

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO E OS *SOFTWARES* DE MATEMÁTICA DINÂMICA: METANÁLISE DE PRODUÇÕES BRASILEIRAS

Andressa Sanches Teixeira Sobrinho

Orientador (a): André Martins Alvarenga

Coorientador (a): Maria Arlita da Silveira Soares

Resumo: Neste trabalho, são apresentados os resultados de um mapeamento de periódicos que tratam sobre o Ensino e a Aprendizagem da Álgebra destacando o desenvolvimento do Pensamento Algébrico com auxílio de *softwares* de Matemática Dinâmica. Para tanto, tem-se por objetivo identificar e analisar as pesquisas publicadas em periódicos brasileiros da Educação Matemática, que problematizam o desenvolvimento do Pensamento Algébrico e o uso de tecnologias (*softwares*), simultaneamente. A metodologia utilizada foi a Metanálise, baseada em diversas pesquisas por oferecerem maior sustentação para futuras discussões e facilitar a observação dos fatos com maior rigor, pois tende a um padrão. Por meio da análise dos dados, verificou-se que os artigos mapeados buscaram desenvolver propostas de ensino, com a utilização de *softwares*, incentivando o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, na Educação básica e na Formação Inicial e Continuada. Embora, exista uma preocupação com o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, em especial, na elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Ponte (2009), Van de Walle (2009), ainda são poucas as pesquisas que buscam relacioná-lo com a utilização de *softwares*. Sugere-se que seja estabelecida uma relação entre o desenvolvimento do Pensamento Algébrico e as dimensões da Álgebra na estruturação de propostas de ensino que utilizem *softwares* de Matemática Dinâmica para seu desenvolvimento.

Palavras – chave: Álgebra; Pensamento Algébrico; Softwares, Metanálise.

Considerações Iniciais

Durante a década de 80 iniciou-se, em diferentes países, um movimento de reformulação curricular. Nos Estados Unidos, neste mesmo período, o *National Council of Teachers of Mathematics* (Conselho Nacional de Professores de Matemática - NCTM) apresentou recomendações para o ensino de Matemática, enfatizando a importância de aspectos linguísticos, sociais, antropológicos e cognitivos, na aprendizagem dos estudantes. Essas ideias influenciaram o direcionamento do ensino para a preparação de cidadãos. Além disso, chegou-se a conclusão que os estudantes deveriam desempenhar um papel ativo na construção do seu conhecimento, o que levou a necessidade de compreender a importância da Matemática e do uso das tecnologias para seu ensino e aprendizagem, além de acompanhar sua permanente transformação (BRASIL, 1998; NCTM, 2007).

Nesse viés, Portugal é outro país cuja proposta curricular corrobora com essas ideias. De acordo com o referencial curricular português, a Matemática sempre permeou a atividade humana e contribuiu para seu desenvolvimento, além disso, está presente em diversos campos

e, atualmente, recebe destaque no ramo da ciência e tecnologia (PONTE et al, 2007), visto que contribui para o desenvolvimento das ciências, em especial, das ciências da computação.

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) incentivam a inclusão dos recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, destacando que estes podem proporcionar atividades experimentais, bem como incentivam o desenvolvimento do pensamento matemático¹ (BRASIL, 1998).

De acordo com o referencial curricular do Rio Grande do Sul, a Educação Básica busca formar cidadãos aptos para viver em sociedade, almejando uma educação de qualidade, diversificada, onde os conceitos matemáticos estejam relacionados entre si, contextualizados, e favoreçam o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático² com o auxílio, em especial, de recursos tecnológicos (RIO GRANDE DO SUL, 2009).

Nesse sentido, percebe-se a importância da utilização das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. A tecnologia merece destaque como um instrumento auxiliador na aprendizagem desta área do conhecimento, uma vez que permite a visualização dos objetos matemáticos em diferentes representações. Na perspectiva de Van de Walle (2009), sugere-se que a tecnologia seja considerada uma parte das ferramentas educacionais para a aprendizagem, podendo ampliar e explorar o âmbito dos conteúdos matemáticos.

É importante destacar os diferentes entendimentos dados ao conceito de tecnologias. Para Kenski (2007), a tecnologia é definida como tudo aquilo que o cérebro humano e sua engenhosidade criou em todas as épocas, e também pode ser vista como uma linguagem - construção da inteligência humana que nos possibilita a comunicação.

De acordo com Moran (2000), as tecnologias permitem a ampliação do conceito de espaço e tempo, de comunicação, e possibilitam o estabelecimento de conectores entre o presencial e o virtual. Já Domingues (1997) acredita que tecnologias são as descobertas e inventos que ampliam os sentidos e as capacidades da humanidade em processar informações.

Nesta pesquisa, as tecnologias problematizadas são os *softwares* utilizados nas aulas de Matemática. Optou-se por este recorte em função dos limites de tempo e espaço disponíveis para o desenvolvimento da investigação, bem como pela importância dos *softwares* na aprendizagem de conceitos matemáticos. Para Van de Walle (2009), os

¹ Uma atividade que permite as pessoas a organização do seu conhecimento, numa sequência lógica que lhes permite atingir uma conclusão, e, assim, produzir novos conhecimentos (OLIVEIRA, 2009, p. 55, tradução nossa).

² Desenvolver o pensamento lógico-matemático é comparar, classificar, ordenar, corresponder, é estabelecer todo o tipo de relações entre objetos, ações e fatos, entre conjuntos, entre elementos de conjuntos. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p.193).

softwares são denominados “brinquedos para pensar” que por sua vez são muito eficientes para explorar o entendimento de ideias matemáticas. No âmbito dos *softwares* para a aprendizagem de conceitos matemáticos, também foi feito um recorte para os *softwares* que potencializam a aprendizagem de conceitos do campo da álgebra, levando em consideração a importância do pensamento algébrico em diversas situações, inclusive tecnológicas.

Como se pode perceber, as discussões a respeito do currículo, aqui realizadas, destacam os impactos da tecnologia (BRASIL, 2006; PORTUGAL, 2007; BRASIL, 2016), nos mais diversos ramos da Matemática, implicando algumas reflexões, por parte do professor, relativas ao processo de ensino, especialmente, no que tange a álgebra e ao uso dos algoritmos, estes passam a ter um papel “diminuído quanto à memorização de algoritmos com o propósito de produzir respostas, mas realçado no que se refere a aprender e planejar e criar algoritmos para execução pelas pessoas e pelo computador” (HOUSE, 1995, p. 4).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) evidenciam que a Matemática deve garantir aos alunos um aprofundamento e entendimento sobre Números e Álgebra, mas nunca isoladamente de outros conceitos. Sendo assim, a Álgebra é vista como uma área de conteúdos diretamente relacionada à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação/intervenção do/no mundo real (BRASIL, 1999).

Concordando com Ponte (2009), aprender Álgebra, entre outros aspectos, implica em ser capaz de pensar algebricamente em diversas situações, envolvendo modelação, regularidades, e relações. O autor destaca a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que este possibilita tratar com relações e estruturas matemáticas na interpretação e resolução de problemas. Aproximando-se desta concepção, Ribeiro e Cury (2015) apontam a importância de pensar algebricamente, pois possibilita aos estudantes a compreensão de padrões, relações e funções, a representação através de símbolos e a análise de situações matemáticas em diversos contextos.

Nesta perspectiva, Nina (2005) afirma que o pensamento algébrico precisa ser desenvolvido até o final do Ensino Fundamental. O estudante desenvolve gradativamente, até que consiga regenerar a linguagem usual pela linguagem Matemática e adquira a capacidade de representar e abstrair. Segundo a mesma autora, “a educação algébrica não pode tratar a Álgebra apenas como conteúdos compartimentalizados, mas sim, como instrumentalização para a resolução de situações-problema” (NINA, 2005, p. 26).

Acredita-se que a Álgebra é algo que ultrapassa a manipulação de símbolos e o estudo de conteúdos compartimentalizados, assim como, entende-se a importância de incluir as tecnologias nas aulas de Matemática, pois juntos, eles estabelecem um novo ambiente de aprendizagem, pouco semelhante ao que se costuma construir com os estudantes (HOUSE, 1995).

Com base no exposto, a questão que orientou o desenvolvimento desta investigação foi: quais as contribuições das pesquisas que tratam, concomitantemente, acerca do desenvolvimento do Pensamento Algébrico e do uso de tecnologias (softwares)? Diante deste contexto, esta pesquisa tem como objetivo geral identificar e analisar as pesquisas publicadas em periódicos brasileiros da Educação Matemática, que problematizam simultaneamente o desenvolvimento do pensamento algébrico e o uso de tecnologias (softwares). Sendo assim, para alcançá-lo emergiram os seguintes objetivos específicos: identificar as perspectivas teórico-metodológicas apresentadas nas fontes de produções de dados; analisar como os artigos mapeados problematizam o Pensamento Algébrico; verificar quais dimensões da Álgebra são abordadas nos artigos mapeados; investigar quais os softwares, para o ensino de Matemática, foram escolhidos pelos autores dos artigos mapeados, bem como quais conceitos matemáticos foram abordados por meio da utilização destes recursos.

Para tanto, realizou-se uma Metanálise. A importância deste tipo de análise dá-se por considerar que, no caso das pesquisas qualitativas, as quais sempre culminam em sínteses interpretativas advindas de uma análise de dados primários, a Metanálise é baseada na interpretação da interpretação. Nesse sentido, esse tipo de análise dos dados compreende que, as integrações de várias pesquisas independentes oferecem maior sustentação aos dados analisados e tendem a um padrão (BICUDO, 2014).

Ensino e Aprendizagem da Álgebra: alguns entendimentos

Historicamente a Álgebra começou com certas técnicas de resolução de problemas, as quais são utilizadas desde a Antiguidade - no Egito, na Babilônia, na China e na Índia. Aos poucos foi sendo definido o conceito de equação, assim, a Álgebra começou a ser entendida como o estudo da resolução de equações, sendo Diofanto (c. 200-c. 284) considerado o fundador da Álgebra, por resolver equações e sistemas de equações num estilo conhecido como “sincopado” (PONTE, 2009).

No entanto, o termo “Álgebra” surgiu mais tarde, em um trabalho de al-Khwarizmi (790-840), ela lentamente avançou para as equações incompletas e completas de 1º e 2º graus. No século XVI, com François Viète (1540-1603), começou uma nova etapa: a Álgebra Simbólica. Nesta mesma época ocorreram grandes progressos na resolução de equações, por exemplo, foi possível resolver a primeira equação geral do 3º grau e a equação do 4º grau, também, foi resolvida por Ferrari (1522- 1565) (PONTE, 2009). O teorema fundamental da Álgebra foi demonstrado de forma satisfatória por Argand (1768-1822) e por Gauss (1777-1855). Além disso, conforme a teoria das equações algébricas foi se desenvolvendo, o conceito de Funções.

A etapa final do desenvolvimento da teoria das Equações Algébricas foi marcada por dois resultados, encerrando o período da “Álgebra clássica”: a impossibilidade de encontrar uma solução geral para uma equação com coeficientes arbitrários de grau superior a quatro, dada por Abel (1802-1829); e a formulação das condições necessárias e suficientes para que uma equação de grau superior a quatro tenha solução por métodos algébricos, dada por Galois (1811-1832) (PONTE, 2009). Em meados do século XIX, inicia-se a chamada Álgebra Moderna, na qual os matemáticos preocupam-se cada vez mais com as equações não algébricas.

Dentre as diversas concepções a respeito da Álgebra, há uma que limita este campo da Matemática a manipulação de *símbolos e expressões algébricas*. Porém, cabe ressaltar que, a linguagem algébrica é mais que isso, e pode ser um instrumento imprescindível na resolução de problemas (PONTE, 2009; VAN WALLE, 2009). Para Ponte (2009), a grande potencialidade dos símbolos pode ser, também, uma fraqueza da álgebra, pois a tendência é distanciar-se dos estudos já realizados pelos estudantes durante a abordagem de conceitos da aritmética. É o que acontece quando se prioriza a prática repetitiva de exercícios que não valorizam as relações entre os vários campos da Matemática, por exemplo, Aritmética e Geometria. Isso ocorre em aulas de Matemática que priorizam os procedimentos realizados para a resolução de exercícios, mecanizando a maneira de encontrar os “resultados”.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental - PCN (BRASIL, 1998), enfatizam que a prática repetitiva de exercícios não é a melhor estratégia de ensino, tampouco garante melhorias no desempenho dos estudantes no estudo de determinado conceito. Muitas vezes, a repetição de determinado procedimento pode levar o estudante a mecanização do processo e no momento que são propostas novas situações envolvendo os mesmos conceitos ele pode apresentar problemas na proposição de estratégias para resolução.

Em outras palavras, a aprendizagem de conceitos matemáticos requer mais que o entendimento de procedimentos (propriedades), exige também a análise de diversas situações e a mobilização e coordenação de diferentes representações (BRASIL, 2007).

Para entender a Álgebra é importante aprofundar as discussões acerca das diferentes concepções sobre o ensino desse campo da Matemática e sua natureza. Estas concepções estão pontuadas em programas curriculares (BRASIL, 1998, NCTM, 2007, PORTUGAL, 2007).

Por meio do estudo de currículos de diferentes países encontra-se a álgebra vista como: a) um meio para expressar generalidade e padrões; b) estudo da manipulação simbólica e resolução de equações; c) estudo de funções e suas transformações; d) um meio para resolver problemas que estão além do alcance de métodos aritméticos; e) um meio para interpretar o mundo por meio de situações reais modeladas, precisa ou aproximadamente; f) um sistema formal que possibilita lidar com teoria dos conjuntos, operações lógicas e outras operações ou objetos além dos números reais (PANOSSIAN, MOURA, 2015, p. 5).

Sendo assim, a partir das diversas formas de conceber a Álgebra e seu ensino em diferentes países, os teóricos mencionados não chegam a uma concepção consensual ou uma definição, mas pode-se inferir que esse campo da Matemática expande-se além da resolução de problemas, da manipulação de símbolos ou da modelagem de situações reais.

Considerando que o ensino da Álgebra, ainda, está voltado apenas para a manipulação de símbolos, entende-se que é importante que os Professores tenham uma compreensão dos conceitos algébricos, utilizando as diferentes representações, e apropriando-se das dimensões da Álgebra para a construção e compreensão desses conceitos. De acordo com os PCN (1998), Ponte (2009) e Usiskin (1995) as dimensões sugeridas para ensinar Álgebra são: Equação, Função, Estrutural, e Aritmética Generalizada.

A primeira dimensão denominada ‘Equação’, corresponde ao resolver equações, nas quais as letras assumem a função de incógnitas, e possuem a finalidade de simplificar e determinar as expressões literais (USISKIN, 1994). Na segunda dimensão, chamada de ‘Função’, as variáveis são argumentos ou parâmetros, e quando assumem a característica de argumentos representam valores de um domínio; como parâmetros, são números que dependem de outros números (PASSOS, 2012). Quanto à terceira dimensão, ‘Estrutural’, constitui a escrita algébrica, isto é, as variáveis são objetos da Álgebra abstrata, sem valor numérico ou representação gráfica (USISKIN, 1994). Já na dimensão ‘Aritmética Generalizada’, as variáveis expressam generalização, substituindo valores numéricos (PASSOS, 2012).

Nesta perspectiva, os PCN (BRASIL, 1998) reafirmam que, para construir a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos, é importante um trabalho articulado entre essas quatro dimensões. E ainda ressaltam que é interessante propor situações para os estudantes investigarem padrões, tanto em representações numéricas como em geométricas, para alcançar a construção de uma linguagem algébrica.

Diante deste contexto, se ampliam as discussões sobre como ensinar a Álgebra na escola e assim inicia-se uma busca por entendimentos a respeito do pensamento algébrico. Entende-se que pensar algebricamente acontece quando são formuladas conjecturas, estabelecidas relações e generalizações de determinados dados e o produto final é apresentado por meio de linguagens formais da Matemática. De acordo com alguns pesquisadores (PONTE, 2009, VAN WALLE, 2009) o objetivo do estudo da Álgebra na Educação Básica é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos.

Deste modo, o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Inclui, igualmente, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios. A capacidade de manipulação de símbolos é um dos elementos do pensamento algébrico, mas também é o “sentido de símbolo” (*symbol sense*), como diz Abraham Arcavi¹¹, que inclui a capacidade de interpretar e usar de forma criativa os símbolos matemáticos, na descrição de situações e na resolução de problemas. (PONTE, 2009, p. 10).

O foco do ensino da Álgebra, para Van De Walle (2009), está em como pensar e raciocinar, de modo que os estudantes pensem matematicamente e consigam relacioná-la com os mais diversos campos da Matemática. Também, afirma que este ramo da Matemática é essencial para inúmeras atividades das práticas sociais, como por exemplo, situações envolvendo a organização de dados em planilhas e a operação com esses dados.

Ao encontro das concepções já mencionadas, referentes ao pensamento algébrico, Ribeiro e Cury (2015) afirmam que o desenvolvimento deste pensamento está implícito nas atividades humanas, favorecendo a resolução de situações da vida real.

Para Ponte (2009), as três vertentes fundamentais do pensamento algébrico são: a) representar: diz respeito à capacidade do estudante em utilizar diferentes sistemas de representação; b) raciocinar: dedutivamente e intuitivamente, relacionando e generalizando; c) resolver problemas: este inclui modelar situações, bem como usar diversas representações.

Neste sentido, referente à primeira vertente, representar, para que exista, no ensino da Matemática, a construção de conceitos matemáticos e a formação de conjecturas, sugere-se mais de um tipo de representação. Duval (2003) traz em sua teoria dos Registros de

Representação Semiótica, que na Matemática nem todos os objetos são observáveis por instrumentos, mas através das diferentes representações. Concordando com essa perspectiva, “A aquisição do conhecimento matemático se dá por meio do desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, de análise e de visualização” (PASSOS, 2012, p. 27).

Desta forma, para que exista uma “evolução do pensamento matemático”, Duval (2003) sugere que sejam utilizados, pelo menos, dois tipos de representação semiótica, e classifica-os em quatro tipos diferentes: língua natural, figuras geométricas, sistemas de escrita (numéricas, algébricas e simbólicas) e gráficos cartesianos. Porém, podem ocorrer dois tipos de transformações dessas representações, primeiro, o tratamento, no qual se utiliza um mesmo objeto matemático e encontra-se um melhor registro para representá-lo, por exemplo, a resolução de uma equação. E, segundo, a conversão, na qual existe uma troca de registros utilizando o mesmo objeto matemático, por exemplo, transformar a escrita de uma equação (registro algébrico), para um gráfico cartesiano (registro gráfico).

A segunda vertente do pensamento algébrico diz respeito a capacidade de raciocinar, que de acordo com Ponte (2009) esta vertente abrange a capacidade de relacionar, analisando propriedades dos objetos matemáticos e ainda a capacidade de generalizar, que acontece ao estabelecer relações que são válidas para uma determinada classe de objetos.

Por fim, a terceira, denominada resolver problemas, é sugerida, na opinião de diversos pesquisadores (ONUCHIC, ALLEVATO 2009; PIMENTEL, VALE, 2011; PONTE, 2009), para o reconhecimento de padrões, para auxiliar a resolução de situações-problema bem como para a potencialização do desenvolvimento do pensamento algébrico. Pode-se conferir, no Referencial Curricular do Rio Grande do Sul (2009), destaque para os padrões nas situações-problema que apresentam sequências e regularidades, pois a análise de padrões permite estabelecer relações que são tratadas por processos matemáticos, modelando fenômenos naturais e sociais (idem, 2009).

Segundo Van de Walle (2009), na Matemática, a tendência por generalizar e formalizar conceitos está presente em todos os campos, o que ressalta a ideia de padrão e ordem. Os padrões algébricos estão atrelados às formas de ensinar a Álgebra, que valorizam os processos de generalização e abstração, visto que os estudantes podem levantar conjecturas, testá-las, trabalhar com várias representações matemáticas, entre outras. Ainda, referente à concepção de padrão, na tentativa de esclarecer seu significado, tem-se que ele “é usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades” (BORRALHO et al, 2007, p.1).

Segundo Borralho et al. (2007), ao conceito de padrão associam-se diversos termos: regularidades, sequência, visual, regra e ordem. O ensino da Matemática baseado nos padrões tem por objetivo que os estudantes atribuam significados no estudo de diversos conceitos matemáticos, incentivando o reconhecimento de relações, conexões, generalizações e também previsões (BORRALHO et al, 2007). É importante destacar que padrão não é conceito, e sim um tema estruturante de diversos conceitos matemáticos.

Para Santos (2005), a ideia de padrão está associada ao figurativo, aquilo que é visto no cotidiano, o que contribui para que o estudante tenha o conhecimento de padrões intuitivamente. No entanto, apenas o padrão figurativo na Matemática é insuficiente para desenvolver os conceitos, observar regularidades e efetuar generalizações.

Em relação ao uso das tecnologias, em particular, os *softwares* para o ensino e aprendizagem de conceitos algébricos, Mcconnell (1994) defende que a adoção das tecnologias no ensino da Matemática pode modificar a Álgebra, tornando-a mais dinâmica, rica em variedade de aplicações, por exemplo, explorar a representação algébrica concomitantemente com a gráfica, entre outros. Também, afirma que as tecnologias desafiam os Professores a provocar nos estudantes a capacidade de julgamento, iniciativa e compreensão.

Historicamente os primeiros *softwares* matemáticos disponíveis eram utilizados para trabalhar com situações que poderiam ser resolvidas por meio algoritmos, em outras palavras, para exercitar treinamento e prática. Entretanto, hoje temos *softwares* que podem influenciar as práticas em sala de aula.

Programas gráficos, por exemplo, fazem o que nenhuma lousa ou nenhum retroprojetor pode fazer, além de fornecerem aos Professores meios dinâmicos para demonstrar e explorar conceitos importantes como o comportamento de funções e seus gráficos. As planilhas eletrônicas tornam o Professor e o aluno capazes de empreender investigações do tipo “E se...?”, como “E se você mudasse o argumento da função?” ou “E se você mudasse a hipótese para...?” (HOUSE, 1994, p. 6).

Sendo assim, as planilhas eletrônicas e os *softwares* integrados as atividades algébricas possibilitam um trabalho com gráficos e planilhas, que exige os conhecimentos algébricos, incentiva o trabalho de forma investigativa e também economiza tempo. A partir desse cenário acredita-se que a aprendizagem conceitual recebe mais atenção, visto que o tempo para o entendimento dos conceitos se expande e os procedimentos tornam-se significativos. Problematizações simulando o “mundo real”, considerado aquele no qual os alunos estão inseridos, podem ganhar espaço através desses recursos.

Desta forma, justifica-se a importância do uso de *softwares* nas aulas de Matemática ressaltando a capacidade que os mesmos possuem de representar, de forma alternada, um mesmo conceito.

É importante ter muitas representações de um mesmo conceito, porém somente a existência delas por si próprias não é suficiente para permitir a flexibilidade da utilização do conceito na resolução de problemas. É necessário o processo de alternar entre as representações existentes de um mesmo conceito (SANTOS, BIANCHINI, 2010, p. 3).

Tal discussão sobre as diferentes representações, na Matemática, também se encontra explícita e aprofundada na tese de Barbosa (2009). A autora defende as diferentes representações, destacando a importância das mesmas para a melhor compreensão de um conceito e a construção de conjecturas.

As tecnologias, nesse aspecto das diferentes representações, recebem destaque por trazerem, para o centro da aprendizagem Matemática, a questão da visualização (BORBA; PENTEADO, 2005). Desta forma, é construído um meio alternativo para a aprendizagem da Matemática, o qual pode proporcionar maior clareza dos conceitos estudados.

A utilização de *softwares* para o ensino da Álgebra têm potencial de acentuar, reforçar, construir conceitos e habilidades técnicas. O professor pode incentivar o estudante a construir uma representação gráfica, bem como manipular funções e expressões. Tudo isso com rapidez e eficácia, desde que o professor tenha estabelecido o que quer enfatizar, e qual o *software* mais adequado para atender seus propósitos (FRISKE, 1994).

No entanto, nesta pesquisa não se pretende defender a ruptura de outras tecnologias já presentes em sala de aula, mas acrescentar nas aulas de Matemática a utilização dos *softwares*. Concordando com Fuck (2010), o uso de *softwares* pode ser articulado com a utilização de outras tecnologias, como, papel, lápis, quadro, giz.

Estratégia Metodológica

A investigação segue os pressupostos da pesquisa qualitativa. Na educação Matemática, a pesquisa qualitativa vem ganhando destaque, “pois prioriza procedimentos descritivos, à medida que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida” (BORBA, 2004). Neste tipo de pesquisa o enfoque é dado à compreensão e

discussão acerca dos dados obtidos e o pesquisador problematiza os resultados e não apenas, os apresenta. Para a organização e análise dos dados buscou-se orientação na Metanálise.

A Metanálise reúne e tende a reduzir dados a uma unidade de síntese. Essa forma de analisar está embasada na compreensão de que várias pesquisas oferecem maior sustentação para futuras discussões e facilita a observação dos fatos com maior rigor, pois tendem a um padrão (BICUDO, 2014).

Sendo assim, esta forma de analisar os dados é “uma retomada da pesquisa realizada, mediante um pensar sistemático e comprometido de buscar dar-se conta da investigação efetuada” (BICUDO, 2014, p. 13). Portanto, trata-se de uma reflexão sobre o que foi investigado, na busca pelo sentido da investigação para o pesquisador, para o próprio tema investigado e para a região que se efetuou a pesquisa.

Para tanto, foi realizado um mapeamento das publicações acadêmico-científicas publicadas no período de 2010 a 2015 em alguns periódicos, a saber: Boletim Gepem (Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática - Universidade Federal do Rio de Janeiro), Educação Matemática Pesquisa (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo), Educação Matemática em Revista (SBEM-RS), Zetetiké (Universidade Estadual de Campinas), Bolema (UNESP de Rio Claro – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita de Filho”), RPEM (Universidade Estadual do Paraná/Campus de Campo Mourão), Revemat (Universidade Federal de Santa Catarina), e Acta (Universidade Luterana do Brasil). Optou-se por esses periódicos porque tratam exclusivamente de temas relacionados à Educação Matemática e os artigos estarem disponíveis para *download*. O mapeamento dos artigos foi realizado por meio dos seguintes descritores: tecnologias, *softwares*, Geogebra, Winplot, Graphmat, Pensamento Algébrico e Álgebra. Estes foram escolhidos, pois entende-se que remetem à pesquisas que buscam compreender a utilização das tecnologias nas aulas de Matemática, em particular interligadas ao estudo da Álgebra e do Pensamento Algébrico.

Foram elencadas categorias de análise, a saber: objetivos, participantes, níveis de ensino, metodologia de ensino, conteúdos, softwares, transformações cognitivas (tratamento e conversão) e pensamento algébrico.

Conforme as categorias escolhidas foram realizadas as leituras dos resumos dos artigos, obedecendo ao critério de que o trabalho versasse sobre a Álgebra e o Pensamento Algébrico. Nessa primeira etapa, foram encontrados vinte artigos que correspondiam às expectativas iniciais (Quadro 1). Posteriormente, foi realizada outra seleção a partir da releitura dos trabalhos, observando a fundamentação teórica, para identificar a presença das

Tecnologias, restando nove artigos que contemplavam concomitantemente o primeiro e o segundo critério (Quadro 2). Por conseguinte, foi realizada a análise dos dados, que será apresentada a seguir.

Quadro 1: Artigos da primeira seleção

Revistas	Artigos Mapeados	Quantidade
ACTA - ULBRA	A1, A2 e A3	3
Bolema	A4, A5, A6 e A7	4
EMP	A8, A9, A10, A11 e A12	5
REVEMAT	A13, A14, A15, e A16	4
SBEM	A17	1
EMP	A18	1
Boletim Gepem	A19 e A20	2
	Total	20

Fonte: Elaborado para a pesquisa.

Quadro 2: Artigos da segunda seleção

Revistas	Artigos Mapeados	Quantidade
Bolema	A4, A5, A6 e A7	4
REVEMAT	A13e A16	2
EMP	A18	1
Boletim Gepem	A19 e A20	2
	Total	9

Fonte: Elaborado para a pesquisa.

Análise de produções brasileiras acerca do pensamento algébrico e utilização de softwares

Até aqui foi apresentado o contexto desta pesquisa e a metodologia empregada na produção e análise dos dados. Com base nesses dados, tem-se a intenção de realizar a análise dos artigos mapeados, conforme a metodologia mencionada anteriormente.

O Gráfico 1 apresenta as categorias organizadas a partir da análise dos objetivos dos artigos analisados.

Gráfico 1: Objetivos dos artigos mapeados



Fonte: Elaborado para a pesquisa.

A maioria dos artigos analisados tem por intuito organizar/elaborar e desenvolver propostas didático-pedagógicas (oficinas, sequência didáticas, elaboração de materiais) para minimizar as dificuldades dos participantes em relação a temas da Álgebra, bem como apresentar outras possibilidades para o ensino e aprendizagem de conceitos por meio da utilização de *softwares*. Verifica-se esta preocupação em disponibilizar materiais didáticos para auxiliar futuras práticas em sala de aula, bem como a importância das tecnologias no ensino e aprendizagem da Matemática, no excerto retirado do artigo A16 “*A importância da realização de tal pesquisa deve-se à necessidade de incluir o uso das tecnologias na disciplina de Matemática e à carência de material didático voltado para esse fim*”.

Ainda, ressaltando as contribuições do uso de *softwares* nas aulas de Matemática os autores do artigo A18 afirmam que “*propor construções com os softwares é uma maneira de abordar conteúdos de Matemática abandonando a mera reprodução de algoritmos, explorando aplicações desses conteúdos e discutindo-os conceitualmente*”. Neste sentido, pode-se perceber que as tecnologias proporcionam uma melhoria no ensino da Matemática, priorizando a aprendizagem dos conceitos necessários para compreensão do conteúdo abordado em detrimento a reprodução de algoritmos. É provável que o tempo destinado para discutir os conceitos seja ampliado pelo uso dos softwares (Geogebra, Winplot, Graphmatica), uma vez que “*esses recursos apresentam a vantagem de economia de tempo para o traçado de gráficos e da consequente ampliação do tempo para a discussão de suas análises*” (Excerto retirado do A7).

Nesta perspectiva, os autores do artigo A13 defendem a utilização dos *softwares* de forma construtiva nas aulas de Matemática, pois “*permitem aos estudantes que experimentem e testem suas hipóteses, façam conjecturas e desenvolvam argumentos*”. Tal ideia corrobora com o que Van de Walle (2009) destaca a respeito da importância do ensino da Álgebra por meio da formulação de conjecturas e diferentes representações.

Ao tratar de representações, é importante ressaltar as ideias de Duval (2003), este entende que para existir uma evolução do pensamento matemático, o estudante precisa utilizar, pelo menos, dois tipos de representação. Portanto, considera-se uma característica importante no trabalho com os *softwares*, a possibilidade de construção simultânea de diferentes representações. Por exemplo, quando a escrita (registro algébrico) de uma função é transformada em um gráfico (registro gráfico), “*com os softwares podemos digitar a função desejada e obter seus respectivos gráficos, trazendo a visualização para o centro da aprendizagem Matemática e enfatizando a experimentação*” (Excerto retirado do artigo A7).

É importante destacar que, ao se trabalhar com *softwares* em sala de aula, geralmente, percebe-se um envolvimento maior dos estudantes em comunicar suas ideias ao resolver situações-problema.

Os alunos apresentam maior interesse pelos conteúdos desenvolvidos a partir de mídias digitais do que pelos conteúdos sem o uso delas, e antes do uso dos softwares nas aulas, muitas vezes não era possível verificar se o conteúdo trabalhado havia sido compreendido plenamente pelos alunos (Excerto retirado do artigo A16).

Van de Walle (2009) ressalta que embora alguns *softwares* apresentem um controle de desempenho dos estudantes, demonstrando se houve o entendimento dos conceitos, o professor precisa estar atento e elaborar outras estratégias de avaliação para verificar se o próprio *software* está sendo efetivo em alcançar os objetivos propostos.

Para compreender melhor a forma como os artigos mapeados foram organizados e desenvolvidos o Quadro 3 mostra as fontes de produção de dados e os participantes escolhidos pelos autores.

Quadro 3: Fontes de produções de dados e participantes

Artigo	Fontes de produções de dados	Participantes
A4	Experimentos de Ensino / Observações.	Formação Inicial (Lic. Matemática)
A5	Oficinas com a utilização do software Geogebra/ Observações.	Formação Continuada
A6	Proposta pedagógica / Atividades adaptadas incluindo o software Geogebra/ Observações.	Formação Inicial (Lic. Matemática)
A7	Pesquisa bibliográfica/ Questionários/ Intervenção pedagógica/ Guia de atividades para serem resolvidas com o software/ Teste pós-prática.	Educação Básica (3º EM)
A13	Proposta pedagógica/ Implementação/ Observações/ Produções dos alunos.	Educação Básica (9º EF)
A16	Proposta pedagógica/ Implementação/ Observações/ Produções dos alunos.	Educação Básica (2º EM)
A18	Proposta pedagógica/ planos de aulas utilizando objetos de aprendizagem.	Formação Inicial (Lic. Matemática)
A19	Experimentos de Ensino / Observações.	Educação Básica (2º EM)
A20	Intervenção pedagógica/ Questionários/ Observações/ Produções dos alunos.	Educação Básica (8º ano EF)

Fonte: Elaborado para a pesquisa.

Conforme observado no Quadro 3, os artigos analisados têm como participantes: estudantes de Licenciatura em Matemática (Formação Inicial); Professores da Educação Básica (Formação Continuada); e, estudantes da Educação Básica (Ensino Fundamental e Ensino Médio). Assim, fica explícita a organização espacial e temporal para a produção de conhecimentos acerca do uso de tecnologias e a reflexão em torno das contribuições e limitações destas no ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, tanto na Formação Inicial quanto na Continuada. Conforme os autores do artigo A16, “*o educador necessita*

procurar recursos e maneiras diferenciadas, que forneçam auxílio em sua prática pedagógica seja na Formação Inicial ou na Continuada". Os autores do artigo A18 também mencionam que *"a Formação de Professores precisa propiciar espaços de discussão das tecnologias na educação"*. De acordo com Fuck (2010), a importância do trabalho com as tecnologias na Formação Docente (Inicial e Continuada) proporciona maior segurança para os Professores incluírem, na sua prática, estes recursos.

Os cinco trabalhos que tiveram como participantes estudantes da Educação Básica optaram por utilizar *softwares* nas intervenções, por acreditarem na exatidão, economia de tempo e também na capacidade investigativa que eles proporcionam aos estudantes. No entanto, os artigos A7, A19, e A20 não especificaram se foram os Professores da Educação Básica, os pesquisadores ou se foi um pesquisador externo que realizou as atividades, enquanto o artigo A16 foi uma pesquisa realizada pelo professor da turma, e no artigo A13 ficou explícito ser uma pesquisa realizada por estudantes de mestrado na Educação Básica.

O Quadro 3, também indica as escolhas dos autores para produzir seus dados. Verificou-se que, quatro trabalhos desenvolveram propostas pedagógicas, seguidas de observações, com intuito de verificar a eficácia das tecnologias junto a Matemática e assegurar exemplos de atividades de sucesso para que outros Professores possam colocar em prática na sala de aula. Os demais foram divididos em: oficinas para exploração do *software* (identificando suas potencialidades e limitações); intervenções pedagógicas (com aplicação de questionários); e, testes de verificação (a respeito das contribuições das ferramentas tecnológicas utilizadas). Além destes, dois trabalhos analisados foram experimentos de ensino, com duração de uma aula, baseados em observações na manipulação do *software*.

Os artigos mapeados destacam as facilidades e dificuldades de estudantes e Professores na utilização de *softwares*, observa-se, este fato, nos excertos de A16:

"Neste trabalho, busquei sugerir uma sequência didática envolvendo o conteúdo de função quadrática, ao longo da pesquisa foi possível observar que os alunos encontram mais facilidade e tornam-se participativos e interativos quando esse conteúdo é tratado de forma informatizada".

"Sabemos que, pelos mais diversos fatores, nem sempre é possível utilizar atividades como as que propus, até porque os recursos, embora sejam muitos, ainda são limitados para determinados conteúdos, mas meu intuito foi mostrar que a prática docente diária pode ser diversificada".

Os autores do artigo A13 destacam que *"uma dificuldade apresentada pelos alunos no desenvolvimento da atividade foi o reconhecimento das ferramentas disponíveis do software"* concluindo que é necessário destinar tempo para um "tutorial" com a turma, a respeito do

funcionamento do mesmo. Os mesmos autores mencionam que perceberam que os Professores possuem dificuldades em elaborar atividades que utilizem os softwares, “*muitos profissionais recorrem à rede virtual de computadores na tentativa de reconhecer em alguma proposta algo que o ajude na sua prática diária*”, portanto acreditam estar contribuindo de modo que essa atividade possa chegar à sala de aula.

Ainda, cabe destacar, no artigo A7, a preocupação em investigar através de estudos bibliográficos e questionários, quais as dificuldades de ensino e aprendizagem encontradas pelos professores e estudantes acerca do conteúdo de funções polinomiais de grau maior que dois. No artigo, é desenvolvida uma prática pedagógica com a utilização de um *software*, em busca de superar essas dificuldades e posteriormente é aplicado um teste para avaliar a aprendizagem desses estudantes. Os autores do artigo mencionam que “*após a realização das atividades com o software, os estudantes demonstraram confiança e entusiasmo em fazer as questões do teste, não deixaram mais questões em branco, e apresentaram pertinência nas respostas*”.

O Quadro 4 expõe os conceitos/conteúdos matemáticos abordados nas pesquisas mapeadas, a escolaridade em que as propostas foram desenvolvidas, bem como o software escolhido para a realização do trabalho.

Quadro 4: Conceitos Matemáticos, softwares e escolaridade escolhidos

Artigo	Conceitos Matemáticos/ Conteúdos	Escolaridade/ Ano	Software
A4	Funções Compostas e Regra da Cadeia	Ensino Superior	Winplot
A5	Triângulos	Professores Ed. Básica	Geogebra
A6	Derivadas e suas aplicações	Ensino Superior	Geogebra
A7	Funções Polinomiais	Ensino Médio (3º Ano)	Graphmatica
A13	Ideias básicas de Funções	Ensino Fundamental (9º Ano)	Winplot
A16	Função Quadrática	Ensino Médio (2º Ano)	Winplot
A18	Polinômios	Ensino Superior	Geogebra
A19	Matrizes e Determinantes	Ensino Médio (2º Ano)	Geogebra
A20	Geometria Fractal associada a Álgebra/ triângulos/ porcentagem/ área e perímetro.	Ensino Fundamental (8º Ano)	Geogebra

Fonte: Elaborado para a pesquisa.

Os nove trabalhos mapeados contemplam *softwares* que são utilizados para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, sendo o Geogebra mencionado em cinco destes. Acredita-se que um dos critérios para a escolha do Geogebra, dentre os demais *softwares*, está relacionado ao fácil acesso e funcionamento que ele possui. O software é livre e gratuito, possibilita uma abordagem gráfica, geométrica, algébrica e numérica dos conceitos/conteúdos concomitantemente. Outro aspecto relevante, para a escolha deste software, é destacado no excerto do artigo A5: “*utilizou-se o software Geogebra não apenas por ser um recurso* Universidade Federal do Pampa – Campus Caçapava do Sul – Curso: Licenciatura em Ciências Exatas – Semestre: 1/2016. Trabalho de Conclusão de Curso.

tecnológico, mas, sim, como recurso que colabora para o desenvolvimento de conceitos matemáticos”. Esta ferramenta possui a potencialidade de explorar representações geométricas e algébricas concomitantemente, importante aspecto para aprender Matemática destacado na teoria dos registros de representação de Duval (2003) e explicitado nos artigos mapeados, conforme excertos abaixo:

“com o software Geogebra podemos contemplar geometria e Álgebra interagindo entre si na mesma tela, possibilitando o usuário relacionar as várias faces de um mesmo objeto matemático” (Excerto retirado do artigo A19).

“é importante o professor propor atividades em que o aluno utiliza as diversas formas de representação dos objetos matemáticos e saiba fazer a conversão entre uma forma de registro e outra, assim o aluno poderá optar pelo registro mais adequado na resolução de um problema proposto” (Excerto retirado do artigo A6).

De maneira geral os *softwares* foram escolhidos, pelos autores, em função do seu potencial no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Ressalta-se que, segundo Van de Walle (2009), os *softwares* por si só não ensinam, é necessária à mediação do professor. Portanto, entende-se que essas ferramentas tecnológicas não tornam o papel do professor obsoleto, o uso do *software* não substitui a importância do professor, o *“professor atua como mediador, propondo desafios, questionando, conduzindo as atividades para que contemplem os objetivos estabelecidos no planejamento da aula”* (Excerto retirado do A13). Neste viés, os PCN também salientam que *“um recurso tecnológico é um instrumento capaz de aumentar a motivação dos alunos, se a sua utilização estiver inserida num ambiente de aprendizagem desafiador”* (BRASIL, 1997, p. 57).

Os trabalhos também sublinham alguns aspectos importantes na escolha consciente do *software* a ser utilizado em sala de aula, por exemplo: é necessário que o *software* contemple os objetivos pré-estabelecidos pelo professor, deve ser adequado para o público alvo e sugere-se, no planejamento, estabelecer o tempo necessário para este tipo de atividade. Sendo assim, *“desenvolver atividades de Matemática por meio dos recursos informáticos exige tempo, pois o professor necessita pesquisar para articular de forma consistente a Matemática e a informática”* (FUCK, 2010, p. 104).

Percebe-se ainda no Quadro 4 que, as funções estão entre os conteúdos mais abordados, nos trabalhos analisados. Os autores de A7 justificam a escolha deste conteúdo, por meio do seguinte argumento: *“A motivação de pesquisar sobre esse tema foi baseada nas dificuldades que muitos alunos apresentam na resolução de exercícios envolvendo gráficos de funções”*. Conforme os autores de A16 *“a escolha deste conteúdo deu-se devido a sua grande importância dentro do contexto matemático e também por haver uma grande*

Universidade Federal do Pampa – Campus Caçapava do Sul – Curso: Licenciatura em Ciências Exatas – Semestre: 1/2016. Trabalho de Conclusão de Curso.

variedade de aplicações a outras áreas de conhecimento, como por exemplo: Física, Química, Biologia e etc.”.

De acordo com Orientações Curriculares para o Ensino Médio, a importância de estudar esse conteúdo está relacionada não somente com a Matemática,

(...) o estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria Matemática (BRASIL, 2006, p. 121).

Este conceito também contribuiu no desenvolvimento da abstração (USISKIN, 1995). Além disso, o trabalhar com o conceito de função auxiliado por *software*, em especial, o Geogebra, contribui na mobilização e articulação das várias representações, o que dificilmente é abordado de forma simultânea quando os recursos são o lápis e o papel.

Justificando a utilização dos *softwares* ao trabalhar este conteúdo, tem-se o entendimento de Van de Walle (2009) que se refere aos *softwares* utilizados para plotagem de funções, como auxiliares que rapidamente podem plotar qualquer função. Ele destaca que múltiplas funções podem ser plotadas em um mesmo eixo e, normalmente, consegue-se localizar qualquer ponto dessa função e perceber suas coordenadas. O autor ainda ressalta que tais programas de computador apresentam clareza visual, velocidade e outras características importantes na análise das funções.

No Quadro 5 são apresentadas ideias principais que orientaram a organização do aporte teórico de cada artigo mapeado, bem como alguns dos teóricos/pesquisadores utilizados para esta elaboração.

Quadro 5: Aporte Teórico

Art.	Embasamento acerca do processo de ensino e aprendizagem da Matemática (em particular da Álgebra)	Tecnologias	Teóricos/pesquisadores utilizados no aporte teóricos de cada trabalho mapeado.
A4	Representações Múltiplas/ Visualizações/ Conhecimento Matemático coletivo.	Winplot - o software contempla outro tipo de representação/ visualização/ conjecturas/ e trabalha com o conhecimento coletivo.	HUSCH, L. S.; ARCAVI, A.; BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E.
A5	Representações Múltiplas/ Visualizações/ Investigação/ atividade coletiva.	Geogebra- Possibilita a visualização das representações algébricas e geométricas/ ambiente dinâmico/ colaborador no desenvolvimento dos conceitos matemáticos.	RABARDEL, P.; ZUCHI, I.
A6	Matemática pela descoberta/ experimentação/ exploração e investigação/ contextualização/	Geogebra - Disponibiliza as representações algébricas e geométricas/ apresenta dinamicidade e movimentação/relação de	PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H.;

	conjecturas e testá-las/ observar regularidades/ Representações Múltiplas.	troca do aluno e a Matemática/ trabalho agradável e interativo/ abordagem visual dos conceitos.	GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M.; BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G.; MARIN, D.
A7	Representações Múltiplas/ Visualizações/ Conjecturas.	Graphmatica - o software permite a visualização/ contempla outro tipo de representação/ conjecturas/ investigação/ economiza tempo.	VALENTE, J. A.; GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M.; BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G.
A13	Priorizar as investigações e explorações/ Visualizações/ Significar os conceitos.	Winplot – Aspecto lúdico / a utilização do software proporciona maior precisão, eficácia e rapidez/ abordagem visual dos conceitos.	BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G.; CARAÇA, B. J.; TINOCO, L. A. A.
A16	Priorizar as investigações e explorações/ Significar os conceitos.	Winplot – Permite verificar se os estudantes entenderam/ auxilia a dar sentido prática para o aprendizado/ fornece dinamicidade e economiza tempo.	NISKIER, A.; VALENTE, J. A.; USISKIN, Z.; BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G.
A18	Priorizar as investigações e explorações/ Visualizações/ Incentivar o pensamento matemático/ Significar os conceitos/ Diminuir a reprodução de algoritmos.	Geogebra – Possibilita novas formas de aprendizagem, fornece dinamicidade à aprendizagem do conteúdo.	BERTOLI, V.; SHUMAHCHER, E.; BONADIMAN, A.; BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G.
A19	Representações Múltiplas/ Visualizações/ conjecturas/ formalização de resultados	Geogebra - o software é dinâmico, da conta de outro tipo de representação/ visualização/ conjecturas/ investigação.	-
A20	Insuficiência da Geometria Euclidiana na representação de elementos da natureza/ regularidades/ formalização de resultados/ conjecturas/ generalizações/ Significar os conceitos e diminuir a mecanização da Álgebra.	Geogebra – Possibilita a exploração de objetos geométricos e algébricos. Evita o maçante exercício do papel e da caneta. Auxilia na elaboração de generalizações. Incentiva a não mecanização da Álgebra. Otimiza o tempo, é preciso nas medidas e reforça o trabalho coletivo.	REZENDE, F.; DELLA NINA, C. T.; BARBOSA, R. M. VALENTE, J. A.

Fonte: Elaborado para a pesquisa.

Conforme as informações que constam no Quadro 5, observa-se um paralelo entre o embasamento teórico, acerca do processo de ensino e aprendizagem da Matemática (em particular da Álgebra) e as tecnologias. Sendo que, tais informações foram identificadas nos artigos com intuito de expressar como as tecnologias estão correspondendo às sugestões apontadas nos aportes teóricos dos trabalhos.

Os teóricos que foram citados em mais de um artigo foram: Marcelo Borba, que defende a utilização dos *softwares* na sala de aula acreditando que proporcionam a visualização e constituem um meio alternativo de acesso ao conteúdo matemático; Miriam Penteado, esta autora ressalta a importância do computador no cenário educacional; Maria Gravina, também aposta em ambientes informatizados para a aprendizagem da Matemática;

Lucila Santarosa, enfatiza o ambiente informatizado como uma diferença significativa no processo de aprendizagem da Matemática, pois, neste contexto, o fazer, o experimentar, o interpretar e o induzir evidenciam o papel ativo do estudante; José Valente, este autor sugere que a educação esteja baseada na construção do conhecimento e capacite cidadãos na tomada de decisões, destacando o potencial da informatização nas escolas.

O principal aspecto, sublinhado nos aportes teóricos, quanto ao ensino e aprendizagem da Matemática, é referente às diferentes representações, sua importância já foi mencionada através da teoria de Duval (2003). Pode-se perceber que a capacidade de visualização proporcionada pelos *softwares* é destacada, no aporte teórico, da maioria dos trabalhos.

Outros aspectos mencionados nos aportes teóricos no trabalho com os *softwares* foram o tempo, a investigação e a exploração. Acredita-se que depois que os estudantes e o professor estiverem familiarizados com o funcionamento do *software* o tempo destinado para as atividades poderá ser redistribuído, ampliando as discussões sobre os conceitos envolvidos, priorizando o trabalho investigativo e a exploração por parte dos estudantes. Tais aspectos são observáveis na fala dos autores do artigo A13 “*O professor pode incentivar o levantamento de hipóteses por parte de sua turma, de modo que a exploração seja o caminho para generalizações*”, os autores do artigo A7 também enfatizam que

“ao trabalhar com o Graphmatica, os discentes demonstravam iniciativa e autonomia ao investigar e explorar a variação dos parâmetros na representação algébrica das funções e ao fazer conjecturas, devido à riqueza de conceitos e representações gráficas que o recurso apresenta”.

Nesse sentido, a concepção de House (1994) corrobora com as ideias aqui apresentadas, pois acredita que os *softwares* promovem trabalhos investigativos e fornecem meios mais dinâmicos para os Professores demonstrarem e explorarem os conceitos da Matemática em sala de aula.

A respeito da significação dos conceitos as discussões apontam, como estratégia, a utilização das diferentes representações, ou seja, como os *softwares* possibilitam o trabalho com mais de um registro de representação (figuras geométricas, sistemas de escrita - numéricas, algébricas e simbólicas - e gráficos cartesianos), espera-se que estes facilitem a significação do que está sendo estudado.

Os trabalhos sugerem a diminuição da mecanização da Álgebra, pois “*ainda não superamos a lógica de reprodução de métodos de ensino que privilegiam a utilização e apropriação de algoritmos em detrimento da discussão de conceitos matemáticos*” (Excerto retirado do artigo A18). Embora os algoritmos sejam importantes, “*o professor precisa*

questionar mais os alunos do que fornecer explicações prontas, além de se dispor a discutir com os alunos os conceitos que fundamentam os conteúdos matemáticos” (Excerto retirado do artigo A18). De acordo com Coxford e Shulte (1994) uma possibilidade de superação desta mecanização é o desenvolvimento de atividades que envolvam as várias dimensões da Álgebra.

Nesse sentido, para refletir sobre o ensino da Álgebra, Ponte (2009) e Van de Walle (2009) trazem o desenvolvimento do pensamento algébrico como aspecto principal. No Quadro 6 são observados os entendimentos acerca do pensamento algébrico, mencionados nos artigos analisados.

Quadro 6: Entendimentos sobre o Pensamento Algébrico

Art.	Pensamento Algébrico/ Entendimentos
A4	O artigo menciona a “desalgebrização”, acreditada na supremacia da Álgebra dentro da Matemática, e na falta de significados para os estudantes como consequência.
A5	Ressalta a importância do entendimento algébrico e geométrico concomitantes. Sublinha que é necessário entender o que acontece algebricamente quando se altera a forma geométrica e o mesmo ao contrário.
A6	Pressupõe que os alunos apresentam facilidades nos processos algébricos relacionados a derivação, mas não conseguem atribuir significado para o que estão fazendo. Expõe que ainda existe um hábito de mecanização na Matemática, que acaba prejudicando o pensamento matemático.
A7	A Álgebra exige muito tempo em sala de aula, e pouca significação.
A13	Um dos obstáculos para os estudantes no trato com o tema Funções está no registro algébrico. Destaca a importância do contato com o raciocínio algébrico. É imprescindível estabelecer a ideia de dependência, reconhecer as regularidades e conseguir generalizar. Também ressalta que através da exploração chega-se as generalizações.
A16	Destaca as dificuldades dos alunos nos conceitos de função, e que as aulas a respeito demandam muito tempo pelos métodos tradicionais e poucos significados.
A18	Destaca as dificuldades dos alunos em compreender operações algébricas, e o nível de abstração exigido dos alunos. Incentiva a Álgebra aproximada da geometria. Enfatiza a importância de outros tipos de representações na Matemática. Ainda afirma a tendência em ensinar apenas métodos resolutivos conhecidos, do que usar os conceitos envolvidos nas operações correlacionando a Álgebra e geometria.
A19	Destaca a abordagem da Álgebra por meio de processos de experimentações seguidos de uma formalização e generalização, proporcionando maior significação.
A20	A Álgebra esteve presente no desenvolvimento das capacidades de sintetizar, analisar, formalizar e generalizar. A Álgebra pela observação e experimentação abandonando a mecanização. A evolução dos alunos na apropriação da simbologia algébrica através de registros e verbalizações fortalecidos pelo vínculo da Álgebra a questões reais e não a meros exercícios mecânicos.

Fonte: Elaborado para a pesquisa.

As ideias apresentadas no Quadro 6 a respeito do ensino da Álgebra convergem para a busca de significação dos conteúdos e diminuição de exercícios repetitivos, uma vez que “A maioria dos alunos dedica poucas horas de estudo extraclasse, e quando estudam o foco é dado à resolução de exercícios, geralmente resolvidos de forma mecânica” (Excerto retirado do artigo A6). Pode-se perceber que as dificuldades encontradas na Matemática, nas situações em que é necessária a utilização/aplicação de conceitos, estão relacionadas ao fato de

prevalecer os cálculos mecânicos, sem atribuição de sentidos ao que se está fazendo. De encontro a esta concepção, os autores do artigo A18 apresentam que “*o que se tem observado predominar nas aulas de Matemática são exposições de algoritmos e sua aplicação na resolução de exercícios privilegiando a reprodução*”.

Para Ribeiro e Cury (2015) existe um consenso de proposta de ensino baseado no desenvolvimento do Pensamento Algébrico, que busca habilitar os estudantes da escola básica a reconhecer padrões, relações e funções, representar e analisar estruturas matemáticas utilizando a linguagem algébrica e a elaborar modelos matemáticos para representar e entender diversos contextos. No entanto, acredita-se na necessidade de novas pesquisas que invistam também no desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos estudantes do ensino superior.

Vale ressaltar que, para Ponte (2009), as três vertentes que estruturam o Pensamento Algébrico (representar, raciocinar e resolver problemas) estão relacionadas a uma diversidade de situações envolvendo regularidades, relações, variação e modelação. Quando a Álgebra é aproximada da Geometria, como o sugerido em alguns trabalhos analisados, faz-se o uso de diferentes registros de representações e a partir destes a construção de conceitos é priorizada, assim como a formação de conjecturas. Os autores de A18 exemplificam essa aproximação, “*buscamos desenvolver um material dinâmico que possibilite atribuir significado ao estudo das operações envolvendo polinômios, relacionando-as à medida de área de retângulos*”. De acordo com Duval (2003) a conversão de um registro de representação para outro utilizando o mesmo objeto matemático facilita a compreensão dos conceitos envolvidos.

Os autores de A5 também destacam o *software* como facilitador desta conversão, “*a integração entre as ferramentas geométricas e as ferramentas algébricas do Geogebra, possibilita o desenvolvimento das atividades em vários registros de representações dos objetos matemáticos*”. Ainda, nesta perspectiva, os autores de A4 relatam que “*houve a integração entre as representações gráficas e numéricas, sendo que isto foi possível devido à animação do software; o uso apenas da abordagem algébrica pode culminar em uma manipulação sem sentido de símbolos*”. Portanto, é importante que o professor proponha atividades em que o estudante utilize as diversas formas de representações dos objetos matemáticos e que consiga fazer a conversão entre uma forma de registro e outra, optando pela mais adequada na resolução do problema proposto.

Também, pode-se perceber, em alguns artigos, a preocupação com o desenvolvimento das capacidades de analisar, formalizar e generalizar, sendo estas características da segunda

vertente, conforme Ponte (2009), chamada de raciocinar. Ainda, na concepção deste autor, tem-se a terceira vertente, resolver problemas, também discutida por outros autores como Onuchic e Allevato (2009) e Pimentel e Vale (2011), relacionada à identificação de regularidades, reconhecimento de padrões. Em A13 os autores relatam que “*a ideia de regularidade permite que se façam previsões de comportamentos em determinadas leis que se repetem regularmente*”. Esses mesmos autores dizem que “*perceber essas regularidades levam a generalização*”.

Sendo assim, a perspectiva de ensino da Álgebra utilizando o Pensamento Algébrico reforça a ideia que este tema não está reduzido a manipulação simbólica ou a resolver problemas, e que as tecnologias têm proporcionado novos desafios ao ensino-aprendizagem da Álgebra (PONTE, 2009).

A metodologia de ensino mais enfatizada foi a investigação Matemática, concordando com Ponte et. al (2003), esta metodologia está associada a resolução de problemas. O mesmo autor destaca que muitas vezes resolver o problema, em meio às descobertas que ocorrem ao longo do processo, é apenas um detalhe. Nesse sentido, entende-se que a investigação Matemática envolve os estudantes em um processo de construção do conhecimento.

Sendo assim, existem quatro momentos que descrevem essa metodologia de ensino, a saber: exploração e formulação de questões; elaboração de conjecturas; testes; argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado (PONTE et. al, 2003). Pode-se perceber então, a importância desta metodologia de ensino para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, pois ela auxilia a formular conjecturas e resolver problemas, assim como, é adequada para o trabalho com *softwares* de forma investigativa, por meio de explorações e formação de conceitos.

Considerações Finais

Com base nesta pesquisa podem-se inferir algumas categorias relevantes: objetivos, participantes, níveis de ensino, metodologia de ensino, conteúdos, *softwares*, transformações cognitivas (tratamento e conversão) e Pensamento Algébrico. No que refere-se a primeira categoria, de forma geral, os objetivos apresentados foram, propor oficinas, sequências de ensino e materiais didáticos para auxiliar em práticas posteriores. Os participantes contemplaram a Formação Inicial e Continuada de Professores e estudantes da Educação Básica, correspondendo aos níveis de Ensino Fundamental, Médio e Superior.

A categoria denominada, metodologia de ensino, apresentou como destaque as Propostas Pedagógicas seguidas de implementações e observações. Percebeu-se que o

conteúdo de funções foi o mais discutido nos artigos mapeados e este pode ser trabalhado com o auxílio de diversos softwares de Matemática Dinâmica, por exemplo, o Geogebra que esteve entre os mais citados.

Para o entendimento e construção dos conceitos envolvidos no ensino e aprendizagem da Álgebra destaca-se a importância da compreensão de suas dimensões: Equação, Função, Estrutural e Aritmética Generalizada.

Os artigos também apresentaram, como embasamento acerca do processo de ensino e aprendizagem da Matemática (em particular da Álgebra), a importância das diferentes representações, formação de conjecturas, investigações, explorações e generalizações, fundamentais para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Entende-se que o reconhecimento de padrões possibilita ao estudante o desenvolvimento do Pensamento Algébrico e, por consequência, a aprendizagem de conceitos como, por exemplo, função.

No que se refere aos *softwares*, entende-se que estes assumem um papel importante no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, em especial no campo da Álgebra, possuindo potencial de facilitar a visualização dos objetos matemáticos em diferentes representações.

Destaca-se como outras possibilidades de pesquisa, para a ampliação do corpo de análise, fazer as seleções pelos resumos e não apenas pelos títulos, ou ainda analisar as produções de programas de pós-graduação da área da Educação Matemática. Para o trabalho na Educação Básica ou Superior, sugere-se a relação entre o desenvolvimento do Pensamento Algébrico e as dimensões da Álgebra na estruturação de uma proposta de ensino que utiliza *softwares* de Matemática Dinâmica para seu desenvolvimento.

Mesmo sabendo que existe a preocupação com o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, em especial, na elaboração dos PCN, para Ponte (2009) e Van de Walle (2009), ainda são poucas as pesquisas que buscam relacionar esse pensamento com *softwares*. No que se refere aos conceitos Matemáticos a variedade de temas ainda é muito restrita, há ênfase para o conceito de função. No entanto, acredita-se que outros conceitos algébricos como inequação, polinômios e sistemas lineares também podem ser abordados com o auxílio de *softwares*. No que se refere ao Ensino Superior pode-se citar sequências numéricas, séries, vetores, transformações lineares entre outros.

Através da metodologia escolhida pode-se revisar outras pesquisas, visando produzir novos resultados ou sínteses que confrontassem os estudos e transcendessem ao que já havia sido estudado. A Metanálise pode ser caracterizada como uma análise de análises. Por causa

dessa característica este estudo possuiu uma abordagem qualitativa, na qual se preocupou aprofundar a discussão de certos aspectos.

Referências

BARBOSA, S. M., **Tecnologias da Informação e Comunicação, Função Composta e Regra da Cadeia**. 2009. 199f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2009.

BICUDO, M. A. V. Meta-análise: seu significado para a pesquisa qualitativa. **Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT**, Florianópolis, Ed. temática, v. 9, p. 7-20, Jun. 2014.

BORBA, M.C. **A Pesquisa Qualitativa Em Educação Matemática**. Publicado em CD-ROM nos **Anais...** da 27ª reunião anual da Anped, Caxambu, MG, 21-24 Nov. 2004.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005, 98 p.

BORRALHO, A.; CABRITA, I.; PALHARES, P.; VALE, I. Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. In: VALE, I. PIMENTEL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L.; CANAVARRO P. (Orgs), **Números e Álgebra**. Lisboa: SEM-SPCE, 2007. p. 193-211.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto: **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução**. Ensino de quinta a oitava série. 174 p. Brasília, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. 126 p. Brasília, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Ensino Médio**. Brasília, 1999.

BRASIL, Ministério da Educação. **PCN+ do Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos PCN. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. 144 p. Brasília, p. 87-111, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações curriculares para o ensino médio**. Brasília, 135 p. 2006.

DA PONTE, J.P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Autêntica Editora, 2003, 151 p.

DOMINGUES, D. **A arte no século XXI: a humanização das tecnologias**. São Paulo, Ed. UNESP, 1997. 374 p.

DOS SANTOS, L. G. Padrões no Ensino e na Aprendizagem Matemática. In: VI SEMINÁRIO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais eletrônicos...** Pirenópolis: Nov. 2015 Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/visipem/anais/story.html>>. Acesso em 17 de Junho de 2016

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003. 160 p.

FUCK, R. S. **A integração das tecnologias informáticas no contexto da prática docente: um estudo de caso com professores de matemática**. 2010. 137 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), Porto Alegre, 2010.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. In: CONGRESSO RIBIE, 4., 1998, Brasília. **Anais eletrônicos...** Brasília, 1998. p. 1-24. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/niee/eventos/RIBIE/1998/pdf/com_pos_dem/117.pdf>. Acesso em: 17 jun. 2016

HOUSE, P. **Álgebra: ideias e questões**, 1995. In: As ideias da Álgebra. COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (ORG.) Tradução: DOMINGUES, H. H.. São Paulo: Atual, 1994.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informação**. Campinas, São Paulo: Papirus, 2007, 141 p.

McCONNELL, J. **Uso de computadores e calculadoras no aprendizado da álgebra**, 1995. In: As ideias da Álgebra. Organizadores: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. Tradução: DOMINGUES, H. H. São Paulo: Atual, 1994.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas: Papirus, 2000. 173 p.

OLIVEIRA, I. **La Proportionnalité à L'école: Qu'enseigne T-on? Qu'apprend-on?** Editions Bande Didactique. Quebec 2009

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Formação de professores urgentes na licenciatura em matemática**. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.). Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates. Recife: SBEM, 2009. p. 169 -187.

PANOSSIAN, M.; MOURA, M. O objeto de ensino da álgebra: pesquisas, programas curriculares e a fala dos professores In: VI SEMINÁRIO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais eletrônicos...** Pirenópolis: Nov. 2015 Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/visipem/anais/story.html>>. Acesso em 17 de Junho de 2016

PASSOS, D. S. et al. **A Educação algébrica no 8o. ano do ensino fundamental das escolas públicas de Ribeirópolis/SE: entendimento dos professores de matemática**. 2012. 183 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe (UFS). São Cristóvão, maio 2012.

PONTE, J. P. et al, **Álgebra no Ensino Básico**. Ministério da Educação de Portugal; 2009.

PONTE, J. P. et al. **Programa de matemática do ensino básico**. 2007.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e função**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, (Coleção Tendências em Educação Matemática). 2015.

RIO GRANDE DO SUL, **Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: matemática e suas tecnologias**. Porto Alegre, 2009.

SANTOS, A. T. C., BIANCHINI, B. L., Um Estudo da Função Quadrática e o Pensamento Matemático Avançado. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais eletrônicos...** Salvador: Jul. 2010 Disponível em: < http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/ENEM10/artigos/RE/T11_RE933.pdf>. Acesso em 17 de Junho de 2016.

TROJACK DELLA NINA, C. et al., PORTANOVA, R.(org.) **Um currículo de matemática em movimento**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2005.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações de variáveis, 1995. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.) **As ideias da Álgebra**. Tradução: DOMINGUES, H. H. São Paulo: Atual, 1994.

VALE, I.; PIMENTEL, T. **Padrões e Conexões Matemáticas no Ensino Básico**, Revista Educação e Matemática, Editora APM, Lisboa (PT). N.110 nov./dez. 2010 33-38 p.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução: COLONESE, P. H. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 584 p.

Apêndices

Apêndice I

Quadro 7: Objetivos dos artigos mapeados

Artigo	Objetivo(s)
A4	Auxiliar nas dificuldades apresentadas pelos estudantes no entendimento dos conteúdos de regra da cadeia e função composta, com o auxílio das TIC. (Definido pela autora desta pesquisa, visto que no texto o objetivo não está explícito).
A5	Desenvolver uma oficina de Formação Continuada, com o uso do GeoGebra, para Professores de Matemática da escola básica.
A6	Nosso objetivo é apresentar um material que complementa e revitaliza alguns exercícios e atividades clássicos de aplicações de derivadas que são, tradicionalmente, encontrados nos livros-textos, muito utilizados nas referências das disciplinas de Cálculo I nas universidades brasileiras.
A7	Investigar e propor uma abordagem alternativa para o conteúdo de funções de grau maior que 2, utilizando o <i>software</i> Graphmatica.
A13	Propor uma sequência de atividades que contemplem ideias básicas de Função e que possa ser desenvolvida pelo aluno com o auxílio do software Winplot.
A16	Elaborar, implementar e analisar uma sequência didática, envolvendo o conteúdo de gráficos da função quadrática.
A18	Desenvolver propostas pedagógicas utilizando o <i>software</i> Geogebra, para atribuir algum significado ao estudo das operações envolvendo polinômios, relacionando-os à medida de área de retângulos. Fazendo uso de objetos de aprendizagem. (Definido pela autora desta pesquisa, visto que no texto o objetivo não está explícito).
A19	Mostrar o caráter dedutivo do pensamento matemático na tentativa de generalizar uma propriedade dos determinantes.
A20	Investigar como a construção de fractais com o <i>software</i> GeoGebra poderia suscitar conhecimentos geométricos e algébricos.

Apêndice II

Quadro 8: Referenciais dos artigos mapeados

Artigo	Referenciais
A4	<p>ARCAVI, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. Education Studies in Mathematics, Dordrecht, v. 52, n. 3, p. 215 – 241, 2003.</p> <p>BORBA, M. C.; SCHEFFER, N. F. Coordination of multiple representations and body awareness. Educational Studies in Mathematics, Dordrecht, v. 57, n. 3, 2004. Videopaper.</p> <p>BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005. 232 p. (Mathematics Education Library, 39).</p> <p>HUSCH, L. S. Visual calculus: composition of function. Knoxville: Mathematics Department, University of Tennessee, 1995-2001. Disponível em: <http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/0/compositions.6/index.html>. Acesso em: 20 maio 2010.</p> <p>VILLARREAL, M. E. O pensamento matemático de estudantes universitários de cálculo e tecnologias informáticas. 1999. 402 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.</p>
A5	<p>RABARDEL, P. Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains. Paris: Armand Colin, 1995.</p> <p>RABARDEL, P.; WAERN, Y. From artefact to instrument. Interacting with Computers, Linköping, Suécia, v. 15, n. 5, p. 641-645, 2003.</p> <p>ZUCHI, I. A integração dos ambientes tecnológicos em sala: novas potencialidades e novas formas de trabalho. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2, 2008, Recife. Matemática Formal e Matemática não- Formal 20 anos depois: sala de aula e outros contextos. Universidade Federal Rural de Pernambuco, 155f, Recife, 2008. Disponível em: http://www.ded.ufrpe.br/sistemática/CD/Rom%202%20SIPEMAT/artigos/CO-167.pdf> Acesso em: 07 mar. 2013.</p>
A6	<p>BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Informática e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.</p> <p>GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 4., 1998, Brasília. Anais... Brasília: RIBIE, 1998. Disponível em: <lsm.dei.uc.pt/ribie/docfiles/txt200342413933117.PDF>. Acesso em: 03 abr. 2010.</p> <p>MARIN, D. Professores de Matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior. 2009. 164f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.</p> <p>OLIVEIRA, H. M.; SEGURADO, M. I.; PONTE, J. P. Tarefas de investigação em Matemática: histórias da sala de aula. In: ABRANTES, P. et al. (Org.). Investigações matemáticas na aula e no currículo. Lisboa: Projeto MPT e APM, 1999. p.189-206.</p> <p>PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.</p>
A7	<p>BORBA, M. C. Softwares e internet na sala de aula de Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. Anais... Salvador: SBEM, 2010. p. 1-11. CD-ROM. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/marceloxenen.PDF>. Acesso em: 07 jun. 2012.</p> <p>BORBA, M. C. Softwares Internet na sala de aula. In: ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Anais... Salvador, BA, 2010.</p>

	<p>BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Informática e Educação Matemática. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.</p> <p>GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. In: CONGRESSO RIBIE, 4., 1998, Brasília. Anais... Brasília, 1998. p. 1- 24. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/niee/eventos/RIBIE/1998/pdf/com_pos_dem/117.pdf>. Acesso em: 13 mai. 2013.</p> <p>VALENTE, J. A. O Computador na sociedade do conhecimento. Campinas: UNICAMP/ NIED, 1999.</p>
A13	<p>BORBA, M. C.; PENTEADO, Miriam Godoy. Informática e Educação Matemática. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.</p> <p>CARAÇA, B. J. Conceitos fundamentais da Matemática. 7. ed. Lisboa: Gradiva, 2010.</p> <p>TINOCO, L. A. A. (Coord.). Construindo o Conceito de Função. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática / UFRJ, 2009.</p>
A16	<p>BORBA, M. C.; PENTEADO, Miriam Godoy. Informática e Educação Matemática. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.</p> <p>NISKIER, Arnaldo. Tecnologia educacional: uma visão política. Rio de Janeiro: Vozes, 1993.</p> <p>USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. IN: COXFORD, A. F., SHULTE, A. P. (Org). As ideias da álgebra. São Paulo: Atual, p. 9-22, 1995.</p> <p>VALENTE, José Armando. O professor no ambiente LOGO: Formação e atuação Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1996.</p>
A18	<p>BERTOLI, V. SHUMAHCHER, E. Aprendendo polinômios utilizando o algeplan: uma prática no ensino da Matemática para o Ensino Fundamental. IV Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Anais.... Canoas, 2013.</p> <p>BONADIMAN, A. Álgebra no Ensino Fundamental: Produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas. In: BÚRIGO, E. Z.; GRAVINA, M.; BASSO, M. V. A.; GARCIA, V. C. V. A Matemática na Escola: novos conteúdos, novas abordagens. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2012.</p> <p>BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Informática e Educação Matemática. 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.</p>
A19	
A20	<p>BARBOSA. R. M. Descobrimos a geometria fractal - para a sala de aula. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.</p> <p>DELLA NINA, C. T. Brincando com a Torre de Hanói e descobrimos fractais: Uma sugestão de atividade para o Ensino Médio. Boletim GEPEN, n. 50, p. 75-85, 2007.</p> <p>REZENDE, F. As novas tecnologias na prática pedagógicas sob a perspectiva construtivista. Ensaio-Pesquisa em Educação em Ciências, v. 2, n. 1, 2002.</p> <p>VALENTE, J. A. O uso inteligente do computador na educação. Revista Pátio, n. 1, 1997.</p>