$$

$$\sigma = 33,07 + \frac{482.400}{26460} = 51,30 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 5,13 \text{ MPa} < \sigma_{cn,lim.5} \blacktriangleright \text{OK!}$$

- Para a faixa central:

$$W_C = \frac{180 \cdot 21^2}{6} = 13.230 \text{ cm}^3$$

$$A_P = 180 \cdot 21 = 3.780 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_i = \frac{5 \cdot 14000 \cdot 0,94}{3780} = 17,40 \text{ kgf/cm}^2$$

$$M = 110.000 \cdot 1,8 = 198.000 \text{ kgf. cm}$$

$$\sigma = 17,40 + \frac{198.000}{13230} = 32,4 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 3,24 \text{ MPa} < \sigma_{cn,lim.5} \blacktriangleright \text{OK!}$$

**d.2) Para a compressão na zona do momento positivo**

- Para a faixa do pilares:

$$M = 273.000 \cdot 3,6 = 982.800 \text{ kgf. cm}$$

$$\sigma = 33,07 + \frac{982.800}{26460} = 70,2 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 7,02 \text{ MPa} < \sigma_{cp,lim.5} \blacktriangleright \text{OK!}$$

- Para a faixa central:

$$M = 91.000 \cdot 1,8 = 163.800 \text{ kgf. cm}$$

$$\sigma = 17,40 + \frac{163.800}{13230} = 29,8 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 2,98 \text{ MPa} < \sigma_{cp,lim.5} \blacktriangleright \text{OK!}$$

**d.3) Para a tração na zona mais crítica**

- Para a faixa do pilares:

$$\sigma = 33,07 - \frac{982.800}{26460} = -4,10 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = -0,41 \text{ MPa (tração)} < \sigma_{t,lim.5} \blacktriangleright \text{OK!}$$

- Para a faixa central:

$$\sigma = 17,40 - \frac{163.800}{13230} = 5,02 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 0,5 \text{ MPa (compressão)} < \sigma_{t,lim.5} \blacktriangleright \text{OK!}$$

**e) Verificação das tensões para a combinação rara de serviço (após as perdas por protensão)****e.1) Para a compressão na zona do momento negativo**

- Para a faixa do pilares:

$$W_p = \frac{360 \cdot 21^2}{6} = 26.460 \text{ cm}^3$$

$$A_p = 360 \cdot 21 = 7.560 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_i = \frac{19 \cdot 14000 \cdot 0,88}{7560} = 30,96 \text{ kgf/cm}^2$$

$$M = 407.000 \cdot 3,6 = 1.465.200 \text{ kgf. cm}$$

$$\sigma = 30,96 + \frac{1.465.200}{26460} = 86,3 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 8,63 \text{ MPa} < \sigma_{cn,lim} \blacktriangleright \text{OK!}$$

- **Para a faixa central:**

$$W_C = \frac{180 \cdot 21^2}{6} = 13.230 \text{ cm}^3$$

$$A_P = 180 \cdot 21 = 3.780 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_i = \frac{5 \cdot 14000 \cdot 0,88}{3780} = 16,30 \text{ kgf/cm}^2$$

$$M = 136.000 \cdot 1,8 = 244.800 \text{ kgf. cm}$$

$$\sigma = 16,30 + \frac{244.800}{13230} = 34,8 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 3,48 \text{ MPa} < \sigma_{cn,lim} \blacktriangleright \text{OK!}$$

### e.2) Para a compressão na zona do momento positivo

- **Para a faixa do pilares:**

$$M = 136.000 \cdot 3,6 = 489.600 \text{ kgf. cm}$$

$$\sigma = 30,96 + \frac{489.600}{26460} = 49,5 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 4,95 \text{ MPa} < \sigma_{cp,lim} \blacktriangleright \text{OK!}$$

- **Para a faixa central:**

$$M = 111.000 \cdot 1,8 = 199.800 \text{ kgf. cm}$$

$$\sigma = 16,30 + \frac{199.800}{13230} = 31,4 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 3,14 \text{ MPa} < \sigma_{cp,lim} \blacktriangleright \text{OK!}$$

### e.3) Para a tração na zona mais crítica

- **Para a faixa do pilares:**

$$\sigma = 30,96 - \frac{1.465.200}{26460} = -24,4 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = -2,44 \text{ MPa (tração)} < \sigma_{t,lim} \blacktriangleright \text{OK!}$$

- **Para a faixa central:**

$$\sigma = 16,30 - \frac{244.800}{13230} = -2,20 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = -0,22 \text{ MPa (tração)} < \sigma_{t,lim} \blacktriangleright \text{OK!}$$

**f) Verificação das tensões de tração para a combinação quase permanente de serviço, quanto ao Estado Limite de Descompressão (ELS-D)**

**f.1) Para a tração na zona do momento positivo**

▪ **Para a faixa do pilares:**

$$M = 77.000 \cdot 3,6 = 277.200 \text{ kgf. cm}$$

$$\sigma = 30,96 - \frac{277.200}{26460} = 20,48 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 2,05 \text{ MPa (compressão)} < \sigma_{t,lim} \blacktriangleright \text{OK!}$$

▪ **Para a faixa central:**

$$M = 63.000 \cdot 1,8 = 113.400 \text{ kgf. cm}$$

$$\sigma = 16,30 - \frac{113.400}{13230} = \frac{7,73 \text{ kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 0,77 \text{ MPa (compressão)} < \sigma_{t,lim} \blacktriangleright \text{OK!}$$

**g) Verificação das tensões de tração para a combinação frequente de serviço, quanto ao Estado Limite de Fissuração Inaceitável (ELS-W)**

**g.1) Para a tração na zona do momento positivo**

▪ **Para a faixa do pilares:**

$$M = 275.000 \cdot 3,6 = 990.000 \text{ kgf. cm}$$

$$\sigma = 30,96 - \frac{990.000}{26460} = -6,45 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = -0,65 \text{ MPa (tração)} < \sigma_{t,lim} \blacktriangleright \text{OK!}$$

▪ **Para a faixa central:**

$$M = 92.000 \cdot 1,8 = 165.600 \text{ kgf. cm}$$

$$\sigma = 16,30 - \frac{165.600}{13230} = 3,78 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma = 0,38 \text{ MPa (compressão)} < \sigma_{t,lim} \blacktriangleright \text{OK!}$$

A resistência à tração no concreto ( $f_{ctk}$ ) é de 2,03 MPa, portanto, a laje atende ao ELS-W. A seção está atuando no Estádio I.

#### 4.2.8 Verificação Quanto ao Estado Limite Último (ELU)

##### a) Verificação das tensões máximas para a combinação de ruptura no ato da protensão, quanto ao Estado Limite Último no ato da protensão

- Tensão limite de compressão:

$$\sigma_{Cu,lim} = 0,70 \cdot f_{ck,5} = 0,70 \cdot 21 = 14,7 \text{ Mpa}$$

- Tensão limite de tração:

$$\sigma_{Tu,lim} = 1,20 \cdot f_{ctk,5} = 1,20 \cdot 1,60 = 1,92 \text{ MPa}$$

Como foi obtido, no cálculo das tensões em serviço, 8,52 MPa de compressão e 1,90 MPa de tração, a laje atende ao ELU no ato da protensão.

#### 4.2.9 Verificação Quanto ao Estado Limite Último de Ruptura por Flexão

Para as verificações e os cálculos das armaduras passivas, serão utilizados os momentos referentes a combinação última de ações.

##### a) Tensão na Armadura de Protensão (Idem Pórtico A)

- Força de protensão de cálculo ( $P_d$ ):

$$P_d = 12.320 \text{ kgf/cabo}$$

- Tensão do concreto no CG da armadura de protensão ( $\sigma_{cp}$ ):

$$\sigma_{cp} = 12,61 \frac{\text{kgf/cm}^2}{\text{cabo}}$$

- Força de neutralização ( $P_n$ ):

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_c} = \frac{196,0}{30,6} = 7,1$$

$$P_n = 12.408,4 \text{ kgf/cabo}$$

- Tensão na armadura de protensão ( $\sigma_{p,A}$ ) na faixa dos apoios para  $L/h < 35$ :

$$\sigma_{p,A} = 67.145,0 \text{ kgf/cm}^2 \leq 70.078,7 \text{ kgf/cm}^2$$

- Tensão de cálculo na armadura de protensão para a faixa dos apoios ( $\sigma_{pd,A}$ ):

$$\sigma_{pd,A} = \frac{67145}{1,15} = 58.387,0 \text{ kgf/cm}^2$$

- Tensão na armadura de protensão ( $\sigma_{p,C}$ ) na faixa central para  $L/h < 35$ :

$$\sigma_{p,C} = 35.806,0 \text{ kgf/cm}^2 \leq 38.873,0 \text{ kgf/cm}^2$$

- Tensão de cálculo na armadura de protensão para a faixa central ( $\sigma_{pd,C}$ ):

$$\sigma_{pd,C} = \frac{35806}{1,15} = 31.135,7 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

## 4.2.10 Cálculo das Armaduras

### 4.2.10.1 Armadura Passiva Negativa

Para o cálculo das armaduras passivas, serão utilizados os momentos referentes a combinação última de ações.

#### a) Para a faixa dos apoios

- Área de aço de protensão nas faixas dos apoios ( $A_{P,A}$ ):

$$A_{P,A} = \frac{19 \cdot 0,987 \text{ cm}^2}{3,60 \text{ m}} = 5,21 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Taxa de armadura de protensão para a faixa dos apoios:

$$\rho_{P,A} = 0,306\%$$

- Área de aço mínima para a faixa dos apoios ( $A_{S,mín}^-$ ):

A área de aço mínima deve atender os seguintes valores mínimos:

$$\rho_{mín} = 0,173\% - \text{NBR 6118 (2007)}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq \rho_{mín} - 0,2\rho_P = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,00173 - 0,2 \cdot 0,00306$$

$$A_S \geq 1,9 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq 0,5 \cdot \rho_{mín} = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,5 \cdot 0,00173$$

$$A_S \geq 1,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_S \geq 0,00075 \cdot h \cdot l$$

$$A_S \geq 11,34 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, para a faixa dos apoios,  $A_{s,\min}^- = 11,34\text{cm}^2/\text{m}$ .

- Momento de Cálculo ( $M_{d,A}^-$ ) para a faixa dos apoios:

Para o efeito hiperestático gerado na estrutura, considera-se um acréscimo na ordem de 15% nos momentos negativos e positivos.

$$M_{d,A}^- = -12.730 + (0,15 \cdot 12.730) = -10.820,5 \text{ kgf. cm}$$

- Tensão de cálculo na armadura de protensão ( $\sigma_{pd,A}$ ):

$$\sigma_{pd,A} = 58.387,0 \text{ kgf/cm}^2$$

- Equilíbrio da seção:

$$|M_{d,A}^-| \leq |M_{d,res}| = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{1,4} \cdot b \cdot 0,8x \cdot (d - 0,4x)$$

$$1.082.050 = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x \cdot (17 - 0,4x)$$

$$x^2 - 42,5x + 185,64$$

$$x = 4,94 \text{ cm}$$

$$R_{C,C} = R_{T,P} + R_{T,S}$$

$$R_{C,C} = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x$$

$$R_{C,C} = 14.571,43 \cdot 4,94 = 71.982,9 \text{ kgf}$$

$$R_{T,S} = R_{C,C} - R_{T,P}$$

$$R_{T,P} = \sigma_{pd,A} \cdot A_p = 50.387 \cdot 0,987$$

$$R_{T,P} = 57.628,0\text{kgf}$$

$$R_{T,P} < R_{C,C}$$

Como a parcela resistida pela armadura de protensão ( $R_{T,P}$ ) **é menor** que a resultante de compressão no concreto ( $R_{C,C}$ ), a seção necessita da parcela resistida pela armadura passiva ( $R_{T,S}$ ) para entrar em equilíbrio.

Assim, a força que deve ser resistida pela armadura passiva é:

$$R_{T,S} = 71.982,9 - R_{T,P}$$

$$R_{T,S} = 71.982,9 - 57.628,0$$

$$R_{T,S} = 14.354,9\text{kgf}$$

- Área de aço negativa necessária ( $A_{S,A}^-$ ) para o aço CA-50 em um metro para a faixa dos apoios:

$$A_{S,A}^- = \frac{R_{T,S}}{f_{yd}}$$

$$f_{yd} = \frac{50}{1,15} = 43,478 \text{ KN/cm}^2$$

$$A_{S,A}^- = \frac{14.354,9}{4347,8} = \mathbf{3,30 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

Portanto, para a armadura negativa na faixa dos apoios (3,60 m), foi obtido  $A_{S,A}^- = 3,30 \text{ cm}^2/\text{m}$ . Como  $A_{S,A}^- < A_{S,\text{mín}}^-$ , adota-se a área de aço mínima.

Utilizando  $\emptyset 16\text{mm}$ , tem-se:

$$n^{\circ} \text{de barras} = \frac{11,34 \cdot 3,6}{2,0106} = \mathbf{23 \emptyset 12,5 \text{ mm}}$$

$$s = \frac{360}{23} = \mathbf{15 \text{ cm}}$$

Portanto, a distribuição da armadura negativa na faixa dos apoios (3,60 m) fica: **23  $\emptyset 16\text{mm}$  c/15cm.**

#### **b) Para a faixa central**

- Área de aço de protensão na faixa central ( $A_{P,C}$ ):

$$A_{P,C} = \frac{5 \cdot 0,987 \text{ cm}^2}{1,80 \text{ m}} = 2,74 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Taxa de armadura de protensão para a faixa central:

$$\rho_{P,C} = 0,161\%$$

- Área de aço mínima para a faixa central ( $A_{S,\text{mín}}^-$ ):

A área de aço mínima deve atender os seguintes valores mínimos:

$$\rho_{\text{mín}} = 0,173\% - \text{NBR 6118 (2007)}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq \rho_{\text{mín}} - 0,2\rho_P = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,00173 - 0,2 \cdot 0,00161$$

$$A_S \geq 2,4 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq 0,5 \cdot \rho_{\text{mín}} = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,5 \cdot 0,00173$$

$$A_S \geq 1,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, para a faixa central,  $A_{S,mín}^- = 2,4\text{cm}^2/\text{m}$ .

- Momento de Cálculo ( $M_{d,C}^-$ ) para a faixa central:

Para o efeito hiperestático gerado na estrutura, considera-se um acréscimo na ordem de 15% nos momentos negativos e positivos.

$$M_{d,C}^- = -4.240 + (0,15 \cdot 4.240) = -3.604,0 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

- Tensão de cálculo na armadura de protensão ( $\sigma_{pd,C}$ ):

$$\sigma_{pd,C} = 31.135,7 \text{ kgf}/\text{cm}^2$$

- Equilíbrio da seção:

$$|M_{d,C}^-| \leq |M_{d,res}| = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{1,4} \cdot b \cdot 0,8x \cdot (d - 0,4x)$$

$$360.400 = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x \cdot (17 - 0,4x)$$

$$x^2 - 42,5x + 61,83$$

$$x = 1,51\text{cm}$$

$$R_{C,C} = R_{T,P} + R_{T,S}$$

$$R_{C,C} = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x$$

$$R_{C,C} = 14.571,43 \cdot 1,51 = 22.002,9 \text{ kgf}$$

$$R_{T,S} = R_{C,C} - R_{T,P}$$

$$R_{T,P} = \sigma_{pd,C} \cdot A_p = 31.135,7 \cdot 0,987$$

$$R_{T,P} = 30.730,9\text{kgf}$$

$$R_{T,P} > R_{C,C}$$

Como a parcela resistida pela armadura de protensão ( $R_{T,P}$ ) **é maior** que a resultante de compressão no concreto ( $R_{C,C}$ ), a parcela resistida pela armadura ativa é suficiente para manter o equilíbrio na seção, não sendo necessário o cálculo da parcela resistida pela armadura passiva ( $R_{T,S}$ ), apenas utiliza-se a armadura mínima.

$$A_{S,C}^- = 2,4\text{cm}^2/\text{m} \text{ (mínima)}$$

Utilizando  $\varnothing 10\text{mm}$ , tem-se:

$$n^\circ \text{de barras} = \frac{2,4 \cdot 1,8}{0,7854} = 6 \varnothing 10\text{mm}$$

$$s = \frac{180}{6} = 30\text{cm}$$

Portanto, a distribuição da armadura negativa na faixa central (1,80 m) fica:  
**6 Ø 10mm c/ 30cm.**

#### 4.2.10.2 Armadura Passiva Positiva

##### a) Para a faixa dos apoios

- Área de aço mínima para a faixa dos apoios ( $A_{S,min}^+$ ):

A área de aço mínima deve atender os seguintes valores mínimos:

$$\rho_{\min} = 0,173\% - \text{NBR 6118 (2007)}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq \rho_{\min} - 0,2\rho_p = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,00173 - 0,2 \cdot 0,00306$$

$$A_S \geq 1,9 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq 0,5 \cdot \rho_{\min} = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,5 \cdot 0,00173$$

$$A_S \geq 1,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, para a faixa dos apoios,  $A_{S,min}^+ = 1,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

- Momento de Cálculo ( $M_{d,A}^+$ ) para a faixa central:

Para o efeito hiperestático gerado na estrutura, considera-se um acréscimo na ordem de 15% nos momentos negativos e positivos.

$$M_{d,A}^+ = 1,15 \cdot 4.670 = 5.370,5 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

- Tensão de cálculo na armadura de protensão ( $\sigma_{pd,C}$ ):

$$\sigma_{pd,A} = 58.387,0 \text{ kgf}/\text{cm}^2$$

- Equilíbrio da seção:

$$|M_{d,A}^+| \leq |M_{d,res}| = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{1,4} \cdot b \cdot 0,8x \cdot (d - 0,4x)$$

$$537.050 = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x \cdot (17 - 0,4x)$$

$$x^2 - 42,5x + 92,14$$

$$x = 2,29 \text{ cm}$$

$$R_{C,C} = R_{T,P} + R_{T,S}$$

$$R_{C,C} = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x$$

$$R_{C,C} = 14.571,43 \cdot 2,29 = 33.368,6 \text{ kgf}$$

$$R_{T,S} = R_{C,C} - R_{T,P}$$

$$R_{T,P} = \sigma_{pd,A} \cdot A_p = 58.387 \cdot 0,987$$

$$R_{T,P} = 57.628,0 \text{ kgf}$$

$$\mathbf{R_{T,P} > R_{C,C}}$$

Como a parcela resistida pela armadura de protensão ( $R_{T,P}$ ) **é maior** que a resultante de compressão no concreto ( $R_{C,C}$ ), a parcela resistida pela armadura ativa é suficiente para manter o equilíbrio na seção, não sendo necessário o cálculo da parcela resistida pela armadura passiva ( $R_{T,S}$ ), apenas utiliza-se a armadura mínima.

$$\mathbf{A_{S,A}^+ = 1,9 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (mínima)}}$$

Utilizando  $\varnothing$  8mm, tem-se:

$$n^\circ \text{de barras} = \frac{1,9 \cdot 3,6}{0,5027} = \mathbf{14 \varnothing 8mm}$$

$$s = \frac{360}{14} = \mathbf{25cm}$$

Portanto, a distribuição da armadura positiva na faixa dos apoios (3,60 m) fica: **14  $\varnothing$  8mm c/ 25cm.**

#### **b) Para a faixa central**

- Área de aço mínima para a faixa central ( $A_{S,\text{mín}}^+$ ):

A área de aço mínima deve atender os seguintes valores mínimos:

$$\rho_{\text{mín}} = 0,173\% - \text{NBR 6118 (2007)}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq \rho_{\text{mín}} - 0,2\rho_P = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,00173 - 0,2 \cdot 0,00161$$

$$A_S \geq 2,4 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\frac{A_S}{b_w \cdot d} \geq 0,5 \cdot \rho_{\text{mín}} = \frac{A_S}{100 \cdot 17} \geq 0,5 \cdot 0,00173$$

$$A_S \geq 1,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Portanto, para a faixa central,  $\mathbf{A_{S,\text{mín}}^+ = 2,4 \text{ cm}^2/\text{m}}$ .

- Momento de Cálculo ( $M_{d,C}^+$ ) para a faixa central:

Para o efeito hiperestático gerado na estrutura, considera-se um acréscimo na ordem de 15% nos momentos negativos e positivos.

$$M_{d,C}^+ = 1,15 \cdot 3.820 = 4.393,0 \text{ kgf. cm}$$

- Tensão de cálculo na armadura de protensão ( $\sigma_{pd,C}$ ):

$$\sigma_{pd,C} = 31.135,7 \text{ kgf/cm}^2$$

- Equilíbrio da seção:

$$|M_{d,C}^+| \leq |M_{d,res}| = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{1,4} \cdot b \cdot 0,8x \cdot (d - 0,4x)$$

$$439.300 = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x \cdot (17 - 0,4x)$$

$$x^2 - 42,5x + 75,37$$

$$x = \mathbf{1,85 \text{ cm}}$$

$$R_{C,C} = R_{T,P} + R_{T,S}$$

$$R_{C,C} = 0,85 \cdot \frac{300}{1,4} \cdot 100 \cdot 0,8x$$

$$R_{C,C} = 14.571,43 \cdot 1,85 = 27020,0 \text{ kgf}$$

$$R_{T,S} = R_{C,C} - R_{T,P}$$

$$R_{T,P} = \sigma_{pd,C} \cdot A_p = 31.135,7 \cdot 0,987$$

$$R_{T,P} = 30.731,0 \text{ kgf}$$

$$\mathbf{R_{T,P} > R_{C,C}}$$

Como a parcela resistida pela armadura de protensão ( $R_{T,P}$ ) **é maior** que a resultante de compressão no concreto ( $R_{C,C}$ ), a parcela resistida pela armadura ativa é suficiente para manter o equilíbrio na seção, não sendo necessário o cálculo da parcela resistida pela armadura passiva ( $R_{T,S}$ ), apenas utiliza-se a armadura mínima.

$$\mathbf{A_{S,C}^+ = 2,4 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (mínima)}}$$

Utilizando  $\emptyset$  8mm, tem-se:

$$n^\circ \text{de barras} = \frac{2,4 \cdot 1,8}{0,5027} = \mathbf{9 \emptyset 8 \text{ mm}}$$

$$s = \frac{180}{9} = \mathbf{20 \text{ cm}}$$

Portanto, a distribuição da armadura positiva na faixa central (1,80 m) fica: **9 Ø 8mm c/ 20cm.**

O Quadro 18, resume as armaduras passivas negativas e positivas para as faixas centrais e dos apoios da laje, obtidas nos Itens 4.2.10.1 e 4.2.10.2, referentes ao pórtico B. Observa-se que as armaduras passivas obtidas para o pórtico B são iguais às obtidas para o pórtico A.

Quadro 18 – Armaduras passivas positivas e negativas para as faixas da laje, referentes ao pórtico B.

		PÓRTICO B
<b>ARMADURA PASSIVA POSITIVA</b>	FAIXA DOS APOIOS	<b>14 Ø 8mm c/ 25cm (mín.)</b>
	FAIXA CENTRAL	<b>9 Ø 8mm c/ 20cm (mín.)</b>
<b>ARMADURA PASSIVA NEGATIVA</b>	FAIXA DOS APOIOS	<b>23 Ø 16mm c/ 15cm (mín.)</b>
	FAIXA CENTRAL	<b>6 Ø 10mm c/ 30cm (mín.)</b>

Fonte: Autoria própria.

De acordo com os cálculos, foram necessárias apenas as quantidades mínimas de armadura positivas e negativas para ambas as faixas de distribuição da laje.

#### 4.2.11 Verificação Quanto ao Estado Limite Último de Ruptura por Cisalhamento

##### 4.2.11.1 Reações no pilar interno 2b ( $R_{P2b}$ ), para a combinação última de ações

Para visualizar a localização dos pilares na laje, utiliza-se os Anexos 1 e 2.

A reação obtida no pilare, com o auxílio da ferramenta Ftool (2008), é:

$$R_{P2b} = 480,5 \text{ KN}$$

Para o pilar interno, como os carregamentos são simétricos, não haverá momentos nas ligações laje-pilar, portanto, será considerado apenas as forças normais.

**a) Verificação da tensão de compressão na diagonal do concreto, para o perímetro do pilar 2b:**

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$$

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{\text{perímetro}_P \cdot d}$$

$$\text{perímetro}_P = 40 \cdot 4 = 160 \text{ cm}$$

$$\tau_{Sd} = \frac{48.050}{160 \cdot 17} = 17,67 \text{ kgf/cm}^2 = 1,77 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left( \frac{1 - f_{ck}}{250} \right) f_{cd} = 0,27 \cdot 0,88 \cdot \frac{30}{1,4} = 5,09 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$ , a diagonal do concreto, para o pilar 2b, atende às solicitações submetidas.

**b) Verificação das tensões à necessidade de armadura de cisalhamento (perímetro afastado "2d" do pilar), para o pilar 2:**

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$$

$$\text{perímetro}_P = 40 \cdot 4 + 4\pi \cdot 17 = 373,63 \text{ cm}$$

$$\tau_{Sd} = \frac{48.050}{373,63 \cdot 17} = 7,5 \text{ kgf/cm}^2 = 0,75 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$$

$$\rho_x = \rho_y = \frac{A_{S1}}{b_w \cdot d} = \frac{14,4 \cdot 1,23}{140,5 \cdot 17} = 0,0074$$

$$\rho = \sqrt{0,0074 \cdot 0,0074} = 0,0074$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{17}} \right) \cdot (100 \cdot 0,0074 \cdot 30)^{1/3} = 0,76 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$ , não é necessária a utilização de armadura de cisalhamento (punção) para o pilar 2b, pois a seção já está em equilíbrio.

#### 4.2.11.2 Reações nos pilares externos 1b ( $R_{P1b}$ ) e 3b ( $R_{P3b}$ ), para a combinação última de ações

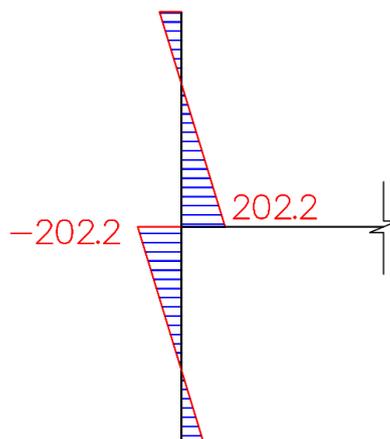
Para visualizar a localização dos pilares na laje, utiliza-se os Anexos 1 e 2.

As reações obtidas nos pilares, com o auxílio da ferramenta Ftool (2008), são:

$$R_{P1b} = R_{P3b} = 211,6 \text{ KN}$$

Como os pilares são externos, surgem momentos ( $M_{Sd}$ ) na ligação laje pilar para a direção dos vãos, que devem ser considerados, portanto para as verificações será considerado o momento  $M_{Sd} = 404,4 \text{ KN.m}$ , conforme a Figura 53:

Figura 53 – diagrama de momentos obtidos ligação laje-pilar, para os pilares externos 1b e 3b, considerando a combinação última de ações.



$$M_{Sd} = 202,2 + 202,2 = 404,4 \text{ KN.m}$$

O momento para outra direção é nulo, pois os carregamentos laterais são simétricos.

#### a) Verificação da tensão de compressão na diagonal do concreto, para o perímetro dos pilares 1b e 3b:

$$\tau_{Sd,E} \leq \tau_{Rd2}$$

$$\tau_{Sd,E} = \frac{F_{Sd}}{\text{perímetro}_p \cdot d} + \frac{K \cdot M_{Sd}}{W_p \cdot d}$$

$$\frac{b_p}{l_p} = \frac{40}{40} = 1$$

$K = 0,6$  – (para a relação  $l/b=1$ ) - NBR 6118 (2007)

$$W_p = 4 \cdot \left[ \left( \frac{b_p}{2} \right)^2 + \left( \frac{b_p}{2} \cdot \frac{l_p}{2} \right) \right]$$

$$W_p = 4 \cdot \left[ \left( \frac{40}{2} \right)^2 + \left( \frac{40}{2} \cdot \frac{40}{2} \right) \right] = 3.200 \text{ cm}^2$$

$$\text{perímetro}_p = 40 \cdot 4 = 160 \text{ cm}$$

$$\tau_{Sd,E} = \frac{21.116}{160 \cdot 17} + \frac{0,6 \cdot 402.200}{3200 \cdot 17} = 12,2 \text{ kgf/cm}^2 = 1,22 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left( \frac{1 - f_{ck}}{250} \right) f_{cd} = 0,27 \cdot 0,88 \cdot \frac{30}{1,4} = 5,09 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$ , a diagonal do concreto, para os pilares 1b e 3b, atende às solicitações submetidas.

**b) Verificação das tensões à necessidade de armadura de cisalhamento (perímetro afastado "2d" do pilar), para os pilares 1b e 3b:**

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,76 \text{ MPa}$$

$$\frac{b_p}{l_p} = \frac{40}{40} = 1$$

$$K = 0,6 - (\text{para a relação } l/b=1) - \text{NBR 6118 (2007)}$$

$$W_{p,c} = \frac{b_p^2}{2} + (b_p \cdot l_p) + (4l_p \cdot d) + 16d^2 + (2\pi \cdot d \cdot b_p)$$

$$W_{p,c} = \frac{40^2}{2} + (40 \cdot 40) + (4 \cdot 40 \cdot 17) + (16 \cdot 17^2) + (2\pi \cdot 17 \cdot 40)$$

$$W_{p,c} = 14.016,6$$

$$\text{perímetro}_p = 40 \cdot 4 + 4\pi \cdot 17 = 373,63 \text{ cm}$$

$$\tau_{Sd,E} = \frac{F_{Sd}}{\text{perímetro}_p \cdot d} + \frac{K \cdot M_{Sd}}{W_{p,c} \cdot d}$$

$$\tau_{Sd,E} = \frac{21.116}{373,63 \cdot 17} + \frac{0,6 \cdot 402.200}{14016,6 \cdot 17} = 4,30 \text{ kgf/cm}^2 = 0,43 \text{ MPa}$$

Como  $\tau_{Sd,E} \leq \tau_{Rd1}$ , não é necessária a utilização de armadura de cisalhamento (punção) para os pilares 1b e 3b, pois a seção já está em equilíbrio.

#### 4.2.12 Verificação Quanto ao Estado Limite de Deformação Excessiva - Flechas

Feita a análise da estrutura a partir do pórtico equivalente, foi possível obter as flechas na laje, tanto para direção x como para y.

**a) Flecha considerando a combinação quase permanente de serviço ( $w_a$ ):**

$$w_a = 11,1 \text{ mm}$$

**b) Flecha considerando a combinação frequente de serviço ( $w_b$ ):**

$$w_b = 14,1 \text{ mm}$$

**c) Verificação dos limites de deslocamento:**

Considera-se a flecha para a pior situação,  $w_b = 14,1 \text{ mm}$ .

A flecha obtida deve atender os seguintes limites:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{350} = \frac{7200}{350} = 20,57 \text{ mm} \\ 25 \text{ mm} \end{array} \right.$$

Portanto, a laje atende aos limites de deslocamento

A partir dos Itens 4.2.7 ao 4.2.12, com exceção do Item 4.2.10, observou-se que a laje atendeu a todas exigências quanto às tensões referentes aos Estados Limites de Serviço (ELS) e aos Estados Limites Últimos (ELU) para o pórtico B, conforme é exposto no Quadro 19 e 20.

Quadro 19 – Verificações quanto aos Estados Limites de Serviço (ELS) na laje, para o pórtico

B.

	<b>PÓRTICO B</b>
TENSÕES MÉDIAS DE COMPRESSÃO NA LAJE	<b>ATENDE</b>
TENSÕES DE TRAÇÃO NO CONCRETO	<b>ATENDE</b>
TENSÕES DE COMPRESSÃO NO CONCRETO	<b>ATENDE</b>
TENSÕES DE TRAÇÃO – ESTADO LIMITE DE DESCOMPRESSÃO (ELS-D)	<b>ATENDE</b>
TENSÕES DE TRAÇÃO – ESTADO LIMITE DE FISSURAÇÃO (ELS-W)	<b>ATENDE</b>

Fonte: Autoria própria.

Quadro 20 – Verificações quanto aos Estados Limites Últimos (ELS) na laje, para o pórtico B

	<b>PÓRTICO B</b>
TENSÕES DE TRAÇÃO NO ATO DA PROTENSÃO	<b>ATENDE</b>
TENSÕES DE COMPRESSÃO NO ATO DA PROTENSÃO	<b>ATENDE</b>
TENSÕES DE CISALHAMENTO	<b>ATENDE</b>
DESLOCAMENTOS	<b>ATENDE</b>

Fonte: Autoria própria.

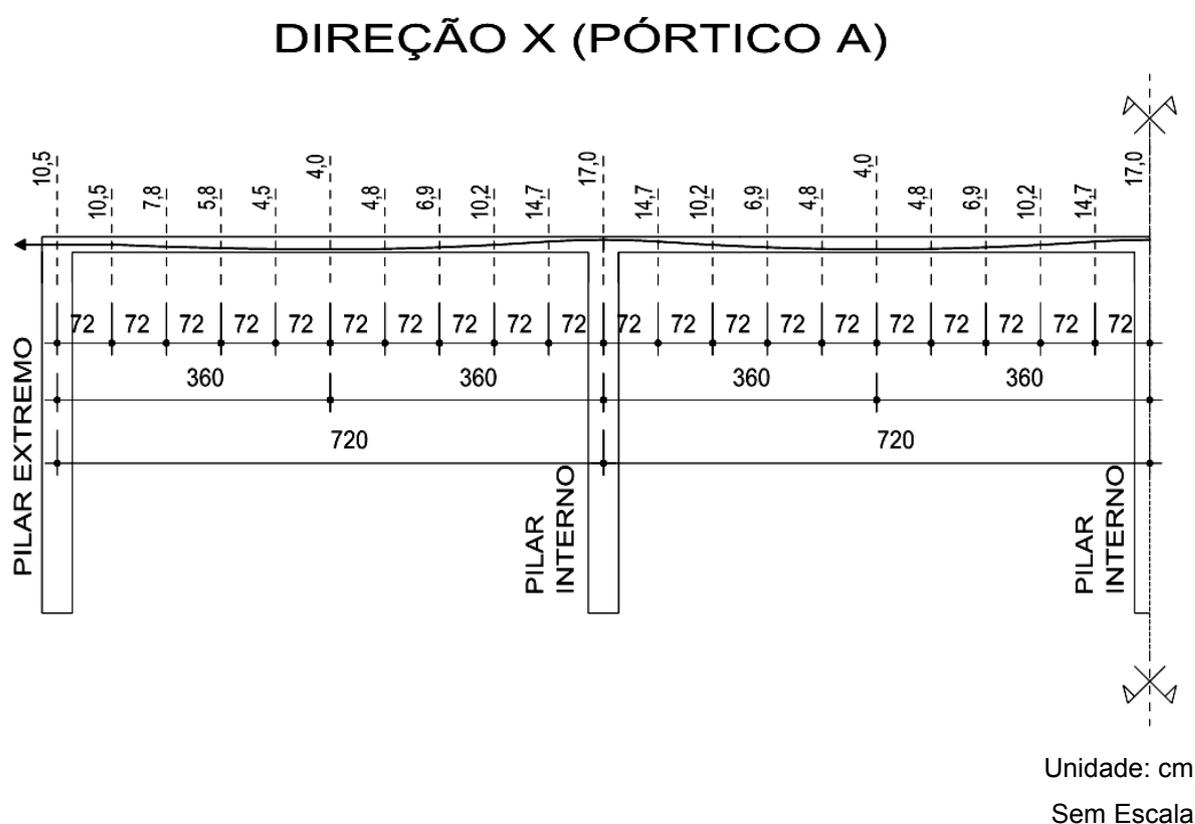
### 4.3.1 Detalhamentos

Os detalhamentos para o pórtico A são iguais aos do pórtico B, pois estes são simétricos e a armadura obtida é igual para ambos.

No detalhamento das armaduras ativas, passivas, de reforço de borda e ancoragens, foram seguidas recomendações de Fusco (1995) e Emerick (2005).

### 4.3.2 Perfil do cabo de protensão para o pórtico A

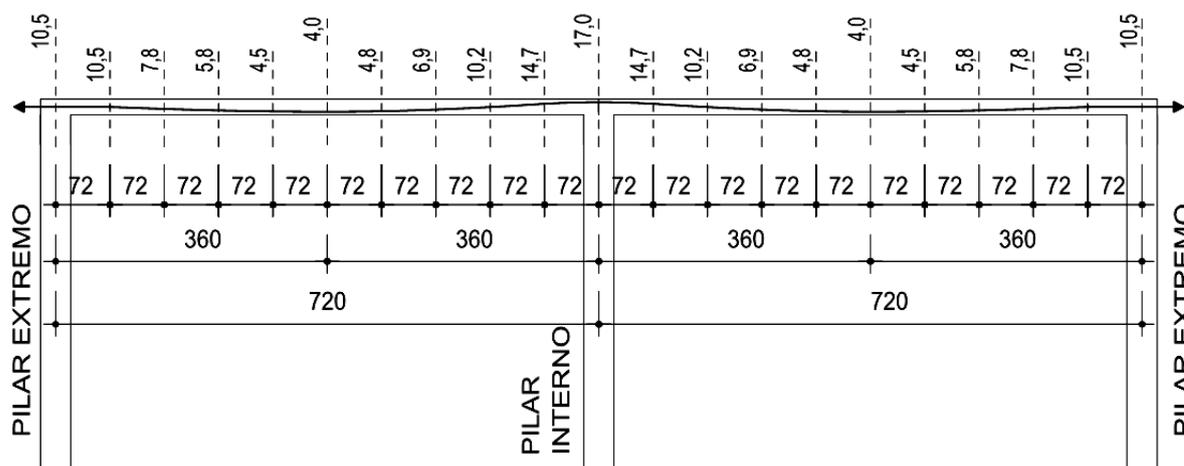
Figura 54 – detalhe do perfil do cabo de protensão para o pórtico A.



### 4.3.3 Perfil do cabo de protensão para o pórtico B

Figura 55 – detalhe do perfil do cabo de protensão para o pórtico B.

#### DIREÇÃO Y (PÓRTICO B)

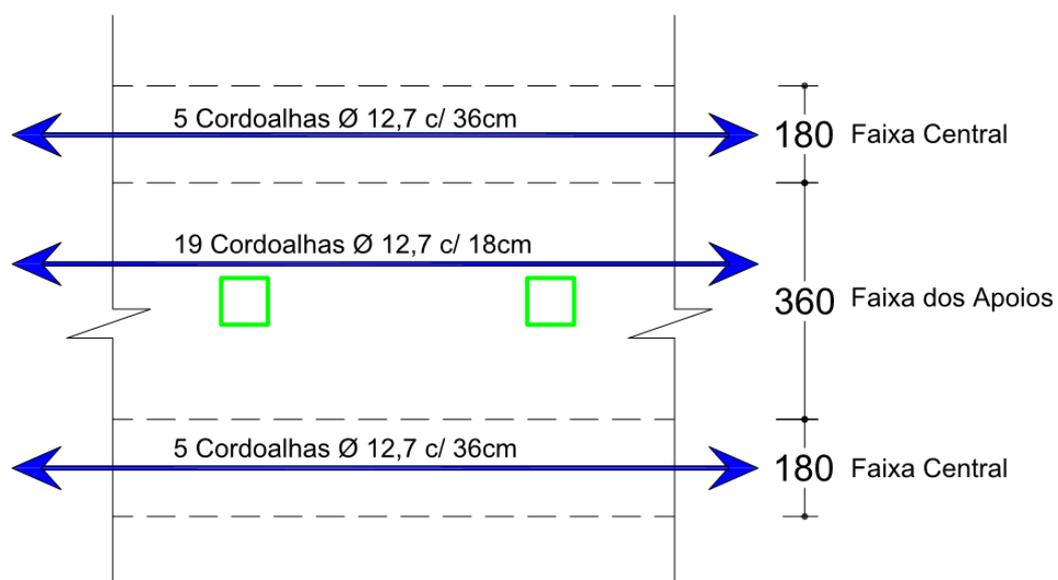


Unidade: cm

Sem Escala

### 4.3.4 Armadura de protensão

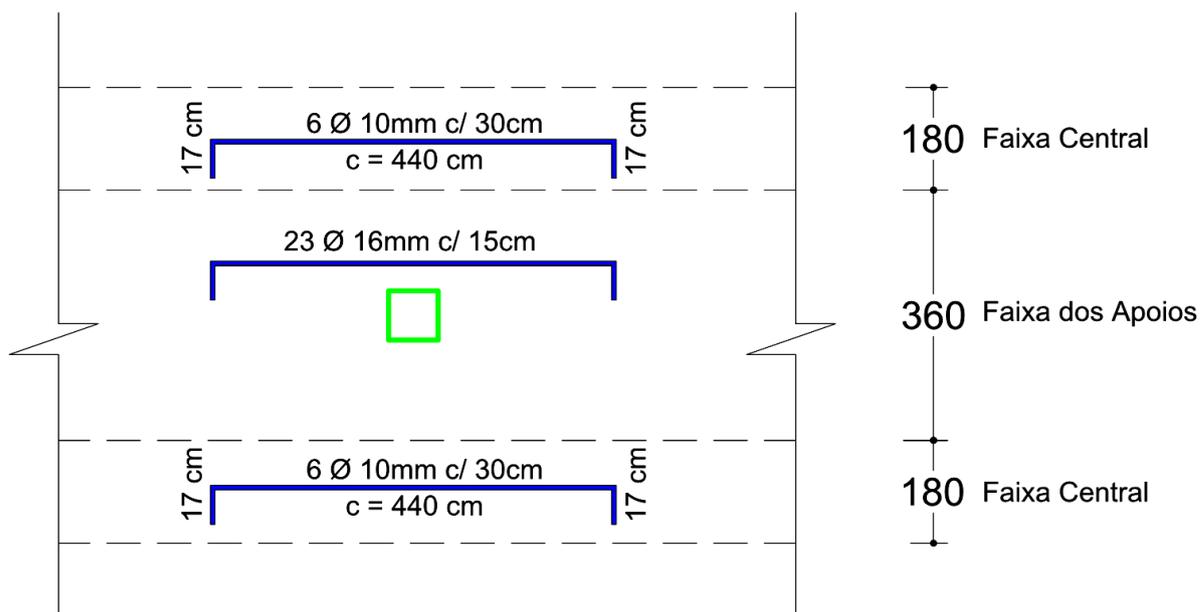
Figura 56 – detalhe da armadura de protensão, com cordoalhas engraxadas, aço CP-190 RB, para as faixas da laje no pórtico A e B.



Sem Escala

### 4.3.5 Armadura passiva negativa

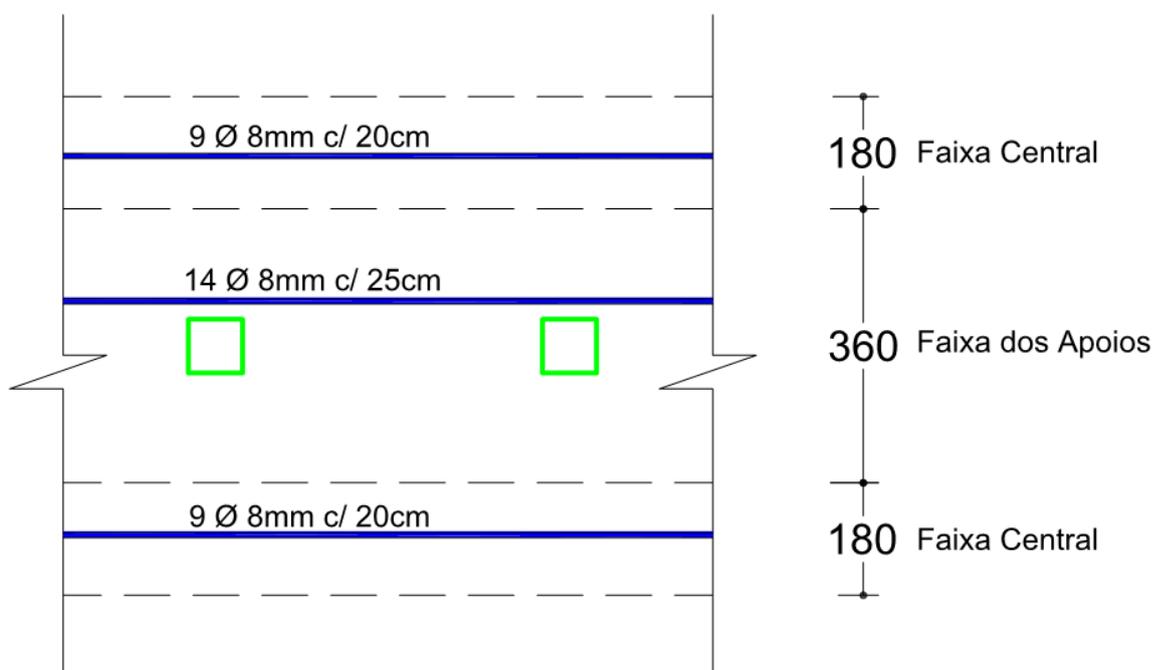
Figura 57 – detalhe da armadura passiva negativa para as faixas da laje no pórtico A e B.



Sem Escala

### 4.3.6 Armadura passiva positiva

Figura 58 – detalhe da armadura passiva positiva para as faixas da laje no pórtico A e B.

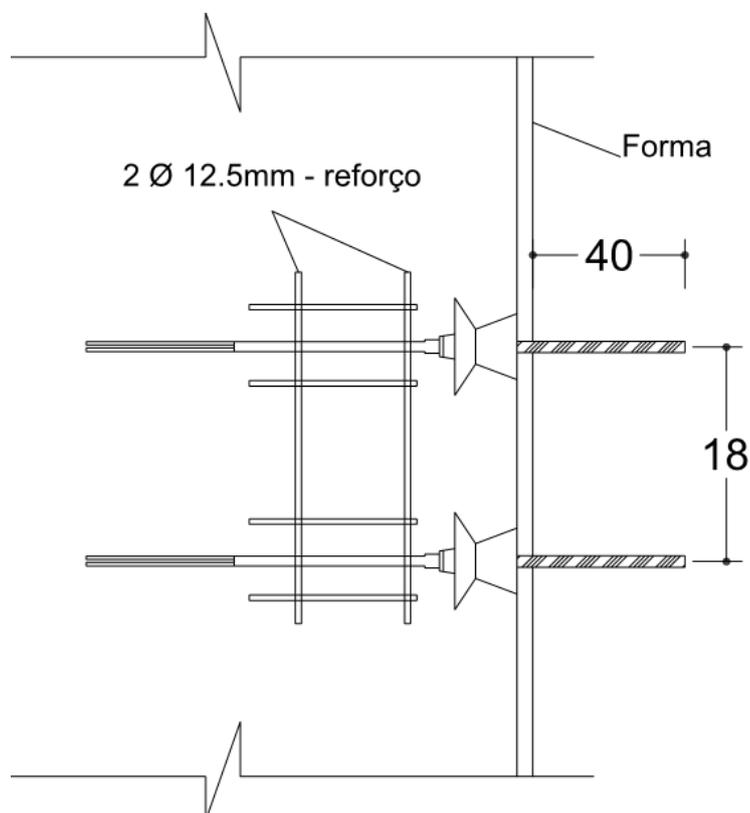


Sem Escala

### 4.3.7 Armadura de fretagem

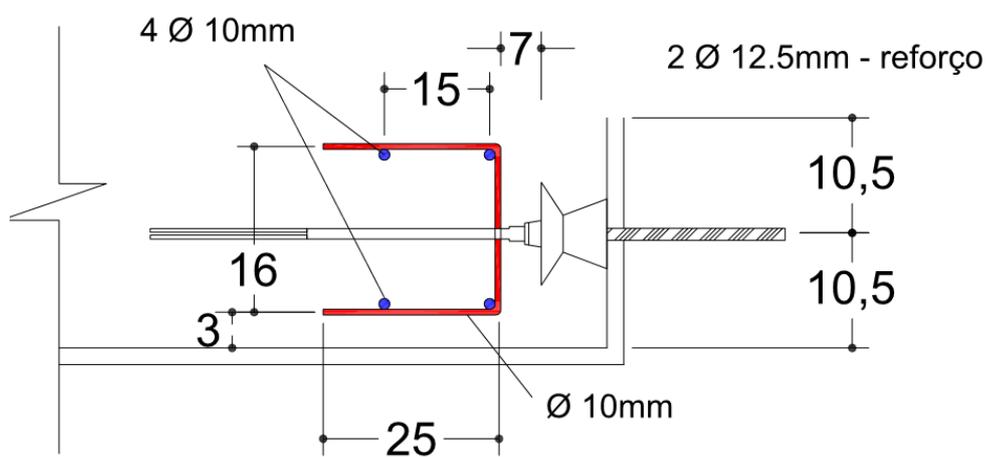
#### 4.3.7.1 Armadura de fretagem na faixa dos apoios

Figura 59 – detalhe da armadura de fretagem, em vista superior, para a ancoragem dos cabos de protensão na faixa dos apoios, referente ao pórtico A e B.



Sem Escala

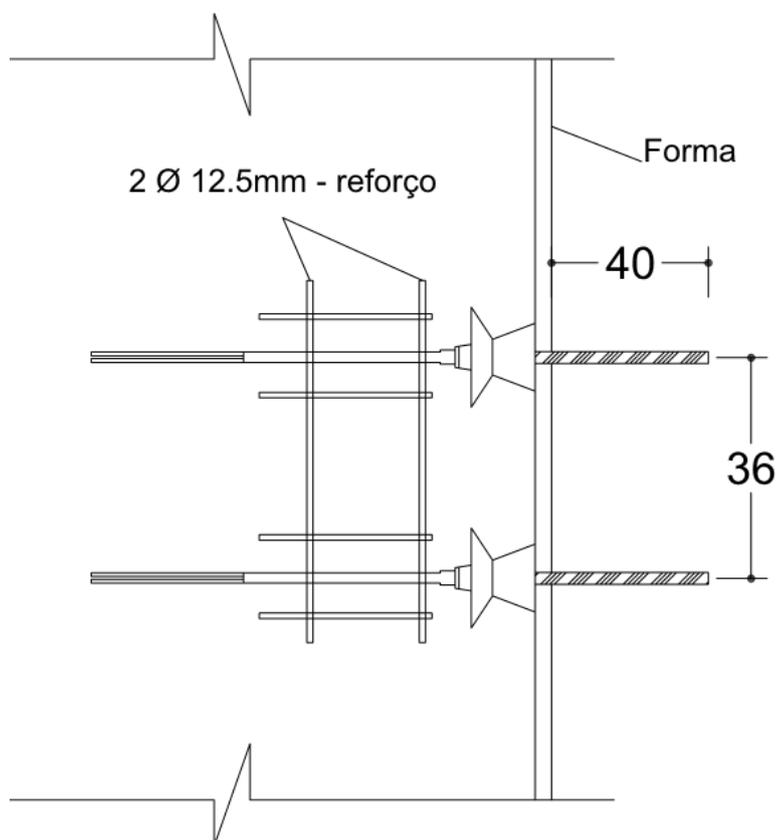
Figura 60 – detalhe da armadura de fretagem, em vista lateral, para a ancoragem dos cabos de protensão na faixa dos apoios, referente ao pórtico A e B.



Sem Escala

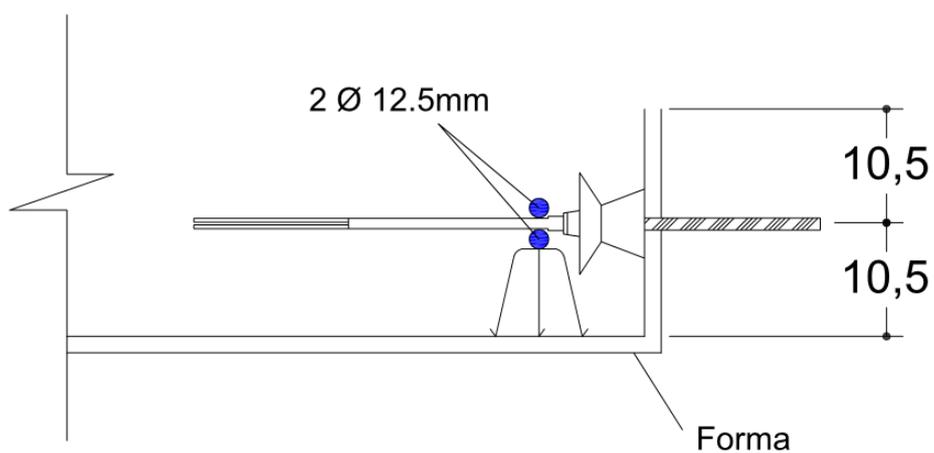
#### 4.3.7.2 Armadura de fretagem na faixa central

Figura 61 – detalhe da armadura de fretagem, em vista superior, para a ancoragem dos cabos de protensão na faixa central, referente ao pórtico A e B.



Sem Escala

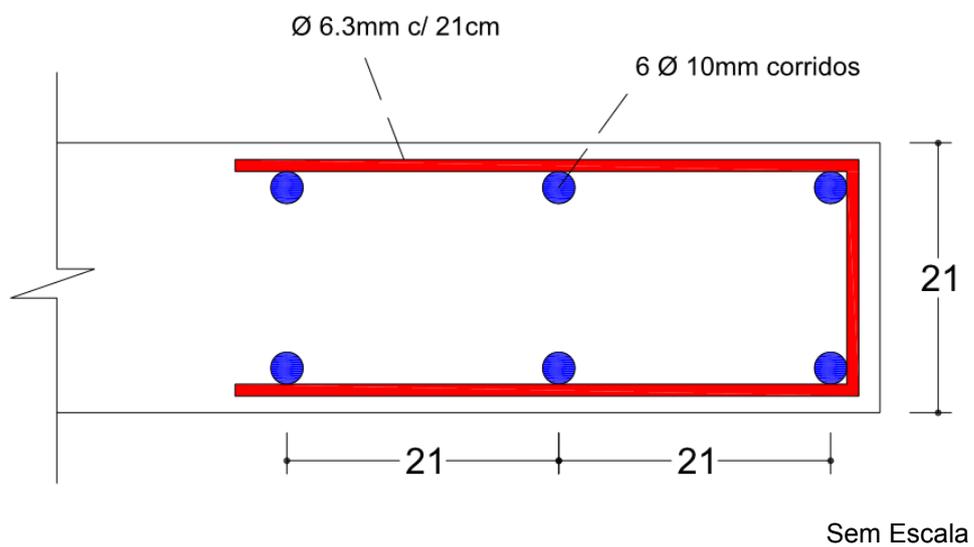
Figura 62 – detalhe da armadura de fretagem, em vista lateral, para a ancoragem dos cabos de protensão na faixa central, referente ao pórtico A e B.



Sem Escala

### 4.3.8 Armadura de reforço de borda

Figura 63 – detalhe da armadura de reforço de borda para as extremidades da laje.



## 5 CONCLUSÕES

O trabalho traz fundamentações relevantes de cálculo e análise de lajes protendidas não aderentes. Através desse analisou-se a possibilidade de implantação do sistema de lajes protendidas nas bibliotecas dos campi Universidade Federal do Pampa.

Através dessa análise da laje foi possível desenvolver o dimensionamento da peça, executando as verificações necessárias, para verificar os estados limites últimos e de serviço da peça, que atenderam aos limites. Podendo assim, desenvolver todos os cálculos necessários, como a área de aço.

Feitos os dimensionamentos, tornou-se possível o desenvolvimento dos detalhamentos, que foram elucidados em formas gráficas, de modo a fornecer meios necessários para sua execução.

Todos os cálculos e detalhamentos foram desenvolvidos de tal modo que foi possível desenvolver um memorial de cálculos para a laje, englobando todos dimensionamentos necessários, gerando o detalhamento da laje.

Por fim, concluiu-se que o sistema é aplicável ao projeto das bibliotecas dos Campi da Universidade Federal do Pampa, podendo ser executado, pois os resultados mostram que a estrutura está em equilíbrio para receber tal aplicação.

### 5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Como sugestões de trabalhos futuros, observando que as estruturas submetidas à protensão além de efeitos locais que surgem na peça devido ao esforço normal aplicado na mesma, também é interessante que sejam analisados os efeitos globais gerados na estrutura, por isso, sugere-se um estudo da estabilidade global de uma estrutura submetida a protensão.

Uma outra sugestão, refere-se a fase executiva das lajes protendidas, que devido a outras tipologias de laje, existem poucas referências sobre a fase de execução nos diferentes tipos de lajes, portanto, sugere-se também, que seja feito um trabalho abordando os processos de execução para diferentes tipologias de lajes protendidas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE: **ACI 318-08**: building code requirements for structural concrete and commentary. Farmington Hills, 2007.

\_\_\_\_\_.**ACI 423**: recommendation for concrete members prestressed with unbounded tendons, Detroit, 1983.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMA TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2007.

\_\_\_\_\_.**NBR 6120**: cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 2003.

\_\_\_\_\_.**NBR 8681**: ações e segurança nas estruturas – procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

BONO, G. F. F. **Modelos Construtivos Para Análise Tridimensional de Estruturas de Concreto Armado Através do Método dos Elementos Finitos**, Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – PPGEC – UFRGS, Porto Alegre, 2008.

BUCHAIM, R. **Concreto Protendido: Tração Axial, Flexão Simples e Força Cortante**, Londrina: Eduel, 2007.

CAUDURO, E. L. **Manual para a Boa Execução de Estruturas Protendidas Usando Cordoalhas de Aço Engraxadas e Plastificadas**, 2. ed. (2003)

CAUDURO, E. L. & LEME, A. J. H. **A Protensão em Edifícios sem Vigas: Novas Técnicas Aumentam a Qualidade e Reduzem o Custo Total do Edifício**, 41º Congresso Brasileiro do Concreto – IBRACON, Salvador, 1999.

EMERICK, A. A. **Projeto e Execução de Lajes Protendidas**, Rio de Janeiro: Interciência, 2005.

FRANCO, M. **Concreto Protendido em Edifícios: Problemas Particulares**, Rio de Janeiro, Interciência 2002.

FUSCO, P. B. **Técnica de Armar as Estruturas de Concreto**, São Paulo: PINI, 1995.

LEONHARDT, F. **Construções de Concreto: Concreto Protendido**, 5. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1983.

ISHITANI, H., LEOPOLDO, R. & FRANÇA, S. **Concreto Protendido: Fundamentos Iniciais**, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações – Escola Politécnica – USP, São Paulo, 2002.

HANAI, J. B. **Fundamentos do Concreto Protendido**, Departamento de Engenharia de Estruturas – Escola de Engenharia de São Carlos – USP, São Paulo, 2005.

LOUREIRO, G. J. **Projeto de Lajes Protendidas com Cordoalhas Engraxadas**, VI Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, São Paulo, 2006, Anais.

MORAES, M. C. **Concreto Protendido: Introdução ao Uso da Cordoalha Engraxada Plastificada** – Caderno de Estrutura Nº 14, Brasília 1999.

PFEIL, W. **Concreto Protendido: Introdução**, 2. ed, Rio de Janeiro: LTC, 1988.

REVISTA IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS, 6. ed, no. 2, São Paulo: 2013.

REVISTA TÉCHNE, Edição: Janeiro 1997.

RUDLOFF INDUSTRIAL LTDA. **Concreto Protendido: Catálogo Técnico**, Rev. 5, São Paulo: Rudloff, 2012.

SCHMID, M. T. **Lajes Planas Protendidas**, 3. ed. São Paulo: Rudloff, 2009.

VERÍSSIMO, G. S. & CÉSAR Jr, K. M. L. **Concreto Protendido: Fundamentos Básicos**, Departamento de Engenharia Civil – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia – UFV, 4. ed. Viçosa, 1997.